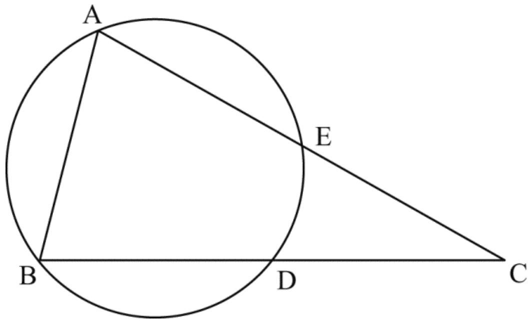
3．合同の証明と長さ・求積などの複合問題 【2015 年度出題】

【問 1】

図のように，△ABC の辺 BC 上に点 D があります。3 点 A，B，D を通る円と，辺 AC との交点を E とします。

次の問いに答えなさい。

（北海道　2015 年度）



問1　∠ADB＝50°　のとき，∠BEC の大きさを求めなさい。

問2　AE＝BD のとき，△ACD≡△BCE を証明しなさい。

解答欄

問1	度
問2	〔証　明〕

解答

問1　130度

問2

〔証明〕

△ACDと△BCEにおいて

∠ACD＝∠BCE　…①

∠CAD＝∠CBE (円周角)…②

仮定より，∠BAD＝∠ABE…③

②，③から，△CABは，∠CAB＝∠CBAの二等辺三角形なので

AC＝BC…④

①，②，④より

一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ACD≡△BCE

解説

問1

円周角の定理より∠AEB＝∠ADB＝50°

よって∠BEC＝180°－50°＝130°

問2

△CABにおいて

∠CAB＝∠CBAであることを導いて，CA＝CBを示す。

△ACDと△BCEにおいて

この1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを示し

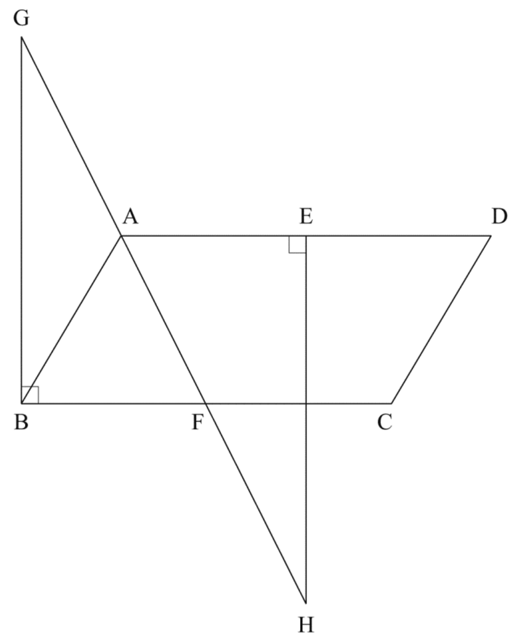
△ACD≡△BCEを導く。

【問 2】

図は，∠ABC が鋭角の平行四辺形 ABCD で，2 辺 AD，BC の中点をそれぞれ E，F とし，∠AFB は鋭角です。点 B を通り辺 BC に垂直な直線と直線 AF との交点を G とし，点 E を通り辺 AD に垂直な直線と直線 AF との交点を H とします。

このとき，GF＝HA であることを証明しなさい。

（岩手県　2015 年度）



解答欄

〔証明〕

解答
〔証明〕
△BFG と△EAH において
仮定から
∠GBF＝∠HEA＝90°…①
平行線の錯角は等しいから
∠BFG＝∠EAH…②
平行四辺形の対辺は等しいから
BC＝AD で
2 点 E, F はそれぞれ辺 AD, BC の中点であるから
BF＝EA…③
①, ②, ③より
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△BFG≡△EAH
合同な図形の対応する辺は等しいから
GF＝HA
解説
△BFG と△EAH において
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを示し△BGF≡△EAH を導く。
次に合同な図形の対応する辺は等しいことから GF＝AH を証明する。

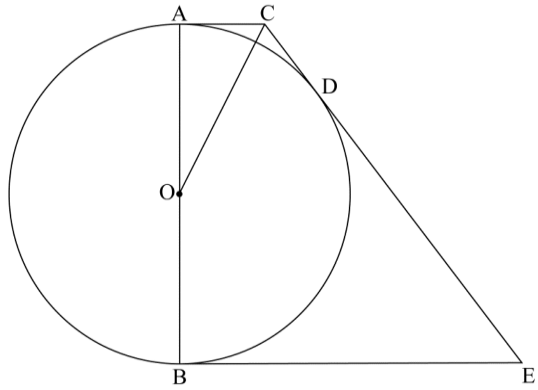
【問 3】

図1のような，長さが 12 cm の線分 AB を直径とする円 O があります。点 A を通る円 O の接線をひき，その接線上に AC＝3 cm となるように点 C をとり，点 C と点 O を結びます。また，点 C から円 O に接線 AC とは異なる接線をひき，円 O との接点を D とします。さらに点 B を通る円 O の接線をひき，接線 CD との交点を E とします。

次の問1～問3に答えなさい。

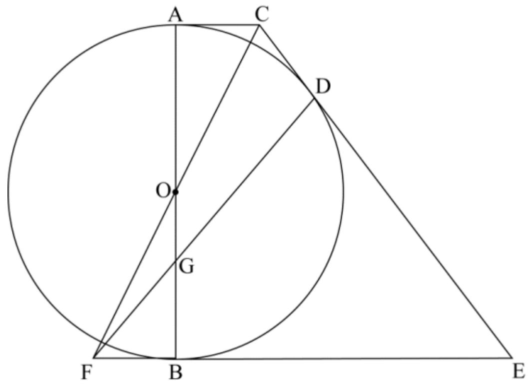
（宮城県　2015 年度　後期）

図1



問1　線分 OC の長さを求めなさい。

図2



問2　線分 DE の長さを求めなさい。

問3　図2は，図1において，直線 CO と直線 EB との交点を F とし，点 D と点 F を結んだものです。線分 DF と線分 AB との交点を G とするとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　△OAC≡△OBF であることを証明しなさい。

(2)　四角形 OGDC の面積を求めなさい。

解答欄

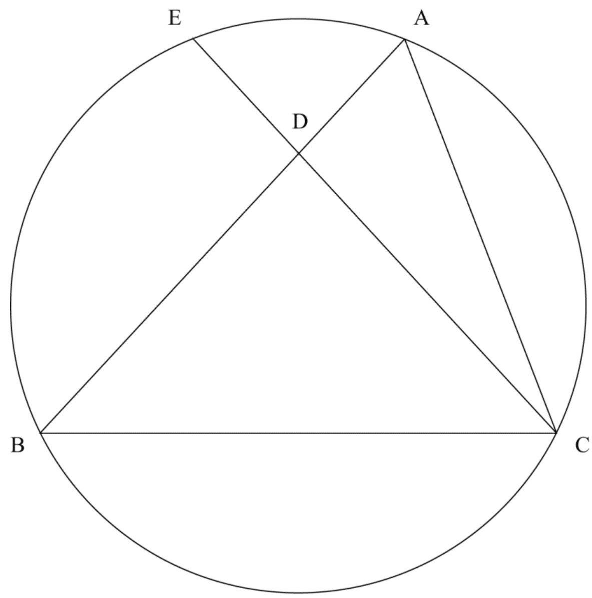
問1	cm	
問2	cm	
問3	(1)	
	(2)	cm^2

解答
問1　$3\sqrt{5}$ cm
問2　12cm
問3
(1)
△OAC と△OBF において
円 O の半径より
OA＝OB…①
対頂角は等しいから
∠AOC＝∠BOF…②
円の接線は，接点を通る半径に垂直だから
∠OAC＝∠OBF＝90°…③
①，②，③より
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△OAC≡△OBF
(2)　$\frac{189}{13}$ cm^2
解説
問1
△OAC において∠OAC＝90°より，三平方の定理から OC＝$\sqrt{6^2+3^2}$＝$3\sqrt{5}$ cm
問2
DE＝x cm とする。
円外の 1 点からその円にひいた2つの接線の長さは等しいので CD＝CA＝3 cm，BE＝DE＝x cm
点 C から接線 EB に垂線をひき，その交点を H とすると
△CEH において，三平方の定理より
$(x+3)^2=(x-3)^2+12^2$
これを解いて x＝12cm
問3
(1)
△OAC と△OBF において
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを示し合同を導く。
(2)
点 D から接線 EF に垂線をひき交点を K とする。
△ECH において
DK // CH より
DK：CH＝ED：EC
DK：12＝12：15
DK＝$\frac{48}{5}$ cm
同様に
EK：EH＝ED：EC
EK：9＝12：15
EK＝$\frac{36}{5}$ cm
また BK＝BE−KE＝$12-\frac{36}{5}=\frac{24}{5}$ cm
△FDK において
GB // DK より
GB：DK＝FB：FK　GB：$\frac{48}{5}$＝3：$\frac{39}{5}$　$\frac{39}{5}$GB＝$\frac{48}{5}\times 3$
GB＝$\frac{48}{13}$ cm　OG＝$6-\frac{48}{13}=\frac{30}{13}$ cm
よって四角形 OGDC の面積＝△OGD＋△OCD＝$\frac{1}{2}\times\frac{30}{13}\times\frac{24}{5}+\frac{1}{2}\times 3\times 6=\frac{72}{13}+9=\frac{189}{13}$ cm^2

