

8. 規則性の問題 【2014 年度出題】

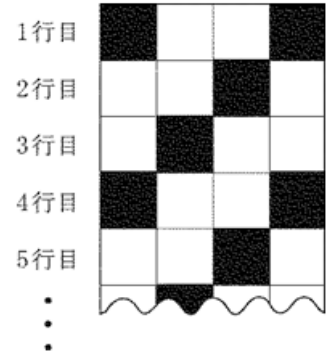
【問 1】

黒色と白色のタイルを、黒、白、白の順をくり返し、重ならないように左から右に並べていきます。ただし、下の図のように、1 行に 4 枚のタイルが並んだら、次の行に、前の行の 4 枚目に続く色のタイルを左から並べていきます。

この並べ方を続けるとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(宮城県 2014 年度 後期)

- (1) 1 行目から 9 行目までタイルを並べるとき、必要となる黒色のタイルの枚数を求めなさい。



- (2) n 行目は、左から 3 枚目が黒色のタイルとなります。1 行目から n 行目までタイルを並べるとき、必要となる黒色のタイルの枚数を、 n を用いて表しなさい。

解答欄

(1)	枚
(2)	枚

解答

- (1) 12 枚

- (2) $\frac{4n+1}{3}$ 枚

解説

- (1)

1 行目から 9 行目までに必要なタイルの数は $4 \times 9 = 36$ 枚

$36 \div 3 = 12$ より必要となる黒のタイルは 12 枚

- (2)

タイルの柄は 3 行ごとに繰り返されていて

その 3 行には黒が 1 行目の左から

1 枚目と 4 枚目に 2 枚

2 行目の 3 枚目に 1 枚

3 行目の 2 枚目に 1 枚の 4 枚ある。

よって n 行目の左から 3 番目に黒があるとき

必要となる黒の枚数は $(n-2) \div 3 \times 4 + 2 + 1 = \frac{4n+1}{3}$ 枚

【問 2】

下の図1のように、1 辺の長さが 1 cm の正方形が縦に 3 マス、横にいくつも並んだ表が、長いテープに印刷されている。この表に、1, 2, 3, …と連続する番号を 1 マスに一つ書き込むことにした。書き込むマス目は、表の左上のマス目から始めて、その下に 2 マス、右に 2 マス、上に 2 マス、右に 2 マス、…のように、2 マスずつ下、右、上、右の順をくり返ししながら進んでいくものとする。図2は 12 までの番号が書き込まれたものである。

図1

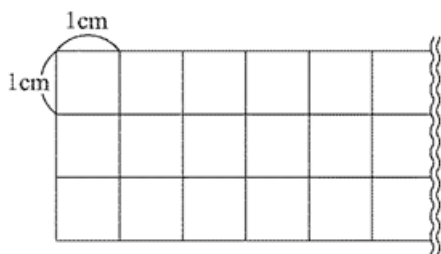


図2

	1列	2列	3列	4列	5列	6列
1行	1		7	8	9	
2行	2		6		10	
3行	3	4	5		11	12

また、マス目の位置を表すため、図2のように、表のマス目を上から順に 1 行、2 行、3 行とし、左から順に 1 列、2 列、3 列、4 列、…として、上から□行目、左から△列目にあるマス目の位置を[□行、△列]と表すことにした。例えば、「11」のマス目の位置は、[3 行、5 列]と表される。

次の問1、問2に答えなさい。

(千葉県 2014 年度 前期)

問1 下の説明は、ある番号のマス目の位置について述べたものである。〔ア〕～〔ク〕に入る数を書きなさい。

説明

図2の表に続きを書き込んでいき、各番号のマス目の位置が何行目になるか書き出してみると、次のようになります。

番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	…
行	1	2	3	3	3	2	1	1	1	2	3	3	3	2	1	1	1	…

行の欄に書かれた数は、左端から〔ア〕個を一つのまとまりとしてくり返されています。これらのまとまりを図2の表で考えると、「1」から数えて、〔ア〕個の番号が書かれたマス目のまとまりごとに、列は〔イ〕列分必要となります。

このことをもとにして「19」のマス目の位置を考えると、

$$19 = \text{〔ア〕} \times \text{〔ウ〕} + \text{〔エ〕}$$

と表せるので、

「19」は、[1 行、〔イ〕 × 〔ウ〕 列]から、〔エ〕マス進めた位置になります。

よって、

「19」のマス目の位置は、[〔オ〕 行、〔カ〕 列]です。

同じように考えると、

「2014」のマス目の位置は、[〔キ〕 行、〔ク〕 列]です。

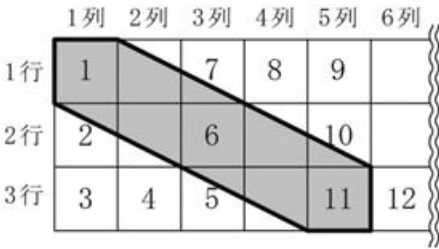
問2 番号が書き込まれた表に、下の色の塗り方に従って色を塗る。を読み、あとの問いに答えなさい。

色の塗り方

1 辺の長さが 1 cm の正方形のカードを、ある番号が書かれたマス目に重なるように置き、このカードを別の番号が書かれたマス目に平行移動させ、カードが通過した部分に色を塗る。

例えば、「1」のマス目に置いたカードを「11」のマス目に平行移動させ、カードが通過した部分に色を塗ると図3の灰色の図形になる。

図3



1 辺の長さが 1 cm の正方形のカードを、「33」の番号が書かれたマス目に重なるように置く。このカードを「43」のマス目に平行移動させ、さらに「47」のマス目に平行移動させて、カードが通過した部分に色を塗る。
このとき、色を塗ってできる図形の面積を求めなさい。

解答欄

問1	(ア)		(イ)	
	(ウ)		(エ)	
	(オ)		(カ)	
	(キ)		(ク)	
問2	cm²			

解答

問1

(ア) 8

(イ) 4

(ウ) 2

(エ) 3

(オ) 3

(カ) 9

(キ) 2

(ク) 1007

問2 $\frac{65}{6} \text{ cm}^2$

解説

問1

行は 1, 2, 3, 3, 3, 2, 1, 1 をくり返しているので左端から 8 個を 1 つのまとまりとしている。

列については番号の 1 から 8 までは 4 列必要になっている。

$19 \div 8 = 2$ あまり 3 より $19 = 8 \times 2 + 3$

よって「19」は 8×2 の「16」の位置から 3 マス進めた位置になる。

よって「19」の行は 3 と同じ 3 行

列は $4 \times 2 + 1 = 9$ 列より [3 行, 9 列]

$2014 \div 8 = 251$ あまり 6 より

$2014 = 8 \times 251 + 6$ より

2014 の行は 6 と同じ 2 行

列は $4 \times 251 + 3 = 1007$ 列

よってその位置は [2 行, 1007 列]

問2

$33 = 8 \times 4 + 1$ よりその位置は [1 行, 17 列]

$43 = 8 \times 5 + 3$ よりその位置は [3 行, 21 列]

$47 = 8 \times 5 + 7$ よりその位置は [1 行, 23 列]

33 から 43 に移動し 43 から 47 に移動するときに

43 の上部にできる色が塗られていない部分の三角形において

平行線と線分の比を活用して

底辺を 5 cm の辺とみるとその高さは $\frac{5}{6} \times 2 = \frac{5}{3} \text{ cm}$

よって正方形が移動してできる面積は縦が 3 cm, 横が 7 cm の長方形から

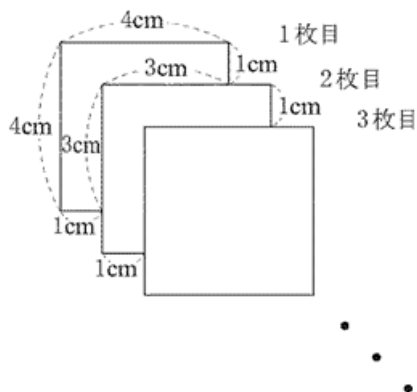
白い部分の三角形 3 つの面積をひいて

$$3 \times 7 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{3} = \frac{65}{6} \text{ cm}^2$$

