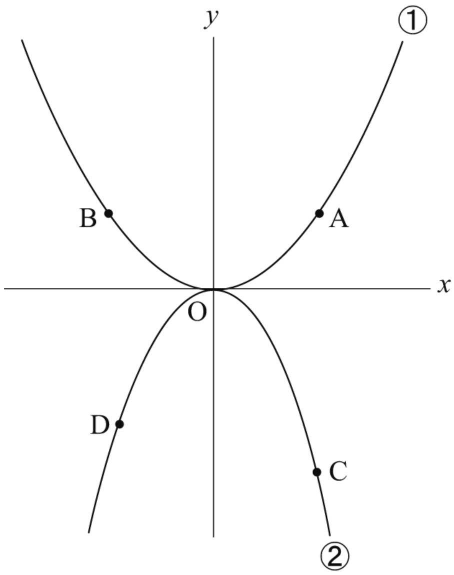
4.二次関数と図形関連の複合問題　2020 年度出題

【問 1】

下の図のように，2 つの関数　$y=\frac{1}{2}x^2$……①，$y=-x^2$……②　のグラフがあります。①のグラフ上に点 A があり，点 A の x 座標を t とします。点 A と y 軸について対称な点を B とし，点 A と x 座標が等しい②のグラフ上の点を C とします。また，②のグラフ上に点 D があり，点 D の x 座標を負の数とします。点 O は原点とします。ただし，$t>0$ とします。

次の問いに答えなさい。

（北海道 2020 年度）



問１　四角形 ABDC が長方形となるとき，点 D の座標を，t を使って表しなさい。

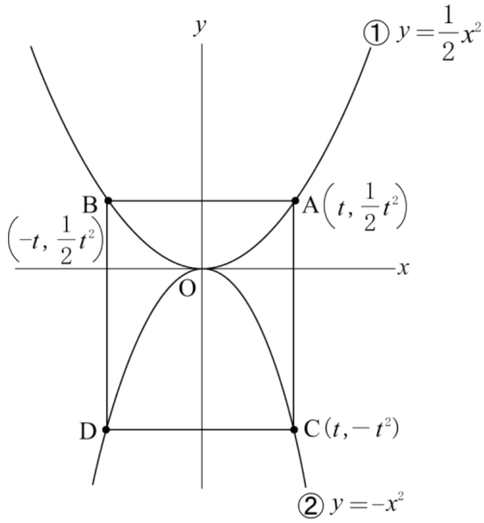
問２　$t=4$ とします。点 C を通り，傾きが－3 の直線の式を求めなさい。

問３　2 点 B，C を通る直線の傾きが－2 となるとき，点 A の座標を求めなさい。

解答欄

問１	D $\big($, $\big)$
問２	
問３	〔計算〕 (答)　A $\big($, $\big)$

解答
問１ D $(-t,\ -t^2)$
問２ $y=-3x-4$
問３
〔計算〕
点 B から点 C までの x の増加量は $2t$
y の増加量は$-\dfrac{3}{2}t^2$…①
直線 BC の傾きは-2 より
$-\dfrac{3}{2}t^2=-2\times 2t$
よって，$3t^2-8t=0$…②
$t(3t-8)=0$ であり，
$t>0$ より，$t=\dfrac{8}{3}$…③
したがって，点 A の座標は $\left(\dfrac{8}{3},\ \dfrac{32}{9}\right)$
(答)　A $\left(\dfrac{8}{3},\ \dfrac{32}{9}\right)$
解説
3 点 A，B，C の座標を t（$t>0$）を用いて表すと，
点 A は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあるから，A$\left(t,\ \dfrac{1}{2}t^2\right)$,
グラフの対称性により，B$\left(-t,\ \dfrac{1}{2}t^2\right)$
点 C は関数 $y=-x^2$ のグラフ上にあるから，C（t, $-t^2$）

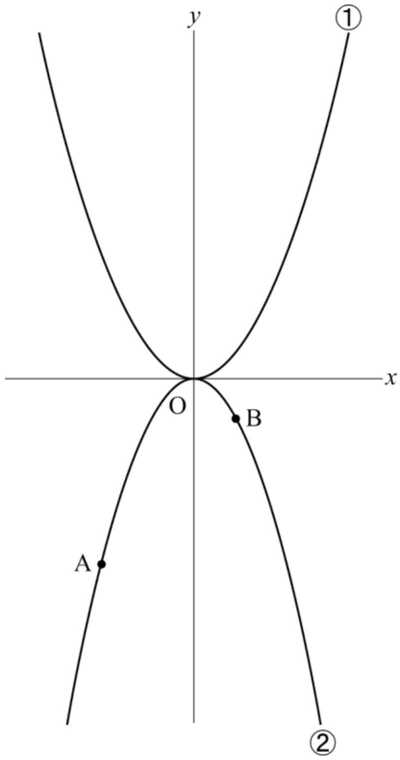


問１
四角形 ABDC において，辺 AB は x 軸に平行，
辺 AC は y 軸に平行であることから，
x 座標が点 B と等しく y 座標が点 C と等しい点を点 D とすればよい。
したがって，D（$-t$, $-t^2$）

【問２】

下の図で，①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$，②は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。２点 A，B は②上の点で x 座標がそれぞれ－4，2 である。次の**問１**～**問３**に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

（青森県 2020 年度）



問１　①の関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

問２　直線 AB の式を求めなさい。

問３　①上に x 座標が正である点 P をとる。また，点 P を通り，x 軸と平行な直線を引いたとき，y 軸との交点を C とする。点 P の x 座標を t としたとき，次の (1)，(2) に答えなさい。

(1)　点 P の y 座標を t を用いて表しなさい。

(2)　OC＋CP＝18 cm であるとき，点 P の座標を求めなさい。

解答欄

問１		
問２		
問３	(1)	
	(2)	

解答

問１ $0 \leqq y \leqq 3$

問２ $y = x - 4$

問３

(1) $\frac{1}{3} t^2$

(2) $(6,\ 12)$

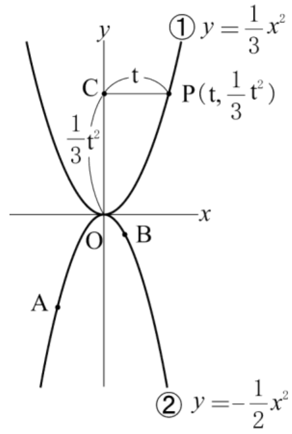
解説

問３

(1)

関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフ…①上に点 P があるので,

$x = t$ を代入すると，$y = \frac{1}{3}t^2$



(2)

CP は x 軸に平行なので，点 C の座標は $\left(0, \frac{1}{3}t^2\right)$ である。

よって，$OC = \frac{1}{3}t^2$(cm)，$CP = t$(cm)なので，$OC + CP = \frac{1}{3}t^2 + t = 18$

$(t+9)(t-6) = 0$

$t > 0$ より $t = 6$

よって，(1) より点 P の y 座標は $\frac{1}{3}t^2 = \frac{1}{3} \times 6^2 = 12$

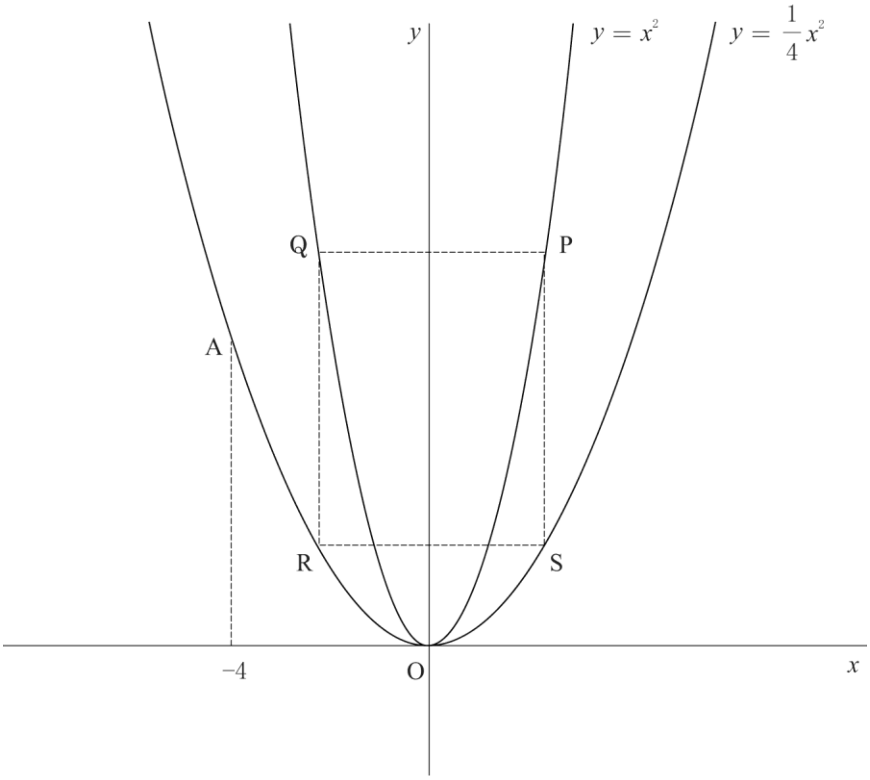
したがって，点 P の座標は $(6,\ 12)$ である。

【問３】

下の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に y 座標が等しい２点 P，Q があり，P の x 座標は正で，Q の x 座標は負です。また，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に y 座標が等しい２点 R，S があり，P，S の x 座標は等しく，Q，R の x 座標も等しくなっています。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

（岩手県 2020 年度）



問１　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，x 座標が－4 となる点 A をとるとき，A の y **座標**を求めなさい。

問２　四角形 PQRS が正方形となるとき，点 P の**座標**を求めなさい。

解答欄

問１	
問２	

解答

問１ 4

問２ $\left(\dfrac{8}{3},\ \dfrac{64}{9}\right)$

解説

問２

点Ｐの x 座標を p $(p>0)$ とする。

点Ｐ，Ｑは $y=x^2$ 上にあり，y 座標が等しいから，$\mathrm{P}(p,\ p^2)$，$\mathrm{Q}(-p,\ p^2)$

点Ｓは $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上にあり，点Ｐと x 座標が等しいから，$\mathrm{S}\left(p,\ \dfrac{1}{4}p^2\right)$

点Ｒは $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上にあり，点Ｑと x 座標が等しいから，$\mathrm{R}\left(-p,\ \dfrac{1}{4}p^2\right)$

したがって，$\mathrm{PQ}=\mathrm{SR}=p-(-p)=2p$，$\mathrm{PS}=\mathrm{QR}=p^2-\dfrac{1}{4}p^2=\dfrac{3}{4}p^2$

四角形 PQRS が正方形となるとき，$\mathrm{PQ}=\mathrm{PS}$ が成り立つから，$\dfrac{3}{4}p^2=2p$ より，$p=0,\ \dfrac{8}{3}$

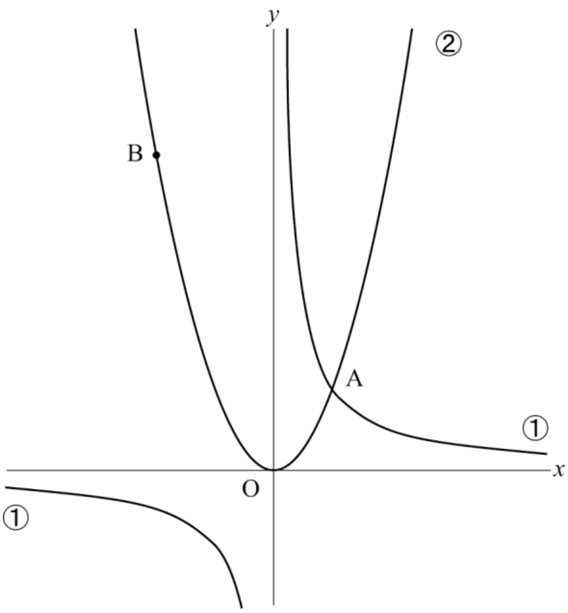
$p>0$ より，点Ｐの座標は，$\left(\dfrac{8}{3},\ \dfrac{64}{9}\right)$

【問 4】

右の図において，①は関数 $y=\dfrac{12}{x}$ のグラフ，②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

①と②は点 A で交わっていて，点 A の x 座標は 3 である。また，②のグラフ上に x 座標が－6 である点 B をとる。このとき，次の問いに答えなさい。

（山形県 2020 年度）



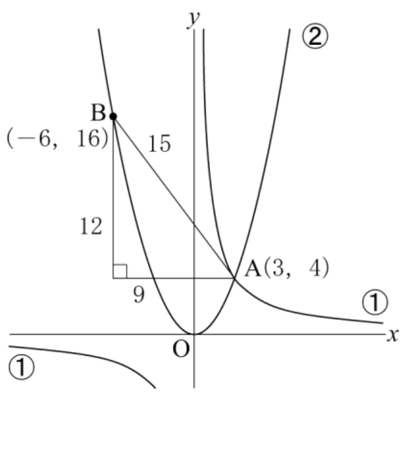
(1)　関数 $y=\dfrac{12}{x}$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2)　2 点 A，B 間の距離を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答
(1) －3
(2) 15
解説
(1)
$x=1$ のとき $y=12$，$x=4$ のとき $y=3$ である。
よって，変化の割合 $=\dfrac{3-12}{4-1}=-3$
(2)
点 A はグラフ①上の点であり，点 A（3，4）である。また，点 A はグラフ②上の点でもあり，$x=3$，$y=4$ を $y=ax^2$ に代入し，$a=\dfrac{4}{9}$ である。
よって点 B（－6，16）である。
右の図の様な三角形で考えると三平方の定理より
$AB^2=9^2+12^2=225$　$AB>0$ より $AB=15$



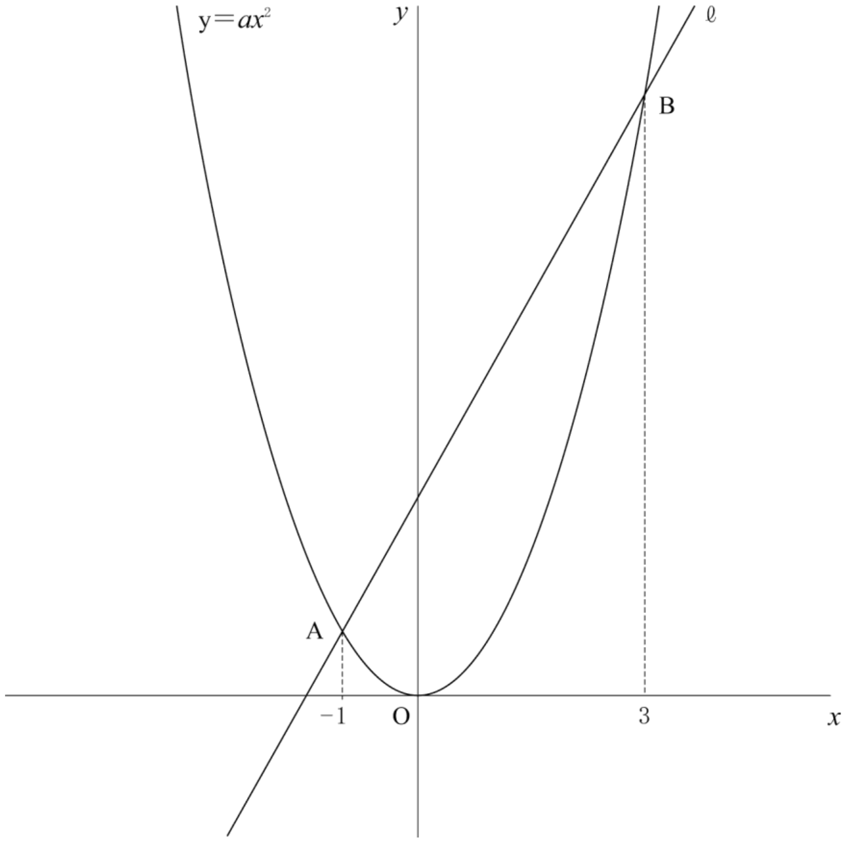
【問５】

下の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 ℓ があり，２点 A，B で交わっている。

ℓ の式は $y=2x+3$ であり，A，B の x 座標はそれぞれ－1，３である。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

（福島県 2020 年度）



問１　a の値を求めなさい。

問２　直線 ℓ 上に点 P をとり，P の x 座標を t とする。ただし，$0<t<3$ とする。

また，P を通り y 軸に平行な直線を m とし，m と関数 $y=ax^2$ のグラフ，x 軸との交点をそれぞれ Q，R とする。

さらに，P を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を S，Q を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を T とする。

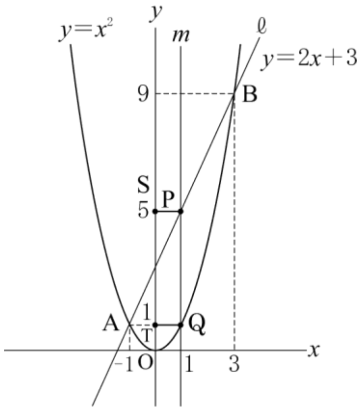
(1)　$t=1$ のとき，長方形 STQP の周の長さを求めなさい。

(2)　長方形 STQP の周の長さが，線分 QR を１辺とする正方形の周の長さと等しいとき，t の値を求めなさい。

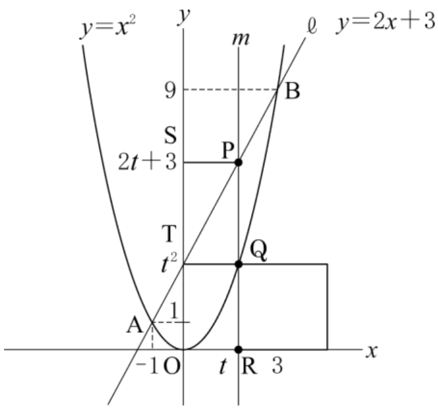
解答欄

問１		
問２	(1)	
	(2)	

解答
問１ 1
問２
(1) 10
(2) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
解説
問２
(1)



$t=1$ のとき，点 P は直線 $y=2x+3$ 上の点なので，
$x=1$ を代入すると $y=5$ より，P(1, 5)
よって，点 S の座標は(0, 5)
また，**問１**より放物線の式は $y=x^2$ であり，点 Q は関数
$y=x^2$ のグラフ上の点なので，
$x=1$ を代入すると $y=1$ より，Q(1，1)
よって，点 T の座標は(0，1)
したがって，PQ＝5－1＝4，PS＝1
長方形は 2 組の対辺が等しいので，長方形 STQP の周の長さは，2×(4＋1)＝10
(2)



(1) と同様に点 P，Q，R，S の座標と長方形 STQP の周の長さをそれぞれ求める。
点 P は直線 $y=2x+3$ 上の点なので，
$x=t$ を代入すると $y=2t+3$ より，P(t，$2t+3$)
よって，点 S の座標は(0，$2t+3$)
また，点 Q は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点なので，
$x=t$ を代入すると $y=t^2$ より，Q(t，t^2)
よって，点 T の座標は(0，t^2)
したがって，$\text{PQ}=(2t+3)-t^2=-t^2+2t+3$，$\text{PS}=t$
長方形 STQP の周の長さは，
$2\times\{(-t^2+2t+3)+t\}=-2t^2+6t+6$ … ①
また，R(t，0)より，$\text{QR}=t^2$ なので，線分 QR を 1 辺とする正方形の周の長さは $4t^2$ … ②である。
よって①と②が等しくなればよいので，$-2t^2+6t+6=4t^2 \Rightarrow t^2-t-1=0 \Rightarrow t=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$
$0<t<3$ より，$t=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

【問 6】

右の**図１**において，曲線は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，曲線上に x 座標が－6，４である２点 A，B をとり，この２点を通る直線ℓをひきます。