【問 4】

図のような，円周上の 3 点 A, B, C を頂点とする△ABC があり，AB＞AC である。辺 AB 上に DB＝DC となる点 D をとり，直線 CD と円との交点のうち，C と異なる点を E とする。このとき，AB＝EC となることを証明しなさい。

（福島県　2015 年度）



解答欄

〔証明〕

解答
(例 1)
〔証明〕
線分 BE をひく。
△ABC と△ECB において
BC は共通…①
DB＝DC より
△DBC は二等辺三角形であるから
∠ABC＝∠ECB…②
円周角の定理から
∠ACE＝∠EBA…③
また∠ACB＝∠ACE＋∠ECB…④
∠EBC＝∠EBA＋∠ABC…⑤
②, ③, ④, ⑤より
∠ACB＝∠EBC…⑥
①, ②, ⑥より
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ABC≡△ECB
したがって
AB＝EC

(例 2)
〔証明〕
線分 BE をひく。
△DCA と△DBE において
仮定から　DC＝DB…①
対頂角は等しいから
∠ADC＝∠EDB…②
円周角の定理から
∠ACE＝∠EBA…③
①, ②, ③より
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△DCA≡△DBE
したがって　AD＝ED…④
また　AB＝AD＋DB…⑤
EC＝ED＋DC…⑥
①, ④, ⑤, ⑥より
AB＝EC
解説
BE を結ぶ。
△ABC と△ECB が合同であることを証明する。

【問 5】

右の図1で，△ABC は AB＝AC，∠BAC が鋭角の二等辺三角形である。点 O は，△ABC の 3 つの頂点 A，B，C を通る円の中心である。点 P は，頂点 B を含まない $\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$ 上にある点で，頂点 A，頂点 C のいずれにも一致しない。頂点 B と点 P を結び，辺 AC との交点を Q とする。

次の各問に答えよ。

（東京都　2015 年度）

図1

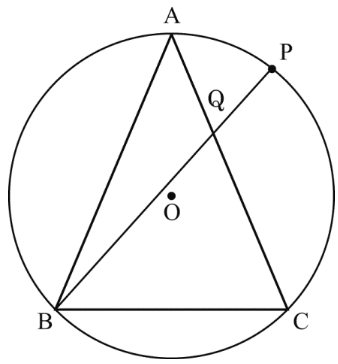
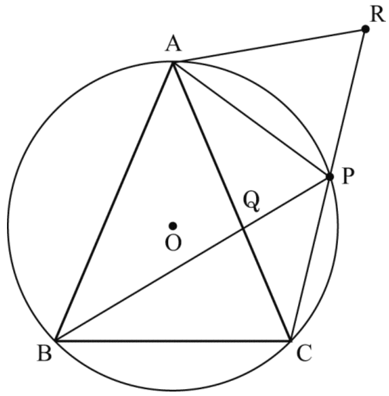


図2



問1 図1において，∠ABC＝75°，∠ABP＝a° とするとき，∠PQC の大きさを a を用いた式で表せ。

問2 右の図2は，図1において，頂点 A と点 P，頂点 C と点 P をそれぞれ結び，線分 CP を P の方向に延ばした直線上にあり BP＝CR となる点を R とし，頂点 A と点 R を結んだ場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

(1) △ABP≡△ACR であることを証明せよ。

(2) AB＝BP＝9 cm，BC＝6 cm のとき，線分 CP の長さは何 cm か。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">(　　　　　　　　　　) 度</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>〔証明〕
△ABP と△ACR において，

△ABP≡△ACR</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
</table>

解答
問1 (　150－a　)度
問2
(1)
〔証明〕
△ABP と△ACR において
△ABC は二等辺三角形だから
AB＝AC…①
仮定から
BP＝CR…②
$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$に対する円周角は等しいから
∠ABP＝∠ACR…③
①, ②, ③より
2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABP≡△ACR
(2)　5cm
解説
問1
△ABC は AB＝AC の二等辺三角形より∠BAC＝180°－75°×2＝30°
よって△ABQ において∠QAB＝30°, ∠ABQ＝a° となるから
∠AQB＝180°－(a°＋30°)＝150°－a°
対頂角は等しいので∠PQC＝∠AQB＝150°－a°
問2
(1)
△ABC が二等辺三角形であることから AB＝AC
仮定より BC＝CR がわかる。
また 1 つの弧に対する円周角の大きさが等しいことから∠ABP＝∠ACR を導き出す。
(2)
∠ACB＝x とすると△ABC において AB＝AC＝9 cm　∠ABC＝∠ACB＝x
また△BPA において AB＝BP＝9 cm
円周角の定理より$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する円周角は等しいので
∠BPA＝∠ACB＝x
底角は等しいので∠BAP＝∠BPA＝x
△ABC と△BPA において
2 つの底角が等しいので頂角も 180°　－2x となり等しくなる。
2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
△ABC≡△BPA
よって AP＝BC＝6 cm
また△APR において
△ABP≡△ACR より AR＝AP＝6 cm
また∠APR＝∠ARC＝∠APB＝x
△ABC と△APR について
2 組の角がそれぞれ等しいので
△ABC∽△APR
よって 9:6＝6:PR　9PR＝36　PR＝4cm
よって CP＝9－4＝5cm

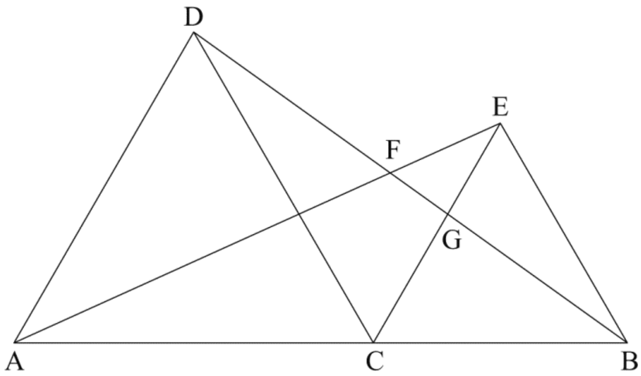
【問 6】

図1のように，線分 AB 上に点 C をとり，AC，CB を，それぞれ 1 辺とする正三角形△ACD と△CBE を AB の同じ側につくる。また，AE と BD の交点を F，CE と BD の交点を G とする。

次の各問いに答えなさい。

（長野県　2015 年度）

図1



問1 ∠DCE の大きさを求めなさい。

問2 △ACE≡△DCB を証明しなさい。

問3 ∠BFE＝60° であることを，次のように求めた。

> 問2より，△ACE≡△DCB から，
> ∠AEC＝∠DBC
> だから，円周角の定理の逆より，4 点 B，E，$\boxed{\text{あ}}$，$\boxed{\text{い}}$ は，同じ円周上にある。
> よって，$\overset{\frown}{\mathrm{BE}}$に対する円周角は等しいから
> ∠BFE＝ $\boxed{\text{う}}$
> したがって，∠BFE＝60°

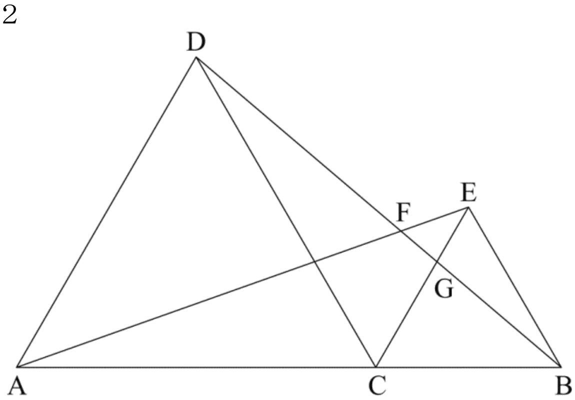
(1) $\boxed{\text{あ}}$，$\boxed{\text{い}}$ に当てはまる点を，それぞれ記号を用いて書きなさい。ただし，$\boxed{\text{あ}}$，$\boxed{\text{い}}$ の順序は問わない。