【問 3】

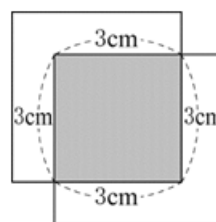
1 辺が 4cm の正方形の紙がたくさんある。これを1枚ずつ、紙の一部を重ねて並べる。まず1枚目の紙を置く。その紙の上に、下の図1のように、2 枚目の紙を右と下に 1cm ずつずらして、3cm×3cm の正方形の重なりができるように置く。3 枚目以降の紙は、それぞれの直前に置いた紙に対して、同じようにずらして上に置いていく。

図1



このように紙を並べたものを透かして見ると、紙が重なっている部分と紙の重なりがない部分に分けられる。

例えば、紙を 2 枚並べたときは、図2のように紙が 2 枚重なっている灰色の部分と紙の重なりがない部分に分けられる。



紙を 4 枚以上並べたときには、紙の重なりがない部分、紙が 2 枚重なっている部分、3 枚重なっている部分、4 枚重なっている部分に分けられる。

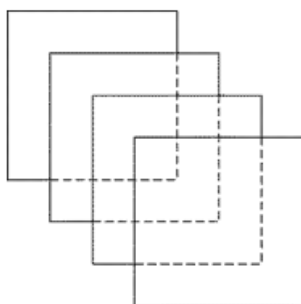
このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(千葉県 2014 年度 後期)

問1 紙を 4 枚並べたものを透かして見たとき、紙が 4 枚重なっている部分の面積を求めなさい。

なお、図3は、紙を 4 枚並べた図において、紙が重なって見えない辺を点線で表したものである。

図3



問2 次の説明は、紙を並べたものを透かして見たとき、紙の重なりがない部分の面積について述べたものである。(ア) ～ (エ) にあてはまる数または式を書きなさい。

説明

紙を2枚並べたとき、重なりがない部分の面積は、

1枚目の紙、2枚目の紙にそれぞれ (ア) cm^2 となる。

これに3枚目の紙を置くと、重なりがない部分の面積は、

1枚目の紙、3枚目の紙がそれぞれ (イ) cm^2 で、

2枚目の紙が (ウ) cm^2 となる。

さらに紙が4枚のとき、5枚のとき、…と考えていくと、 n 枚並べたときの重なりがない部分の面積の合計を、 n を用いて表すことができる。(ただし、 n は2以上の整数)

これを最も簡単な式で表すと、

(エ) となる。

問3 紙を何枚か並べたものを透かして見たとき、紙が2枚重なっている部分の面積の合計が 34 cm^2 となった。このとき、並べた紙の枚数を求めなさい。

解答欄

問1	cm^2	
問2	(ア)	
	(イ)	
	(ウ)	
	(エ)	
問3	枚	

解答

問1 1 cm^2

問2

(ア) 7

(イ) 7

(ウ) 2

(エ) $2n+10$

問3 15 枚

解説

問1

4 枚重なった部分は 1 辺が 1 cm の正方形だからその面積は $1\times 1=1\text{ cm}^2$

問2

紙を 2 枚並べたとき重なりのない部分は $4\times 4-3\times 3=16-9=7\text{ cm}^2$

これに 3 枚目の紙を置くと重なりがない部分の面積は

1 枚目の紙, 3 枚目の紙がそれぞれ 7 cm^2 で 2 枚目の紙が $1\times 1\times 2=2\text{ cm}^2$ となる。

さらに n 枚並べたときの重なりがない部分の面積の合計は

$$7\times 2+2\times (n-2)$$

$=2n+10\text{ cm}^2$ と表せる。

問3

紙を n 枚並べたとき 2 枚重なっている部分の面積の合計は

$(3\times 3-2\times 2)\times 2+1\times 1\times 2\times (n-3)=2n+4\text{ cm}^2$ と表せる。

合計が 34 cm^2 のとき

$$2n+4=34$$

$$2n=30$$

$$n=15$$

よって 15 枚

【問 4】

下の図1は、6つの面に1から6までの整数が書かれた立方体であり、向かい合った面に書かれた数の和は7である。図2は、縦 n ます、横 n ますのコースである。ただし、 n は2以上の整数とする。

図1の立方体を図2のスタート地点 **A** に置き、矢印 $\downarrow$ の向きに立方体を転がして隣のます目に移す操作をくり返し、地点 **B** まで移動させる。さらに、地点 **B** からは、矢印 $\rightarrow$ の向きに立方体を転がして隣のます目に移す操作をくり返し、地点 **C** まで移動させる。図3は、立方体をスタート地点 **A** に置くときの置き方と、1回だけ転がしたときの状態を表したものである。

最初に、スタート地点 **A** には 1 を記録し、立方体を転がすたびに、立方体の上面の数を、ます目に記録していく。 $n=3$ のときは、図4のように記録される。

図1

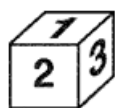


図2

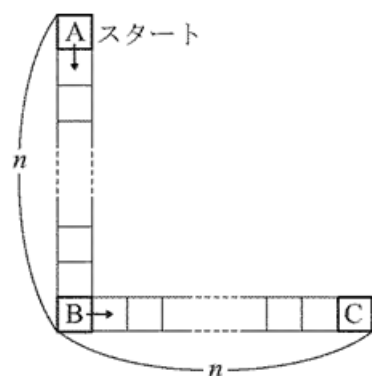


図3

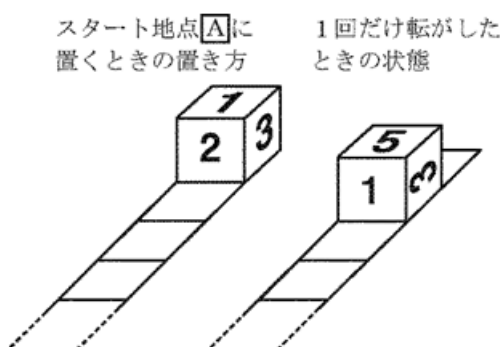


図4

1
5
6

4
1

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(新潟県 2014 年度)

問1 次の(1), (2)について、すべてのます目の空欄に当てはまる数を、それぞれ解答用紙に書きなさい。

(1) $n=4$ のとき

1
5

4

(2) $n=5$ のとき

1
5

4

問2 地点 **C** に 4 が記録されたとき、地点 **B** に記録された数を答えなさい。

問3 $n=55$ のとき、コースのすべてのます目に記録された数の和を求めなさい。

解答欄

問1	(1)	<table><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>4</td><td></td><td></td></tr></table>	1				5									4			(2)	<table><tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>4</td><td></td><td></td></tr></table>	1				5													4		
1																																								
5																																								
	4																																							
1																																								
5																																								
	4																																							
問2																																								
問3	[求め方]																																							
	答																																							

解答

問1

(1)

1			
5			
6			
2	4	5	3

(2)

1				
5				
6				
2				
1	4	6	3	1

問2 5

問3

〔求め方〕

$55 \div 4 = 13$ 余り 3 より

A から B へは $(1+5+6+2) \times 13 + 1+5+6 = 194$

B から C へは $(6+4+1+3) \times 13 + 6+4+1 = 193$

よって求める和は

$194 + 193 - 6 = 381$

答 381

解説

問1

(1)

