

4. 二次関数と図形関連の複合問題 2014年度出題

【問 1】

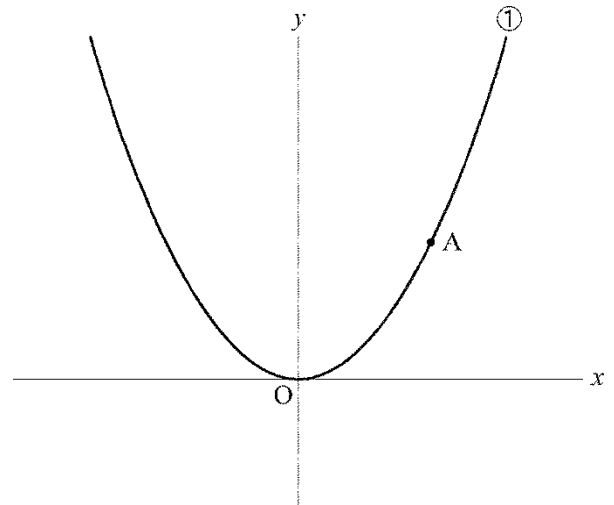
下の図のように、関数 $y=ax^2$ (a は正の定数) …① のグラフ上に点 A があります。点 A の x 座標は 2 とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。

(北海道 2014 年度)

問1 点 A の y 座標が 4 のとき, a の値を求めなさい。

問2 $a=2$ とします。直線 $y=2x+b$ が点 A を通るとき、 b の値を求めなさい。



問3 点 A と y 軸について対称な点を B とします。 y 軸上に点 C を、 y 座標が -1 となるようにとります。 $\triangle ABC$ が直角二等辺三角形となるとき、 a の値を求めなさい。

解答欄

問1	$a =$
問2	$b =$
問3	〔計算〕 答 $a =$

解答

問1 $a=1$

問2 $b=4$

問3

〔計算〕

ABと y 軸との交点をDとすると

条件より

$\triangle ADC$ は $DA=DC$ の直角二等辺三角形である。

$DA=2$ より、 $OD=1$ となり、

$D(0, 1)$

よって $A(2, 1)$

$1=4a$

$$a=\frac{1}{4}$$

答 $a=\frac{1}{4}$

解説

問1

点 $A(2, 4)$ は $y=ax^2$ 上の点より、 $4=a \times 2^2$ $4a=4$ $a=1$

問2

$y=2x^2$ で、 A の x 座標が2より、 $y=2 \times 2^2=8$ $A(2, 8)$

直線 $y=2x+b$ も点 A を通るので、 $8=2 \times 2+b$ $b=4$

問3

ABと y 軸との交点をDとすると、 $\triangle ABC$ が直角二等辺三角形になるとき、 $AC=BC$ だから、 $\angle ACB=90^\circ$

よって、 $\triangle DAC$ は $DA=DC$ 、 $\angle ADC=90^\circ$ の直角二等辺三角形になる。

$DA=2$ より、 $DC=2$

$OC=1$ より、 $OD=2-1=1$

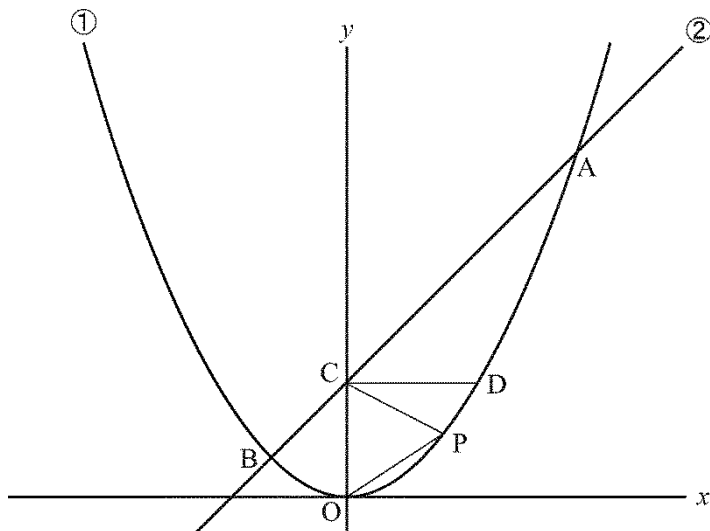
よって、 $A(2, 1)$

A は $y=ax^2$ 上の点より、 $1=a \times 2^2$ $a=\frac{1}{4}$

【問 2】

下の図で、放物線①は $y=ax^2$ のグラフであり、直線②と 2 点 A, B で交わっている。点 A の座標は (6, 9)、点 B の x 座標は -2 である。点 C は②と y 軸との交点、点 D は①上の点で x 座標は正、 y 座標は 3 である。点 P は①上の点で、原点 O と点 D の間にあり、 x 座標を t とする。次の問 1～問 3 に答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

(青森県 2014 年度 前期)



問 1 a の値を求めなさい。

問 2 直線②の式を求めなさい。

問 3 四角形 OPCB の面積が $\triangle PDC$ の面積の $\sqrt{3}$ 倍になるとき、 t の値を求めなさい。

解答欄

問 1	$a =$
問 2	
問 3	$t =$

解答

問1 $a = \frac{1}{4}$

問2 $y = x + 3$

問3 $t = 2$

解説

問1

点 A(6, 9)は $y = ax^2$ 上の点より, $9 = a \times 6^2$ $a = \frac{1}{4}$

問2

点 B は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点で, x 座標は -2 より, $y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$ B(-2 , 1)

直線 AB の傾きは, $\frac{9-1}{6-(-2)} = 1$ より, 求める式を $y = x + b$ として

点 A の座標を代入すると, $9 = 6 + b$ $b = 3$ よって $y = x + 3$

問3

点 P は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点より, $P\left(t, \frac{1}{4}t^2\right)$ とおく。

点 D の y 座標が 3 より, $3 = \frac{1}{4}x^2$ $x^2 = 12$ $x > 0$ より, $x = 2\sqrt{3}$ D($2\sqrt{3}$, 3)

点 C(0, 3)より, 点 D の y 座標と等しいので, $CD \parallel x$ 軸

よって, $\triangle PDC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times \left(3 - \frac{1}{4}t^2\right) = \sqrt{3} \left(3 - \frac{1}{4}t^2\right)$

四角形 OPCB の面積は, $\triangle BCO + \triangle PCO = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times t = 3 + \frac{3}{2}t$

(四角形 OPCB の面積) $= \sqrt{3} \triangle PDC$ より, $3 + \frac{3}{2}t = \sqrt{3} \times \sqrt{3} \left(3 - \frac{1}{4}t^2\right)$ $3 + \frac{3}{2}t = 3 \left(3 - \frac{1}{4}t^2\right)$

整理して, $t^2 + 2t - 8 = 0$ $(t+4)(t-2) = 0$ $t = -4, 2$ $t > 0$ より, $t = 2$

【問 3】

図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり, A, B の座標はそれぞれ $(-1, 2)$, $(2, 8)$ です。

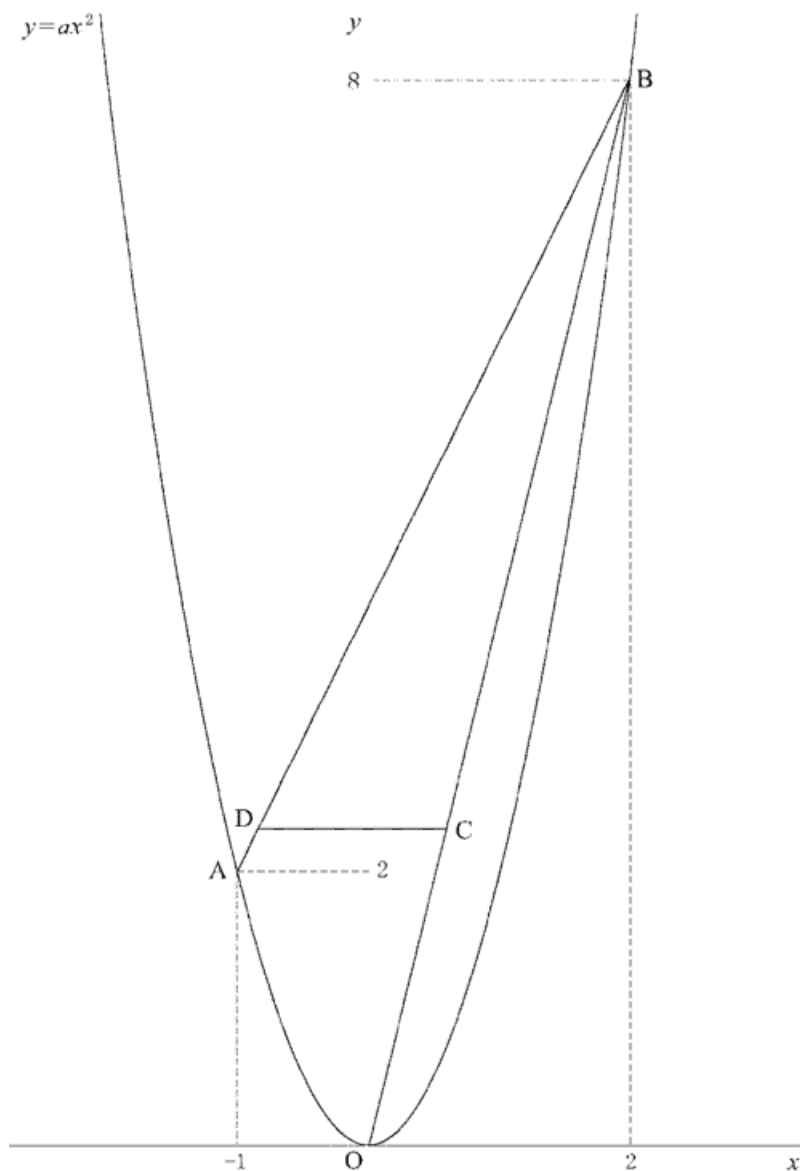
また, 点 C は線分 OB 上に, 点 D は線分 AB 上にそれぞれあり, C, D の y 座標は等しくなっています。