(2) $\boxed{\text{う}}$ に当てはまる最も適切な角を，記号を用いて書きなさい。

問4 図2は，図1の図形で AC＝12 cm，CB＝6 cm としたものとする。

(1) 次のように，相似な 2 つの三角形を見つけることにより，その相似比から，CG:GE を求めることができる。$\boxed{\text{え}}$ に当てはまる最も適切な三角形を記号を用いて書き，$\boxed{\text{お}}$ に当てはまる最も簡単な整数の比を求めなさい。

図2



> △DCG∽ $\boxed{\text{え}}$ だから，CG:GE＝ $\boxed{\text{お}}$ である。

(2) BG の長さを求めなさい。

(3) △EFG の面積を求めなさい。

解答欄

問1	∠DCE＝　　　　°				
問2					
問3	(1)				
	(2)	∠			
問4	(1)	え	△	お	:
	(2)	cm			
	(3)	cm^2			

解答
問1　$\angle DCE = 60^\circ$
問2
$\triangle ACE$と$\triangle DCB$について
$\triangle ACD$と$\triangle CBE$は，正三角形であるから
$AC = DC$…①
$CE = CB$…②
また
$\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE = 120^\circ$　…③
$\angle DCB = \angle DCE + \angle BCE = 120^\circ$　…④
したがって③，④より
$\angle ACE = \angle DCB$…⑤
①，②，⑤から
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
$\triangle ACE \equiv \triangle DCB$
問3
(1) C　F
(2) $\angle BCE$
問4
(1)
え　$\triangle BEG$
お　$2:1$
(2) $2\sqrt{7}$ cm
(3) $\dfrac{6\sqrt{3}}{7}$ cm^2

解説

問1

正三角形の1つの内角は60°より∠DCE＝180°－60°×2＝60°

問2

正三角形の性質などを利用して合同を導く。

問3

(1)

△ACE≡△DCBより∠AEC＝∠DBC　すなわち∠FEC＝∠FBC

よって円周角の定理の逆より4点B，E，F，Cは同一円周上にある。

(2)

$\overset{\frown}{\mathrm{BE}}$に対する円周角は等しいから

∠BFE＝∠BCE＝60°

問4

(1)

△DCGと△BEGにおいて

∠DCG＝∠BEG＝60°…①

対頂角より∠DGC＝∠BGE…②

①，②より

2組の角がそれぞれ等しいので

△DCG∽△BEG

よってCG:GE＝CG:EG＝DC:BE＝12:6＝2:1

(2)

CG:GE＝2:1より CG＝$\dfrac{2}{3}$CE＝$\dfrac{2}{3}$×6＝4cm

点Gから辺CBに垂線をひき，交点をHとすると

△GCHにおいて∠GCH＝60°より，CH:GH:CG＝1:$\sqrt{3}$:2

よってCH＝$\dfrac{1}{2}$CG＝$\dfrac{1}{2}$×4＝2cm

GH＝$\sqrt{3}$CH＝$\sqrt{3}$×2＝$2\sqrt{3}$cm

BH＝6－2＝4cm

△BGHにおいて

三平方の定理よりBG＝$\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}$＝$2\sqrt{7}$cm

(3)

△EFGと△BCGは

∠EGF＝∠BGC，∠GEF＝∠GBCより

2組の角がそれぞれ等しいので相似である。

相似比はEG:BG＝2:$2\sqrt{7}$＝1:$\sqrt{7}$となるから

面積比は1:7

△BCG＝$\dfrac{1}{2}$×6×$2\sqrt{3}$＝$6\sqrt{3}$ cm^2

よって△EFG＝$\dfrac{1}{7}$△BCG

＝$\dfrac{1}{7}$×$6\sqrt{3}$

＝$\dfrac{6\sqrt{3}}{7}$cm^2

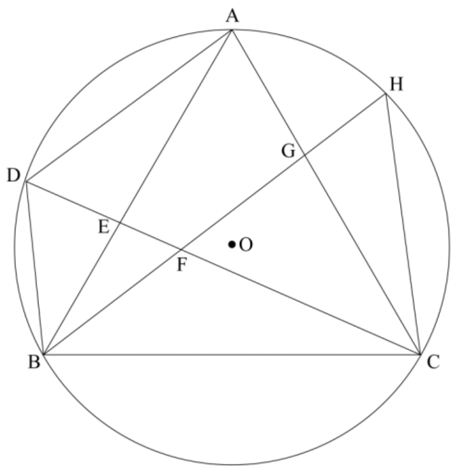
【問 7】

次の図のように，正三角形 ABC と，3 点 A，B，C を通る円 O がある。点 C をふくまない側にある弧 AB 上に点 D をとり，△ADB をつくる。線分 CD をひき，線分 AB との交点を E とし，線分 CD 上に AD＝CF となる点 F をとる。線分 BF を延長した直線と線分 AC，円 O との交点をそれぞれ G，H とする。

このとき，あとの各問いに答えなさい。

ただし，点 H は点 B と異なる点とする。

（三重県　2015 年度）



問1　次の $\boxed{}$ は，△ADB≡△CFB であることを証明したものである。$\boxed{（ア）}$ ～ $\boxed{（ウ）}$ に，それぞれあてはまる適切なことがらを書き入れなさい。

〔証　明〕△ADB と△CFB において，
仮定より，AD＝CF…①
△ABC は正三角形だから，$\boxed{（ア）}$…②
弧 BD に対する $\boxed{（イ）}$ は等しいから，∠BAD＝∠BCF…③
①，②，③より，$\boxed{（ウ）}$ がそれぞれ等しいので，
△ADB≡△CFB

問2　△BFE∽△CHG であることを証明しなさい。

問3　AB＝10 cm，AD:DB＝3:2 のとき，次の各問いに答えなさい。

(1)　線分 CE と線分 ED の長さの比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2)　△CFB の面積を求めなさい。なお，答えに $\sqrt{}$ がふくまれるときは，$\sqrt{}$ の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。

解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	
	(ウ)	
問2	〔証明〕	
問3	(1)	CE：ED＝　　　　：
	(2)	cm^2

解答
問1
(ア)　BA＝BC
(イ)　円周角
(ウ)　2 組の辺とその間の角
問2
〔証明〕
△BFE と△CHG において
弧 AH に対する円周角は等しいから
∠EBF＝∠GCH…①
△ADB≡△CFB より，対応する辺は等しいから
DB＝FB…②
②より△BFD は二等辺三角形だから
∠BDE＝∠BFE…③
弧 BC に対する円周角は等しいから
∠BDE＝∠CHG…④
③，④より
∠BFE＝∠CHG…⑤
①，⑤より
2 組の角がそれぞれ等しいので
△BFE∽△CHG
問3
(1)　CE : ED＝19 : 6
(2)　$\dfrac{150\sqrt{3}}{19}$ cm^2
解説
問1
△ADB と△CFB において 2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいことから△ADB≡△CFB　を導く。
問2
△BFE と△CHG において問1の合同も利用して 2 組の角がそれぞれ等しいことから相似を導く。
問3
(1)
円周角の定理より∠BDC＝∠BHC＝∠BAC＝60°
よって△BDF，△CFH は正三角形である。
AD : DB＝3 : 2 より
AD＝③，DB＝②とすると
CF＝③，DF＝BF＝②
∠ADC＝∠ABC＝60° より∠ADC＝∠DFB＝60°
錯角が等しいので AD // HB
DE : FE＝AD : BF＝③ : ②＝3 : 2
よって CE : ED＝(CF＋FE) : ED＝$\left(③+②\times\dfrac{2}{5}\right)$: ②×$\dfrac{3}{5}$ ＝$\dfrac{19}{5}$: $\dfrac{6}{5}$ ＝19 : 6
(2)
△ABC は 1 辺が 10 cm の正三角形だから，高さは$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 10 = 5\sqrt{3}$ cm
△ABC の面積は$\dfrac{1}{2}\times 10\times 5\sqrt{3} = 25\sqrt{3}$ cm^2
AD // BH より AE : BE＝AD : BF＝3 : 2
よって△CBE＝$\dfrac{2}{5}$△ABC＝$\dfrac{2}{5}\times 25\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$ cm^2
CF : EF＝③ : ②×$\dfrac{2}{5}$ ＝15 : 4 より△CFB＝$\dfrac{15}{19}$△CBE＝$\dfrac{15}{19}\times 10\sqrt{3} = \dfrac{150\sqrt{3}}{19}$ cm^2

