

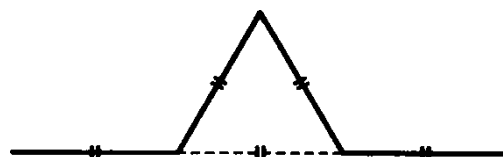
8. 規則性の問題 【2002 年度出題】

【問 1】

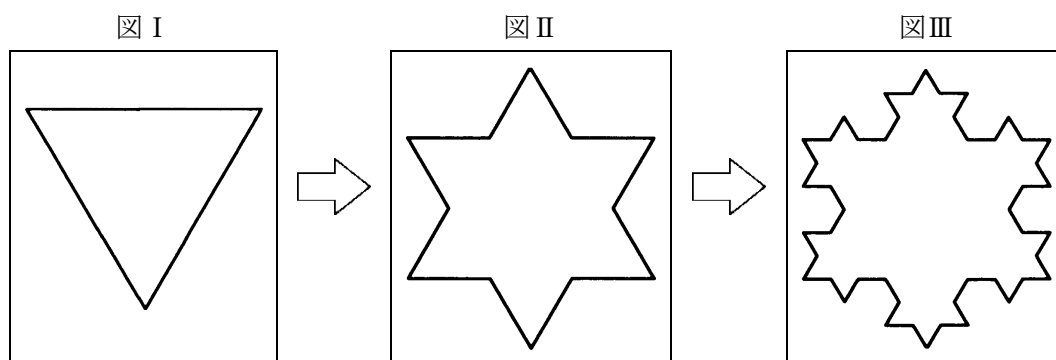
与えられた図形の辺に対して、次の操作を行う。

〔操作〕

右の図のように、辺を3等分した中央部分に正三角形を付け加える。ただし、中央部分の線分は消す。



図Ⅰの正三角形の各辺について、上の操作を行うと図Ⅱのようになる。さらに、この操作を図Ⅱの各辺について行くと図Ⅲのようになる。



次の(1)～(3)に答えなさい。

(青森県 2002 年度)

(1) 図Ⅰの1辺の長さを ℓ cm とするとき、図Ⅱの周の長さを ℓ を用いて表しなさい。

(2) 図Ⅰの面積を S cm² とするとき、次のア、イに答えなさい。

ア 図Ⅱの面積を S を用いて表しなさい。

イ 図Ⅲの面積を S を用いて表しなさい。

(3) 図Ⅲの各辺について、上の操作を同様に行った。このときできる図形の辺の数を求めなさい。

解答欄

(1)	cm	
(2)	ア	cm ²
	イ	cm ²
(3)		

解答

(1) 4ℓ cm

(2)

ア $\frac{4}{3}S$ cm²

イ $\frac{40}{27}S$ cm²

(3) 192

解説

(1)

図Ⅰの1辺を ℓ cm とすると図Ⅱの1辺は $\frac{1}{3}\ell$ cm

よって求める長さは $\frac{1}{3}\ell \times 12 = 4\ell$ cm

(2)

ア

図より図Ⅰを9個の正三角形に分けると
図Ⅱは同じ三角形 S_2 12個分となる。

よって図Ⅱの面積は $S \times \frac{12}{9} = \frac{4}{3}S$ cm²

イ

中央の正六角形の面積 S_1 は常に変わらず $\frac{6}{9}S = \frac{2}{3}S$ cm²

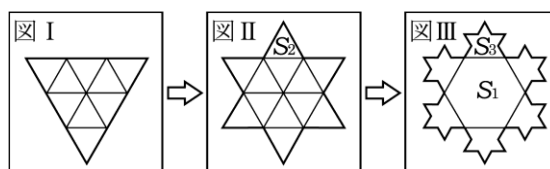
また図Ⅲの S_3 の面積は S_2 の面積の $\frac{11}{9}$ 倍だから

S_3 の面積は $\frac{1}{9}S \times \frac{11}{9} = \frac{11}{81}S$ cm²

図Ⅲの面積は $S_1 + S_3 \times 6 = \frac{2}{3}S + \frac{11}{81}S \times 6 = \frac{40}{27}S$ cm²

(3)

図Ⅲの辺の数は48だから $48 \times 4 = 192$



【問 2】

縦に3行、横に何列も並んだます目があります。下の図のように、1, 2, 3, …の自然数を順番に、奇数列のます目には第1行から第3行まで、偶数列のます目には第2行にだけ書いていき、表を作ります。なお、下の図は第11列以降を省略してあり、また、・は数字を省略して表したものです。

図

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列	第6列	第7列	第8列	第9列	第10列
第1行	1		5		9		13		・	
第2行	2	4	6	8	10	12	14	・	・	・
第3行	3		7		11		・		・	

この表の一部を、ちょうど縦3行横3列が入るように囲み、それをわくということにします。たとえば、真ん中の列が第3列であるわくは、例1の太線で囲まれた部分です。また、真ん中の列が第4列であるわくは、例2の太線で囲まれた部分です。

例1

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列	第6列
第1行	1		5		9	
第2行	2	4	6	8	10	12
第3行	3		7		11	

例2

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列	第6列
第1行	1		5		9	
第2行	2	4	6	8	10	12
第3行	3		7		11	

次の1～4の問いに答えなさい。

(宮城県 2002 年度)

- 1 わくの真ん中の列が第7列のとき、わくの中にあるすべての数の和を求めなさい。
- 2 第 n 列の第2行の数を、 n を用いて表しなさい。
- 3 わくの真ん中の列が第 n 列のとき、わくの中にあるすべての数の和を、 n が奇数の場合と、 n が偶数の場合に分けて考え、それぞれ n を用いて表しなさい。ただし、 n は2以上とします。
- 4 わくの中にあるすべての数の和が1400のとき、わくの真ん中の列は第何列になりますか。

解答欄

1	
2	
3	n が奇数の場合
	n が偶数の場合
4	第 列

解答

1 70

2 $2n$

3

n が奇数の場合 $10n$

n が偶数の場合 $14n$

4 第 100 列

解説

1

わくを作ってみると $12+13+14+15+16=70$

2

列が1つ右にいくごとに第2行の数は2ずつ増えるので $2n+b$ と表せる。

$n=1$ のとき 2 なので $b=0$

よって $2n$ と表せる。

3

n が奇数の場合は数は5個。

よって $(2n-2)+(2n-1)+2n+(2n+1)+(2n+2)=10n$

n が偶数の場合は数は7個。

よって $(2n-3)+(2n-2)+(2n-1)+2n+(2n+1)+(2n+2)+(2n+3)=14n$

4

n が奇数だとすると

$10n=1400$

$n=140$

n が偶数になってしまい適さない。

そこで n が偶数だとする。

$14n=1400$

$n=100$ 列

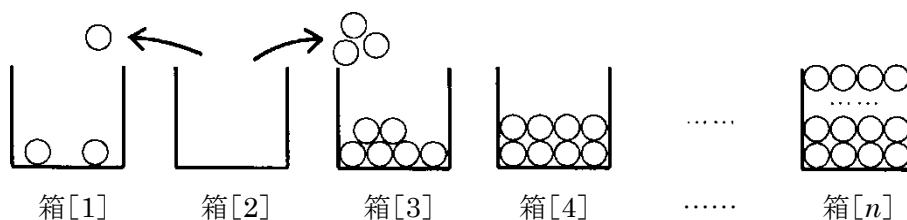
【問 3】

n 個の箱のそれぞれに箱[1], 箱[2], 箱[3], 箱[4], $\dots$, 箱[n]と名前をつけ, 球を, 箱[1]に2個, 箱[2]に4個, 箱[3]に6個, 箱[4]に8個, $\dots$, 箱[n]に $2n$ 個入れた。ただし, $n \geq 5$ とする。