A から B に 1, 5, 6, 2

B から C に 2, 4, 5, 3

(2)

A から B に 1, 5, 6, 2, 1

B から C に 1, 4, 6, 3, 1

問2

A から B には 1, 5, 6, 2 をくり返す。

B から C には

B が 1 のとき 1, 4, 6, 3 を

B が 5 のとき 5, 4, 2, 3 を

B が 6 のとき 6, 4, 1, 3 を

B が 2 のとき 2, 4, 5, 3 をくり返す。

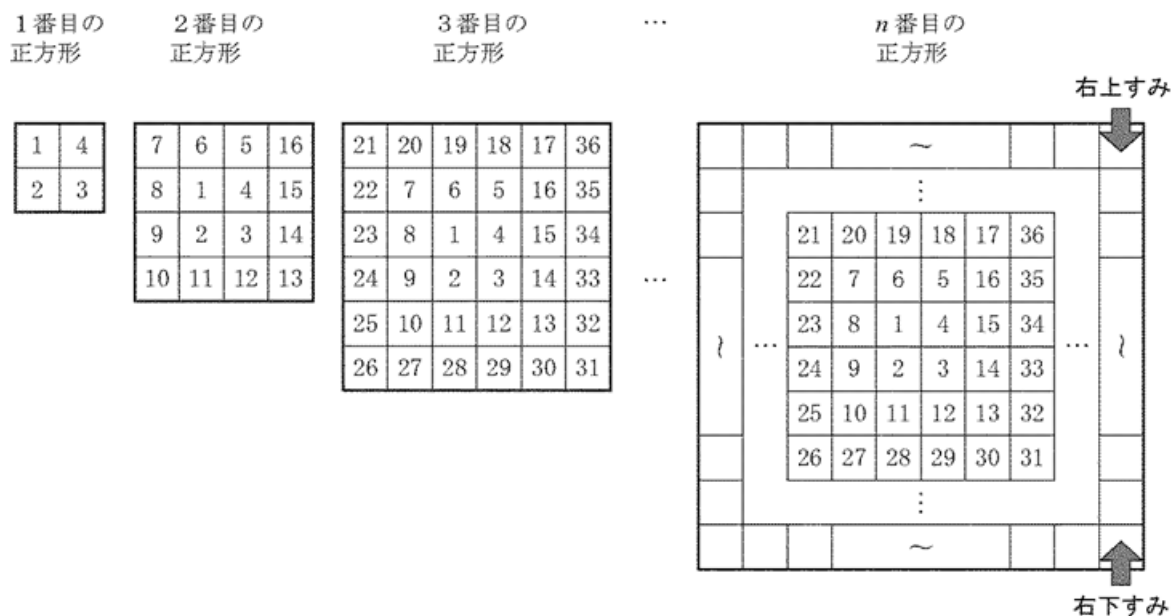
よって B から C に 4 は B のとなりから 4 つおきに出てくるので

地点 C が 4 になるとき $n = 4 \times (\text{自然数}) - 2$

このとき A から B へは $n = 4 \times (\text{自然数}) - 2$ のとき B には 5 がくる。

【問 5】

下の図のように、ある規則にしたがって自然数が1から順に1つずつ書かれた正方形のタイルをいくつか使って、1 番目、2 番目、3 番目と正方形を作っていく。



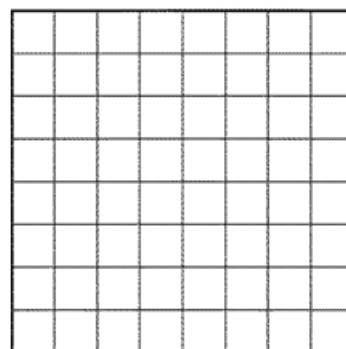
次の問いに答えなさい。

(富山県 2014 年度)

問1 右の図の「4 番目の正方形」において、「50」と書かれたタイルはどれか。

適当なタイルに○をつけなさい。

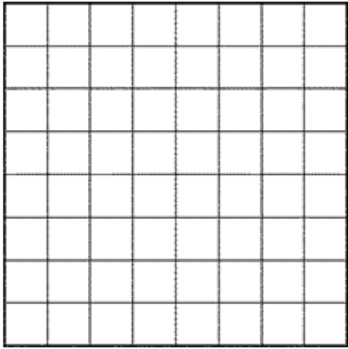
4 番目の
正方形



問2 n 番目の正方形の右上すみの位置にくる数字を n を用いて表しなさい。

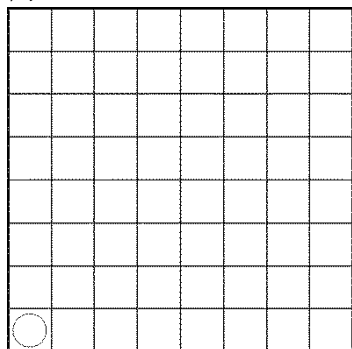
問3 15 番目の正方形の右下すみの位置にくる数字を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1



問2 $4n^2$

問3 871

解説

問1

$50 - 36 = 14$ より

36 の真上から 37, 38, 39…と反時計回りに進むと 50 は左下すみになる。

問2

n 番目の図形について右上すみの数は $(2n)^2 = 4n^2$

問3

15 番目の正方形において

右上すみの数は $4 \times 15^2 = 900$

右すみの 1 列には $2 \times 15 = 30$ マスあるから

右下すみの数は $900 - 30 + 1 = 871$

【問 6】

右の図のように、赤、青、黄、緑、白の 5 色の色紙をこの順に、1 行目の A 列から D 列へ 4 枚、2 行目の A 列から D 列へ 4 枚、…とはっていく。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(石川県 2014 年度)

問1 6 行目の C 列にはった色紙は何色か、答えなさい。

	A 列	B 列	C 列	D 列
1 行目	赤	青	黄	緑
2 行目	白	赤	青	黄
3 行目	緑	白	赤	青
4 行目	黄	----->		
	----->			

問2 D 列にはった青色の色紙が n 枚になったところではり終えた。このとき、1 行目の A 列からはった色紙すべての枚数を n を用いた式で表しなさい。また、その考え方を説明しなさい。説明においては、図や表、式などを用いてよい。ただし、 n は自然数とする。

解答欄

問1	
問2	〔 n を用いた式〕 枚
	〔説明〕

解答

問1 黄色

問2

〔 n を用いた式〕 $(20n-8)$ 枚

〔説明〕

D 列では青色の色紙は 3 行目に初めてはられその後 5 行ごとにはられる。

枚数	1	2	3	...
行目	3	8	13	...