【問 8】

図1，図2において，四角形 ABCD は 1 辺の長さが 4 cm の正方形である。E は，辺 BC 上にあって B，C と異なる点である。A と E とを結ぶ。F は，B から線分 AE にひいた垂線と線分 AE との交点である。G は，D から線分 AE にひいた垂線と線分 AE との交点である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ数になる場合は，根号の中をできるだけ小さい自然数にすること。

（大阪府　2015 年度　後期）

図1

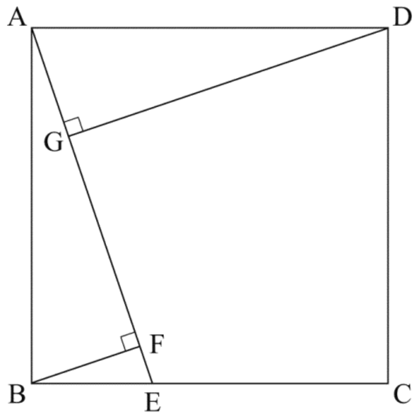
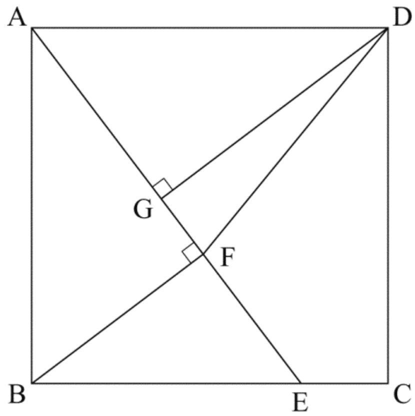


図2



問1 図1において，

(1) 正方形 ABCD の対角線 AC の長さを求めなさい。

(2) △ABF≡△DAG であることを証明しなさい。

問2 図2は，BE＝3 cm であるときの状態を示している。図2において，D と F とを結ぶ。

(1) 線分 BF の長さを求めなさい。

(2) 線分 DF の長さを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>〔証　明〕</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
</table>

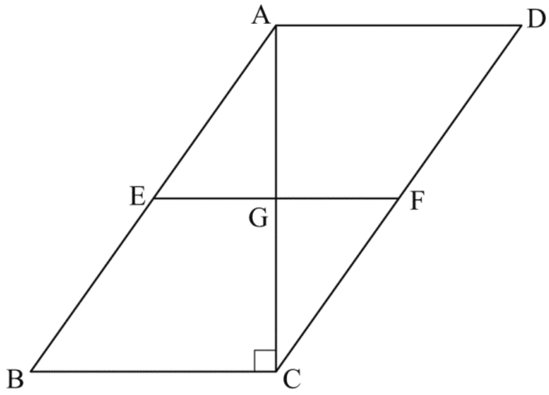
解答
問1
(1)　$4\sqrt{2}$ cm
(2)
〔証明〕
△ABFと△DAGにおいて
AE⊥BF, AE⊥DGだから
∠AFB＝∠DGA＝90°　…㋐
四角形ABCDは正方形だから
　AB＝DA…㋑
∠BAF＝∠DAB－∠DAG
＝90°－∠DAG…㋒
∠ADG＝180°－(∠DAG＋∠DGA)
＝90°－∠DAG…㋓
㋒, ㋓より
∠BAF＝∠ADG…㋔
㋐, ㋑, ㋔より
直角三角形の斜辺と一つの鋭角がそれぞれ等しいから
△ABF≡△DAG
問2
(1)　$\frac{12}{5}$ cm
(2)　$\frac{4\sqrt{17}}{5}$ cm
解説
問1
(1)
1辺が4 cmの正方形の対角線だから $\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$ cm
(2)
正方形の性質などを利用して, 合同を導く。
問2
(1)
△ABEにおいて三平方の定理よりAE＝$\sqrt{3^2+4^2}$＝5cm
また, △AFB∽△ABEだから
AB:AE＝BF:EB　4:5＝BF:3　5BF＝12　BF＝$\frac{12}{5}$ cm
(2)
AB:AE＝AF:AB
4:5＝AF:4
5AF＝16
AF＝$\frac{16}{5}$ cm
AG＝BF＝$\frac{12}{5}$ cm
GF＝$\frac{16}{5}-\frac{12}{5}=\frac{4}{5}$ cm
DG＝AF＝$\frac{16}{5}$ cm
△DGFにおいて三平方の定理より
DF＝$\sqrt{\left(\frac{16}{5}\right)^2+\left(\frac{4}{5}\right)^2}=\frac{4\sqrt{17}}{5}$ cm

【問 9】

図のように，AB＝5 cm，BC＝3 cm，AC⊥BC の平行四辺形 ABCD がある。辺 AB の中点 E を通り BC に平行な直線と CD との交点を F とする。また，AC と EF との交点を G とする。

次の問いに答えなさい。

（兵庫県　2015 年度）



問1　線分 AC の長さは何 cm か，求めなさい。

問2　△AEG≡△CEG を次のように証明した。$\boxed{(\text{i})}$ ～ $\boxed{(\text{iv})}$ にあてはまるものを，あとのア～スからそれぞれ 1 つ選んでその記号を書き，この証明を完成させなさい。

＜証明＞
△AEG と△CEG において，
EG // BC　より，AG : GC＝ $\boxed{(\text{i})}$ ＝1 : 1 だから，$\boxed{(\text{ii})}$ …①
$\boxed{(\text{iii})}$ は等しいので，∠AGE＝∠ACB＝90°　したがって，∠AGE＝∠CGE　…②
また，EG は共通だから，EG＝EG　…③
①，②，③から，
$\boxed{(\text{iv})}$ がそれぞれ等しいので，
△AEG≡△CEG

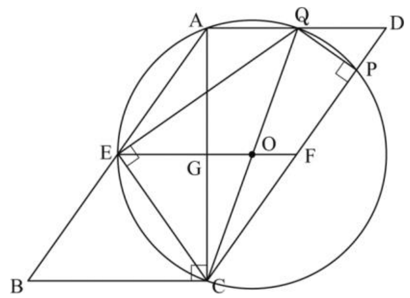
ア　AE : EB	イ　EG : BC	ウ　AE＝EB	エ　AG＝CG
オ　平行線の錯角	カ　平行線の同位角	キ　対頂角	ク　円周角
ケ　3 組の辺	コ　2 組の辺とその間の角		サ　1 組の辺とその両端の角
シ　直角三角形の斜辺と他の 1 辺		ス　直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角	

問3　図において，線分 EF 上に中心があり，2 点 A，E を通る円をかく。この円が線分 FD と交わる点を P，線分 DA と交わる点のうち A と異なる点を Q とするとき，四角形 ECPQ の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

解答欄

問1	cm							
問2	(ⅰ)		(ⅱ)		(ⅲ)		(ⅳ)	
問3	cm^2							

解答
問1 4 cm
問2
(ⅰ) ア
(ⅱ) エ
(ⅲ) カ
(ⅳ) コ
問3 $\frac{527}{75}$ cm^2
解説
問1
三角形 ABC において∠ACB＝90°より，三平方の定理より AC＝$\sqrt{5^2-3^2}$ ＝4cm
問2
平行線の性質や平行線と比の定理を利用して合同を導く。
右の図のように，線分 EF 上に中心がある，
2 点 A，E を通る円において∠CAQ＝90°より，線分 CQ はこの円の直径となる。
よって CQ と EF の交点が円の中心である。
この点を O とし，この円の半径を r とする。



EG＝$\frac{1}{2}$BC＝$\frac{1}{2}\times3=\frac{3}{2}$cm

△OCG において，三平方の定理より$\left(r-\frac{3}{2}\right)^2+2^2=r^2$

これを解いて $r=\frac{25}{12}$cm

OG＝$\frac{25}{12}-\frac{3}{2}=\frac{7}{12}$cm

QA＝2OG＝$2\times\frac{7}{12}=\frac{7}{6}$cm

QD＝$3-\frac{7}{6}=\frac{11}{6}$cm

△QDP∽△ABC だから

QD : AB＝$\frac{11}{6}$: 5＝11 : 30 より△QDP : △ABC＝121 : 900

△QDP＝$\frac{121}{900}$△ABC＝$\frac{121}{900}\times\frac{1}{2}\times3\times4=\frac{121}{150}$ cm^2

よって四角形 ECPQ の面積は
平行四辺形 ABCD－△EBC－△AQE－△QDP で求めることができるので

$3\times4-\frac{1}{2}\times3\times2-\frac{1}{2}\times\frac{7}{6}\times2-\frac{121}{150}=12-3-\frac{7}{6}-\frac{121}{150}=\frac{527}{75}$ cm^2

