7.二次方程式の利用　文章問題②　図形に関連する問題・その他

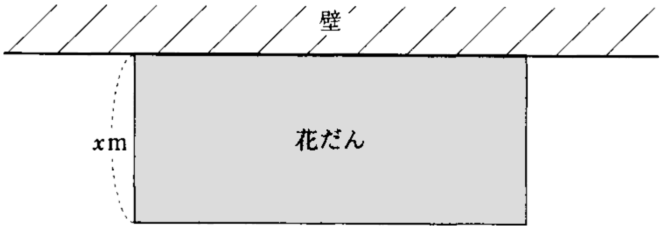
図形に関連する問題・その他

【問 1】

ある中学校では，図のように，校舎の壁にそった長方形の花だんをつくることにしました。この花だんの壁がわの1辺を除いた3辺の長さの和が 24 m，面積が 72 m² となるようにします。

このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（岩手県　2002 年度）



⑴　花だんの縦の長さを求めるために，その長さを x m として，方程式をつくりなさい。

⑵　花だんの縦の長さを求めなさい。

解答欄

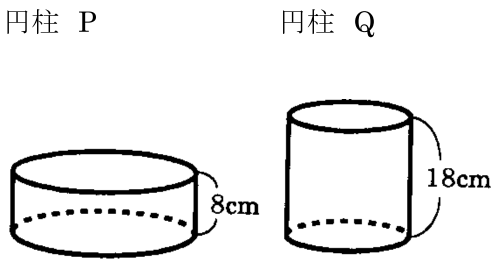
(1)	
(2)	m

解答
(1) $x(24-2x)=72$
(2) 6 m
解説
⑴
花だんの横の長さを，x を使って表すと，$(24-2x)$m よって，$x(24-2x)=72$
⑵
⑴の方程式を解く。
$24x-2x^2=72$
$2x^2-24x+72=0$
$x^2-12x+36=0$
$(x-6)^2=0$
$x=6$
縦の長さは 6m

【問 2】

図のような，高さが 8 cm と 18 cm の2つの円柱 P，Q がある。円柱 P，Q の体積は等しく，円柱 Q の底面の半径は円柱 P の底面の半径より 5 cm 短い。円柱 P の底面の半径を x cm として方程式をつくり，円柱 P の底面の半径を求めなさい。

（栃木県 2002 年度）



解答欄

答　　　　　cm

解答

円柱Qの底面の半径は$(x-5)$cm であるから

$\pi x^2 \times 8 = \pi (x-5)^2 \times 18$

$8x^2 = 18x^2 - 180x + 450$

$10x^2 - 180x + 450 = 0$

$x^2 - 18x + 45 = 0$

$(x-3)(x-15) = 0$

よって $x=3，15$

円柱Pの半径は 5cm 以下になることはないので $x=15$

答　15cm

解説

円柱 Q の底面の半径は$(x-5)$cm であるから$\pi x^2 \times 8 = \pi (x-5)^2 \times 18$

$8x^2 = 18x^2 - 180x + 450$　　$10x^2 - 180x + 450 = 0$

$x^2 - 18x + 45 = 0$　　$(x-3)(x-15) = 0$

よって $x=3，15$

円柱 P の半径は 5cm 以下になることはないので $x=15$

【問 3】

ある正方形の縦を 5 cm，横を 10 cm それぞれのばして長方形をつくると，その面積がもとの正方形の面積の6倍になった。このとき，もとの正方形の1辺の長さを求めなさい。

（鳥取県 2002 年度）

解答欄

cm

解答
5 cm
解説
もとの正方形の1辺の長さを x cm とすると，長方形の縦の長さは $x+5$cm
横の長さは $x+10$cm と表せるから
$(x+5)(x+10)=6x^2$
これを解いて $x=-2,\ 5$
$x>0$ より $x=5$

【問 4】

縦が x cm，横が 12 cm の長方形がある。この長方形から1辺が x cm の正方形を1個切り取ったら，残りの面積が 20 cm^2 になった。このときの x の値をすべて求めなさい。

（秋田県 2003 年度）

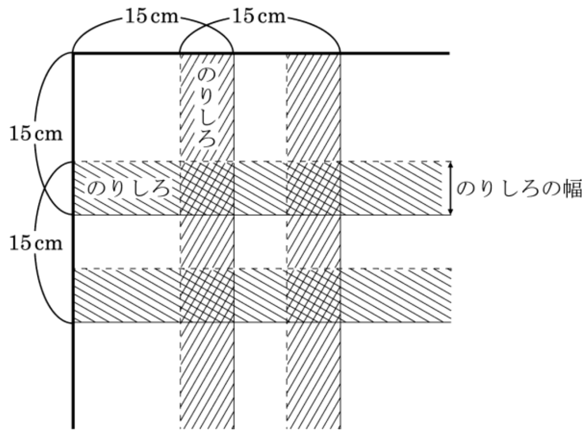
解答欄

解答
2，10
解説
切り取った後の縦の長さは x cm，横の長さは $12-x$ cm なので
$x(12-x)=20$
この方程式を解くと
$x=2,\ 10$

【問 5】

図のように，1辺の長さが 15 cm の正方形の折り紙を，のりしろの幅をすべて等しくして重ねてはり合わせ，大きな正方形をつくる。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（新潟県　2003 年度）



⑴ のりしろの幅をすべて 1 cm とするとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 9枚の折り紙をはり合わせたとき，できた大きな正方形の1辺の長さと面積をそれぞれ答えなさい。

② n^2 枚の折り紙をはり合わせたとき，できた大きな正方形の面積を n を用いて表しなさい。ただし，n は自然数とする。

⑵ のりしろの幅をすべて x cm として，81 枚の折り紙をはり合わせて1辺が 125 cm の正方形をつくった。このとき，x の値を求めなさい。

解答欄

⑴	①	1辺の長さ　　cm	面積　　cm^2
	②	cm^2	
(2)	x＝		

解答

⑴① 1辺の長さ 43cm，　面積 1849cm^2，　② $(14n+1)^2$ cm^2　(2) $x=\frac{5}{4}$

解説

⑴

① 縦に3枚，横に3枚重ねてはり合わせることになる。正方形の1辺の長さは

$15\times3-1\times(3-1)=45-2=43$cm　面積は，$43\times43=1849$$cm^2$

② 縦に n 枚，横に n 枚重ねてはり合わせることになる。このときの正方形の1辺の長さは

$15\times n-1\times(n-1)=15n-n+1=14n+1$ よって，面積は$(14n+1)^2$ cm^2

⑵

縦に9枚，横に9枚重ねてはり合わせることになるから，次の方程式ができる。

$15\times9-x\times(9-1)=125$　これを解くと $x=\frac{5}{4}$

【問 6】

図1のような1辺 6 cm の正方形のうすい紙が，4枚ある。この4枚の正方形の紙を図2のようにはりあわせ，面積が 100 cm² の大きな正方形の紙をつくることを，太郎さんと花子さんはそれぞれ考えた。なお，のりしろ（はりあわせる部分）の幅はすべて同じとし，その幅を x cm とする。

次の(1)〜(3)の問いに答えなさい。

（岐阜県 2003 年度）

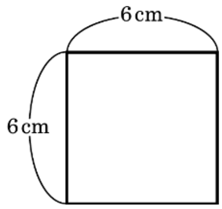


図1

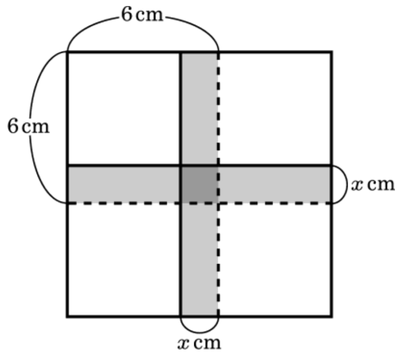


図2

(1) 図2の大きな正方形の紙の1辺の長さを，x を用いて表しなさい。

(2) 太郎さんと花子さんはそれぞれ次のように考えた。

ア〜ウには文字を使った式を，エには整数を，オには1次方程式を，それぞれあてはまるように書きなさい。

> 太郎さんの考え
>
> 図2の大きな正方形の紙の面積が 100 cm² であることから，x についての2次方程式をつくると，
>
> $\boxed{\text{ア}}$ ＝100 となる。
>
> 左辺を展開して，$x^2+bx+c=0$ の形にすると，$\boxed{\text{イ}}$ ＝0 となり，
>
> この左辺を因数分解することによって，$\boxed{\text{ウ}}$ ＝0 となる。

> 花子さんの考え
>
> 図2の大きな正方形の紙の面積が 100 cm² であることから，2乗して 100 になる数を考えると，
>
> 大きな正方形の紙の1辺の長さは $\boxed{\text{エ}}$ cm であることがわかる。
>
> このことから，x についての1次方程式をつくると，$\boxed{\text{オ}}$ となる。

(3) このとき，のりしろの幅を何 cm にすればよいかを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(2)</td><td>ア</td><td></td><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td><td>エ</td><td></td></tr>
<tr><td>オ</td><td></td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
</table>

解答

(1)　$(12-x)$ cm

(2)

ア　$(12-x)^2$

イ　$x^2-24x+44$

ウ　$(x-2)(x-22)$

エ　10

オ $12-x=10$

(3) 2cm

解説

(1)　重なっている幅は x だから，大きな正方形の1辺の長さは $6+(6-x)=12-x$ cm

(2)

ア　(1)より，大きな正方形の 1 辺の長さは $12-x$ だから，その面積は$(12-x)^2$と表せる。

よって$(12-x)^2=100$ となる。

イ　アの左辺を展開して，$144-24x+x^2=100$　　$x^2-24x+44=0$ となる。

ウ　イの左辺を因数分解すると，$(x-2)(x-22)=0$ となる。

エ　$100=10^2$ より，大きな正方形の1辺は 10cm である。

オ　(1)より，大きな正方形の 1 辺の長さは $12-x$ だから，$12-x=10$ となる。

(3)

(2) ウを解くと，$x-2=0$，$x-22=0$　　$0\leqq x\leqq 6$ より，$x=2$ である。

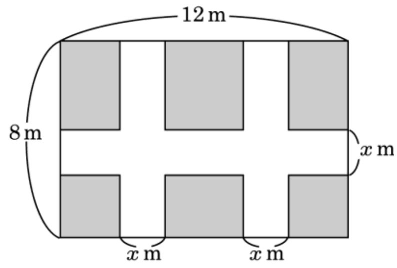
よってのりしろ幅は 2cm にすればよい。または(2)オを解くと $x=2$ となる。

【問 7】

縦 8 m，横 12 m の長方形の土地がある。図のように，縦に2本，横に1本の同じ幅の道をつくり，残りの部分を花だんにすることにした。花だんの面積と道の面積が同じになるようにするには，道の幅を何 m にすればよいか。

次の①，②の問いに答えなさい。

（滋賀県 2003 年度）



① 道の幅を x m として，x についての方程式をつくりなさい。

② ①の方程式を解いて，道の幅を求めなさい。

解答欄

①	
②	m

解答

① $(8-x)(12-2x)=48$　② 2 m

解説

①

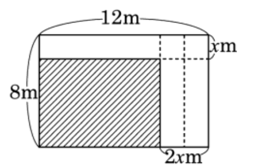
花だんの部分を左下に集めると右の図の斜線の長方形になる。

この長方形の面積を x で表すと$(8-x)(12-2x)$となる。

花だんの面積が道の面積と等しくなるので

花だんの面積は $12\times8\times\frac{1}{2}=48$

よって　$(8-x)(12-2x)=48$



②

$(8-x)(12-2x)=48$

$2(8-x)(6-x)=48$

$(8-x)(6-x)=24$

$48-14x+x^2=24$

$x^2-14x+24=0$

$(x-12)(x-2)=0$

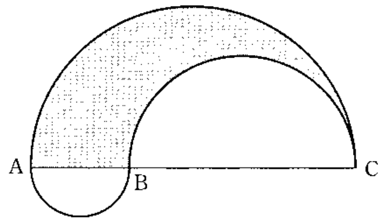
$x=2，12$

$x=12$ は題意に合わない。

よって道の幅は 2m

【問 8】

右の図のように, AB, BC, AC をそれぞれ直径とする 3 つの半円があり, AC＝12cm とします。次の(1), (2)に答えなさい。ただし, 円周率はπを用いなさい。



（北海道　2004 年度）

(1) 図の弧 AC の長さを求めなさい。

(2) AB を直径とする半円の面積と, BC を直径とする半円の面積の和が, 図の  の部分の面積に等しくなるとき, AB を直径とする半円の半径は何 cm になりますか。AB を直径とする半円の半径を $x$cm として方程式を作り, 求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	方程式 計算 答　　　　　cm

解答

(1) 6π cm

(2)

（方程式）$\dfrac{\pi x^2}{2}+\dfrac{\pi(6-x)^2}{2}=18\pi-\dfrac{\pi(6-x)^2}{2}$

（計算） $3x^2-24x+36=0$

$x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0$

$x=2,\ 6$

$x<6$ より, $x=2$

答 2cm

【問 9】

図 1 の「●」のように，x 座標，y 座標がともに整数である点を格子点とよぶことにする。格子点のうち，x 座標，y 座標がともに正であるものの 1 つを A とする。このとき，次の 1，2 の問いに答えなさい。

（栃木県　2004 年度）

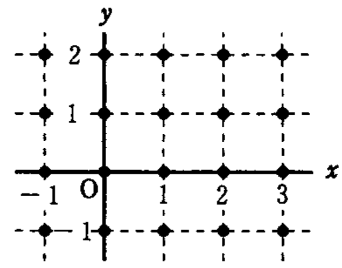


図 1

1　図 2 のように原点 O，点 A を頂点とし，x 軸，y 軸上に 2 辺をもつ長方形について，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　点(4，3)を A とするとき，長方形の周上および内部にある格子点の個数の合計を求めなさい。

(2)　n を正の整数とし，点(n＋7，n)を A とする。このとき，長方形の周上にある格子点の個数と，長方形の内部にある格子点の個数が等しくなるような n の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

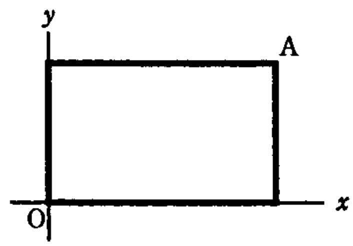


図 2

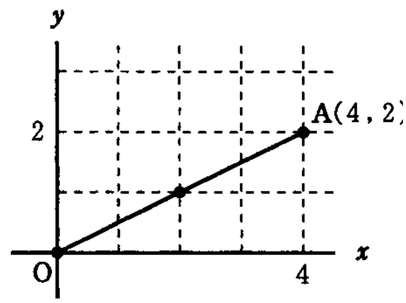


図 3

2　原点 O，点 A も含め，線分 OA 上にある格子点の個数について考える。たとえば，点(4，2)を A とするときは，図 3 のように格子点の個数は 3 個になる。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　n を正の整数とし，点(8，n)を A とするとき，線分 OA 上の格子点の個数が 5 個になる n の値を小さい方から 2 つ求めなさい。

(2)　さいころを 2 回振り，1 回目に出た目の数を m，2 回目に出た目の数を n とし，点(m，n)を A とする。このとき，線分 OA 上の格子点の個数が 4 個になる A の座標をすべて求めなさい。

解答欄

1	(1)	個
	(2)	
2	(1)	
	(2)	

解答
1
(1)　20 個
(2)
長方形の周上にある格子点の個数は，$2(n+7)+2n$　長方形の内部にある格子点の個数は
$(n+6)(n-1)$　よって，$2(n+7)+2n=(n+6)(n-1)$　$4n+14=n^2+5n-6$
$n^2+n-20=0$　$(n+5)(n-4)=0$　$n=4,\ -5$　n は正の整数だから $n=4$
答え　$n=4$
2
(1)　4，12
(2)　(3, 3), (3, 6), (6, 3)
解説
1
(1)
長方形の周上および内部にある格子点は
(0, 0), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (0, 4), (1, 0), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 0), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4)の計 20 個
2
(1)
線分 OA 上の格子点が 5 個となるとき，点 O（0，0）点 A(8, n)以外に 3 点が存在する。
これらは，線分 OA 上の点であるから x, y が比例するのでその x 座標は，2，4，6 となる。
これより，(0，0)(2，1)(4，2)(6，3)(8，4)のとき $n=4$
(0，0)(2，3)(4，6)(6，9)(8，12)のとき $n=12$
(2)
(0，0)(2，1)(4，2)(6，3)，(0，0)(1，1)(2，2)(3，3)，(0，0)(1，2)(2，4)(3，6)
のそれぞれのときに格子点の個数が 4 個となる。
よって(6，3)(3，3)(3，6)

【問 10】

ある正方形の縦を 2 cm 長くし，横を 3 cm 短くすると，面積がもとの正方形の$\frac{2}{3}$倍になった。このとき，もとの正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

ただし，方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

（佐賀県 2004 年度 後期）

解答欄

方程式 過程   1 辺の長さ　　　　　cm

解答

もとの正方形の 1 辺の長さを $x$cm とすると$(x+2)(x-3)=\frac{2}{3}x^2$

$x^2-3x-18=0$

$(x-6)(x+3)=0$

$x=6,\ -3$

$x>3$ だから

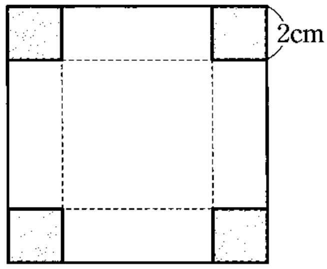
$x=6$

答 6cm

【問 11】

右の図のように，正方形の厚紙の 4 すみから 1 辺が 2 cm の正方形を切り取り，深さ 2 cm，容積 128 cm^3 の箱を作る。もとの正方形の 1 辺の長さを何 cm にすればよいか。ただし，もとの正方形の 1 辺の長さを x cm として，その方程式と計算過程も書くこと。

（鹿児島県　2004 年度）



解答欄

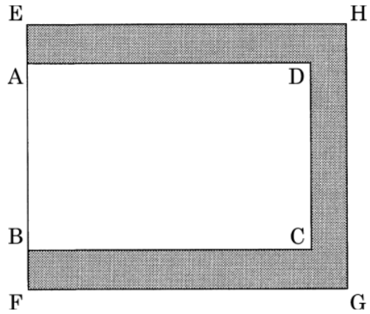
方程式 計算過程   もとの正方形の 1 辺の長さ　　　　　　cm

解答
（式と計算）
容積が 128cm^3 だから $2(x-4)^2=128$
$(x-4)^2=64$
$x-4=\pm 8$
$x=-4,\ 12$
$x>4$ だから
$x=12$
答　12cm

【問 12】

図のように，2つの長方形 ABCD，EFGH があり，辺 EF 上に辺 AB があります。AB＝6 cm，BC＝8 cm で，頂点 C から辺 GH までの距離は，AE の長さ，BF の長さと同じです。図の の部分の面積が長方形 ABCD の面積の半分になるとき，頂点 C から辺 GH までの距離は何 cm になりますか。 頂点 C から辺 GH までの距離を x cm として方程式を作り，求めなさい。

（北海道 2005 年度）



解答欄

方程式   答　　　　　cm

解答

方程式

$2x(x+8)+6x=24$

$x^2+11x-12=0$

$(x-1)(x+12)=0$

$x=1,\ -12$

$x>0$ より

$x=1$

答　1cm

解説

計算

$2x(x+8)+6x=24$

$2x^2+22x-24=0$

$x^2+11x-12=0$

$(x+12)(x-1)=0$

$x=1,\ -12$

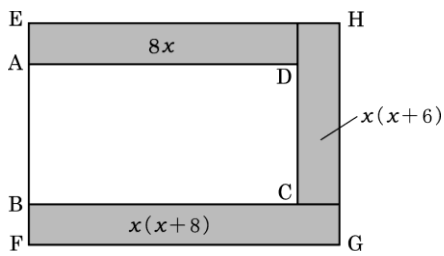
$x>0$ より

$x=1$

正答例以外の例として

$8x+x(x+6)+x(8+x)=24$

などのように方程式を立てることができる。

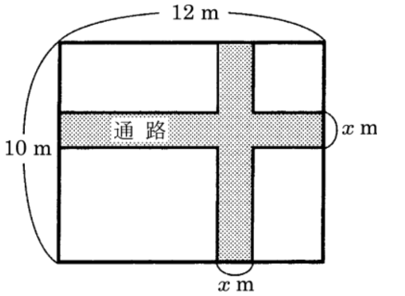


【問 13】

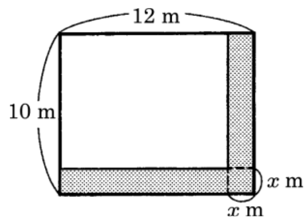
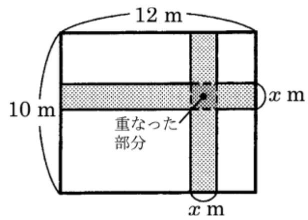
縦の長さが 10 m，横の長さが 12 m の長方形の土地がある。図のように，縦と横に同じ幅のまっすぐな通路をつくり，通路を除いた土地の面積がちょうど 80 m² になるようにしたい。このとき通路の幅を x m とする。

次の⑴～⑶の問いに答えなさい。

（岐阜県 2005 年度）



⑴ 次の A と B の2通りの方法で方程式をつくった。ア～エには x の1次式を，オには x の2次式を，それぞれあてはまるように書きなさい。

<table>
<tr><td>A</td><td>通路を除いた土地の面積は，縦の通路と横の通路を右の図のように移しても変わらない。
通路を除いた土地の面積の関係を方程式で表すと，
(ア)(イ)＝80となる。</td><td>
</td></tr>
<tr><td>B</td><td>通路の面積は，縦の通路の面積と横の通路の面積をたして，重なった部分の面積をひくと求めることができる。
通路の面積の関係を方程式で表すと，
ウ ＋ エ － オ ＝10×12－80となる。</td><td>
</td></tr>
</table>

⑵ ⑴の2通りの方法でつくった方程式を，それぞれ変形すると，同じ2次方程式 $x^2+bx+c=0$ となる。この2次方程式を書きなさい。

⑶ 通路の幅を何 m にすればよいかを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">(1)</td><td>ア</td><td>イ</td><td>ウ</td><td>エ</td><td>オ</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">＝0</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="2">m</td></tr>
</table>

解答

⑴

ア	イ	ウ	エ	オ
$10-x$,	$12-x$	$10x$,	$12x$,	x^2
または$12-x$,	$10-x$	または$12x$,	$10x$,	x^2

(2) $x^2-22x+40$

(3) 2m

解説

⑴

A

図形を平行移動しただけであるから，縦の長さも横の長さも変わらない。

通路を除いた土地の縦の長さは$(10-x)$m，横の長さは$(12-x)$m

したがって$(10-x)(12-x)=80$

B

重なった部分は 1 辺が x m の正方形となっているから

$10x+12x-x^2=10\times12-80$

⑵

A の方程式を解くと

$x^2-22x+120=80$

$x^2-22x+40=0$

B の方程式を解くと

$22x-x^2=40$

$x^2-22x+40=0$

したがってどちらを解いても同じ2次方程式 $x^2-22x+40=0$ を得る。

⑶

$x^2-22x+40=0$ は$(x-20)(x-2)=0$ と因数分解できるから

$x=2$，$x=20$ であるが

$x<10$ より

$x=2$ である。

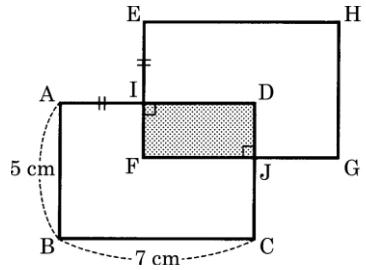
【問 14】

次の問題を下の [ ] のように解いた。(ア) 〜 (オ) の中に数または式を書き入れよ。

（長崎県 2005 年度）

問題

「図のように，同じ平面上に長方形 ABCD と長方形 EFGH があり，AB＝EF＝5 cm，BC＝FG＝7 cm である。この2つの合同な長方形は，辺 AD と辺 EF，辺 DC と辺 FG がそれぞれ点 I，点 J で垂直に交わり，AI＝EI となっている。このとき，長方形 IFJD の面積が 8 cm^2 になるような線分 AI の長さを求めよ。」



AI＝x cm とする。線分 ID，線分 IF の長さは，それぞれ x を用いて表すと，ID＝(ア) cm，IF＝(イ) cm である。長方形 IFJD の面積が 8 cm^2 であることから方程式をつくると，(ウ) ＝8 となる。
この方程式を解くと，(エ) x＝　　，x＝　　 となる。ただしこの場合，問題に適するのは x＝(オ) であるから，線分 AI の長さは (オ) cm である。

解答欄

ア	イ	ウ
エ	オ	

解答
ア　$7-x$
イ　$5-x$
ウ　$(5-x)(7-x)$
エ　$x=3$，$x=9$
オ　3
解説
長方形 IFJD の面積は
$(7-x)(5-x)=8$
$x^2-12x+35-8=0$
$x^2-12x+27=0$
$(x-3)(x-9)=0$
$0<x<5$ より
$x=3$

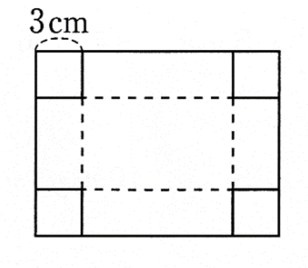
【問 15】

直美さんと和也さんは，数学の授業で，方程式を利用する問題づくりをした。このとき，次の問いに答えなさい。

問い　直美さんは，次のような問題と，それを解くための方程式をつくった。

【問題】

右の図のように，横が縦より 4 cm 長い長方形の厚紙がある。その 4 すみから 1 辺が 3 cm の正方形を切り取り，残りを点線で折り曲げて箱を作ったら，容積が 180 cm^3 になった。もとの長方形の縦の長さを求めなさい。



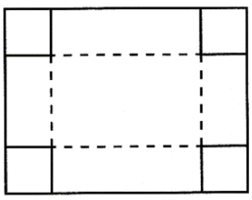
【方程式】

$3\,(x-6)\,(x-2)\ =180$

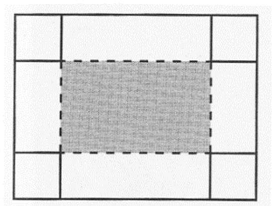
この【問題】の図で，【方程式】の $(x-6)\,(x-2)$ が表す部分を塗りつぶしなさい。

（山梨県　2006 年度）

解答欄



解答



【問 16】

図 1 のような幅 28 cm の長方形の金属板がある。これを図 2 のように左右同じ長さだけ直角に折り曲げ，切り口の面 ABCD が長方形になるようにする。このとき，AB の長さを x cm とする。ただし，金属板の厚さは考えないものとする。