このとき，次の各問に答えなさい。

（埼玉県 2020 年度）

問１　直線ℓの式を求めなさい。

問２　下の**図２**において，曲線上を点 A から点 B まで動く点 P をとり，点 P から x 軸と平行な直線をひき，直線ℓとの交点を Q とします。また，点 P，Q から x 軸へ垂線をひき，x 軸との交点をそれぞれ R，S とします。

このとき，次の⑴，⑵に答えなさい。

⑴　長方形 PRSQ が正方形になる点 P の座標を，途中の説明も書いて**すべて**求めなさい。

⑵　△BPQ と△OPQ の面積比が １：３ となる点 Q の座標を，**すべて**求めなさい。

図１

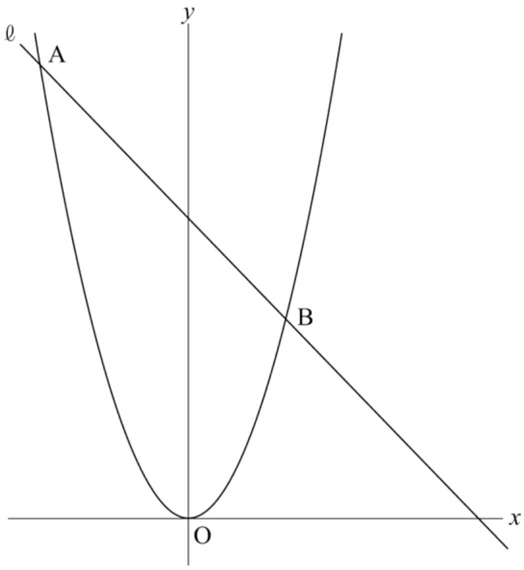
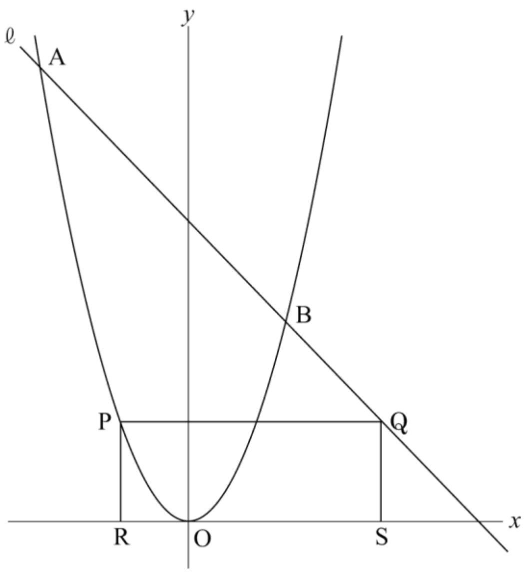


図２



解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="2">$y=$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td>〔説明〕

答え</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
</table>

解答

問１ $y=-x+12$

問２

(1)

〔説明〕

点 P の x 座標を t とおくと，

座標は $\mathrm{P}\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$，

$\mathrm{Q}\left(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2\right)$，

$\mathrm{R}\ (t,\ 0)$

となる。

正方形は辺の長さが等しいので，

PQ＝PR

$12-\frac{1}{2}t^2-t=\frac{1}{2}t^2$

$t^2+t-12=0$

$t=3,\ -4$

t の値はどちらも問題にあっている。

$t=3$　のとき，$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

$t=-4$ のとき，$(-4,\ 8)$

(答え) $\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$，$(-4,\ 8)$

(2) (0，12)，(6，6)

解説
問２
(1)

点 P の x 座標を t とおくと，点 P の座標は $(t,\ \frac{1}{2}t^2)$

すると，点 Q の y 座標は $\frac{1}{2}t^2$ となり，直線 ℓ : $y=-x+12$ 上にあるので，これに $y=\frac{1}{2}t^2$ を代入すると，$\frac{1}{2}t^2=-x+12$　x について解いて，$x=12-\frac{1}{2}t^2$　したがって，点 Q の座標は $(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2)$

以上より，線分 PR の長さは $\frac{1}{2}t^2$，線分 PQ の長さは $(12-\frac{1}{2}t^2)-t=-\frac{1}{2}t^2-t+12$ となるので，

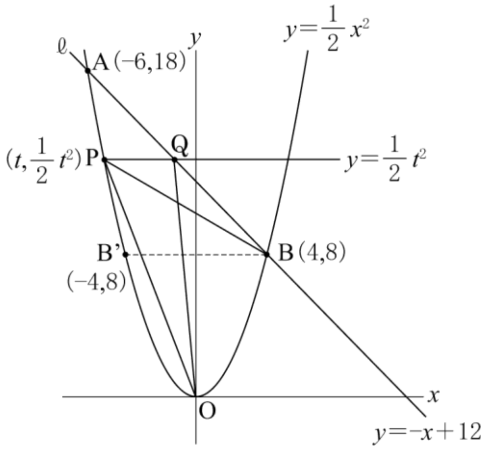
これらが等しくなると長方形 PRSQ は正方形となる。よって，$\frac{1}{2}t^2=-\frac{1}{2}t^2-t+12$

$t^2+t-12=0$　$(t-3)(t+4)$　$t=3,\ -4$　よって，点 P の座標は，$t=3$ のとき，$(3,\ \frac{9}{2})$，$t=-4$ のとき，$(-4,\ 8)$

(2)

右図のように，点 B (4，8) の y 軸に関して対称な点を B’ (−4，8) とする。点 P が $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の 2 点 A,B’間にあるときと B,B’間にあるときに分けて考える。

(i)



点 P が 2 点 A,B’間にあるとき。
△BPQ と△OPQ は辺 PQ が共通なので, 辺 PQ を底辺と考えると，面積の比が 1 : 3 となるためには，高さの比が 1 : 3 となればよい。よって，点 B から直線 PQ に下ろした垂線の長さと点 O から直線 PQ に下ろした垂線の長さの比が 1 : 3 となる。したがって，直線 PQ の式は $y=\frac{1}{2}t^2$ なので，

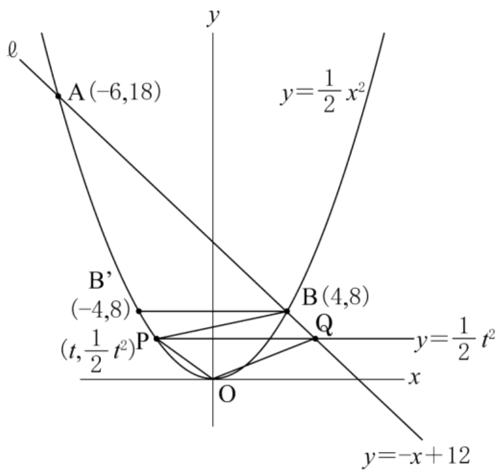
$(\frac{1}{2}t^2-8):\frac{1}{2}t^2=1:3$　これを計算して，

$\frac{1}{2}t^2=3(\frac{1}{2}t^2-8)$　$t^2=24$

点 Q の座標は $(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2)$ なので，

このとき点 Q の座標は (0，12)

(ii)



点 P が 2 点 B,B’間にあるとき。
(i)と同様に考えて，右図より，

$(8-\frac{1}{2}t^2):\frac{1}{2}t^2=1:3$　これを計算して，

$\frac{1}{2}t^2=3(8-\frac{1}{2}t^2)$　$2t^2=24$　$t^2=12$

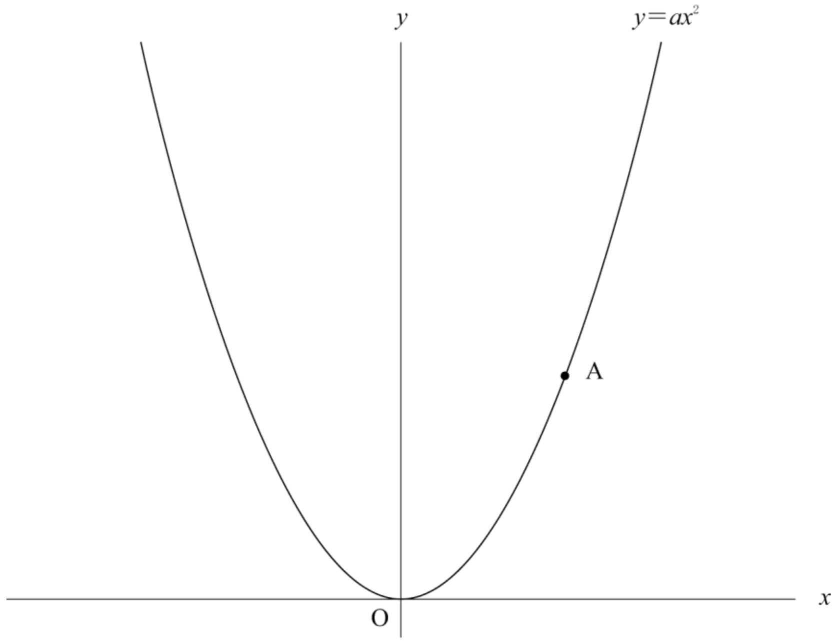
点 Q の座標は $(12-\frac{1}{2}t^2,\ \frac{1}{2}t^2)$ なので，

このとき点 Q の座標は (6，6)

【問 7】

下の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A があり，点 A の座標は(3，4)である。
ただし，$a>0$ とする。
このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

（千葉県 2020 年度 前期）



問１　a の値を求めなさい。

問２　x 軸上に点 B を，OA＝OB となるようにとる。ただし，点 B の x 座標は負とする。
このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

(2)　原点 O を通り，直線 AB に平行な直線を ℓ とする。点 A から x 軸に垂線をひき，直線 ℓ との交点を C とする。また，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に，x 座標が 3 より大きい点 D をとり，点 D から x 軸に垂線をひき，直線 OA との交点を E，直線 ℓ との交点を F とする。
△AOC と四角形 ACFE の面積の比が 16：9 となるとき，点 D の座標を求めなさい。

解答欄

問１	$a=$	
問２	(1)	
	(2)	$\left(\qquad , \qquad \right)$

解答

問１ $a=\dfrac{4}{9}$

問２

⑴ $y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$

⑵ $\left(\dfrac{15}{4},\ \dfrac{25}{4}\right)$

解説

問２

⑴

「x 軸上に点 B を，OA＝OB となるようにとる」とあるので，点 B の座標は(？, 0)である。

さらに「ただし，点 B の x 座標は負とする」とあるので，点 B の座標は(負, 0)である。

OA$=\sqrt{(3-0)^2+(4-0)^2}=\sqrt{25}=5$　だから，OB＝5。よって，点 B の x 座標は負なので，B（−5,0）

①　$y=ax+b$ とおく。

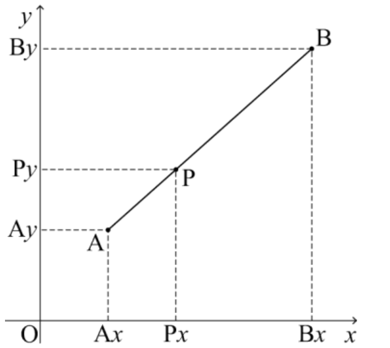
②　その式に，「a：傾き，変化の割合」「b：切片」「(x, y)：対応する x, y の値の組，グラフが通る点の座標」のうち，２つの条件を見つけて代入する。

求める直線は A(3,4), B(−5,0)を通る直線なので，$y=ax+b$ に (x, y)＝(3,4), (−5,0)をそれぞれ代入すると，a, b についての連立方程式$\begin{cases}4=3a+b\\0=-5a+b\end{cases}$　ができる。これを解くと，$(a, b)=\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{5}{2}\right)$

よって，$y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{5}{2}$

⑵

⇒　AP：PB ＝ A_xP_x：P_xB_x ＝ A_yP_y：P_yB



x 軸と直線 AC, EF との交点をそれぞれ H, I とする。

△AOC：(四角形 ACFE)＝16：9 より，

△AOC：△EOF＝16：25

△AOC と△EOF において，

AH⊥OI, EI⊥OI より，AC//EF なので

同位角は等しいから∠OAC＝∠OEF, ∠OCA＝∠OFE

よって２組の角がそれぞれ等しいから，△AOC∽△EOF

△AOC と△EOF の面積比が 16：25 なので，相似比は 4：5

よって，OA：OE＝4：5

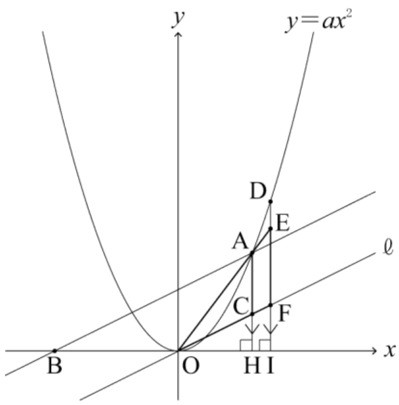
また，△AOH と△EOI においても同様に，

△AOH∽△EOI なので

OH：OI＝OA：OE＝4：5 である。

点 A の x 座標が 3 なので，OH＝3 だから，

3：OI＝4：5　⇒　OI$=\dfrac{15}{4}$



このことから，点 E の x 座標が$\dfrac{15}{4}$であることがわかる。

すなわち，点 D の x 座標も$\dfrac{15}{4}$であり，関数 $y=\dfrac{4}{9}x^2$ のグラフ上の点なので，

$y=\dfrac{4}{9}\times\left(\dfrac{15}{4}\right)^2=\dfrac{25}{4}$　⇒　D$\left(\dfrac{15}{4},\ \dfrac{25}{4}\right)$

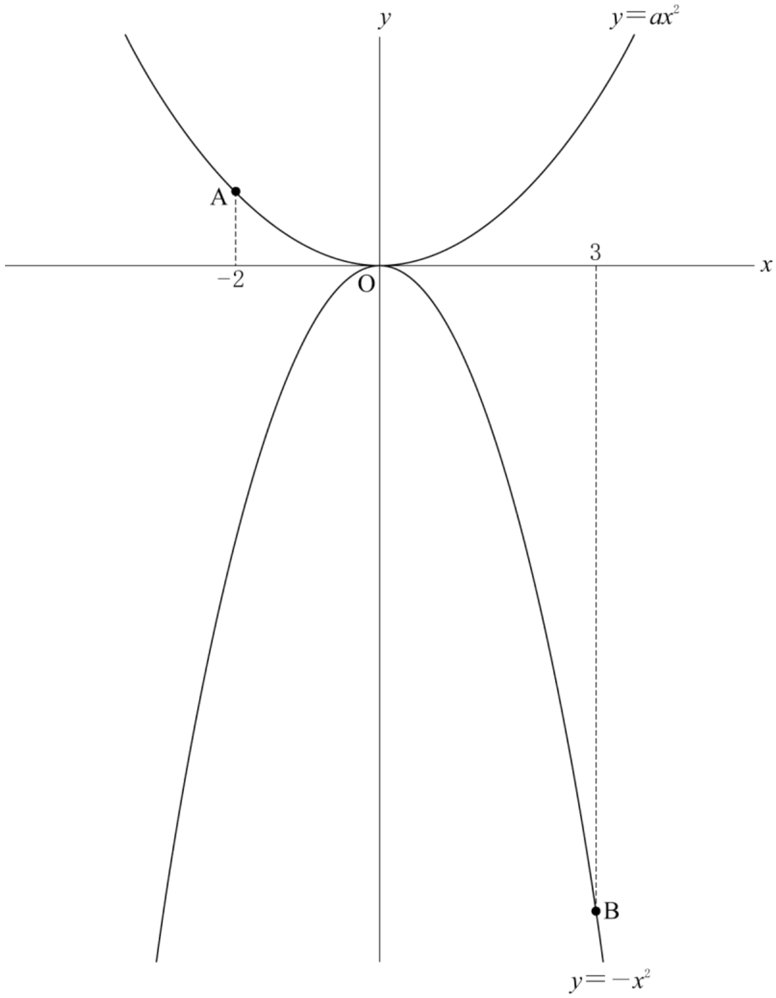
【問 8】

下の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと，関数 $y=-x^2$ のグラフがある。関数 $y=ax^2$ のグラフ上に x 座標が -2 の点 A があり，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に x 座標が 3 の点 B がある。点 A の y 座標が，点 B の y 座標より 10 大きいとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

ただし，$a>0$ とする。

また，原点 O から点 (1，0) までの距離及び原点 O から点 (0，1) までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

（千葉県 2020 年度 後期）



問１　a の値を求めなさい。

問２　２点 A，B を通る直線と，x 軸との交点を C とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　点 C の x 座標を求めなさい。

(2)　△OAC を，y 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし，円周率は π を用いることとする。

解答欄

問１	$a=$	
問２	(1)	
	(2)	cm^3

解答

問１ $a=\frac{1}{4}$

問２

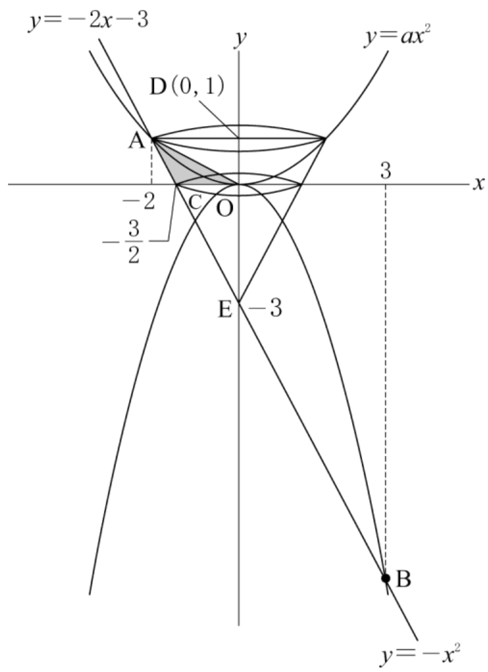
(1) $-\frac{3}{2}$

(2) $\frac{7}{4}\pi$　(cm^3)

解説

問２

(2)



問２　(1)までの解答から，△OAC を y 軸を軸として１回転させた様子は右の図のようになる。
なお，点 A を通り x 軸と平行な直線と y 軸との交点を D，直線 AB（直線 $y=-2x-3$）と y 軸との交点を E とする。
ここで，点 D を中心，線分 AD を半径とする円を底面とし，点 E を頂点とする円錐の体積を Scm^3，点 O を中心，線分 CO を半径とする円を底面とし，点 E を頂点とする円錐の体積を Tcm^3，点 D を中心，線分 AD を半径とする円を底面とし，点 O を頂点とする円錐の体積を Ucm^3とする。
すると求める立体の体積 V は，V＝S－T－U で求められることがわかる。
S，T，U はそれぞれ，

$S=\frac{1}{3}\times(\pi\times 2^2)\times 4=\frac{16}{3}\pi\ (cm^3)$

$T=\frac{1}{3}\times\left\{\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2\right\}\times 3=\frac{9}{4}\pi\ (cm^3)$

$U=\frac{1}{3}\times(\pi\times 2^2)\times 1=\frac{4}{3}\pi\ (cm^3)$　だから，

$V=S-T-U=\frac{16}{3}\pi-\frac{9}{4}\pi-\frac{4}{3}\pi=\frac{7}{4}\pi\ (cm^3)$

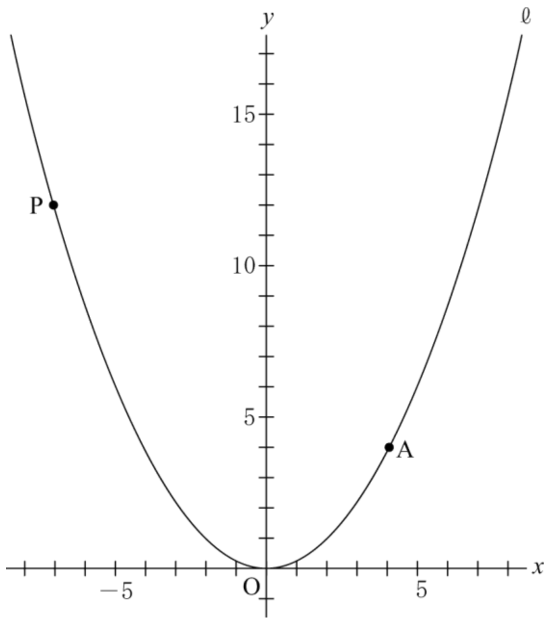
【問 9】

右の**図１**で，点 O は原点，曲線ℓは関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。点 A は曲線ℓ上にあり，x 座標は 4 である。曲線ℓ上にある点を P とする。