【問 10】

図1のように，三角定規を固定し，2 辺のそれぞれの中点にピンを当てるように付ける。次に，形と大きさが同じ三角定規の 2 辺を，図2のように，2 本のピンに当てながら動かしていくとき，頂点はどのような図形の線上を動くかについて，図3をかいて考えてみた。図3で，△ABC は∠A＝60°，∠C＝90°，AB＝16 cm の直角三角形であり，2 点 P，Q はそれぞれ辺 AB，AC の中点である。次に，△ABC と合同な△DEF を，辺 DE が点 P を，辺 DF が点 Q を常に通るように動かしていく。各問いに答えよ。

（奈良県　2015 年度）

図1

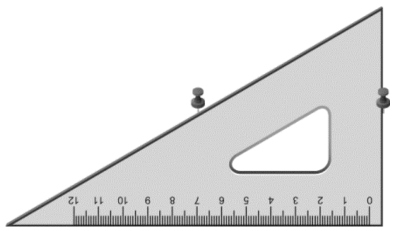


図2

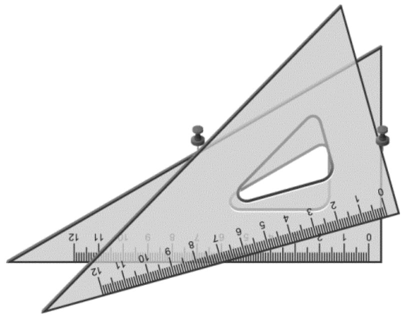
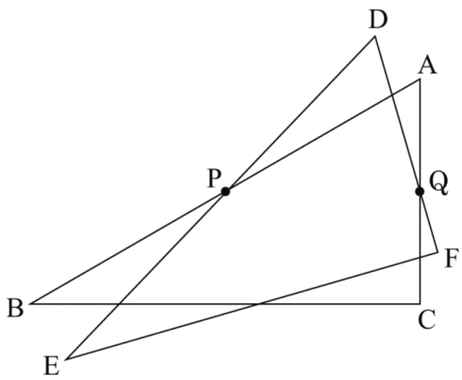


図3



問1 線分 PQ の長さを求めよ。

問2 頂点 D はどのような図形の線上を動くか。簡潔に説明せよ。

問3　辺 BC が 2 辺 DE，EF のどちらとも交わるとき，辺 BC と 2 辺 DE，EF との交点をそれぞれ G，H とする。EH＝8 cm のとき，△BGP≡△EGH を証明せよ。

問4　頂点 F が点 Q の位置にくるとき，△ABC と△DEF の重なる部分の面積を求めよ。

解答欄

問1	cm
問2	
問3	〔証明〕
問4	cm^2

解答

問1　$4\sqrt{3}$ cm

問2　3 点 A, P, Q を通る円の周上。

問3

〔証明〕

△BGP と△EGH において

仮定から

∠B＝∠E…①

点 P は辺 AB の中点なので $BP=\frac{1}{2}AB=8$cm

よって BP＝EH…②

対頂角は等しいから∠BGP＝∠EGH…③

①, ③と三角形の内角の和は 180° であることから

∠BPG＝∠EHG…④

①, ②, ④より

1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△BGP≡△EGH

問4　$\frac{52\sqrt{3}}{3}$ cm^2

解説

問1

△ABC は∠A＝60°, ∠C＝90°より $AC:AB:BC=1:2:\sqrt{3}$

AB＝16 cm より $16:BC=2:\sqrt{3}$　$2BC=16\sqrt{3}$　$BC=8\sqrt{3}$ cm

また△ABC において, 点 P, 点 Q はそれぞれ辺 AB,

辺 AC の中点より, 中点連結定理から $PQ=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ cm

問2

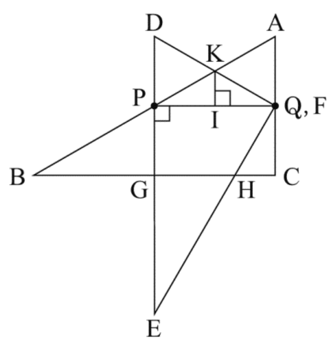
∠PDQ＝∠PAQ＝60° より, 円周角の定理の逆より 4 点 P, D, A, Q は同一円周上にある。

問3

△BGP と△EGH において 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを示し合同を導く。

問4

点 F と点 Q が一致するとき, 点 F から線分 DE にひいた垂線の長さと線分 PQ の長さが一致するので右の図のようになる。



線分 AB と線分 DF の交点を K, 点 K から線分 PQ に垂線をひき, 交点を I とする。

△ABC と△DEF の重なる部分は五角形 KPGHQ となるから

五角形 KPGHQ＝△KPQ＋△HPQ＋△PGH

△KPQ は∠KPQ＝∠KQP＝30° の二等辺三角形だから

$PI=\frac{1}{2}PQ=2\sqrt{3}$ cm

$KI=\frac{1}{\sqrt{3}}PI=2$ cm

また $DP=\frac{1}{2}DQ=4$ cm, EP＝16－4＝12cm　PG＝QC＝4 cm より

EG＝12－4＝8cm

$GH:PQ=EG:EP$　$GH:4\sqrt{3}=8:12$　$12GH=32\sqrt{3}$　$GH=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm

よって求める面積は, 五角形 KPGHQ＝△KPQ＋△HPQ＋△PGH より

$$\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 2+\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4+\frac{1}{2}\times\frac{8\sqrt{3}}{3}\times 4$$

$$=4\sqrt{3}+8\sqrt{3}+\frac{16\sqrt{3}}{3}$$

$$=\frac{52\sqrt{3}}{3}\text{ cm}^2$$

【問 11】

図1の△ABC は正三角形であり，辺 AB 上に∠BCD ＝45° となるように点 D をとると，BD＝2 cm となった。また，辺 BC 上に DE⊥BC となるように点 E をとる。

次の問1～問3に答えなさい。

（島根県　2015 年度）

問1 線分 DE の長さを求めなさい。

問2 線分 CD の長さを求めなさい。

問3　次に，図2のように線分 CD を 1 辺とする正三角形 CDF をつくり，A と F を結ぶ。

次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) △BCD≡△ACF であることを証明したい。解答欄の証明を完成させなさい。

ただし，$\boxed{}$ 内には，三角形の合同条件を正しく記入しなさい。

(2) ∠AFD の大きさを求めなさい。

(3) さらに，図3のように E と F を結ぶ。このとき，△CEF の面積を求めなさい。

図1

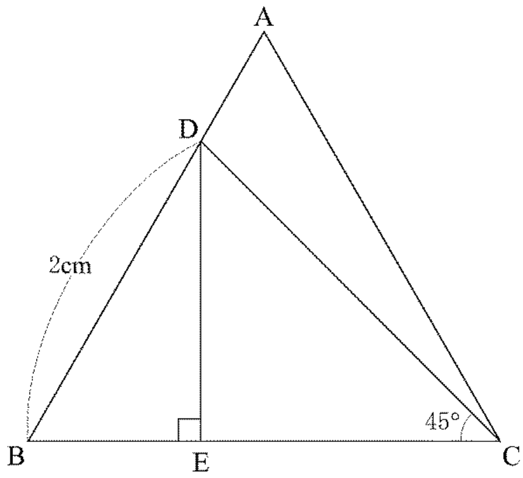


図2

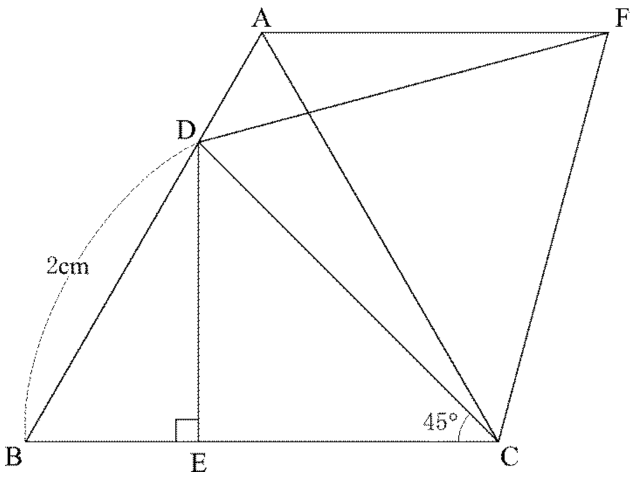
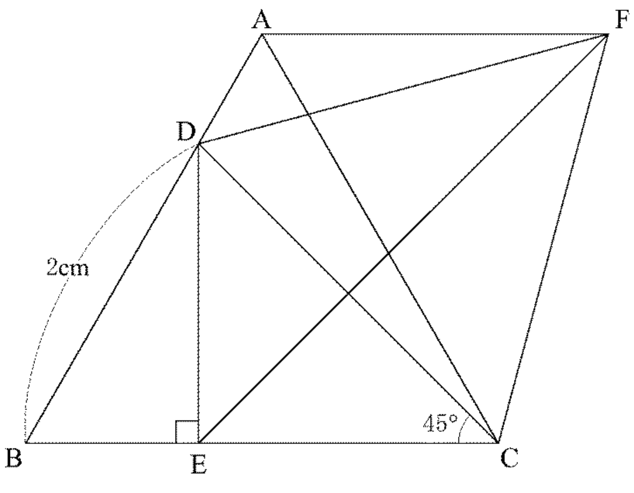