このとき, 次の問1, 問2に答えなさい。

(岩手県 2014 年度)

問1 a の値を求めなさい。

問2 $\triangle BCD$ の面積が 4 のとき, 点 C の x 座標を求めなさい。



解答欄

問1	
問2	

解答

問1 $a=2$

問2 $2-\sqrt{2}$

解説

問1

点 $B(2, 8)$ は $y=ax^2$ 上の点より, $8=a \times 2^2$ $4a=8$ $a=2$

問2

直線 AB を $y=cx+d$ とおく。

$A(-1, 2)$ を通るので, $2=-c+d \cdots \textcircled{1}$

$B(2, 8)$ を通るので, $8=2c+d \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を連立方程式として解くと, $c=2$, $d=4$ よって, $y=2x+4$

直線 AB と x 軸との交点を E とすると, $E(-2, 0)$ $\triangle BOE = \frac{1}{2} \times 2 \times 8 = 8$

$\triangle BCD \sim \triangle BOE$ で, 面積比は $4:8=1:2$ より, 相似比は $1:\sqrt{2}$

よって $BC:BO=1:\sqrt{2}$

B, C から x 軸に垂線をひき, 交点をそれぞれ H, K とすると

$CK \parallel BH$ より, $OK:OH=OC:OB=(\sqrt{2}-1):\sqrt{2}=(2-\sqrt{2}):2$

よって C の x 座標は $2-\sqrt{2}$

【問 4】

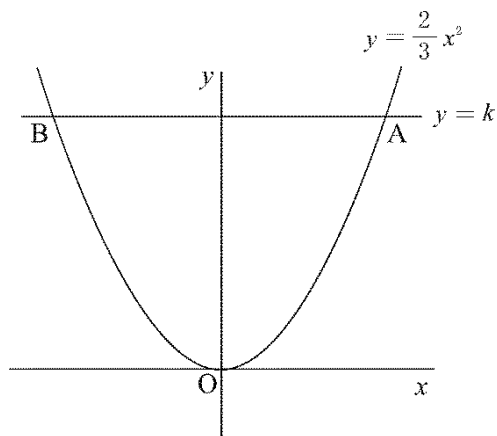
右の図のように、関数 $y = \frac{2}{3}x^2$ のグラフと直線 $y = k$ とが異なる 2 点で交わっています。

2 つの交点のうち、 x 座標が正となる点を A、負となる点を B とします。

次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(宮城県 2014 年度 前期)

(1) $k = 6$ のとき、点 A の座標を求めなさい。



(2) 原点 O と点 A、点 B をそれぞれ結びます。△OAB が直角二等辺三角形となる時 k の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	

解答

問1 (3, 6)

問2 $\frac{3}{2}$

解説

(1)

$$k=6 \text{ のとき, } y = \frac{2}{3}x^2 \text{ } y=6 \text{ を代入して, } 6 = \frac{2}{3}x^2 \text{ } x^2=9 \text{ } x=\pm 3$$

点 A の x 座標は正より, A(3, 6)

(2)

△OAB が直角二等辺三角形になるとき, $OA=OB$ より, $\angle AOB=90^\circ$, $\angle OAB=45^\circ$

y 軸と AB の交点を M とすると, $\angle OMA=90^\circ$, $\angle MAO=45^\circ$ より, $MA=MO$

$$\text{よって } MA=MO=k \text{ } k = \frac{2}{3}k^2 \text{ } 2k^2-3k=0 \text{ } k(2k-3)=0, \text{ } k=0, \text{ } \frac{3}{2} \text{ } k>0 \text{ より, } k = \frac{3}{2}$$

【問 5】

図1, 図2において, ㉞は関数 $y=2x^2$ のグラフである。2 点 A, B は, ㉞上の点であり, x 座標はそれぞれ $-3, 2$ である。

(秋田県 2014 年度)

- (1) 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。求める過程も書きなさい。

- (2) 2 点 A, B を通る直線と x 軸, y 軸との交点を, それぞれ C, D とする。このとき, $\triangle OCD$ の面積を求めなさい。

- (3) 図2のように, $\triangle AOB$ を平行移動させて $\triangle PQR$ をつくる。点 R は, ㉞上にあり, x 座標が -1 である。このとき, 点 Q の座標を求めなさい。

図1

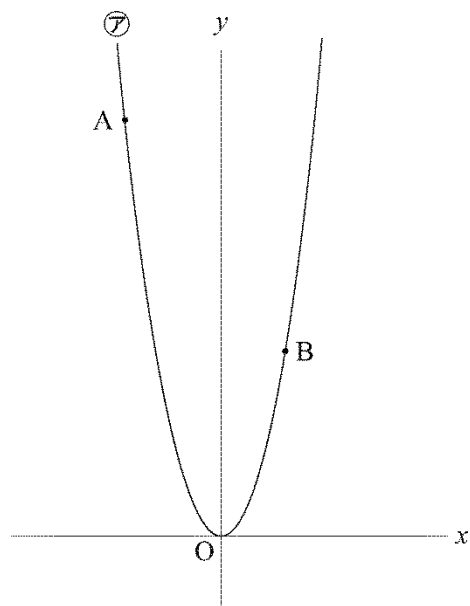
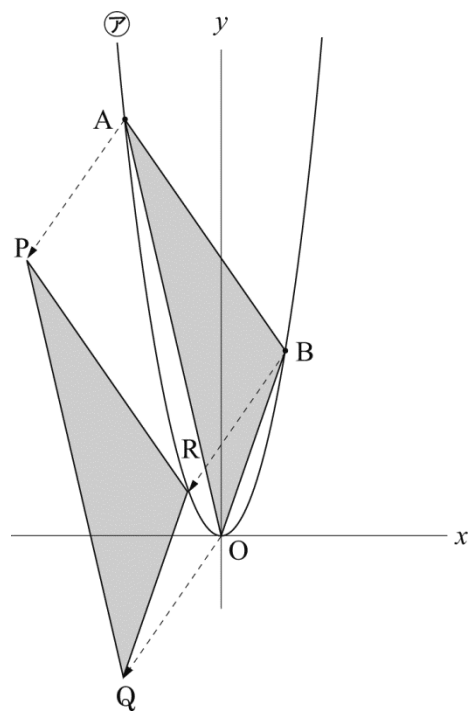


図2



解答欄

(1)	〔過程〕	
(2)		
(3)	(,)	

解答

(1)

[過程] 例

$y=2x^2$ に $x=-3$ を代入すると, $y=2 \times (-3)^2=18$

A の座標は $(-3, 18)$

同様に, B の座標は $(2, 8)$

2 点 $(-3, 18)$, $(2, 8)$ を通る直線の傾きは, $\frac{8-18}{2-(-3)} = -2$

よって, 求める直線の式は $y=-2x+b$ と表すことができる。

直線が点 $(2, 8)$ を通るから, この式に $x=2$, $y=8$ を代入すると

$$8 = -2 \times 2 + b$$

$$b = 8 + 4 = 12$$

答 $y = -2x + 12$

(2) 36

(3) $(-3, -6)$

解説

(1)

A は $y=2x^2$ 上の点で x 座標が -3 より, $y=2 \times (-3)^2=18$ A $(-3, 18)$

同様に, 点 B は x 座標が 2 より $y=2 \times 2^2=8$ B $(2, 8)$

A, B を通る直線の傾きは $\frac{8-18}{2-(-3)} = -2$ より, 求める式を $y = -2x + b$ とおく。

B $(2, 8)$ を通るので, $8 = -2 \times 2 + b$ $b = 12$

よって直線 AB の式は $y = -2x + 12$

(2)

点 C は $y = -2x + 12$ と x 軸との交点より, $y=0$ だから, $0 = -2x + 12$ $x=6$ C $(6, 0)$

点 D は $y = -2x + 12$ の切片だから D $(0, 12)$ よって, $\triangle OCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 = 36$

(3)