この球を, 次の手順にしたがって, 移動する。

1回目は, 箱[2]の球のうち, 1個を箱[1]に, 残りを箱[3]に移す。
 2回目は, 1回目に引き続き, 箱[3]の球のうち, 1個を箱[1]に, 残りを箱[4]に移す。
 3回目は, 2回目に引き続き, 箱[4]の球のうち, 1個を箱[1]に, 残りを箱[5]に移す。
 以下, 同様に移していき, 球を箱[n]に移したところで終わる。

下の図は, 1回目の移動の様子を表している。



次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(秋田県 2002 年度)

- (1) 次の表は, 太郎さんが, この球の移動でそれぞれの箱に入っている球の数をまとめた表の一部である。空欄にあてはまる数を書きなさい。

	箱[1]	箱[2]	箱[3]	箱[4]	箱[5]
最 初	2	4	6	8	10
1回目	3	0	9	8	10
2回目		0	0		10
3回目		0	0	0	

- (2) 太郎さんは, 1回目の移動後に箱[2]の球の数は0個, 2回目の移動後に箱[3]の球の数は0個, 3回目の移動後に箱[4]の球の数は0個になることから, 次の規則に気づいた。

a 回目の移動後に, 箱[$a+1$]の球の数は0個になる。

このほかに a 回目の移動後に成り立つ規則を, a を用いて書きなさい。

a 回目の移動後に,

- (3) 次の①, ②にあてはまる式を n を用いて書きなさい。

この移動は ① 回目で終わり, そのとき球が入っている箱は箱[1]と箱[n]のみである。したがって, 最初, すべての箱に入っていた球の総数は ② 個である。

解答欄

(1)						
		箱[1]	箱[2]	箱[3]	箱[4]	箱[5]
	最初	2	4	6	8	10
	1回目	3	0	9	8	10
	2回目		0	0		10
	3回目		0	0	0	
(2)	a 回目の移動後に,					
(3)	①					
	②					

解答

(1)

	箱[1]	箱[2]	箱[3]	箱[4]	箱[5]
最 初	2	4	6	8	10
1回目	3	0	9	8	10
2回目	4	0	0	16	10
3回目	5	0	0	0	25

(2) a 回目の移動後に, 箱[1]の球の個数は $(a+2)$ 個になる。

(3)

① $n-2$

② $n+n^2$

解説

(1)

	箱[1]	箱[2]	箱[3]	箱[4]	箱[5]
最初	2	4	6	8	10
1回目	3	0	9	8	10
2回目	4	0	0	16	10
3回目	5	0	0	0	25

(2)

例えば a 回目の移動後に箱[1]について考えてみると球の数が $(a+2)$ 個になっていることがいえる。
 また箱[$a+2$]について考えてみると球の数が $(a+2)^2$ 個になっていることもいえる。

(3)

①

この作業では a 回目の移動のときまでに箱[$a+2$]までの球の数が変化する。
 よって箱が n 個のときこの作業は $n=a+2$ となる $a=n-2$ 回目で終わる。

②

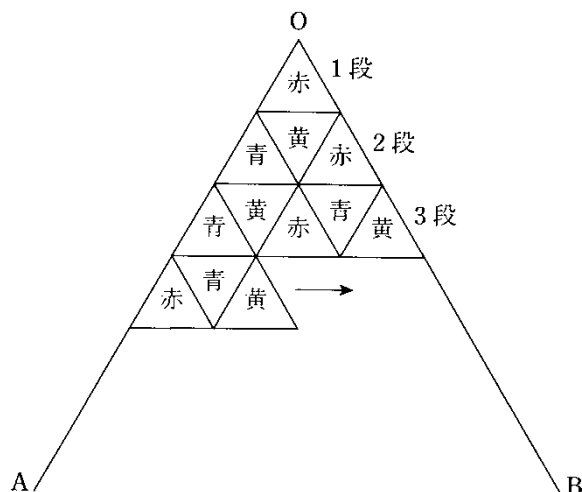
(2)で述べた2つの例から $(n-2)$ 回目の移動後は箱[1]の球の数が n 個, 箱[n]の球の数は n^2 個である。
 また残りの箱の球の数は 0 個になっていてこの作業では球の総数に変化はない。
 よって最初にすべての箱に入っていた球の総数は $n+n^2$ 個である。

【問 4】

同じ大きさの赤、青、黄3色の正三角形のタイルがある。これらのタイルを、次の図のように半直線 OA , OB の間に、赤、青、黄の順で1段目から並べ、2段目以降は前の段に続けて左から右にすきまなく並べる。

(福島県 2002 年度)

- ① 5段目の右はしまで並べ終えたとき、並べたタイルは全部で何枚になるか、求めなさい。



- ② 200枚目のタイルまで並べ終えた。このとき、半直線 OB に辺が重なるタイルのうち、赤色のタイルは何枚あるか、求めなさい。

解答欄

①	枚
②	枚

解答

① 25 枚

② 10 枚

解説

①

n 段目の右はしまで並べたとき並べたタイルは全部で n^2 枚であるから
5段目まで並べたときは $5^2 = 25$ 枚になる。

②

n 段目まで半直線 OB にタイルの辺が重なっていると

$n^2 \leq 200$ だからこれを満たす n の最大値は 14

よって $1^2, 2^2, \dots, 14^2$ 枚目のタイルのうち

赤色のタイルであるのは、 $3m-2$ (m は自然数)枚目のタイルであるとき

これを満たすのは、 $1^2, 2^2, 4^2, 5^2, 7^2, 8^2, 10^2, 11^2, 13^2, 14^2$ 枚目のタイルである。

ゆえに 赤色のタイルは 10 枚ある。

【問 5】

図1のような、1辺の長さが 1 cm の正方形の用紙 A と、辺の長さが 1 cm, 2 cm の長方形の用紙 B がある。それらを何枚かずつ、すき間なく重ならないように並べて、正方形をつくる。

たとえば、用紙 A を2枚と用紙 B を1枚並べて正方形をつくると図2のようになる。また、用紙 B を2枚並べて正方形をつくると図3のようになる。

このとき、次の1～4の問いに答えなさい。

(栃木県 2002 年度)