（長野県 2006 年度）

(1) BC の長さを，x を使った式で表しなさい。

(2) 長方形 ABCD の面積を 80 cm^2 にしたい。

① x についての二次方程式をつくりなさい。

② AB が BC よりも短くなるとき，AB の長さを求めなさい。

図 1

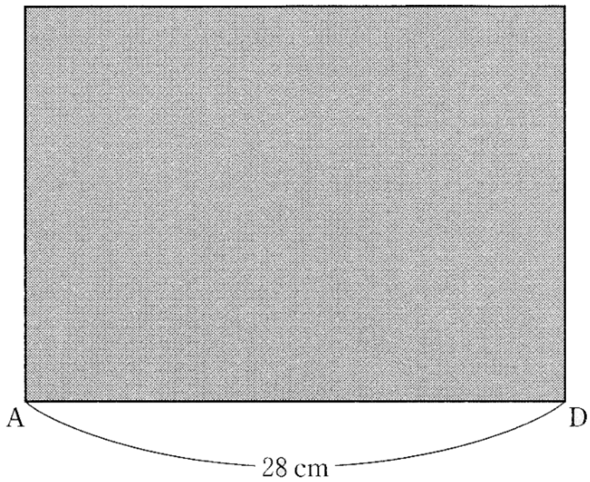
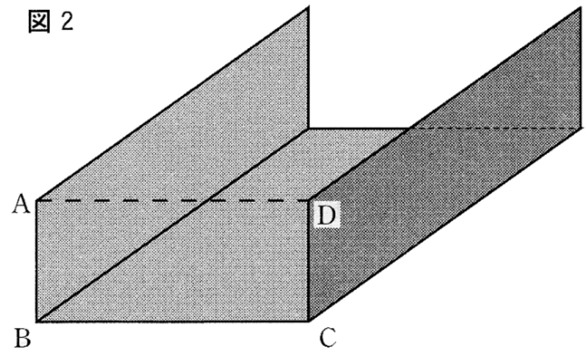


図 2



解答欄

(1)	cm	
(2)	①	
	②	cm

解答
(1) $28-2x$ cm　$2(14-x)$でも可
(2)
① $(28-2x)x=80$
② 4cm
解説
(2)
$x(28-2x)=80$　$2(x^2-14x+40)=0$　$(x-4)(x-10)=0$　$x=4,\ 10$　AB＜BC より
$x<\frac{28}{3}$　よって $x=4$cm

【問 17】

図1のように，厚さが 1 cm の板でできている直方体の形をした容器がある。図2は，図 1 の容器を真上から見た図である。 $\boxed{ア}$ の長さは $\boxed{イ}$ の長さより 3 cm 短い。この容器に 200 cm^3 の水が入っているとき，水の深さは 5 cm であった。

$\boxed{ア}$ の長さを x cm として 2 次方程式をつくり， $\boxed{ア}$ と $\boxed{イ}$ の長さをそれぞれ求めなさい。

（山口県 2006 年度）

図 1

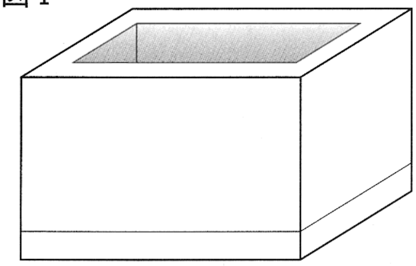
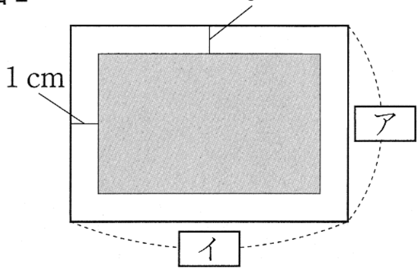


図 2



解答欄

解

答え $\boxed{ア}$ の長さ　　　cm
$\boxed{イ}$ の長さ　　　cm

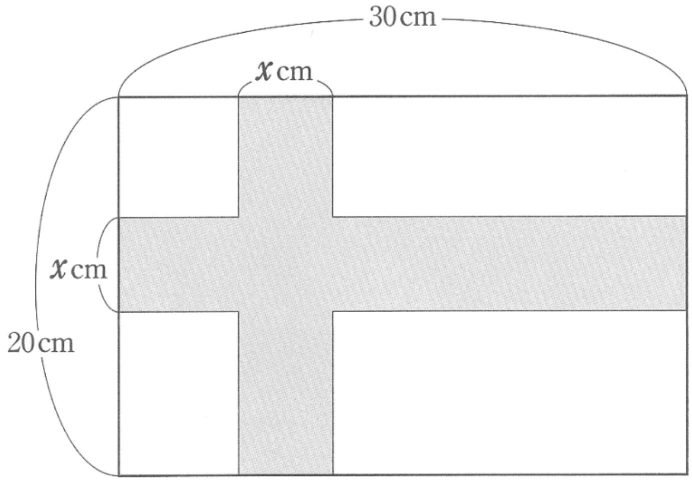
解答
解
$\boxed{\text{ア}}$ の長さが x cm のとき
$\boxed{\text{イ}}$ の長さは$(x+3)$ cm と表せるから
$(x-2)\{(x+3)-2\}\times5=200$
$x^2-x-42=0$
$(x+6)(x-7)=0$
よって $x=-6,\ 7$
x は正の数だから
$x=-6$ は問題にあわない。
$x=7$ のとき, $\boxed{\text{ア}}$ の長さは 7cm
$\boxed{\text{イ}}$ の長さは 10cm となり
問題にあう。
答え $\boxed{\text{ア}}$ の長さ 7 cm, $\boxed{\text{イ}}$ の長さ 10cm
解説
アの長さを x cm とするとイは $x+3$cm とおける。
容器に深さ 5cm の水が入っているときの容積が 200cm^3 より
$(x-2)\times(x+3-2)\times5=200$
$5(x-2)(x+1)=200$
$(x-2)(x+1)=40$
$x^2-x-2=40$
$x^2-x-42=0$
$(x-7)(x+6)=0$
$x>0$ より
$x=7$
よってアは 7 cm, イは $7+3=10$cm

【問 18】

縦 20 cm，横 30 cm の長方形の白い用紙に，右の図のように縦と横に同じ幅で色をぬると，白い部分の面積がもとの用紙の面積の $\frac{5}{8}$ 倍になった。このとき，色をぬった部分の幅を求めなさい。

ただし，色をぬった部分の幅を x cm として方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

（佐賀県 2006 年度 後期）



解答欄

解答

x のとる値の範囲は，$0<x<20$

$(20-x)(30-x)=\frac{5}{8}\times 20\times 30$

$x^2-50x+225=0$

$(x-5)(x-45)=0$

これを解いて，$x=5,\ 45$

$0<x<20$ だから $x=5$

答　色をぬった部分の幅は 5 cm

解説

白い部分の面積 $(20-x)(30-x)$ cm^2 は，もとの用紙の面積 $20\times 30=600$(cm^2)の $\frac{5}{8}$ 倍より

$(20-x)(30-x)=\frac{5}{8}\times 600$

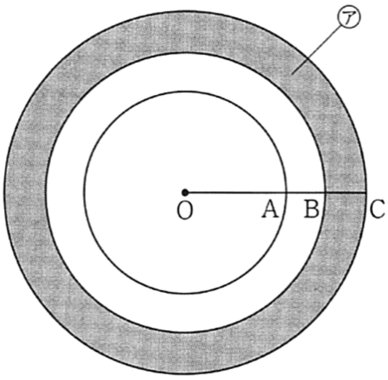
これを解く。$0<x<20$ であることに注意する。

【問 19】

図のように，線分 OA, OB, OC をそれぞれ半径とする 3 つの円があります。点 O, A, B, C は一直線上にあり，AB＝BC＝1 cm とします。図の色のついた部分㋐の面積が OA を半径とする円の面積と等しくなるとき，OA の長さは何 cm になりますか。

OA の長さを x cm として方程式をつくり，求めなさい。

（北海道 2007 年度）



解答欄

方程式   答　　　　　　cm

解答

$\pi(x+2)^2-\pi(x+1)^2=\pi x^2$

答　3cm

解説

OA＝x cm とするとき，OB＝x＋1 cm，OC＝x＋2 cm と表せる。

色のついた部分の面積は $\pi(x+2)^2-\pi(x+1)^2$ cm^2…①　OA を半径とする円の面積は，πx^2 cm^2…②

①と②が等しいので $\pi(x+2)^2-\pi(x+1)^2=\pi x^2$

両辺を π でわって，$(x+2)^2-(x+1)^2=x^2$　$x^2+4x+4-x^2-2x-1=x^2$　$x^2-2x-3=0$　$(x+1)(x-3)=0$　$x=-1, 3$　$x>0$ より，$x=3$cm

【問 20】

半径 2 cm の円が 2 個，半径 3 cm の円が 1 個，半径 4 cm の円が 2 個ある。この 5 個の円の面積の和が，半径 a cm の円の面積と等しくなるとき，a の値を求めよ。

（愛知県 2007 年度 B）

解答欄

$a=$

解答

$a=7$

解説

$2\times\pi\times2^2+\pi\times3^2+2\times\pi\times4^2=\pi\times a^2$

$49\pi=\pi\times a^2$

$a^2=49$

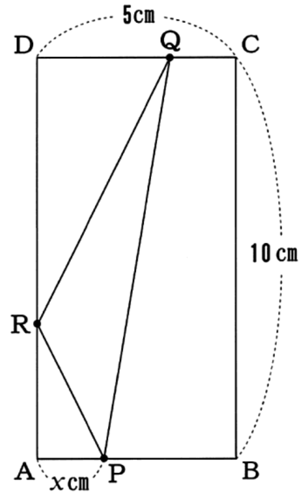
$a>0$ より

$a=7$

【問 21】

図のような，長方形 ABCD があり，BC＝10 cm，CD＝5 cm である。点 P は，辺 AB 上を，点 A から点 B まで動く点である。点 Q は，辺 CD 上を，CQ＝AP となるように動く点であり，点 R は，辺 AD 上を，AR＝2AP となるように動く点である。また，点 P と点 Q，点 Q と点 R，点 R と点 P をそれぞれ結ぶ。点 P が 2 点 A，B と異なる点であるとき，AP＝x cm として，次の(1)～(3)の問いに答えよ。

（香川県 2007 年度）



(1) 四角形 PBCQ の面積を y cm^2 とするとき，x と y はどのような関係にあるか。次の①～④から，正しいものを 1 つ選んで，その番号を書け

① y は x に比例する
② y は x に反比例する
③ y は x の 2 乗に比例する
④ y は x が変化しても一定である

(2) △DRQ の面積は何 cm^2 か。x を使った式で表せ。

(3) △PQR の面積が，△DRQ の面積の 3 倍になるのは，x の値がいくらのときか。x の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。

解答欄

(1)	
(2)	cm^2
(3)	x の値を求める過程 答　x の値

解答

(1) ④

(2) $x^2-10x+25$ cm^2

(3)

イより，△DRQ＝$(x^2-10x+25)$ cm^2，

AP＝x cm，AR＝$2x$ cm より，△APR＝x^2 cm^2 である。

また，四角形 APQD＝$\frac{1}{2}$ ×長方形 ABCD＝25cm^2 だから，

△PQR＝四角形 APQD－(△APR＋△DRQ)

＝$(-2x^2+10x)$ cm^2 となる。

したがって $-2x^2+10x=3(x^2-10x+25)$

整理すると $x^2-8x+15=0$，$(x-3)(x-5)=0$

よって $x=3$ または $x=5$

点 P は 2 点 A，B と異なる点なので $0<x<5$ だから，

$x=3$ は問題にあうが $x=5$ は問題にあわない。

答　x の値　3

解説

(1)

AP＝x cm のとき，CQ＝x cm，BP＝$5-x$ cm と表せる。

よって $y=(x+5-x)\times10\div2=25$ となり

y は x の値が変化しても常に 25 となるから④である。

(2)

AR＝2AP＝$2x$ cm より DR＝$10-2x$ cm

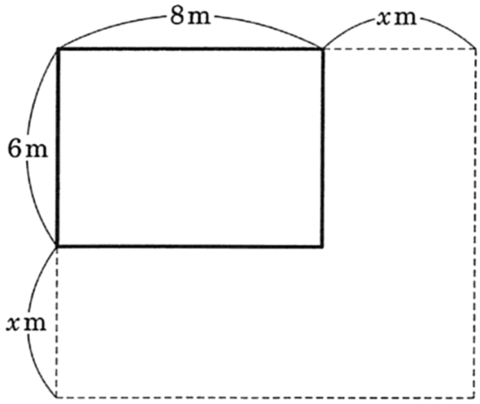
また DQ＝$5-x$ cm より

△DRQ＝$\frac{1}{2}$ ×DR×DQ＝$\frac{1}{2}\times(10-2x)(5-x)=(5-x)^2=x^2-10x+25$ cm^2

【問 22】

縦の長さが 6 m，横の長さが 8 m の長方形の花だんがある。この花だんの縦と横の長さをそれぞれ x m のばして，面積が元の花だんの面積の $\frac{5}{2}$ 倍になるようにする。x の値を求めなさい。

（徳島県 2007 年度）



解答欄

解答
4
解説
縦横を xm のばしてできた長方形の面積が元の面積の $\frac{5}{2}$ 倍だから

$(x+6)(x+8)=\frac{5}{2}\times6\times8$
$x^2+14x+48=120$
$x^2+14x-72=0$
$(x+18)(x-4)=0$
$x=-18,\ 4$
$x>0$ より
$x=4$

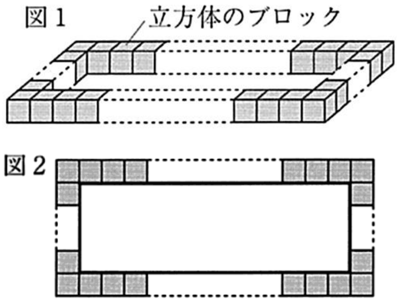
【問 23】

次の問題を方程式をつくって解け。解答は，解く手順にしたがって ┆　┆ の中に完成させ，答えを □ の中に記入せよ。

（福岡県 2007 年度）

A さんの学級では，「花いっぱい運動」に取り組み，図 1 のように，1 辺が 20 cm の立方体のブロックを並べて，長方形の花だんをつくった。図 2 は，長方形の花だんを真上から見た図である。並べたブロックの内側にできた長方形の土地(― で囲まれた部分)は，横の長さが縦の長さよりも 4 m 長く，面積が 12 m^2 であった。

並べたブロックの個数を求めよ。



解答欄

解答

並べたブロックの内側にできた長方形の土地の縦の長さを x m とする。

解答

長方形の土地の横の長さは$(x+4)$ m となる。

$x(x+4)=12$

これを解いて

$x^2+4x-12=0$

$(x+6)(x-2)=0$

$x=-6,\ x=2$

x は正の数だから，$x=-6$ は問題にあわない。

$x=2$ のとき，縦の長さは 2 m，横の長さは 6 m となり，ブロックを並べることができるので，$x=2$ は問題にあう。

周の長さは 16 m となり，並べたブロックの個数は $1600\div20+4=84$

答　84

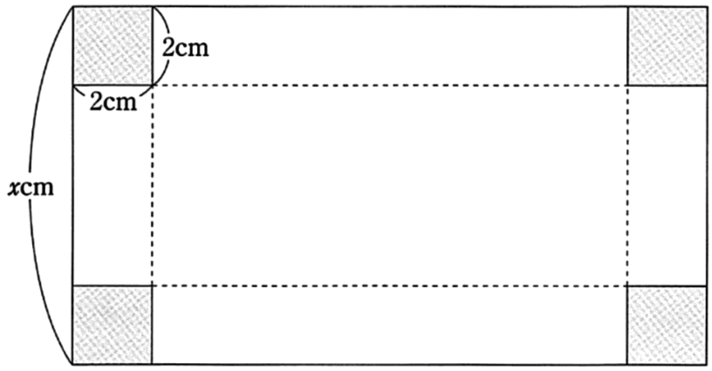
解説

ブロックの内側にできた長方形の土地の縦の長さを x m とすると横の長さは $x+4$m と表せる。この面積が 12m^2 だから $x(x+4)=12$　$x^2+4x-12=0$　$(x+6)(x-2)=0$　$x=-6,\ 2$　$x>0$ より，$x=2$　よって，長方形の土地の縦は 2m，横は 6m　このときブロックの数は，$(2\times2+6\times2)\times100\div20+4=84$ 個

【問 24】

図のように，横が縦より 7 cm 長い長方形の厚紙がある。この 4 すみから 1 辺が 2 cm の正方形を切り取り，直方体の容器をつくると，容積が 120 cm^3 になった。このとき，はじめの厚紙の縦の長さを求めなさい。
ただし，はじめの厚紙の縦の長さを x cm として方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

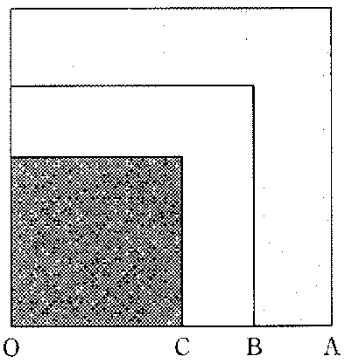
（佐賀県 2007 年度 後期）



解答欄

解答
$(x+3)(x-4)\times 2=120$
$x^2-x-72=0$
$(x+8)(x-9)=0$
これを解いて
$x=-8,\ 9$
x のとる値の範囲は $x>4$ だから
$x=9$
答 縦の長さは 9 cm

【問 25】



図のように，線分 OA を 1 辺とする正方形があります。
辺 OA 上に AB＝1 cm，AC＝2 cm となるように 2 点 B，C をとり，OA を 1 辺とする正方形と同じ側に，2 つの線分 OB，OC を 1 辺とする正方形をそれぞれつくります。で示された部分の面積とで示された部分の面積が等しいとき，OC の長さを求めなさい。

ただし，用いる文字が何を表すかを示して方程式をつくり，それを解く過程も書きなさい。

（岩手県　2008 年度）

解答欄

答　　　　　　　　cm

解答

OC の長さを x cm とする。

2 つの部分の面積が等しいから

$x^2=(x+2)^2-(x+1)^2$

$x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$

$x+1=0$　または　$x-3=0$

$x=-1,\ x=3$

$x>0$ であるから

$x=3$

答　3cm

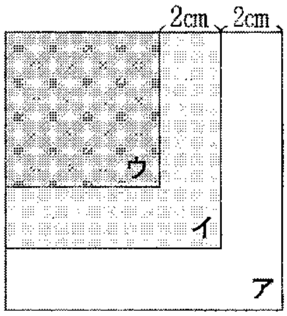
解説

OC＝x cm とすると，OB＝$x+1$ cm，OA＝$x+2$ cm と表せる。面積の関係から，$x^2=(x+2)^2-(x+1)^2$　$x^2=x^2+4x+4-x^2-2x-1$　$x^2-2x-3=0$　$(x+1)(x-3)=0$　$x=-1,\ 3$　$x>0$ より，$x=3$ cm

【問 26】

図は，大きさの異なる 3 つの正方形ア，イ，ウを，大きいものから順に重ね，これらの正方形の 2 つの辺をそろえたものであり，1 辺の長さの差が 2 cm ずつとなっている。正方形イの面積が 50 cm^2 であるとき，2 つの正方形アとウの面積の差は何 cm^2 か，求めなさい。

（山形県 2008 年度）



解答欄

解答

$40\sqrt{2}$ cm^2

解説

正方形イの 1 辺の長さを x cm とすると

面積は 50 cm^2 であるから $x^2=50$

$x>0$ より

$x=5\sqrt{2}$ cm

よって正方形アの 1 辺は $5\sqrt{2}+2$cm

正方形ウの 1 辺は $5\sqrt{2}-2$ cm と表せるから

その面積の差は

$(5\sqrt{2}+2)^2-(5\sqrt{2}-2)^2=50+20\sqrt{2}+4-50+20\sqrt{2}-4=40\sqrt{2}$ cm^2

【問 27】

1 辺の長さが x cm の正方形がある。この正方形の縦の辺を 2 cm，横の辺を 3 cm それぞれ伸ばしてできた長方形の面積が，もとの正方形の面積の 2 倍となった。もとの正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

（群馬県 2008 年度）

解答欄

解   答　　　　cm

解答

$(x+2)(x+3)=2x^2$

$x^2+5x+6=2x^2$

$-x^2+5x+6=0$

$x^2-5x-6=0$

$(x+1)(x-6)=0$

$x=-1,\ x=6$

$x>0$ より，$x=6$

答　6cm

解説

もとの正方形の 1 辺の長さを x cm とすると，その面積は x^2cm² と表せる。

縦を 2 cm，横を 3 cm 伸ばしてできた長方形の面積は

$(x+2)(x+3)$ cm² で

もとの面積の 2 倍だから

$(x+2)(x+3)=2x^2$

$x^2+5x+6=2x^2$

$x^2-5x-6=0$

$(x+1)(x-6)=0$

$x=-1,\ 6$

$x>0$ より

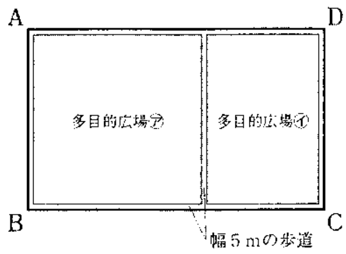
$x=6$ cm

【問 28】

次の問題を方程式をつくって解け。解答は，解く手順にしたがって の中に完成させ，答えを の中に記入せよ。

（福岡県 2008 年度）

M 市では，市民の体力づくりのために，右の図のように，長方形 ABCD の土地に，正方形の多目的広場㋐と長方形の多目的広場㋑と幅 5 m の歩道 (┈┈の部分) をつくった。多目的広場㋑は，横の長さが縦の長さより 50 m 短く，面積が 15000m² である。長方形 ABCD の土地の周囲(──の部分) に，5 m 間隔で点 A から木を 1 本ずつ植えることにした。ただし，木の大きさは考えないものとする。
長方形 ABCD の土地の周囲に植える木の本数を求めよ。



解答欄

解答
多目的広場㋑の縦の長さを x m とする。

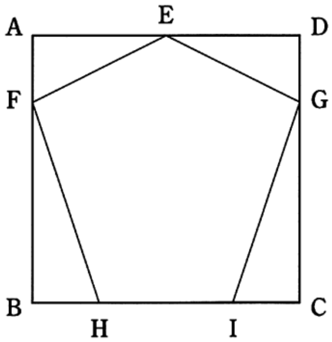
答　長方形 ABCD の土地の周囲に植える木の本数は　　　本

解答
多目的広場㋑の横の長さは$(x-50)$ m となる。
$x(x-50)=15000$
これを解いて
$x^2-50x-15000=0$
$(x+100)(x-150)=0$
$x=-100$，$x=150$
x は正の数だから，$x=-100$ は問題にあわない。
$x=150$ のとき，多目的広場㋑の横の長さは 100 m。
長方形 ABCD の土地の縦の長さは 160 m，横の長さは 265 m となるので，木の本数は
$(160+265)\times2\div5=170$
これは，問題にあう。
答　170 本
解説
多目的広場㋑の縦の長さを x m とすると，横は $x-50$m　この面積が 15000m² より，$x(x-50)=15000$　$x^2-50x-15000=0$　$(x+100)(x-150)=0$　$x>0$ より，$x=150$ m　よって，AB＝150＋10＝160 m，BC＝150＋150－50＋15＝265m　よって，木の本数は$(160\times2+265\times2)\div5=170$ 本

【問 29】

図のように，1 辺の長さが 10 cm の正方形 ABCD がある。AD の中点を E とし，AB 上に点 F，DC 上に点 G，BC 上に点 H, I を，AF＝BH＝IC＝GD となるようにとる。このとき，五角形 EFHIG の面積が 64cm² となるのは，AF の長さが何 cm のときか，求めなさい。ただし，AF＝x cm（0 ＜ x ＜ 5）として方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

（佐賀県 2008 年度 後期）



解答欄

方程式と過程

解答

$10^2-2\times\frac{1}{2}\times x\times5-2\times\frac{1}{2}\times x\times(10-x)=64$

$x^2-15x+36=0$

$(x-3)(x-12)=0$

$x=3,\ 12$

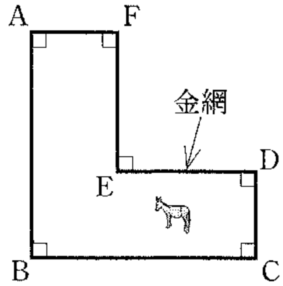
$0<x<5$ だから

$x=3$

答 AF＝3cm

【問 30】

幅が一定で，長さが 48 m の金網がある。この金網を使って，図のように，周の長さが 48 m である囲いをつくり，動物を飼う場所にする。ただし，AF＝CD，FE＝DE となるようにする。このとき，動物を飼う場所の面積が 80 m^2 になるようにしたい。



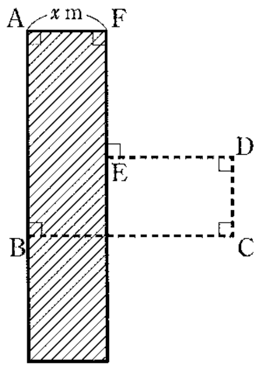
次の問1～問3に答えなさい。

（岐阜県　2009 年度）

問1　AF の長さを x m として，太郎さんと花子さんは，それぞれ次のように考えて方程式をつくった。ア，ウ，エ，カには x の 1 次式を，イには x の 2 次式を，オ，キには数を，それぞれあてはまるように書きなさい。

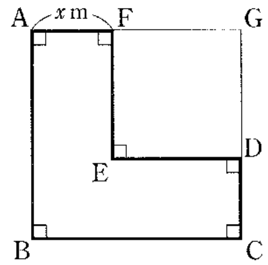
太郎さんの考え

右の図の斜線部分のような，横の長さが x m で，動物を飼う場所と面積が等しい長方形を考える。この長方形は，周の長さが 48 m だから，縦の長さを x を使った式で表すと，($\boxed{ア}$)m となる。この長方形の面積が 80 m^2 になればよいから，x についての 2 次方程式をつくり，$x^2+bx+c=0$ の形にすると，$\boxed{イ}$ ＝0 となる。この式の左辺を因数分解すると，($\boxed{ウ}$)($\boxed{エ}$)＝0 となる。



花子さんの考え

直線 AF と直線 CD との交点を G とする。動物を飼う場所の周の長さは 48 m だから，AG の長さは $\boxed{オ}$ m になり，FG の長さを x を使った式で表すと，($\boxed{カ}$) m になる。動物を飼う場所の面積を 80 m^2 にするためには，正方形 FEDG の面積が $\boxed{キ}$ m^2 になればよいから，x についての 2 次方程式をつくると，($\boxed{カ}$)^2＝ $\boxed{キ}$ となる。



問2　AF の長さを何 m にすればよいかを求めなさい。

問3　点 F にロープの端を固定し，もう一方の端に動物をつなぐことにする。このとき，点 F と動物の間のロープの長さが 8 m であるとすると，動物が動くことのできる土地の面積は何 m^2 になるかを求めなさい。ただし，動物やロープが囲いの外に出ることはなく，動物の大きさは考えないものとする。円周率は π を用いなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>ア</td><td>イ</td><td>ウ</td><td>エ</td></tr>
<tr><td>オ</td><td>カ</td><td>キ</td><td></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

解答

問1

ア $24-x$

イ $x^2-24x+80$

ウエ $x-4,\ x-20$　または　$x-20,\ x-4$

オ 12

カ $12-x$

キ 64

問2　4

問3　$\left(8\sqrt{3}+\dfrac{16}{3}\pi\right)$

解説

問3

FE＝12－4＝8 m　中心を F とする半径 8 m の円と AB との交点を H とすると
動物が動くことのできる土地の面積は△AFH＋(おうぎ形 FHE)となる。
△AFH において三平方の定理より