R は $y=2x^2$ 上の点で, x 座標が -1 より, $y=2 \times (-1)^2=2$ R $(-1, 2)$

平行移動により, 点 B $(2, 8)$ から点 R $(-1, 2)$ へは

x 座標が $-1-2=-3$

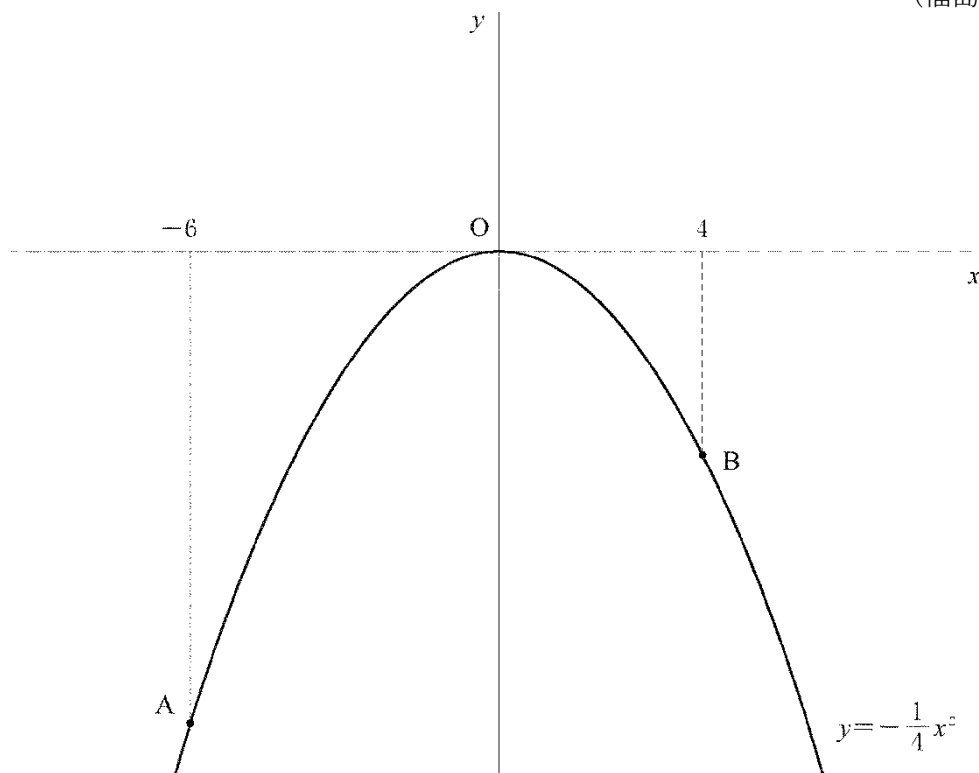
y 座標が $2-8=-6$ 移動しているので

点 Q も原点 O $(0, 0)$ から x 軸の方向に -3 , y 軸の方向に -6 移動して, Q $(-3, -6)$

【問 6】

下の図のように、関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり, A, B の x 座標はそれぞれ $-6, 4$ である。A と y 軸について対称な点を C とするとき, 次の問1～問3に答えなさい。

(福島県 2014 年度)



問1 点 C の座標を求めなさい。

問2 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

問3 y 軸上に $\triangle BPC$ の周の長さが最も小さくなるように点 P をとる。また, 線分 AB 上または放物線上の 2 点 A, B の間に, $\triangle QAC$ の面積が $\triangle BPC$ の面積の 2 倍となるように点 Q をとる。このとき, Q の x 座標をすべて求めなさい。

解答欄

問1	C (,)
問2	
問3	

解答

問1 C (6, -9)

問2 $y = \frac{1}{2}x - 6$

問3 $-2\sqrt{5}, 2$

解説

問1

点 A は $y = -\frac{1}{4}x^2$ 上の点で, x 座標は -6 より, $y = -\frac{1}{4} \times (-6)^2 = -9$ A(-6, -9)

よって C(6, -9)

問2

点 B は $y = -\frac{1}{4}x^2$ 上の点で, x 座標は 4 より, $y = -\frac{1}{4} \times 4^2 = -4$ B(4, -4)

直線 AB の傾きは, $\frac{-4 - (-9)}{4 - (-6)} = \frac{1}{2}$

直線 AB を $y = \frac{1}{2}x + b$ とおく。

B(4, -4)を通るので, $-4 = 2 + b$ $b = -6$

よって求める式は $y = \frac{1}{2}x - 6$

問3

△BPC の周の長さが最も短くなるのは, CP=AP より, AB が y 軸と交わる点を P とするときである。

よって P(0, -6)

線分 AB 上に点 Q があるとき△QAC=2△BPC より AQ=2BP

A から x 軸に垂線をひき交点を K とし

Q から x 軸に垂線をひき交点を H とし

B から x 軸に垂線をひき交点を I とすると

KH=2IO=2×4=8 K(-6, 0)より, H(2, 0)

点 Q の x 座標は 2 点 Q が放物線上の点 A と B の間にあるとき

線分 AB 上の点 Q を点 M とすると

M は, $y = \frac{1}{2}x - 6$ 上の点より M(2, -5)

M を通り x 軸に平行な直線と放物線との交点を R, S とすると

△RAC=△SAC=△MAC

直線 RS は $y = -5$ だから, $y = -\frac{1}{4}x^2$ に $y = -5$ を代入して

$$-5 = -\frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 20$$

$$x = \pm 2\sqrt{5}$$

$$-6 \leq x \leq 4 \text{ より}$$

$$x = -2\sqrt{5}$$

よって求める点 Q の x 座標は 2, $-2\sqrt{5}$

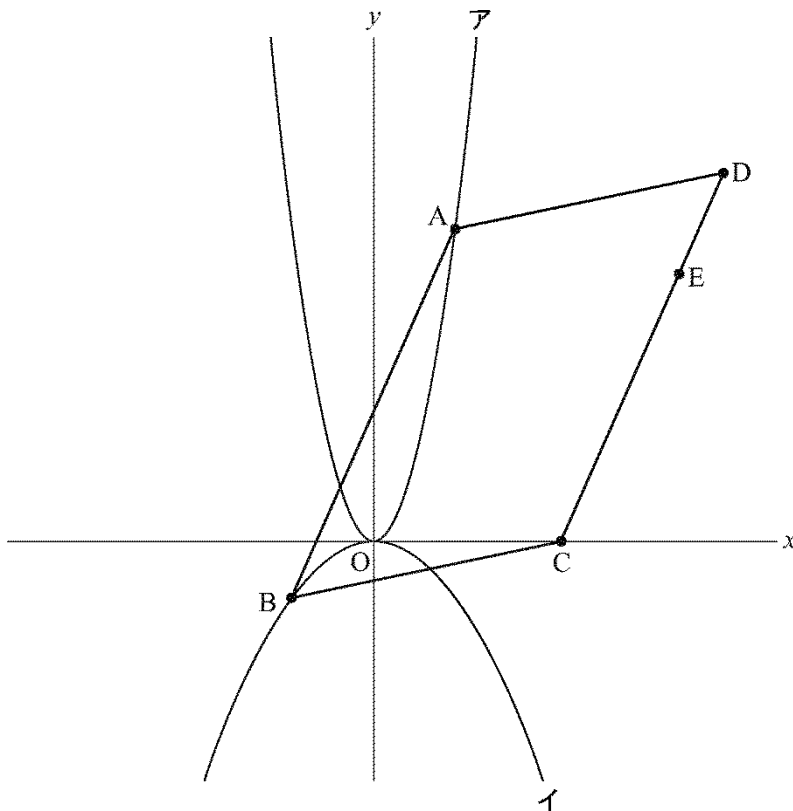
【問 7】

下の図において、曲線アは関数 $y = ax^2$ のグラフであり、曲線イは関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。

曲線ア上の点で x 座標が 2 である点を A、曲線イ上の点で x 座標が -2 である点を B とする。また、点 C の座標を (4, 0)、点 D の座標を (8, 12) とし、四角形 ABCD は平行四辺形であるものとする。さらに、辺 CD 上に点 E (7, 9) をとる。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。ただし、 $a > 0$ で、O は原点とする。

(茨城県 2014 年度)



問1 a の値を求めなさい。

問2 点 E を通る直線で、平行四辺形 ABCD を面積の等しい 2 つの図形に分けるときの、この直線の式を求めなさい。

解答欄

問1	$a =$
問2	

解答

問1 $a = \frac{5}{2}$

問2 $y = x + 2$

解説

問1

点 A は $y = ax^2$ 上の点で, x 座標は 2 より, $y = a \times 2^2 = 4a$ A(2, $4a$)とおく。

点 B は $y = -\frac{1}{2}x^2$ 上の点で, x 座標は -2 より, $y = -\frac{1}{2} \times (-2)^2 = -2$ B(-2 , -2)

四角形 ABCD は平行四辺形なので AB // CD より

変化の割合が等しいことを利用して, $\frac{4a - (-2)}{2 - (-2)} = \frac{12 - 0}{8 - 4}$ $\frac{4a + 2}{4} = 3$ $a = \frac{5}{2}$

問2

点 E を通り, 平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する直線と直線 AB との交点を F とすると
BF = DE

点 E から x 軸の正の方向に 1, y 軸の正の方向に 3 移動すると点 D だから

F の x 座標は $-2 + 1 = -1$, y 座標は $-2 + 3 = 1$ F(-1 , 1)

直線 EF を $y = ax + b$ とおく。

点 E を通るので

$$9 = 7a + b \cdots \textcircled{1}$$

点 F を通るので

$$1 = -a + b \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として解くと

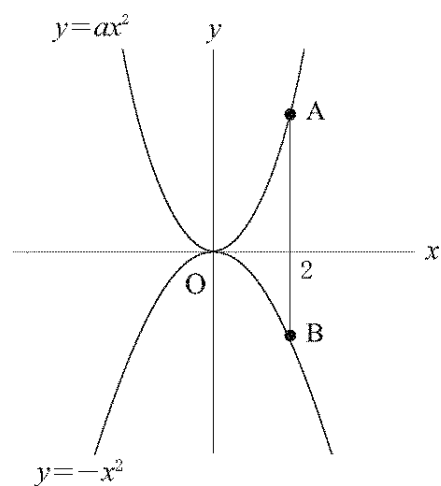
$$a = 1, b = 2$$

よって求める式は $y = x + 2$

【問 8】

右の図は、2 つの関数 $y=ax^2(a>0)$, $y=-x^2$ のグラフである。それぞれのグラフ上の、 x 座標が 2 である点を A, B とする。AB=10 となるときの a の値を求めなさい。

