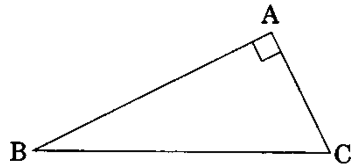
6.証明以外 平面図形の複合問題 【2002 年度出題】

【問 1】

図1のように，AB＝4 cm，AC＝2 cm，∠BAC＝90° の△ABC があります。次の問いに答えなさい。

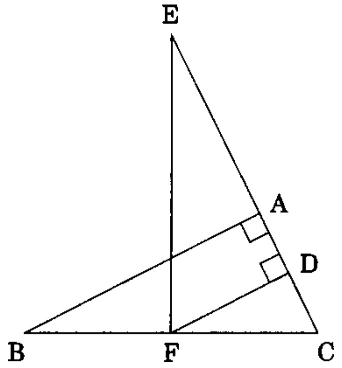
（北海道 2002 年度）

図1



問1．図2は，△ABC にそれと合同な△DEF を重ねたものです。点 D が辺 CA 上に，点 E が辺 CA の延長上に，点 F が辺 BC 上にあります。このとき，線分 AE の長さを求めなさい。

図2

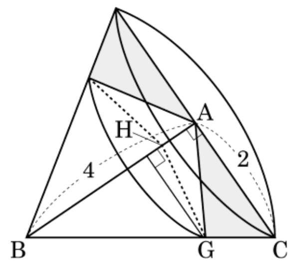


問2．△ABC において，辺 BC 上に，△ACG の面積が 1 cm^2 となるように点 G をとります。このとき，△ACG を，辺 AB を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π を用いなさい。

解答欄

問1	cm
問2	計算 答　　　　　　cm^3

解答
問1　3cm
問2
△ACGにおいて
底辺をACとすると高さは1…①
△ABCを回転させてできる立体の体積は
$\frac{1}{3}\pi\times2^2\times4=\frac{16}{3}\pi$…②
よって，求める立体の体積は
$\frac{16}{3}\pi-\frac{1}{3}\pi\times(\frac{3}{2})^2\times3-\frac{1}{3}\pi\times(\frac{3}{2})^2\times1$
$=\frac{7}{3}\pi$
答　$\frac{7}{3}\pi$　cm³
解説
問1
△DEF≡△ABCより
ED＝BA＝4cm，FD＝CA＝2cm…①
△DFC∽△ABCだから
DF：CD＝AB：CA＝2：1…②
①，②より
CD＝$\frac{1}{2}$DF＝$\frac{1}{2}\times2$＝1cm…③
よってDA＝CA－CD＝2－1＝1cm…④
①，④より
AE＝DE－DA＝4－1＝3cm
問2
△ACGにおいて底辺をACとすると高さAHは1cm…①
△ABCを回転させてできる立体の体積は
$\frac{1}{3}\pi\times2^2\times4=\frac{16}{3}\pi$…②
またBH＝AB－AH＝4－1＝3cm
△ABC∽△HBGより
AC：HG＝4：3
だからHG＝$\frac{3}{4}$AC＝$\frac{3}{4}\times2=\frac{3}{2}$cm
よって求める体積は
$\frac{16}{3}\pi-\frac{1}{3}\pi\times(\frac{3}{2})^2\times3-\frac{1}{3}\pi\times(\frac{3}{2})^2\times1=\frac{7}{3}\pi$
答　$\frac{7}{3}\pi$　cm³



【問 2】

図Ⅰは，AC＝BC である直角二等辺三角形 ABC です。いま，この三角形 ABC を，次の手順で，影のついた部分とつかない部分に分けることにします。

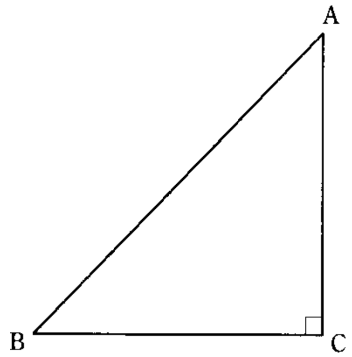
手順

① 図Ⅰの三角形 ABC の辺 BC 上に，この辺を n 等分する点をとる。ただし，n は2以上の偶数とする。

② その各点から辺 AC に平行な直線をひき，三角形 ABC を分ける。

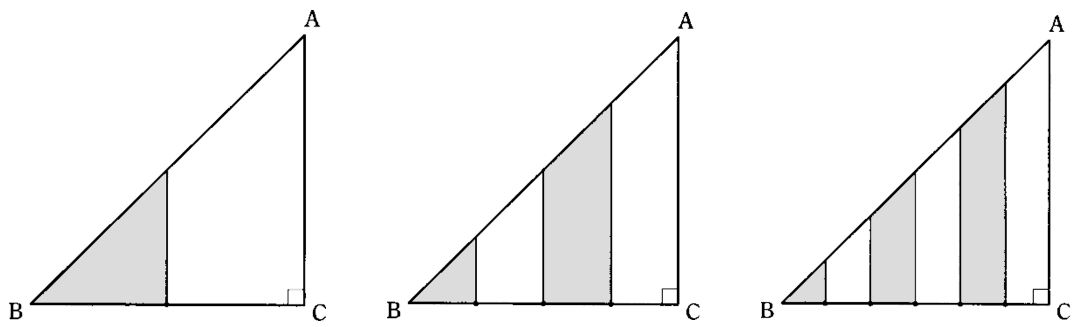
③ 分けた部分のうち，左から奇数番目の部分に影をつける。

図Ⅰ



次の図Ⅱ，図Ⅲ，図Ⅳは，この手順で，辺 BC をそれぞれ2等分，4等分，6等分し，三角形 ABC を分けて，影をつけたものです。

図Ⅱ　図Ⅲ　図Ⅳ



この手順で三角形 ABC を分けるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

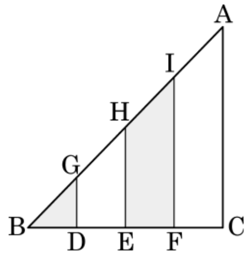
（岩手県 2002 年度）

(1) 図Ⅲのように，辺 BC を4等分し，三角形 ABC を分けたとき，影がついている部分の面積の和と影がついていない部分の面積の和の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) 辺 BC を 20 等分し，三角形 ABC を分けたとき，影がついている部分すべての面積の和と影がついていない部分すべての面積の和の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

(1)	：
(2)	：

解答
(1)　3:5
(2)　19:21
解説
⑴


図のように辺BCを4等分する点をD，E，Fとする。
これらの点から辺ACに平行な直線をひき辺ABと交わる点をそれぞれ，G，H，Iとする。
△BDGの面積をSとすると
台形DEHGの面積は$3S$
台形EFIHの面積は$5S$
台形FCAIの面積は$7S$である。
影がついている部分の面積の和は$S+5S=6S$
影がついていない部分の面積の和は$3S+7S=10S$
だからその比は $6S:10S=3:5$
⑵
点Bを含み影がついている三角形の面積をSとする。
この部分と△ABCは相似でありその比は1:20
点Bを含み影がついている三角形の直角をはさむ辺の長さをaとすると
△ABCの直角をはさむ辺の長さは$20a$

$$S=\frac{1}{2}a^2$$

$$\triangle \mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times(20a)^2=200a^2$$

よって$\triangle \mathrm{ABC}=400S$
また影がついていない部分の面積は
その左どなりの影がついている部分の面積より$2S$大きいから
それらの和を比較すると
影がついていない部分の面積の和の方が
$2S\times10=20S$大きいことになる。
よって影がついている部分の面積の和は

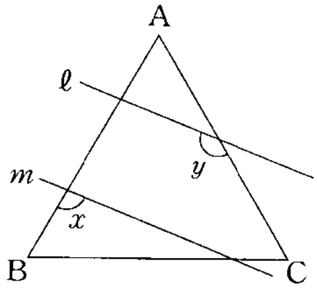
$$\frac{1}{2}\times(400S-20S)=190S$$

影がついていない部分の面積の和は
$190S+20S=210S$
これらの面積の比は
$190S:210S=19:21$

【問 3】

図の△ABC は正三角形で，2直線 ℓ , m は平行である。このとき，$\angle x + \angle y$ を求めなさい。

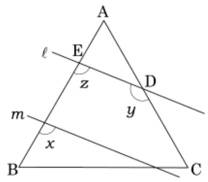
（秋田県 2002 年度）



解答欄

°

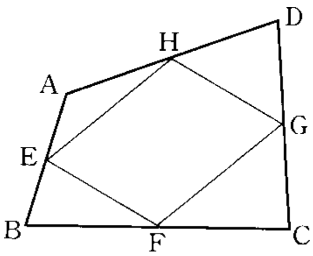
解答
240°
解説
図のように点 D, E と$\angle z$を決めると
$\angle x$と$\angle z$は平行な2直線ℓとmの同位角なので
$\angle x = \angle z$
また四角形BCDEについて考えてみると
四角形の内角の和は360度なので
$\angle y + \angle z = 360° - 60° \times 2 = 240°$
以上より$\angle x + \angle y = \angle z + \angle y = 240°$