$AH=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$ m

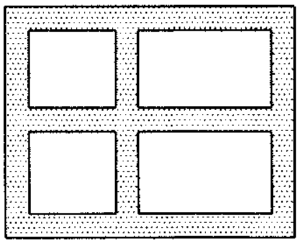
△AFH は $AF:FH:AH=1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形なので，$\angle AFH=60^\circ$
よって$\angle EFH=90^\circ-60^\circ=30^\circ$
したがって求める面積は

$$\frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}+\pi\times 8^2\times\frac{30}{360}=8\sqrt{3}+\frac{16}{3}\pi\ \mathrm{m}^2$$

【問 31】

横が縦より 2 m 長い長方形の土地がある。この土地に，図のように同じ幅の道（図の　の部分）をつくり，残った 4 つの長方形の土地を花だんにする。道幅が 1 m，4 つの花だんの面積の合計が 35 m^2 のとき，この土地の縦の長さは何 m か。

（愛知県 2009 年度 B）



解答欄

m

解答
8m

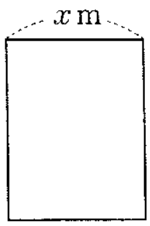
【問 32】

A さんの学校では，花だんを何区画かつくることにした。このとき，どの区画も形と大きさが同じ長方形となるようにする。次の問1，問2に答えなさい。

（山口県 2009 年度）

問1 1 区画の花だんは，縦を横より 1 m 長くし，面積が 12 m^2 となるようにする。図 1 のように横の長さを x m として，2 次方程式をつくり，x の値を求めなさい。

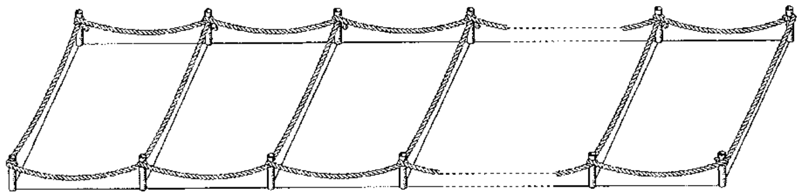
図 1



1 区画の花だん

問2 図 2 のように，n 区画の花だんを横に並べてつくりたい。各区画の花だんの四隅に支柱を立ててロープを張り，となり合う区画の花だんは，境界線上の支柱とロープを共有するものとする。このとき，必要な支柱の本数を n を使った式で表しなさい。

図 2



1 区画め　2 区画め　3 区画め　n 区画め

解答欄

問1	解 答 x＝
問2	本

解答

問1

横の長さが x m のとき，縦の長さは$(x+1)$ m と表せるから

$(x+1)\times x=12$

$x^2+x=12$

$x^2+x-12=0$

$(x-3)(x+4)=0$

よって，$x=3,\ -4$

x は正の数だから，$x=3$ は問題にあうが，$x=-4$ は問題にあわない。

答 $x=3$

問2 $2n+2$ 本

解説

問2

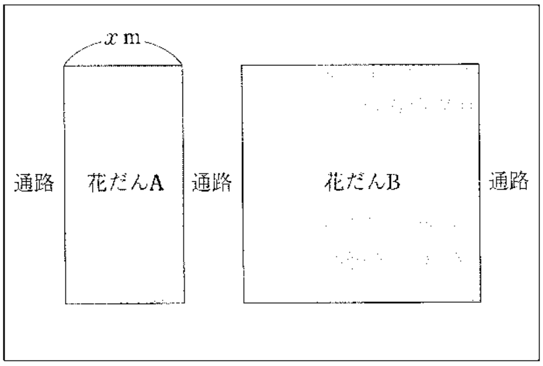
左端の 2 本に 1 区画ごとに 2 本ずつ増えていくので，n 区画の花だんをつくるのに必要な支柱の数は，$2n+2$ 本

【問 33】

図のように，長方形の土地に，花だん A，花だん B，およびそのまわりに通路をつくることにした。花だん A は長方形，花だん B は正方形とし，花だん B の横の長さは花だん A の横の長さの 2 倍，2 つの花だんの縦の長さは同じとする。また通路の幅はすべて 1 m とする。

花だん A の横の長さを x m とするとき，次の(1)～(3)に答えなさい。

（佐賀県 2009 年度 後期）



(1) 長方形の土地の横の長さを x を使った式で表しなさい。

(2) 花だん A の面積を 8 m^2 とするとき，長方形の土地の横の長さを求めなさい。

(3) 長方形の土地全体の面積を 96 m^2 とするとき，花だん A の横の長さを求めなさい。ただし，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	m
(2)	m
(3)	

解答

(1) $3x+3$m

(2) 9m

(3)

$(3x+3)(2x+2)=96$

$6x^2+12x+6=96$

$x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$

よって

$x=-5,\ 3$

$x>0$ だから $x=3$

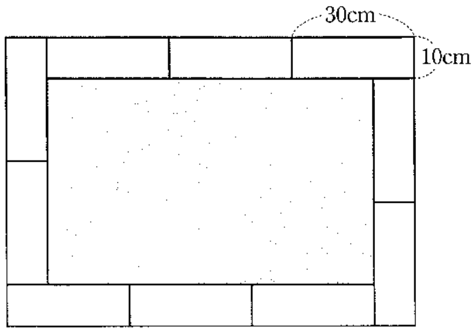
答　花だん A の横の長さは 3 m

【問 34】

校庭に同じ大きさのレンガを並べて，長方形の花だんをつくる。レンガの上の面は，縦 10 cm，横 30 cm の長方形である。ただし，レンガの高さは考えないものとする。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

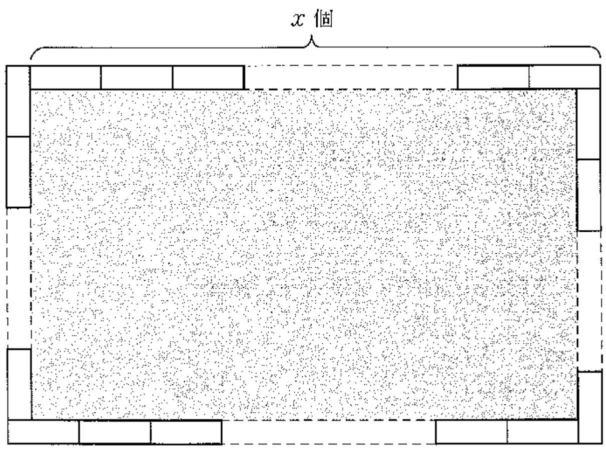
（大分県 2009 年度）



(1) 下の図のように，レンガ 10 個を並べて花だんをつくった。このとき，レンガに囲まれた の部分の面積を求めなさい。

(2) レンガ 36 個を(1)と同じように並べて花だんをつくった。このとき，レンガに囲まれた の部分の面積が 64000 cm^2 となった。

下の図のように，横に並べたレンガの数を x 個として，x についての方程式をつくりなさい。また，x の値を求めなさい。ただし，花だんの横の長さは縦の長さより長いものとする。



解答欄

(1)	cm^2	
(2)	方程式	
	$x=$	

解答

(1) 4000cm^2

(2) 方程式 $(30x-10)(530-30x)=64000$

$x=11$

解説

(2)

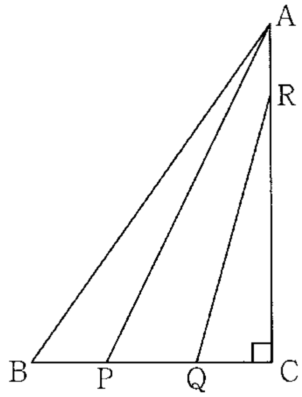
色のついた長方形の部分の横の長さは $30x-10$ cm，縦の長さは $30\times\{(36-2x)\div2\}-10=530-30x$ cm と表せる。

この土地の面積が 64000cm^2 より$(30x-10)(530-30x)=64000$　$900x^2-16200x+69300=0$　$900(x^2-18x+77)=0$　$900(x-7)(x-11)=0$　$x=7,\ 11$　横の長さが縦の長さより長いので $x>9$　よって $x=11$

【問 35】

図のように，BC＝6 cm，CA＝7 cm，∠BCA＝90°の△ABC があります。辺 BC 上に 2 点 P，Q を，辺 CA 上に点 R を，BP＝QC＝RA となるようにとります。△ABP と△RQC の面積の和が△ABC の面積の $\frac{4}{7}$ となるとき，BP の長さは何 cm になりますか。BP の長さを x cm として方程式をつくり，求めなさい。ただし，BP の長さは，3 cm より短いものとします。

（北海道 2010 年度）



解答欄

〔方程式〕

〔計 算〕

答 cm

解答

〔方程式〕

$\frac{1}{2}x\times7+\frac{1}{2}x(7-x)=\frac{4}{7}\times\frac{1}{2}\times6\times7$

〔計 算〕

$x^2-14x+24=0$

$(x-2)(x-12)=0$

$x=2,\ 12$

$x<3$ より

$x=2$

答 2cm

【問 36】

大小 2 つの長方形の花だんがある。小さい花だんのまわりの長さは 28 m で，縦は横よりも短い。大きい花だんの縦と横の長さは，小さい花だんの縦と横の長さよりそれぞれ 2 m ずつ長い。大きい花だんの面積は，小さい花だんの面積の 2 倍より 13 m^2 小さい。このとき，小さい花だんの縦の長さを求めなさい。求める過程も書きなさい。

（福島県 2010 年度）

解答欄

〔求める過程〕

答 小さい花だんの縦の長さ　　　　　m

解答

〔求める過程〕

小さい花だんの縦の長さを x m とすると，横の長さは $(14-x)$ m と表される。

また，大きい花だんの縦の長さは $(x+2)$ m，横の長さは $(16-x)$ m である。

大きい花だんの面積は小さい花だんの面積の 2 倍より 13 m^2 小さいから

$(x+2)(16-x)=2x(14-x)-13$

展開して整理すると

$x^2-14x+45=0$

$(x-5)(x-9)=0$

$x=5,\ x=9$

この場合，$x<7$ でなければならないから

$x=5$

答 小さい花だんの縦の長さ 5m

解説

小さい花だんの縦の長さを x m とすると，横の長さは $\dfrac{28}{2}-x=14-x$ m とおける。

また，大きい花だんの縦は $x+2$ m，横は $14-x+2=16-x$ m とおける。

大きい花だんの面積は，小さい花だんの面積の 2 倍より 13 m^2 小さいので

$(x+2)(16-x)=2x(14-x)-13$　$x^2-14x+45=0$　$(x-9)(x-5)=0$　$x=5,\ 9$

縦は横よりも短いので $x<7$

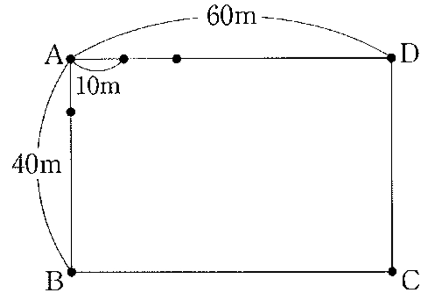
よって $x=5$

小さい花だんの縦の長さは 5 m

【問 37】　図のような縦 40 m，横 60 m の長方形の土地 ABCD がある。この土地の周囲に桜の木を 10 m おきに植えることにした。まず，頂点 A，B，C，D に植えて，そのあと，縦，横それぞれ 10 m おきに植える。

このとき，土地の周囲全体にわたって桜の木を植えるためには何本の木が必要か，求めなさい。

（佐賀県　2010 年度　後期）



解答欄

	本

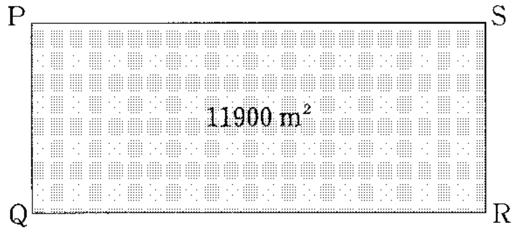
解答　20 本

解説　AD 間には，60÷10＋1＝7 本
AB 間には，40÷10＋1＝5 本
植えている。
A，B，C，D は縦と横のどちらにもあてはまるので
全体では 7×2＋5×2－4＝20 本

【問 38】　図のような面積が 11900 m^2 の長方形の土地 PQRS がある。(1)と同様にこの土地の周囲に桜の木を 10 m おきに植えることにした。P から S までに植えられた桜の木の本数は，P から Q までに植えられた桜の木の本数より 10 本多かった。

このとき，P から Q までに植えられた桜の木の本数を x 本として，次の①，②の問いに答えなさい。

（佐賀県 2010 年度 後期）



① 土地の縦の長さ PQ，横の長さ PS をそれぞれ x を使った式で表しなさい。

② P から Q までに植えられた桜の木の本数を求めなさい。ただし，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">①</td><td>PQ</td><td>m</td></tr>
<tr><td>PS</td><td>m</td></tr>
<tr><td>②</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

解答　① PQ $10(x-1)$ m　　PS $10(x+9)$ m

②

$10(x-1)\times10(x+9)=11900$

$x^2+8x-128=0$

$(x+16)(x-8)=0$

$x=-16,\ 8$

$x>0$ より

$x=8$

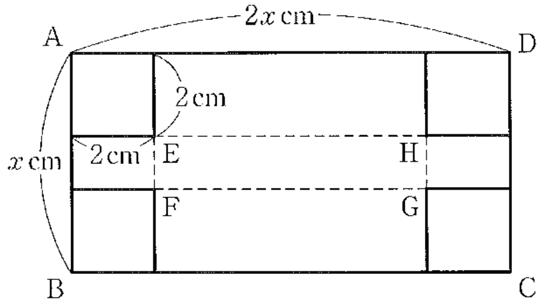
答 8 本

解説　① PQ$=10(x-1)$ m，PS$=10(x+10-1)=10(x+9)$ m

【問 39】

図のように，AB＝x cm，AD＝$2x$ cm の長方形 ABCD の厚紙がある。この厚紙の 4 すみから 1 辺の長さが 2 cm の正方形を切り取り，折り曲げて直方体の容器を作る。ただし，$x>4$ とする。次の(1)～(3)に答えなさい。

（青森県 2011 年度 後期）



(1) EF の長さを x を用いて表しなさい。

(2) この直方体の容器の体積を x を用いて表しなさい。

(3) この直方体の容器の体積が 96 cm^3 になるときの x の値を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	$x=$

解答
(1) $x-4$
(2) $4(x-2)(x-4)$
(3) $x=8$
解説
(2)
EH＝$2x-2\times2=2x-4$ cm，直方体の容器の高さは 2 cm だから
容積は EF×EH×2＝$(x-4)\times(2x-4)\times2=4(x-2)(x-4)$ cm^3
(3)
$4(x-2)(x-4)=96$　両辺を 4 で割って$(x-2)(x-4)=24$　$x^2-6x+8=24$　$x^2-6x-16=0$
$(x-8)(x+2)=0$　$x>4$ より $x=8$

【問 40】

図1のような，1 辺の長さが 2 cm の正方形の紙 A と，1 辺の長さが 1 cm の正方形の紙 B がある。A と B をどちらも 1 枚以上用い，これらをすき間なく重ならないように並べて正方形をつくる。このとき，A と B の並べ方に関係なく，それぞれ並べた枚数について考える。

例えば，1 辺の長さが 4 cm の正方形は，図2のように，A を 3 枚と B を 4 枚並べた場合，A を 2 枚と B を 8 枚並べた場合，A を 1 枚と B を 12 枚並べた場合がある。

次の問1，問2，問3に答えなさい。

（栃木県　2011 年度）

図1

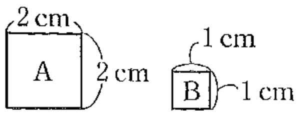
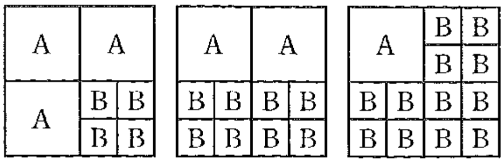


図2

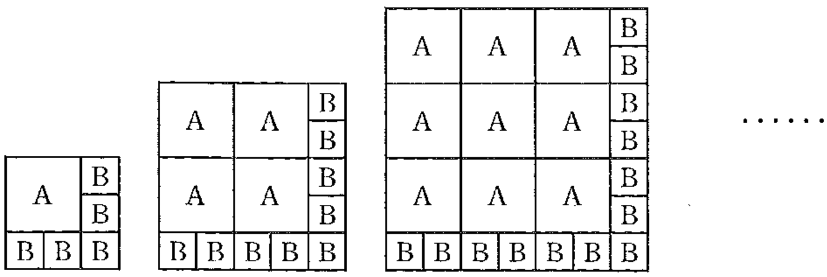


問1　A を 2 枚用いて，1 辺の長さが 5 cm の正方形をつくるには，B は何枚必要か。

問2　A と B を用いて，1 辺の長さが 6 cm の正方形をつくる。このとき，A と B の枚数の組み合わせは何通りあるか。

問3　A と B を用いて，1 辺の長さが a cm(a は奇数) の正方形をつくる。A を最も多く用いたとき，図3のように，a ＝3 の正方形を 1 番目の正方形，a＝5 の正方形を 2 番目の正方形，a＝7 の正方形を 3 番目の正方形，…とする。

図3



1 番目　　2 番目　　3 番目　　……

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　n 番目の正方形をつくったところ，A と B を用いた枚数の合計が 61 枚であった。このとき，n についての方程式をつくり，n の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

(2)　A と B をそれぞれ何枚か用いて，m 番目の正方形だけをいくつかつくる。これらをすき間なく重ならないように並べて，縦の長さが 180 cm，横の長さが 270 cm の長方形をつくるとき，考えられる m の値のうち，最も大きい値を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">枚</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">通り</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問3</td><td>(1)</td><td>答え（$n=$　　　　　）</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>$m=$</td></tr>
</table>

解答
問1　17 枚
問2　8 通り
問3
(1)
n 番目の正方形は，A を n^2 枚，B を $(4n+1)$ 枚用いたものである。
A と B を用いた枚数の合計が 61 枚だから
$n^2+(4n+1)=61$
$n^2+4n-60=0$
$(n+10)(n-6)=0$
よって $n=-10,\ 6$
n は自然数だから $n=6$
答え $n=6$
(2)
$m=22$
解説
問2
1 辺の長さが 6 cm の正方形を，1 辺が 2 cm の正方形 9 ブロックに分ける。A が 1 ブロックのときは B が 8 ブロックなので，使う枚数の組み合わせは，$(A,\ B)=(1,\ 4\times8)$ となる。A，B は必ず 1 枚は使われるから，他の組み合わせは，$(A,\ B)=(2,\ 4\times7)$，$(3,\ 4\times6)$，$(4,\ 4\times5)$，$(5,\ 4\times4)$，$(6,\ 4\times3)$ ，$(7,\ 4\times2)$，$(8,\ 4\times1)$ で，計 8 通り。
問3
(1)　n が奇数のとき，n 番目の正方形には，A が n^2 枚，B が $2\times2n+1=4n+1$ 枚 必要になる。その合計が 61 枚より，$n^2+4n+1=61$　$n^2+4n-60=0$　$(n+10)(n-6)=0$　$n>0$ より，$n=6$
(2)　180 と 270 の公約数のうち最も大きい奇数は 45 だから，縦が 180 cm，横が 270 cm の長方形に敷きつめる正方形の 1 辺は 45 cm である。m 番目の正方形の 1 辺は $2m+1$ cm と表せるので $2m+1=45$　$2m=44$　$m=22$

【問 41】

1 辺が 1 cm の白い立方体がたくさんある。これらの立方体をすき間なく 2 段に積み上げて並べ，縦 n cm，横 $(n+1)$ cm，高さ 2 cm の直方体をつくり，その側面を黒くぬる。

次に，2 段目に積み上げた立方体のうち，黒くぬられた面のある立方体を取り除く。

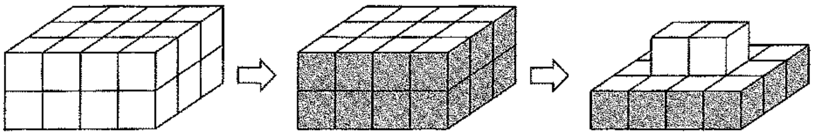
このとき，このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数を調べることにする。ただし，n は 3 以上の整数とする。

例

$n=3$ のとき，図1のように，縦 3 cm，横 4 cm，高さ 2 cm の直方体をつくり，その側面を黒くぬり，2 段目に積み上げた立方体のうち，黒くぬられた面のある立方体を取り除く。

この結果，このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数は 14 個となる。

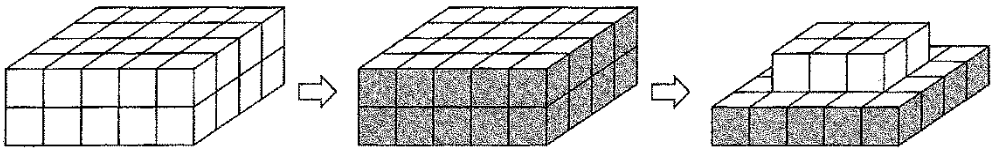
図1



$n=4$ のとき，図2のように，縦 4 cm，横 5 cm，高さ 2 cm の直方体をつくり，その側面を黒くぬり，2 段目に積み上げた立方体のうち，黒くぬられた面のある立方体を取り除く。

この結果，このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数は 26 個となる。

図2



このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県 2011 年度）

問1　$n=5$ のとき，このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数を求めなさい。

問2　このようにしてつくった立体に用いられている立方体の個数が 222 個のとき，n の値を求めなさい。

解答欄

問1	個
問2	$n=$

解答

問1　42 個

問2　$n=11$

解説

問2

立方体の数は $n(n+1)+(n-2)(n+1-2)=n(\mathrm{n}+1)+(n-2)(n-1)=n^2+n+n^2-3n+2=2n^2-2n+2$ 個 と表せる。

$2n^2-2n+2=222$ より

$n^2-n+1=111$

$n^2-n-110=0$

$(n-11)(n+10)=0$

$n=11,\ -10$

$n>0$ より

$n=11$

【問 42】

図1のような，直方体の形をした空の容器があり，AE＝8 cm，EF＝6 cm，FG＝8 cm である。

また，図2のような，三角柱の形をした鉄のおもりがあり，IJ＝8 cm，JK＝6 cm，IK＝10 cm，KN＝8 cm である。図3のように，図1の空の容器の中に図2の鉄のおもりを置き，できた容器を容器①とする。また，図4のような，直方体の形をした空の容器があり，PT＝8 cm，TU＝5 cm，UV＝3 cm である。これを容器②とする。容器はすべて水平に置き，容器の厚さは考えないものとする。

これについて，次の(1)～(3)の問いに答えよ。

（香川県 2011 年度）

(1) 図2の三角柱の形をした鉄のおもりの表面積は何 cm^2 か。

(2) 図5のように，容器①に水を入れた。容器の底面から水面までの高さが x cm であるとき，入れた水の体積は何 cm^3 か。x を使った式で表せ。

(3) 容器①の水をいったん捨てる。次に，容器①の底面から水面までの高さと，容器②の底面から水面までの高さが同じになるように，両方の容器に水を入れる。容器①に入れた水の体積が，容器②に入れた水の体積より 18 cm^3 だけ大きくなるのは，容器の底面から水面までの高さが何 cm のときか。容器の底面から水面までの高さを x cm として，x の値を求めよ。x の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。

図1

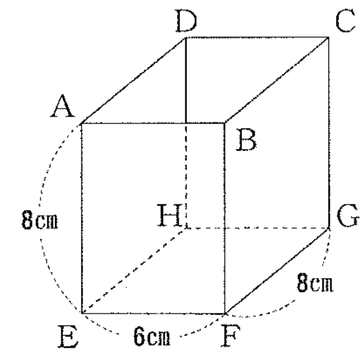


図2

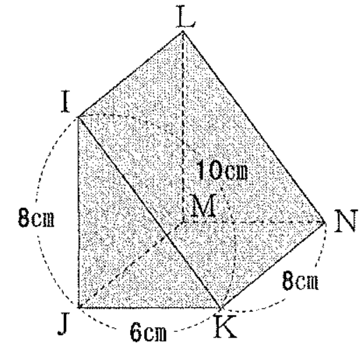
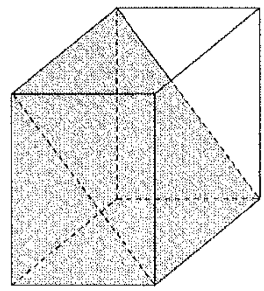
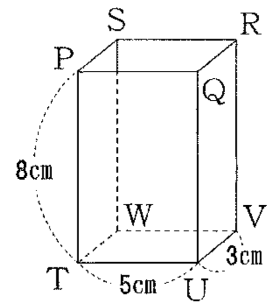


図3



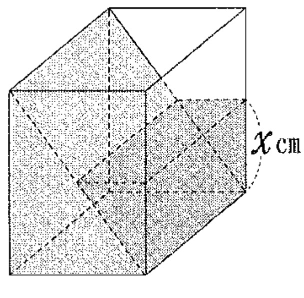
容器①

図4



容器②

図5



解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3
(3)	〔x の値を求める過程〕 答　x の値

解答

(1)　$240\mathrm{cm}^2$

(2)　$3x^2$　cm^3

(3)

〔x の値を求める過程〕

容器②に，水面までの高さが x cm になるまで入れた水の体積は，$3\times5\times x=15x$ cm^3 である。

容器①に入れた水の体積が，容器②に入れた水の体積より 18 cm^3 だけ大きいので，

(2)の結果を用いると，$3x^2=15x+18$

整理すると，$x^2-5x-6=0$　$(x-6)(x+1)=0$

よって，$x=6$　または　$x=-1$

$0\leqq x\leqq 8$ だから，$x=6$ は問題にあうが，$x=-1$ は問題にあわない。

答　x の値　6

解説

(1)

水の入っている部分の三角柱の底面の三角形において

直角をはさむ x cm ともう 1 つの辺を y cm とおくと

平行線と線分の比の定理より

$y:6=x:8$　$8y=6x$　$y=\dfrac{3x}{4}$ cm

よってその体積は $\dfrac{1}{2}\times x\times\dfrac{3x}{4}\times8=3x^2$　cm^3

【問 43】

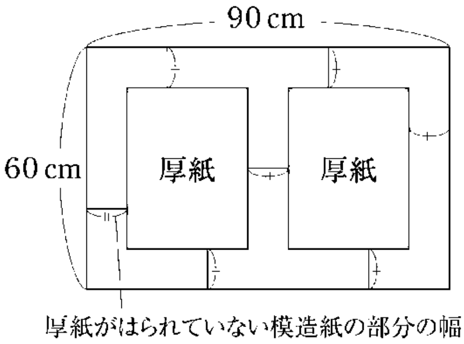
次の問題を方程式をつくって解け。解答は，解く手順にしたがって $\boxed{\quad}$ の中に完成させ，答を $\boxed{\quad}$ の中に記入せよ。

（福岡県　2011 年度）

A 中学校では，在校生が卒業生へのメッセージを 2 枚の厚紙にかいて，その厚紙を，右の図のように，縦 60 cm，横 90 cm の長方形の模造紙にはることにした。2 枚の厚紙は合同な長方形で，厚紙 1 枚の面積は 1200 cm^2 である。