表より D 列の n 枚目の青色の色紙は

$3+5(n-1)=5n-2$ 行目

よってはられた色紙すべての枚数は

$4 \times (5n-2)=20n-8$ 枚

解説

問1

6 行目の C 列までに必要な紙の枚数は $4 \times 5 + 3 = 23$ 枚

$23 \div 5 = 4$ あまり 3 より黄色

【問 7】

桃子さんと健太さんは、図1のように、1 から順に自然数を 1 つずつ書いた同じ大きさの正方形のカードを、1 列に 3 枚ずつ規則的に並べ、数の間にある関係を調べた。

図1

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目	・	・	・
1 行目	1	4	7	10	13	16	19	・	・	・
2 行目	2	5	8	11	14	17	20	・	・	・
3 行目	3	6	9	12	15	18	21	・	・	・

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(山梨県 2014 年度)

問1 桃子さんは、図1の 1 列目の 1, 2, 3 のように、各列の縦に並んだ 3 つの数の和を調べて気づいたことを、次のように説明した。

【桃子さんの説明】

x 列目の縦に並んだ 3 つの数の和を y とすると、下の表のようになります。

この表から、 x の値が 1 ずつ増えると、対応する y の値は (ア) ずつ増えるので、例えば、 x の値が 10 のとき、 y の値は (イ) になることがわかります。

x	1	2	3	4	5	6	7	・	・	・
y	6	15	24	33	42	51	60	・	・	・

このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。

(1) 【桃子さんの説明】が正しくなるように、(ア)、(イ) に当てはまる数を求めなさい。

(2) y の値を、 x を使った式で表しなさい。

問2 健太さんは、図1から図2のように、となり合う縦 2 つ横 2 つのカードに書かれた 4 つの数を取り出し、図3のように、4 つの数を a, b, c, d として、数の間にある関係を調べた。

このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。

図2

1	4
2	5

図3

a	c
b	d

(1) $bc - ad$ の値は、つねに 3 であることを、 b, c, d をそれぞれ a を使った式で表して説明しなさい。

(2) $a + b + c + d$ の値が 240 になるとき、 a は何列目の何行目にあるか答えなさい。

解答欄

問1	(1)	ア	
		イ	
	(2)	$y=$	
問2	(1)	〔説明〕	
	(2)	列目の	行目

解答

問1

(1)

ア 9

イ 87

(2) $y=9x-3$

問2

(1)

〔説明〕

b は a よりつねに 1 大きいから $b=a+1$

c は a よりつねに 3 大きいから $c=a+3$

d は a よりつねに 4 大きいから $d=a+4$

とそれぞれを表すことができる。

これらを利用すると

$bc-ad$ の値は

$bc-ad$

$$=(a+1)(a+3)-a(a+4)$$

$$=a^2+4a+3-a^2-4a$$

$$=3$$

したがって

$bc-ad$ の値はつねに 3 である。

(2) 20 列目の 1 行目

解説

問1

(1)

x の値が 1 ずつ増えると y の値は $3 \times 3 = 9$ ずつ増える。ア
たとえば x の値が 10 のとき y の値は $6 + 9 \times (10 - 1) = 87$ イ

(2)

$$y=6+9(x-1)$$

整理して

$$y=9x-3$$

問2

(1)

$b=a+1$, $c=a+3$, $d=a+4$ と表せるので

$$bc-ad=(a+1)(a+3)-a(a+4)=3$$

(2)

$$a+b+c+d=a+a+1+a+3+a+4=4a+8$$

$$4a+8=240$$

$$4a=232$$

$$a=58$$

$$58 \div 3 = 19 \text{ あまり } 1 \text{ より}$$

20 列目の 1 行目

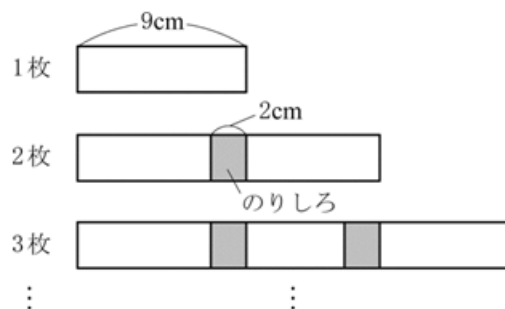
【問 8】

図1のように、横の長さが 9 cm の長方形の紙を、のりしろの幅が 2 cm となるようにつないで横に長い長方形を作っていく。

このとき、紙を n 枚使ってできる長方形の横の長さを、 n を用いて表しなさい。

(静岡県 2014 年度)

図1



解答欄

cm

解答

$7n + 2$ cm

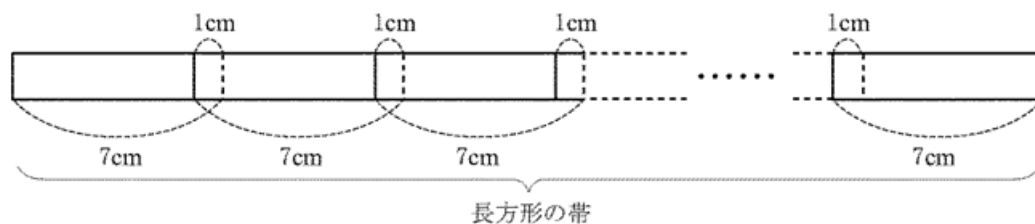
解説

横の長さは $9n - 2(n - 1) = 7n + 2$ cm

【問 9】

次の図のように、横の長さが 7 cm の長方形の紙を、端を 1 cm ずつ重ねながらつないで長方形の帯を作る。このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2014 年度)



(1) 長方形の紙を 5 枚つないだとき、長方形の帯の横の長さを求めなさい。

(2) 長方形の帯の横の長さが 85 cm になったとき、長方形の紙の枚数を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	枚

解答

(1) 31 cm

(2) 14 枚

解説

(1)

$$7 \times 5 - 1 \times 4 = 35 - 4 = 31 \text{ cm}$$

(2)

n 枚の紙を横につないだときの横の長さは

$$7n - (n - 1) = 6n + 1 \text{ cm}$$

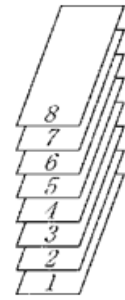
$$6n + 1 = 85$$

$$6n = 84$$

$$n = 14 \text{ 枚}$$

【問 10】

右の図のように、1 から 8 までの数が 1 枚に 1 つずつ書かれた 8 枚のカードがあり、下から小さい数の順に積み重ねられている。右の図のように、8 枚のカードが積み重ねられた状態を「もとの状態」とする。



積み重ねられた 8 枚のカードについて、次の＜操作＞を行う。

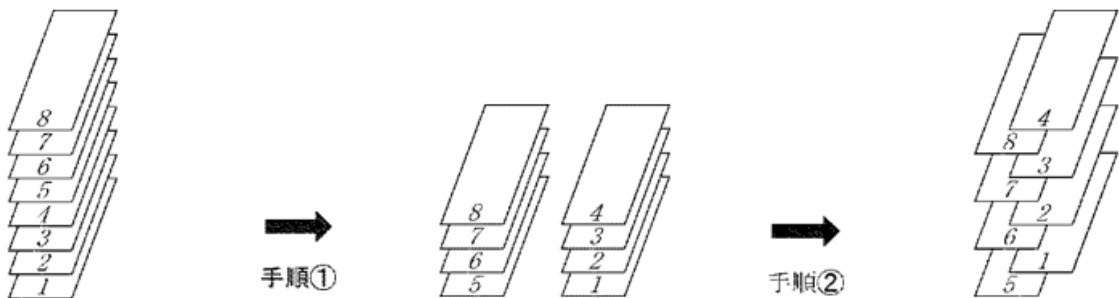
＜操作＞

手順① 積み重ねられた 8 枚のカードを、その上下の順を変えずに上側 4 枚と下側 4 枚に分ける。

手順② 上側 4 枚の一番下のカードが、8 枚のカードの一番下となるように、上側 4 枚のカードと下側 4 枚のカードを、それぞれの下から順に 1 枚ずつ交互に積み重ねる。

次の(例)は、「もとの状態」の 8 枚のカードについて、＜操作＞を 1 回行った時の様子を示したものである。

(例)



このとき、次の問い問1～問3に答えよ。

(京都府 2014 年度 前期)

問1 「もとの状態」の 8 枚のカードについて、＜操作＞を 2 回続けて行った結果、1 の数が書かれているカードと 2 の数が書かれているカードは、それぞれ下から何番目となるか求めよ。