図3



解答欄

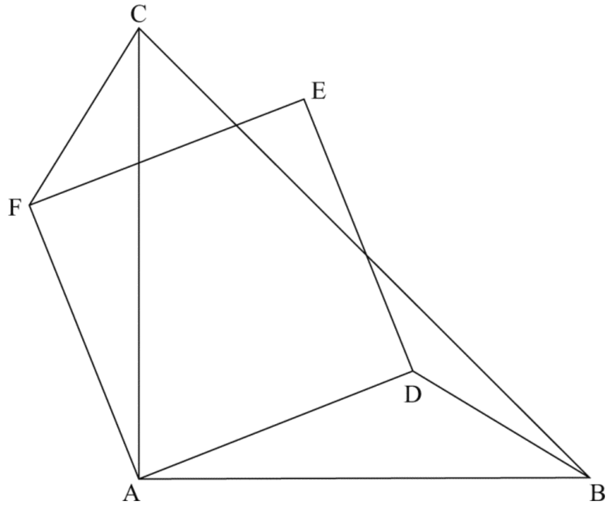
問1		cm	
問2		cm	
問3	(1)	〔証明〕△BCD と△ACF において, □ ので, △BCD≡△ACF	
	(2)	∠AFD＝　　　　°	
	(3)	cm^2	

解答
問1 $\sqrt{3}$ cm
問2 $\sqrt{6}$ cm
問3
(1)
〔証明〕
△BCDと△ACFにおいて
△ABCが正三角形であるからBC＝AC…①
△CDFが正三角形であるからCD＝CF…②
また∠ACB＝∠DCF＝60°より
∠BCD＝60°－∠ACD…③
∠ACF＝60°－∠ACD…④
③, ④より∠BCD＝∠ACF…⑤
①, ②, ⑤より
2組の辺とその間の角がそれぞれ等しい ので
△BCD≡△ACF
(2) ∠AFD＝15°
(3) $\dfrac{3+3\sqrt{3}}{4}$ cm^2
解説
問1
△DBEにおいて
∠DEB＝90°, ∠DBE＝60°より DB:DE＝2: $\sqrt{3}$ DB＝2 cmより
2:DE＝2: $\sqrt{3}$
2DE＝$2\sqrt{3}$
DE＝$\sqrt{3}$ cm
問2
△CDEにおいて∠DEC＝90°, ∠DCE＝45°より
CD:DE＝$\sqrt{2}$:1
DE＝$\sqrt{3}$ cmより
CD: $\sqrt{3}$ ＝$\sqrt{2}$:1
CD＝$\sqrt{3}\times\sqrt{2}$
CD＝$\sqrt{6}$ cm
問3
(1)
正三角形の性質などを利用して合同を導く。
(2)
△BCD≡△ACFより
∠AFC＝∠BDC＝30°＋45°＝75° ∠AFD＝75°－60°＝15°
(3)
△BCD≡△ACFより∠CAF＝CBD＝60°
よって∠CAF＝∠ACB＝60°より, 錯角が等しいのでAF // BC
これより点Fから辺BCにひいた垂線の長さと点Aから辺BCにひいた垂線の長さは等しい。
この長さをhとすると
AB:h＝2: $\sqrt{3}$ で, AB＝BC＝BE＋CE＝1＋$\sqrt{3}$ cmより
(1＋$\sqrt{3}$):h＝2: $\sqrt{3}$
$2h$＝$\sqrt{3}$ (1＋$\sqrt{3}$)
$h=\dfrac{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}$ cm
よって△CEF＝$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{2}=\dfrac{3+3\sqrt{3}}{4}$ cm^2

【問 12】

図のように，1 つの平面上に∠BAC＝90°の直角二等辺三角形 ABC と正方形 ADEF があります。ただし，∠BAD は鋭角とします。このとき，△ABD≡△ACF であることを証明しなさい。

（広島県　2015 年度）



解答欄

〔仮定〕　図において，△ABC は∠BAC＝90°の直角二等辺三角形，四角形 ADEF は正方形

〔結論〕　△ABD≡△ACF

〔証明〕

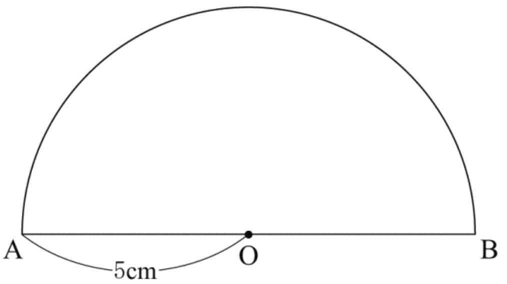
解答
〔仮定〕 図において△ABC は∠BAC＝90° の直角二等辺三角形, 四角形 ADEF は正方形
〔結論〕 △ABD≡△ACF
〔証明〕
△ABD と△ACF において
△ABC は直角二等辺三角形であるから
AB＝AC…①
∠BAC＝90° であるから
∠BAD＝90° －∠CAD…②
また, 四角形 ADEF は正方形であるから
AD＝AF…③
∠DAF＝90° であるから
∠CAF＝90° －∠CAD…④
②, ④より∠BAD＝∠CAF…⑤
①, ③, ⑤より
2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABD≡△ACF
解説
直角三角形や正方形の性質を利用して合同を導く。

【問 13】

図1，図2のように，点 O を中心とし，線分 AB を直径とする半径 5 cm の半円がある。問1・問2に答えなさい。

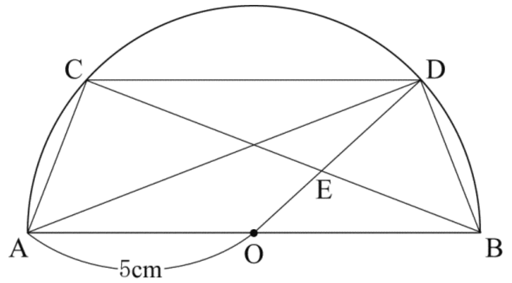
（徳島県　2015 年度）

図1



問1　図1の半円を，直線 AB を回転の軸として 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

図2



問2　図2のように，AB // CD となるように，$\overset{\frown}{AB}$上に 2 点 C，D をとり，四角形 ABDC の対角線 AD，BC をひく。線分 OD と線分 BC との交点を E とし，(1)～(3)に答えなさい。

(1) $\angle$BAD＝21° のとき，$\angle$BOD の大きさを求めなさい。

(2) $\triangle$ABD≡$\triangle$BAC を証明しなさい。

(3) CD＝6 cm のとき，$\triangle$BED の面積を求めなさい。

解答欄

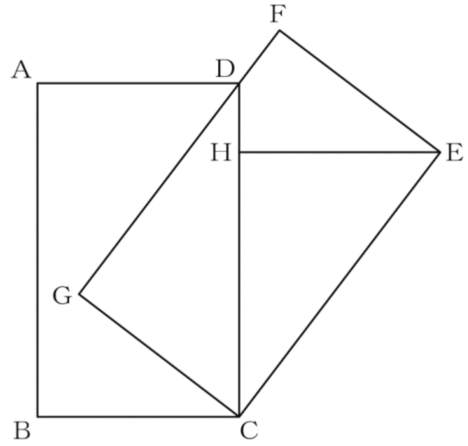
<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">cm^2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td>(1)</td><td>度</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>〔証明〕</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>cm^2</td></tr>
</table>