厚紙の縦と横の辺をそれぞれ模造紙の縦と横の辺に平行にし，厚紙がはられていない模造紙の部分の幅をすべて等しくなるようにする。

厚紙がはられていない模造紙の部分の幅を求めよ。



解答欄

〔解答〕

答　厚紙がはられていない模造紙の部分の幅は $\boxed{\quad}$ cm

解答

〔解答〕

厚紙がはられていない模造紙の部分の幅を x cm とすると

$(90-3x)(60-2x)=1200\times2$

$5400-360x+6x^2=2400$

$6x^2-360x+3000=0$

$x^2-60x+500=0$

$(x-10)(x-50)=0$

$x=10,\ x=50$

幅は 30 cm より小さいから $x=50$ は問題にあわない。

$x=10$ は問題にあう。

答　厚紙がはられていない模造紙の部分の幅は　10cm

解説

厚紙がはられていない模造紙の部分の幅を x cm とすると，厚紙の部分の面積は $1200\times2=2400$ cm^2 より

$(60-2x)(90-3x)=1200\times2$　$x^2-60x+500=0$　$(x-50)(x-10)=0$　$0<x<30$ より，$x=10$ cm

【問 44】

縦の長さと横の長さの和が 6 m で，面積が 6 m^2 の長方形があります。

縦の長さが横の長さよりも短いとき，縦の長さを求めなさい。

ただし，用いる文字が何を表すかを示して方程式をつくり，それを解く過程も書きなさい。

（岩手県　2012 年度）

解答欄

答　縦の長さ　　　　　　m

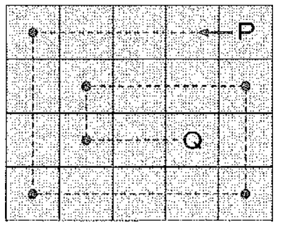
解答
縦の長さを x m とすると
面積が 6 m^2 であるから $x(6-x)=6$
展開して整理すると　$x^2-6x+6=0$
解の公式を利用して
$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times6}}{2\times1}$$
$$=\frac{6\pm\sqrt{12}}{2}$$
$$=\frac{6\pm2\sqrt{3}}{2}$$
$$=3\pm\sqrt{3}$$
この場合，$0<x<3$ でなければならないから
$x=3-\sqrt{3}$
答　縦の長さ　$3-\sqrt{3}$
解説
長方形の縦の長さを x m とすると，横の長さは $6-x$ (m)と表せる。
面積が 6 m^2 より $x(6-x)=6$
整理して $x^2-6x+6=0$
$$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times6}}{2\times1}=3\pm\sqrt{3}$$
$0<x<3$ より $x=3-\sqrt{3}$ m

【問 45】

タイルを掃除しながら進む機械がある。この機械を，図1のように，タイルが敷き詰められた長方形の右上隅にあるタイルPに，矢印の向きに進むように置くと，機械は点線で示したように一番外側のタイルから内側のタイルへと反時計回りに，タイルPからタイルQまですべてのタイルを一度だけ掃除しながら進み，停止するように設定されている。

この機械は，すべてのタイルを１秒間に１枚の割合で掃除しながら進み，向きを変える場所（●）にあるタイルでは，掃除しながら進む時間に加え，向きを変えるのにそれぞれ１秒間ずつかかる。

図1



まさみさんは，この機械が掃除を始めてから終えるまでにかかる時間（掃除に要する全時間）を，次のようにまとめた。なお，同じ並びのタイルでも，機械を置く場所と進む方向により，向きを変える回数が変わり，掃除に要する全時間が異なるので，機械は常に右上隅にあるタイルに，左向きに進むように置くものとして考えた。

まさみさんの考え

敷き詰められたタイルの縦と横の枚数から，機械がすべてのタイルを掃除しながら進むのにかかる時間（A）がわかる。また，タイルの縦と横の枚数を比べて，少ない方の縦の枚数から，この機械が向きを変えるのにかかる時間（B）がわかる。よって，この機械の掃除に要する全時間（A＋B）が求められる。

例えば，図2のように，縦４枚，横５枚の場合，Aが 20 秒で，Bが６秒となり，掃除に要する全時間は 26 秒となる。

そこで，図3のように，縦５枚，横６枚の場合，掃除に要する全時間は $\boxed{①}$ 秒，

さらに，縦５枚，横７枚の場合，掃除に要する全時間は $\boxed{②}$ 秒となる。

図2

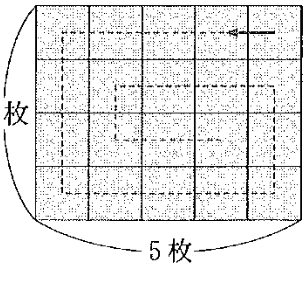
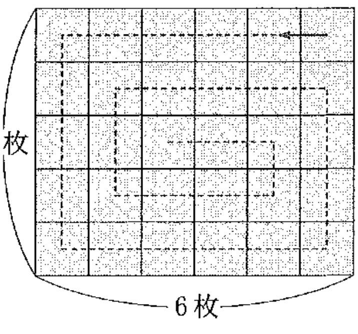


図3



次の問1，問2に答えなさい。

（千葉県　2012 年度　後期）

問1　まさみさんの考えの $\boxed{①}$ ，$\boxed{②}$ に入る数をそれぞれ求めなさい。

問2　まさみさんは，タイルの枚数だけを変えて，次のような練習問題を作成した。まさみさんが作成した練習問題の $\boxed{③}$ ，$\boxed{④}$ に入る数をそれぞれ求めなさい。

まさみさんが作成した練習問題

◎ 敷き詰められたタイルの枚数が，縦 12 枚，横 15 枚の場合，掃除に要する全時間は，$\boxed{③}$ 秒である。

◎ 敷き詰められたタイルの横の枚数が縦の枚数の 2 倍の場合，掃除に要した全時間は，12 分 38 秒であった。
このとき，タイルの縦の枚数は $\boxed{④}$ 枚である。

解答欄

問1	①	
	②	
問2	③	
	④	

解答
問1
①　38　　②　43
問2
③　202　④　19
解説
問1
①
縦 5 枚，横 6 枚の場合，機械がタイルを掃除しながら進むのにかかる時間 (A) は
機械が 1 秒間に 1 枚の割合で進むので，タイルの枚数が $5\times6=30$ 枚 より，30 秒である。
また，機械が向きを変えるポイントは，$5<6$ より，5 列の横のラインに注目すると
スタートとゴールを除く 3 列には 2 箇所ずつ，スタートとゴールの 2 列については 1 箇所ずつある。
向きを変えるのに 1 秒かかることより，機械が向きを変えるのにかかる時間 (B) は
$(5-2)\times2+2=8$ (秒) である。
よって，掃除に要する全時間は，$30+8=38$ 秒となる。
②
縦 5 枚，横 7 枚のとき，$5<7$ より，掃除に要する全時間は，$5\times7+(5-2)\times2+2=43$ 秒となる。
問2
③
縦 12 枚，横 15 枚のとき，$12<15$ より，掃除に要する全時間は，$12\times15+2(12-2)+2=202$ 秒となる。
④
縦 x 枚，横 $2x$ 枚とすると，掃除に要する全時間は，$x\times2x+2(x-2)+2=2x^2+2x-2$ 秒
これが 12 分 38 秒＝758 秒より，$2x^2+2x-2=758$　$2x^2+2x-760=0$　$x^2+x-380=0$　$(x+20)(x-19)=0$
$x>0$ より，$x=19$ 枚

【問 46】

下の図1は，ます目に黒い石を縦に 4 個，横に 9 個並べて長方形の形をつくり，内部のすべてのます目に白い石を並べた図形である。このように，ます目に黒い石を縦に x 個，横に $x+5$ 個並べて長方形の形をつくり，内部のすべてのます目に白い石を並べた図2のような図形を考える。ただし，x は 3 以上の整数とする。このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（新潟県　2012 年度）

図1

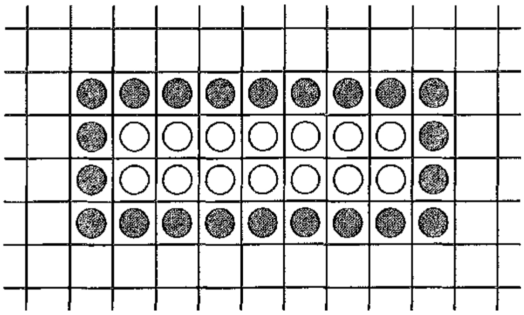
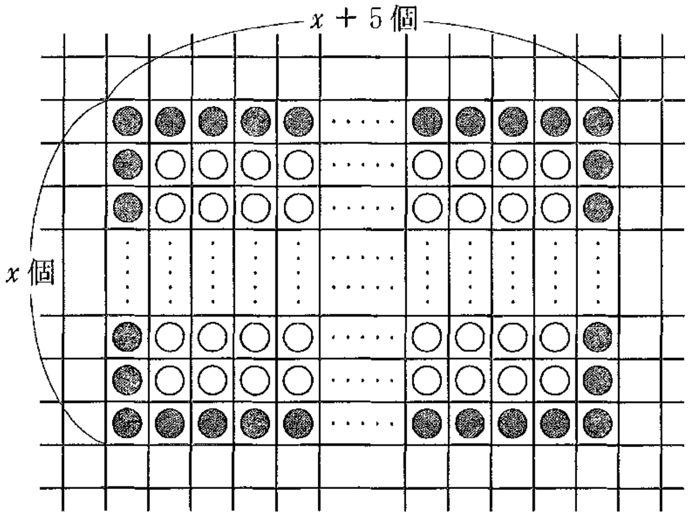


図2



問1　次の $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ に当てはまる数を，それぞれ答えなさい。

ます目に黒い石を縦に 5 個，横に 10 個並べて長方形の形をつくり，内部のすべてのます目に白い石を並べた図形をつくるとき，黒い石は $\boxed{ア}$ 個，白い石は $\boxed{イ}$ 個必要である。

問2　図2について，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1)　黒い石と白い石はそれぞれ何個必要か。x を用いて表しなさい。

(2)　黒い石が全部で 90 個のとき，白い石は何個必要か。その個数を求めなさい。

(3)　白い石の個数が黒い石の個数の 2 倍であるとき，x の値を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>ア</td><td>個</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>個</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td>黒い石　　　個，白い石　　　個</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>個</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>$x=$</td></tr>
</table>

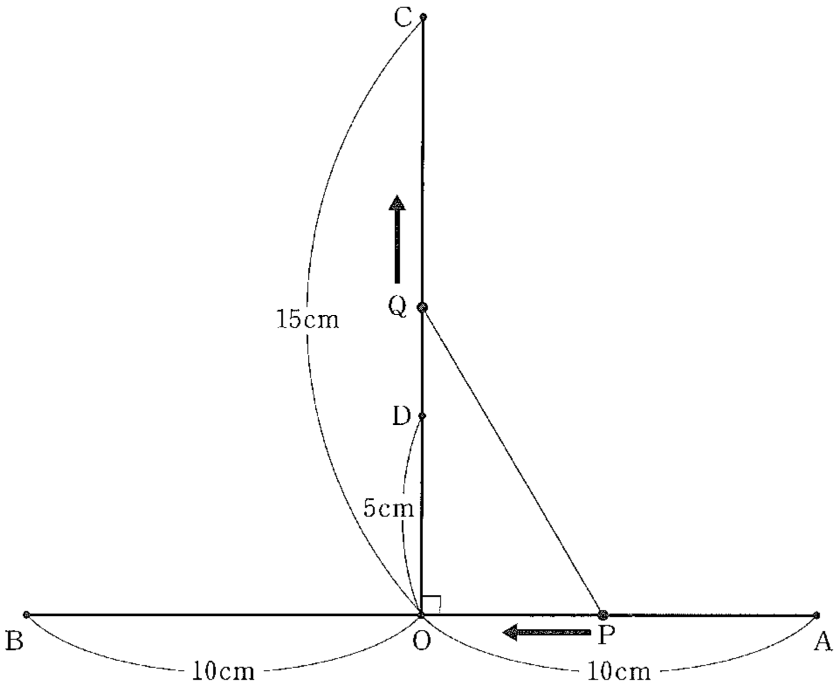
解答
問1
ア 26 個
イ 24 個
問2
(1) 黒い石 $4x+6$ 個，白い石 x^2+x-6 個
(2) 456 個
(3) $x=9$
解説
問2
(1)
黒い石は縦に x 個が 2 列，横に $x+5$ (個) が 2 列あり，4 隅の 4 つは縦と横に重なっているので
全部で，$x\times2+(x+5)\times2-4=4x+6$ 個
白い石は，縦に $x-2$ 個が $x+5-2=x+3$ 列 並んでいるので
全部で $(x-2)(x+3)=x^2+x-6$ 個
(2)
黒い石が全部で 90 個のとき $4x+6=90$ より，$4x=84$ $x=21$
よって白い石は $x=21$ を
x^2+x-6 に代入して
$21^2+21-6=456$ 個
(3)
白い石が黒い石の 2 倍より
$x^2+x-6=2(4x+6)$
$x^2-7x-18=0$
$(x-9)(x+2)=0$
$x>0$ より
$x=9$

【問 47】

下の図のように，点 O で垂直に交わる 2 つの線分 AB と線分 OC がある。OA＝10 cm，OB＝10 cm，OC＝15 cm で，線分 OC 上に OD＝5 cm となる点 D をとる。点 P は点 A を出発し，毎秒 2 cm の速さで点 A から点 B まで線分 AB 上を移動する。また，点 Q は点 D を出発し，毎秒 1 cm の速さで点 D から点 C まで線分 DC 上を移動する。

2 点 P，Q が同時に出発するとき，(1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県　2012 年度　特色）



(1) 点 P が点 O に到着するのは出発してから何秒後か，求めなさい。

(2) 出発してから 2 秒後の△OPQ の面積を求めなさい。

(3) 点 P が線分 OB 上にあるとき，①，②の問いに答えなさい。

① 出発してからの時間を x 秒とするとき，OP の長さを x を用いて表しなさい。

② △OPQ の面積が 24 cm^2 となるのは出発してから何秒後か，求めなさい。ただし，出発してからの時間を x 秒とし，x についての方程式をつくり，答えを求める過程も書きなさい。

解答欄

(1)		秒後
(2)		cm^2
(3)	①	cm
	②	

解答

(1) 5 秒後

(2) $21cm^2$

(3)

① $2x-10$ cm

②

$\frac{1}{2}(2x-10)(x+5)=24$

$x^2=49$

$x=\pm 7$

$x>0$ より

$x=7$

答　7 秒後

解説

(3)

①　PA は毎秒 2 cm の速さで進む点 P が x 秒間に進む距離だから，PA＝$2x$ cm　P は OB 上にあるので OP＝PA－AO＝$2x-10$ cm

②　P が OB 上にあるとき，$5\leqq x\leqq 10$　このとき，$\triangle OPQ=\frac{1}{2}\times OP\times OQ=\frac{1}{2}\times(2x-10)\times(5+x)$ $=\frac{1}{2}(2x-10)(5+x)$　$\triangle OPQ=24\ cm^2$ より，$\frac{1}{2}(2x-10)(5+x)=24$　$2x^2=98$　$x^2=49$　$5\leqq x\leqq 10$ より $x=7$ 秒後

【問 48】

長方形と正方形が 1 つずつある。長方形の横の長さは，長方形の縦の長さの 2 倍である。また，正方形の 1 辺の長さは，長方形の縦の長さより 5 cm 長い。

長方形の縦の長さを x cm とするとき，(1)，(2)の問いに答えなさい。

（佐賀県 2012 年度 一般）

(1) 次の①，②にあてはまる式を，x を用いて表しなさい。

長方形の横の長さは $\boxed{①}$ cm であり，正方形の 1 辺の長さは $\boxed{②}$ cm である。

(2) 長方形の面積が，正方形の面積より 1 cm^2 小さいとき，長方形の縦の長さを求めなさい。ただし，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	①	
	②	
(2)		

解答

(1)

① $2x$　② $x+5$

(2)

$2x^2=(x+5)^2-1$

$x^2-10x-24=0$

$(x+2)(x-12)=0$

$x=-2,\ 12$

$x>0$ より

$x=12$

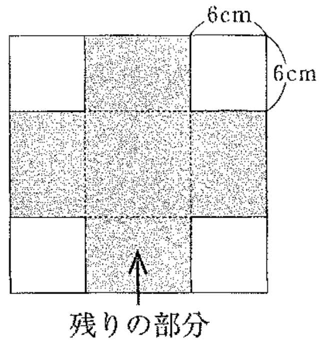
答 長方形の縦の長さは 12 cm

【問 49】

優子さんは，右の図のように，正方形の紙の 4 すみから，1 辺の長さが 6 cm の正方形を切り取り，残りの部分で直方体の容器をつくろうと思いました。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，紙の厚さは考えないものとする。

（宮崎県　2012 年度）



(1) 正方形の紙の 1 辺の長さを 22 cm とするとき，できる直方体の容器の容積を求めなさい。

(2) 優子さんは，はじめの正方形の紙の，1 辺の長さを変えて，容積が 96 cm^3 の直方体の容器をつくろうと考え，次の【求め方】のように正方形の紙の 1 辺の長さを求めました。

> 【求め方】
>
> はじめの正方形の紙の，1 辺の長さを x cm とすると，直方体の容器の容積が 96 cm^3 なので，
>
> $6(x-12)^2=96$
>
> これを解くと，
>
> $(x-12)^2=16$
>
> $x-12=\pm 8$
>
> $x=20,\ 4$
>
> だから，はじめの正方形の紙の，1 辺の長さは 20 cm か 4 cm にすればよい。

【求め方】を見直した優子さんは，$\boxed{}$ の中の計算や答えにまちがいがあることに気づきました。

$\boxed{}$ の中を正しく書き直し，【求め方】を完成させなさい。

解答欄

(1)	cm^3
(2)	【求め方】 はじめの正方形の紙の，1 辺の長さを x cm とすると，直方体の容器の容積が 96 cm^3 なので，

解答

(1) $600\mathrm{cm}^3$

(2)

【求め方】

はじめの正方形の紙の，1 辺の長さを x cm とすると，直方体の容器の容積が 96 cm^3 なので

$6(x-12)^2=96$

これを解くと

$(x-12)^2=16$

$x-12=\pm 4$

$x=16,\ 8$

$x=16$ のとき，容器の底面の 1 辺の長さは 4 cm となり問題にあっている。

$x=8$ のとき，容器の底面の 1 辺の長さは－4　cm となり問題にあわない。

だから，はじめの正方形の紙の 1 辺の長さは 16 cm にすればよい。

解説

(1)

できる直方体の容器の底面の正方形の 1 辺は $22-6\times2=10$ cm，高さは 6 cm なので

その容積は $10\times10\times6=600$ cm^3

【問 50】

鹿児島県では，平成 23 年 7 月にテレビのアナログ放送が終了し，デジタル放送に切り替わった。テレビ画面の横と縦の長さの比は，図1のアナログ放送で使われていたテレビでは 4:3，図2のデジタル放送対応のテレビでは 16:9 となっている。この 2 種類のテレビ画面を画面 A，画面 B とよぶことにする。テレビ画面のサイズは画面の対角線の長さで表され，「インチ」という単位を用いる。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。ただし，テレビ画面は長方形であるものとし，1 インチは 2.5 cm とする。

（鹿児島県　2012 年度）

図1

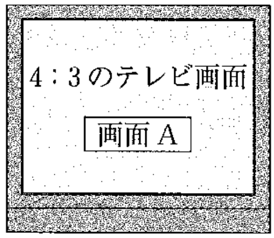
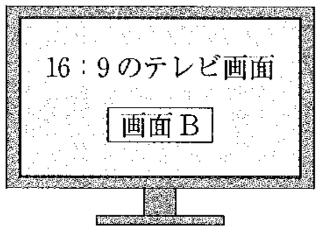


図2



問1　画面 A の横の長さが 64 cm のとき，画面 A の縦の長さは何 cm か。

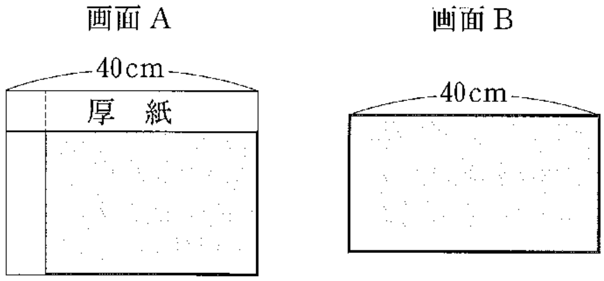
問2　画面 A と画面 B の横の長さが等しいとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1)　画面 A の縦の長さを x cm とする。このとき，画面 B の縦の長さは何 cm か。x を用いて表せ。

(2)　画面 A の縦の長さが画面 B の縦の長さより 15 cm 長いとき，画面 A のサイズは何インチか。

問3　横の長さがともに 40 cm の画面 A と画面 B がある。図3のように，画面 A の左端と上端を同じ幅の厚紙でかくし，見えている部分の画面の面積を画面 B の面積と等しくなるようにする。厚紙の幅を何 cm にすればよいか。ただし，厚紙の幅を a cm として，その方程式と計算過程も書くこと。なお，厚紙は画面 A からはみ出さないものとする。

図3



解答欄

問1	cm	
問2	(1)	cm
	(2)	インチ
問3	〔式と計算〕 答　$a=$　　　　　　cm	

解答
問1　48　cm

問2　(1)　$\frac{3}{4}x$　cm　　(2)　40 インチ

問3
〔式と計算〕
横の長さがともに 40 cm だから

画面 A の縦の長さは，$\frac{3}{4}\times 40=30$ より 30 cm

画面 B の縦の長さは，$\frac{9}{16}\times 40=\frac{45}{2}$ より $\frac{45}{2}$ cm

画面 A の見えている部分の面積は

$(30-a)(40-a)=\frac{45}{2}\times 40$

展開して整理すると　$a^2-70a+300=0$

解の公式より $a=\frac{70\pm\sqrt{3700}}{2}=35\pm 5\sqrt{37}$

$0<a<30$ より　$a=35-5\sqrt{37}$

答　$a=35-5\sqrt{37}$　cm

解説
問2

(2)　(画面 A の縦の長さ)－(画面 B の縦の長さ)＝15 より，$x-\frac{3}{4}x=15$　$x=60$

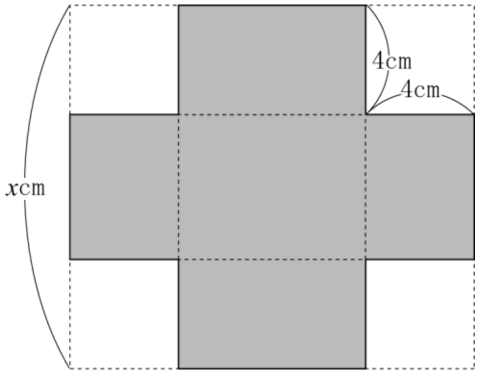
よって，画面 A の横の長さは $\frac{4}{3}\times 60=80$ cm　三平方の定理より，対角線の長さは，$\sqrt{60^2+80^2}=100$ cm

100 cm の単位をインチにすると，$\frac{100}{2.5}=40$　インチ

【問 51】

横の長さが縦の長さより 2 cm 長い長方形の紙がある。下の図のように，4 すみから 1 辺が 4 cm の正方形を切り取って，ふたのない直方体の容器をつくったところ，容積が 96 cm^3 となった。もとの紙の縦の長さを x cm として方程式をつくり，もとの紙の縦の長さを求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

（栃木県 2013 年度）



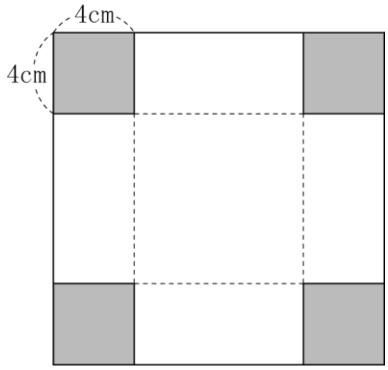
解答欄

答え (もとの紙の縦の長さ　　　cm)

解答
もとの紙の縦の長さを x cm とすると，横は $(x+2)$ cm と表すことができるから
容器の縦，横，高さはそれぞれ $(x-8)$ cm，$(x-6)$ cm，4 cm となる。
したがって $4(x-8)(x-6)=96$
これを解くと
$(x-8)(x-6)=24$
$x^2-14x+24=0$
$(x-2)(x-12)=0$
$x=2,\ 12$
$x>8$ だから，$x=12$
答え もとの紙の縦の長さ 12 cm
解説
長方形の紙の縦の長さが x cm のとき，横の長さは $x+2$cm とおける。
また，容器の底面の長方形の縦は $x-4\times2=x-8$cm，横は $x+2-4\times2=x-6$cm，高さは 4 cm となる。
この容積が 96 cm^3 より
$4(x-8)(x-6)=96$
$(x-8)(x-6)=24$
$x^2-14x+24=0$
$(x-2)(x-12)=0$
$x>8$ より
$x=12$cm

【問 52】

中学生の優子さんは，地域の子ども会のキャンプに参加した。野外炊飯をしようとしたところ，米の計量カップを忘れたことに気づいた。そこで，レクリエーション用に持ってきていた画用紙を使って，米一合分(180 cm^3)を量るための箱を作ることにした。箱はふたのない直方体とし，右の図のように，正方形の画用紙の 4 すみから 1 辺が 4 cm の正方形を切り取り，容積が 180 cm^3 となるように作る。4 すみから正方形を切り取る前のはじめの正方形の画用紙の 1 辺の長さを x cm として，問1，問2に答えなさい。



（岡山県　2013 年度）

問1　この箱の底面の 1 辺の長さは何 cm か。x の式で表しなさい。

問2　はじめの正方形の画用紙の 1 辺の長さは何 cm か。答えを求めるまでの過程も書いて答えなさい。

解答欄

問1	cm
問2	答　はじめの正方形の画用紙の 1 辺の長さは，　　cm

解答

問1　$x-8$ cm

問2

箱の容積は 180 cm^3 だから

$4(x-8)^2=180$

$(x-8)^2=45$

$x-8=\pm 3\sqrt{5}$

$x=8\pm 3\sqrt{5}$

箱を作るためには，はじめの正方形の 1 辺の長さは 8 cm より長くなくてはならないから，$x=8-3\sqrt{5}$ は問題に適していない。

したがって　$x=8+3\sqrt{5}$

答　はじめの正方形の画用紙の 1 辺の長さは，$8+3\sqrt{5}$ cm

解説

問1

はじめの正方形の画用紙の 1 辺の長さが x cm で，容器の底面の正方形の 1 辺の長さは $x-4\times2=x-8$cm

問2

容積が 180 cm^3 より$(x-8)^2\times4=180$　$(x-8)^2=45$　$x-8=\pm 3\sqrt{5}$　$x=8\pm 3\sqrt{5}$　$x>8$ だから $x=8+3\sqrt{5}$ cm

【問 53】

図1のような長方形の土地がある。

次の問1，問2に答えなさい。

（山口県　2013 年度）

図1

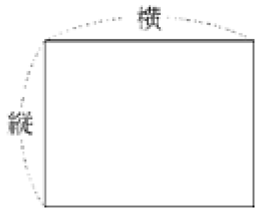
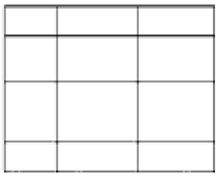