問2 「もとの状態」の 8 枚のカードについて、＜操作＞を n 回続けて行う。ただし、 n は 10 以下の自然数とする。

＜操作＞を n 回続けて行った結果、1 の数が書かれているカードが下から 8 番目となる n の値はどれか、次の(ア)～(コ)からすべて選べ。

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| (ア) 1 | (イ) 2 | (ウ) 3 | (エ) 4 | (オ) 5 |
| (カ) 6 | (キ) 7 | (ク) 8 | (ケ) 9 | (コ) 10 |

問3 「もとの状態」の 8 枚のカードについて、＜操作＞を 2014 回続けて行った結果、積み重ねられた 8 枚のカードに書かれている数を下から順に答えよ。

解答欄

問1	1 の数が書かれているカード	下から	番目
	2 の数が書かれているカード	下から	番目
問2	ア イ ウ エ オ カ キ ク ケ コ		
問3	下 ()→()→()→()→()→()→()→() 上		

解答

問1

1 の数が書かれているカード 下から 4 番目

2 の数が書かれているカード 下から 8 番目

問2 ウ ケ

問3 下 (4)→(8)→(3)→(7)→(2)→(6)→(1)→(5) 上

解説

問1

2 回操作を行ったときのカードは下から 7, 5, 3, 1, 8, 6, 4, 2 である。

よって 1 は下から 4 番目, 2 は下から 8 番目

問2

はじめに 1 が下から 8 番目にくるのは 3 回目で

その後 6 回ごとに繰り返すので

次は 9 番目

よって $n=3$, 9 より選択肢はウとケ

問3

$2014 \div 6 = 335$ あまり 4 より

$n=4$ のときと同じ状態なので

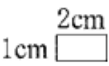
カードは下から 4, 8, 3, 7, 2, 6, 1, 5 となる

【問 11】

右の図1のような縦 1 cm, 横 2 cm の長方形を, 次の図2のようにすき間なく規則的に並べて, 1 番目の図形, 2 番目の図形, 3 番目の図形, …とする。

次に, 下の図3のように, それぞれの図形の周の長さや面積について調べる。
このとき, 下の問1・問2に答えよ。

図1



(京都府 2014 年度 中期)

図2

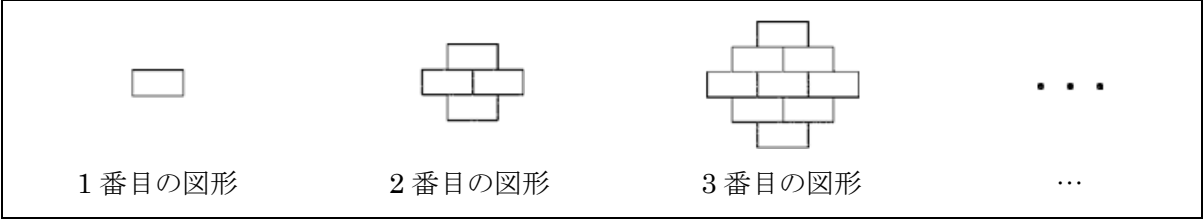


図3

1 番目の図形

2 番目の図形

例えば, 左のように, 1 番目の図形については周の長さは 6 cm, 面積は 2 cm^2 であり, 2 番目の図形については周の長さは 14 cm, 面積は 8 cm^2 である。

問1 5 番目の図形について, 周の長さや面積をそれぞれ求めよ。

問2 周の長さが 166 cm となるのは何番目の図形か求めよ。また, その図形の面積を求めよ。

解答欄

問1	周の長さ	cm
	面積	cm^2
問2	番目の図形	
	面積	cm^2

解答

問1

周の長さ 38 cm

面積 50 cm^2

問2

21 番目の図形

面積 882 cm^2

解説

問1

5 番目の周の長さは $(1+2+2+2+2) \times 2 + 5 \times 2 \times 2 = 38 \text{ cm}$

面積は $(5+4 \times 2+3 \times 2+2 \times 2+1 \times 2) \times 2 = 50 \text{ cm}^2$

問2

n 番目の図形の周の長さは $(2n-1) \times 2 + n \times 2 \times 2 = 4n-2+4n=8n-2 \text{ cm}$

周の長さが 166 cm より

$$8n-2=166$$

$$8n=168$$

$$n=21 \text{ 番目}$$

$$\text{面積は } (21+20 \times 2+19 \times 2+\cdots+1 \times 2) \times 2$$

$$=\{21+(20+19+18+\cdots+3+2+1) \times 2\} \times 2$$

$$=(21+21 \times 10 \times 2) \times 2$$

$$=882 \text{ cm}^2$$

【問 12】

図1のように、自然数が1から順番に連続して3個ずつ並んでいる。ここで、各段の左端の数と右端の数の積に1を加えた数を求め、表1を作った。

図1

1	2	3	←1段目
4	5	6	←2段目
7	8	9	←3段目
⋮	⋮	⋮	

(島根県 2014 年度)

下の(1), (2)に答えなさい。

表1

段	1 段目	2 段目	3 段目	4 段目	5 段目	⋯
左端の数と右端の数の積に1を加えた数	4	25	64	⋯	ア	⋯

(1) 表1の中の に入る数を答えなさい。

(2) 表1から、次のように予想できる。

[予想]各段の左端の数と右端の数の積に1を加えた数は、中央の数を した数と等しい。

次の①, ②に答えなさい。

① をうめて、予想を完成させなさい。

② この予想が正しいことを、解答欄の記述にしたがって説明しなさい。そのとき、解答欄の には、あてはまる式を書き入れること。

解答欄

(1)		
(2)	①	
	②	n 段目の右端の数を n を使って表すと, となる。このことから n 段目の左端の数は, となる。 したがって,

解答

(1) 196

(2)

① 2 乗

②

n 段目の右端の数を n を使って表すと, $3n$ となる。

このことから n 段目の左端の数は, $3n-2$ となる。

したがって

n 段目の左端の数と右端の数の積に 1 を加えた数は

$$(3n-2) \times 3n + 1$$

$$= 9n^2 - 6n + 1$$

$$= (3n-1)^2$$

となる。

ここで $(3n-1)^2$ は n 段目の中央の数を 2 乗したものであるので予想は正しい。

解説

(1)

5 段目の右端の数は $3 \times 5 = 15$

左端の数は $15 - 2 = 13$

よってアにあてはまる数は $15 \times 13 + 1 = 196$

(2)

①

$4 = 2^2$, $25 = 5^2$, $64 = 8^2 \dots$ より

各段の左端の数と右端の数の積に 1 を加えた数は中央の数を 2 乗した数と等しい。

よってイにあてはまる言葉は 2 乗

②

n 段目の右端の数は $3n$, 左端の数は $3n-2$ より

n 段目の左端の数と右端の数の積に 1 を加えた数は

$$(3n-2) \times 3n + 1 = 9n^2 - 6n + 1 = (3n-1)^2$$

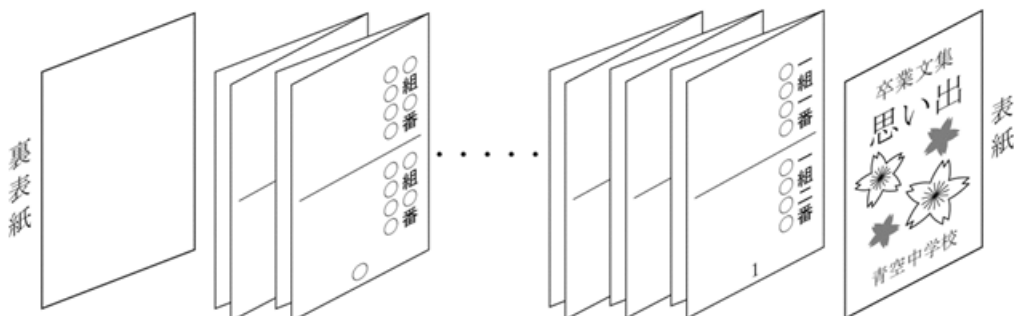
よって中央の数 $3n-1$ の 2 乗と等しくなることを示す。

【問 13】

弥生さんの中学校では、卒業文集をつくることになった。1枚の用紙には、表に4人、裏に4人の計8人分のメッセージを印刷する。図1のように、用紙を真ん中で2つに折り、表紙と裏表紙をつけて、学年全員分のメッセージを1冊の冊子にまとめることにした。この中学校は、1組から3組までの3クラスあり、どのクラスの生徒数も32人である。問1～問3に答えなさい。