解答
問1　$100\pi\,\mathrm{cm}^2$
問2
(1) 42 度
(2)
〔証明〕
△ABD と△BAC で
AB は共通だから
AB＝BA…①
半円の弧に対する円周角は，直角だから
∠ADB＝∠BCA＝90°　…②
$\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$に対する円周角の大きさは等しいので
∠BAD＝∠BCD…③
平行線の錯角は等しいので AB // CD から
∠BCD＝∠ABC　…④
③，④から∠BAD＝∠ABC…⑤
①，②，⑤から
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので
△ABD≡△BAC
(3)　$\dfrac{60}{11}\,\mathrm{cm}^2$
解説
問1
できる立体は，半径 5 cm の球だから，表面積は $4\pi\times5^2=100\pi\,\mathrm{cm}^2$
問2
(1)
円周角の定理より∠BOD＝2∠BAD＝2×21°＝42°
(2)
等しい弧に対する円周角は等しいことや半円の弧に対する円周角は直角になることを利用して合同を導く。
(3)
点 O と点 C を結ぶ。
点 O から線分 CD に垂線をひき交点を H とする。
△OCD は OC＝OD の二等辺三角形だから DH＝6÷2＝3cm
三平方の定理より $\mathrm{OH}=\sqrt{5^2-3^2}=4\mathrm{cm}$
CD // AB だから
点 D から線分 OB に垂線をひき交点を K とすると KD＝OH＝4 cm
よって $\triangle\mathrm{OBD}=\dfrac{1}{2}\times5\times4=10\mathrm{cm}^2$
OE : DE＝OB : DC＝5 : 6 より
$\triangle\mathrm{BED}=\dfrac{6}{11}\triangle\mathrm{OBD}=\dfrac{6}{11}\times10=\dfrac{60}{11}\,\mathrm{cm}^2$

【問 14】

図において，四角形 ABCD と四角形 FGCE は合同な長方形であり，AB＞BC，FG＞GC である。点 G は四角形 ABCD の内部にあり，点 D は辺 FG 上にある。点 E から辺 CD に垂線をひき，辺 CD との交点を H とする。このとき，次の問1・問2に答えなさい。

（高知県　2015 年度　A）



問1 △CDG≡△ECH を証明せよ。

問2　点 G から辺 CD に垂線をひき，辺 CD との交点を I とする。AB＝10 cm，B C＝6 cm であるとき，線分 HI の長さを求めよ。

解答欄

問1	〔証明〕 △CDG と△ECH において したがって　△CDG≡△ECH
問2	cm

解答
問1
〔証明〕
△CDG と△ECH において
四角形 ABCD と四角形 FGCE は合同な長方形であるから
CD＝CE…①
CE // GF より, 錯角は等しいから
∠CDG＝∠ECH…②
また四角形 ABCD と四角形 FGCE は長方形であるから
∠CGD＝∠CHE＝90°…③
①, ②, ③より
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しい。
したがって
△CDG≡△ECH
問2 $\dfrac{22}{5}$ cm
解説
問1
合同な図形の性質や平行線の錯角が等しくなることを利用して合同を導く。
問2
△CDG≡△ECH より
EH＝CG＝CB＝6cm
CE＝DC＝AB＝10cm
∠CHE＝90° より
CH＝$\sqrt{10^2-6^2}$ ＝8cm
よって DG＝CH＝8cm
また△CDG と△GDI は
2 組の角がそれぞれ等しいので相似になるから
DG:DI＝CD:GD
8:DI＝10:8
10DI＝64
DI＝$\dfrac{32}{5}$cm
CI＝DC－DI より
10－$\dfrac{32}{5}$＝$\dfrac{18}{5}$cm
よって IH＝CH－CI より
8－$\dfrac{18}{5}$＝$\dfrac{22}{5}$cm

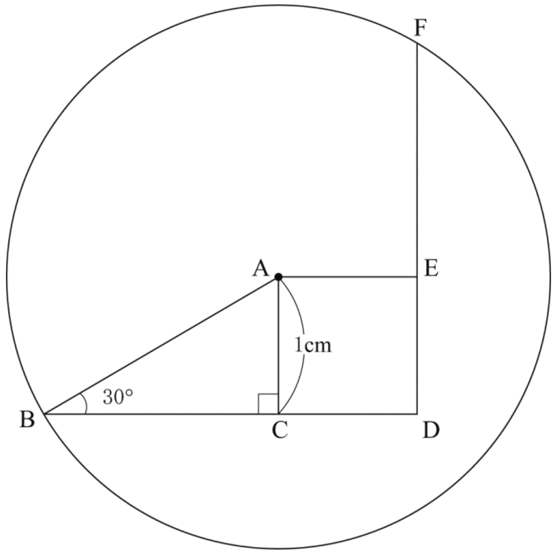
【問 15】

図1のように，AC＝1 cm，∠ABC＝30°，∠ACB＝90° の直角三角形 ABC と，正方形 ACDE がある。点 A を中心とし，AB を半径とする円をかく。円と直線 DE の交点のうち，辺 DE を E の方に延長した直線上の点を F とする。

このとき，問1～問5に答えなさい。

（佐賀県 2015 年度 一般）

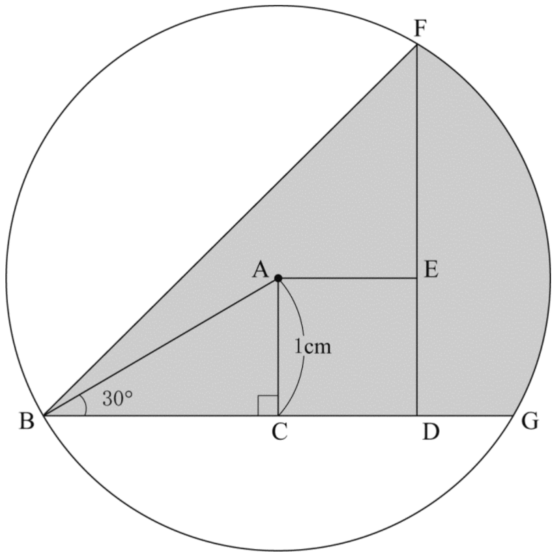
図1



問1 線分 BD の長さを求めなさい。

問2 △ABC≡△AFE であることを証明しなさい。

図2



問3 △BAF の内角∠BAF の大きさを求めなさい。

問4 △BAF の面積を求めなさい。

問5 図2は，図1において円と直線 BC の交点のうち，点 B と異なる点を G としたものである。

このとき，色をつけた部分の面積を求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	
問3	度
問4	cm^2
問5	cm^2

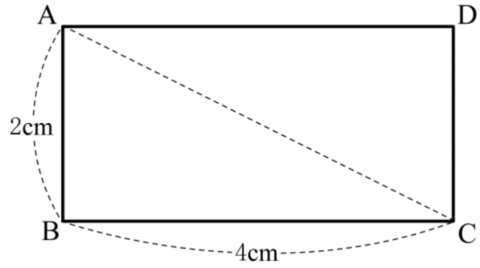
解答
問1　$\sqrt{3}+1$ cm
問2
△ABCと△AFEにおいて
ABとAFは円の半径なので
AB＝AF…①
四角形ACDEは正方形なので
AC＝AE …②
∠ACB＝∠AEF＝90° …③
①，②，③より
直角三角形の斜辺と他の1辺が，それぞれ等しいので
△ABC≡△AFE
問3　150度
問4　1cm^2
問5　$\pi+\sqrt{3}+1\ \text{cm}^2$
解説
問1
△ABCは∠ACB＝90°，∠ABC＝30°より
AC：AB：BC＝1：2：$\sqrt{3}$の直角三角形である。
よってBC＝$\sqrt{3}$ AC＝$\sqrt{3}$ cm
四角形ACDEは1辺が1 cmの正方形よりCD＝1 cm
したがってBD＝$\sqrt{3}+1$cm
問2
正方形の性質などを利用して合同を導く。
問3
点Bと点Fを結ぶ。
△BDFはBD＝FD＝$\sqrt{3}+1$cmの直角二等辺三角形だから
∠DBF＝∠DFB＝45°
また∠CBA＝∠EFA＝30°より
∠ABF＝∠AFB＝45°－30°＝15°
したがって∠BAF＝180°－15°×2＝150°
問4
△BAF＝△BDF－△ABC－△AFE－正方形ACDE
で求めることができる。
△ABC≡△AFEだから
求める面積は$\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}+1)\times(\sqrt{3}+1)-2\times\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}-1^2=1\text{cm}^2$
問5
点Aと点F，点Aと点Gを結ぶ。
円周角の定理より∠GAF＝2∠GBF＝2×45°＝90°
色のついた部分の面積は
おうぎ形AFG＋△ABG＋△ABFで求めることができるから
$\pi\times2^2\times\frac{90}{360}+\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times1+1=\pi+\sqrt{3}+1\text{cm}^2$