次の各問に答えよ。

（東京都 2020 年度）

図 1



問１ 次の $\boxed{①}$ と $\boxed{②}$ に当てはまる数を，下の**ア**～**ク**のうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

点 P の x 座標を a，y 座標を b とする。

a のとる値の範囲が $-8 \leqq a \leqq 2$ のとき，b のとる値の範囲は，$\boxed{①} \leqq b \leqq \boxed{②}$ である。

ア -64　　**イ** -2　　**ウ** 0　　**エ** $\dfrac{1}{2}$

オ 1　　**カ** 4　　**キ** 16　　**ク** 64

問２ 次の $\boxed{③}$ と $\boxed{④}$ に当てはまる数を，下の**ア**～**エ**のうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

点 P の x 座標が -6 のとき，2 点 A，P を通る直線の式は，$y=\boxed{③}x+\boxed{④}$ である。

$\boxed{③}$　**ア** $-\dfrac{5}{2}$　　**イ** -2　　**ウ** $-\dfrac{13}{10}$　　**エ** $-\dfrac{1}{2}$

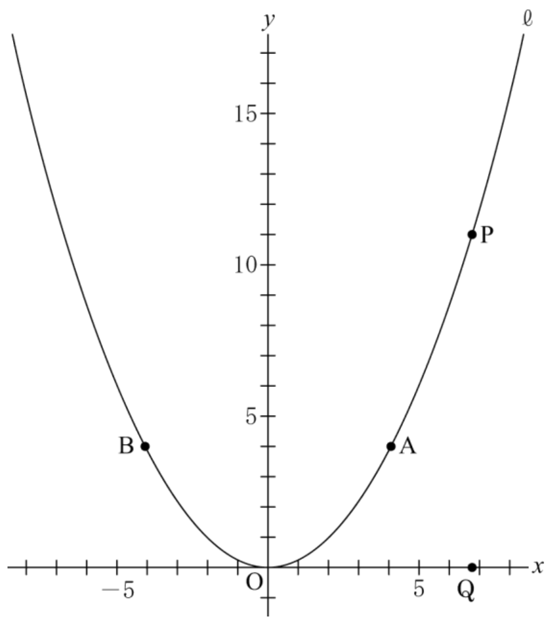
$\boxed{④}$　**ア** 12　　**イ** 6　　**ウ** 4　　**エ** 2

問３ 右の**図２**は，**図１**において，点 P の x 座標が 4 より大きい数であるとき，y 軸を対称の軸として点 A と線対称な点を B，x 軸上にあり，x 座標が点 P の x 座標と等しい点を Q とした場合を表している。

点 O と点 A，点 O と点 B，点 A と点 P，点 A と点 Q，点 B と点 P をそれぞれ結んだ場合を考える。

四角形 OAPB の面積が△AOQ の面積の 4 倍となるとき，点 P の x 座標を求めよ。

図 2

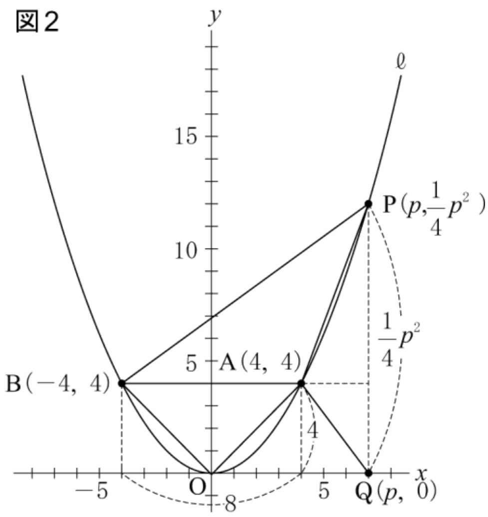


解答欄

問１	①	
	②	
問２	③	
	④	
問３		

解答
問１
①ウ
②キ
問２
③エ
④イ
問３８
解説
問３
点 P の x 座標を p とすると，点 P，Q の座標は，
$P\left(p, \frac{1}{4}p^2\right)$，Q（$p$，0）と表すことができる。
また，点 B は A（4，4）の x 座標の符号を
逆にした点だから，B（−4，4）
四角形 OAPB は，AB を底辺とする 2 つの三角形
△ABO と△ABP に分けることができ，AB の長さ
は，AB＝4−(−4)＝8 だから，
△ABO の面積は，$8\times4\times\frac{1}{2}=16$
△ABP の面積は，$8\times\left(\frac{1}{4}p^2-4\right)\times\frac{1}{2}=p^2-16$
したがって，四角形 OAPB の面積は，
$16+(p^2-16)=p^2$
△AOQ は底辺 p，高さ 4 の三角形だから，面積は，
$p\times4\times\frac{1}{2}=2p$
四角形 OAPB の面積は△AOQ の面積の 4 倍だから，　$p^2=4\times2p$ より，$p=0$，8
問題の条件より，$p>4$ だから，$p=8$ があてはまる。

図２



【問 10】

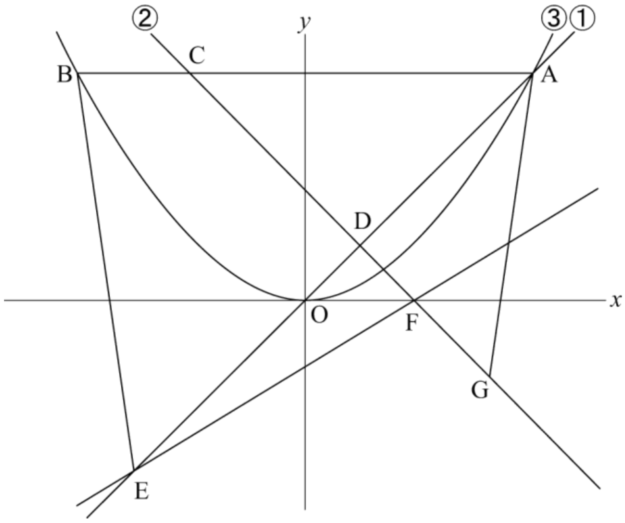
右の図において，直線①は関数 $y=x$ のグラフ，直線②は関数 $y=-x+3$ のグラフであり，曲線③は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点 A は直線①と曲線③との交点であり，その x 座標は 6 である。点 B は曲線③上の点で，線分 AB は x 軸に平行であり，点 C は直線②と線分 AB との交点である。点 D は直線①と直線②との交点である。

また，原点を O とするとき，点 E は直線①上の点で AO：OE＝4：3 であり，その x 座標は負である。

さらに，点 F は直線②と x 軸との交点であり，点 G は直線②上の点で，その x 座標は 5 である。

このとき，次の問いに答えなさい。



（神奈川県 2020 年度）

問１　曲線③の式 $y=ax^2$ の a の値として正しいものを次の１～６の中から１つ選び，その番号を答えなさい。

1　$a=\frac{1}{9}$　　2　$a=\frac{1}{8}$　　3　$a=\frac{1}{6}$

4　$a=\frac{2}{9}$　　5　$a=\frac{1}{4}$　　6　$a=\frac{1}{3}$

問２　直線 EF の式を $y=mx+n$ とするときの（ⅰ）m の値と，（ⅱ）n の値として正しいものを，それぞれ次の１～６の中から１つ選び，その番号を答えなさい。

（ⅰ）m の値

1　$m=\frac{1}{3}$　　2　$m=\frac{2}{5}$　　3　$m=\frac{4}{7}$

4　$m=\frac{3}{5}$　　5　$m=\frac{5}{8}$　　6　$m=\frac{5}{7}$

（ⅱ）n の値

1　$n=-\frac{15}{7}$　　2　$n=-\frac{15}{8}$　　3　$n=-\frac{9}{5}$

4　$n=-\frac{12}{7}$　　5　$n=-\frac{6}{5}$　　6　$n=-1$

問３　三角形 ADG の面積を S，四角形 BEDC の面積を T とするとき，S と T の比を**最も簡単な整数の比**で表しなさい。

解答欄

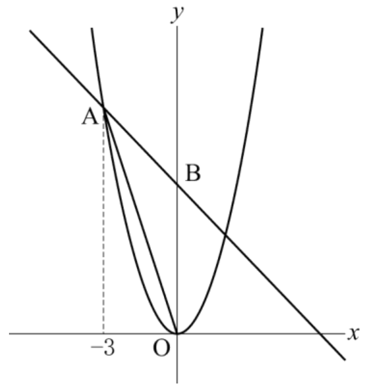
問１		
問２	（ｉ）	
	（ⅱ）	
問３	S：T＝　　　：	

解答
問１ ３
問２
（ｉ）４
（ⅱ）３
問３ S：T＝7：19
解説
問３
点 A (6, 6)，B (−6, 6)，C (−3, 6)，D$\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$，E$\left(-\frac{9}{2}, -\frac{9}{2}\right)$，F (3, 0)，G (5, −2)である。
△ADG＝△ACG−△ACD…①，四角形 BEDC＝△ABE−△ACD…②
$\triangle ACG=\frac{1}{2}\times\{6-(-3)\}\times\{6-(-2)\}=36$，$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times\{6-(-3)\}\times\left(6-\frac{3}{2}\right)=\frac{81}{4}$
$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times\{6-(-6)\}\times\left\{6-\left(-\frac{9}{2}\right)\right\}=63$
①，②より，$\triangle ADG=S=36-\frac{81}{4}=\frac{63}{4}$，四角形 $BEDC=T=63-\frac{81}{4}=\frac{171}{4}$
よって，S：T＝63：171＝7：19

【問 11】

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，x 座標が -3 となる点 A をとる。点 A を通り，傾きが -1 となる直線と y 軸との交点を B とする。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（新潟県 2020 年度）



⑴　2 点 A，B を通る直線の式を答えなさい。

⑵　△OAB の面積を求めなさい。

解答欄

⑴	
⑵	〔求め方〕 答

解答
⑴ $y=-x+6$
⑵
〔求め方〕
辺 OB を底辺とすると，求める△OAB の面積は
$\frac{1}{2}\times6\times3=9$
答 9
解説
⑴
$x=-3$ を $y=x^2$ に代入すると $y=9$ で，点 A の座標は $(-3,\ 9)$ である。
傾きが -1 であるので，求めたい直線の式を $y=-x+b$ とおき，$(x,\ y)=(-3,\ 9)$ を代入し，$b=6$ となる。
よって，求める直線の式は $y=-x+6$。

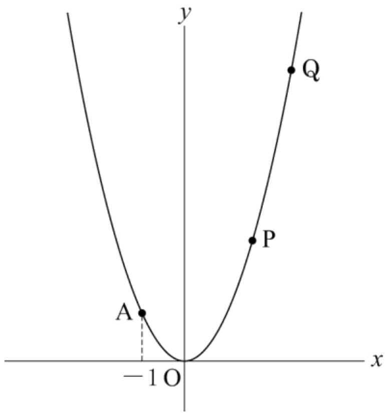
【問 12】

図１のように，関数 $y=x^2$ のグラフがある。A はグラフ上の点で，x 座標は－1 である。また，２点 P，Q はグラフ上を動くものとする。

このとき，次の問１～問３に答えなさい。ただし，円周率は π とする。

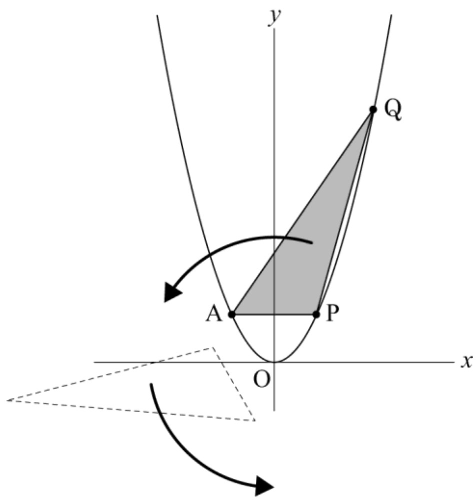
（石川県 2020 年度）

図１



問１　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

図２



問２　２点 P，Q の x 座標をそれぞれ 1 と 3 とする。図２のように，△APQ を原点 O を中心として矢印の方向に 360° 回転移動させ，△APQ が回転移動しながら通った部分に色をつけた。

このとき，色がついている図形の面積を求めなさい。

問３　２点 P，Q の x 座標をそれぞれ３と４とする。直線 OA 上に，四角形 OPQA と△OPR の面積が等しくなるように点 R をとるとき，R の座標を求めなさい。ただし，R の x 座標は負とする。なお，途中の計算も書くこと。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="2">〔計算〕

答</td></tr>
</table>

解答

問１ $0 \leqq y \leqq 9$

問２ 89π

問３

〔計算〕

四角形 OPQA＝△OPA＋△APQ

R の x 座標は負より

△OPR＝△OPA＋△APR

したがって　△APQ＝△APR となる R の座標を求める。

直線 AP の傾き　$\dfrac{8}{4}=2$　より

傾きが２で，Q(4，16)を通る直線の式は　$y=2x+8$

また，直線 OA の式は　$y=-x$

よって　$2x+8=-x$　これを解いて　$x=-\dfrac{8}{3}$

ゆえに　$\left(-\dfrac{8}{3},\ \dfrac{8}{3}\right)$

〔答〕$\left(-\dfrac{8}{3},\ \dfrac{8}{3}\right)$

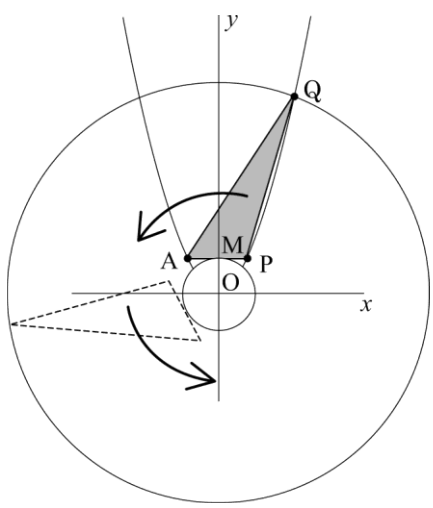
解説

問２

△APQ の周上および内部のすべての点が，原点 O のまわりに回転すると考える。O と△APQ の周および内部の点を結んでできる線分の長さが最長である線分は OQ であり，最短である線分は図の OM だから，求める面積は，半径 OQ の円の面積から半径 OM の円の面積をひけばよい。Q(3，9)より，$\mathrm{OQ}=\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}$

A の y 座標＝P の y 座標＝1 より OM＝1　よって，求める面積は，

$\pi\times\{(3\sqrt{10})^2-1^2\}=89\pi$



問３

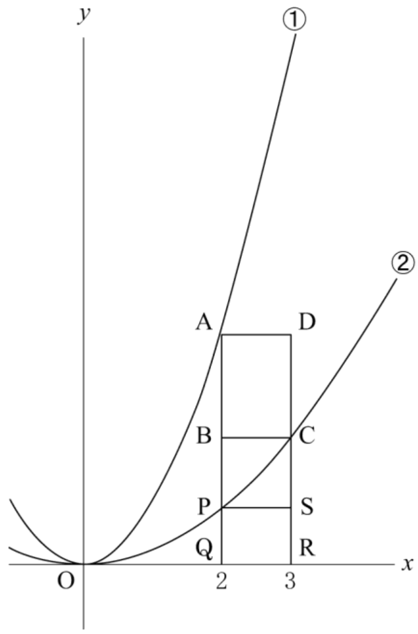
実際に四角形 OPQA の面積を求めようとすると大変である。計算ミスのリスクを高めるので推奨できない。模範解答の方法がベストであると思われる。

【問 13】

関数 $y=x^2$ ……①，関数 $y=ax^2(0<a<1)$ ……②のグラフがある。直線 $x=2$ と①，②，x 軸との交点をそれぞれ A，P，Q とする。直線 $x=3$ と②，x 軸との交点をそれぞれ C，R とする。また，点 A を通り x 軸に平行な直線と直線 $x=3$ との交点を D，点 P を通り x 軸に平行な直線と直線 $x=3$ との交点を S とし，点 C を通り x 軸に平行な直線と直線 $x=2$ との交点を B とする。

このとき，次の問いに答えよ。

（福井県 2020 年度）



問１　$a=\dfrac{1}{3}$のとき，線分 CD の長さを求めよ。

問２　長方形 BPSC の面積と長方形 PQRS の面積は等しくならないことを，言葉や数，式などを使って説明せよ。

問３　下の【説明文】は，a の値を変化させたときの２点 C，D の y 座標の大小関係について説明したものである。

> 【説明文】
>
> $a=$ $\boxed{\text{ア}}$ のとき，点 C の y 座標と点 D の y 座標は等しい。
>
> だから，$0<a<$ $\boxed{\text{ア}}$ のとき，点 C の y 座標は点 D の y 座標より $\boxed{\text{イ}}$ 。
>
> $\boxed{\text{ア}}$ $<a<1$ のとき，点 C の y 座標は点 D の y 座標より $\boxed{\text{ウ}}$ 。

【説明文】の中の $\boxed{\text{ア}}$ にあてはまる数を書け。また，$\boxed{\text{イ}}$ ，$\boxed{\text{ウ}}$ にあてはまる言葉を書け。

問４　長方形 ABCD の面積と長方形 PQRS の面積が等しくなるような a の値をすべて求めよ。

問５　長方形 APSD 全体が，点 B を中心とする半径$\sqrt{5}$の円の内側にあるような a の値のうち，最も小さな値と最も大きな値を求めよ。ただし，長方形全体とは長方形の内部と４つの辺をあわせた部分とし，円の内側とは円の内部と円周をあわせた部分とする。

解答欄

問１	CD＝					
問２	〔説明〕					
問３	ア		イ		ウ	
問４	a＝					
問５	最も小さな値　a＝					
	最も大きな値　a＝					

解答

問１CD＝1

問２

〔説明〕

点 B(2，9a)，P(2，4a)，Q(2，0)，C(3，9a)，S(3，4a)，R(3，0)だから，長方形 BPSC の面積は $5a\times1=5a$，長方形 PQRS の面積は $4a\times1=4a$ である。$0<a<1$ において，つねに面積比は 5：4 だから面積は等しくならない。

問３

ア$\frac{4}{9}$

イ小さい

ウ大きい

問４$a=\frac{4}{13}$，$\frac{4}{5}$

問５

最も小さな値　$a=\frac{2}{9}$

最も大きな値　$a=\frac{2}{5}$

解説

問１

A(2, 4)より D(3, 4), (C の y 座標)$=\frac{1}{3}\times 3^2=3$ より, CD$=4-3=1$

問２

長方形 BPSC, 長方形 PQRS の横の長さは BC＝PS＝QR＝1 だから, 縦の長さについて, 常に(いかなる a であっても)CS≠SR(BP≠PQ)であることを示せばよい。

問３

ア　C(3, $9a$), D(3, 4)より, $9a=4$　$a=\frac{4}{9}$

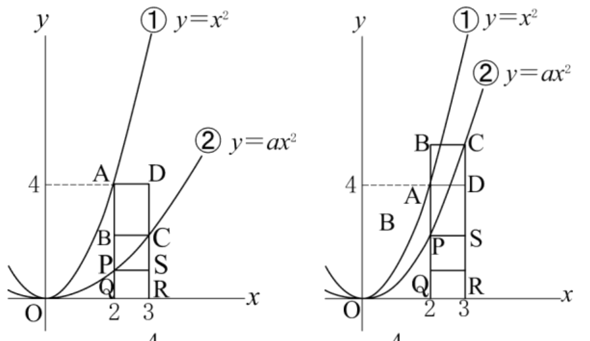
問４

問３より, $a=\frac{4}{9}$のとき, (長方形 ABCD)＝0 だから, $0<a<\frac{4}{9}$…(i), $\frac{4}{9}<a<1$…(ii)の２通りについて考える。