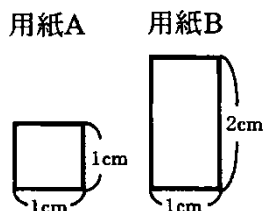


図1

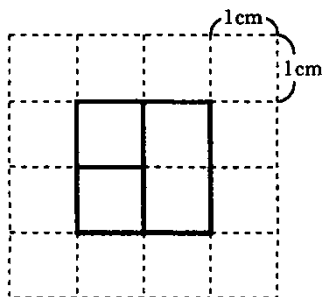


図2

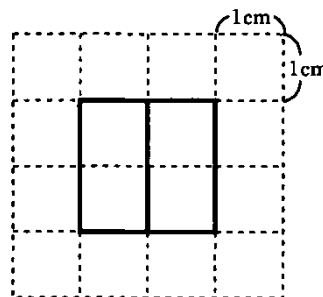


図3

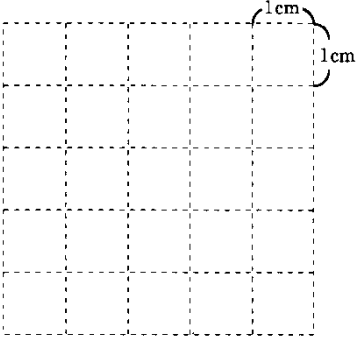
1 用紙 A を1枚と用紙 B を4枚並べて、1つの正方形をつくると、いくつかの並べ方がある。どのように並べればよいか、そのうちの1つをかきなさい。

2 用紙 A と用紙 B を、合わせて7枚並べて1つの正方形をつくる。このとき、できた正方形の面積を求めなさい。

3 用紙 A と用紙 B を並べて、1辺の長さが a cm の正方形をつくった。この正方形に、さらに用紙 A と用紙 B をそれぞれ n 枚ずつ加えて1辺を 3 cm 長くした正方形をつくった。このとき、 n を a を用いて表しなさい。ただし、途中の説明も書くこと。

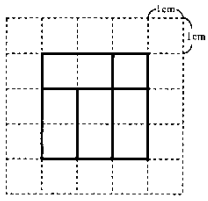
4 用紙 A と用紙 B がそれぞれ 100 枚ずつある。これらを残さず用いて、正方形をいくつかつくる。このとき、すべての正方形の面積が等しくなるためには、1辺の長さを何 cm にすればよいか。考えられる1辺の長さをすべて求めなさい。

解答欄

1	
2	cm ²
3	答 $n =$
4	cm

解答

1



2 9 cm^2

3

加える用紙 A, B の面積の合計は

$$n + 2n = 3n \text{ cm}^2 \cdots \textcircled{1}$$

また増えた面積を a で表すと

$$(a+3)^2 - a^2 = 6a + 9 \text{ cm}^2 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$3n = 6a + 9$$

$$\text{よって } n = 2a + 3$$

答 $n = 2a + 3$

4 2, 5, 10cm

解説

1

正方形の面積は $1 \times 1 + 2 \times 4 = 9$

よって正方形の1辺は 3 である。

2

7枚の用紙を使ってできる図形の面積は最大が 14 で最小が 7 である。

このうち平方数なのは $3^2 = 9 \text{ cm}^2$ である。

3

加える用紙 A, B の面積の合計は $n + 2n = 3n \text{ cm}^2 \cdots \textcircled{1}$

また増えた面積を a で表すと $(a+3)^2 - a^2 = 6a + 9 \text{ cm}^2 \cdots \textcircled{2}$

①, ②より

$$3n = 6a + 9$$

$$\text{よって } n = 2a + 3$$

4

用紙 A と用紙 B をそれぞれ 100 枚ずつ使うと面積は全部で 300 cm^2

300 を素因数分解すると $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$

よって正方形の面積は

$$2^2 = 4$$

$$5^2 = 25$$

$$(2 \times 5)^2 = 100$$

の3通りが考えられる。

このとき正方形の1辺の長さは 2, 5, $2 \times 5 = 10 \text{ cm}$ である。

【問 6】

図1のような正三角形のタイルがある。このタイルと同じ大きさのタイルをすき間なく並べ、大きな正三角形をつくった。

図1



そして、図2のように、1行目のタイルに 1, 2行目のタイルに左端から順に 2, 3, 4, 3行目のタイルに左端から順に 3, 4, 5, 6, 7, 4行目のタイルに左端から順に 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 と自然数の番号をつけていった。このあとも同じ規則で 20 行目まで自然数の番号をつけていくとき、次のア、イの問いに答えなさい。

図2



(千葉県 2002 年度)

ア 6行目のタイルの枚数を求めなさい。

イ 番号 50 を最初につけたタイルは何行目か。

解答欄

ア	枚
イ	行目

解答

ア 11 枚

イ 18 行目

解説

ア

タイルは1行ごとに2枚ずつふえていくから6行目は $1 + 2 \times (6 - 1) = 11$ 枚

イ

各行の最後の数に3ずつふえているから

n 行目の最後数は $1 + 3(n - 1) = 3n - 2$ と表せる。

$3n - 2 \geq 50$ を満たす最小の自然数 n の値を求めると

$$n \geq 17\frac{1}{3} \text{ より}$$

$$n = 18$$

よって 18 行目

【問 7】

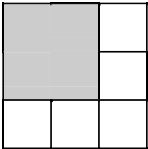
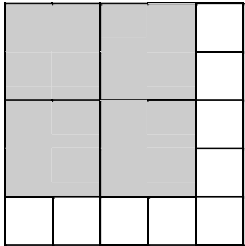
1辺の長さが 2 cm の黒い正方形のタイルと、1辺の長さが 1 cm の白い正方形のタイルがある。次の①と②をともにみたす方法で、1辺の長さが a cm の正方形をつくる。ただし、 a は 3 以上の奇数である。

正方形をつくる方法

① 黒と白の2種類のタイルをかならず使い、それぞれが重ならないように、すき間なくしきつめる。

② 黒いタイルをできるだけ多く使い、使う2種類のタイルの合計枚数を最も少なくなるようにする。

下の表は、 $a=3$ と $a=5$ のときの、それぞれのつくられた正方形の一例と、使われた黒いタイルと白いタイルの枚数を示したものである。

つくられた正方形の1辺の長さ	3 cm	5 cm
つくられた正方形の例		
黒いタイルの枚数	1枚	4枚
白いタイルの枚数	5枚	9枚

- このような方法で正方形をつくるとき、次の問いに答えなさい。
- (ア) 1辺の長さが 7 cm の正方形をつくるには、黒いタイルと白いタイルは合計何枚必要であるか、その数を求めなさい。
- (イ) 使われた黒いタイルの枚数が白いタイルの枚数より 11 枚多くなるのは、つくられた正方形の1辺の長さが何 cm のときであるか、その長さを求めなさい。

解答欄

(ア)	枚
(イ)	cm

解答

(ア) 22 枚

(イ) 13 cm

解説

(ア)

1辺の長さが 7 cm のとき $7 \div 2 = 3$ 余り 1 より

黒いタイルは1辺に3枚並べることになるから必要な枚数は $3^2 = 9$ 枚

このとき白いタイルは1辺に7枚並べるから必要な枚数は $7 \times 2 - 1 = 13$ 枚

よって合計 22 枚必要である。

(イ)

黒いタイルを1辺に x 枚並べるとき必要な枚数は x^2 枚

このときつくられた正方形の1辺の長さは $2x + 1$ cm だから

白いタイルは1辺に $2x + 1$ 枚並べることになり

必要な枚数は $(2x + 1) \times 2 - 1 = 4x + 1$ 枚

よって $x^2 - (4x + 1) = 11$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$x > 0$ より

$$x = 6$$

したがってつくられた正方形の1辺の長さは $2 \times 6 + 1 = 13$ cm

【問 8】

表は、1行目には、自然数を 1～200 まで左から順に並べ、2行目以降には、その上の行に書かれている数に 8 ずつ加えた数を並べたものである。この表をもとにして、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(新潟県 2002 年度)