(徳島県 2014 年度)

図1



問1 1冊の冊子をつくるには、何枚の用紙が必要となるか、求めなさい。ただし、表紙と裏表紙は、含まないものとする。

問2 図2のように、1枚目は、1ページに1組の出席番号1番と2番、2ページに1組の3番と4番、3ページに1組の5番と6番、4ページに1組の7番と8番の生徒のメッセージを載せることにした。2枚目以降も1枚目と同様にして、最後のページに3組の31番と32番の生徒のメッセージが載るようにクラス順、出席番号順とした。弥生さんは、2組の23番の生徒である。(1)～(3)に答えなさい。ただし、表紙と裏表紙は、含まないものとする。

図2

表		裏	
1枚目	一組一～四番	一組一～四番	一組一～四番
	一組五～八番	一組五～八番	一組五～八番
	二組一～四番	二組一～四番	二組一～四番
	二組五～八番	二組五～八番	二組五～八番
	1	4	3
			2

(1) 弥生さんのメッセージは、何枚目の用紙に載ることになるか、求めなさい。

(2) n 枚目の表と裏のページ番号の合計を、 n を用いて表しなさい。

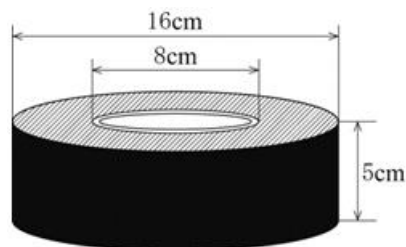
(3) 弥生さんのメッセージは、何ページに載ることになるか、求めなさい。また、上段と下段のどちらに載ることになるか、書きなさい。

問3 図3のように、製本テープを使って、卒業文集を製本することにした。新しい製本テープは、幅 5 cm、長さ 50 m で、一定の厚さのテープが、図4のように、円柱の形をした芯^{しん}にすき間なく巻かれている。斜線部分を底面とすると、底面の内側の円の直径は、8 cm で、外側の円の直径は、16 cm であった。(1)・(2)に答えなさい。ただし、芯の厚みは考えないものとし、巻いてある製本テープの長さは底面積に比例する。

図3



図4



- (1) 以前に使った残りの製本テープがあったので、それを使うことにした。この製本テープは、斜線部分の外側の円の直径が、12 cm であった。1 冊を製本するのに、製本テープが 30 cm 必要だとすると、卒業文集は何冊つくることができるか、求めなさい。

- (2) 円柱の形をした芯を、図5のように、点 A から点 B までの線で切って開くと、図

図5

6のように、 $\angle ABB' = 30^\circ$ の平行四辺形 $ABB'A'$ になった。点 A と A'、点 B と B' はそれぞれ重なっていた点である。辺 AA' と BB' が重なるように丸めたところ、図7のような別の円柱ができた。この円柱の高さを求めなさい。ただし、円周率は π とする。

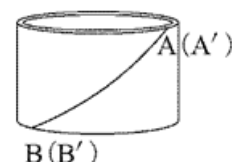


図6

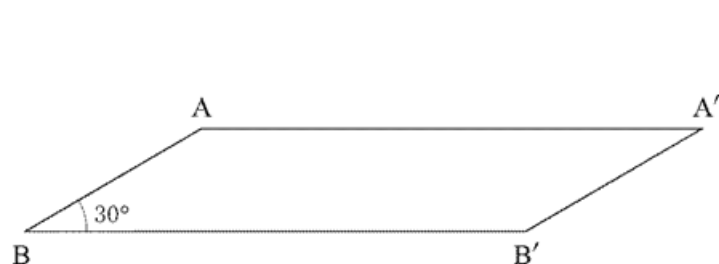
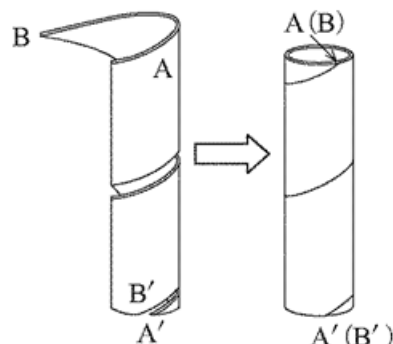


図7



解答欄

問1	枚	
問2	(1)	枚目
	(2)	
	(3)	ページ 段
問3	(1)	冊
	(2)	cm

解答

問1 12 枚

問2

(1) 7 枚目

(2) $16n-6$

(3) 28 ページ 上段

問3

(1) 69 冊

(2) 4π cm

解説

問1

必要な紙の枚数は $32 \times 3 \div 8 = 12$ 枚

問2

(1)

弥生さんは $32 + 23 = 55$ 番目に載る。 $55 \div 8 = 6$ あまり 7 より $6 + 1 = 7$ 枚目の用紙に載る。

(2)

n 枚目のページの番号は $4n-3, 4n-2, 4n-1, 4n$ なのでその和は $16n-6$

(3)

$55 \div 8 = 6$ あまり 7 より 7 枚目の 7 番目に載るから 7 枚目の紙の 4 ページのうち 4 ページ目の上段になる。

よってページ数は $6 \times 4 + 4 = 28$ ページで上段

問3

(1)

50 m の長さに対応するテープの斜線部分の面積は $64\pi - 16\pi = 48\pi$ cm²

残っているテープの斜線部分の面積は $36\pi - 16\pi = 20\pi$ cm² より

その長さを x m とすると $x:20\pi = 50:48\pi$

$$x = \frac{125}{6} \text{ m} = \frac{6250}{3} \text{ cm}$$

よって製本できる数は $\frac{6250}{3} \div 30 = 69 \frac{4}{9}$ より 69 冊

(2)

図6で A から A' B' に垂線をひき交点を H とすると求める高さは AH の長さになる。

$$\angle AA'H = 30^\circ \text{ より } AH = \frac{1}{2} AA' = \frac{1}{2} \times 8\pi = 4\pi \text{ cm}$$

【問 14】

下の図1のような、直角をはさむ 2 辺の長さが 6 cm の直角二等辺三角形があり、この三角形を下図2のように、辺を x cm ずつ重ねてつないだときにできる図形（図2の太線で囲まれた部分）について考える。ただし、 $0 < x < 3$ とする。

例えば、 $x=2$ として、2 個の三角形を重ねてつないだときにできる図形は、下の図3の太線で囲まれた部分である。

図1

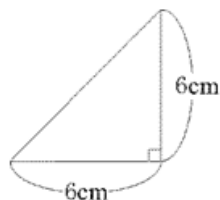


図2

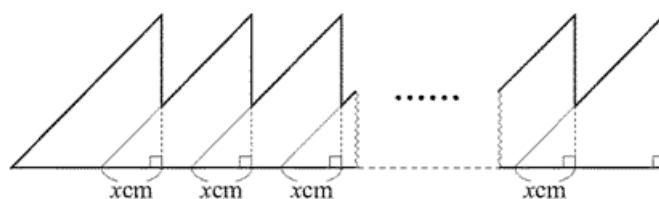
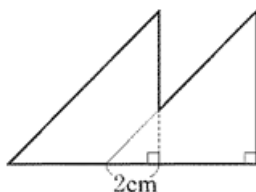