図2

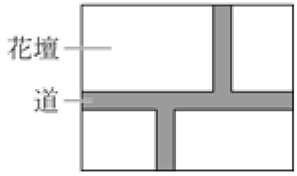


問1 図1の土地において，縦の方向に 2 本，横の方向に 3 本の直線を引くと，図2のように 12 区画に分けられる。同じようにして，図1の土地において，縦の方向に a 本，横の方向に b 本の直線を引くと，何区画に分けられるか。a，b を使った式で表しなさい。

問2 図1の土地は，縦の長さが 18 m，横の長さが 22 m である。この土地に，図3のように，幅（はば）の等しい道と 4 つの長方形の花壇（かだん）をつくる。

4 つの花壇の面積の合計が 320 m^2 になるとき，道の幅を x m として 2 次方程式をつくり，道の幅を求めなさい。

図3



解答欄

問1	区画
問2	〔解〕 答え　　　　m

解答
問1　$(a+1)(b+1)$　区画
問2
〔解〕
$(18-x)(22-x)=320$
$396-40x+x^2=320$
$x^2-40x+76=0$
$(x-2)(x-38)=0$
$x=2,\ 38$
道の幅は 18 m よりせまいから $x=38$ は問題にあわない。
よって $x=2$
答え　2 m
解説
問1
縦に a 本の線をひくと，横の辺は $a+1$ 個に分けられる。
同様に，横に b 本の線をひくと，縦の辺は $b+1$ 個に分けられる。
よって，区画の数は$(a+1)(b+1)$　区画に分けられる。
問2
道の幅が x m のとき，花壇の面積は，$(18-x)(22-x)$ m^2 と表せる。
$(18-x)(22-x)=320$
$396-40x+x^2=320$
$x^2-40x+76=0$
$(x-2)(x-38)=0$
$0<x<18$ だから
$x=2$
よって 2 m

【問 54】

図1のように，AB＝6 cm，AD＝3 cm の長方形 ABCD と，PQ＝4 cm，QR＝6 cm，∠PQR＝90°の直角三角形 PQR がある。また，辺 BC と辺 QR は直線 ℓ 上にあり，点 B と点 R は重なっている。

長方形 ABCD を固定し，図2のように，△PQR を毎秒 1 cm の速さで，直線 ℓ に沿って，矢印の方向に平行移動させ，図3のように，点 Q が点 C に重なったら移動をやめる。

△PQR と長方形 ABCD の重なっている部分を S とし，△PQR が移動し始めてから x 秒後の S の面積を y cm^2 とする。

次の問1～問3に答えなさい。

（山口県　2013 年度）

図1

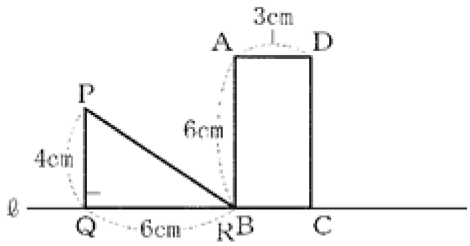


図2

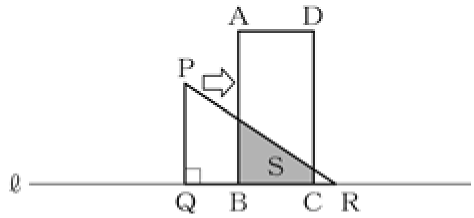
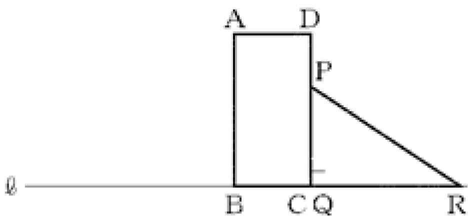


図3



問1　x＝3 のときの y の値を求めなさい。

問2　3≦x≦6 のとき，y を x の式で表しなさい。

問3　点 Q が辺 BC 上を移動しているとき，長方形 ABCD から S を除いた部分の面積が 14 cm^2 となるのは，△PQR が移動し始めてから何秒後か。求めなさい。

解答欄

問1	y＝
問2	y＝　　　　　　　　(3≦x≦6)
問3	秒後

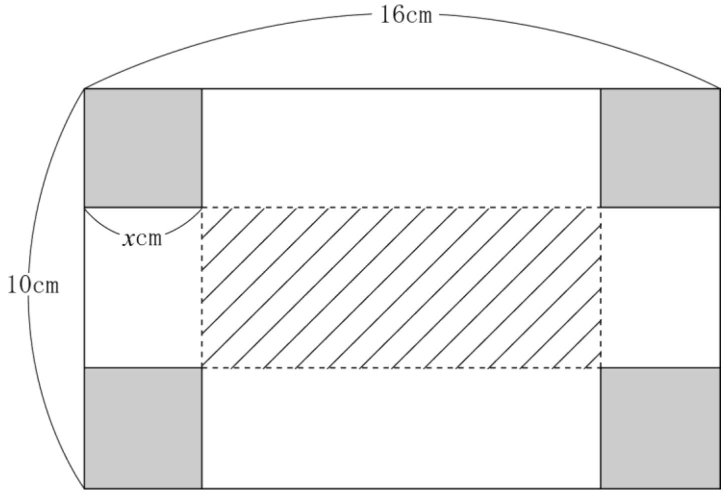
解答
問1 $y=3$
問2 $y=2x-3$ $(3 \leqq x \leqq 6)$
問3 $3+2\sqrt{6}$ 秒後
解説
問1
$x=3$ のとき，点 R は点 C の位置にある。このとき，PR と AB の交点を M とする。
$\mathrm{MB} /\!/ \mathrm{PQ}$，$\mathrm{RB}:\mathrm{BQ}=3:3=1:1$ より，$\mathrm{MB}:\mathrm{PQ}=1:2$ $\mathrm{MB}=\dfrac{1}{2}\mathrm{PQ}=\dfrac{1}{2}\times 4=2$ cm
よって $y=\triangle\mathrm{RMB}=\dfrac{1}{2}\times 3\times 2=3$ cm^2
問2
$3 \leqq x \leqq 6$ のとき，点 R は点 C より右側にある。
このとき，PR と AB の交点を M，PR と DC の交点を N とする。
$\triangle\mathrm{RNC} \backsim \triangle\mathrm{RMB} \backsim \triangle\mathrm{RPQ}$ だから $\mathrm{RC}:\mathrm{NC}=\mathrm{RB}:\mathrm{MB}=\mathrm{RQ}:\mathrm{PQ}=6:4=3:2$
$\mathrm{BR}=x$ cm のとき，$\mathrm{MB}=\dfrac{2}{3}x$ cm，$\mathrm{RC}=x-3$ cm，$\mathrm{NC}=\dfrac{2}{3}(x-3)$ cm
よって $y=$ 台形 $\mathrm{NCBM}=\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{2}{3}(x-3)+\dfrac{2}{3}x\right\}\times 3=2x-3$
問3
点 Q が BC 上を移動するとき，$6 \leqq x \leqq 9$ このとき，PR と DC の交点を N とする。
$\mathrm{RC}=x-3$ cm
$\mathrm{NC}=\dfrac{2}{3}(x-3)$ cm
$y=\dfrac{1}{2}\times\left\{\dfrac{2}{3}(x-3)+4\right\}\times\{6-(x-3)\}=\left(\dfrac{1}{3}x+1\right)(9-x)$
長方形 ABCD から S をひいた面積が 14 cm^2 より
$6\times 3-\left(\dfrac{1}{3}x+1\right)(9-x)=14$
$\dfrac{1}{3}x^2-2x-5=0$
$x^2-6x-15=0$
解の公式を利用して
$x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times 1\times(-15)}}{2\times 1}$
$=\dfrac{6\pm 4\sqrt{6}}{2}$
$=3\pm 2\sqrt{6}$
$6 \leqq x \leqq 9$ より
$x=3+2\sqrt{6}$ 秒後

【問 55】

下の図のように，縦 10 cm，横 16 cm の長方形の厚紙の 4 すみから，1 辺の長さが x cm の正方形を切り取り，ふたのない直方体の容器をつくる。ただし，この容器は斜線部分の長方形を底面とする。また，厚紙の厚さは考えないものとする。

このとき，問1～問3に答えなさい。

（佐賀県 2013 年度 特色）



問1 この容器の底面は，横の長さが縦の長さより長い長方形となる。底面の長方形の縦の長さと横の長さを，x を用いてそれぞれ表しなさい。

問2 この容器の底面積が 40 cm^2 となるとき，底面の長方形の縦の長さを求めなさい。
ただし，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

問3 問2のとき，この容器の容積を求めなさい。

解答欄

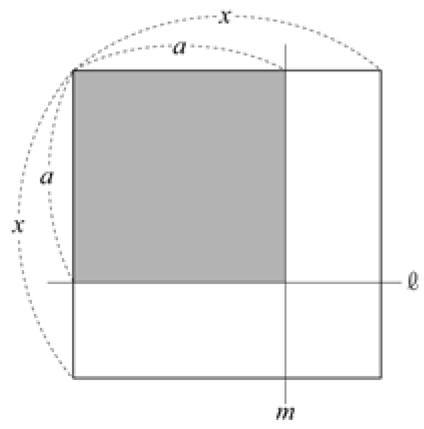
問1	縦の長さ	cm
	横の長さ	cm
問2		
問3		cm^3

解答
問1
縦の長さ $10-2x$ cm
横の長さ $16-2x$ cm
問2
$(10-2x)(16-2x)=40$
$160-52x+4x^2=40$
$x^2-13x+30=0$
$(x-3)(x-10)=0$
$x=3,\ 10$
$0<x<5$ だから
$x=10$ のとき, 問題にあわない。
$x=3$ のとき, 問題にあっている。
よって, 底面の長方形の縦の長さは
$10-2\times3=4$
答 4cm
問3 120cm^3
解説
問1
容器の底面の長方形の縦は $10-2x$ cm, 横は $16-2x$ cm と表せる。
問2
底面積が 40 cm^2 より
$(10-2x)(16-2x)=40$
$4x^2-52x+120=0$
$x^2-13x+30=0$
$(x-3)(x-10)=0$
$x=3,\ 10$
$x=10$ のとき, 問題にあわない。
$x=3$ のとき, 縦は 4 cm, 横は 10 cm となり問題にあう。
よって底面の長方形の縦の長さは 4 cm
問3
容器の容積は, $4\times10\times3=120$cm^3

【問 56】

図のように，1 辺の長さが x の正方形を 2 つの直線 ℓ，m で 4 つの四角形に分けて，1 辺の長さが a の正方形をつくる。この図を利用して，問1の公式が成り立つことを説明せよ。

（長崎県　2013 年度）



解答欄

解答
1 辺の長さが x の正方形の面積は，4 つの四角形の面積の和に等しいから
$x^2 = a^2 + a(x-a) + a(x-a) + (x-a)^2$
$(x-a)^2 = x^2 - a^2 - a(x-a) - a(x-a)$
$= x^2 - a^2 - ax + a^2 - ax + a^2$
$= x^2 - 2ax + a^2$
したがって
$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$　が成り立つ。
解説
正方形の面積を 2 通りの式で表してから
$(x-a)^2$ が $x^2 - 2ax + a^2$ と等しくなることを導く。

【問 57】

棒状の磁石と鉄球をたくさん用意し，それらを写真1や写真2のように長方形状に組み合わせた。図1は写真1を模式的に表した図形であり，縦，横，斜めの線分の長さをそれぞれ 3 cm，4 cm，5 cm の長方形とする。図2は写真2を模式的に表した図形であり，図2の中には，図1の長方形が縦に 2 段，横に 3 列ある。この図形を「2 段 3 列の図形」とよぶことにする。このように図1の長方形が縦に a 段，横に b 列ある図形を「a 段 b 列の図形」とよぶ。また，鉄球が使われている部分を，図形では「交点」とよぶ。

ここでは，図形における「交点」の個数や縦，横，斜めの線分の長さの合計を考える。例えば，図2では，「交点」の個数は 18 個であり，縦，横，斜めの線分の長さをそれぞれ合計すると，24 cm，36 cm，60 cm となる。

このとき，次の問1，問2，問3に答えなさい。

写真1

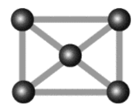


写真2

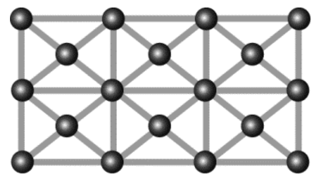


図1

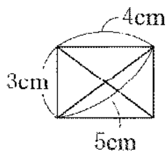
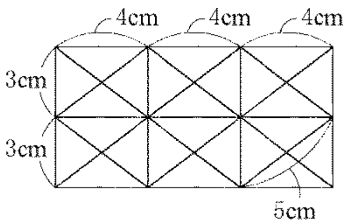


図2



（栃木県　2014 年度）

問1 「3 段 4 列の図形」について考える。次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) 「交点」の個数を求めなさい。

(2) 斜めの線分の長さの合計を求めなさい。

問2 縦の段の数が横の列の数より 2 だけ多い図形があり，「交点」の個数は 111 個である。横の列の数を x として方程式をつくり，x の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問3 斜めの線分の長さの合計が 280 cm である図形のうち，縦の線分の長さと横の線分の長さの合計が最も小さくなる図形は「何段何列の図形」か。

解答欄

問1	(1)	個
	(2)	cm
問2	答　$x=$	
問3	段　　列の図形	

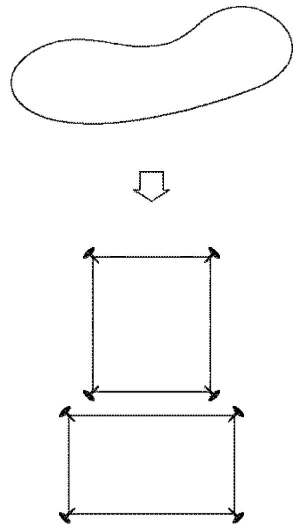
解答
問1　(1)　32 個　　　(2)　120cm
問2
横の列の数が x であるから，縦の段の数は $(x+2)$ と表すことができる。
したがって
$(x+1)\{(x+2)+1\}+x(x+2)=111$
よって
$2x^2+6x-108=0$
$x^2+3x-54=0$
$(x+9)(x-6)=0$
$x=-9,\ 6$
x は正の整数だから
$x=6$
答　$x=6$
問3
7 段　4 列の図形
解説
問1
(1)　3 段 4 列の交点の数は，$4\times5+3\times4=20+12=32$ 個
(2)　$5\times3\times4\times2=120$cm
問2　横の列の数を x とすると，縦の段の数は $x+2$ 段と表せる。
よって，交点の数が 111 個より，$(x+1)(x+3)+x(x+2)=111$　これを解いて，$x=-9,\ 6$　$x>0$ より，$x=6$
問3　a 段 b 列の図形の斜めの線分の長さの合計は，$5\times a\times b\times2=10ab$ cm　$10ab=280$ より，$ab=28$
よって，$(a,\ b)=(1,\ 28),\ (2,\ 14),\ (4,\ 7),\ (7,\ 4),\ (14,\ 2),\ (28,\ 1)$　また，縦の長さと横の長さの合計は，$3a\times(b+1)+4b\times(a+1)=7ab+3a+4b=196+3a+4b$ cm と表せる。
よって，この値が最も小さくなるのは$(a,\ b)=(7,\ 4)$のとき。したがって 7 段 4 列の図形

【問 58】

太郎さんのクラスでは，右の図のような長さ 24 cm のひもの輪でできる長方形の縦と横の長さと面積の関係について班ごとに話し合った。後の問1～問3に答えなさい。

（群馬県　2014 年度）

長さ 24 cm のひもの輪



太郎さんの班の会話

太郎：縦と横の長さを変えると，いろいろな長方形ができるね。

花子：確かにいろいろな長方形ができるけど，面積はみな同じになるのかな。

次郎：ひもの長さが変わらないから，面積も変わらないと思うよ。

春子：そうかな。面積は変わると思うよ。だって，例えば

$\boxed{}$

次郎：そうか…。なるほどね。

　　それじゃあ，逆に面積を決めることで縦と横の長さが決まるのかな。

問1　会話文中の $\boxed{}$ には，長さ 24 cm のひもの輪でできる長方形の面積が変わることを，具体的に説明していることばが入る。あなたならどのように説明するか，書きなさい。

問2　長さ 24 cm のひもの輪ででさる長方形の縦の長さを x cm とするとき，横の長さを x を使った式で表しなさい。

問3　長さ 24 cm のひもの輪でできる長方形の面積が 30 cm^2 になるとき，縦と横の長さを求めなさい。

解答欄

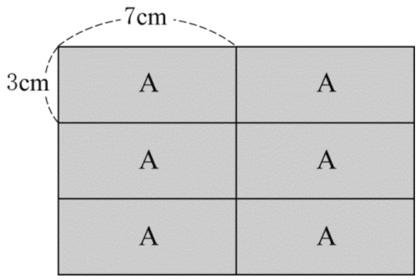
問1	〔説明〕	
問2	cm	
問3	〔解〕 答　縦と横の長さは　　　　cm と　　　　cm	

解答
問1〔説明〕
縦の長さが 4 cm，横の長さが 8 cm のとき面積は 32 cm^2 だけど
縦の長さが 5 cm，横の長さが 7 cm のとき面積は 35 cm^2 となり，長方形の面積は変わるね。
問2　$12-x$　cm
問3
〔解〕
問2より，長方形の面積は 30 cm^2 だから
$x(12-x)=30$
$x^2-12x+30=0$
$x=\dfrac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4\times1\times30}}{2}$
$=6\pm\sqrt{6}$
縦の長さが $6+\sqrt{6}$ cm のとき，横の長さは $12-(6+\sqrt{6})=6-\sqrt{6}$ cm となり
縦の長さが $6-\sqrt{6}$ cm のとき，横の長さは $12-(6-\sqrt{6})=6+\sqrt{6}$ cm となり
どちらも適する。
答　縦と横の長さは　$6+\sqrt{6}$　cmと　$6-\sqrt{6}$　cm
解説
問1
縦＋横＝12 cm になる縦，横の組を考え，その面積が異なることを示す。
問2
縦が x cm のとき，縦＋横＝12 cm より，横は $12-x$ cm
問3
長方形の面積が 30 cm^2 より
$x(12-x)=30$
$x^2-12x+30=0$
$x=\dfrac{-(-12)\pm\sqrt{(-12)^2-4\times1\times30}}{2\times1}$
$=\dfrac{12\pm2\sqrt{6}}{2}=6\pm\sqrt{6}$
縦が $6+\sqrt{6}$ cm のとき横は $6-\sqrt{6}$ cm
縦が $6-\sqrt{6}$ cm のとき横は $6+\sqrt{6}$ cm

【問 59】

縦が 3 cm，横が 7 cm の長方形 A を同じ向きにすきまなく並べて，1 つの長方形を作る。

例えば，縦に 3 枚，横に 2 枚並べると，図のような長方形ができる。



次の問いに答えなさい。

（兵庫県　2014 年度）

問1　A を縦に x 枚，横に$(x+1)$枚並べて長方形を作る。

(1)　できる長方形の面積は何 cm^2 か，x を用いて表しなさい。

(2)　面積が 630 cm^2 になるときの x の値を求めなさい。

問2　A を縦に a 枚，横に b 枚並べて長方形を作る。ただし，a，b は正の整数とする。

(1)　できる長方形の周の長さは何 cm か，a，b を用いて表しなさい。

(2)　面積が 630 cm^2 になるような長方形のうち，周の長さが最も短い長方形の周の長さは何 cm か，求めなさい。

解答欄

問1	(1)	cm^2
	(2)	$x=$
問2	(1)	cm
	(2)	cm

解答

問1　(1)　$21x^2+21x$ cm^2　　(2)　$x=5$

問2　(1)　$6a+14b$ cm　　(2)　102cm

解説

問1

(1)　A を縦に x 枚，横に$(x+1)$枚並べてできる，長方形の縦は $3x$ cm，横は $7(x+1)$ cm と表せるので

面積は $3x\times7(x+1)=21x(x+1)=21x^2+21x$ cm^2

(2)　$21x^2+21x=630$　$21x^2+21x-630=0$　$x^2+x-30=0$　$(x+6)(x-5)=0$　$x>0$ より，$x=5$

問2

(1)　A を縦に a 枚，横に b 枚並べてできる，長方形の縦は $3a$ cm，横は $7b$ cm と表せるので

周の長さは$(3a+7b)\times2=6a+14b$ cm

(2)　できる面積が 630cm^2 より，$3a\times7b=630$　$ab=30$　a，b は自然数だから，$(a,\ b)=(1,\ 30)$，$(2,\ 15)$，$(3,\ 10)$，$(5,\ 6)$，$(6,\ 5)$，$(10,\ 3)$，$(30,\ 1)$　そのうち，周の長さの　$6a+14b=2(3a+7b)$の値が最も小さくなるのは，$(a,\ b)=(10,\ 3)$のときで，その値は $2\times(30+21)=102$cm

【問 60】

大小 2 つの正方形がある。大きい方の正方形の 1 辺の長さは，小さい方の正方形の 1 辺の長さより 2 cm 長い。小さい方の正方形の 1 辺の長さを x cm とするとき，(1)，(2)の問いに答えなさい。

（佐賀県 2014 年度 特色）

(1) 大きい方の正方形の 1 辺の長さを，x を用いて表しなさい。

(2) 大小 2 つの正方形の面積の和が 74 cm^2 のとき，大小 2 つの正方形の 1 辺の長さをそれぞれ求めなさい。ただし，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	

解答

(1) $x+2$ cm

(2)

$x^2+(x+2)^2=74$

$2x^2+4x-70=0$

$x^2+2x-35=0$

$(x+7)(x-5)=0$

$x=-7,\ 5$

$x>0$ だから $x=-7$ は問題にあわない。

$x=5$ のとき，これは問題にあっている。

答　大きい方の正方形の 1 辺の長さ 7 cm，小さい方の正方形の 1 辺の長さ 5 cm

解説

(1) 大きい方の正方形の 1 辺の長さは，小さい方の 1 辺の長さより 2 cm 長いので，$x+2$ cm

(2) 小さい正方形の面積と大きい正方形の面積を合わせると 74 cm^2 より，$x^2+(x+2)^2=74$　$2x^2+4x-70=0$　$x^2+2x-35=0$　$(x+7)(x-5)=0$　$x=-7,\ 5$　$x>0$ より，$x=5$

よって，小さい方の正方形の 1 辺は 5 cm，大きい方の正方形の 1 辺は 7 cm

【問 61】

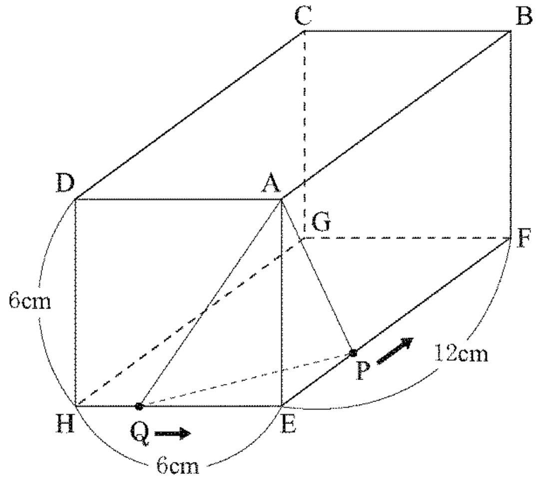
下の図のように，EF = 12 cm，EH＝6 cm，DH＝6 cm の直方体がある。点 P は，辺 EF 上を毎秒 2 cm の速さで E から F まで移動する。また，点 Q は，辺 HE 上を毎秒 1 cm の速さで H から E まで移動する。点 P，Q が同時に出発するとき，(1)～(4)の各問いに答えなさい。

（佐賀県　2014 年度　一般）

(1) 点 P が F に到着するのは，E を出発してから何秒後か，求めなさい。

(2) 点 P，Q が同時に出発してから x 秒後の EQ の長さを，x を用いて表しなさい。

(3) 点 P，Q が同時に出発してから x 秒後の△EPQ の面積を，x を用いて表しなさい。



(4) 三角すい AEPQ の体積が 16 cm^3 となるのは，点 P，Q が同時に出発してから何秒後か，求めなさい。ただし，点 P，Q が同時に出発してから x 秒後に三角すい AEPQ の体積が 16 cm^3 になったとして，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	秒後
(2)	cm
(3)	cm^2
(4)	

解答

(1)　6　秒後

(2)　$6-x$　cm

(3)　$x(6-x)$　cm^2

(4)

$\dfrac{1}{3}\times x(6-x)\times 6=16$

$x^2-6+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$

$x=2,\ 4$

ここで，$0\leqq x\leqq 6$ だから

$x=2$，$x=4$ はともに問題にあっている。

答　2 秒後と 4 秒後

解説

(1)

$12\div 2=6$ より 6 秒後

(2)

P，Q が同時に出発してから x 秒後の HQ は x cm と表せる。よって，QE$=6-x$ cm

(3)

P，Q が同時に出発してから x 秒後の PE は $2x$ cm と表せるので

△EPQ の面積は $\dfrac{1}{2}\times 2x\times(6-x)=x(6-x)$ cm^2

(4)

三角すい AEPQ の体積は $\dfrac{1}{3}\times x(6-x)\times 6=2x(6-x)$ cm^3 と表せる。

よって $2x(6-x)=16$

$x^2-6x+8=0$

$(x-2)(x-4)=0$

$x=2,\ 4$

$0\leqq x\leqq 6$ より

$x=2,\ 4$ は問題に合う。

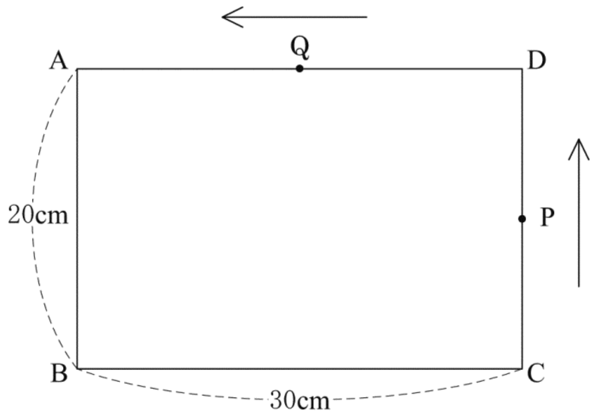
よって 2 秒後と 4 秒後

【問 62】

下の図のように，AB＝20 cm，BC＝30 cm の長方形 ABCD があります。点 P，Q はそれぞれ頂点 C，D を同時に出発し，P は毎秒 2 cm の速さで辺 CD 上を D まで，Q は毎秒 3 cm の速さで辺 DA 上を A まで，矢印の方向に移動します。△PDQ の面積が 48 cm^2 になるのは，点 P，Q がそれぞれ頂点 C，D を同時に出発してから，何秒後と何秒後ですか。

出発してからの時間を x 秒として方程式をつくり，求めなさい。ただし，$0<x<10$ とします。

（北海道　2015 年度）



解答欄

〔方程式〕

〔計　算〕

答　　　　　秒後，　　　秒後

解答

〔方程式〕 $\frac{1}{2}\times 3x\times(20-2x)=48$

〔計　算〕

$x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$　$x=2,\ 8$

$0<x<10$ より，$x=2,\ 8$

答　2 秒後，8 秒後

解説

点 P，Q が出発してから x 秒後の CP＝$2x$ cm，DQ＝$3x$ cm　△PDQ＝$\frac{1}{2}\times(20-2x)\times 3x=30x-3x^2$