【問 4】

花子さんと次郎さんは，授業で次のことを学習した。

> 四角形ABCDの辺AB，BC，CD，DAの中点をそれぞれE，F，G，Hとすると，四角形EFGHは平行四辺形になる。



この授業後，2人は四角形 ABCD と四角形 EFGH の関係について，このほかにどんなことが成り立つか考えた。

（秋田県 2002 年度）

2人の考えが正しくなるように，①～③にあてはまるものを次のア～クから1つずつ選び，記号を書きなさい。

花子さんの考え 四角形 ABCD が ① のとき，四角形 EFGH は必ずひし形になり，四角形 ABCD が ② のとき，四角形 EFGH は必ず長方形になる。
次郎さんの考え 四角形 EFGH がひし形になる四角形 ABCD は，「花子さんの考え」の ① 以外にもたくさんある。それらの四角形 ABCD すべてに共通する性質は ③ の長さが等しいことである。

ア 台形　　イ 平行四辺形　　ウ ひし形　　エ 長方形

オ AB と CD　　カ AC と BD　　キ AD と BC　　ク AB と AD

解答欄

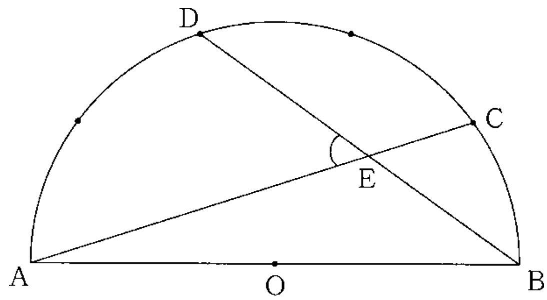
①	
②	
③	

解答
① エ
② ウ
③ カ
解説
△ABCにおいて
中点連結定理よりAC＝2EFかつAC // EF
△BCDにおいて
中点連結定理よりBD＝2FGかつBD // FG
①
▱ EFGHがひし形のときEF＝FG
また上の定理からEF＝FGのときAC＝BD。
よって▱ EHGHはAC＝BDのときひし形となる。
ア～エの四角形の中で常にAC＝BDを満たすものはエだけである。
②
▱ EFGHが長方形のときEF⊥FG
また上の定理からEF⊥FGのときAC⊥BD。
よって▱ EFGHはAC⊥BDのとき長方形となる。
ア～エの四角形の中で常にAC⊥BDを満たすものはウだけである。
③
①で述べたように▱ EFGH がひし形になるのは AC＝BD のときだけである。

【問 5】

線分 AB を直径とする半円 O の弧 AB を5等分し，図のように点 C，D をとり，AC と BD との交点を E とする。このとき，$\angle$AED の大きさを求めなさい。

（山形県 2002 年度）



解答欄

解答
54°
解説

$\angle \mathrm{AOD} = 180^\circ \times \frac{2}{5} = 72^\circ$

$\angle \mathrm{ABD} = 72^\circ \div 2 = 36^\circ$

$\angle \mathrm{BOC} = 180^\circ \times \frac{1}{5} = 36^\circ$

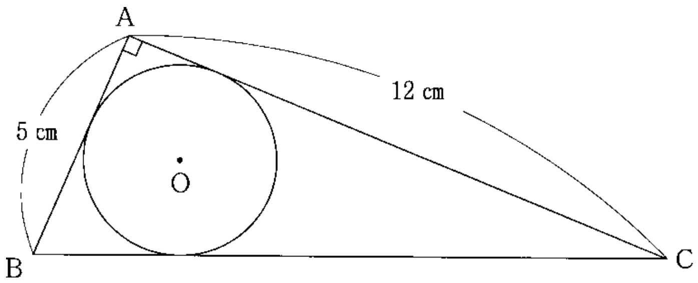
$\angle \mathrm{BAC} = 36^\circ \div 2 = 18^\circ$

$\angle \mathrm{AED} = \angle \mathrm{ABE} + \angle \mathrm{BAE} = 36^\circ + 18^\circ = 54^\circ$

【問 6】

図のように，AB＝5 cm，AC＝12 cm，∠A＝90° の直角三角形 ABC に，円 O が内接している。このとき，円 O の半径を求めなさい。

（山形県 2002 年度）



解答欄

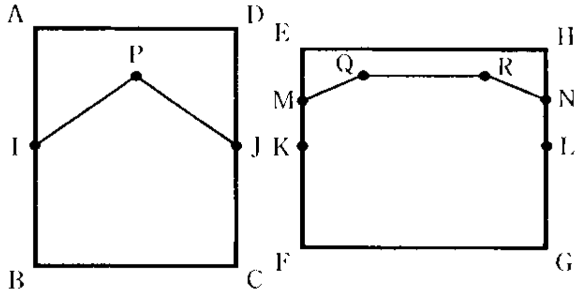
解答
2 cm
解説
円Oと辺AB，BC，ACとの接点をそれぞれE，F，GとしAE＝x cmとすると
BF＝BE＝5－x
CF＝CG＝12－x
よってBC＝BF＋CF＝17－2x
三平方の定理より
BC＝$\sqrt{5^2+12^2}$ ＝13だから
17－2x＝13
2x＝4
x＝2
四角形 AEOG は正方形だから円 O の半径は 2cm

【問 7】

S さんが所属する写真部は，文化祭で写真展を開催することにした。

次の問に答えよ。

（東京都 2002 年度）



Sさんは，人物の写真と風景の写真を，それぞれ1枚ずつ別の額に入れ，額の裏面にある2つの金具を結ぶひもを掲示板上のフックにかけて，展示することにした。

図で，長方形 ABCD は，人物の写真を入れた額の裏面を表し，金具の位置を示す点 I，点 J は，それぞれ辺 AB，辺 DC の中点である。点 P は，点 I，点 J を結ぶひも上の点であり，線分 IP，線分 PJ は，ひもを点 P でフックにかけたときのひもを表している。

また，長方形 EFGH は，風景の写真を入れた額の裏面を表し，点 K，点 L は，それぞれ辺 EF，辺 HG の中点であり，金具の位置を示す点 M，点 N は，それぞれ線分 EK，線分 HL の中点である。点 Q，点 R は，点 M，点 N を結ぶひも上の点であり，線分 MQ，線分 QR，線分 RN は，ひもを2点 Q，R でフックにかけたときのひもを表している。

長方形 ABCD，長方形 EFGH，点 P，点 Q，点 R は同じ平面上にある。

Sさんは，次の条件をすべて満たして，額を掲示板に展示することにした。

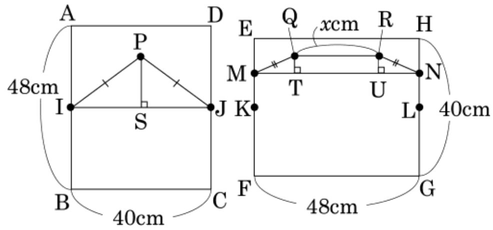
- 4 点 I,J,K,L は 1 つの直線状にある。
- 3 点 P,Q,R は 1 つの直線状にある。
- IP＝PJ,MQ＝RN,QR ∥FG である。

AB＝FG＝48cm，BC＝EF＝40cm，IP＋PJ＝MQ＋QR＋RN＝50cm とするとき，線分 QR の長さは何 cm か。ただし，金具とフックの大きさ，ひもの太さは考えないものとする。

解答欄

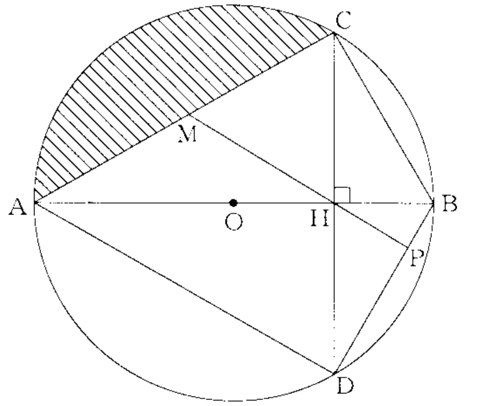
cm

解答
24cm
解説
問3



あとの図のように点 S, T, U をとる。
長方形 ABCD において
PI＝50÷2＝25cm, IS＝$\frac{1}{2}$IJ＝20 cm だから
三平方の定理より PS＝$\sqrt{PI^2-IS^2}$＝$\sqrt{25^2-20^2}$＝15cm
よって長方形 EFGH において
QT＝PS－MK＝15－10＝5cm
△QMT に三平方の定理を用いて
$QT^2+MT^2=MQ^2$
QR＝x cm とおくと
TU＝x cm より
MT＝$\frac{48-x}{2}$cm
MQ＝$\frac{50-x}{2}$cm
と表せるから
$5^2+(\frac{48-x}{2})^2=(\frac{50-x}{2})^2$
これを解くと x＝24 cm