(i), (ii)のそれぞれの場合について, ２つのグラフの位置関係は右の図のようになる。B(2, $9a$), P(2, $4a$)より,

(i)のとき, AB$=4-9a$, PQ$=4a$ より, $4-9a=4a$ を解いて, $a=\frac{4}{13}$

(ii)のとき, AB$=9a-4$, PQ$=4a$ より, $9a-4=4a$ を解いて, $a=\frac{4}{5}$



$0<a<\frac{4}{9}$ のとき　　$\frac{4}{9}<a<1$ のとき

問５

点 B を頂点にもつ長方形において, 対角線がどの辺よりも長くなるため, 下の図１のように BD, BS の長さが円の半径$\sqrt{5}$との比較対象となる。AB と BP の大小関係によって, BD と BS のどちらを$\sqrt{5}$と比較するかが変わるため, a が取る範囲のパターンを分けて考える。

(i) $a=\frac{4}{9}$のとき, B(2, 8), P$\left(2, \frac{16}{9}\right)$であり, BP$=\frac{56}{9}>\sqrt{5}$となるため不適。

(ii) $0<a<\frac{4}{9}$のとき, BP$=9a-2$, AB$=9a-4$ だから AB＞BP

したがって, $\sqrt{5}$との比較は BD で行う。△ABD に関する三平方の定理より, $BD^2=BC^2+AB^2=1^2+(4-9a)^2=(\sqrt{5})^2$

これを解くと, $0<a<\frac{4}{9}$より, $a=\frac{2}{9}$

(iii) $\frac{4}{9}<a<1$ のとき, BP$=9a-4a=5a$ となるが,

このとき長方形 APSD は右の図２のようになるから, $\sqrt{5}$との比較は BS で行う。

$BS^2=PS^2+PB^2=1^2+(5a)^2=(\sqrt{5})^2$　これを解くと, $\frac{4}{9}<a<1$ より,

$a=\frac{2}{5}$

以上(i), (ii), (iii)より, a の最小値は$\frac{2}{9}$, a の最大値は$\frac{2}{5}$となる。

図１

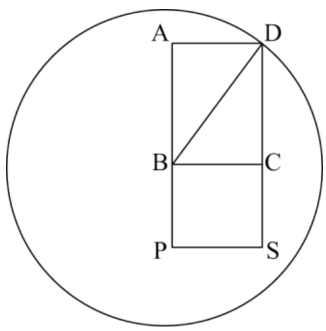
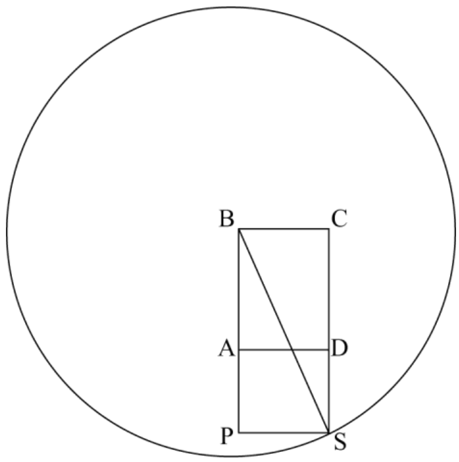


図２



【問 14】

下の**図１，２**において，①は関数 $y=ax^2$ のグラフである。２点 A，B は①上の点であり，点 A の座標は $(-2,\ 2)$，点 B の座標は $\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$ である。また，①上において，点 C は x 座標が点 A の x 座標より１だけ大きい点であり，点 D は x 座標が点 B の x 座標より１だけ小さい点である。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えなさい。

（山梨県 2020 年度）

問１　a の値を求めなさい。

問２　４点 A，C，D，B を頂点とする四角形 ACDB の面積を求めなさい。

問３　**図２**のように，①上において，x 座標が点 A の x 座標より１だけ小さい点を E とし，x 座標が点 B の x 座標より１だけ大きい点を F とする。

このとき，次の⑴，⑵に答えなさい。

⑴　直線 EF の式を求めなさい。

⑵　３点 F，E，C を頂点とする△FEC の面積と，３点 F，C，D を頂点とする△FCD の面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

図１

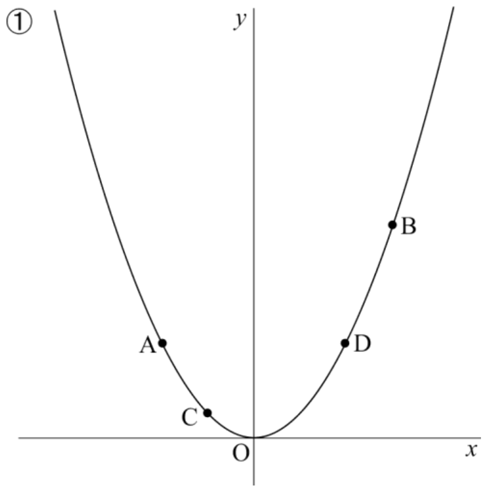
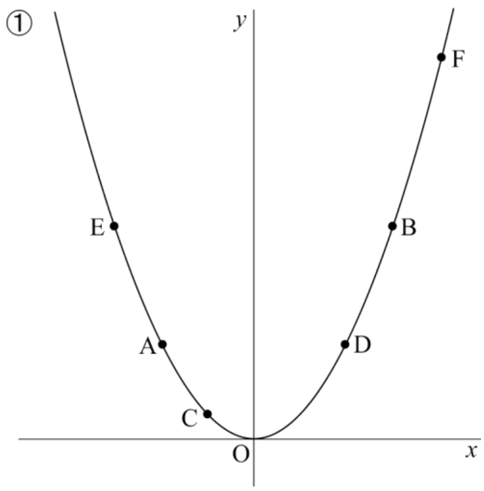


図２



解答欄

問１	$a=$	
問２		
問３	⑴	$y=$
	⑵	△FEC：△FCD＝　　：

解答

問１$a=\frac{1}{2}$

問２8

問３

(1)$y=\frac{1}{2}x+6$

(2)△FEC：△FCD＝7：3

解説

問１

放物線のグラフが通る点の座標を $y=ax^2$ に代入して，a の値を求める。

問２

問題文の条件より，点 C$\left(-1, \frac{1}{2}\right)$，点 D(2，2)である。ここで，点 A と点 D の y 座標は等しく，
直線 AD は x 軸と平行である。よって，四角形 ACDB＝△ADC＋△ABD と考えたとき，
2 つの三角形の底辺は AD であり，その長さは 4 である。

したがって，四角形 ACDB$=\frac{1}{2}\times4\times\left(2-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\times4\times\left(\frac{9}{2}-2\right)=3+5=8$

問３

(1)

問題文の条件より，点 E$\left(-3, \frac{9}{2}\right)$，点 F (4，8) である。あとは 2 点を通る直線の式を求めればよい。

(2)

直線 CD の傾きを求めると$\frac{1}{2}$である。これは直線 EF の傾きと等しく，EF//CD である。

よって，△FEC と△FCD は高さが等しいので，面積の比は底辺の比（EF：CD）と等しくなる。
三平方の定理を用いて 2 つの線分の長さの比を求めると，

EF：CD$=\sqrt{7^2+\left(\frac{7}{2}\right)^2}:\sqrt{3^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\sqrt{49+\frac{49}{4}}:\sqrt{9+\frac{9}{4}}=7\sqrt{1+\frac{1}{4}}:3\sqrt{1+\frac{1}{4}}=7:3$

【問 15】

図７において，点 A の座標は (2，－6) であり，①は，点 A を通り，x の変域が $x>0$ であるときの反比例のグラフである。また，②は，関数 $y=ax^2$ ($a>1$) のグラフである。2 点 B，C は，放物線②上の点であり，その x 座標は，それぞれ－4，3 である。

このとき，次の問１～問３に答えなさい。

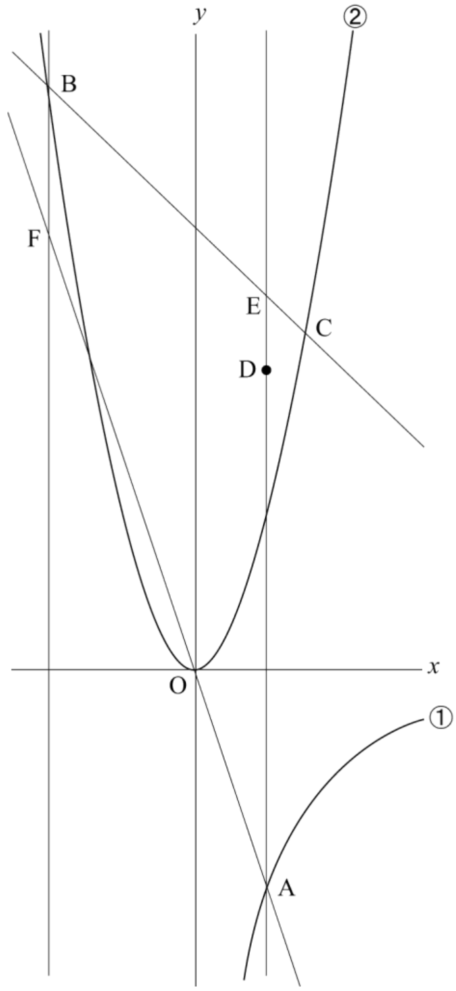
（静岡県 2020 年度）

問１　曲線①をグラフとする関数について，y を x の式で表しなさい。

問２　関数 $y=ax^2$ において，x の値が－5 から－2 まで増加するときの変化の割合を，a を用いて表しなさい。

問３　点 D の座標は (2，8) であり，直線 AD と直線 BC との交点を E とする。点 B を通り y 軸に平行な直線と直線 AO との交点を F とする。直線 DF が四角形 BFAE の面積を二等分するときの，a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

図７



解答欄

問１	
問２	
問３	〔求める過程〕 (答)　$a=$

解答

問１$y=-\dfrac{12}{x}$

問２$-7a$

問３

〔求める過程〕

A (2，−6)，D (2，8)，F (−4，12) より，

$\triangle \mathrm{FAD}=\dfrac{1}{2}\times\{8-(-6)\}\times\{2-(-4)\}=42$

B (−4，16a)，C (3，9a) より，

直線 BC の式は　$y=-ax+12a$

よって，E (2，10a) だから，台形 BFDE の面積は,

$(\mathrm{ED}+\mathrm{BF})\times$高さ$\times\dfrac{1}{2}=42$　より，

$\{(10a-8)+(16a-12)\}\times 6\times\dfrac{1}{2}=42$

$a=\dfrac{17}{13}$

(答)$a=\dfrac{17}{13}$

解説

問２

求める変化の割合は，$\dfrac{a(-2)^2-a(-5)^2}{-2-(-5)}=-7a$

問３

A(2，−6)，D(2，8)，F(−4，12)より，

$\triangle \mathrm{FAD}=\dfrac{1}{2}\times\{8-(-6)\}\times\{2-(-4)\}=42$

B，C は関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点なので，

B(−4，16a)，C(3，9a)と表すことができる。

直線 BC の式は，傾き$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{9a-16a}{3-(-4)}=-a$

なので，$y=-ax+b$ と表せ，点 C(3，9a)を通ること

から切片 b は，$9a=-a\times 3+b$

$b=12a$

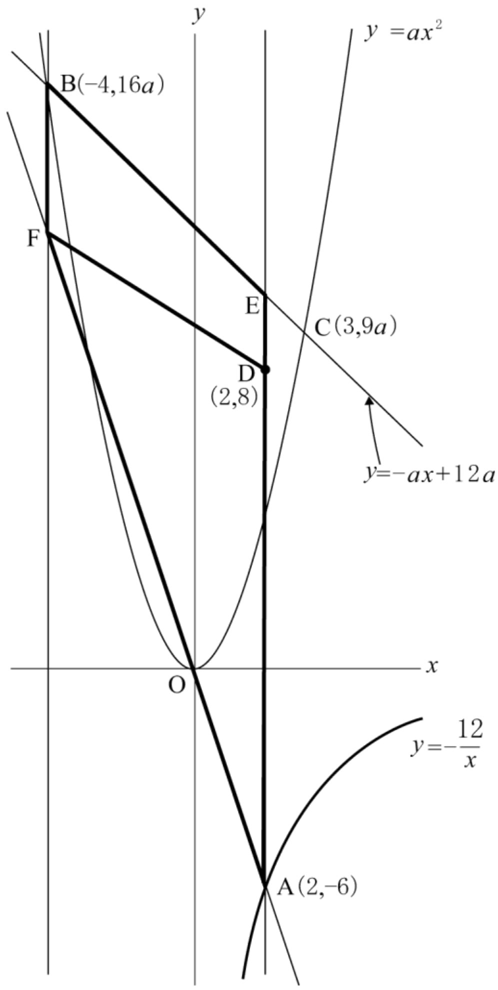
$y=-ax+12a$

よって，E(2，10a)

直線 DF が四角形 BFAE の面積を二等分するので，△FAD＝台形 BFDE＝42 より，

$\{(10a-8)+(16a-12)\}\times 6\times\dfrac{1}{2}=42$

$a=\dfrac{17}{13}$

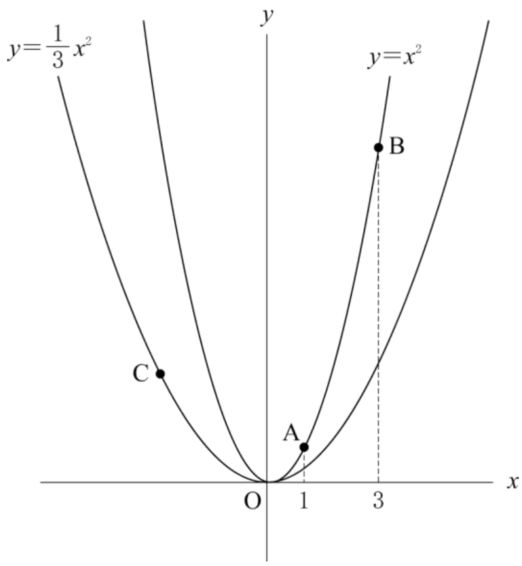


【問 16】

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に２点 A，B があり，それぞれの x 座標は 1，3 である。また，関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に点 C があり，x 座標は負である。

このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県 2020 年度）



問１　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

問２　直線 AB の式を求めなさい。

問３　線分 AB を，点 A を点 C に移すように，平行移動した線分を線分 CD とするとき，点 D の x 座標は－1 であった。

このとき，点 D の y 座標を求めなさい。

解答欄

問１	$\leqq y\leqq$
問２	
問３	

解答

問１ $0\leqq y\leqq 9$

問２ $y=4x-3$

問３ 11

解説

問１

放物線の頂点が y の変域の最小値となることに注意。x の変域の両端の値をそのまま代入して，$1\leqq y\leqq 9$ と答えないように注意しておこう。変域の問題を解く際には，関数の簡単なグラフを書くようにしておくとよいだろう。

問２

A(1，1)，B(3，9)であるから，この２点を通る直線の式を求める。

問３

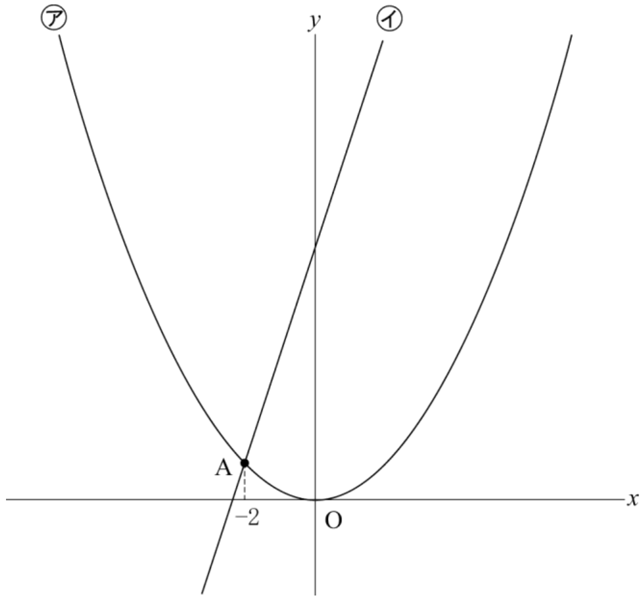
x 軸方向の移動と y 軸方向の移動に分けて考える。点 B の x 座標が 3，点 D の x 座標が－1 であることから，x 軸方向に－4 だけ移動したことになる。よって，（点 C の x 座標）＝（点 A の x 座標）－4＝－3 である。よって，C(－3，3)であることが分かり，点 A から点 C への y 軸方向の移動量は＋2 である。よって，（点 D の y 座標）＝（点 B の y 座標）＋2＝11

【問 17】

次の図のように，関数 $y=ax^2$…㋐のグラフと関数 $y=3x+7$…㋑のグラフとの交点 A があり，点 A の x 座標が -2 である。

このとき，あとの各問いに答えなさい。

（三重県 2020 年度）



問１　a の値を求めなさい。

問２　㋐について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 3$ のときの y の変域を求めなさい。

問３　㋑のグラフと y 軸との交点を B とし，㋐のグラフ上に x 座標が 6 となる点 C をとり，四角形 ADCB が平行四辺形になるように点 D をとる。

このとき，次の各問いに答えなさい。

(1)　点 D の座標を求めなさい。

(2)　点 O を通り，四角形 ADCB の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。
ただし，原点を O とする。

解答欄

問１	$a=$	
問２	$\leqq y \leqq$	
問３	(1)	D(　　　,　　　)
	(2)	$y=$

解答

問１ $a=\frac{1}{4}$

問２ $0 \leqq y \leqq \frac{9}{4}$

問３

(1) D(4，3)

(2) $y=\frac{5}{2}x$

解説

問１

点 A の y 座標は $y=3\times(-2)+7=1$ より，A(−2，1)　これが放物線㋐の上にあるから，$1=4a$　$a=\frac{1}{4}$

問３

(1)

問１より C(6，9)　点 C は，点 B を x 軸，y 軸の正の方向にそれぞれ 6，2 平行移動した点であると考えることができる。四角形 ADCB は平行四辺形だから BC//AD より，点 A を x 軸，y 軸の正の方向にそれぞれ 6，2 平行移動して，D(4，3)

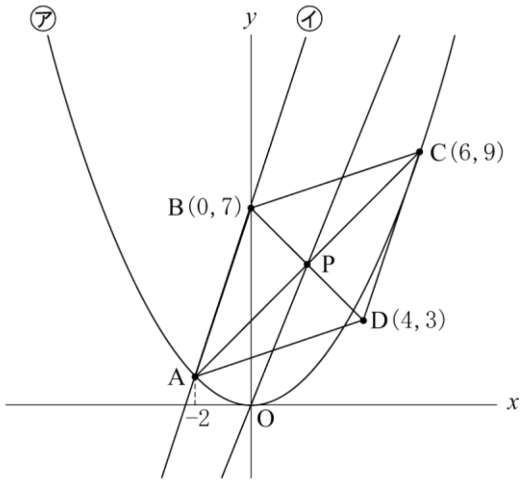
(2)

対角線 AC，BD の交点を P とすると，直線 OP が求める直線である。平行四辺形の対角線は互いの中点で交わるから，P は BD の中点であると考えて，(P の x 座標)$=\frac{0+4}{2}$，(P の y 座標)$=\frac{7+3}{2}$

つまり P(2，5)

したがって，求める直線は，$y=\frac{5}{2}x$

※点対称な多角形の面積を，その多角形の外側の 1 点を通る直線によって 2 等分するとき，その直線は多角形の対称の中心を通る。平行四辺形の場合，対角線の交点が対称の中心である。