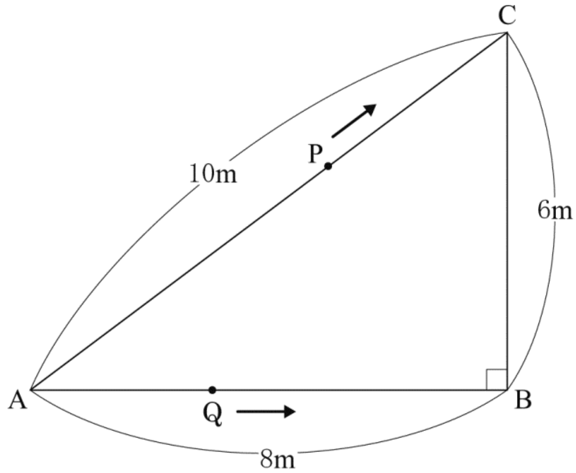
△PDQ＝48 cm^2 より，$30x-3x^2=48$　$3x^2-30x+48=0$　$x^2-10x+16=0$　$(x-2)(x-8)=0$

$x=2,\ 8$　$0<x<10$ より，$x=2$ も $x=8$ も問題に合う。よって，2 秒後と 8 秒後

【問 63】

下の図のように，AB＝8 m，BC＝6 m，CA＝10 m，∠ABC＝90° の直角三角形 ABC がある。点 P は A を出発し，辺 AC，CB 上を毎分 2 m の速さで B まで移動する。また，点 Q は A を出発し，辺 AB 上を毎分 1 m の速さで B まで移動する。点 P，Q が同時に A を出発するとき，(1)～(4)の各問いに答えなさい。

（佐賀県　2015 年度　特色）



(1) 点 P が C に到着するのは，A を出発してから何分後か，求めなさい。

(2) 点 P が C に到着したとき，△PQB の面積を求めなさい。

(3) 点 P が辺 CB 上にあるとき，点 P が A を出発してから x 分後の PB の長さを x を用いて表しなさい。

(4) 点 P が辺 CB 上にあるとき，△PQB の面積が 4 m^2 となるのは，点 P，Q が同時に A を出発してから何分後か，求めなさい。ただし，点 P，Q が同時に A を出発してから x 分後に△PQB の面積が 4 m^2 になったとして，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	分後
(2)	m^2
(3)	m
(4)	

解答

(1) 5 分後

(2) 9 m^2

(3) $16-2x$ m

(4)

$\frac{1}{2}(16-2x)(8-x)=4$

$(8-x)^2=4$

$8-x=\pm 2$

$x=6,\ 10$

点 P が辺 CB 上にあるので $5 \leqq x \leqq 8$

よって $x=10$ は問題にあわない。

$x=6$ のときこれは問題にあっている。

答　6 分後

解説

(1) $10 \div 2=5$ 分後

(2) P が C に到着した 5 分後の AQ＝5m　このとき，$\triangle PQB=\frac{1}{2}\times(8-5)\times 6=9$ m^2

(3) P が辺 CB 上にあるとき，PB＝AC＋CB－(P が進んだ道のり)＝$10+6-2x=16-2x$ m

(4) P が辺 CB 上にあるとき，P，Q が A を同時に出発してから x 分後の PB＝$16-2x$ m，BQ＝$8-x$ m

$\triangle PQB=4m^2$ より $\frac{1}{2}(16-2x)(8-x)=4$　$(8-x)^2=4$　$8-x=\pm 2$　$x=6,\ 10$

$5 \leqq x \leqq 8$ だから $x=6$ 分後

【問 64】

次の問いに答えなさい。

（北海道　2016 年度）

図1のように，1 辺が 10 cm の立方体 ABCD－EFGH があります。辺 AD，AE 上にそれぞれ点 P，Q を，2AP＝AQ となるようにとります。

次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 図1の立方体を 3 点 B，P，Q を通る平面で切ります。頂点 A をふくむ立体の体積が 20 cm^3 のとき，AP の長さは何 cm になりますか。AP の長さを x cm として方程式をつくり，求めなさい。

(2) 図2のように，1 から 9 までの数字を 1 つずつ書いた 9 個のボールがあります。この 9 個のボールを袋に入れ，袋の中から 1 個のボールを取り出し，そのボールに書かれた数を a とします。図3は，図1の立方体で，AP＝4 cm としたものです。辺 BC 上に点 R をとり，BR の長さを a cm とします。図3の立方体を 3 点 P，Q，R を通る平面で切るときの切り口の図形が，五角形となる確率を求めなさい。

図1

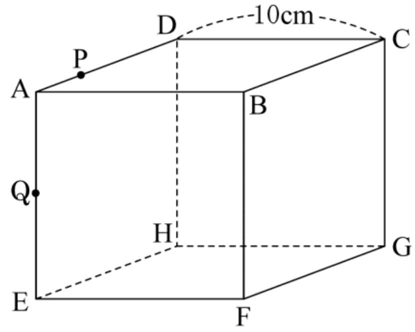


図2

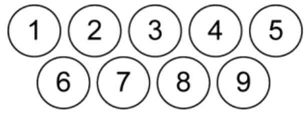
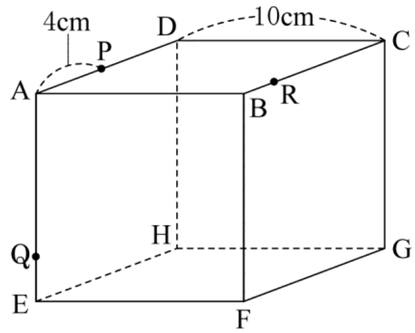


図3



解答欄

(1)	〔方程式〕	
	〔計算〕 cm	
(2)		

解答
(1)
〔方程式〕
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times x\times 2x\times 10=20$
〔計算〕
$x^2=6$
$x>0$ より
$x=\sqrt{6}$
答　$\sqrt{6}$ cm
(2) $\frac{4}{9}$
解説
(1)
AP$=x$, AQ$=2x$
△APQ$=\frac{1}{2}x\times 2x=x^2$
高さは AB＝10 なので $\frac{1}{3}\times x^2\times 10=20$
$x^2=6$
$x>0$ より
$x=\sqrt{6}$ cm
(2)
直線 PQ を軸として平面を回転させると，R が B のときは立方体の切り口は△PQB の三角形
AP：AQ＝4：8＝1：2 なので BR$=a$ のとき，平面と直線 BF との交点を T とおくと BT$=2a$ となる。
平面が点 F を通るとき，切り口は四角形で，そのとき $a=5$ のときである。
a の値が 6 以上のとき，平面は辺 EF，FG と交わり，切り口は五角形となる。
よって，求める確率は $\frac{4}{9}$

【問 65】

横が縦より 3 cm 長い長方形の厚紙がある。この厚紙の 4 すみから 1 辺 4 cm の正方形を切り取り，ふたのない直方体の容器を作る。次の(1)～(3)に答えなさい。

（青森県　2016 年度）

図1

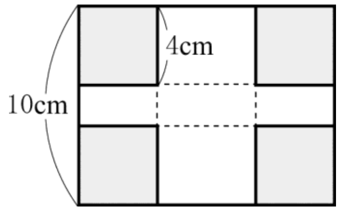
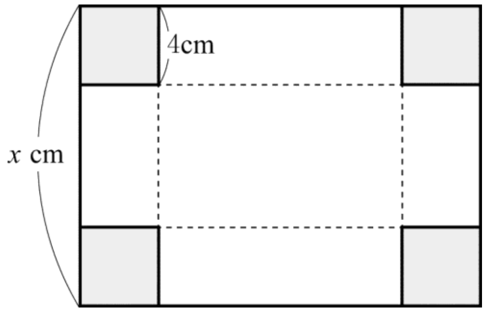


図2



(1)　図1のように，長方形の縦が 10 cm のとき，直方体の容器の容積を求めなさい。

(2)　図2のような厚紙で直方体の容器を作ったとき，容積が 280 cm^3 であった。長方形の縦の長さを x cm として，方程式をつくりなさい。

(3)　(2)のとき，長方形の縦の長さを求めなさい

解答欄

(1)	cm^3
(2)	
(3)	cm

解答

(1)　40　cm^3

(2)　$x^2-13x-30=0$

(3)　15　cm

解説

(1)

横は 13 cm で，直方体の底面の縦は $10-4\times2=2$cm，横は $13-4\times2=5$cm，高さは 4cm となるから

容積は $2\times5\times4=40$ cm^3

(2)

縦を x cm とすると，横は$(x+3)$ cm で，直方体の底面の縦は $x-4\times2=x-8$ cm，横は $x+3-4\times2=x-5$cm，高さは 4 cm となるから容積は $4(x-8)(x-5)cm^3$

よって方程式は，$4(x-8)(x-5)=280$，$x^2-13x-30=0$…①となる。

(3)

①の左辺を因数分解して$(x-15)(x+2)=0$　$x>0$ であるから $x=15$ cm

【問 66】

大小 2 枚の厚紙がある。この 2 枚の厚紙をそれぞれ切り分けたところ，大きい厚紙は，1 辺が x cm の正方形が 3 枚，1 辺が x cm で他方の辺が 1 cm の長方形が 1 枚の合計 4 枚の図形に分けることができた。

また，小さい厚紙は，1 辺が x cm の正方形が 1 枚，1 辺が x cm で他方の辺が 1 cm の長方形が 5 枚，1 辺が 1 cm の正方形が 4 枚の合計 10 枚の図形に分けることができた。

切り分ける前の大小 2 枚の厚紙の面積の差が 26 cm^2 であったとき，次の問1，問2に答えなさい。

（福島県　2016 年度）

問1　x の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

問2　小さい厚紙から切り分けられた 10 枚の図形をすべて使ってすき間なく並べると，1 つの長方形をつくることができる。このとき，この長方形の周の長さを求めなさい。

解答欄

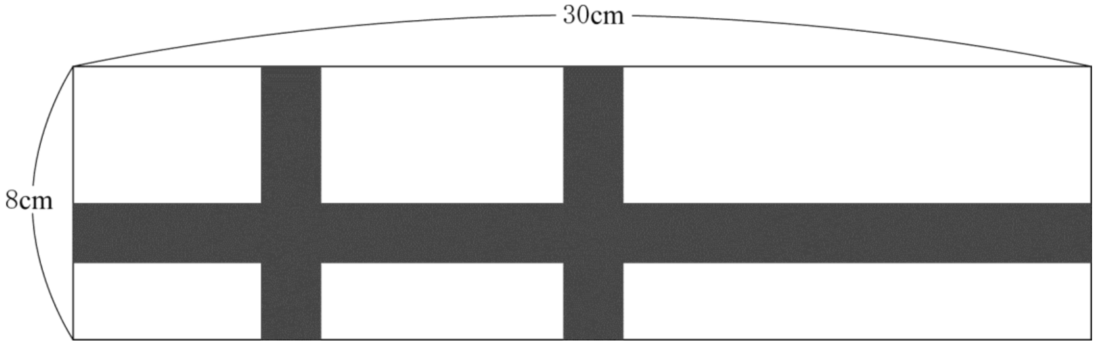
問1	〔求める過程〕 答　$x=$
問2	cm

解答
問1
〔求める過程〕
大きい厚紙の面積は $(3x^2+x)$ cm^2, 小さい厚紙の面積は (x^2+5x+4) cm^2 と表される。
大小 2 枚の厚紙の面積の差が 26cm^2 であるから
$3x^2+x-(x^2+5x+4)=26$
整理すると
$2x^2-4x-30=0$
$x^2-2x-15=0$
$(x-5)(x+3)=0$
したがって
$x=5$, $x=-3$
$x>0$ でなければならないから, $x=-3$ は問題に適していない。
したがって　$x=5$
答　$x=$　5
問2
30cm
解説
問1
大きな厚紙の面積は $3x^2+x$, 小さい厚紙の面積は x^2+5x+4
面積の差が $3x^2+x-(x^2+5x+4)=26$
$2x^2-4x-30=0$
$x^2-2x-15=(x-5)(x+3)=0$
$x>0$ より
$x=5$
問2
小さい厚紙の面積は $25+25+4=54$ cm^2
したがって長方形は 1 辺が 5 cm 以上なので, 縦と横が 6 と 9 の場合だけとなる。
$2\times(6+9)=30$ cm
(注) 5×5 の下に 5×1 を 1 枚, 右に 5×1 を 4 枚, その下に 1×1 を 4 枚

【問 67】

下の図のように，縦 8 cm，横 30 cm の長方形の白い用紙に，縦に 2 本，横に 1 本，同じ幅で色をぬる。このとき，(1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県　2016 年度　特色）



(1) 色をぬった部分の幅が 1 cm のとき，白い部分の面積を求めなさい。

(2) 白い部分の面積と色をぬった部分の面積が等しくなるとき，白い部分の面積を求めなさい。

(3) 白い部分の面積と色をぬった部分の面積が等しくなるのは，色をぬった部分の幅が何 cm のときか，求めなさい。ただし，色をぬった部分の幅を x cm として，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^2
(3)	

解答

(1)　196cm^2

(2)　120cm^2

(3)

$(8-x)(30-2x)=120$

$x^2-23x+60=0$

$(x-3)(x-20)=0$

$x=3,\ 20$

$x<8$ だから $x=20$ は問題にあわない。

$x=3$ のときこれは問題にあっている。

答　3cm

解説

(1)

$(8-1)\times(30-1\times2)=196$ cm^2

(2)

$8\times30\div2=120$ cm^2

(3)

$(8-x)(30-2x)=120$

$2x^2-46x+120=0$

$x^2-23x+60=0$

$(x-3)(x-20)=0$

$x=3,\ 20$

$0<x<8$ より

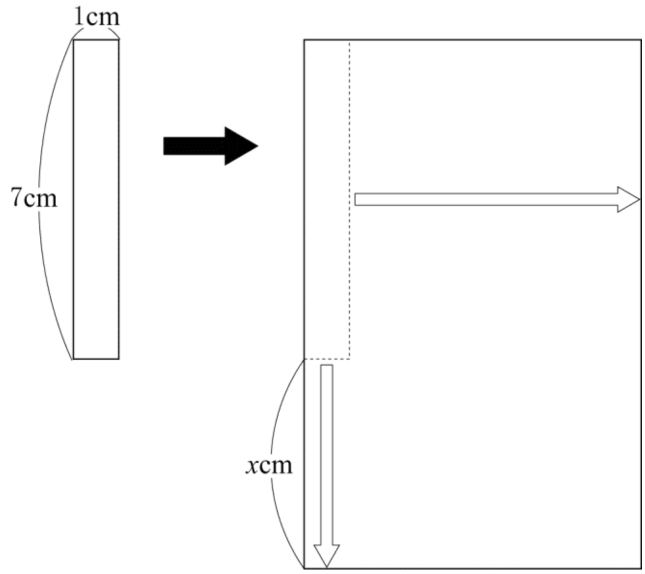
$x=3$ は問題に適するが $x=20$ は不適。

よって 3 cm。

【問 68】

下の図のように，縦の長さが 7 cm，横の長さが 1 cm の長方形がある。縦と横の長さをそれぞれのばして，周の長さが 38 cm の長方形をつくる。縦の長さを x cm だけのばしたとき，(1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県　2016 年度　一般）



(1) 縦の長さを 3 cm だけのばしたとき，のばしてできる長方形の横の長さを求めなさい。

(2) 縦の長さを x cm だけのばしたとき，のばしてできる長方形の横の長さを x を用いて表しなさい。

(3) のばしてできる長方形の面積が 60 cm^2 になるのは，縦の長さを何 cm だけのばしたときか，求めなさい。ただし，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm
(3)	

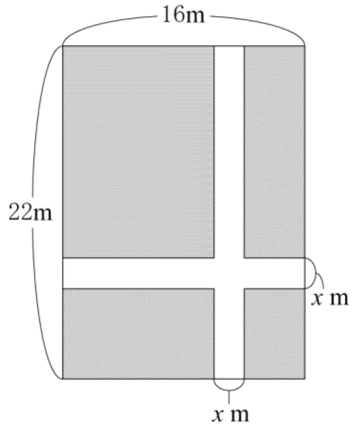
解答
(1)　9cm
(2)　$12-x$ cm
(3)
$(7+x)(12-x)=60$
$x^2-5x-24=0$
$(x+3)(x-8)=0$
$x=-3,\ 8$
$x>0$ だから $x=-3$ は問題にあわない。
$x=8$ のときこれは問題にあっている。
答　8 cm だけのばしたとき
解説
周の長さの和が 38 cm の長方形では，縦の長さと横の長さの和は，$38\div2=19$ cm
(1)
縦の長さは $7+3=10$ cm だから，横の長さは $19-10=9$ cm
(2)
縦の長さは $(7+x)$ cm だから，横の長さは $19-(7+x)=12-x$ cm
(3)
(2)の縦と横の長さを，長方形の面積の公式にあてはめると
$(7+x)(12-x)=60$
この方程式を解く。
x はのばした長さだから正の数になることに注意。

【問 69】

縦が 22 m，縦が 16 m の長方形の土地がある。この土地に，入口の幅がすべて等しい直線通路を何本かつくり，残りを花畑にする。次の問1，問2に答えなさい。

（秋田県　2017 年度）

図1



問1　図1のように，長方形の土地の縦方向と横方向に通路を 1 本ずつつくり，花畑の面積を 280 m^2 にする。美咲さんと健司さんは，このときの通路の入口の幅を x m とし，その幅の求め方をそれぞれ考えた。

(1)　美咲さんは，通路の面積に着目して方程式をつくった。［美咲さんのメモ］が正しくなるように，ア，イにはあてはまる式を，ウにはあてはまる数を書きなさい。

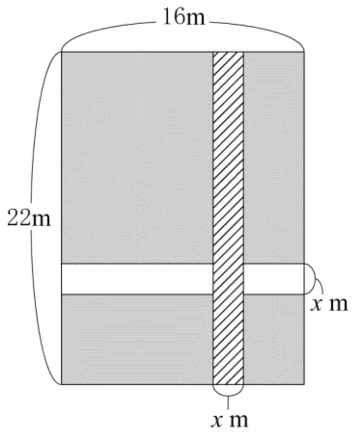
［美咲さんのメモ］

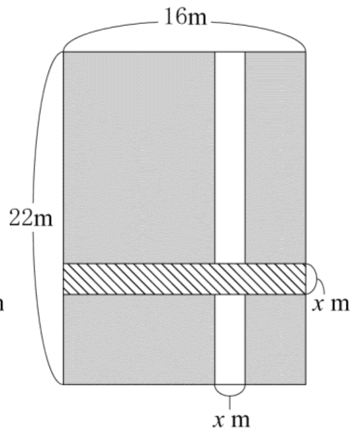
〈通路の面積の表し方1〉

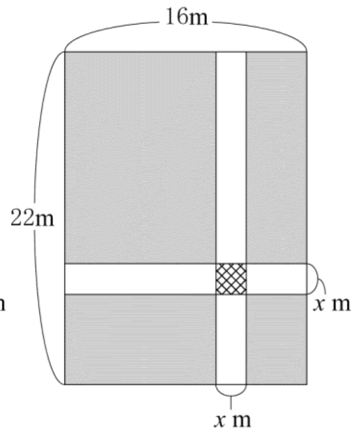
○縦方向の通路の面積は 22 xm^2

○横方向の通路の面積は $\boxed{\text{ア}}$ m^2

○通路が重なる部分の面積は x^2 m^2







○したがって，通路の面積は（ $\boxed{\quad\text{イ}\quad}$ ）m^2

〈通路の面積の表し方2〉

○縦が 22 m，横が 16 m の長方形の土地の面積は 352 m^2

○花畑の面積は 280 m^2

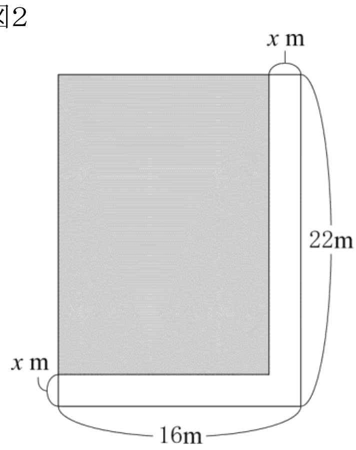
○したがって，通路の面積は $\boxed{\text{ウ}}$ m^2

《方程式》

$\boxed{\quad\text{イ}\quad} = \boxed{\text{ウ}}$

(2) 健司さんは，図1の通路を図2のように移動しても花畑の面積は変わらないことに気づき，花畑の面積に着目して方程式をつくり，通路の入口の幅を求めた。［健司さんの説明］が正しくなるように，エにはあてはまる式を，オ，カにはあてはまる数を書きなさい。

図2



［健司さんの説明］

図2の花畑の面積に着目すると，次の方程式をつくることができます。

$\boxed{\quad エ \quad}$ ＝280

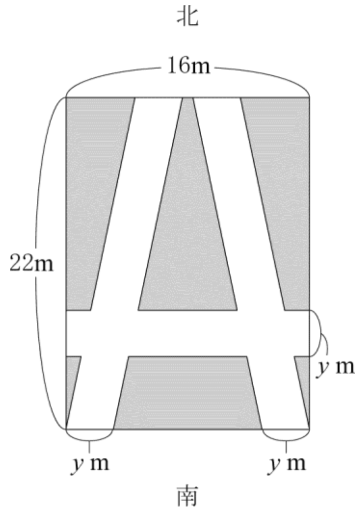
この方程式を解くと，x＝2，x＝36

0＜x＜16 だから，x＝ $\boxed{オ}$ は適さず，x＝ $\boxed{カ}$ は適しています。

したがって，通路の入口の幅は $\boxed{カ}$ m です。

問2 図3のように，長方形の土地の横方向に通路を 1 本，斜めの方向に通路を 2 本つくり，花畑の面積を 190 m^2 にする。このときの通路の入口の幅を求めなさい。なお，通路の入口の幅を y m として，求める過程も書きなさい。ただし，斜めの通路の入口は長方形の土地の北側と南側に 2 つずつあり，斜めの方向の通路どうしは重ならないものとする。

図3



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="4">問1</td><td rowspan="2">(1)</td><td>ア</td><td></td><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>エ</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>オ</td><td></td><td>カ</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td colspan="5">〔過程〕</td></tr>
<tr><td colspan="5">答　m</td></tr>
</table>

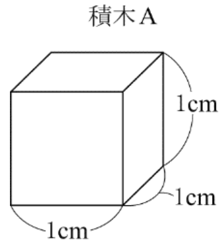
解答
問1
(1)
ア $16x$
イ $38x-x^2$
ウ 72
(2)
エ $(22-x)(16-x)$
オ 36
カ 2
〔過程〕
花畑の面積に着目すると，次の方程式をつくることができる。
$(22-y)(16-2y)=190$
この方程式を解くと
$y^2-30y+81=0$
$(y-3)(y-27)=0$
$y=3,\ y=27$
$0<y<8$ だから
$y=27$ は適さず $y=3$ は適している。
したがって通路の入口の幅は 3 m である。
答　3m
解説
問1
(1)
横方向の通路の面積は縦 x m，横 16 m だから，$16x$(…ア)m^2
通路の面積は，縦方向の通路の面積と横方向の通路の面積の和から重なる部分の面積を引けばよいので
$22x+16x-x^2=38x-x^2$ (…イ)
長方形の面積から花畑の面積を引けば通路の面積になるので $352-280=72$ (…ウ) m^2
(2)
通路を端によせて移動させたので，花畑の縦の長さが$(22-x)$ m，横の長さが$(16-x)$ m になるから
その面積は，$(22-x)(16-x)$ m^2 (…エ)　これが 280 m^2 だから，$(22-x)(16-x)=280$　整理すると
$(x-2)(x-36)=0$　$x=2,\ x=36$
$0<x<16$ だから
$x=36$ (…オ)　は適さず $x=2$ (…カ)　は適する。
問2
斜めの方向の通路は平行四辺形になるので
まっすぐに直しても (長方形にしても) 面積は同じだから
長方形と見て，問1の健司さんの計算の仕方のように通路を移動させて考える。
花畑の面積は，縦が$(22-y)$ m，横が$(16-2y)$ m になるから
$(22-y)(16-2y)=190$ が成り立つ。
この 2 次方程式を解くと
$y=3,\ 27$
ここで $0\leqq y\leqq 8$ だから
$y=3$ が適している。
したがって通路の入り口は 3 m となる。

【問 70】

図1のような 1 辺 1 cm の立方体の，色が塗られていない積木A がたくさんある。これらをすき間がないように並べたり積み上げたりして直方体をつくる。

図2のように，垂直に交わる 2 つの壁とそれらに垂直に交わる床があり，これらの 2 つの壁と床に，つくった直方体を接するように置く。この直方体の 2 つの壁と床に接していない残りの 3 つの面に色を塗り，これを直方体 B とし，縦，横，高さをそれぞれ a cm，b cm，c cm とする。

図1



例えば，図3は $a=3$，$b=3$，$c=2$ の直方体 B であり，色が塗られた面の面積の合計は 21 cm^2 となり，1 面だけに色が塗られた積木 A は 8 個となる。

このとき，次の問1，問2，問3に答えなさい。

（栃木県　2017 年度）

図2

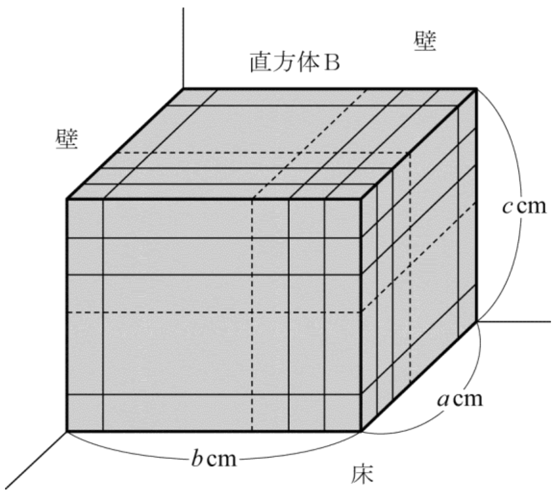
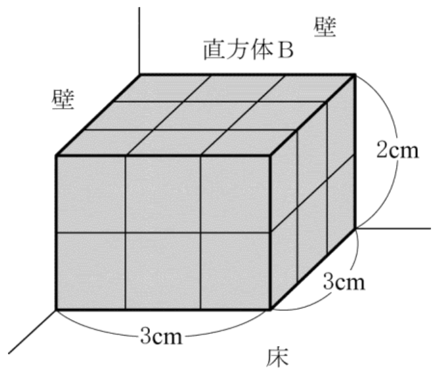


図3



問1 $a=4$，$b=5$，$c=3$ である直方体 B について，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 用いた積木 A の個数を求めなさい。

(2) 色が塗られた面の面積の合計を求めなさい。

問2 底面が正方形で，$c=5$ である直方体 B について，1 面だけに色が塗られた積木 A は 65 個であった。このとき，底面の正方形の 1 辺の長さを x cm として方程式をつくり，x の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