【問 8】



図のように，半径 4 cm の円 O がある。この円の1つの直径を AB とし，線分 OB の中点を H とする。点 H を通り，AB に垂直な直線と円 O との交点を C，D とする。

また，線分 AC の中点を M とし，点 M と点 H を結んだ直線と線分 BD との交点を P とする。

このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県 2002 年度）

⑴ ∠ABC の大きさを求めなさい。

⑵ 弦 AC と弧$\overset{\frown}{AC}$とで囲まれた斜線部分の面積を求めなさい。(ただし，円周率は π とする。)

⑶ 四角形 MADH の2辺 MH と AD の間には，どのような関係があるか。2辺 MH と AD の関係を2つ，記号を用いて表しなさい。

⑷ △PBH の面積と，四角形 MHBC の面積の比は，1 : $\boxed{}$ である。$\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい。

解答欄

(1)	∠ABC＝　　　　度	
(2)	cm²	
(3)		
(4)	△PBHと四角形MHBCの面積の比は　1　:	

解答
(1)　∠ABC＝60 度
(2)　$\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}$ cm²

(3)　MH∥AD，　MH＝$\frac{1}{2}$AD
(4)　△PBH と四角形 MHBC の面積の比は　1:10
解説
⑴
△BHCと△CHAにおいて
∠BCH＝90°－∠CBH
また∠BCH＝∠ACB－∠ACH＝90°－∠ACH
したがって∠CBH＝∠ACH
さらに∠BHC＝∠CHA＝90°
以上より
2組の角がそれぞれ等しいので
△BHC∽△CHA
対応する辺だから
BH:CH＝CH:AH
すなわち2:CH＝CH:6
$CH^2=12$
CH＞0より
CH＝$2\sqrt{3}$
△BHCはBH:HC＝$2:2\sqrt{3}=1:\sqrt{3}$ の直角三角形だから
∠CBH＝∠ABC＝60°
⑵
∠AOC＝2∠ABC＝120°
よって斜線部分の面積は
$\pi\times4^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}$
⑶
⑴と同様に考えて∠ABD＝60°
よって△BHC≡△BHDがいえるから
CH＝HD
2辺MHとADの間において中点連結定理が成り立つ。
⑷
△CMHは1辺が$2\sqrt{3}$ cmの正三角形で
1辺がaの正三角形の面積は
$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$と表せるから
その面積は$\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}$
△BCH＝$\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$
△PBH＝$\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$
よって△PBH と四角形 MHBC の面積の比は
$\frac{\sqrt{3}}{2}:(3\sqrt{3}+2\sqrt{3})=1:10$

【問 9】

図1のような厚紙でできた1辺 12 cm の正方形 ABCD がある。この正方形を図2のように折り曲げて，図3のような四面体 DEGF を作りたい。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。ただし，点 G は A，B，C が集まった点とする。

図1

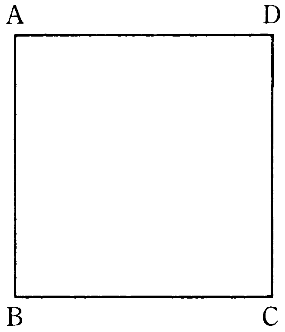


図2

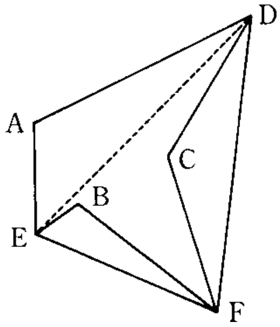
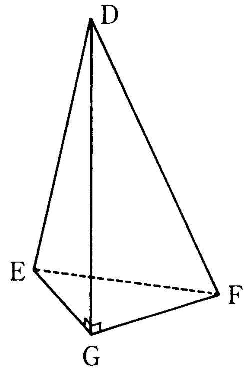


図3

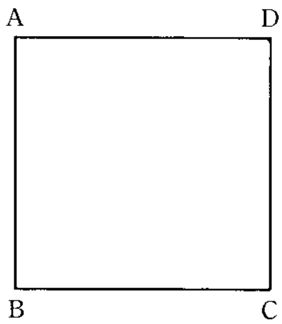


（石川県 2002 年度）

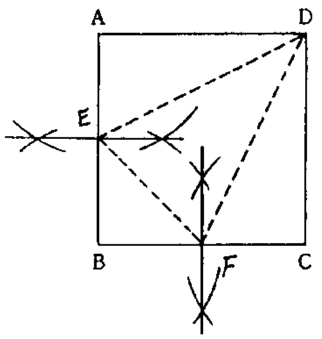
(1) 解答用紙の図に点 E，F を作図して，この四面体 DEGF の展開図をかきなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。

(2) このようにしてできる四面体 DEGF の体積を求めなさい。ただし，厚紙の厚さは考えないものとする。

解答欄

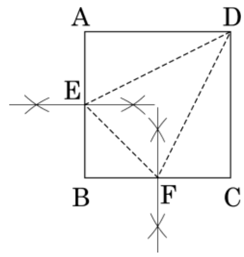
(1)	
(2)	

解答
(1)



(2)　72 cm^3

解説



⑴
AE＝BE より E は AB の中点となる。
同様に F は BC の中点となる。
作図のしかたは頂点 A, B, C を中心とする同じ半径の円をそれぞれかく。
円の交点を結んだ直線と辺 AB および辺 BC の交点が求める点 E, F となる。
⑵
∠DGE＝∠DAE＝90°
∠DGF＝∠DCF＝90° より
DG⊥△GEF
DG＝DA
△GEF＝△BEFだから
四面体 DEGF＝$\frac{1}{3}$×△BEF×DA＝$\frac{1}{3}$×$\frac{1}{2}$×6×6×12＝72cm^3

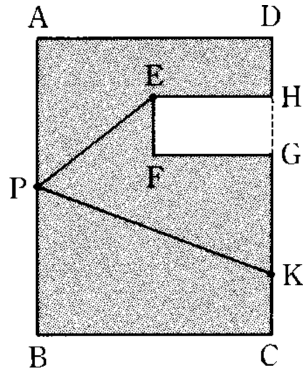
【問 10】

水平な平面上に図1の ■ で表された形の花だんがある。四角形 ABCD と四角形 EFGH はともに長方形で，AB＝20 m，AD＝16 m，DH＝HG＝4 m，EH＝8 m である。

このとき，次の⑴，⑵に答えなさい。

（石川県 2002 年度）

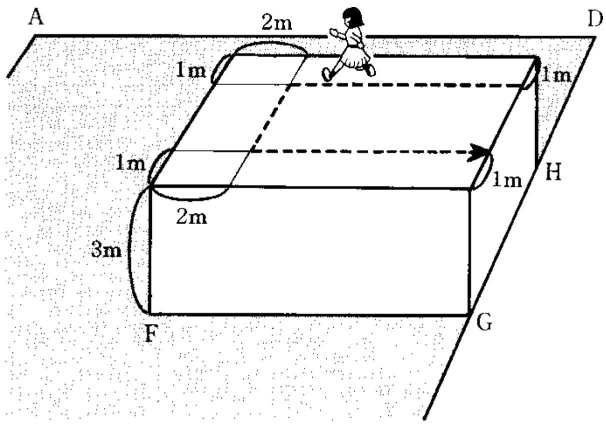
図1



⑴ 辺 CG 上に，CK＝4 m となる点 K をとる。点 E から辺 AB 上の点 P を経て，点 K に至る通路を花だんの中に作りたい。通路の長さが最も短くなるように点 P をとるとき，通路の長さを求めなさい。ただし，通路の幅は考えないものとする。

⑵ 図1の長方形 EFGH の部分に，図2のような直方体の展望台を設置した。この展望台の上の点線で示したコースを歩いて花だんを見るとき，どの地点からも見えない花だんの部分の面積を求めなさい。
ただし，目の位置は点線上高さ 1.5 m にあるものとし，花の高さは考えないものとする。