(1行目)	1	2	3	4	5	6	7	・	・	・	200
(2行目)	9	10	11	12	13	14	・	・	・	・	208
(3行目)	17	18	19	20	21	・	・	・	・	・	・
(4行目)	25	26	27	28	・	・	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・	a	b	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・	c	d	・	・

(1) この表中に、自然数 44 は何個あるか、答えなさい。

(2) 表中の

11	12
19	20

 の部分について、4つの数 11, 12, 19, 20 を用いて、 $19 \times 20 - 11 \times 12$ の計算をすると

248 になる。このように、表中の

a	b
c	d

 に位置している4つの数 a, b, c, d を用いた式 $cd - ab$ をつくる。

この式の値について、次の①、②の問いに答えなさい。

① 「式 $cd - ab$ の値は、8 の倍数である」ことを、次のように証明した。このとき、次のア～ウの にあてはまる式を、a を用いて表しなさい。

(証明)

b は a よりも 1 だけ大きい数なので、 $b = a + 1$ であり、また、条件より、 $c =$ ア $, d =$ イ $と表される。このとき、$ $cd - ab = 8($ ウ $)$ $となる。よって、a は自然数なので、式$ $cd - ab$ $の値は、8 の倍数となる。$

② 式 $cd - ab$ の値が 1800 となる自然数 a は、表中に何個あるか、求めなさい。

解答欄

(1)	個	
(2)	①	ア
		イ
		ウ
	②	個

解答

(1) 6個

(2)

①

ア $a+8$

イ $a+9$

ウ $2a+9$

② 14 個

解説

(1)

5行目の最初の数は $25+8=33$

6行目の最初の数は $33+8=41$

7行目の最初の数は $41+8=49$ である。

したがって自然数 44 は1行目から6行目までにそれぞれ1個ずつある。

(2)

②

$8(2a+9)=1800$ を解くと $a=108$

問題の表中に自然数 108 が何個あるかを求めればよい。

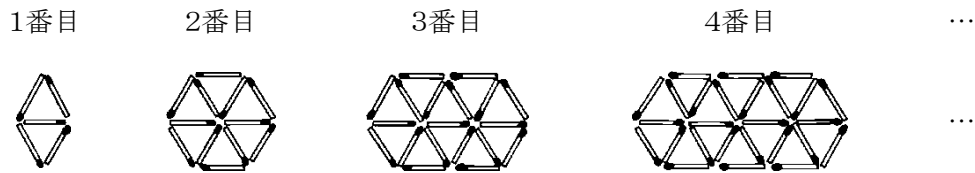
14 行目の最初の数は $8 \times (14-1) + 1 = 105$

15 行目の最初の数は $105+8=113$

よって自然数 108 は1行目から 14 行目までにそれぞれ1個ずつある。

【問 9】

マッチ棒を使って、下の図のように1番目、2番目、3番目、…と図形を作っていく。このとき、番数(1番目、2番目、3番目、…)にもなつて変わる数量がいくつかある。下の表は、その中の3つの例を示したものである。



ともなって変わる数量		番数	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	…
①	使われているマッチ棒の本数	5	12	(あ)	(い)		…
②	(						

この表をもとに、次の(1), (2)に答えなさい。

(石川県 2002 年度)

- (1) 表の①について、(あ)、(い)にあてはまる本数をそれぞれ書きなさい。また、 n 番目の本数を n を用いた式で表しなさい。

- (2) 表の②, ③のいずれかを選び, ()にあてはまる「ともなって変わる数量」を1つ書きなさい。

解答欄

(1)	(あ)	
	(い)	
	n 番目の本数	
(2)	選んだ番号	ともなって変わる数量

解答

(1)

(あ) 19

(い) 26

n 番目の本数 $7n-2$

(2)

選んだ番号 ともなって変わる数量

② 3本で囲まれた正三角形の個数

③ 外周のマッチ棒の本数

解説

(1)

マッチ棒の本数は 5, 12, 19, 26...と7本ずつ増えていくから

n 番目の本数は $5+7(n-1)=7n-2$ 本

(2)

選んだ番号 ② 3本で囲まれた正三角形の個数

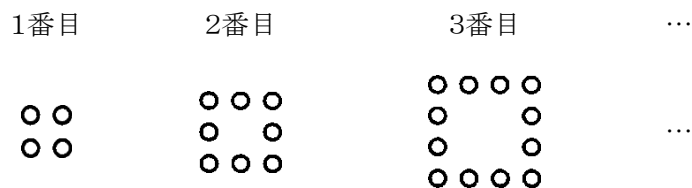
選んだ番号 ③ 外周のマッチ棒の本数

など

【問 10】

図のように、1 番目、2 番目、3 番目、…の順序で、1 辺に2個、3個、4個、…の同じ個数の石を並べて正方形の形をつくるとき、次の①、②の問いに答えよ。

(愛知県 2002 年度 B)



① 4 番目の正方形をつくるのに必要な石の個数は何個か。

② n 番目の正方形をつくるのに必要な石の個数は何個か。 n の式で表せ。

解答欄

①	個
②	個

解答

① 16 個

② $4n$ 個

解説

①

1 番目が4個、2 番目が8個、3 番目が 12 個並んでいるので

1 番目は $1 \times 4 = 4$ 個、2 番目は $2 \times 4 = 8$ 個、3 番目は $3 \times 4 = 12$ 個と表すことができる。

よって4 番目は $4 \times 4 = 16$ 個

②

n 番目は①より $n \times 4 = 4n$ 個となる。

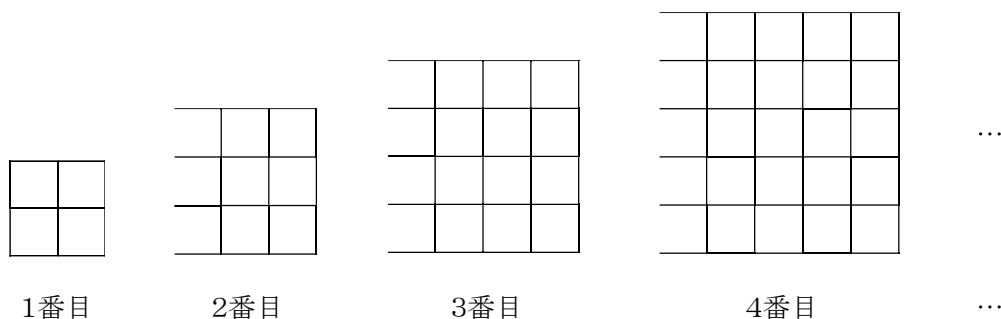
【問 11】

I 図のように、1 番目、2 番目、3 番目、4 番目、…と同じ大きさの正方形の白いタイルを、すきまなく規則的に並べて図形をつくっていく。

このとき、次の問い(1)・(2)に答えよ。

(京都府 2002 年度)