(栃木県 2014 年度)



解答欄

$a =$

解答

$$a = \frac{3}{2}$$

解説

点 A は $y=ax^2$ 上の点より, A(2, $4a$) 点 B は $y=-x^2$ 上の点より B(2, -4)

よって AB=10 より $4a+4=10$ $a = \frac{3}{2}$

【問 9】

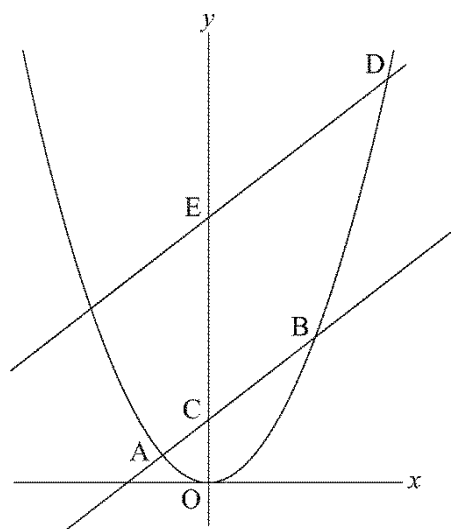
右の図で、曲線は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフです。曲線上に、 x 座標が $-1, 4$ である点 A, B をとり、直線 AB と y 軸との交点を C とします。また、曲線上に、 x 座標が 4 より大きい点 D をとり、点 D を通り直線 AB と平行な直線をひき、 y 軸との交点を E とします。

このとき、次の各問に答えなさい。

(埼玉県 2014 年度)

問1 直線 AB の式を求めなさい。

問2 $EC=ED$ のとき、点 D の x 座標を求めなさい。



解答欄

問1	$y =$
問2	$x =$

解答

問1 $y = \frac{3}{4}x + 1$

問2 $x = 4 + 2\sqrt{5}$

解説

問1

点 A, B は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点より、 $A\left(-1, \frac{1}{4}\right)$, $B(4, 4)$

直線 AB を $y = ax + b$ とすると A を通るので、 $\frac{1}{4} = -a + b \cdots ①$ B を通るので、 $4 = 4a + b \cdots ②$

①と②を連立方程式として解くと、 $a = \frac{3}{4}$, $b = 1$ よって、直線 AB の式は $y = \frac{3}{4}x + 1$

問2

点 D から x 軸にひいた垂線と、点 E を通る y 軸の垂線との交点を H とする。

$\triangle DEH$ において、 $DE \parallel BC$ より、 $EH:DH = 4:3$ $\triangle DEH$ において、 $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ より、

$DH:EH:DE = 3:4:5$ $CE=DE=5t$ ($t > 0$)とおく。D($4t$, $1+5t+3t$) だから、D($4t$, $8t+1$)

D は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点より、 $8t+1 = \frac{1}{4} \times (4t)^2$ 整理して、 $4t^2 - 8t - 1 = 0$

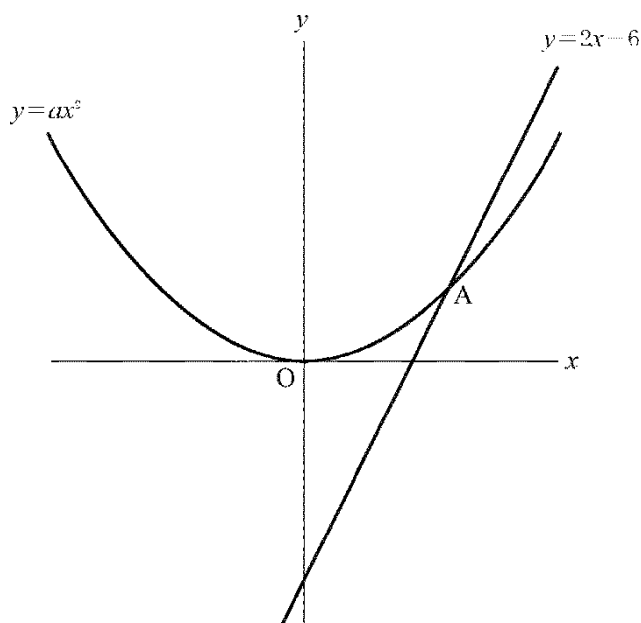
解の公式より、 $t = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 4 \times (-1)}}{2 \times 4} = \frac{8 \pm 4\sqrt{5}}{8} = \frac{2 \pm \sqrt{5}}{2}$ $t > 0$ より、 $t = \frac{2 + \sqrt{5}}{2}$

よって、点 D の x 座標は $4t = 4 \times \frac{2 + \sqrt{5}}{2} = 4 + 2\sqrt{5}$

【問 10】

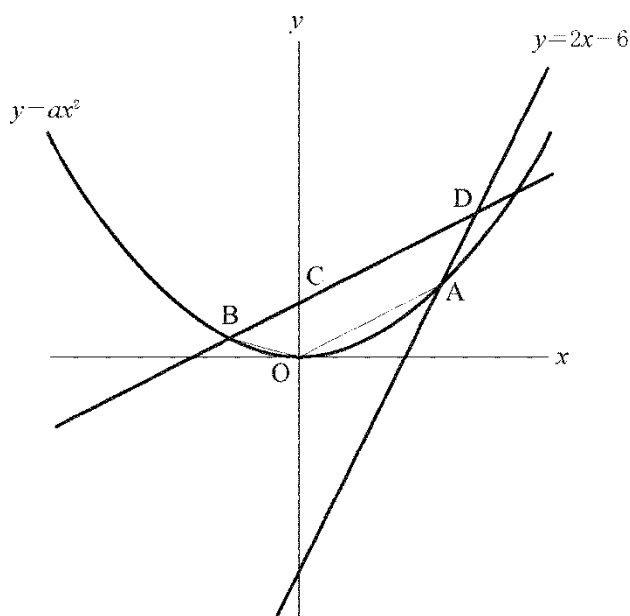
下の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に x 座標が 4 となる点 A がある。関数 $y=2x-6$ のグラフが点 A を通るとき、次の問1、問2に答えなさい。ただし、 $a>0$ とする。

(千葉県 2014 年度 後期)



問1 a の値を求めなさい。

問2 関数 $y=ax^2$ のグラフ上に x 座標が -2 となる点 B をとる。また、点 B を通り線分 OA に平行な直線をひき、この直線と y 軸との交点を C、関数 $y=2x-6$ のグラフとの交点を D とする。このとき、三角形 OCB と四角形 OADC の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。



解答欄

問1	$a=$
問2	

解答

問1 $a = \frac{1}{8}$

問2 2:9

解説

問1

点 A は $y=2x-6$ 上の点で, x 座標は 4 より, $y=2 \times 4 - 6 = 2$ よって, A(4, 2)

点 A は $y=ax^2$ 上の点でもあるから, $2=a \times 4^2$ $16a=2$ $a=\frac{1}{8}$

問2

点 B は $y=\frac{1}{8}x^2$ 上の点で, $x=-2$ より, $y=\frac{1}{8} \times (-2)^2 = \frac{1}{2}$ B $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$

直線 OA の傾きは $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ より, OA と平行な直線 BD の式を $y=\frac{1}{2}x+b$ とおく。

点 B を通るので, $\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times (-2) + b$ $b = \frac{3}{2}$ よって, 直線 BD は $y=\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ これより, C $\left(0, \frac{3}{2}\right)$

点 D は $y=2x-6$ と $y=\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ の交点より, 連立方程式として解くと, $x=5, y=4$

よって, D(5, 4) $y=2x-6$ と y 軸との交点を E とすると, E(0, -6) $\triangle OCB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{3}{2}$

四角形 OADC の面積 $= \triangle ECD - \triangle EOA = \frac{1}{2} \times \left(6 + \frac{3}{2}\right) \times 5 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{27}{4}$

よって, $\triangle OCB : (\text{四角形 OADC の面積}) = \frac{3}{2} : \frac{27}{4} = 2:9$

【問 11】

右の図1で、点 O は原点、点 A の座標は $(-6, 0)$ であり、曲線 ℓ は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。曲線 ℓ 上にある点を P とする。

次の各問に答えよ。

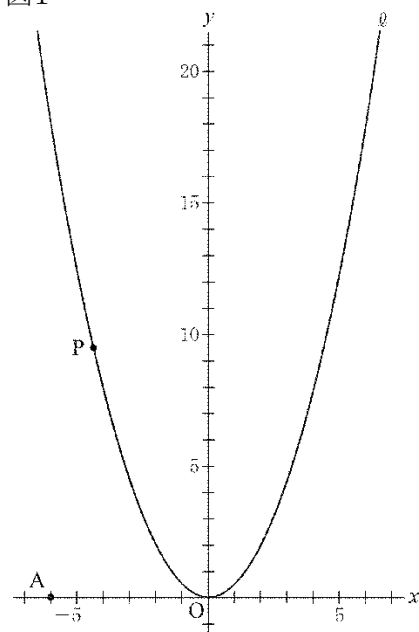
(東京都 2014 年度)