図2



解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1)　$12\sqrt{5}$ m

(2)　64 m^2

解説

⑴

ABに関してEと対称な点E′ をとると

EP＝E′ P，EP＋PK＝E′ P＋PKの長さが

最短となるのはE′，P，Kが一直線上にあるときである。

このときE′ P＋PK＝E′ K

よって E′ K＝$\sqrt{24^2+12^2}$ ＝$12\sqrt{5}$ m

⑵

図①，図②のように

それぞれ2方向からの側面図をつくるとわかりやすい。

△XFF′ ∽△F′ ZY より

XF：2＝3：1.5

1.5XF＝6

XF＝4m

△X′ GG′ ∽△G′ Z′ Y′ より

X′ G：1＝3：1.5

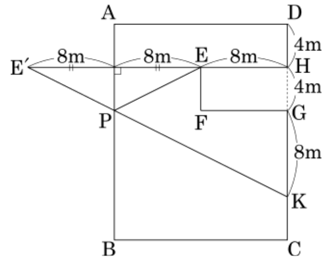
1.5X′ G＝3

X′ G＝2m

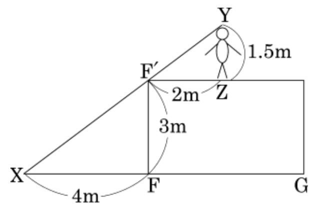
図①，②から見えない部分を図示すると

図③のようになる。

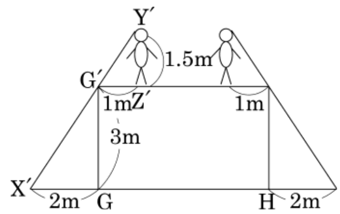
よって求める面積は 12×8－8×4＝64m^2



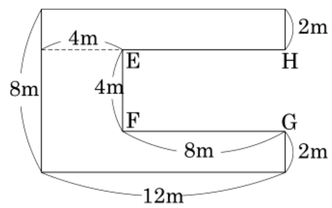
図①



図②



図③



【問 11】

古代エジプト人は，縄を折り曲げていろいろな図形をつくったと言われている。いま，図1のような輪になっている24 m の縄に 12 等分の印を付け，印のところで折り曲げて図形をつくる。例えば，正三角形は図2のようにつくる。

このつくり方にしたがって，次の(1)，(2)に答えなさい。

（山梨県 2002 年度）

図1

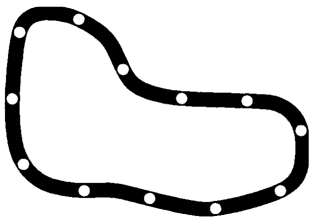
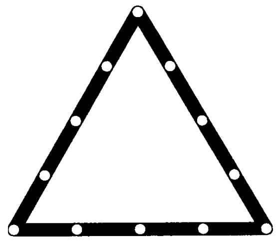


図2　正三角形の例



(1) この縄で直角三角形をつくるとき，その直角三角形の面積を求めなさい。

(2) この縄が余らないようにして，となり合う辺の長さの比が 1:2 で，1つの内角が 60° である平行四辺形をつくるとき，その平行四辺形の長い方の対角線の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	m^2
(2)	m

解答

(1) $24m^2$　　(2) $4\sqrt{7}$ m

解説

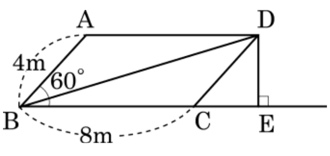
(1)

縄を12等分した印のところで折り曲げるから

この直角三角形の辺の比は3:4:5である。

直角をつくる辺の長さは6 mと8 mであるから面積は$\frac{1}{2}\times6\times8=24m^2$

(2)



右の図のような平行四辺形ABCDが考えられる。

頂点Dから辺BCの延長に垂線DEをひくと

△DCEは，60°，30° の角をもつ直角三角形であるから

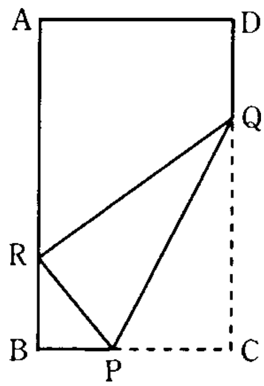
CE＝2，DE＝$2\sqrt{3}$

三平方の定理より

DB＝$\sqrt{(8+2)^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{112}=4\sqrt{7}$ m

【問 12】

右の図は，AB＝10 cm，BC＝6 cm の長方形 ABCD を，頂点 C が辺 AB 上にくるように折り返したものである。折り目と辺 BC，CD の交点をそれぞれ P，Q とし，頂点 C の移った点を R とする。



（長野県 2002 年度）

① ∠PQR＝a°，∠PRB＝b° として b を a を用いて表しなさい。

② PB : BR : RP＝3 : 4 : 5 のとき，DQ の長さを求めなさい。

解答欄

①	b＝
②	cm

解答

① $b=90-2a$

② $\frac{5}{2}$ cm

解説

①

平行線の錯角は等しいから

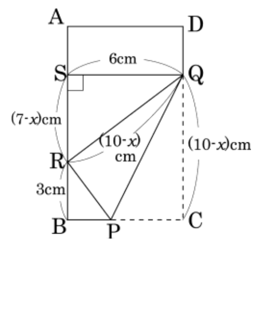
∠ARQ＝∠CQR＝2∠PQR＝$2a$°

∠QRP＝90° より

$b=180-90-2a=90-2a$

②

点Qを通り辺BCに平行な直線と辺ABとの交点をS，DQ＝x cmとする。



BR : BC＝4 : (3＋5)で

BC＝6 cmだから

BR＝3 cmである。

△QRSにおいて

三平方の定理より

$(10-x)^2=(7-x)^2+6^2$

これを解くと $x=\frac{5}{2}$

【問 13】

次のアからエまでの中から正しいものをすべて選んで，そのかな符号を書け。

（愛知県 2002 年度 A）

ア　1辺の長さと2つの角が等しい三角形はすべて合同である。

イ　関数$y=x^2$についてxの値が0から2まで増加するときの変化の割合は2である。

ウ　正の数の平方根は，正と負の2つある。

エ　正六角形の一つの内角は 60 度である。

解答欄

解答

イ，ウ

解説

ア

「1辺の長さと2つの角が等しい三角形」ではなく

「1辺とその両端の角が等しい三角形」が合同である。

エ

正六角形の内角の和は$180°\times(6-2)=720°$

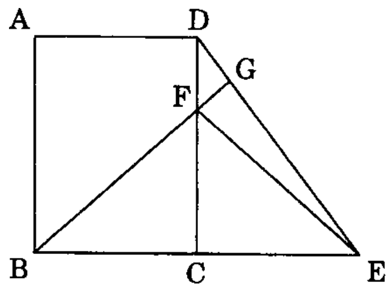
よって一つの内角は $720\div6=120°$

【問 14】

図で，四角形 ABCD は長方形，E は直線 BC 上の点で BC＝CE，F は辺 DC 上の点で，DF＝$\frac{1}{2}$ FC である。また，G は直線 DE と BF との交点である。

AB＝8 cm，AD＝6 cm のとき，次の①，②の問いに答えよ。

（愛知県 2002 年度 A）



① △FBE の面積は何 cm^2 か。

② 線分 GF の長さは線分 FB の長さの何倍か。

解答欄

①	cm^2
②	倍

解答

① $32cm^2$

② $\frac{1}{5}$ 倍

解説

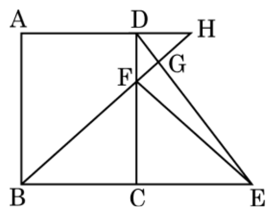
①

DF＝$\frac{1}{2}$ FCよりFC＝$\frac{2}{3}$ DC　DC＝8cmだからFC＝$\frac{2}{3}\times 8=\frac{16}{3}$ cm

BC＝CE＝6 cmよりBE＝12cm　四角形ABCDは長方形だから∠FCB＝90°

よって△FBE の面積は$\frac{1}{2}\times 12\times\frac{16}{3}=32cm^2$

②



直線ADとBGの延長線の交点をHとする。

DF＝$\frac{1}{2}$ FCよりDF：AB＝1：3

AB∥DFよりHD：HA＝1：3

よってHD：DA＝1：2

AD＝6 cmよりHD＝3cmとなる。

DH∥BEより△DGH∽△EGB

よってHD：BE＝HG：BG

HD＝3cm，BE＝12cmよりHG：BG＝1：4となる。

HD：DA＝HF：FBよりHF：FB＝1：2

BH＝a cmとおくとHG＝$\frac{1}{5}a$ cm，HF＝$\frac{1}{3}a$ cm，FB＝$\frac{2}{3}a$ cmと表すことができる。