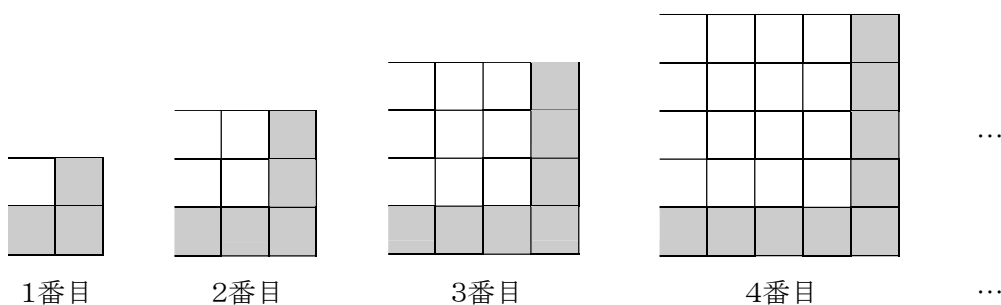
I 図



(1) m 番目の図形には、白いタイルは何枚あるか。 m を用いた式で表せ。

(2) II 図のように、1 番目、2 番目、3 番目、4 番目、…と I 図の図形の一部を、白いタイルと同じ大きさの黒いタイルに規則的に置きかえていく。いま、 n 番目の図形では、白いタイルの枚数が、黒いタイルの枚数より 119 枚多かった。このときの n を求めよ。

II 図



解答欄

(1)	枚
(2)	$n =$

解答

(1) $(m+1)^2$ 枚

(2) $n=12$

解説

(1)

白いタイルは

1番目のとき $2 \times 2 = 4$ 枚

2番目のとき $3 \times 3 = 9$ 枚

3番目のとき $4 \times 4 = 16$ 枚

4番目のとき $5 \times 5 = 25$ 枚

となっているから

m 番目のときは $(m+1) \times (m+1) = (m+1)^2$ 枚となる。

(2)

白いタイルは

1番目のとき $1 \times 1 = 1$ 枚

2番目のとき $2 \times 2 = 4$ 枚

3番目のとき $3 \times 3 = 9$ 枚

4番目のとき $4 \times 4 = 16$ 枚

となっているから

n 番目のときは $n \times n = n^2$ 枚となる。

黒いタイルの枚数 = 全体のタイルの枚数 - 白いタイルの枚数だから

全体のタイルの枚数は (1)より $(n+1)^2$ 枚となり、黒いタイルの枚数は $(n+1)^2 - n^2 = 2n+1$ 枚となる。

いま白いタイルの枚数が黒いタイルの枚数より 119 枚多いから

$$n^2 - (2n+1) = 119$$

$$n^2 - 2n - 120 = 0$$

$$(n-12)(n+10) = 0$$

$$n = 12, -10$$

$$n > 0 \text{ だから}$$

$$n = 12$$

【問 12】

図1, 2のように, 1辺 1 cm の正方形をつなぎ合わせた図形がある。図3は, 次の規則にしたがって図1の図形から正方形をつくるようすを示している。

＜規則＞

- ・2本の直線にそって切り取り, 3つの図形に分ける。
- ・その3つの図形を, すき間や重なりのないように並べかえて, 正方形をつくる。

図1



図2

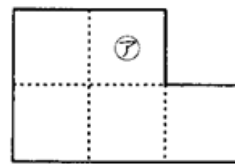
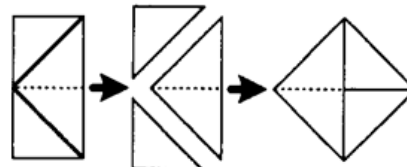


図3



—— 切り取り線

次の問いに答えなさい。ただし答えが無理数になるときは, 根号を含んだ数で答えなさい。

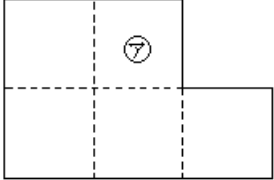
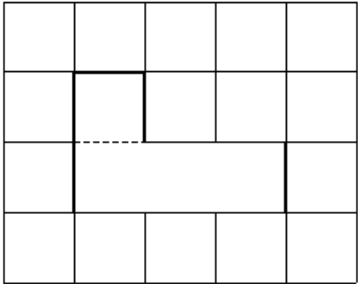
(兵庫県 2002 年度)

(1) 図3でつくられた正方形の1辺の長さを求めなさい。

(2) 図2の図形から, 上の規則にしたがって正方形をつくるとき, この正方形の1辺の長さを求めなさい。また, 2本の切り取り線を解答欄に実線で示しなさい。

(3) 図2の図形から1辺 1 cm の正方形⑦を切り離し, 別の位置につなぎ合わせたところ, その図形からも上の規則にしたがって正方形をつくることができた。つなぎ合わせたときの正方形⑦の位置と2本の切り取り線を1組, 解答欄に図示しなさい。

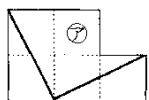
解答欄

(1)	cm
(2)	cm
	
(3)	

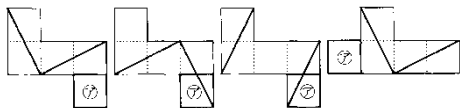
解答

(1) $\sqrt{2}$ cm

(2) $\sqrt{5}$ cm



(3)



解説

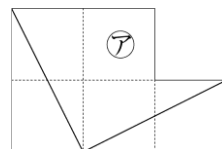
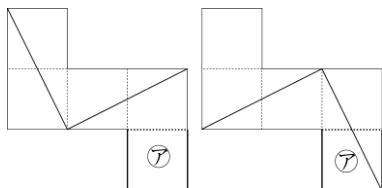
(2)

2本の切り取り線は右図のようになる。

このときにできる正方形の1辺の長さは $\sqrt{1^2+2^2} = \sqrt{5}$ cm

(3)

たとえば下図のようになる。



【問 13】

A, B, C の3人がじゃんけんをして、下の規則にしたがって、階段を上がったり下がったりする遊びをしている。次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2002 年度)

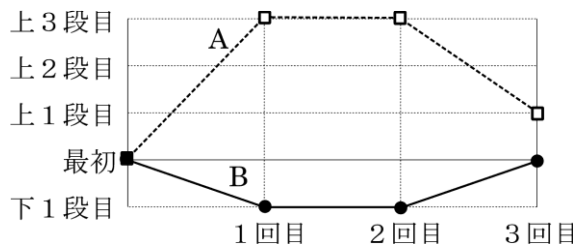
<規則>

1回のじゃんけんで、

- ・グーを出して、勝てば1段上がり、負ければ1段下がる。
- ・チョキを出して、勝てば2段上がり、負ければ2段下がる。
- ・パーを出して、勝てば3段上がり、負ければ3段下がる。
- ・あいこの場合は動かない。

- (1) 3人が同じ段にいて、A はグー、B と C はチョキを出した。このじゃんけんで、A と B は何段の差がつくか、答えなさい。

- (2) 図は、同じ段にいた3人が3回じゃんけんをしたときの、A と B の上がり下がりようすを表している。3回のじゃんけんの結果、C のいる段は何通りの場合が考えられるか、答えなさい。



- (3) 3人が同じ段にいて、3回じゃんけんをした結果、あいこは1度もなかったのに、3人とも最初の位置より1段上にいた。このときの、3人の3回のグー、チョキ、パーの出し方を1通り答えなさい。
ただし、グーは#、チョキは×、パーは○の記号を使うこと。