問1 点 P の x 座標を a 、 y 座標を b とする。 a のとる値の範囲が

$-6 \leq a \leq 5$ のとき、 b のとる値の範囲を不等号を使って、

$\leq b \leq$ で表せ。

図1



問2 右の図2は、図1において、点 P を通り y 軸に平行な直線 m を引き、

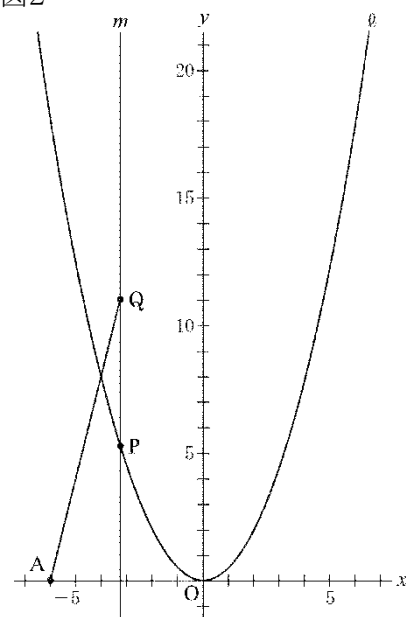
直線 m 上にあり y 座標が点 P の y 座標より 6 大きい点を Q とし、点

A と点 Q を結んだ場合を表している。次の(1)、(2)に答えよ。

(1) 点 P が y 行軸上にあるとき、2 点 A 、 Q を通る直線の式を求めよ。

(2) 点 P の x 座標が正の数るとき、 y 軸を対称の軸として点 A と線対称な点を B とし、点 A と点 P 、点 B と点 P をそれぞれ結んだ場合を考える。 $\triangle ABP$ の面積と $\triangle APQ$ の面積が等しくなるとき、点 P の座標を求めよ。

図2



解答欄

問1	$\leq b \leq$	
問2	(1)	
	(2)	(,)

解答

問1 $0 \leq b \leq 18$

問2

(1) $y = x + 6$

(2) $\left(3, \frac{9}{2}\right)$

解説

問1

$y = \frac{1}{2}x^2$ において、 $-6 \leq x \leq 5$ のとき

$x = 0$ のとき y は最小となり $y = 0$

$x = -6$ のとき y は最大となり $y = \frac{1}{2} \times (-6)^2 = 18$

よって $0 \leq b \leq 18$

問2

(1)

点 P が y 軸上にあるとき、点 P は原点 O と一致する。

よって Q(0, 6)

これより、直線 AQ を $y = cx + 6$ とおくと、A(-6, 0) を通るので、 $0 = -6c + 6$ $c = 1$

よって $y = x + 6$

(2)

点 B は点 A と y 軸について対称な点だから B(6, 0)

$P\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$ とおくと

$\triangle ABP = \triangle APQ$ より

$$\frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{2} t^2 = \frac{1}{2} \times 6 \times (t + 6)$$

$$t^2 - t - 6 = 0$$

$$(t + 2)(t - 3) = 0$$

$$t = -2, 3$$

$$t > 0 \text{ より}$$

$$t = 3$$

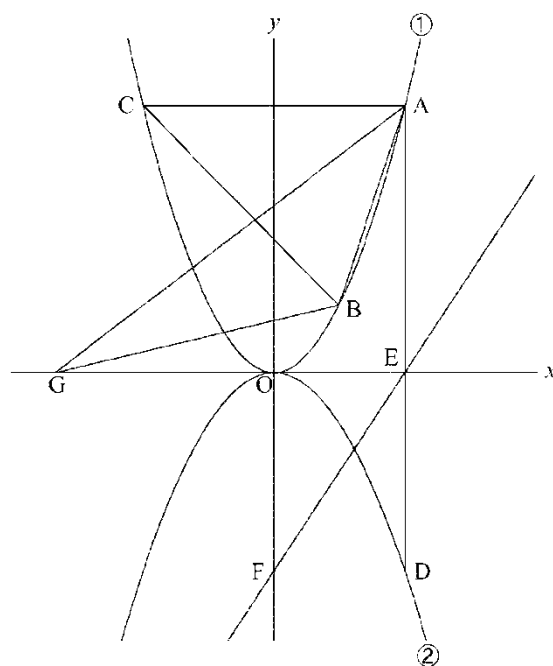
$$P\left(3, \frac{9}{2}\right)$$

【問 12】

右の図において、曲線①は関数 $y=x^2$ のグラフであり、曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。ただし、 $a<0$ とする。

3 点 A, B, C はすべて曲線①上の点で、点 A の x 座標は 2, 点 B の x 座標は 1 であり、線分 AC は x 軸に平行である。また、点 D は曲線②上の点で、線分 AD は y 軸に平行である。点 E は線分 AD と x 軸との交点であり、 $AE:ED=4:3$ である。さらに、点 F は y 軸上の点で、線分 DF は x 軸に平行である。原点を O とするとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2014 年度)



問1 曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

問2 直線 EF の式を求め、 $y=mx+n$ の形で書きなさい。

問3 点 G は x 軸上の点で、その x 座標は負である。三角形 ABC の面積と三角形 ABG の面積が等しくなるとき、点 G の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	$G\left(\quad, \quad \right)$

解答

問1 $a = -\frac{3}{4}$

問2 $y = \frac{3}{2}x - 3$

問3 $G\left(-\frac{10}{3}, 0\right)$

解説

問1

点 A は $y = x^2$ 上の点で, x 座標は 2 より, $y = 2^2 = 4$ よって, A(2, 4)

AD は y 軸と平行なので, 点 D の x 座標も 2 $AE:ED = 4:3$ より, $4:ED = 4:3$ $ED = 3$

$a < 0$ だから, D の y 座標は -3 D(2, -3)

点 D は $y = ax^2$ 上の点だから, $-3 = a \times 2^2$ $4a = -3$ $a = -\frac{3}{4}$

問2

F(0, -3)だから, $n = -3$ $y = mx - 3$ に E(2, 0)の座標の値を代入して, $0 = 2m - 3$ $m = \frac{3}{2}$

よって求める式は $y = \frac{3}{2}x - 3$

問3

B(1, 1), C(-2, 4) AB の傾きは $\frac{4-1}{2-1} = 3$

AB // CG のとき, $\triangle ABC = \triangle ABG$ より, 点 C を通り, AB に平行な直線の式を $y = 3x + b$ とし

点 C の座標の値を代入すると, $4 = -6 + b$ $b = 10$

よって式は $y = 3x + 10$

点 G はこの直線と x 軸との交点だから, $y = 0$ を代入して, $0 = 3x + 10$ $x = -\frac{10}{3}$

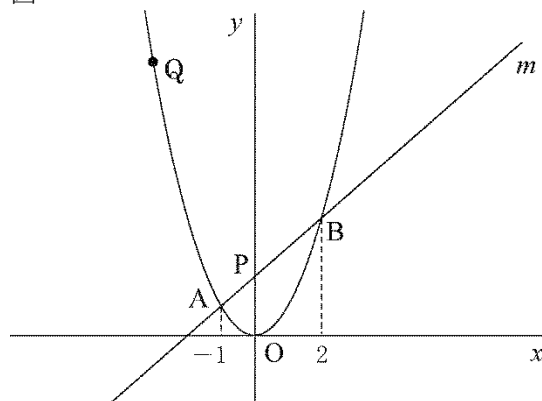
よって $G\left(-\frac{10}{3}, 0\right)$

【問 13】

図のように、関数 $y=x^2$ のグラフと直線 m が 2 点 A, B で交わっている。点 A の x 座標は -1 、点 B の x 座標は 2 である。直線 m と y 軸との交点を P とする。(1), (2)の問いに答えなさい。

(富山県 2014 年度)

(1) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。



(2) 点 Q が、関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であるとき、 $\triangle OPQ$ の面積が、 $\triangle OAB$ の面積と等しくなる点 Q は 2 つある。その点の座標をそれぞれ求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	(,), (,)

解答

(1) 3

(2) $(-3, 9)$, $(3, 9)$

解説

(1)

点 A は $y=x^2$ 上の点で x 座標は -1 より、 $y=(-1)^2=1$ よって、 $A(-1, 1)$

点 B も $y=x^2$ 上の点で、 x 座標は 2 より $y=2^2=4$ $B(2, 4)$

$$\triangle OAB = (1+4) \times (1+2) \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = \frac{15}{2} - \frac{1}{2} - 4 = 3$$

(2)

Q から y 軸に垂線をひき、交点を H とする。

$\triangle OPQ = \triangle OAB$ のとき

$\triangle OAB = \triangle APO + \triangle BPO$ だから

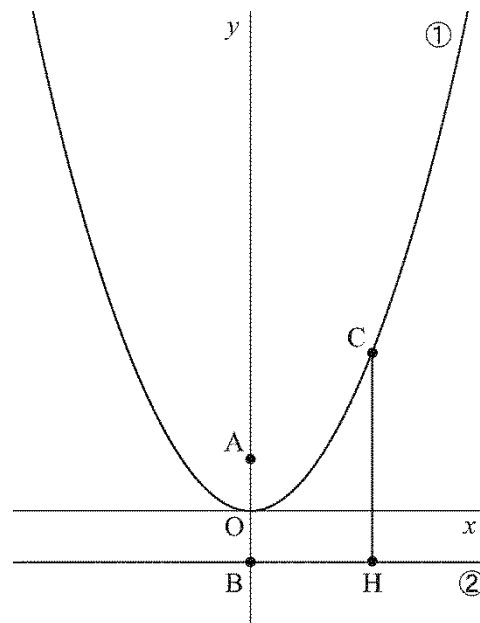
$$QH = 1 + 2 = 3$$

よって $Q(-3, 9)$ と $Q(3, 9)$

右の図において、①は関数 $y=ax^2$ 、②は方程式 $y=-1$ のグラフであり、2点 A、B の座標はそれぞれ A (0, 1)、B (0, -1) である。C は①のグラフ上の点で x 座標が正であり、C から②のグラフに垂線をひき、その交点を H とする。