GF＝HF－HG より GF＝$\frac{1}{3}a-\frac{1}{5}a=\frac{2}{15}a$ cm

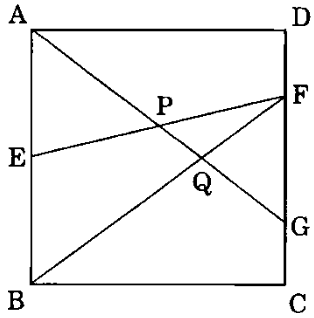
よって$\frac{GF}{FB}=\frac{\frac{2}{15}a}{\frac{2}{3}a}=\frac{1}{5}$倍

【問 15】

図で，四角形 ABCD は正方形で，E は辺 AB の中点，F，G は辺 DC 上の点で $DF=\frac{1}{2}FG=GC$ である。また，P，Q はそれぞれ AG と FE，AG と FB との交点である。

AB＝4 cm のとき，次の①，②の問いに答えよ。ただし，答えが無理数になるときは，根号をつけたままでよい。

（愛知県 2002 年度 B）



① 線分 FE の長さは何 cm か。

② 四角形 PEBQ の面積は何 cm^2 か。

解答欄

①	cm
②	cm^2

解答

① $\sqrt{17}$ cm

② $\frac{10}{3}$ cm^2

解説

①

$DF=\frac{1}{2}FG=GC$，DC＝4 cmより$FG=\frac{1}{2}DC=2$cm　AE＝EBより，EB＝2cm　よってFG＝EBとなり FG∥EBだから四角形EBGFは平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う辺の長さは等しいのでFE＝GBとなる。

$GC=\frac{1}{4}DC$だからGC＝1cm　△BGCで三平方の定理よりGB＝$\sqrt{(BC)^2+(GC)^2}=\sqrt{4^2+1^2}=\sqrt{17}$

よってFE＝$\sqrt{17}$ cm

②

△AEPと△GFPはAE＝GF，∠PAE＝∠PGF，∠AEP＝∠GFPより合同だからEP＝FP　PF∥BGより △PQF∽△GQB

$PF=\frac{1}{2}EF$，EF＝BGよりPF：GB＝1：2

相似な図形の面積の比の値は相似比の2乗に等しいから△PQFの面積：△GQBの面積＝1：2^2＝1：4…①

△FGBの面積は$\frac{1}{2}\times2\times4=4$$cm^2$

FQ：QB＝1：2より△GQBの面積は$\frac{2}{3}\times4=\frac{8}{3}$ cm^2

①より△PQFの面積＝$\frac{1}{4}$△GQBの面積＝$\frac{1}{4}\times\frac{8}{3}=\frac{2}{3}$ cm^2

△EFBの面積は$\frac{1}{2}\times2\times4=4$$cm^2$

四角形 PEBQ の面積＝△EFB の面積－△PQF の面積より $4-\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$ cm^2

【問 16】

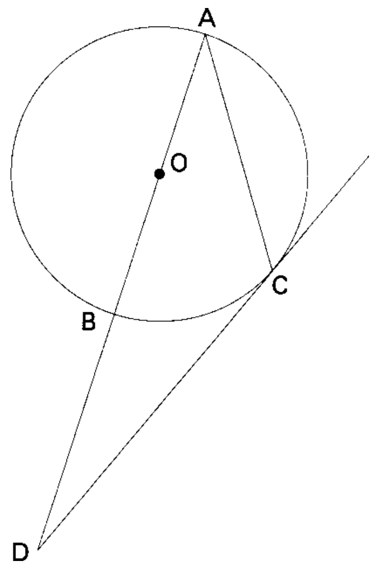
図のように，円 O があり，円 O の直径 AB の延長と，点 C における円 O の接線との交点を D とする。

このとき，次の問い⑴・⑵に答えよ。

（京都府 2002 年度）

⑴ ∠BAC＝35° としたとき∠BDC の大きさを求めよ。

⑵ AD＝5 cm，CD＝3 cm としたとき BD の長さを求めよ。



解答欄

(1)	∠BDC＝　　　　　　　°
(2)	BD＝　　　　　　　　　cm

解答

(1) ∠BDC＝20°

(2) BD＝$\frac{9}{5}$ cm

解説

⑴

1つの弧に対する円周角の大きさはその弧に対する中心角の大きさの半分だから

∠BOC＝2∠BACとなり∠BOC＝2×35°＝70°

DCは円Oの接線だから∠OCD＝90°

△ODCで∠ODC＝180°－(90°＋70°)＝20°

よって∠BDC＝20°

⑵

円Oの半径をx cmとすると

AO＝OB＝OC＝x cmとなりOD＝5－x cmとなる。

△ODCで

三平方の定理より

$OD^2＝OC^2＋CD^2$だから

$(5-x)^2＝x^2+3^2$

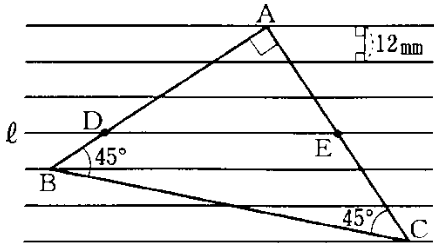
$-10x＝-16$

$x＝\frac{8}{5}$ cm

BD＝AD－AB＝5－2x＝5－2×$\frac{8}{5}$＝$\frac{9}{5}$ cm

【問 17】

1つの角が 45° の三角定規をノートに置くと, 図のように頂点 A, B, C がそれぞれノートの横線上にきた。上から4本目の横線 ℓ が辺 AB, AC と交わる点をそれぞれ D, E とする。ノートの横線は互いに平行な線分であり, 隣り合うどの横線の間隔もすべて 12 mm であるとして, 各問いに答えよ。



(奈良県 2002 年度)

⑴ △ADE と四角形 DBCE の面積の比を求めよ。

⑵ 辺 AB の長さを求めよ。

解答欄

(1)	△ADE:四角形DBCE＝　　　　:
(2)	mm

解答

(1) △ADE:四角形 DBCE＝3:5

(2) $24\sqrt{13}$ mm

解説

⑴

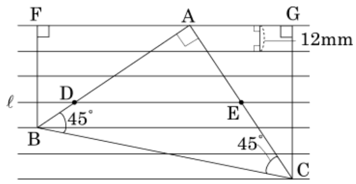
AE:EC＝1:1より△ABE＝$\frac{1}{2}$△ABC

またAD:DB＝3:1より△ADE＝$\frac{3}{4}$△ABE＝$\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}$△ABC＝$\frac{3}{8}$△ABC

四角形DBCE＝△ABC－△ADE＝△ABC－$\frac{3}{8}$△ABC＝$\frac{5}{8}$△ABC

よって△ADE と四角形 DBCE の面積の比は$\frac{3}{8}$△ABC:$\frac{5}{8}$△ABC＝3:5

⑵



図のように点B, 点Cからそれぞれノートの横線に垂線BF, CGをひく。

△AFBと△CGAにおいて

△ABCは直角二等辺三角形だから

AB＝CA…①

∠AFB＝∠CGA…②

∠FAB＝90°－∠FBA＝90°－∠GAC

よって∠FBA＝∠GAC…③

①, ②, ③から

直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので

△AFB≡△CGA

△AFBで, AF＝CG＝12×6＝72mm　FB＝12×4＝48mm

三平方の定理より$AB^2=72^2+48^2=7488$

AB＞0 だから AB＝$\sqrt{7488}$＝$24\sqrt{13}$ mm

【問 18】

次のア～エの四角形 ABCD のうち，必ず平行四辺形であるといえるものを2つ選び，記号で答えなさい。

（和歌山県 2002 年度）

ア AD＝BC，AB∥DC である四角形ABCD

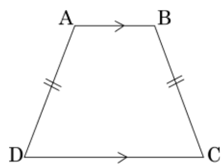
イ AD＝BC，AB＝DC である四角形ABCD

ウ AD＝BC，∠A＋∠B＝180° である四角形ABCD

エ AD＝BC，∠B＋∠D＝180° である四角形 ABCD

解答欄

解答
イ，ウ
解説
必ず平行四辺形であるといえるものはイ，ウ。
ア， エは右図のような台形でもよい。



【問 19】

図1は家の屋根部分を真横から見たものである。太郎さんと次郎さんは，「小屋梁」に垂直に立てられた「小屋束」の本数とその長さに興味をもった。

２人は図1の  で囲まれた部分を数学的に考えるために，図2のように，∠C＝90°，AC＝1 の直角三角形 ABC をかいた。そして斜辺 AB をいくつかに等分した点から底辺 BC に垂線をひき，その垂線の数や長さについて下のように考えた。