解答欄

(1)	段			
(2)	通り			
(3)		A	B	C
	1回目			
	2回目			
	3回目			

解答

(1) 3段

(2) 4通り

(3)

	A	B	C
1回目	○	#	#
2回目	#	○	#
3回目	#	#	○

	A	B	C
1回目	○	×	×
2回目	×	○	×
3回目	×	×	○

解説

(2)

C のいる段は次の場合が考えられる。

$$+3+0-2=+1$$

$$+3+0+1=+4$$

$$-1+0-2=-3$$

$$-1+0+1=0$$

(3)

たとえば下のような場合が考えられる。

	A	B	C
1回目	○	#	#
2回目	#	○	#
3回目	#	#	○

	A	B	C
1回目	○	×	×
2回目	×	○	×
3回目	×	×	○

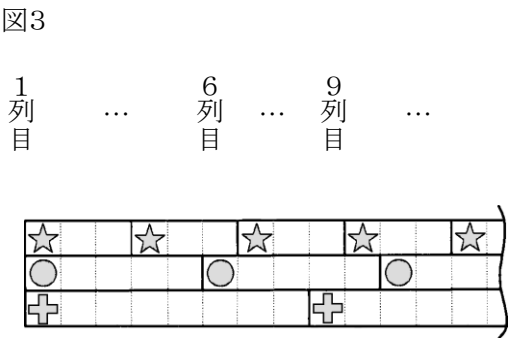
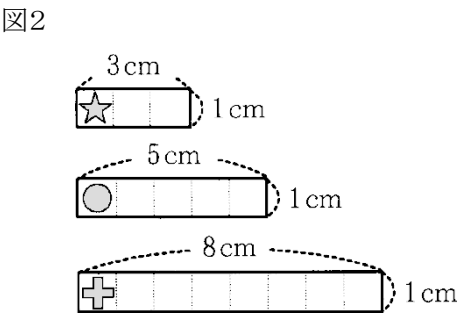
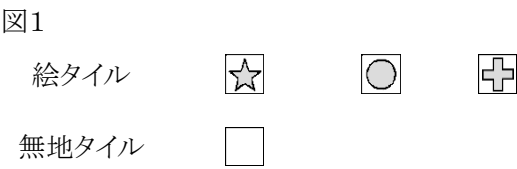
【問 14】

図1に示した同じ大きさの絵タイルと無地タイルを組み合わせて、図2のように、タイルの組を3種類つくった。

次に、図3のように、これら3種類のタイルの組を、縦 3 cm、横 2 m 40 cm の平面に、縦の列がずれないように、左側からすきまなくはりつけた。ただし、横には同じタイルの組を繰り返しはりつけるものとする。

次の問いに答えなさい。
(兵庫県 2002 年度)

- (1) ☆ のタイルは全部で何枚はってあるか、答えなさい。
- (2) ● と ⊕ のタイルが縦に並ぶのは何列あるか、答えなさい。



- (3) 縦に並ぶ3枚のタイルのうち、絵タイルが1枚だけはってある列を観察すると、図3の6列目からは2列、9列目からは3列続いていた。また、それ以外に4列続いているところもあった。4列続くのは何か所あるか、答えなさい。

解答欄

(1)	枚
(2)	列
(3)	か所

解答

(1) 80 枚

(2) 6列

(3) 4か所

解説

(1)

$$240 \div 3 = 80 \text{ 枚}$$

(2)

5 と 8 の最小公倍数 40 枚ごとに1列ある。

$$240 \div 40 = 6 \text{ 列}$$

(4)

4列続くのは★+●☆の場合で

64 列目からと(64+120)列目からの2か所

★●+★の場合で

55 列目からと(55+120)列目からの2か所

計4か所ある。

【問 15】

図1のように、数直線 ℓ と直線 m は平行で距離は1 cm である。OP は ℓ と m に垂直とし、次のように点をとっていく。

O を中心、OP を半径とする弧と ℓ の交点をAとし、Aを通る垂線と m の交点をQとする。

O を中心、OQ を半径とする弧と ℓ の交点をBとし、Bを通る垂線と m の交点をRとする。

以下、同じようにして、数直線 ℓ 上に点C, D, …を、直線 m 上に点S, T, …を順にとる。

図1

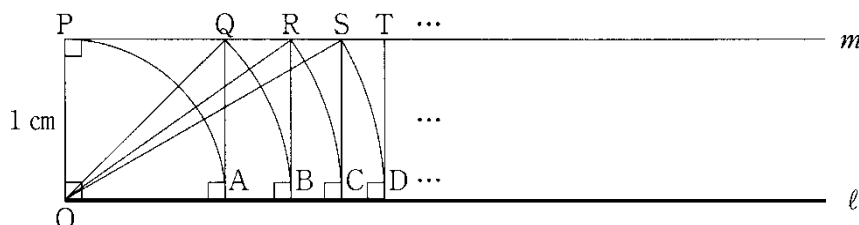
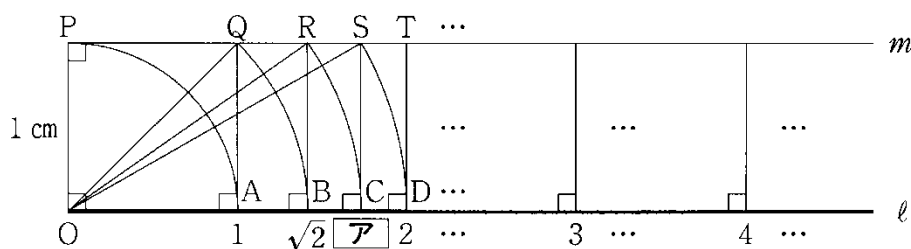


図2のように、 $OA=1$ cm なので、数直線 ℓ 上で点Aに対応する数を1とする。同じように、点B, C, D, …についても対応する数を求める。表は、数直線 ℓ 上の点とそれに対応する数を表したものである。

図2



表

数直線 ℓ 上の点	1番目 A	2番目 B	3番目 C	4番目 D	...	イ 番目	...
対応する数	1	$\sqrt{2}$	ア	2	...	3	...

次の問1, 問2に答えなさい。

(島根県 2002 年度)

問1 次の1～3に答えなさい。

1 $OC=OR$ であることから、3番目の点Cに対応する数 ア を求めなさい。

2 図2で、4番目の点Dに対応する数は2となる。また、数直線 ℓ 上には、対応する数が3になる点もある。この点は何番目の点となるかを考え、表の イ にあてはまる数を求めなさい。

3 表で、100 番目の点に対応する数は何か、求めなさい。

問2 図2で、数直線 ℓ 上には整数1と2の間に B, C の2個の点がある。以下 D, E, F, …と点をとるとき、整数3と4の間には何個の点があるか、答えなさい。

解答欄

問1	1	
	2	番目
	3	
問2	個	

解答

問1

1 $\sqrt{3}$

2 9番目

3 10

問2 6個

解説

問1

1

直角三角形 ORB に三平方の定理を用いて $OR = \sqrt{OB^2 + BR^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1^2} = \sqrt{3}$ cm