【問 16】

図1のように，長方形 ABCD があり，AB＝2 cm，BC＝4 cm である。また，図2，図3のように，図1の長方形 ABCD を対角線 AC を折り目として折り返したとき，点 B が移動した点を E，辺 AD と線分 CE の交点を F とする。このとき，次の問いに答えなさい。

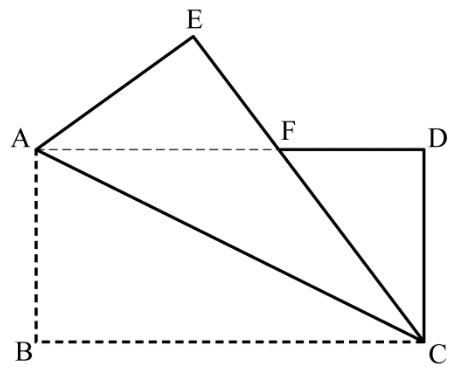
（長崎県　2015 年度）

図1



問1 図1において，線分 AC の長さは何 cm か。

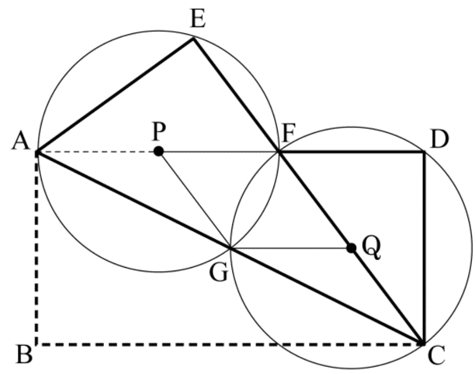
図2



問2 図2において，△AEF≡△CDF を証明せよ。

問3 図2において，線分 AF の長さは何 cm か。

図3



問4　図3のように，線分 AF の中点を P，線分 CF の中点を Q とする。3 点 A，E，F を通る円と 3 点 C，D，F を通る円の交点のうち，F でないほうの点を G とする。このとき，四角形 PGQF の面積は何 cm^2 か。

解答欄

問1	cm
問2	
問3	cm
問4	cm^2

解答
問1　$2\sqrt{5}$ cm
問2
△AEFと△CDFにおいて
AE＝ABなので，AE＝CD…①
∠AEF＝∠CDF＝90°　…②
∠AFE＝∠CFD (対頂角) なので
∠EAF＝∠DCF…③
①，②，③より
1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△AEF≡△CDF
問3　$\frac{5}{2}$ cm
問4　$\frac{5}{4}$ cm^2
解説
問1
△ABCにおいて，三平方の定理よりAC＝$\sqrt{2^2+4^2}$ ＝$2\sqrt{5}$ cm
問2
長方形の性質や対頂角が等しくなることを利用して合同を導く。
問3
AF＝x cmとすると
△AEF≡△CDFよりCF＝AF＝x cm　EF＝4－x cm
△AEFにおいて三平方の定理より
$x^2=(4-x)^2+2^2$
$x^2=16-8x+x^2+4$
$8x=20$
$x=\frac{5}{2}$ cm
問4
∠AEF＝∠CDF＝90°より
点P，点Qはそれぞれ円の中心である。
∠CGF＝∠CEA＝90°，∠FCG＝∠ACEより
△CFG∽△CAE
相似比はCF:CA＝$\frac{5}{2}:2\sqrt{5}$
面積比は$\frac{25}{4}:20=25:80=5:16$
△CAE＝$\frac{1}{2}\times2\times4=4$ cm^2より
△CFG:4＝5:16
16△CFG＝20
△CFG＝$\frac{5}{4}$ cm^2
△CFG≡△AFGで
CQ＝QF，AP＝PFより
△GQF＝$\frac{1}{2}$△CFG＝$\frac{1}{2}$△AFG＝△PGF
よって四角形PGQFの面積は
△GQF＋△PGF＝2△GQF＝△CFGより，$\frac{5}{4}$ cm^2

【問 17】

1 辺の長さが 4 cm の正方形 ABCD がある。図1のように，辺 AB，BC，AD 上に点 E，F，G をそれぞれとり，線分 GE，EF，GF をひく。

EG＝EF，∠GEF＝90° のとき，次の問1～問3に答えなさい。

（宮崎県 2015 年度）

問1 ∠AGE＝74° のとき，∠DGF の大きさを求めなさい。

図1

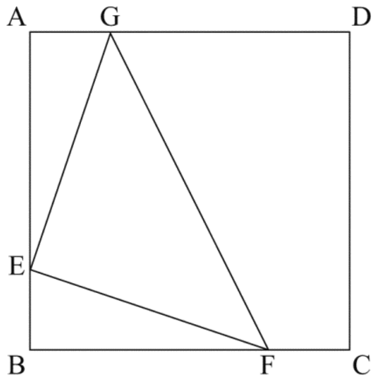
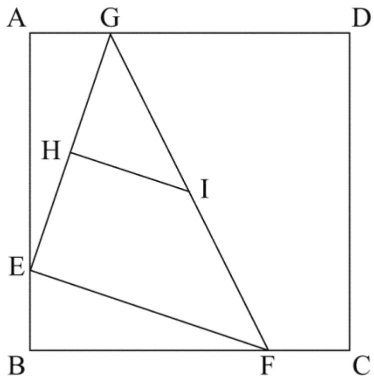


図2

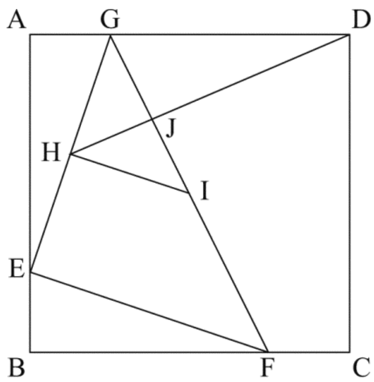


問2 △AEG≡△BFE であることを証明しなさい。

問3 図2において，AG＝1 cm，点 H，I は，それぞれ線分 GE，GF の中点である。線分 HI をひくとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 四角形 HEFI の面積を求めなさい。

図3



(2) 図3は，図2において，線分 HD をひいたものである。HD と GF の交点を J とするとき，線分 HJ と線分 JD の長さの比を求めなさい。

解答欄

問1	∠DGF＝　　　　　　度		
問2	〔証明〕		
問3	(1)	cm^2	
	(2)	HJ：JD＝　　　：	

解答
問1 ∠DGF＝61 度
問2
〔証明〕
△AEG と△BFE で
四角形 ABCD は正方形だから
∠EAG＝∠FBE＝90° …①
仮定より
EG＝FE…②
また
∠AGE＝180°－(90°＋∠AEG)
＝90°－∠AEG…③
∠BEF＝180°－(90°＋∠AEG)
＝90°－∠AEG…④
③, ④から
∠AGE＝∠BEF…⑤
①, ②, ⑤から
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので
△AEG≡△BFE
問3
(1) $\frac{15}{4}$ cm^2
(2) HJ:JD＝5:12
解説
問1
△EFG は直角二等辺三角形になるので∠EGF＝45° よって∠DGF＝180°－45°－74°＝61°
問2
等しい辺や角にしるしをつけて考える。本問では∠GEF＝90° を利用し同じ大きさの角を探す。
問3
(1)
BE＝AG＝1 cm, AE＝4－1＝3cm
△AEG において三平方の定理より GE＝$\sqrt{1^2+3^2}$ ＝$\sqrt{10}$ cm
よって EF＝$\sqrt{10}$ cm
△GEF において H, I はそれぞれ GE, GF の中点より, 中点連結定理から HI // EF HI＝$\frac{1}{2}$ EF
△GHI∽△GEF なので相似比は 1:2 より, 面積比は 1:4
よって△GHI＝$\frac{1}{4}$ △GEF
したがって四角形 HEFI の面積は
$\frac{3}{4}$ △GEF＝$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \sqrt{10} = \frac{15}{4}$ cm^2
(2)
直線 GF と DC の延長との交点を P, BA の延長との交点を Q とする。
また, H を通り QB に平行な直線をひき PQ との交点を R とする。
△PDG において FC // GD より FC:GD＝PC:PD
PC＝x cm とすると
1:3＝x:(x＋4)
x＋4＝3x x＝2cm
同様に△QBF において QA＝2 cm
△GQE において RH // QE だから
RH:QE＝GH:GE RH:(2＋4－1)＝1:2 2RH＝5
RH＝$\frac{5}{2}$ cm RH // DP より HJ:JD＝RH:PD＝$\frac{5}{2}$:6＝5:12