問3 84 個の積木 A をすべて用いて直方体 B をつくる。このとき，ちょうど 2 面に色が塗られる積木 A は何個か，考えられる個数のうち最も少ない個数を求めなさい。

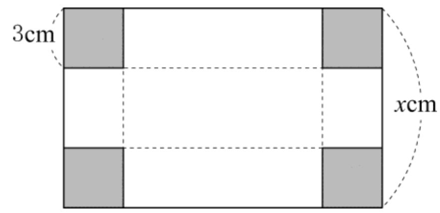
解答欄

問1	(1)	個
	(2)	cm^2
問2	答え $x=$	
問3	個	

解答
問1
(1)　60 個
(2)　47cm^2
問2
1 面だけに色が塗られた積木 A が 65 個だから
$(x-1)^2+4(x-1)\times 2=65$
$x^2+6x-72=0$
$(x+12)(x-6)=0$
$x=-12,\ x=6$
x は正の整数だから
$x=6$
答え　$x=6$
問3
11 個
解説
問1
(1)
$4\times 5\times 3=60$　個
(2)
$4\times 5+4\times 3+5\times 3=47\text{cm}^2$
※
問2, 問3においては, a cm の辺と b cm の辺がある長方形の面を P
a cm の辺と c cm の辺がある長方形の面を Q
b cm の辺と c cm の辺がある長方形の面を R とする。
問2
条件より $a=b=x,\ c=5$ である。
P, Q, R のそれぞれについて, 1 面だけに色が塗られた積木 A の個数を調べる。
P は$(x-1)^2=x^2-2x+1$　個, Q は$(5-1)(x-1)=4x-4$　個, R は Q と等しく $4x-4$　個　となる。
よって$(x^2-2x+1)+(4x-4)+(4x-4)=65$
整理すると$(x-6)(x+12)=0$ となり
x は正の整数だから $x=6$
問3
ちょうど 2 面に色が塗られる積木 A の個数を調べる。
色が塗られる 2 面が P と Q にそれぞれ含まれる積木 A の個数は, $a-1$　個
色が塗られる 2 面が P と R にそれぞれ含まれる積木 A の個数は, $b-1$　個
色が塗られる 2 面が Q と R にそれぞれ含まれる積木 A の個数は, $c-1$　個
よって, ちょうど 2 面に色が塗られる積木 A の個数は
$(a-1)+(b-1)+(c-1)=a+b+c-3$　個
積が 84 となる 3 つの正の整数の組み合わせを調べると
(1, 1, 84), (1, 2, 42), (1, 3, 28), (1, 4, 21), (1, 6, 14), (1, 7, 12), (2, 2, 21), (2, 3, 14), (2, 6, 7), (3, 4, 7)
の 10 組があり, 考えられる直方体 B は 10 種類である。
$a,\ b,\ c$ に各組の 3 つの正の整数をどのように代入しても, $a+b+c-3$ の値は同じになる。
$a+b+c-3$ の値が最も小さい組は　(3, 4, 7)　で, その値は 11 となる。
よって求める個数は 11 個である。

【問 71】

右の図のような，縦の長さが横の長さより短い長方形の紙があり，周の長さは 52 cm である。この紙の 4 すみから，1 辺の長さが 3 cm の正方形を切り取り，ふたのない直方体の箱を作ると，その容積は 120 cm^3 になった。もとの長方形の紙の縦の長さを x cm として，x の値を求めよ。x の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。



（香川県　2017 年度）

解答欄

〔x の値を求める過程〕

答　x の値

解答

〔x の値を求める過程〕

もとの長方形の紙の横の長さは $(26-x)$ cm だから

作った箱の縦の長さは $(x-6)$ cm，横の長さは

$(20-x)$ cm，高さは 3 cm である。

したがって $3(x-6)(20-x)=120$

整理すると $x^2-26x+160=0$

$(x-10)(x-16)=0$

よって，$x=10$　または　$x=16$

$6<x<13$ だから

$x=10$ は問題にあうが，$x=16$ は問題にあわない。

答　x の値 10

解説

紙の周の長さが 52 cm より，この紙の縦と横の長さの和は 26 cm

よって，縦の長さが x cm より，横の長さは，$(26-x)$ cm　4 すみから 1 辺 3 cm の正方形を切り取っているので

作った箱の縦の長さは $x-3\times2=x-6$ cm

同様に横の長さは$(26-x)-3\times2=20-x$ cm　高さが 3 cm だから，箱の体積は $3(x-6)(20-x)$ cm^3

これが 120 cm^3 だから $3(x-6)(20-x)=120$

これを整理すると，$(x-10)(x-16)=0$　$x=10$，16

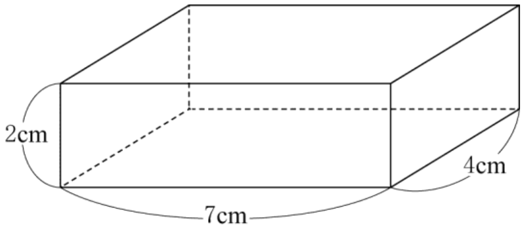
$x=16$ のとき，縦の長さが 16 cm，横の長さが 10 cm となり，縦の長さが横の長さより長くなるので問題にあわない。

よって $x=10$

【問 72】

下の図のような，縦 4 cm，横 7 cm，高さ 2 cm の直方体 P がある。直方体 P の縦と横をそれぞれ x cm ($x>0$) 長くした直方体 Q と，直方体 P の高さを x cm 長くした直方体 R をつくる。直方体 Q と直方体 R の体積が等しくなるとき，x の方程式をつくり，x の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

（栃木県　2018 年度）



直方体P

解答欄

答え ($x=$　　　　　　　　)

解答

直方体 Q の体積と直方体 R の体積は等しいので

$(4+x)(7+x)\times 2=4\times 7\times(2+x)$

$x^2+11x+28=14x+28$

$x^2-3x=0$

$x(x-3)=0$

$x=0,\ 3$

$x>0$ だから

$x=3$

答え　$x=3$

解説

直方体 Q の体積を x を用いた式で表すと$(4+x)\times(7+x)\times 2\text{cm}^3$

直方体 R の体積を x を用いた式で表すと $4\times 7\times(2+x)\text{cm}^3$ である。

直方体 Q の体積と直方体 R の体積は等しいので

$(4+x)\times(7+x)\times 2=4\times 7\times(2+x)$

$x^2+11x+28=14x+28$　$x^2-3x=0$　$x(x-3)=0$　$x=0,\ 3$

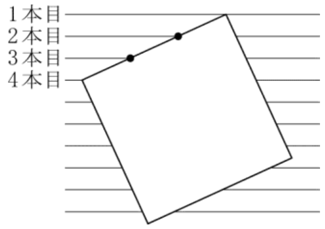
$x>0$ だから $x=3$　これは問題に適している。

【問 73】

太郎さんと花子さんは，「正方形の紙の 1 辺を 3 等分する方法」について調べた。下の図は，2 人がそれぞれ調べた方法をまとめたものである。後の問いに答えよ。

（奈良県　2018 年度）

［太郎さんが調べた方法］

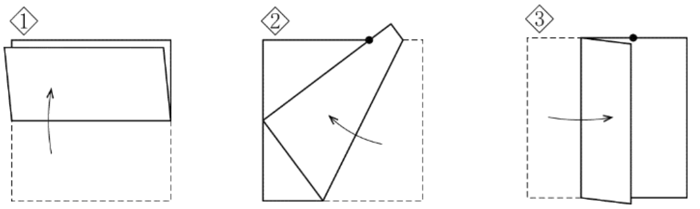


ノートの罫線（けいせん）を使う。

○ 1 辺の両端がそれぞれ 1 本目，4 本目の罫線と重なるように紙を置く。

○ 辺と 2 本目，3 本目の罫線が交わる部分に印を付ける。
付けた印で 1 辺が 3 等分される。

［花子さんが調べた方法］



① 上の辺に，下の辺が重なるように紙を折る。

② ①で付けた折り目の左端に，右下の頂点が重なるように紙を折り，右の辺と上の辺が交わる部分に印を付ける。

③ ②で付けた印に，左上の頂点が重なるように紙を折る。
②で付けた印と③で付けた折り目の上端で上の辺が 3 等分される。

問1 太郎さんが調べた方法で，正方形の紙の 1 辺が 3 等分されることを証明するときに根拠となるものは，次のア～エのうちどれか。最も適切なものを 1 つ選び，その記号を書け。

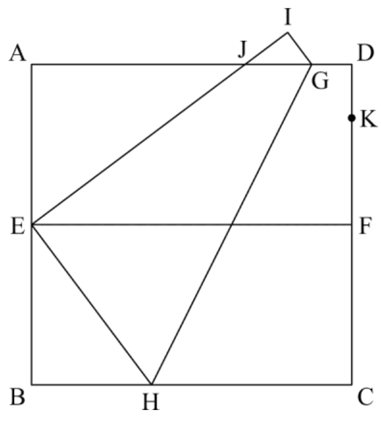
ア 三平方の定理

イ 平行線と線分の比

ウ 円周角の定理の逆

エ 相似な図形の相似比と面積比

問2 花子さんが調べた方法で付けた印が，正方形の紙の 1 辺を 3 等分する点の 1 つであることを，2 人は右の図をかいて考えた。四角形 ABCD は正方形で，点 E は辺 AB の中点，点 F は辺 CD の中点である。点 G は辺 AD 上，点 H は辺 BC 上にあり，四角形 GHCD と四角形 GHEI は直線 GH について対称である。また，点 J は辺 AD と線分 EI との交点で，辺 CD 上の点 K は点 J と直線 GH について対称である。次の会話と 2 人が考えたことを読み，(1)，(2)の問いに答えよ。



太郎：点 J が辺 AD を 3 等分する点の 1 つといえるなら，正方形の 1 辺の長さを 1 とすると，線分 JD の長さが $\boxed{\text{あ}}$ になればいいんだよね。

花子：じゃあ，線分 JD の長さを x とおいてつくった方程式の解が $\boxed{\text{あ}}$ になるといいのかな。

2 人は対称な図形の性質や相似な図形の性質を使って考えた。

AD＝1 とする。JD＝x とおくと，DK＝ $\boxed{\text{い}}$ と表すことができる。

△AEJ は直角三角形より，$\boxed{\qquad\qquad\text{う}\qquad\qquad}$ が成り立つ。これを解くと，

0＜x＜1 より，x＝ $\boxed{\text{あ}}$ 　よって，点 J は辺 AD を 3 等分する点の 1 つといえる。

(1) $\boxed{\text{あ}}$ に当てはまる数，$\boxed{\text{い}}$ に当てはまる式を，それぞれ書け。

(2) $\boxed{\text{う}}$ に当てはまる，x についての方程式を書け。

解答欄

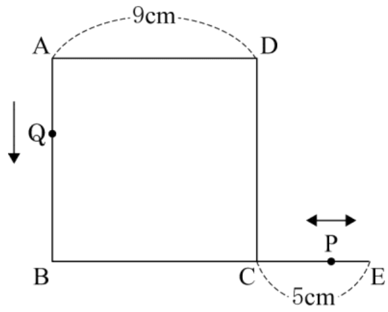
問1			
問2	(1)	あ	
		い	
	(2)		

解答
問1 イ
問2
(1)
㋐ $\dfrac{1}{3}$
㋑ $\dfrac{x}{2}$
(2) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+(1-x)^2=\left(1-\dfrac{x}{2}\right)^2$
解説
問1
ノートの罫線は，たがいに平行にひかれている。
問2
(1)
㋐ JD は AD の$\dfrac{1}{3}$の長さだから，$1\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}$
㋑ J と K を結び，E と C を結ぶ。J と K，E と C はそれぞれ直線 GH について対称だから，JK⊥GH，EC⊥GH
よって，JK//EC
△JKD と△ECF で，平行線の同位角だから∠JKD＝∠ECF また，∠JDK＝∠EFC＝90°
2 組の角がそれぞれ等しいから，△JKD∽△ECF よって，JD：EF＝DK：FC
AD＝1 より，EF＝1，FC＝$\dfrac{1}{2}$ また，JD＝x だから，$x:1=\text{DK}:\dfrac{1}{2}$ DK＝$\dfrac{x}{2}$
(2)
(1)より IJ＝DK＝$\dfrac{x}{2}$だから，EJ＝EI－IJ＝$1-\dfrac{x}{2}$ また，AJ＝AD－JD＝$1-x$
△AEJ で，三平方の定理より，$\text{AE}^2+\text{AJ}^2=\text{EJ}^2$ $\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+(1-x)^2=\left(1-\dfrac{x}{2}\right)^2$
以下，この方程式の解が $x=\dfrac{1}{3}$であることを確かめる。
$\dfrac{1}{4}+1-2x+x^2=1-x+\dfrac{x^2}{4}$ 両辺に 4 をかけて、$1+4-8x+4x^2=4-4x+x^2$ $3x^2-4x+1=0$
解の公式より，$x=\dfrac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-4\times3\times1}}{2\times3}=\dfrac{4\pm2}{6}$ よって，$x=\dfrac{4+2}{6}=1$，$x=\dfrac{4-2}{6}=\dfrac{1}{3}$
$0<x<1$ より，$x=\dfrac{1}{3}$

【問 74】

図1のように，1 辺の長さが 9 cm の正方形 ABCD があり，辺 BC の延長上に，CE＝5 cm となる点 E をとる。2 点 P，Q は，次のように動くものとする。

図1



・点 P は，C を出発し，線分 CE 上を毎秒 2 cm の速さで，C→E→C→E→C→…の順に動き続ける。 ・点 Q は，点 P が出発するのと同時に A を出発し，正方形 ABCD の周上を毎秒 1 cm の速さで，A→B→C→D→A→B→C→D→A→…の順に動き続ける。

次の問1，問2に答えなさい。

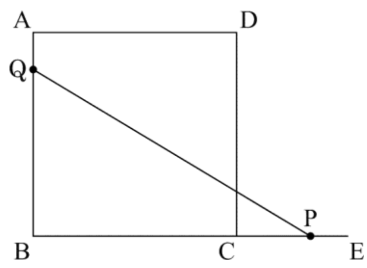
（山口県　2018 年度）

問1　2 点 P，Q が初めて C で重なるのは，点 P が C を出発してから何秒後か。求めなさい。

問2　図2のような，点 P が C を出発してから x 秒後の△PQB がある。線分 BP の長さを x を使った式で表し，△PQB の面積が 45 cm^2 となるときの x の値を求めなさい。

ただし，$0 < x < \frac{5}{2}$とする。

図2



解答欄

問1	秒後	
問2	線分 BP の長さ　　　　cm	
	x＝	

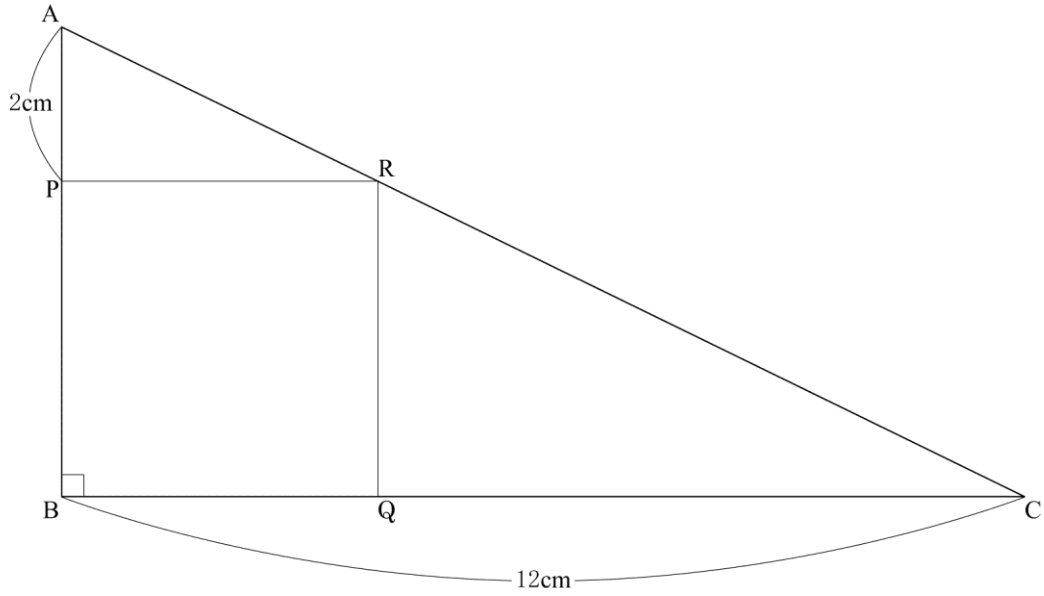
解答
問1 90 秒後
問2
線分 BP の長さ $2x+9$ cm
$x=\frac{3}{2}$
解説
問1
点 P は線分 CE 上を毎秒 2cm の速さで動くから，1 回往復(C→E→C)するのに(5＋5)÷2＝5 秒かかる。
その後は 5 の倍数ごと(10 秒，15 秒，20 秒，…)に点 C に到着する。
点 Q は正方形 ABCD の周上を毎秒 1 秒の速さで動くから，最初に点 C に到着するのは 9＋9＝18 秒後である。
その後は 9×4＝36 秒ごとに点 C に到着する。
よって 2 点 P，Q が初めて C で重なるのは 18＋36＋36＝90 秒後である。
問2
点 P は毎秒 2cm の速さで動くから，x 秒後は $2x$ cm 動く。
また，点 Q は毎秒 1cm の速さで動くから，x 秒後は x cm 動く。
よって BP＝$(9+2x)$cm，BQ＝$(9-x)$cm だから
△PQB
$\frac{1}{2}\times(9+2x)\times(9-x)=45$
$81-9x+18x-2x^2=90$
$-2x^2+9x-9=0$
$2x^2-9x+9=0$
解の公式より
$x=\frac{9\pm\sqrt{(-9)^2-4\times2\times9}}{2\times2}=\frac{9\pm3}{4}$
よって $0<x<\frac{5}{2}$ より
$x=\frac{3}{2}$

【問 75】

下の図のように，∠ABC＝90°，BC＝12 cm の直角三角形 ABC があり，辺 AB 上に点 P，辺 BC 上に点 Q，辺 CA 上に点 R を，四角形 PBQR が正方形となるようにとると，AP＝2 cm であった。

このとき，(1)，(2)の問いに答えなさい。

（佐賀県 2018 年度 一般）



(1) △APR∽△ABC より AP:AB＝ $\boxed{}$ が成り立つ。$\boxed{}$ にあてはまるものを次の①～④の中から 1 つ選び，番号を書きなさい。

① AC:AR　　② PR:QC　　③ PR:BC　　④ AR:RC

(2) 正方形 PBQR の 1 辺の長さを求めなさい。

ただし，正方形 PBQR の 1 辺の長さを x cm として x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>

正方形 PBQR の 1 辺の長さは　　　　　cm</td></tr>
</table>

解答

(1) ③

(2)

△APR∽△ABC より AP : AB＝PR : BC だから

$2 : (x+2)=x : 12$

$x(x+2)=24$

$x^2+2x-24=0$

$(x+6)(x-4)=0$

$x=-6,\ 4$

$0<x<12$ だから $x=-6$ は問題にあわない。

$x=4$ のときこれは問題にあっている。

正方形 PBQR の 1 辺の長さは　4cm

解説

(1)

対応する辺の比になっているのは③の PR : BC

(2)

2 次方程式を解いたあと，解が問題にあっているかどうか確かめることが必要。

x の値は，辺の長さだから 0 より大きく，また，BC 以上になることはないので 12 未満。

よって $0<x<12$

【問 76】

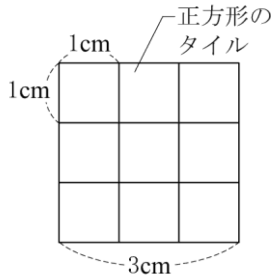
一辺の長さが 1 cm の正方形のタイルがある。友実さんは，そのタイルを重なりがないように隙間なく敷き詰めて正方形をつくっている。

図１は，一辺の長さが 3 cm の正方形を表しており，その正方形をつくるために必要なタイルの枚数は９枚である。

一辺の長さが n cm の正方形をつくるとき，必要なタイルの枚数は，n^2 枚と表すことができる。

このとき，次の問１～問３に答えなさい。ただし，n は２以上の整数とする。

図１



（山梨県 2019 年度）

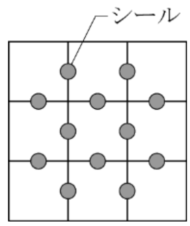
問１　ある大きさの正方形をつくったところ，その正方形に使ったタイルの枚数は，16 枚であった。つくった正方形の一辺の長さを求めなさい。

問２　一辺の長さが n cm の正方形にタイルをあと何枚加えれば，一辺の長さが $(n+1)$ cm の正方形になるか，加えるタイルの枚数を n を使った式で表しなさい。

問３　友実さんは，図２のように隣り合うタイルをシールでつなぎ，一辺の長さが n cm の正方形に必要なシールの枚数について考えている。

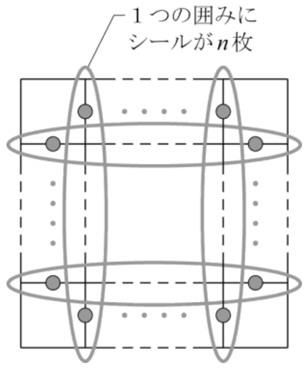
このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

図２



(1)　友実さんは，図３のようにシールを囲み，次のように説明したが，この説明には誤りがある。

図３



友実さんの説明

一辺の長さが n cm のとき，1 つの囲みには，シールが n 枚ある。

囲みは，縦，横それぞれ n 個ずつあり，合わせて $2n$ 個あるから，
$n\times 2n=2n^2$
したがって，一辺の長さが n cm の正方形に必要なシールの枚数は，$\mathbf{2n^2}$ 枚である。

友実さんの説明では，必要なシールの枚数を $\mathbf{2n^2}$ 枚と求めているが，正しくは，$\mathbf{2n(n-1)}$ 枚である。必要なシールの枚数が $\mathbf{2n(n-1)}$ 枚となるように，[　　　] の中を書き直し，解答欄の**説明**を完成しなさい。

(2)　ある大きさの正方形をつくったところ，その正方形に使ったシールの枚数は，180 枚であった。つくった正方形の一辺の長さを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2">枚</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問３</td><td>(1)</td><td>〔説明〕
一辺の長さが n cm のとき，1 つの囲みには，シールが n 枚ある。

したがって，一辺の長さが n cm の正方形に必要なシールの枚数は，$2n(n-1)$枚である。</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
</table>

解答

問１ 4cm

問２ $(2n+1)$枚

問３

(1)

〔説明〕

一辺の長さが n cm のとき，1 つの囲みには，シールが n 枚ある。

囲みは，縦，横それぞれ$(n-1)$個ずつあり，合わせて $2(n-1)$個あるから，
$n\times2(n-1)=2n(n-1)$

したがって，一辺の長さが n cm の正方形に必要なシールの枚数は，$2n(n-1)$枚である。

(2) 10cm

解説

問１　一辺が $n$cm の正方形をつくるとき，必要なタイルの枚数は n^2 枚だから，$n^2=16$　$n\geqq2$ より，$n=4$

問２　一辺が $n$cm の正方形をつくるとき，必要なタイルの枚数は n^2 枚だから，一辺が$(n+1)$cm の正方形をつくるとき，必要なタイルの枚数は$(n+1)^2$ 枚である。よって，加えるタイルの枚数は，$(n+1)^2-n^2=n^2+2n+1-n^2=2n+1$(枚)

問３

(1)

問題の図２から，一辺が 3cm の正方形をつくるとき，囲みは縦，横それぞれ２個ずつある。

これは，３枚のタイルを横に並べたとき，そのつなぎ目は $3-1=2$(個)になることによる。

同じ様に考えて，枠の中は次のように書き直せばよい。

一辺が $n$cm の正方形をつくるとき，囲みは縦，横それぞれ$(n-1)$個ずつあり，合わせて $2(n-1)$個あるから，
$n\times2(n-1)=2n(n-1)$

(2)

(1)より，$2n(n-1)=180$　$n(n-1)=90$　$n^2-n-90=0$　$(n+9)(n-10)=0$　$n=-9$，10

$n\geqq2$ より，$n=10$ だから，つくった正方形の一辺の長さは 10cm

【問 77】

1 辺の長さが x cm の正方形がある。この正方形の縦の長さを 4 cm 長くし，横の長さを 5 cm 長くして長方形をつくったところ，できた長方形の面積は 210 cm^2 であった。x の値を求めなさい。

（大阪府 B 2019 年度）

解答欄

解答

10

解説

長方形の面積に着目して方程式をつくると，$(x+4)(x+5)=210$　$x^2+9x+20=210$

$x^2+9x-190=0$　$(x-10)(x+19)=0$　$x=10,\ -19$　$x>0$ だから，$x=-19$ は問題にあわない。$x=10$ は問題にあっている。

【問 78】

ある中学校で，花いっぱい運動の取組として，生徒玄関の近くの場所に新しく花だんを作ることになりました。美化委員長の小川さんと副委員長の山根さんは，美化委員会で決めたことを下のようにまとめ，それを見ながら教室で話をしています。

新しく作る花だんについて

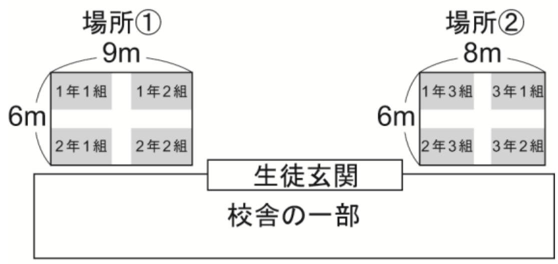
●花だんを作る場所

・縦が 6 m，横が 9 m の長方形の場所①
・縦が 6 m，横が 8 m の長方形の場所②

●花だんを作る際の条件

・場所①，②のそれぞれについて，右の〔完成イメージ図〕のように，幅の等しいまっすぐな 2 本の道を垂直に交わるように作り，残りを花だんにする。

〔完成イメージ図〕



（注）　の部分が花だん

・花だんの面積は，各学級とも同じ（10 m^2）になるようにする。

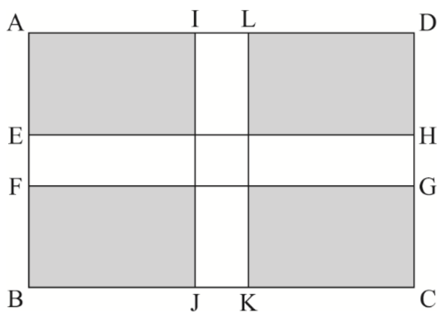
小川　「花だんの面積を各学級とも $10m^2$ にしようと思ったら，場所①と場所②では道の幅が違ってきそうだね。」

山根　「そうだね。それぞれどのくらいの道の幅になるのか，考えてみようよ。」

２人は，はじめに場所①の道の幅について考えることにしました。山根さんは，下のような図とその説明をかきました。

【図と説明】

・四角形 ABCD は，長方形の場所①で，AB＝6m，AD＝9m である。
・四角形 EFGH と四角形 IJKL は，２本の道で，それぞれ長方形である。
・線分 EF と線分 IL の長さは道の幅で，EF＝IL である。
・それぞれの花だんの面積は $10m^2$ で，場所①の花だんの面積の合計は $40m^2$ である。