よって $OC = OR = \sqrt{3}$ cm

2

数直線 ℓ 上の点は何番目かを示す数の平方根が対応する数になっていることに着目する。

番目のときの対応する数は3だから は3を平方した数になる。

よって $= 3^2 = 9$

3

2より100番目の点に対応する数は100の平方根だから $\sqrt{100} = 10$

問2

整数の3のとき9番目。

整数4のとき16番目

よって10番目から15番目までの点が並ぶ。

【問 16】

正方形の色紙を掲示板にはるとき、必要な画びょうの数について調べた。次の(1)～(3)に答えなさい。

(徳島県 2002 年度)

図1

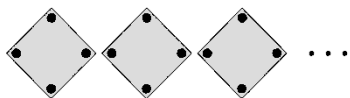


図2

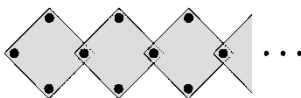
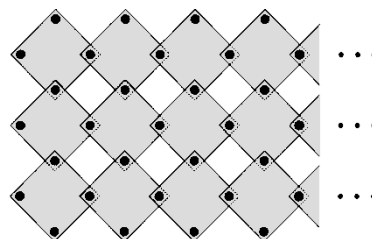


図3



(1) 図1のように、色紙を1枚ずつ画びょうではりたい。色紙を1枚はるとき、4個の画びょうが必要である。 n 枚の色紙をはるためには、画びょうは何個必要か、 n を用いて表しなさい。

(2) 図2のように、色紙を1枚ずつ、その一部を重ねて横1列にはりたい。重ねた部分は1個の画びょうを使ってはるものとする。3枚の色紙を重ねてはるとき、全部で 10 個の画びょうが必要である。次の(a)・(b)に答えなさい。

(a) 色紙を8枚はるためには、画びょうは何個必要か、求めなさい。

(b) 色紙を n 枚はるためには、画びょうは何個必要か、 n を用いて表しなさい。

(3) 図3のように、色紙を1枚ずつ、その一部を重ねて、横の方向に 10 枚、縦の方向に3枚、全部で 30 枚はりたい。画びょうは何個必要か、求めなさい。

解答欄

(1)	個	
(2)	(a)	個
	(b)	個
(3)	個	

解答

(1) $4n$ 個

(2)

(a) 25 個

(b) $3n+1$ 個

(3) 73 個

解説

(1)

$4 \times n = 4n$ 個

(2)

(a)

図1のように8枚はると $4 \times 8 = 32$ 個の画びょうが必要であるが

図2のように重ねてはると重なった部分の7個の画びょうが不要になるので

全部で $32 - 7 = 25$ 個

(b)

(a)と同様に考えて $4n - (n - 1) = 3n + 1$ 個

(3)

横に 10 枚, 1列分はるのに必要な個数が $3 \times 10 + 1 = 31$ 個だから

3列分で $31 \times 3 = 93$ 個

ただし上下の色紙が重なっているところが 20 ヶ所あるので必要な画びょうの個数は $93 - 20 = 73$ 個である。

【問 17】

図1のような、縦が 4 cm、横が 2 cm の長方形のタイルと、1辺が 3 cm の正方形のタイルがそれぞれたくさんある。これらの長方形と正方形のタイルを、次の図2のように、重ならないようにすきまなく、交互に横に並べて、1 番目のもよう、2 番目のもよう、3 番目のもよう、…というように順にもようをつくっていく。

このとき、あとのア、イの問いに答えよ。

(香川県 2002 年度)

図1

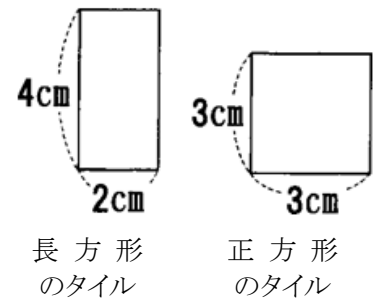
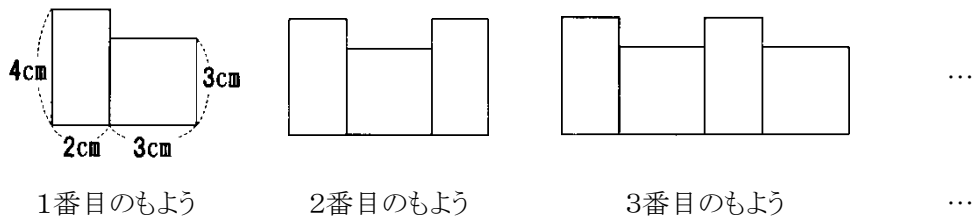
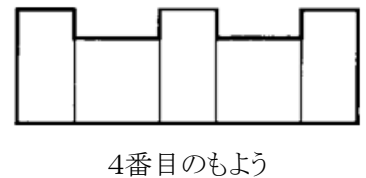


図2



ア 右の図3は、4 番目のもようであり、その周囲を太線(—)で示している。
このもようの周囲の長さは何 cm か。

図3



イ 50 番目のもようをつくる時、そのもようの周囲の長さは何 cm になるか。

解答欄

ア	cm
イ	cm

解答

ア 36 cm

イ 312 cm

解説

ア

長方形のタイルを1枚加えたときも

正方形のタイルを1枚加えたときも

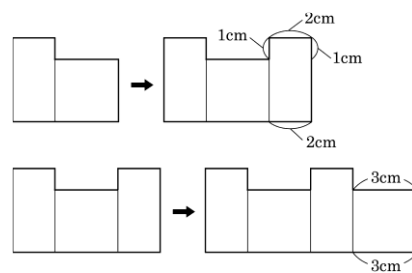
周囲の長さは **6 cm** だけ長くなる。(図参照)

1番目のもようの周囲の長さは **18 cm** だから

4番目のもようの周囲の長さは $18 + 6 \times 3 = 36$ cm

イ

$18 + 6 \times (50 - 1) = 312$ cm

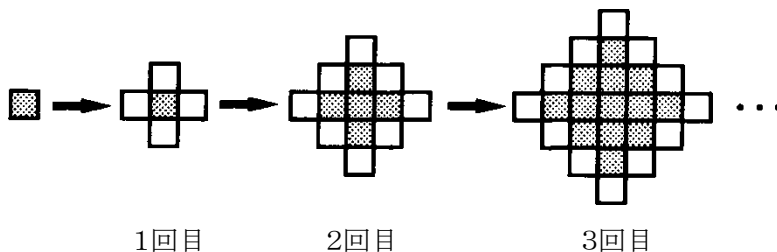


【問 18】

平面上に正方形を1個置き、それと合同な正方形を用いて、下の図のような操作で平面を敷きつめていった。□の正方形は、1回目、2回目、3回目、…のそれぞれの操作で増やした正方形を表している。例えば、2回目の操作で増やした正方形の個数は8個である。

このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2002 年度)



- 1 4回目の操作で増やした正方形の個数(□の個数)は何個か。
- 2 1回目、2回目、3回目、…のそれぞれの操作で増やした正方形の個数(□の個数)を調べると、規則的に増加していることがわかる。どのような規則で増加しているか、言葉で簡潔に書け。
- 3 n 回目から $(n+2)$ 回目までの3回の操作で増やした正方形の個数(□の個数)の合計は何個か、 n を使って表せ。ただし、 n は正の整数とする。
- 4 正四角形(正方形)のほかに、1種類の合同な図形で平面を敷きつめることができる正多角形には、ア と イ がある。ア、イにあてはまる正多角形の名称を書け。