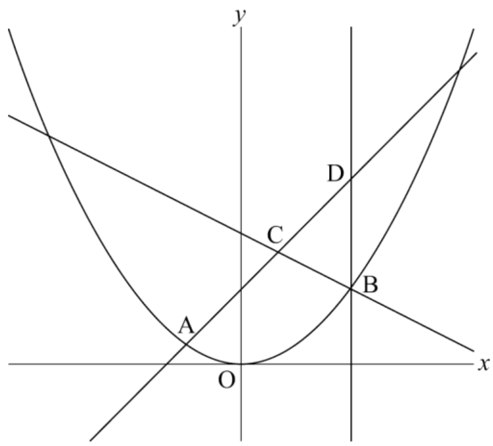


【問 18】

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に２点 A，B がある。点 A の x 座標は負であり，点 B の x 座標は６である。点 B を通る直線 $y=-\frac{1}{2}x+7$ 上に x 座標が２である点 C をとる。また，２点 A，C を通る直線と点 B を通り y 軸と平行な直線との交点を D とすると，AC：CD＝5：4 であった。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

（京都府 2020 年度 前期）



問１　a の値を求めよ。また，点 A の x 座標を求めよ。

問２　直線 AC の式を求めよ。

問３　直線 AC 上に x 座標が正である点 E を，四角形 OBCA と△OEA の面積が等しくなるようにとるとき，点 E の座標を求めよ。

解答欄

問１	$a=$	
	点 A の x 座標	
問２	$y=$	
問３	E　(　　　　　,　　　　　)	

解答

問１

$a=\dfrac{1}{9}$

点 A の x 座標　-3

問２ $y=x+4$

問３ E (9，13)

解説

問１

点 B は直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+7$ 上にあるので，x 座標が 6 であることから，B（6，4）　これを $y=ax^2$ に代入すると，$4=36a$　$a=\dfrac{1}{9}$

点 C は x 座標が 2 であり，直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+7$ 上にあるので，その座標は C（2，6）　また，点 D の x 座標が 6 であり，AC：CD＝5：4 より，

（2 点 A，C の x 座標の差）：（2 点 C，D の x 座標の差）＝5：4 となることから，

点 A の x 座標を p とすると，$(2-p):(6-2)=5:4$　すなわち，$2-p=5$

$p=-3$

問２

問１より，点 C（2，6）であり，点 A は関数 $y=\dfrac{1}{9}x^2$ のグラフ上にあるので，A（－3，1）

したがって，直線 AC の傾きは $\dfrac{6-1}{2-(-3)}=1$

よって，直線 AC の式は $y=x+b$ とおける。これに A（－3，1）を代入すると，$1=-3+b$　$b=4$

以上より，直線 AC の式は $y=x+4$

問３

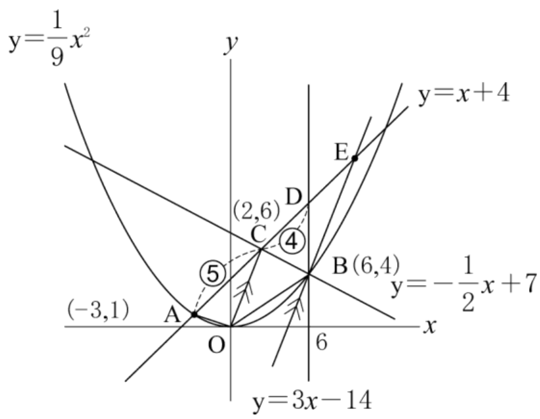
四角形 OBCA と△OEA は，△OCA の部分が共通しているので，△OBC の面積と△OEC の面積が等しくなればよい。したがって，点 B を通り，直線 OC に平行な直線と直線 AC との交点が E となる。

直線 OC の傾きは点 C（2，6）より，$\dfrac{6}{2}=3$

よって，直線 BE の式は $y=3x+c$ とおける。これに，B（6，4）を代入すると，$4=18+c$　$c=-14$　したがって，直線 BE の式は $y=3x-14$

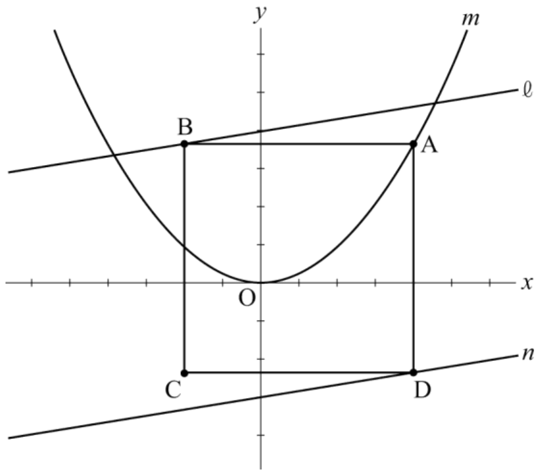
以上より，直線 $y=x+4$ と直線 $y=3x-14$ の交点が E なので，これらを連立して解くと，

$x=9$，$y=13$　よって，点 E（9，13）



【問 19】

a，b を正の定数とする。右図において，m は関数 $y=ax^2$ のグラフを表し，ℓ は関数 $y=bx+4$ のグラフを表す。n は ℓ と平行な直線であり，その切片は -3 である。四角形 ABCD は正方形であり，辺 AB は x 軸に平行であって，辺 AD は y 軸に平行である。A は m 上にあり，その x 座標は 4 である。B は ℓ 上にあり，D は n 上にある。C の x 座標は -2 であり，C の y 座標は B の y 座標より小さい。a，b の値をそれぞれ求めなさい。途中の式を含めた求め方も書くこと。ただし，座標軸の 1 めもりの長さは 1 cm であるとする。



（大阪府 C 2020 年度）

解答欄

〔求め方〕

a の値　　　　，b の値

解答
〔求め方〕
A は m 上の点だから　A (4，16a)
B はℓ上の点であり，B の x 座標は－2 だから
B (－2，－2b＋4)
A の y 座標と B の y 座標は等しいから
$16a=-2b+4$ …㋐
ℓ // n だから，n の式は　$y=bx-3$
D は n 上の点であり，D の x 座標は 4 だから
D (4，4b－3)
よって　AD＝16a－4b＋3 (cm)
四角形 ABCD は正方形であり，AB＝6 (cm) だから
$16a-4b+3=6$ …㋑
㋐，㋑を連立させて解くと
$a=\frac{11}{48}$，$b=\frac{1}{6}$
a の値　$\frac{11}{48}$，b の値$\frac{1}{6}$

【問 20】

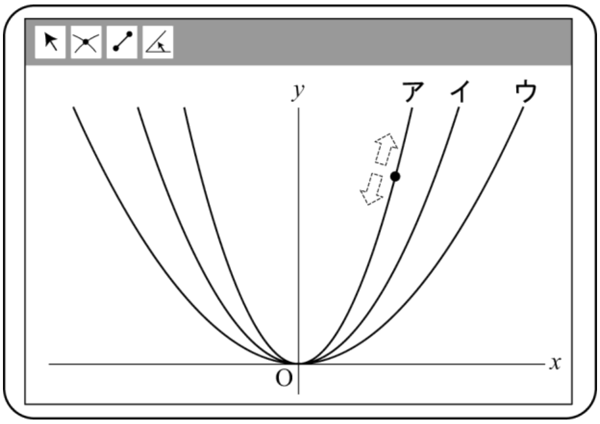
コンピュータ画面上に，3 つの関数 $y=\frac{1}{8}x^2$，$y=\frac{1}{4}x^2$，$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表示する。

画面 1 〜 3 の**ア〜ウ**のグラフは，$y=\frac{1}{8}x^2$，$y=\frac{1}{4}x^2$，$y=\frac{1}{2}x^2$ のいずれかである。

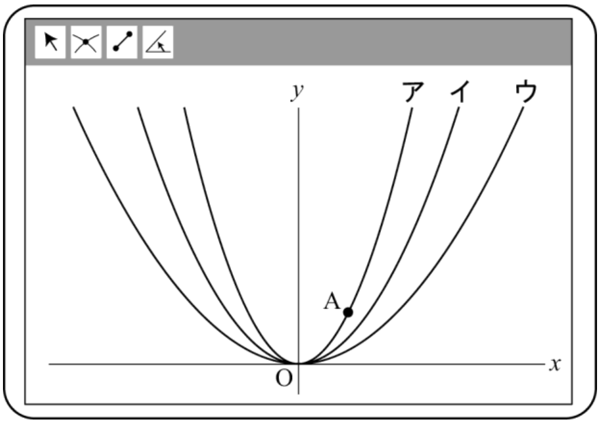
次の問いに答えなさい。

（兵庫県 2020 年度）

画面 1



画面 2



問 1　関数 $y=\frac{1}{8}x^2$ のグラフを**ア〜ウ**から 1 つ選んで，その符号を書きなさい。

問 2　**画面 1** は，次の操作 1 を行ったときの画面である。

操作 1：**ア**のグラフ上に点を表示し， グラフ上を動かす。

画面 2 は，操作 1 のあと，次の操作 2 を行ったときの画面である。

操作 2：x 座標と y 座標の値が等しくなったときの点を A とする。

点 A の x 座標を a とするとき，a の値を求めなさい。ただし，$a>0$ とする。

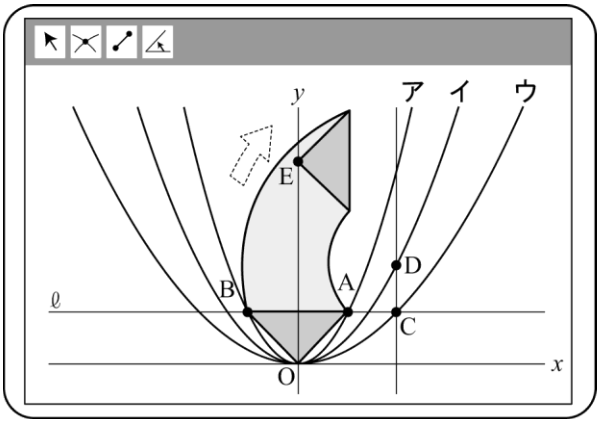
問３　画面３は，問２の操作１，２のあと，次の操作３～９を順に行ったときの画面である。

操作３：　点 A を通り，x 軸に平行な直線 ℓ を表示する。
操作４：　直線 ℓ と**ア**のグラフとの交点のうち，点 A と異なる点を B とする。
操作５：　直線 ℓ と**ウ**のグラフとの交点のうち，x 座標が正である点を C とする。
操作６：　点 C を通り，y 軸に平行な直線を表示し，**イ**のグラフとの交点を D とする。
操作７：　原点 O と点 A，点 B をそれぞれ結び，△AOB を作る。
操作８：　点 D を回転の中心として時計まわりに△AOB を回転移動させ，△AOB が移動した部分を塗りつぶしていく。
操作９：　点 O が y 軸上に移るように，△AOB を時計まわりに回転移動させたとき，点 O が移動した点を E とする。

(1)　点 E の座標を求めなさい。

(2)　△AOB が移動し，塗りつぶされた部分の面積は何 cm^2 か，求めなさい。ただし，座標軸の単位の長さは 1 cm とし，円周率は π とする。

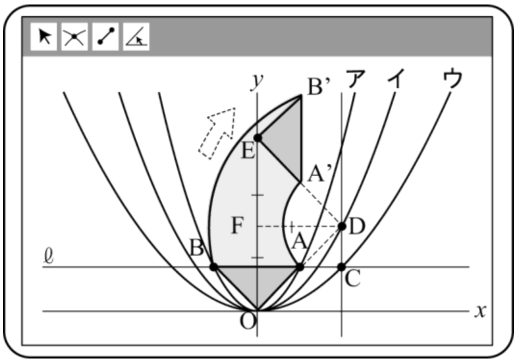
画面３



解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2">$a=$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問３</td><td>(1)</td><td>(　　　,　　　)</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm^2</td></tr>
</table>

解答
問１ウ
問２(a＝) 2
問３
(1) (0，8)
(2) $8\pi+4$　(cm^2)
解説
問３
問２より，A(2，2)
点 B は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上にあり，点 A と y 座標が等しいから，B(－2，2)
点 C は $y=\frac{1}{8}x^2$ のグラフ上にあり，点 A と y 座標が等しいから，C(4，2)
点 D は $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあり，点 C と x 座標が等しいから，D(4，4)
(1)
点 E は点 D を回転の中心として点 O を回転移動した点だから，ED＝OD
点 O，E は y 軸上にあるから，右の図のように，y 軸上に y 座標が点 D と等しい点 F(0，4)をとると，EF＝OF　したがって，点 E の x 座標は 0，y 座標は 4×2＝8 より，E(0，8)

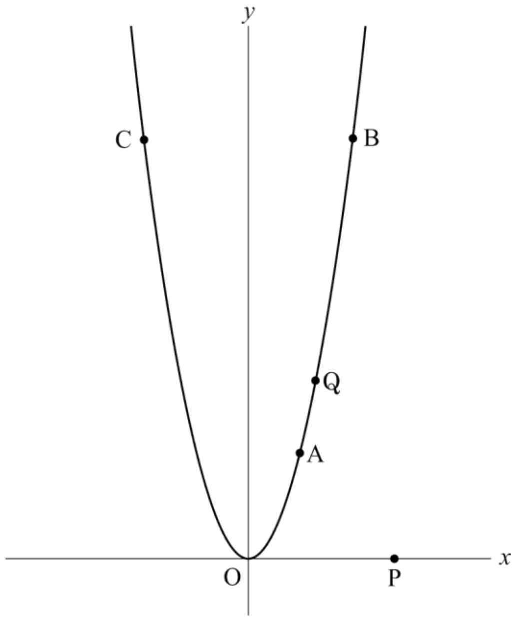


(2)
回転移動により，点 A，B が移動した後の点を，それぞれ A'，B'とする。
右の図で，△ABD と△A'B'D は合同であるから，2 つの斜線部分の面積は等しい。よって，求める面積を S とすると，
S＝(半径 DB，中心角∠BDB'のおうぎ形の面積)－(半径 DA，中心角∠ADA'のおうぎ形の面積) ＋(△OAB の面積) となる。
△DFO は，DF＝FO＝4，∠DFO＝90°の直角二等辺三角形だから，∠FDO＝45°
△DFE は，DF＝FE＝4，∠DFE＝90°の直角二等辺三角形だから，∠FDE＝45°
∠EDO＝∠FDO＋∠FDE＝90°より，△AOB が時計まわりに回転移動した角度は 90°だから，おうぎ形の中心角は∠ADA'＝∠BDB'＝90°
△DAC，△DBC において，三平方の定理より，
$DA^2=DC^2+CA^2=(4-2)^2+(4-2)^2=8$ より，$DA=2\sqrt{2}$cm
$DB^2=DC^2+CB^2=(4-2)^2+\{4-(-2)\}^2=40$ より，$DB=2\sqrt{10}$cm
したがって，
$S=\pi\times(2\sqrt{10})^2\times\frac{90}{360}-\pi\times(2\sqrt{2})^2\times\frac{90}{360}+\frac{1}{2}\times4\times2=10\pi-2\pi+4=8\pi+4$(cm^2)

【問 21】

右の図の放物線は，関数 $y=2x^2$ のグラフである。3 点 A，B，C は放物線上の点であり，その座標はそれぞれ (1，2)，(2，8)，(−2，8) である。また，点 P は x 軸上を，点 Q は放物線上をそれぞれ動く点であり，2 点 P，Q の x 座標はどちらも正の数である。原点を O として，各問いに答えよ。

（奈良県 2020 年度）



問１　2 点 A，C を通る直線の式を求めよ。

問２　関数 $y=2x^2$ について，次の**ア**～**エ**のうち，変化の割合が最も大きくなるものを 1 つ選び，その記号を書け。また，そのときの変化の割合を求めよ。

ア　x の値が 1 から 2 まで増加するとき

イ　x の値が−2 から 0 まで増加するとき

ウ　x の値が 0 から 2 まで増加するとき

エ　x の値が−2 から 2 まで増加するとき

問３　∠OPA＝45° となるとき，△OPA を，x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率は π とする。

問４　四角形 APQC が平行四辺形となるとき，点 P の x 座標を求めよ。

解答欄

問１		
問２	記号	変化の割合
問３		
問４		

解答

問１ $y=-2x+4$

問２

記号**ア**

変化の割合６

問３ 4π

問４ $3+\sqrt{3}$

解説

問３

A から x 軸に垂線 AH を下ろすと，$\angle OPA=45°$ であることから，$\triangle AHP$ は直角二等辺三角形である(**図３**)。よって，HP＝AH＝(A の y 座標)＝2 である。また，OH＝(A の x 座標)＝1 である。回転体は底面が等しい円錐２つをあわせた形(**図４**)をしており，

その体積は，$\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times1+\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2=\frac{4}{3}\pi+\frac{8}{3}\pi=4\pi$

図３

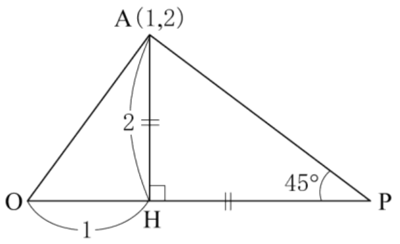
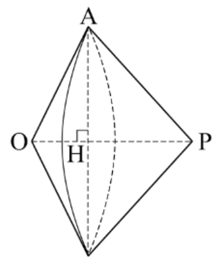


図４

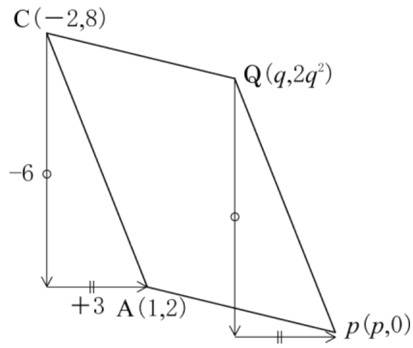


問４

四角形 APQC が平行四辺形であることから, AC//PQ かつ AC＝PQ であることを利用する。P は x 軸上の点であり P$(p,\ 0)$，Q は放物線上の点であり Q$(q,\ 2q^2)$とおける。AC//PQ かつ AC＝PQ であるので，C から A，Q から P の x の増加量は等しく(**図５**)，$p-q=1-(-2)$　$p-q=3$ … ①

また，y の増加量についても等しく，$2-8=0-2q^2$　$q=\pm\sqrt{3}$　$q>0$ より $q=\sqrt{3}$　①に代入して $p=3+\sqrt{3}$

図５



【問 22】

図１のように，関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ … ① のグラフ上に点 A (4，−4) があり，x 軸上に点 P がある。また，点 B (−2，−4) がある。

次の問１～問４に答えなさい。

（和歌山県 2020 年度）

図１

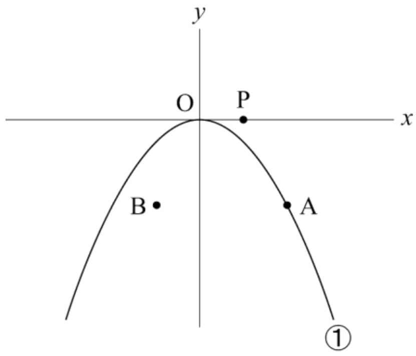


図２

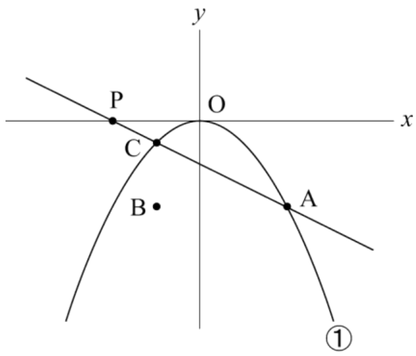
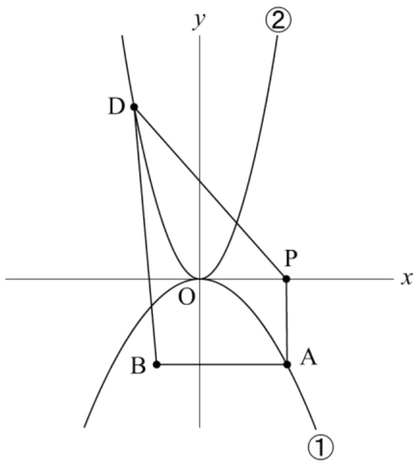