図3



このとき、次の問いに答えなさい。

（愛媛県 2014 年度）

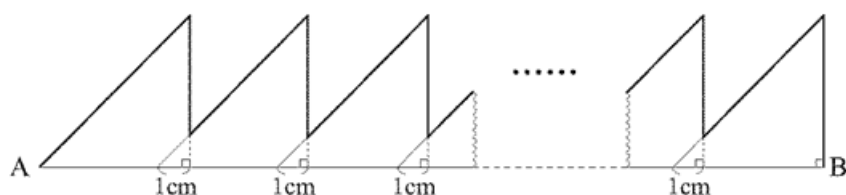
問1 下の図3の太線で囲まれた図形の面積を求めよ。

問2 $x=2$ として、 n 個の三角形を重ねてつないだときにできる図形の面積を n を使って表せ。

問3 10 個の三角形を重ねてつないだとき、できる図形の面積が 148 cm^2 となるような x の値を求めよ。

問4 下の図4のように、 $x=1$ として、10 個の三角形を重ねてつないだときにできる図形の両端の 2 つの頂点をそれぞれ A、B とする。このとき、図4の太線で示した折れ線の部分の長さは、線分 AB の長さより何 cm 長いか求めよ。

図4



解答欄

問1	cm^2
問2	cm^2
問3	$x=$
問4	cm

解答

問1 34 cm^2

問2 $16n + 2 \text{ cm}^2$

問3 $x = \frac{8}{3}$

問4 $51\sqrt{2} \text{ cm}$

解説

問1

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 36 - 2 = 34 \text{ cm}^2$$

問2

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times n - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times (n-1) = 18n - 2n + 2 = 16n + 2 \text{ cm}^2$$

問3

$x \text{ cm}$ ずつ 10 個重ねてできる図形の面積が 148 cm^2 より

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 10 - \frac{1}{2} \times x \times x \times 9 = 148$$

整理して

$$180 - \frac{9}{2}x^2 = 148$$

$$-\frac{9}{2}x^2 = -32$$

$$x^2 = \frac{64}{9}$$

$x > 0$ より

$$x = \frac{8}{3}$$

問4

$$AB = 6 \times 10 - 1 \times 9 = 51 \text{ cm}$$

等しい 2 辺が 6 cm の直角三角形の斜辺は $6\sqrt{2} \text{ cm}$

等しい 2 辺が 1 cm の直角三角形の斜辺は $\sqrt{2} \text{ cm}$ だから

折れ線部分の長さは

$$(6\sqrt{2} + 6 - 1) + (6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 6 - 1) \times 8 + (6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 6) = 51\sqrt{2} + 51 \text{ cm}$$

$$\text{よって } 51\sqrt{2} + 51 - 51 = 51\sqrt{2} \text{ cm}$$

【問 15】

次の問題について考えている A さんと B さんの会話文を読んで、あとの(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2014 年度 特色)

問題

$3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8 + 3^9 + 3^{10}$ の一の位の数求めよう。

A さん: まず, それぞれの項について計算し, 一の位の数調べて, 表にまとめて考えよう。

$3^2 = 3 \times 3 = 9$ だから, 3^2 の一の位は 9 だよ。

$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ だから, 3^3 の一の位は 7 だよ。

B さん: $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$ だけど, 計算が大変だね。

A さん: それなら, $3^3 = 27$ であることを利用しよう。この方法はどうかな。

また, 3^5 も, この方法を使って計算してみるよ。

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$		$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$	
$= (3 \times 3 \times 3) \times 3$		$= (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times 3$	
$= 3^3 \times 3$	27	$= 3^4 \times 3$	81
$= 27 \times 3$	$\times 3$	$= 81 \times 3$	$\times 3$
$= 81$		$= 243$	
	81		243

B さん: なるほど, いい方法だね。

表

調べた項	3	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	3^8	3^9	3^{10}
計算結果	3	9	27	81	243	a				
一の位の数	3	9	7				b	c		

(1) 表の中の a～c にあてはまる数を求めなさい。

(2) $3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$ の一の位の数求めなさい。

(3) $3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8 + 3^9 + 3^{10}$ の一の位の数求めなさい。

解答欄

(1)	a	
	b	
	c	
(2)		
(3)		

解答

(1)

a 729

b 7

c 1

(2) 0

(3) 2

解説

(1)

$a = 243 \times 3 = 729$

$9 \times 3 = 27$ より

$b = 7$

$7 \times 3 = 21$ より

$c = 1$

(2)

$3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6$ の一の位の数をつすと $7 + 1 + 3 + 9 = 20$ より和の一の位の数 は 0

(3)

一の位の数 は 3, 9 の後 7, 1, 3, 9 をくり返すので

$3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + 3^6 + 3^7 + 3^8 + 3^9 + 3^{10}$ の一の位の数 は

$3 + 9 + 0 + 0 = 12$ より 2

【問 16】

下の表のように、ある規則に従って、自然数を並べていく。

表							
1 列目	1						
2 列目	4	3	2				
3 列目	9	8	7	6	5		
4 列目	16	15	14	13	12	11	10
⋮				⋮			

このとき、(1)～(4)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2014 年度 一般)

(1) 5 列目に並んでいる数は全部で何個あるか、求めなさい。

(2) 6 列目の左端の数を求めなさい。

(3) 8 列目で左から 7 番目の数を求めなさい。

(4) 140 は何列目で左から何番目の数か、求めなさい。

解答欄

(1)	個
(2)	
(3)	
(4)	列目
	番目

解答

(1) 9 個

(2) 36

(3) 58

(4)

12 列目

5 番目

解説

(1)

5 列目に並んでいる数は $1+2+2+2+2=9$ 個

(2)

6 列目の左端の数は $6^2=36$

(3)

8 列目の左端の数は $8^2=64$

7 番目の数は $64-7+1=58$

(4)

$11^2 < 140 < 12^2$ より

140 は 12 列目

左端から $12^2-140+1=144-140+1=5$ 番目

【問 17】

図1, 図2は, 同じ長さの棒  を並べて作った図形である。

図1の 1 番目は, 棒  を左から順に 1 本, 2 本, 3 本並べ, それぞれを 1 辺とする正方形を 3 個つなげた図形, 2 番目は, 棒  を左から順に 2 本, 3 本, 4 本並べ, それぞれを 1 辺とする正方形を 3 個つなげた図形, 3 番目は, 棒  を左から順に 3 本, 4 本, 5 本並べ, それぞれを 1 辺とする正方形を 3 個つなげた図形である。このような規則で正方形を 3 個つなげた図形を, 4 番目, 5 番目, …と作る。

図2は, 図1のそれぞれの図形の内部にも棒  をマス目状に並べた図形である。

このとき, 次の問いに答えなさい。

(長崎県 2014 年度)

問1 図1において, 図形を作るのに必要な棒の本数は, 1 番目の図形では 21 本, 2 番目の図形では 31 本, 3 番目の図形では 41 本である。

このとき, 次の(1), (2)に答えよ。

(1) 4 番目の図形を作るのに必要な棒の本数は何本か。

(2) n 番目の図形を作るのに必要な棒の本数を n の式で表すことにより, 「何番目の図形であっても, 作るのに必要な棒の本数は一の位の数か 1 である。」ことを証明せよ。ただし, n は自然数とする。なお, 証明は結論だけでなく, 考え方の過程がわかるように, 途中の式なども書くこと。