次の問1～問3に答えなさい。

（和歌山県 2002 年度）

図1

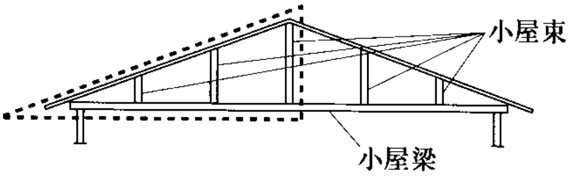
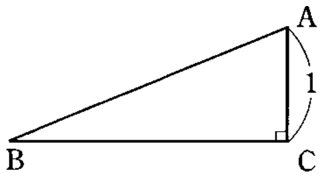
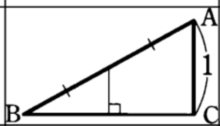
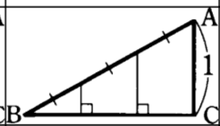
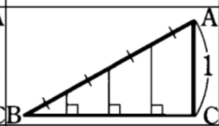
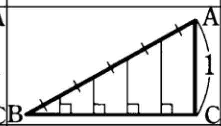


図2



問1．太郎さんは，垂線の数と垂線の長さの和を求め，表にまとめた。下の表はその一部である。

ABを等分した数	2（等分）	3（等分）	4（等分）	5（等分）	
垂線の数	1（本）	2（本）	3（本）	4（本）	
図					
垂線の長さの和を求める式	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}+\frac{2}{4}+\frac{3}{4}$	(ア)	
垂線の長さの和	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	(イ)	

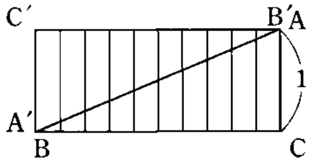
次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 表中の(ア)にあてはまる式と(イ)にあてはまる数を書きなさい。

(2) 垂線の数と垂線の長さの和にはどのような関係があるか，表から気づいたことを書きなさい。

問2．次郎さんは，太郎さんの考えとは別の方法で垂線の長さの和を求めた。次の文は，次郎さんがその方法について，AB を 10 等分したときを例にとり，説明したものである。文中の(ウ)，(エ)にあてはまる式を入れなさい。

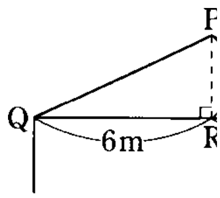
ABを10等分したとき，垂線の数は9本である。
右の図のように，△ABCと同じ△A′B′C′を考え，この2つの直角三角形の斜辺を重ねる。このとき，長さ1の垂線が9本できるから，△ABCの垂線の長さの和は，$9\div2=\frac{9}{2}$ である。
このことから，ABをn等分したとき，垂線の数は(ウ)本であり，垂線の長さの和は(エ)となる。



問3. 図3は，屋根 QPS を支える「小屋束」を立てようと考えたときの図で，QR＝RS＝6 m，PR＝2 m である。

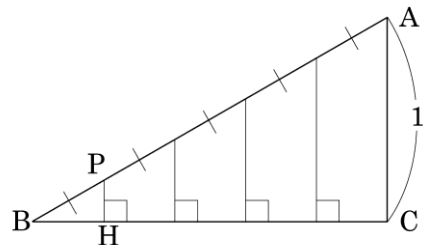
「小屋梁」QRS 上に 1 m 間隔で「小屋束」を立てるとき，「小屋束」の長さの和は PR もふくめて何 m になるか，求めなさい。ただし，材料の太さは考えないものとする。

図3



解答欄

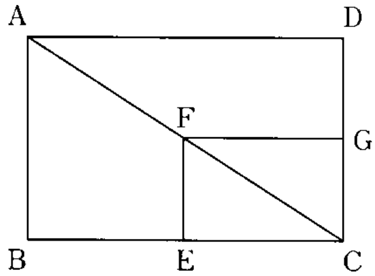
<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td>(ア)</td><td></td><td>(イ)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td>問2</td><td>(ウ)</td><td colspan="2"></td><td>(エ)</td><td></td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="3">m</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

解答
問1
⑴
(ア) $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$
(イ) 2
⑵
垂線の数が1本ずつ増えると垂線の長さの和は$\frac{1}{2}$ずつ長くなる。
問2
(ウ) $n-1$
(エ) $\frac{n-1}{2}$
問3 12m
解説
問1
⑴
(ア)


右図のように点P, Hを決め
PH＝x とすると△ABC∽△PBHより
$x:1=\frac{1}{5}:1$より$x=\frac{1}{5}$
以下同様にその他の垂線の長さも考えると左から$\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$
よって(ア)は$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$
(イ) (ア)から$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{10}{5}=2$
⑵
垂線の数が1本ずつ増えると垂線の長さの和は$\frac{1}{2}$ずつ長くなる。
問2
(ウ)
垂線の数は等分した数より 1 少なくなる。
よって $n-1$ 本
(エ)
次郎さんの考え方より
長さ 1 の垂線が $n-1$ 本できるから
△ABC の垂線の長さの和はこの半分の $\frac{n-1}{2}$
問3
(太郎さんの考え方)
PRの長さを1としたとき
△PQRにおいて辺PQを6等分した点から底辺QRに垂線を引いたとき
垂線の長さの和は問1の⑵から$\frac{5}{2}$
PR＝2mなので垂線の長さの和は$\frac{5}{2}\times2=5$m
同様に△PSRについても垂線の長さの和は5m
よって「小屋束」の長さの和は
5＋2＋5＝12m
(次郎さんの考え方)
△PQR と△PSR の斜辺を重ねる。
このとき 2mの垂線が5本できるから
2つの三角形の垂線の和は 10m
よって「小屋束」の長さの和は 10＋2＝12m

【問 20】

図のように，辺 AB と辺 AD の長さの和が 6 cm の長方形 ABCD があります。辺 BC，対角線 AC，辺 CD の中点をそれぞれ E，F，G とすると，線分 EF と線分 FG の長さの和は 3 cm になります。このわけを，辺 AB の長さを x cm として，x を使った式を用いて説明しなさい。



（広島県 2002 年度）

解答欄

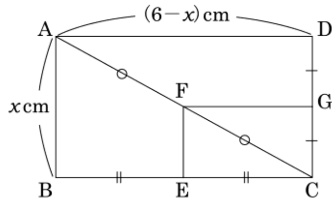
解答

AB＝x cm のときAD＝(6－x) cm である。
△ABCと△ACD において
それぞれ中点連結定理より
EF＝$\dfrac{x}{2}$ cm，FG＝$\dfrac{6-x}{2}$ cm である。
したがって線分EF と線分FG の長さの和は
$\dfrac{x}{2}+\dfrac{6-x}{2}=\dfrac{x+6-x}{2}=\dfrac{6}{2}=3$
であるから 3cm になる。

解説

(3)

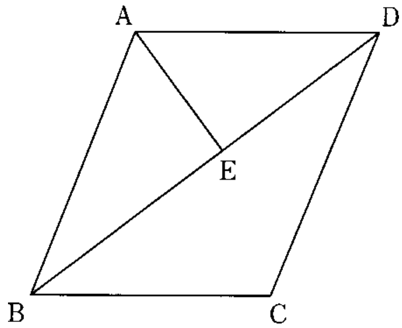
AB＝x cm だから AD＝(6－x) cm
△ABCと△ADCにおいて
それぞれ中点連結定理より
EF＝$\dfrac{1}{2}$AB＝$\dfrac{x}{2}$ cm，FG＝$\dfrac{1}{2}$AD＝$\dfrac{6-x}{2}$ cm
したがって線分 EF と線分 FG の長さの和は
$\dfrac{x}{2}+\dfrac{6-x}{2}=\dfrac{x+6-x}{2}=\dfrac{6}{2}=3$



【問 21】

図のように，平行四辺形 ABCD があり，点 A から対角線 BD に垂線 AE を引きます。∠ADB＝39°，∠BAE＝56° のとき，∠BCD の大きさを求めなさい。

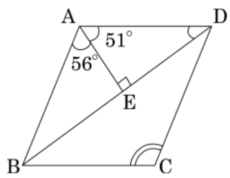
（広島県 2002 年度）



解答欄

度

解答
107 度
解説
△AEDは直角三角形だから
∠EAD＝90°－39°＝51°
よって∠BAD＝56°＋51°＝107°
平行四辺形の向かい合う角の大きさは等しいから
∠BAD＝∠BCD＝107°



【問 22】

AB＝AC＝2 cm の直角二等辺三角形 ABC がある。2辺 AC，BC 上にそれぞれ点 P，Q をとる。頂点 A および B は動かさずに，線分 PQ を折り目として折り返したとき，頂点 C の移る点を D とする。このとき，次の(1)～(4)に答えなさい。