2 人は，【図と説明】を参考に，場所①の道の幅が何 m になるのかを，方程式をつくって考えることにしました。

> 山根「場所①の道の幅を x m としたら，x^2- $\boxed{\text{ア}}$ $x+$ $\boxed{\text{イ}}$ $=0$ という方程式をつくることができるね。」
>
> 小川「そうだね。この方程式を解くと，2 つの解が出てくるけれど，場所①の道の幅は 6 m 未満でなければいけないから $\boxed{\text{ウ}}$ m になることが分かるね。」

2 人は，次に，場所②の道の幅について考えることにしました。小川さんは，場所①の道の幅を求めた考え方と同じようにして場所②の道の幅を求めました。

> 小川「場所②の道の幅を求めると，$(7-\sqrt{41})$m になるわ。」
>
> 山根「$(7-\sqrt{41})$m って，実際に測るにはイメージしにくいよね。$\sqrt{41}$は 6 より大きく，7 より小さい数だけど，このことだけでは場所②の道の幅はよく分からないね。」
>
> 小川「$\sqrt{41}$を小数で表してみたらいいんじゃないかしら。」

2 人は，$\sqrt{41}$を小数で表すとどんな値になるのかを調べていきました。

> 山根「$\sqrt{41}$の小数第 1 位は $\boxed{\text{エ}}$ だね。」
>
> 小川「小数第 2 位も求めると 0 になったよ。」
>
> 山根「だったら，$\sqrt{41}=6.$ $\boxed{\text{エ}}$ として考えてよさそうだね。」
>
> 小川「そうだね。この小数で表した値を使うと場所②の道の幅は $\boxed{\text{オ}}$ m になるわ。」
>
> 山根「場所①と場所②では道の幅が意外と違ってくるんだね。」
>
> 小川「そうね。でも，場所②の道の幅を $\boxed{\text{オ}}$ m として花だんの面積の合計を求めると 40 m^2 にかなり近くなったから、この道の幅で花だんを作っていけばよいと思うわ。」

次の**問 1**・**問 2** に答えなさい。

（広島県 2019 年度）

問 1　会話文の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる数をそれぞれ求めなさい。

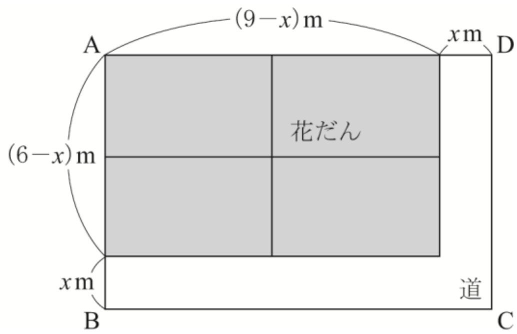
問 2　会話文の $\boxed{\text{エ}}$ ・ $\boxed{\text{オ}}$ に当てはまる数をそれぞれ求めなさい。なお，$\boxed{\text{エ}}$ については，答えを求める過程も分かるように書きなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問１</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>エ</td><td>(求める過程)

(答) $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる数は</td></tr>
<tr><td>オ</td><td></td></tr>
</table>

解答
問１
ア 15
イ 14
ウ 1
エ $6.4^2=40.96$，$6.5^2=42.25$
この計算結果から，$6.4<\sqrt{41}<6.5$
したがって，$\sqrt{41}$の小数第 1 位は 4 である。
$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる数は　4
オ 0.6
解説
問１
右の図のように花だんを頂点 A 側に寄せると，花だんの面積について，$(6-x)(9-x)=40$ が成り立つから，展開して整理すると，
$x^2-15x+14=0$　よって，$(x-1)(x-14)=0$
$x=1$，14
道幅は 6m 未満だから，$x=14$ は問題に合わない。
$x=1$ は問題に合う。よって，道幅は 1m



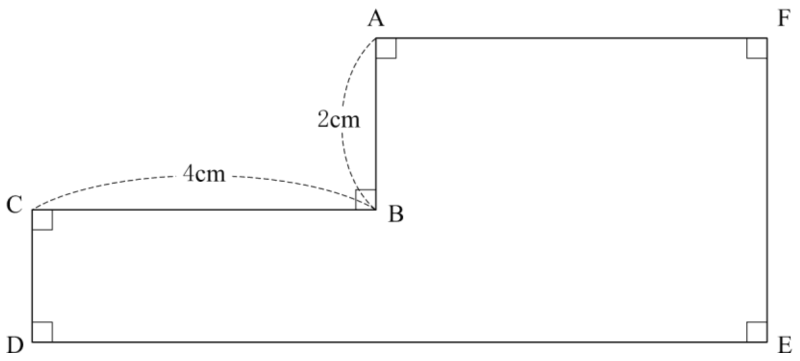
問２
$6^2=36$，$7^2=49$ だから，$6<\sqrt{41}<7$ なので，$\sqrt{41}$の整数部分は 6 である。$6.5^2=42.25$ だから
$\sqrt{41}<6.5$，$6.4^2=40.96$ だから，$6.4<\sqrt{41}$
$6.4<\sqrt{41}<6.5$ より，$\sqrt{41}=6.4\cdots$となるから，小数第 1 位は 4 である。
小数第 2 位は 0 とあるので，$\sqrt{41}=6.40\cdots\fallingdotseq 6.4$ として，道幅は $7-6.4=0.6$(m)

【問 79】

下の図のような，周の長さが 24 cm，AB＝2 cm，BC＝4 cm である 6 点 A，B，C，D，E，F を頂点とする図形がある。ただし，各頂点における 1 つの辺ととなりの辺でつくる角はすべて直角である。

このとき，(1)～(3) の各問いに答えなさい。

（佐賀県 2019 年度 特色）



(1) 辺 DE の長さが 6 cm のとき，この図形の面積を求めなさい。

(2) 辺 DE の長さを x cm とするとき，辺 EF の長さを x を用いて表しなさい。

(3) この図形の面積が 19 cm^2 となるとき，辺 DE の長さを求めなさい。
ただし，辺 DE の長さを x cm として x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm
(3)	DE の長さは　　　　cm

解答

(1) 28　cm^2

(2) $12-x$　cm

(3)

AF＝$x-4$ cm，EF＝$12-x$ cm であるから，

x の範囲は $4<x<12$

図形の面積は 19 cm^2 となるので

$x(12-x)-4\times2=19$

$12x-x^2-8=19$

$x^2-12x+27=0$

$(x-3)(x-9)=0$

$x=3,\ 9$

$4<x<12$ だから

$x=3$ は問題にあわない。

$x=9$ のとき，これは問題にあっている。

DE の長さは　9　cm

解説

(1)　辺 AF を点 A の方向に延長した直線と辺 CD を点 C の方向に延長した直線の交点を G とする。この図形の周の長さは長方形 GDEF の周の長さと同じである。DE＝6cm より GF＝6cm で，周の長さが 24cm だから，EF＝$(24-6\times2)\div2=6$(cm)となる。よって，求める図形の面積は(長方形 GDEF の面積)－(長方形 GCBA の面積)＝$6\times6-2\times4=28$(cm^2)

(2)　DE＝$x$cm より GF＝$x$cm で，周の長さが 24cm だから，EF＝$(24-x\times2)\div2=12-x$(cm)

(3)　DE＝$x$cm とすると，AF＝$(x-4)$cm，(2)より EF＝$(12-x)$cm である。AF＞0，EF＞0 より，$4<x<12$ となることに注意する。この図形の面積を x を用いた式で表すと，

$x(12-x)-4\times2=12x-x^2-8$ で，面積は 19cm^2 だから，$12x-x^2-8=19$　$x^2-12x+27=0$

$(x-3)(x-9)=0$　$x=3,\ 9$

$4<x<12$ より $x=9$　これは問題にあっている。よって，辺 DE の長さは 9cm

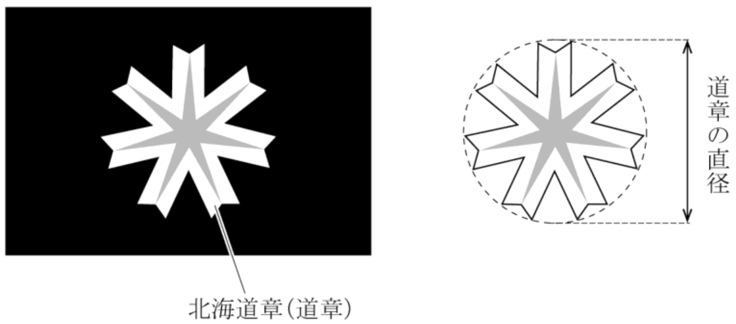
【問 80】

下の資料は，北海道旗 (道旗) の大きさの基準についてまとめたものです。次の問いに答えなさい。

（北海道 2020 年度）

(資料)

○道旗の大きさの基準



・道旗の縦と横の長さの比は，2：3である。

・道旗の中央にある道章の直径は，道旗の縦の長さの $\frac{5}{7}$ 倍である。

(1)　道章の直径を a cm とするとき，道旗の縦の長さは何 cm ですか。a を使った式で表しなさい。

(2)　面積が 9000 cm^2 である道旗の縦の長さは何 cm ですか。道旗の縦の長さを x cm として方程式をつくり，求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	〔方程式〕 〔計算〕 答　　　　cm

解答

(1)　$\dfrac{7}{5}a$　cm

(2)

〔方程式〕

$x \times \dfrac{3}{2}x = 9000$

〔計算〕

$x^2 = 6000$

$x > 0$ より

$x = \sqrt{6000}$…①

$x = 20\sqrt{15}$

答　$20\sqrt{15}$cm

【問 81】

下の**図１**のように，縦の長さが x cm，横の長さが y cm である，白色で縁（ふち）取られた灰色の長方形の紙がある。この紙を，**図２**のように，１辺の長さが１cm の正方形の紙に切ると，$x\times y$ 枚の正方形に分けられ，２辺が白色の正方形，１辺が白色の正方形，どの辺も灰色の正方形の３種類があり，これらのうち，１辺が白色の正方形の枚数を a 枚，どの辺も灰色の正方形の枚数を b 枚とする。このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。ただし，x，y は整数である。また，x は３以上で，y は x より大きいものとする。

（新潟県 2020 年度）

図１

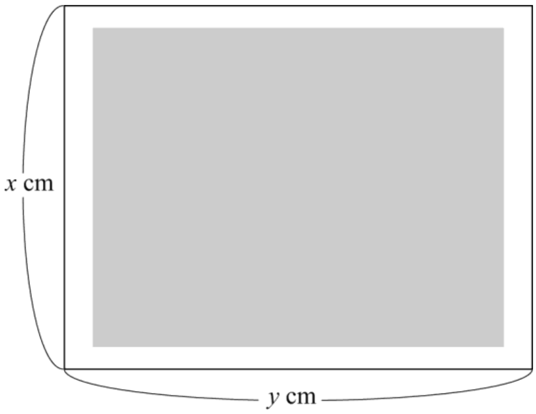
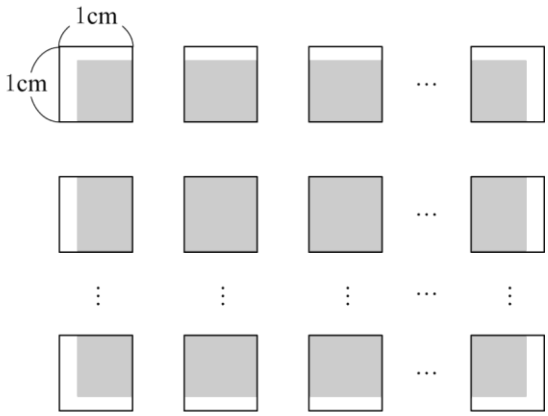


図２



問１　次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　$x=4$，$y=5$ のとき，a の値を答えなさい。

(2)　$x=12$，$y=18$ のとき，a の値を答えなさい。

問２　b を，x，y を用いて表しなさい。

問３　y が x より５大きく，b が a より 20 大きいとき，x，y の値を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問１</td><td>(1)</td><td>$a=$</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>$a=$</td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2">〔求め方〕

答　$b=$</td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="2">〔求め方〕

答　$x=$　　　　　，$y=$</td></tr>
</table>

解答

問１

(1)　$a=10$

(2)　$a=52$

問２

〔求め方〕

正方形は全部で $x\times y$ 枚になり，２辺が白色の正方形は

4 枚，1 辺が白色の正方形の枚数は　$a=2x+2y-8$

よって，$b=xy-(2x+2y-8)-4$

$=xy-2x-2y+4$

答 $b=xy-2x-2y+4$

問３

〔求め方〕

b が a より 20 大きいから，$b-a=20$

よって，$xy-4x-4y+12=20$　　…①

y が x より 5 大きいので，$y=x+5$　…②

②を①に代入すると，$x^2-3x-28=0$

因数分解すると，$(x-7)(x+4)=0$

x は 3 以上だから，$x=7$

これを②に代入して，$y=12$

答 $x=7$，$y=12$

解説

問１

(1)

２辺が白色の正方形を「②」，１辺が白色の正方形を「１」と表すと，$x=4$，$y=5$ のときの 1cm 四方の正方形は右図のようになる。よって，２(枚)×２＋３(枚)×２＝10(枚)

②	1	1	1	②
1				1
1				1
②	1	1	1	②

(2)

(1)と同様に考えると，4 隅が②であることから，「１」となるのは(12－2)×2＋(18－2)×2＝52(枚)

問２

模範解答と異なり，灰色の正方形の枚数を直接求めることもできる。灰色の正方形は，もとの長方形より，一回り小さい長方形を構成している。短辺の方には灰色の正方形が 1 列に $x-2$(枚)，長辺の方には 1 行に $y-2$(枚)存在することから，$b=(x-2)(y-2)=xy-2x-2y+4$

【問 82】

「塵劫記」という江戸時代の書物には，日常生活で役立つ様々な計算が紹介されている。**図４**は，俵の数の求め方を紹介した「俵すぎざんの事」の一部である。学さんは，俵すぎざんに興味をもち，俵の数の求め方を，次のようにまとめた。

（長野県 2020 年度）

図４　「俵すぎざんの事」の一部

この図については，省略します。

(阪本龍門文庫蔵)

〔**学さんがまとめたこと**〕

俵すぎざんでは，俵は１段上がるごとに１個ずつ減らして積まれている。

例えば，**図５**のように，一番下の俵の数が６個，一番上の俵の数が３個のとき，俵の数を数えると全部で 18 個とわかる。しかし，数えなくても，**図６**のように，同じものを逆向きに組み合わせると，全部の俵の数は

(1 列の俵の数)×(段の数)÷2

で求めることができる。

図５

図６

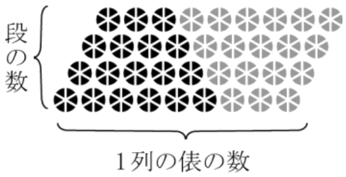
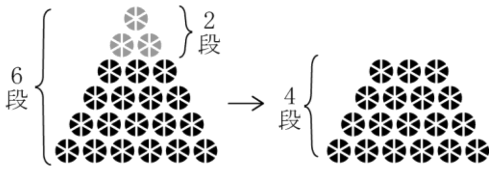


図７



まず，１列の俵の数は，6＋3＝9 で９個となる。

次に，段の数は，**図７**のように，一番上の俵の数が１個になるまで積み上げたと考えると６段となり，上の２段をひいて，6－2＝4 で４段となる。

だから，$\underline{9\times4\div2}$＝18 となり，全部の俵の数は 18 個となる。

この考え方を使うと，一番下の俵の数と一番上の俵の数がわかれば，全部の俵の数を計算で求めることができる。

(1)　一番下の俵の数が８個で，１段上がるごとに１個ずつ減らして積み，一番上の俵の数が４個になるように積むとき，全部の俵の数を求めるための式を，**学さんがまとめたこと**の下線部の式の形で書きなさい。

(2)　60 個の俵を，１段上がるごとに１個ずつ減らして積み，一番上の俵の数が４個になるように積むとき，一番下の俵の数は何個か。方程式をつくり，求めなさい。ただし，用いる文字が何を表すかを最初に示し，方程式と答えを求めるまでの過程を書くこと。

解答欄

(1)	
(2)	よって，求める俵の数は，　　　　　　　　　　　個

解答

(1)　$12\times5\div2$

(2)

一番下の俵の数を x 個とすると，

$\dfrac{(x+4)(x-3)}{2}=60$

$x^2+x-132=0$

$(x+12)(x-11)=0$

$x=-12,\ 11$

x は正の数だから $x=-12$ は問題にあわない。

$x=11$ は問題にあっている。

よって，求める俵の数は，　11 個

解説

(1)

〔学さんがまとめたこと〕から，「全部の俵の数は $\boxed{(1\text{列の俵の数})\times(\text{段の数})\div2}$ で求めることができる」とあるので，これを利用する。

一番下の俵の数が 8 個で，一番上の俵の数が 4 個なので，1 列の俵の数は，$8+4=12$(個)。また，段の数は，$8-4+1=5$(段)である。

よって，全部の俵の数を求めるための式は，$12\times5\div2$ である。

(2)

一番下の俵の数を x 個とする。

一番上の俵の数が 4 個なので，1 列の俵の数は $x+4$(個)。また，段の数は $x-4+1=x-3$(段)である。

よって，全部の俵の数を求めるための式は，$(x+4)\times(x-3)\div2$ であり，その個数は 60 個なので，

$\dfrac{1}{2}(x+4)(x-3)=60 \quad\Rightarrow\quad (x+4)(x-3)=120 \quad\Rightarrow\quad x^2+x-12=120 \quad\Rightarrow\quad x^2+x-132=0$

$(x+12)(x-11)=0 \quad\Rightarrow\quad x>0$ より，$x=11$(個)

【問 83】

横の長さが縦の長さの２倍である長方形の土地がある。この土地の縦の長さを x m とする。
次の**問１**，**問２**に答えよ。

（福岡県 2020 年度）

問１　この土地について，$2(x+2x)$と表されるものは何か。次の**ア**～**オ**から正しいものを 1 つ選び，記号で答えよ。

ア　土地の周の長さ

イ　土地の周の長さの２倍

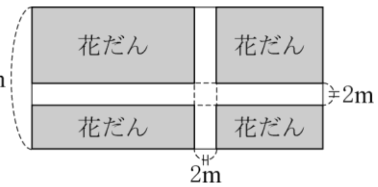
ウ　土地の面積

エ　土地の面積の２倍

オ　土地の対角線の長さ

問２　この土地に，**図**のような，幅２ m の道を縦と横につくり，残りを花だんにしたところ，花だんの面積が 264 m^2 になった。ただし，道が交差する部分は正方形である。
次の**ア**，**イ**のどちらかを選び，選んだ記号とそれを満たす x についての方程式をかき，この土地の縦の長さを求めよ。
ア，**イ**のどちらを選んでもかまわない。

図



ア　左辺と右辺のどちらもが，花だんの面積を表している方程式 **イ**　左辺と右辺のどちらもが，道の面積を表している方程式

解答欄

問１		
問２	記号	
	方程式	
	土地の縦の長さ	m

解答
問１ア
問２
記号**ア**　または　**イ**
方程式
アの場合　$(x-2)(2x-2)=264$
イの場合　$x\times 2x-264=x\times 2+2\times 2x-4$
土地の縦の長さ　13m
解説
問２
ア
花だんの間の道をなくして 4 つの花だんを 1 つにくっつけることを考えると，花だん全体の縦の長さは$(x-2)$m，横の長さは$(2x-2)$m である。花だんの面積は 264m^2 であるから$(x-2)(2x-2)=264$
$(x-2)(x-1)=132$　$x^2-3x+2=132$　$x^2-3x-130=0$　$(x+10)(x-13)=0$　$x>0$ だから $x=13$
イ
土地の面積から花だんの面積を引いたものが道の面積であるから $x\times 2x-264=2x^2-264$(m^2)
また，縦と横の道の交わる部分に注意すると，道の面積は $x\times 2+2\times 2x-2\times 2=6x-4$(m^2)と表すこともできる。よって，$2x^2-264=6x-4$　$2x^2-6x-260=0$　$x^2-3x-130=0$ となり，**ア**の式と一致するから $x=13$

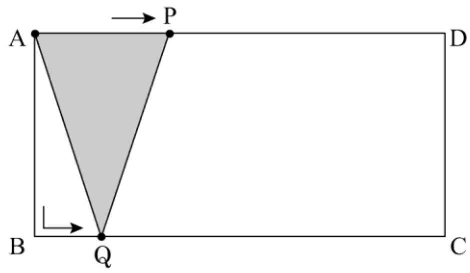
【問 84】

下の図のように，AB＝6 cm，AD＝12 cm の長方形 ABCD がある。点 P は頂点 A から毎秒 1 cm の速さで辺 AD を頂点 D に向かって移動する。点 Q は頂点 A から毎秒 2 cm の速さで辺 AB，辺 BC，辺 CD の順に頂点 D に向かって移動する。

ただし，点 P，点 Q はそれぞれ頂点 A を同時に出発し，頂点 D に到着したときに止まるものとする。

このとき，(1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県 2020 年度 一般）



(1) 点 P，点 Q が頂点 A を出発して，2 秒後と 4 秒後の△APQ の面積をそれぞれ求めなさい。

(2) 点 Q が頂点 A を出発して，11 秒後の線分 DQ の長さを求めなさい。

(3) 点 P，点 Q が頂点 A を出発して点 Q が x 秒後に辺 CD 上にあるとき①，②の問いに答えなさい。

① 線分 DQ の長さを x を用いて表しなさい。

② △APQ の面積が 20 cm^2 となるのは，点 P，点 Q が頂点 A を出発して何秒後か求めなさい。
ただし，x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">(1)</td><td colspan="2">2 秒後　　　　　　　　cm^2</td></tr>
<tr><td colspan="2">4 秒後　　　　　　　　cm^2</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(3)</td><td>①</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>②</td><td>秒後</td></tr>
</table>

解答
(1)
2 秒後　$4cm^2$
4 秒後　$12cm^2$
(2)
2cm
(3)
①$24-2x$　cm
②
$(24-2x)\times x\times\frac{1}{2}=20$
$x^2-12x+20=0$
$(x-2)(x-10)=0$
$x=2$，10
点 Q は辺 CD 上にあるので，$9\leqq x\leqq 12$ より，$x=2$ は問題にあわない。
$x=10$ のとき，これは問題にあっている。
答　10 秒後
解説
(a)
点 Q は x 秒後に辺 CD 上にあるから $CQ=2x-18$ (cm) である。
よって，$DQ=6-(2x-18)=24-2x$
(b)
$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times AP\times DQ=\frac{1}{2}\times x\times(24-2x)=x(12-x)$
△APQ の面積が $20cm^2$ であるから $x(12-x)=20$　$x^2-12x+20=0$　$(x-2)(x-10)=0$
$9\leqq x\leqq 12$ より，$x=10$(秒後)

【問 85】

次の**図１**は，１辺の長さが x cm の正方形です。**図２**は，**図１**の正方形の縦を２ cm 短くし，横を３ cm 長くしてできる長方形です。ただし，$x>2$ とします。**問１**～**問３**に答えなさい。

（岡山県 2021 年度 特別）

図１

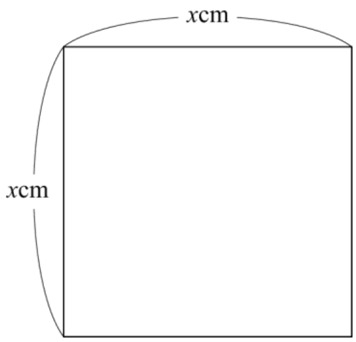
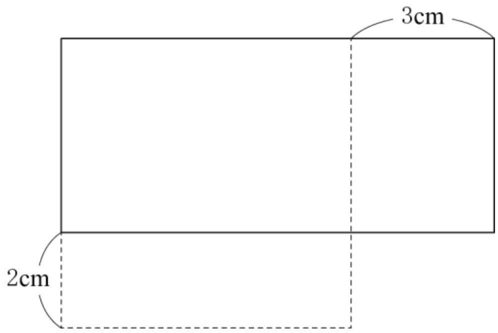


図２



問１　**図２**の長方形の縦の長さを x を用いて表すとき，最も適当なのは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。一つ答えなさい。

ア　$x+2$　　**イ**　$x-2$　　**ウ**　$2x$　　**エ**　$\frac{x}{2}$

問２　**図２**の長方形の周の長さが 26 cm となるとき，**図１**の正方形の１辺の長さを求めなさい。

問３　**図２**の長方形の面積が，**図１**の正方形の面積のちょうど半分となるとき，**図１**の正方形の１辺の長さを求めなさい。ただし，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

問１	
問２	cm
問３	

解答

問１　イ

問２　６　(cm)

問３

長方形の縦の長さは$(x-2)$㎝，横の長さは$(x+3)$㎝だから，

$(x-2)(x+3)=\frac{1}{2}x^2$

両辺を２倍し，展開して整理すると

$x^2+2x-12=0$

$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-12)}}{2\times1}$

$=-1\pm\sqrt{13}$

$x>2$ だから，$x=-1-\sqrt{13}$　は問題に適していない。

$x=-1+\sqrt{13}$　は問題に適している。

答え　$-1+\sqrt{13}$cm

解説

問１

長方形の縦の長さは，正方形の１辺よりも 2cm 短いので，$(x-2)$cm

問２

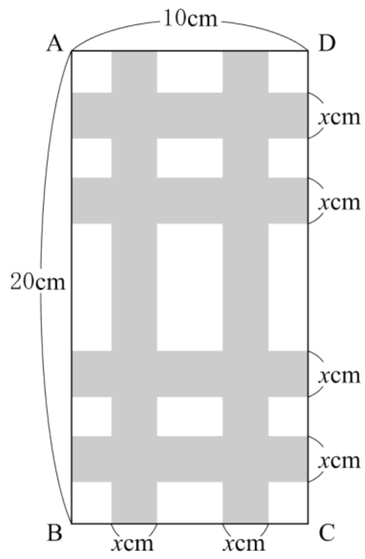
長方形の横の長さは，正方形の１辺よりも 3cm 長いので，$(x+3)$cm

よって，長方形の周の長さは $2(x-2)+2(x+3)=26$　⇒　$x=6$(cm)

【問 86】

右の図のように，AB＝20 cm，AD＝10 cm の長方形 ABCD の紙に，幅が x cm のテープを，辺 AB に平行に 2 本，辺 AD に平行に 4 本はりつけた。図中の　　　　は，テープがはられている部分を示している。テープがはられていない部分すべての面積の和が，長方形 ABCD の面積の 36%であるとき，x の値はいくらか。x の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。

（香川県 2021 年度）



解答欄

x の値を求める過程   答　x の値

解答
x の値を求める過程
テープの幅が x cm だから，テープがはられていない部分すべての面積の和は
$(10-2x)(20-4x)$ cm^2 である。
また，長方形 ABCD の面積は，$10\times20=200$ cm^2 である。
よって，$(10-2x)(20-4x)=200\times\dfrac{36}{100}$
整理すると，$x^2-10x+16=0$　　$(x-2)(x-8)=0$
したがって，$x=2$　または　$x=8$
$0<x<5$ だから，$x=2$ は問題にあうが，$x=8$ は問題にあわない。
答　x の値　2
解説
図４のように，テープを長方形の端に沿ってはりつけたときのようすで考えるとよい。

図４