問2 図2において, 図形を作るのに必要な棒の本数は, 1 番目の図形では 37 本, 2 番目の図形では 71 本, 3 番目の図形では 117 本である。

このとき, 次の(1), (2)に答えよ。

(1) 4 番目の図形を作るのに必要な棒の本数は何本か。

(2) n 番目の図形を作るのに必要な棒の本数が 421 本のとき, n の値を求めよ。ただし, n は自然数とする。なお, 答えだけでなく, 答えを求める過程がわかるように, 途中の式なども書くこと。

図1

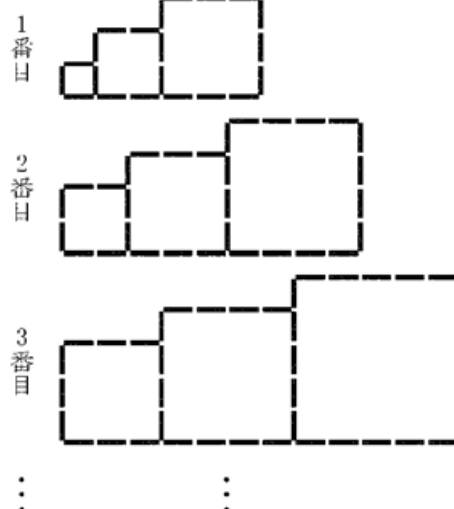
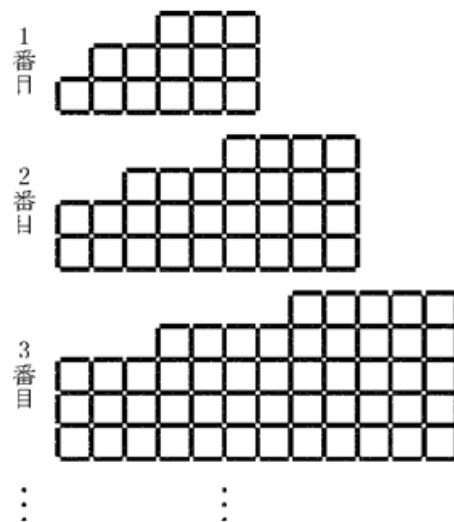


図2



解答欄

問1	(1)	本	
	(2)		
問2	(1)	本	
	(2)	答 $n=$	

解答

問1

(1) 51 本

(2)

n 番目の図形において

それぞれ 3 個の正方形に必要な棒の本数は

$4n, 4(n+1), 4(n+2)$ と表せる。

共通部分の本数は, $n+(n+1)=2n+1$ であるから

n 番目の図形を作るのに必要な棒の本数は

$$4n+4(n+1)+4(n+2)-(2n+1)$$

$$=10n+11$$

$$=10(n+1)+1$$

したがって

$n+1$ は自然数だから

何番目の図形であっても作るのに必要な棒の本数は一の位の数が 1 である。

問2

(1) 175 本

(2)

n 番目の図形において

それぞれ 3 個の正方形に必要な棒の本数は

$2n(n+1), 2(n+1)(n+2), 2(n+2)(n+3)$ と表せる。

共通部分の本数は $n+(n+1)=2n+1$ であるから

n 番目の図形を作るのに必要な棒の本数は

$$2n(n+1)+2(n+1)(n+2)+2(n+2)(n+3)-(2n+1)$$

$$=6n^2+16n+15$$

$$\text{よって } 6n^2+16n+15=421$$

整理して

$$3n^2+8n-203=0$$

これを解いて

$$n=7, n=-\frac{29}{3}$$

n は自然数より

$$n=7$$

答 $n=7$

解説

問1

(1)

4 番目の図形では $4 \times 4 + 5 \times 4 + 6 \times 4 - (4 + 5) = 51$ 本

(2)

n 番目の図形をつくるのに必要な棒の数は

$$n \times 4 + (n+1) \times 4 + (n+2) \times 4 - (n+n+1)$$

$$= 10n + 11$$

$$= 10(n+1) + 1$$

$n+1$ は自然数だから一の位は必ず 1 となる。

問2

(1)

4 番目の図形では $4 \times (4+1) \times 2 + 5 \times (5+1) \times 2 + 6 \times (6+1) \times 2 - (4+5) = 175$ 本

(2)

n 番目の図形をつくるのに必要な棒の数は

$$n(n+1) \times 2 + (n+1)(n+2) \times 2 + (n+2)(n+3) \times 2 - (n+n+1)$$

$$= 6n^2 + 16n + 15 \text{ 本}$$

よって

$$6n^2 + 16n + 15 = 421$$

$$6n^2 + 16n - 406 = 0$$

$$3n^2 + 8n - 203 = 0$$

解の公式より

$$n = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 3 \times (-203)}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{-8 \pm 50}{6}$$

$$= 7, -\frac{29}{3}$$

n は自然数より

$$n = 7$$

【問 18】

図1のように、上から順に 1 段目に 1 個、2 段目に 3 個、3 段目に 5 個、…と規則的に同じ大きさの正方形を並べた図形がある。この図形に図2の矢印のように、上から順に各段左から A, B, C, A, B, C, …と繰り返し、すべての正方形に記号をつけていく。

図1

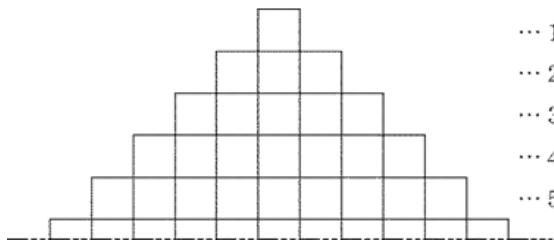
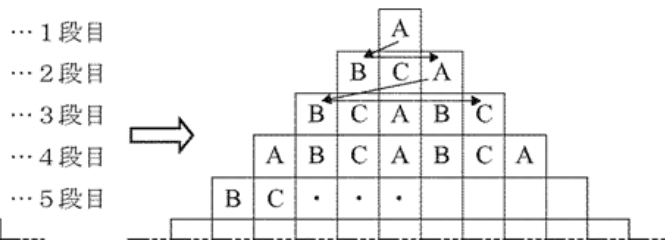


図2



このとき、下記の (ア) ～ (オ) に最も適する数または式、記号を入れなさい。

(沖縄県 2014 年度)

最初に、1 段目から正方形を数えていくと

5 段目の右端の正方形は 25 番目、

6 段目の右端の正方形は (ア) 番目、

7 段目、8 段目と考えていくと、ある規則性があり、

n 段目の右端の正方形は n の式で表すと (イ) 番目となる。

すると、9 段目の左端から 10 番目の正方形は 1 段目の正方形から数えて (ウ) 番目となる。

次に、A, B, C の記号がこの順で繰り返し現れるので、

例えば 1 段目から数えて 13 番目の正方形について、

13 を 3 で割ると商は 4、余りは 1 だから 13 番目の正方形の記号は A になる。

以上のことから、18 段目の左端から 10 番目の正方形の記号は (エ) であり、その記号は 1 段目から数えて繰り返し (オ) 回現れる。

解答欄

ア	
イ	
ウ	
エ	
オ	

解答

ア 36

イ n^2

ウ 74

エ B

オ 100

解説

6 段目の右端の正方形は $1+3+5+7+9+11=36$ 番目

n 段目の右端の正方形は n^2 番目となる。

9 段目の左端から 10 番目の正方形は $8^2+10=64+10=74$ 番目となる。

18 段目の左端から 10 番目の正方形は $17^2+10=289+10=299$ 番目となる。

$299 \div 3 = 99$ 余り 2 より

記号は B で

その記号は $99+1=100$ 回現れる。