（徳島県 2002 年度）

図1

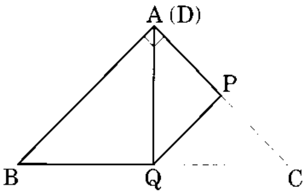


図2

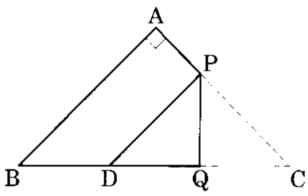


図3

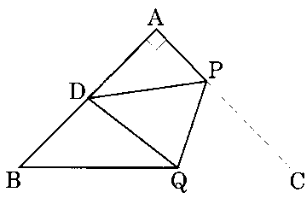
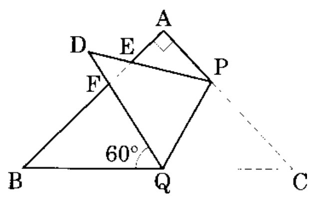


図4



(1) 図1のように，点 D が頂点 A と重なるとき，線分 DQ の長さを求めなさい。

(2) 図2のように，点 D が，辺 BC を3等分する点のうち，頂点 B に近い点と重なるとき，四角形 ABDP の面積を求めなさい。

(3) 図3のように，点 D が辺 AB の中点と重なるとき，線分 DP の長さを求めなさい。

(4) 図4のように，点 Q が辺 BC の中点と一致し，∠BQD＝60° となるとき，線分 DP，DQ と辺 AB との交点を，それぞれ E，F とする。線分 FQ の長さは，線分 EP の長さの何倍か，求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^2
(3)	cm
(4)	倍

解答

⑴ $\sqrt{2}$ cm

⑵ $\dfrac{10}{9}$ cm^2

⑶ $\dfrac{5}{4}$ cm

⑷ $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ 倍

解説

⑴

△DPQも直角二等辺三角形となる。

DP＝$\dfrac{1}{2}$AC＝1cmよりDQ＝$\sqrt{2}$DP＝$\sqrt{2}$ cm

⑵

DC＝$\dfrac{2}{3}$BC＝$\dfrac{2}{3}\times 2\sqrt{2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$ cm

QC＝$\dfrac{1}{2}$DC＝$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ cm

△PQCも直角二等辺三角形だから

PQ⊥DC，PQ＝QC＝$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ cm

よって△PDC＝$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4\sqrt{2}}{3}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3}=\dfrac{8}{9}$ cm^2

四角形ABDP＝△ABC－△PDC＝$\dfrac{1}{2}\times 2^2-\dfrac{8}{9}=\dfrac{10}{9}$ cm^2

⑶

DP＝PC＝x cmとおくとAP＝2－x cm

三平方の定理より$AD^2+AP^2=PD^2$

$1^2+(2-x)^2=x^2$

これを解くと$x=\dfrac{5}{4}$ cm

⑷

∠DQC＝180°－60°＝120°より∠PQC＝∠PQD＝60°

△FBQと△PCQは

1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから合同でありFQ＝PQ

よって△FQPは正三角形になる。

FQ＝FP＝x cmとおくと

FB＝PCよりAF＝APとなるから

△AFPは直角二等辺三角形

よってAP＝$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$FP＝$\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$ cm

また△PQCの内角の和から

∠QPC＝180°－60°－45°＝75°

∠QPD＝∠QPCより

∠APE＝180°－75°×2＝30°

△APEは内角が30°，60°，90°の直角三角形だから

3辺の比は$1:2:\sqrt{3}$

よってEP＝$\dfrac{2}{\sqrt{3}}$AP＝$\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}x=\dfrac{\sqrt{6}}{3}x$ cm

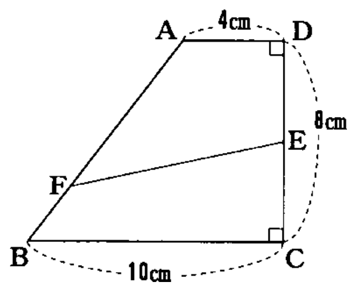
したがって FQ÷EP＝$x\div\dfrac{\sqrt{6}}{3}x=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ 倍

【問 23】

図のような，AD∥BC の台形 ABCD があり∠ADC＝90°，∠BCD＝90°，AD＝4 cm，BC＝10 cm，CD＝8 cm で，点 E は辺 CD の中点である。

点 F は，辺 AB 上の点で，点 F と点 E を結ぶ線分 FE が，台形 ABCD の面積を2等分している。このとき，線分 FA の長さは線分 FB の長さの何倍か。

（香川県　2002 年度）



解答欄

倍

解答

$\frac{5}{2}$ 倍

解説

台形 ABCD＝$\frac{1}{2}\times(4+10)\times8=56$ cm^2 だから

四角形 AFED＝四角形 FBCE＝28 cm^2

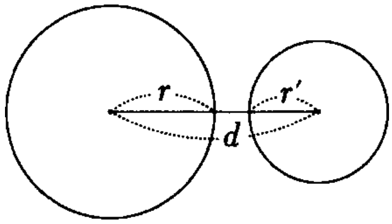
よって△EAF＝28－△ADE＝28－$\frac{1}{2}\times4\times4=20$ cm^2

△EFB＝28－△EBC＝28－$\frac{1}{2}\times10\times4=8$ cm^2

したがって $\frac{\mathrm{FA}}{\mathrm{FB}}=\frac{\triangle\mathrm{EAF}}{\triangle\mathrm{EFB}}=\frac{20}{8}=\frac{5}{2}$ 倍

【問 24】

半径が r, r' の2つの円があり，その2円の中心間の距離を d とする。次の[例]は，2円が図のような位置関係にある場合について，説明したものである。



[例] 2円が離れている場合，$\boxed{d>r+r'}$ となり，2円の共通接線は $\boxed{4}$ 本ひける。

[例]を参考にして，$r>r'$ とするとき，次のアにあてはまるd, r, r' の関係を表す等式，イにあてはまる数を，それぞれ書け。

（愛媛県 2002年度）

2円が内接している場合，$\boxed{\text{ア}}$ となり，2円の共通接線は $\boxed{\text{イ}}$ 本ひける。

解答欄

ア		イ	

解答
ア $d=r-r'$
イ 1
解説
2円が内接しているとき2円の中心間の距離は2円の半径の差に等しい。

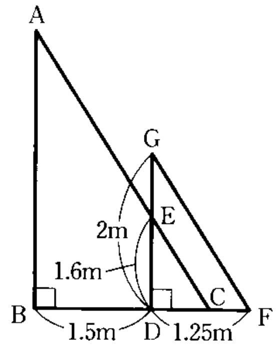
【問 25】

課題学習で，〔図〕のように影が塀にうつっている木の高さ AB を求めることになった。AE∥GF で，塀の高さ DG は 2 m，塀の影の長さ DF は 1.25 m，塀までの木の影の長さ BD は 1.5 m，塀にうつった木の影の長さ DE は 1.6 m であった。ただし，木と塀は地面に垂直であり，塀の厚さは考えないものとする。

次の $\boxed{}$ 内はあきら君とよし子さんの考え方を示している。AE と BD の延長線の交点を C，FG と BA の延長線の交点を H とするとき(ア)～(カ)をうめなさい。ただし(ウ)には適切な語句を入れ，それ以外はすべて数字を入れなさい。

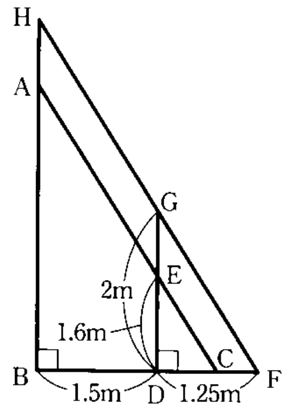
（大分県 2002 年度）

あきら君の考え方



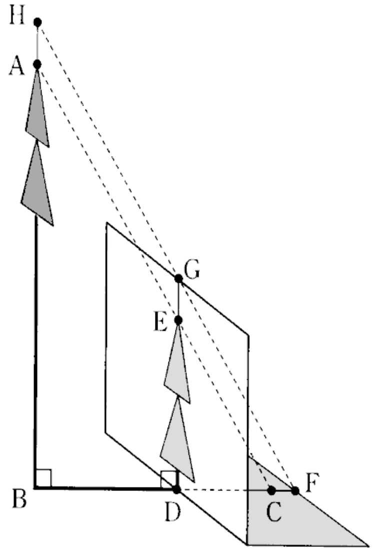
塀がないとき，木の影の長さはBCだから，DCの長さを求めればよいことに気づいた。
DCを求めると(ア)mになる。
したがって，木の高さは(イ)mである。