図３



問１　関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が $-6 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

問２　△PAB が二等辺三角形となる P はいくつあるか，求めなさい。

問３　図２のように，①のグラフと直線 AP が，２点 A，C で交わっている。C の x 座標が −２ のとき，P の座標を求めなさい。

問４　図３のように，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ …②のグラフ上に，x 座標が −3 である点 D がある。P の x 座標が 4 のとき，四角形 PABD の面積が 50 となるような a の値を求めなさい。

解答欄

問１	
問２	個
問３	P (，)
問４	$a=$

解答

問１ $-9 \leqq y \leqq 0$

問２ ５　(個)

問３ P $(-4,\ 0)$

問４ $a=\dfrac{8}{9}$

解説

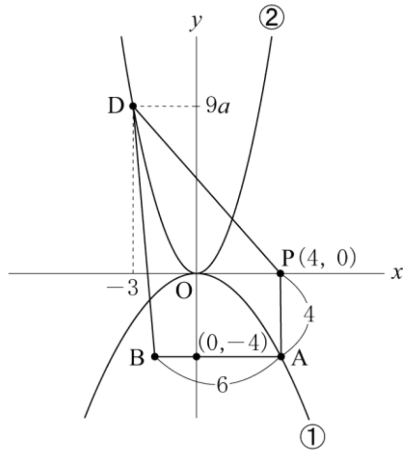
問１

$x=0$ のとき，最大値 $y=0$ をとり，
$x=-6$ のとき，最小値 $y=-9$
よって，$-9 \leqq y \leqq 0$

問２

P の x 座標が負で，BP＝BA のとき，
P の x 座標が負で，AP＝AB のとき，
P の x 座標が正で，PA＝PB のとき，
P の x 座標が正で，BP＝BA のとき，
P の x 座標が正で，AP＝AB のときの５個

問３



$\mathrm{A}\left(4,\ -4\right)$，$\mathrm{C}\left(-2,\ -1\right)$を通る直線は，傾き$\dfrac{-1-(-4)}{-2-4}=-\dfrac{1}{2}$

よって，$y=-\dfrac{1}{2}x+b$ に $\mathrm{A}\left(4,\ -4\right)$を代入して，$-4=-\dfrac{1}{2}\times 4+b$ より，

$b=-2$

ゆえに，$y=-\dfrac{1}{2}x-2$ に $y=0$ を代入して，$x=-4$，$\mathrm{P}(-4,\ 0)$

問４

$\mathrm{D}(-3,\ 9a)$であり，
(四角形 PABD の面積)＝(△ABD の面積)＋(△ADP の面積)であるので，

$50=\dfrac{1}{2}\times 6\times(9a+4)+\dfrac{1}{2}\times 4\times 7$

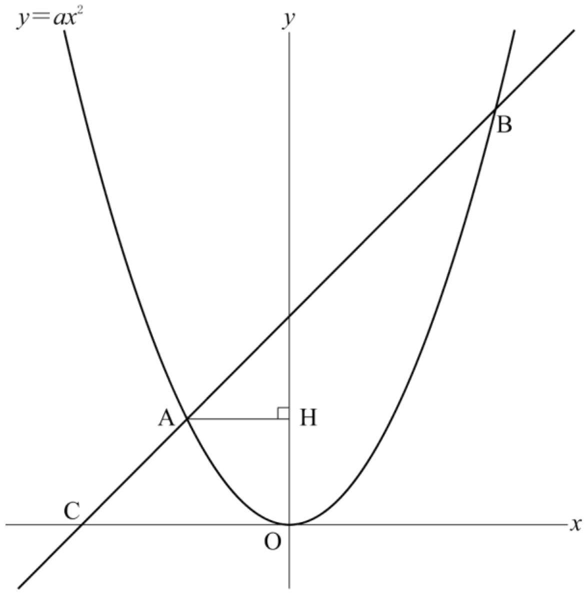
$50=27a+12+14$

$a=\dfrac{8}{9}$

【問 23】

次の図のように，x の値が－２から４まで増加するときの変化の割合が１である関数 $y=ax^2$ について，グラフ上に２点 A，B があり，点 A の x 座標は－2，点 B の x 座標は４である。また，直線 AB と x 軸との交点を C とする。**問１**，**問２**は指示に従って答えなさい。**問３**，**問４**は $\boxed{}$ に適当な数を書きなさい。

（岡山県　2020 年度　一般）



問１　変化の割合が正になるのは，**ア**～**エ**のうちではどれですか。当てはまるものをすべて答えなさい。

ア　関数 $y=2x$ で，x の値が０から４まで増加するとき。

イ　関数 $y=-3x+4$ で，x の値が１から３まで増加するとき。

ウ　関数 $y=\dfrac{6}{x}$ で，x の値が３から６まで増加するとき。

エ　関数 $y=-x^2$ で，x の値が－３から１まで増加するとき。

問２　a の値は，次のように求めることができる。$\boxed{(1)}$ には適当な式を書きなさい。また，$\boxed{(2)}$ には a の値を求めなさい。ただし，$\boxed{(2)}$ は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

関数 $y=ax^2$ について，
$x=-2$ のとき，$y=4a$ である。
また，$x=4$ のとき，$y=$ $\boxed{(1)}$ である。
よって，変化の割合について，

$\boxed{(2)}$

問３　点 C の座標は ($\boxed{}$ ，0) である。

問４　点 A から y 軸にひいた垂線と y 軸との交点を H とする。台形 OHAC を，直線 OH を回転の軸として１回転させてできる立体の体積は $\boxed{(1)}$ cm^3 であり，表面積は $\boxed{(2)}$ cm^2 である。ただし，原点 O から点 (1，0) までの距離，原点 O から点 (0，1) までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

解答欄

問１		
問２	(1)	
	(2)	
問３		
問４	(1)	cm^3
	(2)	cm^2

解答

問１ア　エ

問２

⑴ $16a$

⑵

$\dfrac{16a-4a}{4-(-2)}=1$　が成り立つ。

$\dfrac{12a}{6}=1$

$2a=1$

よって，$a=\dfrac{1}{2}$　である。

問３ -4

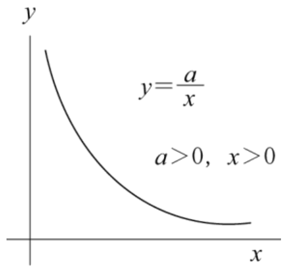
問４

⑴ $\dfrac{56}{3}\pi$　(cm^3)

⑵ $(20+12\sqrt{2})\pi$　(cm^2)

解説

問１



ア…(変化の割合)＝$2>0$ (○)

イ…(変化の割合)＝$-3<0$ (×)

ウ…右のグラフより，$x>0$ の範囲で x が増加するとき，y の値は減少するから，(変化の割合)<0 (×)

エ…(変化の割合)＝$-\dfrac{-1^2-\{-(-3)^2\}}{1-(-3)}=-\dfrac{8}{4}=2>0$ (○)

問２

⑵

（例）　グラフは A$(-2,\ 4a)$，B$(4,\ 16a)$を通るから，

(変化の割合)＝$\dfrac{16a-4a}{4-(-2)}=\dfrac{12}{6}a=2a$

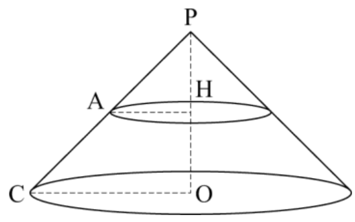
変化の割合は 1 だから，$2a=1$ より，$a=\dfrac{1}{2}$

問３

問２より，A$(-2,\ 2)$，B$(4,\ 8)$ であることがわかる。よって，直線 AB の式は $y=x+4$

この式に $y=0$ を代入して，$x=-4$

問４



右の図の大きな円錐から小さな円錐を切り離した立体を考えればよい。直線 AB と y 軸の交点を P とすると，P(0, 4) より PO＝4 (cm)　**問３**より AH＝OH＝2 (cm)，CO＝4 (cm)だから，PH : PO＝1 : 2 より，大小の円錐の相似比は 1 : 2　よって，(小さい円錐の体積) : (大きい円錐の体積)＝$1^3 : 2^3$＝1 : 8

(小さい円錐の体積)＝$\mathrm{AH}^2\times\pi\times\mathrm{PH}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{8}{3}\pi$ (cm^3)

(大きい円錐の体積)＝(小さい円錐の体積)×8 だから，

(求める体積)＝(小さい円錐の体積)×$(8-1)=\dfrac{56}{3}\pi$ (cm^3)

次に，表面積について考える。△PCO に関する三平方の定理より，PC＝$4\sqrt{2}$ (cm)

△PAH∽△PCO で，相似比は 1 : 2 だから，PA＝PC÷2＝$4\sqrt{2}\div 2=2\sqrt{2}$ (cm)　よって，

(小さい円錐の側面積)＝$\mathrm{PA}^2\times\pi\times\dfrac{\mathrm{AH}}{\mathrm{PA}}=\mathrm{PA}\times\pi\times\mathrm{AH}=2\sqrt{2}\times\pi\times 2=4\sqrt{2}\pi$ (cm^2)

相似比の 2 乗が面積比だから，

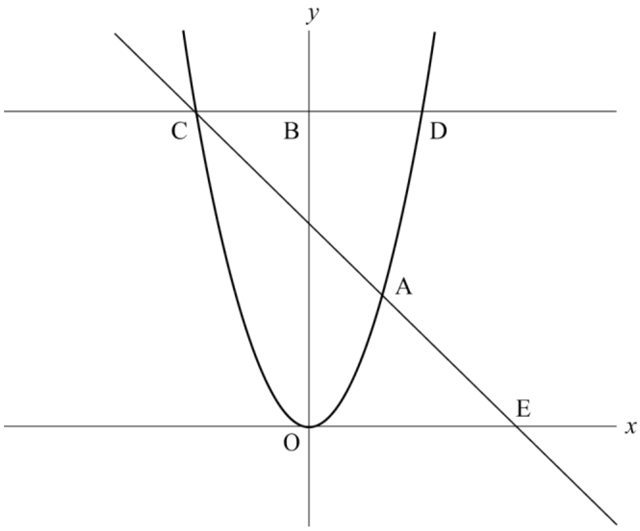
(大きい円錐の側面積)＝2^2×(小さい円錐の側面積)＝$4\times 4\sqrt{2}\pi=16\sqrt{2}\pi$ (cm^2)

(求める表面積)＝(大きい円錐の表面積)－(小さい円錐の側面積)＋(小さい円錐の底面積)

＝$(16\sqrt{2}\pi+16\pi)-4\sqrt{2}\pi+4\pi=(20+12\sqrt{2})\pi$ (cm^2)

【問 24】

下の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 A (2，4)，y 軸上に y 座標が 4 より大きい範囲で動く点 B があります。点 B を通り x 軸に平行な直線と，関数 $y=x^2$ のグラフとの 2 つの交点のうち，x 座標が小さい方を C，大きい方を D とします。また，直線 CA と x 軸との交点を E とします。



次の**問１**・**問２**に答えなさい。

（広島県 2020 年度）

問１　点 E の x 座標が 5 となるとき，△AOE の面積を求めなさい。

問２　CA＝AE となるとき，直線 DE の傾きを求めなさい。

解答欄

問１	
問２	

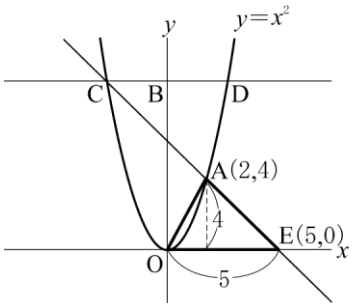
解答

問１ 10

問２ −2

解説

問１



△AOE の底辺を OE とすると，点 E の x 座標が 5 であることから OE＝5，点 A の y 座標が 4 であることから高さは 4 なので，△AOE の面積は $\frac{1}{2}\times5\times4=10$ である。

問２

点 C，A，E が一直線上にあり，CA＝AE であることから，2 点 C，A と 2 点 A，E それぞれの y 座標の差は等しくなる。

2 点 A，E の y 座標の差は $4-0=4$ なので，(点 C の y 座標)$-4=4$ より，(点 C の y 座標)$=8$。

点 C は関数 $y=x^2$ のグラフ上にあるので，式に $y=8$ を代入すると，$8=x^2$　$x=\pm2\sqrt{2}$　となり，点 C の座標はそれぞれ C$(-2\sqrt{2},\ 8)$，D$(2\sqrt{2},\ 8)$であることがわかる。

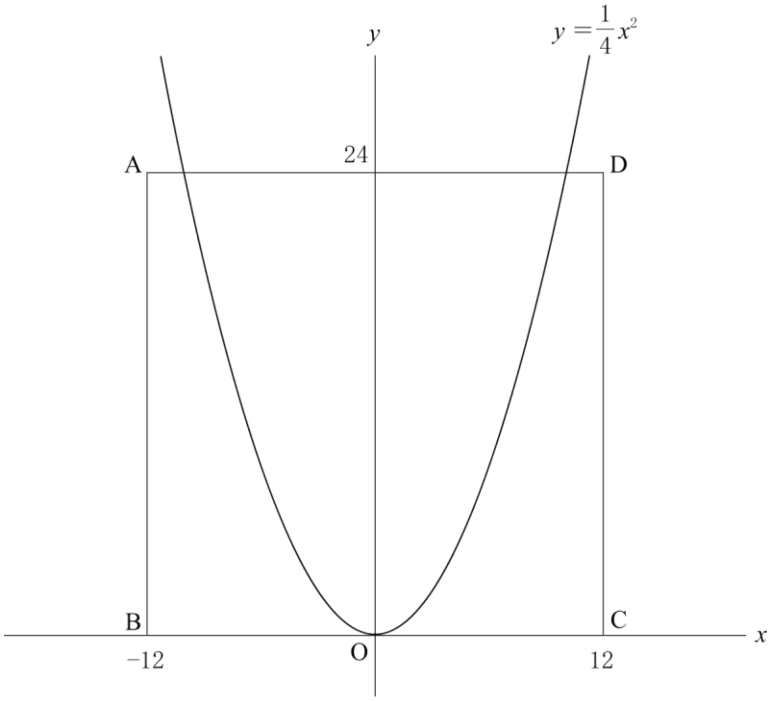
同様に，2 点 C，A と 2 点 A，E それぞれの x 座標の差も等しくなることから，2 点 C，A の x 座標の差は $2-(-2\sqrt{2})=2+2\sqrt{2}$ なので，(点 E の x 座標)$-2=2+2\sqrt{2}$ より，(点 E の x 座標)$=4+2\sqrt{2}$

点 E は x 軸上にあるので，その座標は E$(4+2\sqrt{2},\ 0)$である。

よって，直線 DE の傾きは，$\dfrac{0-8}{(4+2\sqrt{2})-2\sqrt{2}}=-2$ である。

【問 25】

関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ グラフについて，次の**問１**，**問２**に答えなさい。



（山口県 2020 年度）

問１　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，y 座標が 5 である点は２つある。この２つの点の座標をそれぞれ求めなさい。

問２　下の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフと正方形 ABCD がある。2 点 A，D の y 座標はいずれも 24 であり，2 点 B，C は x 軸上の点で，x 座標はそれぞれ－12，12 である。

関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にある点のうち，正方形 ABCD の内部および辺上にあり，x 座標，y 座標がともに整数である点の個数を求めなさい。

解答欄

問１	（　　　　，　5　）
	（　　　　，　5　）
問２	個

解答

問１

$(2\sqrt{5},\ 5)$, $(-2\sqrt{5},\ 5)$

問２９　個

解説

問２

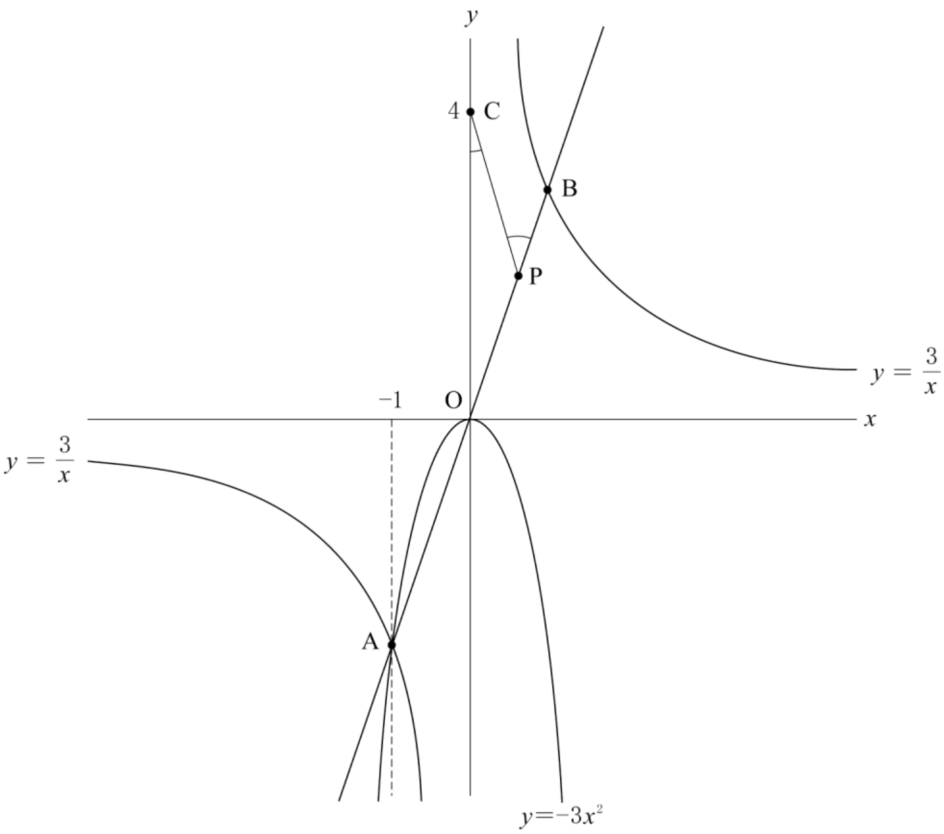
$(0,\ 0)$, $(2,\ 1)$, $(4,\ 4)$, $(6,\ 9)$, $(8,\ 16)$, $(-2,\ 1)$, $(-4,\ 4)$, $(-6,\ 9)$, $(-8,\ 16)$ の９個

【問 26】

下の図のように，２つの関数 $y=-3x^2$ と $y=\dfrac{3}{x}$ のグラフが，x 座標が－１である点 A で交わっている。直線 OA と，関数 $y=\dfrac{3}{x}$ のグラフとの交点のうち，点 A と異なる点を B とする。また，点 C の座標は(0，4) であり，点 P は線分 OB 上の点である。

問１～問４に答えなさい。

（徳島県 2020 年度）



問１　点 A の y 座標を求めなさい。

問２　関数 $y=-3x^2$ について，x の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のときの y の変域を求めなさい。

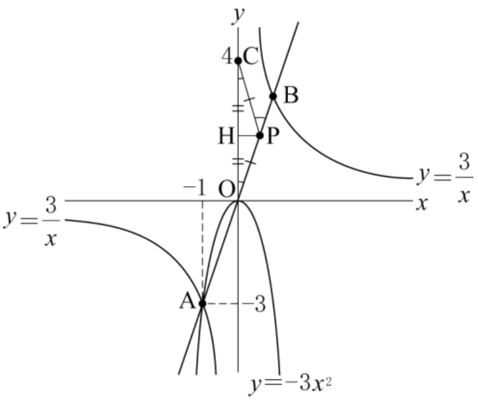
問３　点 P が線分 OB の中点のとき，２点 C，P を通る直線の式を求めなさい。

問４　∠BPC＝2∠OCP のとき，点 P の座標を求めなさい。

解答欄

問１	
問２	
問３	
問４	P(,)