(石川県 2014 年度)

問2 $a = \frac{1}{4}$ とする。線分 AH の長さが 3 のとき、点 C の座標を求めなさい。なお、途中の計算も書くこと。



解答欄

問1	$a =$
問2	〔計算〕 答
問3	〔計算〕 答

解答

問1 $a = \frac{1}{8}$

問2

〔計算〕

点 H の x 座標を t ($t > 0$) とすると

$$AH=3 \text{ より } t^2+2^2=3^2 \quad t^2=5$$

$$t > 0 \text{ より } t = \sqrt{5}$$

$$\text{これより } C\left(\sqrt{5}, \frac{5}{4}\right)$$

$$\text{答 } C\left(\sqrt{5}, \frac{5}{4}\right)$$

問3

〔計算〕

$\triangle APB \sim \triangle CPH$ で

$$\triangle APB : \triangle CPH = 4 : 25 = 2^2 : 5^2 \text{ であるから}$$

$$AB : CH = 2 : 5$$

$$AB = 2 \text{ であるから } CH = 5$$

$$\text{これより, 点 } C \text{ の } y \text{ 座標は } 4 \text{ となり } C(2, 4)$$

$$\text{したがって直線 } AC \text{ の傾きは } \frac{4-1}{2-0} = \frac{3}{2}$$

$$\text{求める直線の式は } y = \frac{3}{2}x + 1$$

$$\text{答 } y = \frac{3}{2}x + 1$$

解説

問1

$$C(4, 2) \text{ が } y = ax^2 \text{ 上にあるとき, } 2 = a \times 4^2 \quad 16a = 2 \quad a = \frac{1}{8}$$

問2

点 H の x 座標を t ($t > 0$) とすると

$$\triangle ABH \text{ において, 三平方の定理より, } t^2 + 2^2 = 3^2 \quad t^2 = 5 \quad t > 0 \text{ より, } t = \sqrt{5}$$

点 C の x 座標は点 H の x 座標と等しいので $\sqrt{5}$

$$\text{点 } C \text{ は } y = \frac{1}{4}x^2 \text{ 上の点より, } y = \frac{1}{4} \times (\sqrt{5})^2 = \frac{5}{4} \quad C\left(\sqrt{5}, \frac{5}{4}\right)$$

問3

$$AB \parallel CH \text{ より, } \triangle PAB \sim \triangle PCH \quad \triangle PAB : \triangle PCH = 4 : (4+21) = 4 : 25 = 2^2 : 5^2$$

$$AB : CH = 2 : 5 \quad 2 : CH = 2 : 5 \quad CH = 5$$

$$\text{よって, 点 } C \text{ の } y \text{ 座標は } 5-1=4 \quad \text{点 } C \text{ は } y = x^2 \text{ 上の点より, } 4 = x^2 \quad x > 0 \text{ より, } x = 2 \quad C(2, 4)$$

$$\text{直線 } AC \text{ の傾きは } \frac{4-1}{2-0} = \frac{3}{2}$$

$$\text{したがって求める式は } y = \frac{3}{2}x + 1$$

【問 15】

下の図のように、関数 $y = ax^2$ (a は定数) …①、反比例の関係 $y = \frac{b}{x}$ ($x > 0$, b は定数) …②のグラフがあり、①のグラフ上に 2 点 $P(2, 2)$, $Q(t, 18)$ がある。ただし、 $t < 0$ とする。点 Q と原点を通る直線を ℓ 、直線 ℓ と②のグラフの交点を R とするとき、 P と R の x 座標は等しくなった。このとき、次の問いに答えよ。

(福井県 2014 年度)

問1 a と t の値を求めよ。

問2 b の値を求めよ。

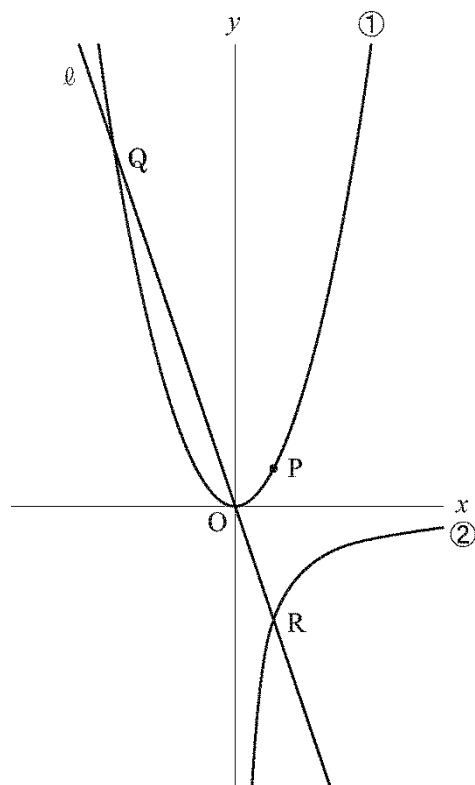
問3 ②のグラフ上に点 S をとり、 $\triangle PRS$ の面積が $\triangle PQR$ の面積の

 $\frac{1}{2}$ 倍になるとき、

(1) S の座標を求めよ。

(2) RS の長さを求めよ。

(3) $PS \perp RS$ となることを言葉や数, 式などを使って説明せよ。



解答欄

問1	$\alpha =$	$t =$
問2	$b =$	
問3	(1)	S (,)
	(2)	
	(3)	〔説明〕

解答

問1 $a = \frac{1}{2}, t = -6$

問2 $b = -12$

問3

(1) S (6, -2)

(2) $RS = 4\sqrt{2}$

(3)

〔説明〕

$PS = 4\sqrt{2}$, $RS = 4\sqrt{2}$, $PR = 8$ であるから

$PS^2 + RS^2 = PR^2$ が成り立っている。

したがって 三平方の定理の逆より, $\angle PSR = 90^\circ$ なので

$PS \perp RS$

解説

問1

P(2, 2) は $y = ax^2$ 上の点より, $2 = a \times 2^2$ $4a = 2$ $a = \frac{1}{2}$

よって①の式は $y = \frac{1}{2}x^2$

点 Q(t, 18) は①上の点より

$$18 = \frac{1}{2}t^2$$

$$t^2 = 36$$

$$t < 0 \text{ より}$$

$$t = -6$$

問2

直線 OQ を $y = cx$ とすると点 Q(-6, 18) を通るので

$$18 = -6c$$

$$c = -3$$

$$y = -3x$$

点 R はこの直線上の点で x 座標は 2 より, $y = -3 \times 2 = -6$ よって R(2, -6)

点 R は $y = \frac{b}{x}$ 上の点でもあるから $-6 = \frac{b}{2}$ $b = -12$

問3

(1)

$\triangle PRS = \frac{1}{2} \triangle PQR$ より, $\triangle PRS$ と $\triangle PQR$ の共通な辺 PR を底辺と考えると, 高さの比は 1:2 となる。

よって $\triangle PQR$ の高さは $2 - (-6) = 8$ より, $\triangle PRS$ の高さは $8 \div 2 = 4$

R の x 座標は 2 より, S の x 座標は $2 + 4 = 6$

点 S は $y = -\frac{12}{x}$ 上の点より, $y = -\frac{12}{6} = -2$

よって S(6, -2)

(2)

三平方の定理を利用して

$$RS = \sqrt{(6-2)^2 + (-2+6)^2} = 4\sqrt{2}$$

(3)

$$PR = 2 + 6 = 8 \quad PS = \sqrt{(6-2)^2 + (2+2)^2} = 4\sqrt{2} \text{ より } PR^2 = RS^2 + PS^2$$

よって三平方の定理の逆より $\angle PSR = 90^\circ$

よって $PS \perp RS$

【問 16】

下の図において、①は関数 $y=x^2$ 、②は関数 $y=ax^2$ のグラフであり、点 A は①のグラフ上に、点 B、C は②のグラフ上にある。3 点 A、O、B は 1 つの直線上にあり、直線 BC は x 軸に平行な直線である。また、2 点 A、B の x 座標はそれぞれ -1 、 4 である。さらに、①のグラフ上を動く点 P を考える。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(山梨県 2014 年度)