解答欄

1	個	
2		
3	個	
4	ア	
	イ	

解答

1 16 個

2 4個ずつ増加している。

3 $12n+12$ 個

4 ア 正三角形, イ 正六角形

解説

1. 2

1回目は4個

2回目は8個

3回目は 12 個

で4個ずつ増えていることがわかる。

よって4回目は 16 個

3

n 回目に増やした個数は $4n$ と表すことができる。

よって n 回目から $(n+2)$ 回目までの3回の操作で増やした正方形の個数の合計は

$4n+4(n+1)+4(n+2)=4n+4n+4+4n+8=12n+12$ 個

4

1つの内角の大きさを表す数が 360 の約数である正多角形は

その合同な図形で平面を敷きつめることができる。

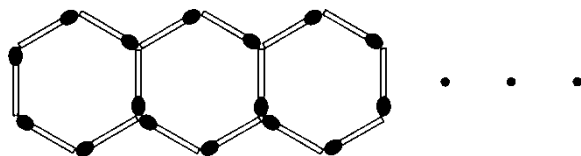
正三角形の1つの内角は 60°

正六角形の1つの内角は 120° である。

【問 19】

マッチ棒が 150 本ある。このマッチ棒を使って、下の図のように、正六角形の形を左から順につくっていくとき、正六角形は最高何個までつくることができるか。

(高知県 2002 年度)



解答欄

解答

29 個

解説

初め左端にマッチ棒を1本おくと

マッチ棒5本を加えるごとに1個の正六角形をつくることができるから正六角形

x 個をつくるとき使うマッチ棒は $1+5x$ 本と表せる。

よって $1+5x \leq 150$

$x \leq 29.8$

したがって正六角形は 29 個までつくることができる。

【問 20】

図1～図4のように、1 cm きざみに 0, 1, 2, 3, …と目盛をつけた直線 ℓ と、長方形 ABCD があり、はじめは頂点 A, B がそれぞれ直線 ℓ 上の目盛 0, 1 と重なっている。この長方形 ABCD を、図1のように直線 ℓ 上をすべることなく矢印の向きにころがしていくとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2002 年度)

問1 図2において、 $AD=3$ cm とする。このとき、次の(1), (2)に答えよ。

- (1) 頂点 A が目盛 0 を離れて、次に直線 ℓ 上にくるとき、頂点 A が重なる目盛は何か。

- (2) 長方形 ABCD をころがしていくとき、直線 ℓ 上の目盛 25 に重なる頂点は何か。A～D から1つ選び、記号を答えよ。

図1

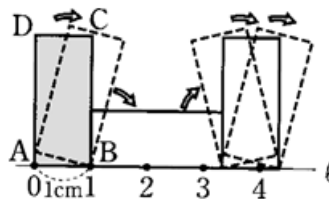


図2

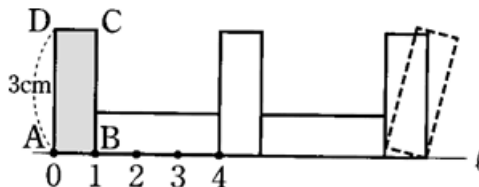


図3

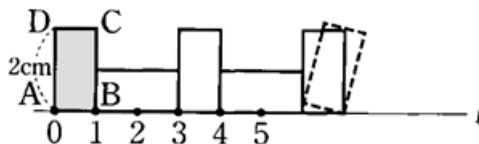
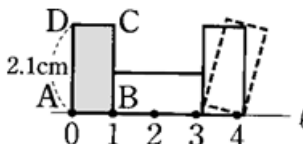


図4



問2 図3において、 $AD=2$ cm とする。長方形 ABCD の頂点が重なる目盛は順に 0, 1, 3, …となり、頂点が重ならない目盛は1番目が目盛 2, 2番目が目盛 5, …となっている。このようにして目盛 0 から 100 までの中で、いずれの頂点とも重ならない目盛を小さい方から順に書き出していくとき、次の(1), (2)に答えよ。

- (1) 10 番目の目盛は何か。

- (2) 最も大きい目盛は何か。

問3 図4において、 $AD=2.1$ cm とする。はじめは頂点が目盛 0, 1 に重なっているが、ころがしていくと、しばらくはいずれの頂点も直線 ℓ 上の目盛と重ならない。次にいずれかの頂点が目盛と重なるとき、その目盛は何か。

解答欄

問1	(1)	
	(2)	
問2	(1)	
	(2)	
問3		

解答

問1

(1) 8

(2) B

問2

(1) 29

(2) 98

問3 31

解説

問1

(1)

長方形 ABCD の周の長さは 8cm だから頂点 A が次に重なる目盛は 8

(2)

$25 = 8 \times 3 + 1$ だから目盛 25 は頂点 A が3回目に重なる目盛より 1 大きいので頂点 B と重なる。

問2

(1)

n 番目にいずれの頂点とも重ならない目盛は $3(n-1)+2=3n-1$ だから 10 番目の目盛は $3 \times 10 - 1 = 29$

(2)

$3n-1 \leq 100$ で n は自然数であるから

これを満たす n の最大値は 33, 目盛は 98

問3

直線 ℓ に辺 BC または辺 AD が 10 回重なった後初めて頂点が目盛と重なる。

つまり辺 BC, AD が5回ずつ直線 ℓ と重なった後点 A が目盛と重なる。

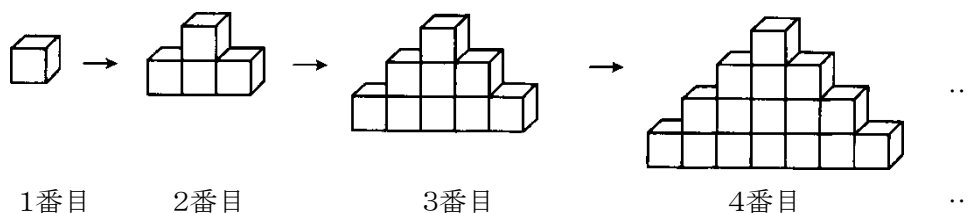
長方形 ABCD の周の長さは 6.2 cm だから $6.2 \times 5 = 31$

【問 21】

1辺が 1 cm の立方体のブロックを下図のように積み重ねて、1番目、2番目、3番目、…と順に立体を作っていく。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2002 年度)



問1 5番目の立体のブロックの個数は、全部で何個になりますか。

問2 n 番目の立体のブロックの個数は全部で何個になりますか。 n を使って表しなさい。

問3 いちばん下の段のブロックの個数が 31 個になるとき、この立体のブロックの個数は全部で何個になりますか。

解答欄

問1	個
問2	個
問3	個

解答

問1 25 個

問2 n^2 個

問3 256 個

解説

問1

図のように5番目の立体を2つあわせたものを考えると

ブロックは全部で $5 \times (9 + 1) = 50$ 個なので

求める個数はこの半分の 25 個

問2

n 番目のいちばん下の段のブロックの個数は $(2n - 1)$ である。

よって問1と同じように考えると求める個数は

$n \times \{(2n - 1) + 1\} \div 2 = n^2$ 個

問3

$2n - 1 = 31$ より

$n = 16$

よって $16^2 = 256$ 個