解答
問１ －3
問２ $-12 \leqq y \leqq 0$
問３ $y=-5x+4$
問４ $\mathrm{P}\left(\dfrac{2}{3},\ 2\right)$
解説
問３
問１より A$(-1,\ -3)$だから，直線 OA の傾きは $\dfrac{0-(-3)}{0-(-1)}=3$，切片は 0 なので，式は $y=3x$ である。また，２点 A，B は，O について対称な点なので，点 B の座標は$(1,\ 3)$
点 P は線分 OB の中点なので，点 P の座標は$\left(\dfrac{0+1}{2},\ \dfrac{0+3}{2}\right)$ すなわち，$\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$
よって，２点 C，P を通る直線は，切片が 4 であり，P$\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$を通る直線だから，
$y=ax+4$ に$(x,\ y)=\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{2}\right)$を代入すると，$a=-5$　よって，求める直線の式は，$y=-5x+4$
問４
△OCP において外角の性質により，∠BPC＝∠OCP＋∠COP
また，仮定より∠BPC＝2∠OCP だから，∠OCP＝∠COP であることがわかる。よって，２つの角が等しいので，△OCP は CP＝OP の二等辺三角形である。
頂点 P から辺 CO に垂線 PH をおろすと，△PCH≡△POH となるから，CH＝OH である。すなわち，点 H は線分 CO の中点だから，点 H の座標は$\left(\dfrac{0+0}{2},\ \dfrac{0+4}{2}\right)$ すなわち，H$(0,\ 2)$ 点 P は直線 OA（関数 $y=3x$ のグラフ）上で，点 P の y 座標は点 H の y 座標と等しいので，$y=3x$ に $y=2$ を代入すると，$x=\dfrac{2}{3}$となり，点 P の座標は$\left(\dfrac{2}{3},\ 2\right)$である。



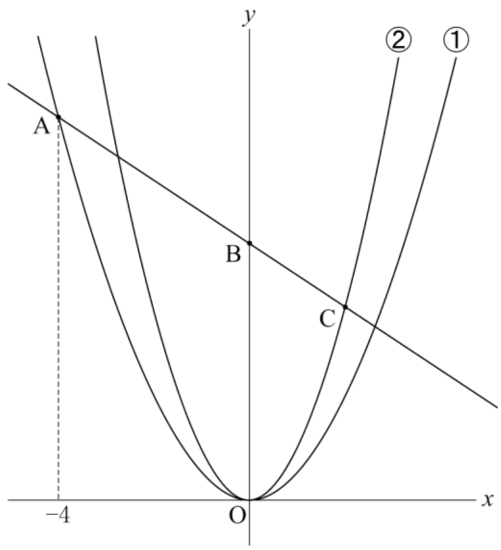
【問 27】

右の図で，点 O は原点であり，放物線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフで，放物線②は関数 $y=x^2$ のグラフである。

点 A は放物線①上の点で，その x 座標は-4 である。点 B は y 軸上の点で，その y 座標は正の数である。また，直線 AB をひき，放物線②との交点のうち，x 座標が正の数である点を C とする。

これについて，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

（香川県 2020 年度）



(1) 関数 $y=x^2$ について，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(2) AB : BC＝2 : 1 であるとき，直線 AB の式を求めよ。

解答欄

(1)	
(2)	$y=$

解答

(1) 5

(2) $y=-\frac{2}{3}x+\frac{16}{3}$

解説

(2)

AB : BC＝2 : 1 より，C の x 座標は $\{0-(-4)\}\div 2=2$　C は②の上の点だから，y 座標は $2^2=4$

つまり C(2，4)である。A の y 座標は $\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$ より，直線 AB は A(−4，8)，C(2，4)を通るから，

求める式は $y=\frac{4-8}{2-(-4)}x+b=-\frac{2}{3}x+b$ と表される。これに C の座標の値を代入して，$b=\frac{16}{3}$

よって求める式は，$y=-\frac{2}{3}x+\frac{16}{3}$

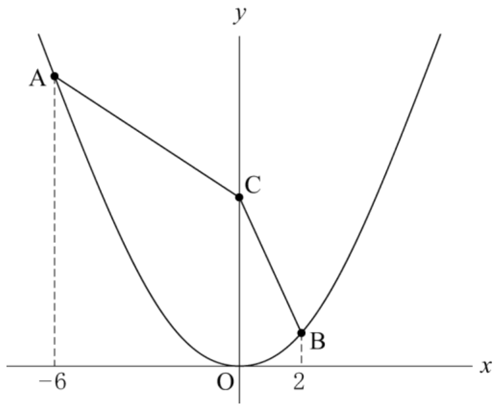
【問 28】

下の図は，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフで，点 A，B はこのグラフ上の点であり，点 A，B の x 座標はそれぞれ -6，2 である。y 軸上に点 C をとり，点 A と点 C，点 B と点 C をそれぞれ結ぶ。このとき，次の**問 1**～**問 3** に答えなさい。

（高知県 A 2020 年度）

問 1　点 A の座標を求めよ。

問 2　線分 AC と線分 BC の長さの和 AC＋CB を考える。
AC＋CB が最小となる点 C の座標を求めよ。



問 3　2 点 A，B から y 軸へそれぞれ垂線をひき，y 軸との交点をそれぞれ D，E とする。ただし，点 C は線分 DE 上の点とする。
三角形 ACD と三角形 CEB について，y 軸を軸として 1 回転させたときにできる立体の体積をそれぞれ考える。三角形 ACD を 1 回転させてできる立体の体積が，三角形 CEB を 1 回転させてできる立体の体積の 7 倍となるときの線分 CE の長さを求めよ。

解答欄

問 1	(　　　　,　　　　)
問 2	(　　　　,　　　　)
問 3	

解答

問１$(-6,\ 9)$

問２$(0,\ 3)$

問３$\dfrac{9}{2}$

解説

問３

CE＝x とする。点 A$(-6,\ 9)$，点 B$(2,\ 1)$より，DE＝$9-1=8$ だから CD＝$8-x$ である。△ACD を 1 回転させてできる立体の体積は$\dfrac{1}{3}\times\pi\times6^2\times(8-x)=12\pi(8-x)$，△CEB を 1 回転させてできる立体の体積は$\dfrac{1}{3}\times\pi\times2^2\times x=\dfrac{4}{3}\pi x$ である。$12\pi(8-x)=7\times\dfrac{4}{3}\pi x$　$12(8-x)=\dfrac{28}{3}x$　$8-x=\dfrac{7}{9}x$　$\dfrac{16}{9}x=8$

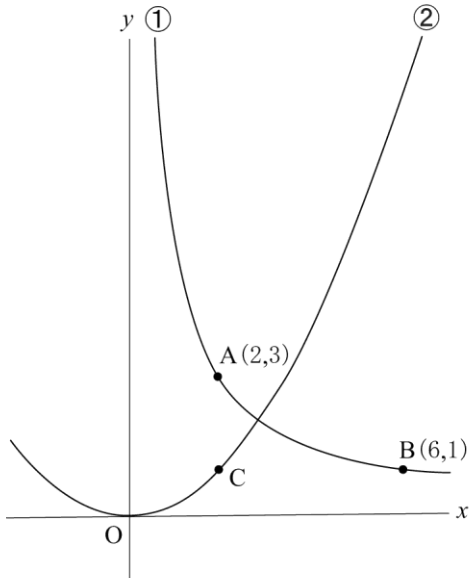
$x=\dfrac{9}{2}$

【問 29】

　下の図のように，関数 $y=\dfrac{a}{x}$ …① のグラフ，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ …② のグラフ，３点 A，B，C がある。点 A の座標は (2，3)，点 B の座標は (6，1)，点 C の x 座標は２であり，関数①のグラフは２点 A，B を，関数②のグラフは点 C を通る。

　このとき，下の**問１**～**問６**に答えなさい。

（佐賀県 2020 年度 一般）



問１　a の値を求めなさい。

問２　点 C の y 座標を求めなさい。

問３　△ABC の面積を求めなさい。

問４　２点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

問５　点 P が関数②のグラフ上を動くものとする。△ABC と△ACP の面積が等しくなるとき，点 P の座標を２つ求めなさい。

問６　点 Q を x 軸上にとり，△ABQ が辺 AB を底辺とする二等辺三角形になるとき，点 Q の座標を求めなさい。

解答欄

問１	$a=$
問２	
問３	
問４	
問５	(　　,　　)
	(　　,　　)
問６	(　　,　　)

解答
問１ $a=6$
問２ 1
問３ 4
問４ $y=-\frac{1}{2}x+4$
問５
$(-2,\ 1)$
$(6,\ 9)$
問６ $(3,\ 0)$
解説
問５
点 P の x 座標を p とする。点 A，C の x 座標はともに 2 だから，△ACP の底辺を AC として考える。点 C の y 座標は 1 だから，△ACP の面積は $p>2$ のときは $\frac{1}{2}\times(3-1)\times(p-2)=p-2$ となり，$p<2$ のときは $\frac{1}{2}\times(3-1)\times(2-p)=2-p$ となる。△ABC の面積は 4 だから，△ABC＝△ACP となるときの p の値は，$p>2$ のときは $p-2=4$ より $p=6$，$p<2$ のときは $2-p=4$ より $p=-2$
よって，点 P の座標は$(-2,\ 1)$，$(6,\ 9)$
問６
△ABQ が辺 AB を底辺とする二等辺三角形になるから AQ＝BQ である。点 Q の x 座標を q とする。
三平方の定理より，$AQ=\sqrt{(q-2)^2+3^2}$，$BQ=\sqrt{(6-q)^2+1^2}$であるから，$\sqrt{(q-2)^2+3^2}=\sqrt{(6-q)^2+1^2}$
$(q-2)^2+3^2=(6-q)^2+1^2$　$q^2-4q+4+9=q^2-12q+36+1$　$8q=24$　$q=3$
よって，点 Q の座標は$(3,\ 0)$

【問 30】

図１，**図２**のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に２点 A，B があり，x 座標はそれぞれ 2，－1 である。また，点 A から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点を C とする。原点を O として，次の問いに答えなさい。

（長崎県 2020 年度）

問１　点 B の y 座標を求めよ。

問２　関数 $y=x^2$ について，x の値が－1 から２まで増加するときの変化の割合を求めよ。

問３　△ABC の面積を求めよ。

問４　**図２**のように，線分 AB 上に点 P，線分 AC 上に点 Q をそれぞれ AP＝AQ となるようにとる。△APQ の面積が $\sqrt{2}$ となるとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1)　AP＝AQ＝t として，t の値を求めよ。ただし，t＞0 とする。

(2)　点 P の x 座標を求めよ。

図１

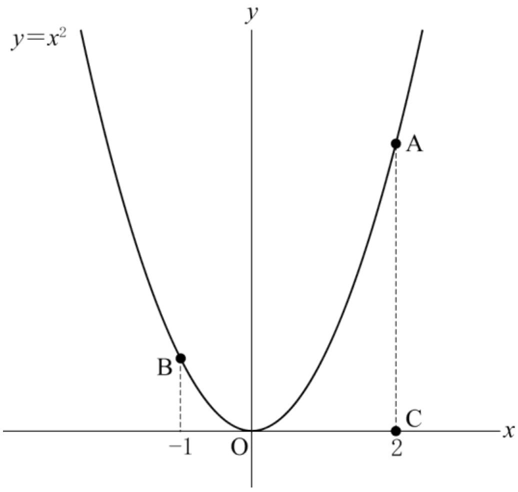
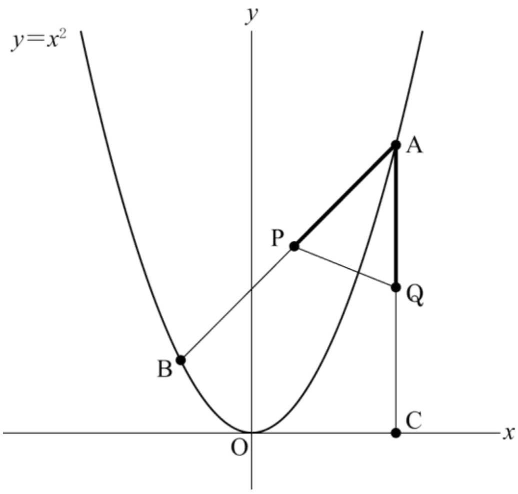


図２



解答欄

問１		
問２		
問３		
問４	(1)	t＝
	(2)	

解答

問１1

問２1

問３6

問４

(1) $t=2$

(2) $2-\sqrt{2}$

解説

問２

点 A(2，4)，点 B(−1，1)であり，(変化の割合)$=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{4-1}{2-(-1)}=1$

問３

長さが 4 である AC を底辺とすると，高さは(点 A の x 座標)−(点 B の x 座標)＝3 であり，$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 3=6$

問４

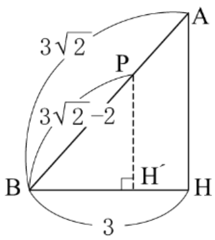
(1)

2 点間の距離の公式より，$AB=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(4-1)^2}=3\sqrt{2}$である。ここで線分比と面積比の関係性を利用すると，$\triangle ABQ=\dfrac{AQ}{AC}\times\triangle ABC=\dfrac{t}{4}\times\triangle ABC=\dfrac{3}{2}t$ である。

また同様に，$\triangle APQ=\dfrac{AP}{AB}\times\triangle ABQ=\dfrac{t}{3\sqrt{2}}\times\triangle ABQ=\dfrac{t^2}{2\sqrt{2}}$である。

この面積が$\sqrt{2}$となればよいので，$\dfrac{t^2}{2\sqrt{2}}=\sqrt{2}$　$t>0$ より，$t=2$

図３

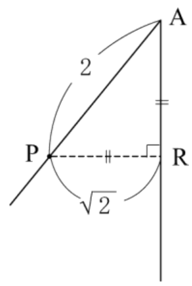


(2)

点 B から AC に垂線 BH を下ろし，点 P から BH に垂線 PH´を下ろす(図３)。$PB=3\sqrt{2}-2$，△AHB∽△PH´B より，対応する辺の比は等しいので，AB : PB＝BH : BH´　$3\sqrt{2}:(3\sqrt{2}-2)=3:BH´$　$BH´=3-\sqrt{2}$ であり，点 B の x 座標が−1 であることを考えると，(点 P の x 座標)$=-1+(3-\sqrt{2})=2-\sqrt{2}$

（(2)の別解）

図４



点 P から AC に垂線 PR を下ろす(図４)。(直線 AB の傾き)$=\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=1$ であることを考えると，点 A から点 P において，(x の増加量)＝(y の増加量)である。つまり，PR＝AR であり，△APR は直角二等辺三角形である。よって，$AP:PR=\sqrt{2}:1$　$PR=\sqrt{2}$である。したがって，(点 P の x 座標)＝(点 A の x 座標)$-PR=2-\sqrt{2}$

【問 31】

図１〜図３のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に３点 A，B，C があり，A，B の x 座標はそれぞれ２，－１で，C は A と y 座標が等しく，x 座標が異なる点である。原点を O として，次の問いに答えなさい。

（長崎県 2020 年度）

問１　直線 AB の式を求めよ。

問２　△ABC の面積を求めよ。

問３　図２，図３のように，関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に y 座標が等しい２点 P，Q をとる。△OPQ が直角二等辺三角形になるとき，次の⑴，⑵に答えよ。ただし，点 P の x 座標は正とする。

⑴　点 P の座標を求めよ。

⑵　図３のように，点 C を通り，直線 AQ と平行な直線と y 軸との交点を D とする。また，x 軸上に，x 座標が正である点 R をとる。四角形 ACQP の面積と四角形 ADQR の面積が等しくなるとき，点 R の x 座標を求めよ。

図１

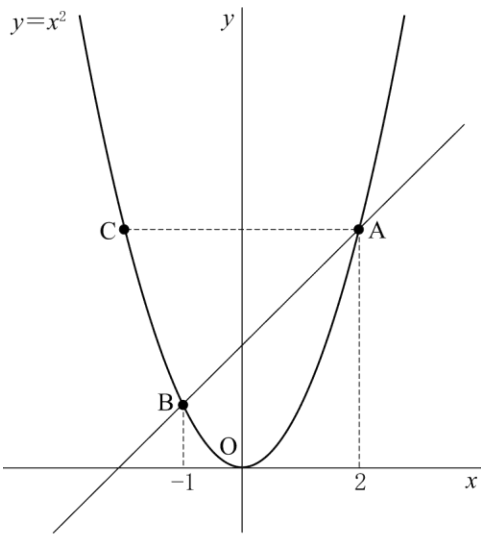


図２

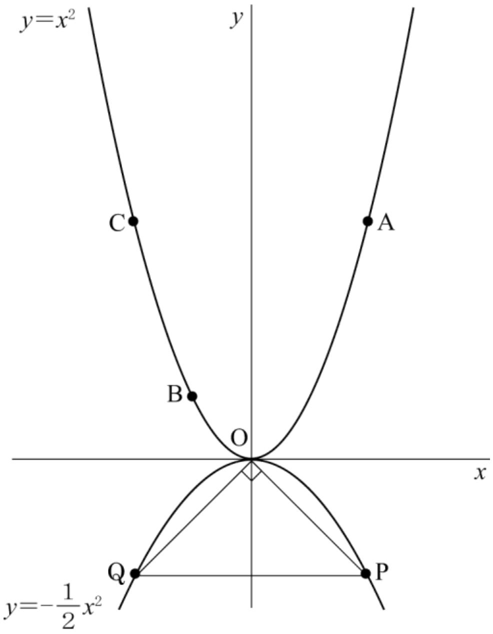
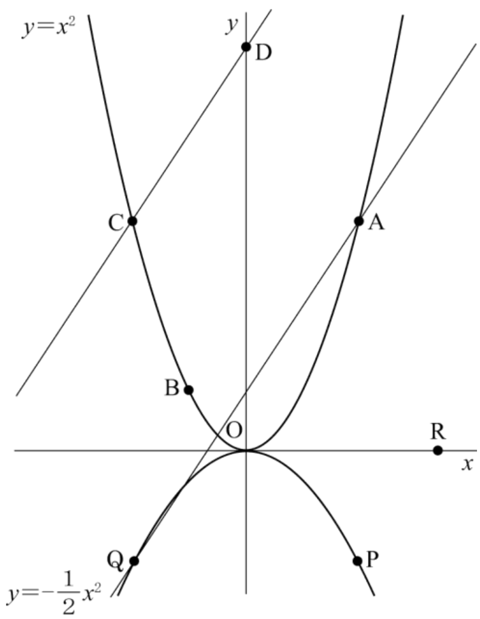


図３



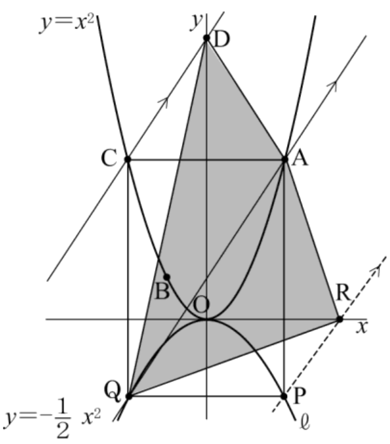
解答欄

問１	$y=$	
問２		
問３	(1)	P（　　　，　　　）
	(2)	

解答
問１ $y=x+2$
問２ 6
問３
(1) P(2，−2)
(2) $\frac{10}{3}$

解説
問１
A(2，4)，B(−1，1)であり，その２点を通る直線を求める。
問２
A(2，4)で，$y=ax^2$ のグラフの対称性を考えると，C(−2，4)である。ここで△ABC について AC を底辺としたときの高さは(点 A または点 C の y 座標)−(点 B の y 座標)＝3 であり，△ABC$=\frac{1}{2}\times4\times3=6$
問３
(1)
PQ と y 軸の交点を M とすると，△OPQ が直角二等辺三角形であるので OM＝MP である。ここで，点 P の座標を t とおくと，$\mathrm{P}\left(t,\ -\frac{1}{2}t^2\right)$と表すことができる。OM＝MP より，