問1 a の値を求めなさい。

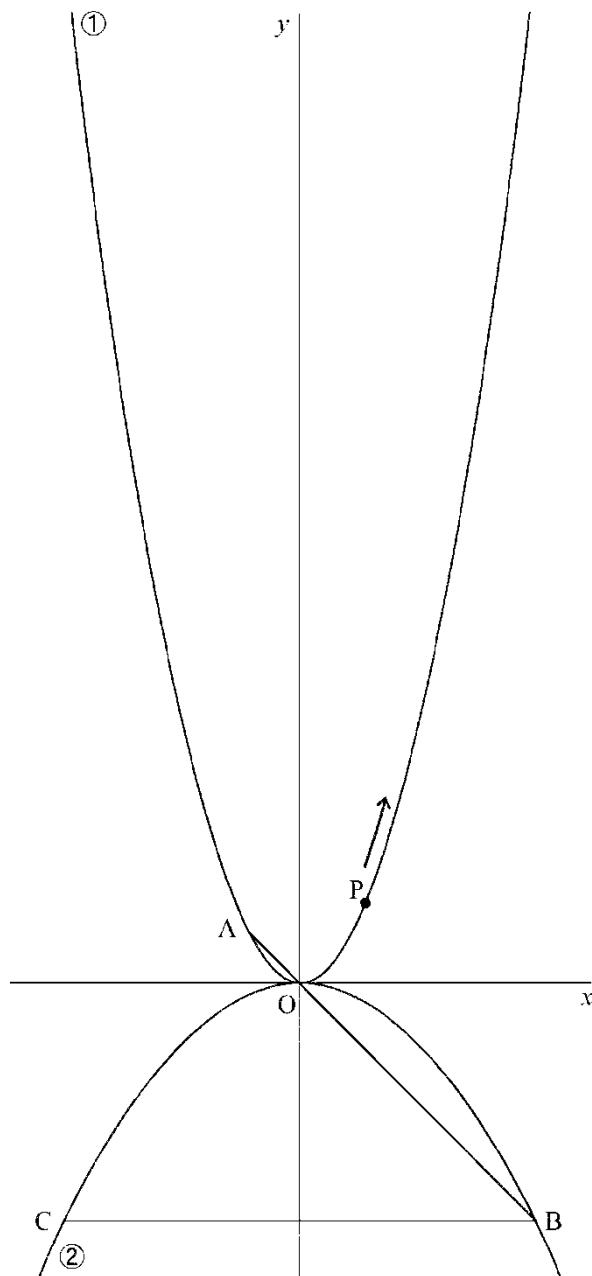
問2 ①のグラフ上に x 座標が 3 である点 D をとる。点 P が①のグラフ上を点 A から点 D まで動くとき、点 P の y 座標の最小値と最大値を求めなさい。

問3 点 P の x 座標を t とし、点 P から x 軸にひいた垂線と直線 AB、直線 BC との交点をそれぞれ Q、R とする。ただし、 $0 < t < 4$ である。

このとき、次の (1)、(2) に答えなさい。

(1) $\triangle QAP$ と $\triangle QBR$ において、 $QA:QB=QP:QR$ が成り立つとする。このとき、 $AP:BR$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) $PQ:QR=3:1$ となる t の値を求めなさい。



解答欄

問1	$a=$	
問2	最小値	最大値
問3	(1)	:
	(2)	$t=$

解答

問1 $a = -\frac{1}{4}$

問2 最小値 0, 最大値 9

問3 (1) 2:3 (2) $t=2$

解説

問1

点 A は $y=x^2$ 上の点で, $x=-1$ より, $y=(-1)^2=1$ A(-1, 1)

直線 OA を求めると, $y=-x$

点 B は $y=-x$ 上の点で x 座標は 4 より $y=-4$ B(4, -4)

点 B は $y=ax^2$ 上の点でもあるから $-4=a \times 4^2$ $16a=-4$ $a=-\frac{1}{4}$

問2

点 A(-1, 1), D(3, 9)だから, $y=x^2$ 上を点 A から点 D まで動くとき

y 座標が最小になるのは $x=0$ のときで $y=0$

最大になるのは $x=3$ のときで $y=9$

問3

(1)

$\triangle QAP$ と $\triangle QBR$ において

$$QA:QB=QP:QR$$

$\angle AQP = \angle BQR$ だから

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle QAP \sim \triangle QBR$$

$$\angle QAP = \angle QBR \text{ より}$$

$$AP \parallel BR$$

よって P(1, 1)

$$AP:BR=(1+1):(4-1)=2:3$$

(2)

点 P の x 座標が t のとき, P(t, t^2), Q($t, -t$), R($t, -4$)とおける。

$$\text{また } PQ=t^2+t$$

$$QR=-t+4 \text{ と表せる。}$$

$$PQ:QR=3:1 \text{ より,}$$

$$(t^2+t):(-t+4)=3:1$$

$$t^2+t=-3t+12$$

$$t^2+4t-12=0$$

$$(t+6)(t-2)=0$$

$$0 < t < 4 \text{ より}$$

$$t=2$$

図6において、①は関数 $y=ax^2$ ($a>0$) のグラフである。2 点 A, B は放物線①上の点であり、その x 座標は、それぞれ 3, 5 である。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(静岡県 2014 年度)

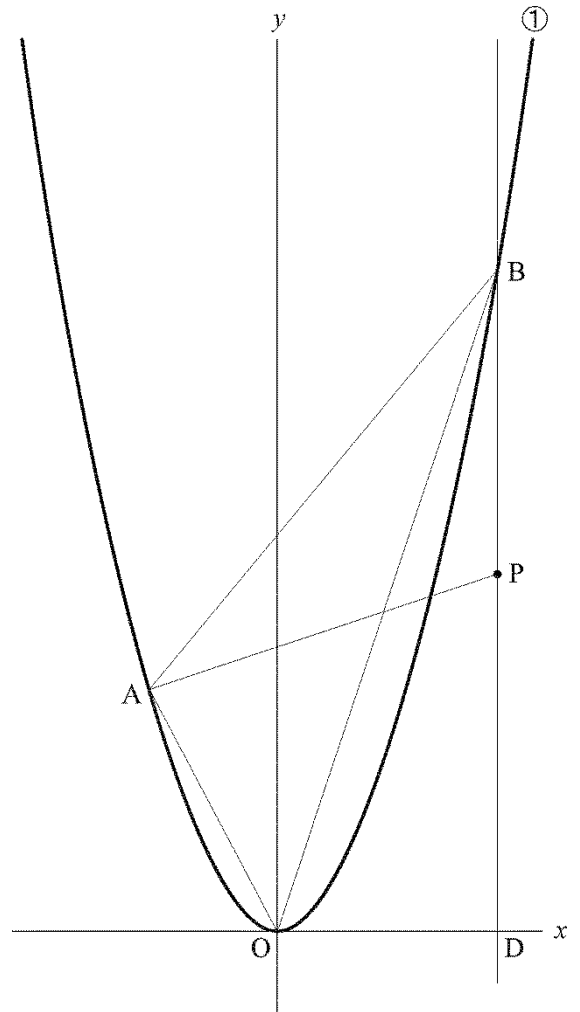
問1 点 A から y 軸にひいた垂線の延長が放物線①と交わる点を C とする。点 C の座標を、 a を用いて表しなさい。

問2 a が $\frac{1}{10} \leq a \leq 2$ の値をとるとき、次の にあてはまる
数を書き入れなさい。

点 B の y 座標がとりうる値の範囲は,

$\leq y \leq$ である。

問3 点 B を通り y 軸に平行な直線と x 軸との交点を D とし、
点 P は線分 BD 上の点とする。△AOB と△APB の面積がともに 48 となるときの、 a の値と点 P の座標を求めなさい。求める過程も書きなさい。



解答欄

問1	$C\left(\quad , \quad \right)$
問2	$\triangleq y \triangleq$
問3	[求める過程] 答 a の値 $\quad$, 点 P の座標($\quad$, $\quad$)

解答

問1 $C(3, 9a)$

問2 $\frac{5}{2} \leq y \leq 50$

問3

求める過程

A から x 軸に垂線をひき、交点を E とすると

$\triangle AOB = (\text{台形 } AEDB) - \triangle AOE - \triangle BOD = 48$ より

$$(9a + 25a) \times 8 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 3 \times 9a - \frac{1}{2} \times 5 \times 25a = 48$$

$$60a = 48$$

$$a = \frac{4}{5}$$

$P(5, t)$ とおく。

$\triangle APB = 48$ より, $B(5, 20)$ だから

$$\frac{1}{2} \times (20 - t) \times 8 = 48$$

$$t = 8$$

よって $P(5, 8)$

答 a の値 $\frac{4}{5}$, 点 P の座標 $(5, 8)$

解説

問1

点 A は $y = ax^2$ 上の点で, x 座標は -3 より, $y = a \times (-3)^2 = 9a$

よって $A(-3, 9a)$ 点 C は点 A と y 軸について対称な点だから, $C(3, 9a)$

問2

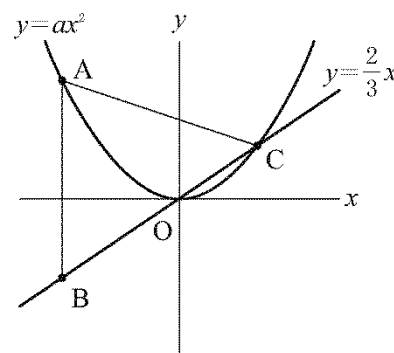
点 B は $(5, 25a)$ と表せるので, $\frac{1}{10} \leq a \leq 2$ のとき, $\frac{5}{2} \leq 25a \leq 50$ だから

$$\frac{5}{2} \leq y \leq 50$$

【問 18】

図で、O は原点、A は関数 $y=ax^2$ (a は定数、 $a>0$) のグラフ上の点、
B は直線 $y=\frac{2}{3}x$ 上の点、C は関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=\frac{2}{3}x$ との 2
つの交点のうち、原点とは異なる点である。

点 A、B の x 座標がともに -3 、点 C の x 座標が 2 のとき、次の(1)、(2)
の問いに答えなさい。



(愛知県 2014 年度 A)

(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 C を通り、 $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	$y=$

解答

(1) $a=\frac{1}{3}$

(2) $y=\frac{1}{6}x+1$

解説

(1)