よし子さんの考え方



四角形AEGHは(ウ)だから，
HA＝(エ)mであることがわかり，HBの長さを求めればよいことに気づいた。
HB＝h mとすると，
h:2＝(オ):1.25より，
h＝(カ)mになる。したがって，
木の高さは(イ)mである。

〔図〕



解答欄

ア	イ
m	m
ウ	エ
	m
オ	カ
	m

解答
ア　1m
イ　4m
ウ　平行四辺形
エ　0.4m
オ　2.75
カ　4.4m
解説
△DGF∽△DECより
1.25：DC＝2：1.6 よりDC＝1m
△DGF∽△BACより
2：AB＝1.25：(1.5＋1)よりAB＝4m
HA＝DG－DE＝2－1.6＝0.4m
△BHF∽△DGF より
h：2＝(1.5＋1.25)：1.25 より h＝4.4m

【問 26】

次のア～オは，それぞれ正しいことがらである。ア～オのうち，その逆も正しいのはどれか。二つ選び記号で答えよ。

（熊本県 2002 年度）

ア $x=7$ならば，$x>6$である。

イ 自然数nが6の倍数ならば，nは2でも3でもわりきれる。

ウ △ABCにおいて，AB＝BC＝CAならば，∠B＝60°である。

エ 四角形において，対角線がそれぞれの中点で交わるならば，平行四辺形である。

オ △ABC と△DEF において，△ABC≡△DEF ならば，△ABC＝△DEF である。

解答欄

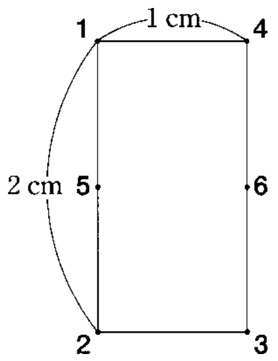
解答
イ,エ
解説
ア
例えば$x=8$のとき$x>6$であるが$x=7$ではない。
イ
2でも3でもわりきれる自然数は6の倍数である。
ウ
∠B＝60°であっても∠A，∠Cは60°であるとは限らない。よってAB＝BC＝CDは成り立たない。
エ
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる。
オ
三角形の底辺と高さの積が等しければ面積が等しくなるので面積が等しい三角形が合同であるとは限らない。

【問 27】

図のように，縦が 2 cm，横が 1 cm の長方形の頂点に 1，2，3，4，縦の辺の中点に 5，6 の番号をつける。1 から 6 までの目が出る大小2つのさいころを同時に投げて，大きいさいころの出た目の数と同じ番号の点を A，小さいさいころの出た目の数と同じ番号の点を B とする。

このとき，次のア，イの問いに答えなさい。

（宮崎県 2002 年度）



ア．大きいさいころの出た目が 1，小さいさいころの出た目が 6 のとき，線分 AB の長さを求めなさい。

イ．線分 AB の長さを d cm として，d が無理数になる確率を求めなさい。ただし，同じ目が出たときの線分 AB の長さは 0 cm とする。

解答欄

ア	AB＝　　　　　cm
イ	

解答

ア　AB＝$\sqrt{2}$ cm

イ　$\frac{1}{3}$

解説

ア

線分 AB は，1，4，6 の頂点を結ぶ直角二等辺三角形の斜辺になる。

よって AB＝$\sqrt{2}$ ×1＝$\sqrt{2}$ cm

イ

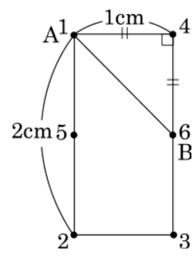
線分 AB が正方形の対角線か長方形の対角線になればよい。

そのようなA，Bの組み合わせは

(A，B)＝(1，6)，(6，1)，(5，4)，(4，5)，(5，3)，(3，5)，(2，6)，(6，2)，(1，3)，(3，1)，(2，4)，(4，2)の12通り。

さいころの目の出方は全部で6×6＝36通りだから

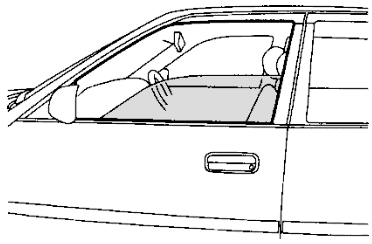
求める確率は$\frac{12}{36}$ ＝$\frac{1}{3}$



【問 28】

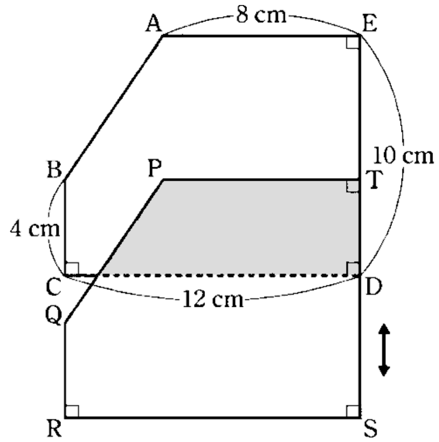
二郎君は，図Ⅰのような自動車の窓を見て，図Ⅱにある合同な2つの五角形 ABCDE と PQRST を画用紙でつくり，次のように考えた。

図Ⅰ



図Ⅱのように平面上で五角形 PQRST を五角形 ABCDE の上に重ね五角形 PQRST を4点 E，T，D，S が一直線上に並ぶように上下に動かす。

図Ⅱ



このとき，AE＝8 cm，BC＝4 cm，CD＝12 cm，DE＝10 cm，∠C＝∠D＝∠E＝90° として，次のア～ウの問いに答えなさい。

ただし，紙の厚さは考えないものとする。

（宮崎県 2002 年度）

ア．五角形 ABCDE の面積を求めなさい。

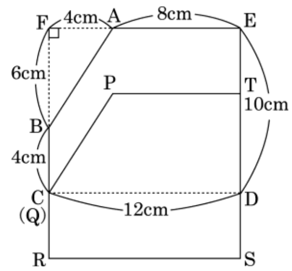
イ．頂点 C と Q が重なるとき，DT の長さを求めなさい。

ウ．イのときから，五角形 PQRST を下に動かし，2つの五角形が重なる ▢ 部分の面積が，五角形 ABCDE の面積の 4 分の 1 になるとき，DT の長さはいくらか。DT の長さを x cm として，方程式をつくって求めなさい。(式と計算の過程も書きなさい。)

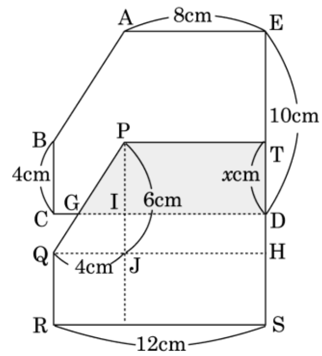
解答欄

ア	cm^2
イ	DT＝ cm
ウ	式と計算 答 DT の長さ cm

解答
ア　108cm²
イ　DT＝6cm
ウ
式と計算
$\frac{1}{2}\{8+(8+\frac{2}{3}x)\}x=108\times\frac{1}{4}$
$(8+\frac{1}{3}x)x=27$
$\frac{1}{3}x^2+8x-27=0$
$x^2+24x-81=0$
$(x-3)(x+27)=0$
$x=3,\ -27$
$x>0$ より
$x=-27$ は問題にあわない。
$x=3$ は問題にあっている。
答　DT の長さ 3cm
解説
ア
図のようにEAの延長とCBの延長の交点をFとする。



五角形ABCDEの面積は
長方形FCDEの面積から三角形FBAの面積を引けばよいから
$10\times12-\frac{1}{2}\times4\times6=108\text{cm}^2$
イ
頂点CとQが重なるとき右図のような位置関係になる。
DT＝ST－DS，DS＝QR＝4cmだからDT＝10－4＝6cm
ウ
（網掛け）部分は台形である。
図のように各点をとると五角形 ABCDE は一定の方向に平行移動しているから
△IPG は△JPQ と常に相似になる。
よってIP:IG＝JP:JQ＝6:4＝3:2



IP＝DT＝x cmだからIG＝$\frac{2}{3}x$ cm
台形PGDTの面積は五角形ABCDEの$\frac{1}{4}$だから
$\frac{1}{2}\times\{8+(8+\frac{2}{3}x)\}\times x=108\times\frac{1}{4}$
$(8+\frac{1}{3}x)x=27$
$\frac{1}{3}x^2+8x-27=0$
$x^2+24x-81=0$
$(x-3)(x+27)=0$
$x=3,\ x=-27$
$x>0$より
$x=-27$は問題にあわない。
$x=3$ は問題にあっている。
よって $x=3$