$t=\frac{1}{2}t^2$　$t(t-2)=0$　$t>0$ より，$t=2$ となり，P(2，−2)
(2)
点 P との対称性を考えると，Q(−2，−2)で A(2，4)であり，直線 AQ の式は $y=\frac{3}{2}x+1$ である。(四角形 ACQP)＝△AQC＋△AQP，(四角形 ADQR)＝△AQD＋△AQR と考える。ここで AQ//CD であるから，△AQC＝△AQD である。したがって，(四角形 ACQP)＝(四角形 ADQR)となるためには，△AQP＝△AQR となればよいことになる。このような点 R は，P を通り AQ に平行な直線ℓ と x 軸の交点である。
よって，直線ℓ は傾き$\frac{3}{2}$で P(2，−2)を通るので，直線ℓ の式は $y=\frac{3}{2}x-5$ である。
点 R は x 軸上にあるので，この式に $y=0$ を代入すると，点 R の x 座標は$\frac{10}{3}$となる。

図４


【問 32】

右の図のように，2 つの関数

$y=ax^2$(a は定数)…①

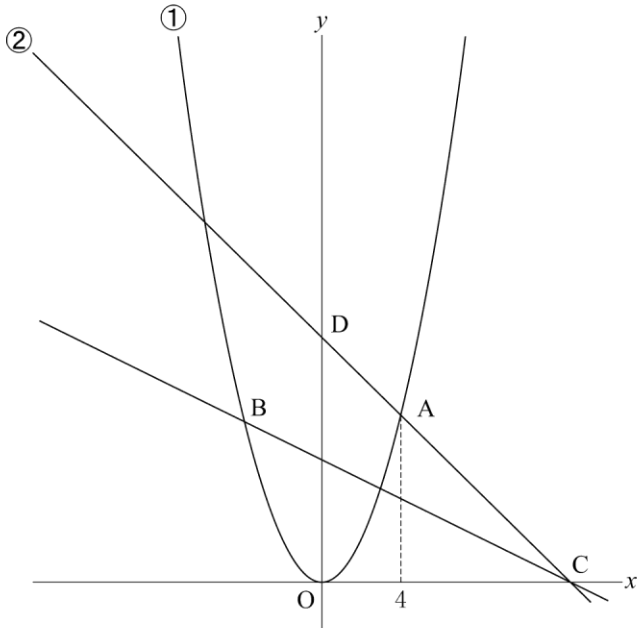
$y=-x+12$…②

のグラフがある。

点 A は関数①，②のグラフの交点で，A の x 座標は 4 であり，点 B は，y 軸について A と対称な点である。また，点 O は原点，点 C は関数②のグラフと x 軸との交点，点 D は関数②のグラフと y 軸との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2020 年度）



問１　点 C の x 座標を求めなさい。

問２　a の値を求めなさい。

問３　直線 BC の式を求めなさい。

問４　線分 BC 上に 2 点 B，C とは異なる点 P をとる。△POC と△PCD の面積の和が 80 となるときの P の座標を求めなさい。

解答欄

問１	
問２	$a=$
問３	$y=$
問４	(　　　,　　　)

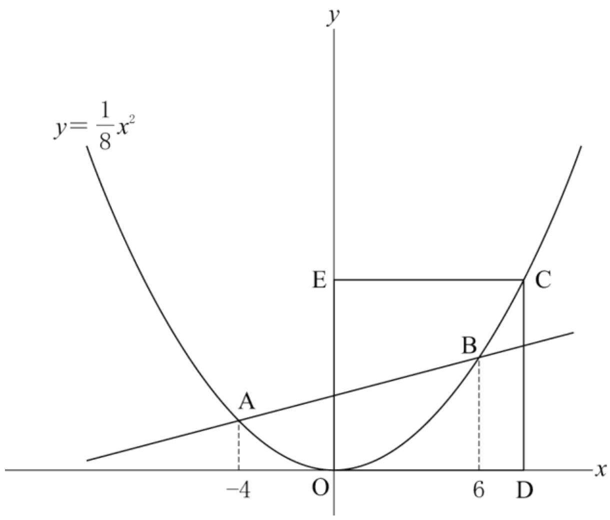
解答
問１12
問２$a=\frac{1}{2}$
問３$y=-\frac{1}{2}x+6$
問４$\left(-\frac{4}{3},\ \frac{20}{3}\right)$
解説
問１
$y=-x+12$ において，$y=0$ を代入すると，$x=12$
問２
$y=-x+12$ において，$x=4$ を代入すると，$y=8$　よって A$(4,\ 8)$
$y=a\,x^2$ に A$(4,\ 8)$を代入すると，$8=a\times4^2$ となり，$a=\frac{1}{2}$
問３
B$(-4,\ 8)$と C$(12,\ 0)$を通ることから，$y=-\frac{1}{2}x+6$
問４
△OCD の面積は$\frac{1}{2}\times12\times12=72$ で 80 より小さいから，点 P の x 座標は負でなければならない。
P の x 座標を t $(t<0)$とおくと，
80＝（△POC の面積）＋（△PCD の面積）＝（△OCD の面積）＋（△ODP の面積）
$80=72+\frac{1}{2}\times12\times(-t)$
$6t=-8$
$t=-\frac{4}{3}$
これは $t<0$ に適している。
ゆえに P$\left(-\frac{4}{3},\ \frac{20}{3}\right)$

【問 33】

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{8}x^2$ のグラフ上に３点 A，B，C がある。A の x 座標は－4，B の x 座標は 6 である。また，C の x 座標は正であり，C から x 軸，y 軸にひいた垂線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ D，E とすると，原点 O と３点 D，C，E を頂点とする四角形 ODCE は正方形である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2020 年度）



問１　直線 AB の式を求めなさい。

問２　美咲（みさき）さんは，直線 AB が正方形 ODCE の面積を２等分することを，次のように説明した。 ア ， イ に当てはまる座標を入れて，説明を完成しなさい。

〔説明〕

正方形は，4 つの辺の長さが等しく，4 つの角が直角である四角形だから，点 C の座標は ア である。また，正方形は点対称な図形であり，対称の中心の座標は イ である。直線 AB は，
イ を通る直線だから，正方形を合同な２つの図形に分けている。よって，直線 AB は正方形 ODCE の面積を２等分する。

問３　線分 AB 上に２点 A，B とは異なる点 P をとる。△OPA の面積が△PCE の面積と等しくなるときの P の座標を求めなさい。

解答欄

問１	$y=$	
問２	ア	（　　　，　　　）
	イ	（　　　，　　　）
問３	（　　　，　　　）	

解答

問１$y=\frac{1}{4}x+3$

問２

ア(8，8)

イ(4，4)

問３$\left(\frac{28}{5},\ \frac{22}{5}\right)$

解説

問１

A$(-4,\ 2)$，B$\left(6,\ \frac{9}{2}\right)$を通るので，直線 $y=\frac{1}{4}x+3$ で表される。

問３

直線 AB と x 軸との交点を F とおくと，

$y=\frac{1}{4}x+3$ に $y=0$ を代入して $x=-12$，F$(-12,\ 0)$とわかる。

P$\left(t,\ \frac{1}{4}t+3\right)$とおくと，

（△OPA の面積）＝（△OPF の面積）－（△OAF の面積）

$=\frac{1}{2}\times12\times\left(\frac{1}{4}t+3\right)-\frac{1}{2}\times12\times2=\frac{3}{2}t+6$

（△PCE の面積）$=\frac{1}{2}\times8\times\left\{8-\left(\frac{1}{4}t+3\right)\right\}=-t+20$

ゆえに，$\frac{3}{2}t+6=-t+20$ となればよい。$t=\frac{28}{5}$

P$\left(\frac{28}{5},\ \frac{22}{5}\right)$

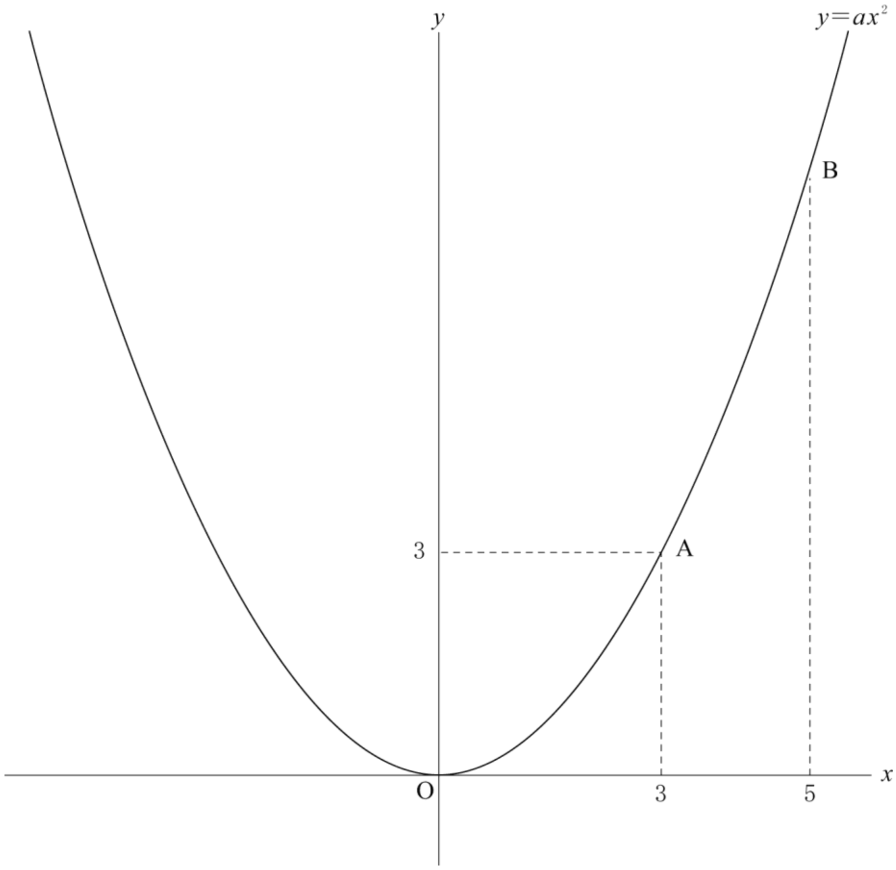
【問 34】

下の**図１**のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に２点 A，B があり，点 A の座標は (3，3)，点 B の x 座標は５である。

次の**問１**～**問３**に答えなさい。

（大分県 2020 年度）

図１

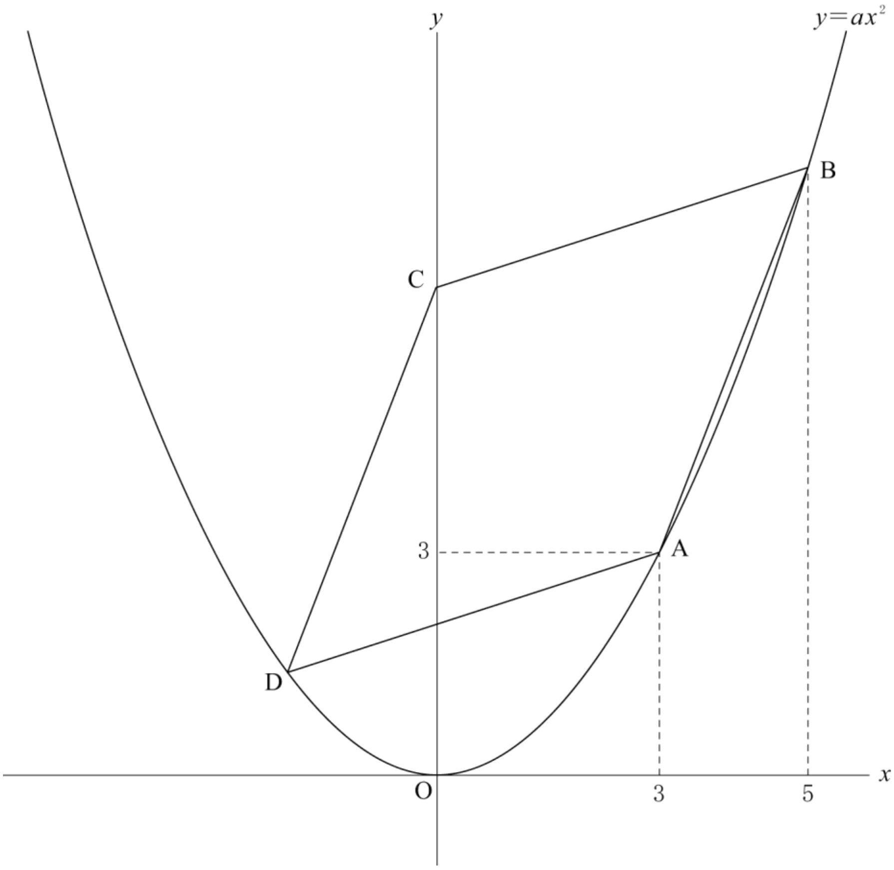


問１　a の値を求めなさい。

問２　関数 $y=ax^2$ について，x の値が３から５まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問３　下の**図２**のように，四角形 ABCD が平行四辺形となるように，y 軸上に点 C，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に x 座標が負となる点 D をとる。
点 C の y 座標を求めなさい。

図２



解答欄

問１	$a=$
問２	
問３	(y 座標)

解答

問１$a=\frac{1}{3}$

問２$\frac{8}{3}$

問３(y 座標)　$\frac{20}{3}$

解説

問１

点 A$(3,\ 3)$は関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあるので，この式に$(x,\ y)=(3,\ 3)$を代入すると，$3=a\times3^2$

よって，$a=\frac{1}{3}$

問２

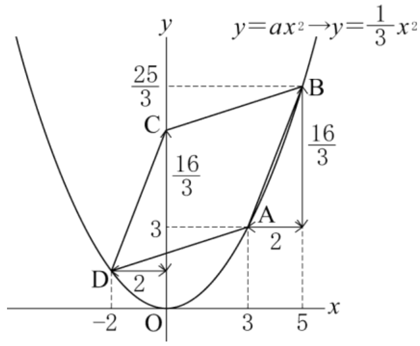
x の値が 3 から 5 まで増加することから，x の増加量は $5-3=2$

また，$x=3$ のとき，$y=3$ であり，$x=5$ のとき，$y=\frac{1}{3}\times5^2=\frac{25}{3}$ だから，

y の増加量は$\frac{25}{3}-3=\frac{16}{3}$

よって，（変化の割合）$=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{16}{3}\div2=\frac{8}{3}$

問３



四角形 ABCD が平行四辺形となる場合，AB//DC，AB＝DC より，点 A から点 B までの x 座標，y 座標それぞれの変化の仕方は，点 D から点 C までと一致する。

A$(3,\ 3)$から B$\left(5,\ \frac{25}{3}\right)$までは x 座標が 2，y 座標が$\frac{16}{3}$増加している。

よって，点 D から点 C までにおいても，x 座標が 2，y 座標が$\frac{16}{3}$増加することになる。

点 C の x 座標が 0 であるので，点 D の x 座標は−2 となる。

点 D は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上にあるので，y 座標は $y=\frac{1}{3}\times(-2)^2$

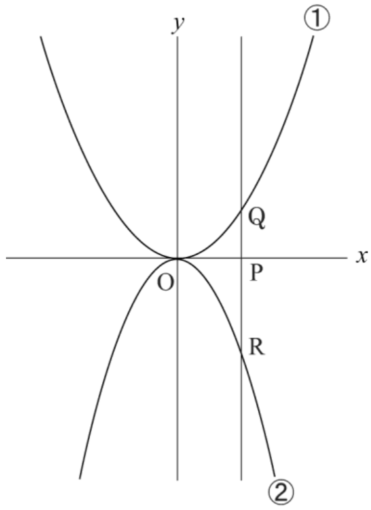
$=\frac{4}{3}$

ゆえに，D$\left(-2,\ \frac{4}{3}\right)$から x 座標が 2，y 座標が$\frac{16}{3}$増加して，C$\left(0,\ \frac{20}{3}\right)$

【問 35】

右の図は，２つの関数 $y=\frac{1}{2}x^2$…①と $y=-x^2$…②のグラフである。点Pは x 軸上を動き，点Pの x 座標を t とする。ただし，$t>0$ とする。図のように，点Pを通り x 軸に垂直な直線が関数①のグラフと交わる点をQ，関数②のグラフと交わる点をRとする。また，点Oは原点である。次の**問１**～**問３**に答えなさい。

（鹿児島県 2020 年度）



問１　$t=2$ のとき，点Qの座標を求めよ。

問２　$QR=\frac{27}{8}$ になるとき，t の値を求めよ。

問３　点Rを通り，x 軸に平行な直線が関数②のグラフと交わる点のうち，Rでない点をSとする。△OSRが直角二等辺三角形となるとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1)　点Rの座標を求めよ。

(2)　直線ORと関数①のグラフの交点のうち，Oでない点をTとする。△QTRを直線TRを軸として１回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率は π とし，求め方や計算過程も書くこと。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="2">Q　(　　　　　　,　　　　　　)</td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2">$t=$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問３</td><td>(1)</td><td>R　(　　　　　,　　　　　)</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>〔求め方や計算〕

答</td></tr>
</table>

解答
問１Q(2，2)
問２$(t=)\frac{3}{2}$
問３
(1) R(1，-1)
(2)
〔求め方や計算〕
(1)より，$t=1$ であるから $Q\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$，R(1，$-1$)である。
よって　$QR=\frac{3}{2}$
直線 TR の方程式は，$y=-x$ であるから
直線 TR と関数①のグラフとの交点の x 座標は
$\frac{1}{2}x^2=-x$
$x(x+2)=0$ より　$x=0$，$x=-2$
T の x 座標は　$x=-2$　よって　T(-2，2)
これより　$TR=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$
点 Q から辺 TR へ垂線 QH をひくと
△QHR は　∠HRQ＝45°の直角二等辺三角形となるので
$QH:QR=1:\sqrt{2}$
$QH:\frac{3}{2}=1:\sqrt{2}$　これより　$QH=\frac{3}{2\sqrt{2}}$
求める体積は
$\frac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times TH+\frac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times HR$
$=\frac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times(TH+HR)$
$=\frac{1}{3}\times QH^2\times\pi\times TR$
$=\frac{1}{3}\times\frac{9}{8}\pi\times3\sqrt{2}=\frac{9\sqrt{2}}{8}\pi$
(答)　$\frac{9\sqrt{2}}{8}\pi$
解説
問２
点 P の x 座標 t を用いると，点 Q $\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$，点 $R\left(t\ ,\ -t^2\right)$と表される。ここで，QR の長さは t を用いて，$\frac{1}{2}t^2-\left(-t^2\right)=\frac{3}{2}t^2$と表され，$\frac{3}{2}t^2=\frac{27}{8}$　$t=\pm\frac{3}{2}$となるが，$t>0$ より $t=\frac{3}{2}$
問３
(1)
直線 RS と y 軸の交点を点 A とする。△OSR が直角二等辺三角形であるということは，
∠OPA＝45°，∠OAR＝90°より，△ORA も直角二等辺三角形となる。つまり，OA＝AR が成り立つ。点 $R\left(t\ ,\ -t^2\right)$であり，点 $A\left(0\ ,\ -t^2\right)$である。したがって，$t^2=t$　$t=0$，1 となるが，$t>0$ より $t=1$。よって，点 $R\left(1\ ,\ -1\right)$
(2)
問われている立体は，底面が共通である円錐が２つ合わさった立体である。点 Q から辺 TR へ垂線 QH をひくと，その２つの円錐の高さはそれぞれ TH，RH となる。２つの円錐の体積はそれぞれ，(底面である円の面積)×TH×$\frac{1}{3}$，(底面である円の面積)×RH×$\frac{1}{3}$だから，その和は，(底面である円の面積)×(TH＋RH)×$\frac{1}{3}$と表せる。ここで，TH＋RH＝TR だから，２つの円錐の高さをそれぞれ求めるのではなく，底面積が共通であることを利用して，２つの円錐の高さを合わせた TR を用いて計算するとよい。