点 C は $y=\frac{2}{3}x$ 上の点で、 x 座標は 2 より、 $y=\frac{2}{3}\times 2=\frac{4}{3}$ $C\left(2, \frac{4}{3}\right)$

この点は $y=ax^2$ 上の点でもあるから $\frac{4}{3}=a\times 2^2$ $4a=\frac{4}{3}$ $a=\frac{1}{3}$

(2)

点 A は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点で、 x 座標は -3 より、 $y=\frac{1}{3}\times (-3)^2=3$ $A(-3, 3)$ 点 B は $y=\frac{2}{3}x$ 上の点で、 x 座標
は -3 より、 $y=\frac{2}{3}\times (-3)=-2$ $B(-3, -2)$ AB の中点を M とすると、 $AM=BM$ より、 $\triangle CAM=\triangle CBM$ とな

る。M の x 座標は -3 、 y 座標は $-2+(3+2)\div 2=\frac{1}{2}$ $M\left(-3, \frac{1}{2}\right)$ 直線 CM の傾きは、 $(x$ の増加量) $=2-(-$

$3)=5$ 、 $(y$ の増加量) $=\frac{4}{3}-\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$ より、 $\frac{5}{6}\div 5=\frac{1}{6}$

よって、その式を $y=\frac{1}{6}x+b$ とおくと、点 C を通るので、 $\frac{4}{3}=\frac{1}{6}\times 2+b$ $b=1$ 求める式は、 $y=\frac{1}{6}x+1$

【問 19】

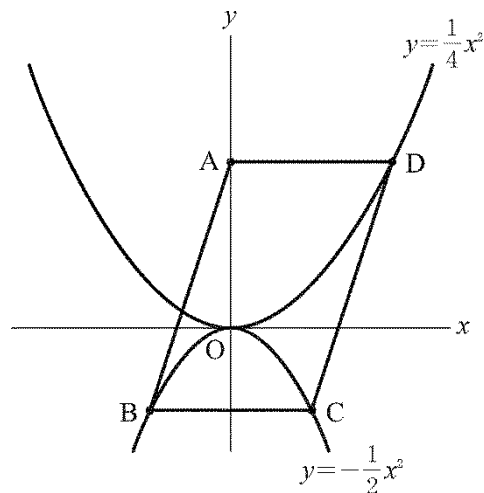
図で、O は原点、A は y 軸上の点、B、C は関数 $y = -\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点、D は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点である。

また、線分 AD は x 軸に平行である。四角形 ABCD が平行四辺形で、点 C の x 座標が 2 であるとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(愛知県 2014 年度 B)

(1) 点 D の座標を求めなさい。

(2) 平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する傾き 2 の直線の式を求めなさい。



解答欄

(1)	(,)
(2)	$y =$

解答

(1) (4, 4)

(2) $y = 2x - 1$

解説

(1)

点 C は $y = -\frac{1}{2}x^2$ 上の点で、 x 座標は 2 より、 $y = -\frac{1}{2} \times 2^2 = -2$ C(2, -2)

点 B は点 C と y 軸について対称な点となるから B(-2, -2)

よって BC = 4

四角形 ABCD は平行四辺形より AD = BC = 4

点 D は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点で、 x 座標は 4 より、 $y = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$ D(4, 4)

(2)

平行四辺形 ABCD の対角線の交点を M とすると

点 M を通る直線は平行四辺形 ABCD の面積を 2 等分する。

M の x 座標は $-2 + (2 + 4) \div 2 = 1$, y 座標は $-2 + (-2 + 4) \div 2 = 1$ M(1, 1)

求める直線の傾きは 2 より、求める式を $y = 2x + b$ とおく。

M を通るので、 $1 = 2 + b$ $b = -1$

よって $y = 2x - 1$

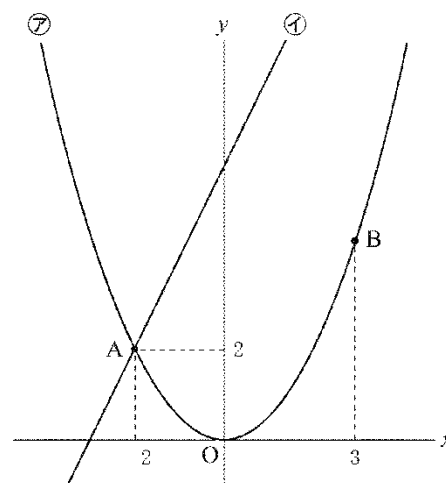
【問 20】

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{ア}$ のグラフと関数 $y = 2x + 6 \cdots \textcircled{イ}$ のグラフが点 A (−2, 2) で交わっている。関数 $\textcircled{ア}$ のグラフ上に点 B があり、点 B の x 座標は 3 である。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2014 年度)

(1) 点 B の y 座標を求めなさい。



(2) 関数 $\textcircled{ア}$ について、 x の値が −3 から −1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3) 原点を O とし、関数 $\textcircled{イ}$ のグラフ上に点 C をとり、 $\triangle OAC$ をつくる。 $\triangle OAC$ の面積と $\triangle OAB$ の面積が等しくなるとき、点 C の座標を求めなさい。ただし、点 C の x 座標は点 A の x 座標より大きいものとする。

解答欄

(1)	$y =$
(2)	
(3)	C (,)

解答

(1) $y = \frac{9}{2}$

(2) -2

(3) C $\left(\frac{1}{2}, 7\right)$

解説

(1)

点 B は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点で、 x 座標は 3 より、 $y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$

(2)

$y = \frac{1}{2}x^2$ において、 $x = -3$ のとき $y = \frac{9}{2}$ $x = -1$ のとき、 $y = \frac{1}{2}$

x の増加量は $-1 - (-3) = 2$ y の増加量は $\frac{1}{2} - \frac{9}{2} = -4$

よって変化の割合は $(-4) \div 2 = -2$

(3)

点 C の x 座標は点 A の x 座標よりも大きいので、 $OA \parallel BC$ のとき、 $\triangle OAC = \triangle OAB$ になることを利用する。
直線 OA の傾きは -1 より、直線 BC を $y = -x + b$ とおく。

B $\left(3, \frac{9}{2}\right)$ を通るので、 $\frac{9}{2} = -3 + b$ $b = \frac{15}{2}$

直線 BC は $y = -x + \frac{15}{2}$

点 C は直線 BC と直線 $y = 2x + 6$ の交点だから

連立方程式として解くと $x = \frac{1}{2}$, $y = 7$

よって C $\left(\frac{1}{2}, 7\right)$

【問 21】

右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフと関数 $y=\frac{6}{x}$ のグラフが点 A で交わり、点 A の x 座標は 3 である。関数 $y=ax^2$ のグラフ上に x 座標が 6 の点 B をとり、点 B を通り y 軸に平行な直線と関数 $y=\frac{6}{x}$ のグラフとの交点を C とする。

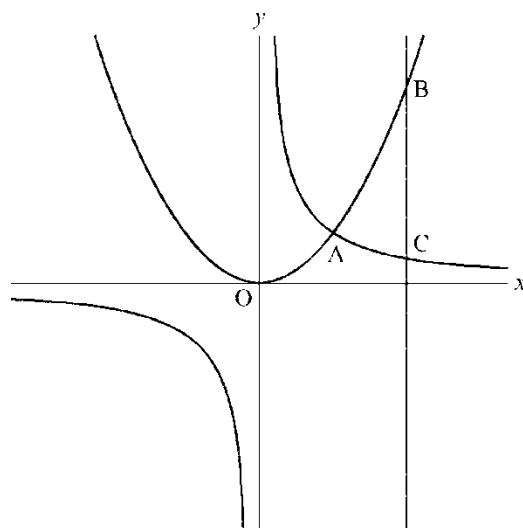
このとき、次の問1～問3に答えよ。

(京都府 2014 年度 前期)

問1 a の値を求めよ。

問2 2 点 A, B を通る直線の式を求めよ。

問3 関数 $y=\frac{6}{x}$ のグラフ上に、点 P をとる。△PBC の面積が 35 となるときの、点 P の座標を求めよ。ただし、点 P の x 座標は点 C の x 座標より小さいものとする。



解答欄

問1	$a =$
問2	$y =$
問3	P (,)

解答

問1 $a = \frac{2}{9}$

問2 $y = 2x - 4$

問3 $P\left(-4, -\frac{3}{2}\right)$

解説

問1

点 A は $y = \frac{6}{x}$ 上の点で, x 座標は 3 より, y 座標は, $y = \frac{6}{3} = 2$ よって, A(3, 2)

点 A は $y = ax^2$ 上の点でもあるから $2 = a \times 3^2$ $a = \frac{2}{9}$

問2

点 B は $y = \frac{2}{9}x^2$ 上の点で, x 座標は 6 より, $y = \frac{2}{9} \times 6^2 = 8$ B(6, 8)

直線 AB を $y = mx + n$ とおく。

A(3, 2)を通るので

$$2 = 3m + n \cdots \textcircled{1}$$

B(6, 8)を通るので

$$8 = 6m + n \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として解くと, $m = 2$, $n = -4$

よって求める式は $y = 2x - 4$

問3

点 C は $y = \frac{6}{x}$ 上の点で, x 座標は 6 より, y 座標は, $y = \frac{6}{6} = 1$ よって C(6, 1)

$\triangle PBC$ の底辺を $BC = 8 - 1 = 7$ とし, 高さを h とすると

$\triangle PBC = 35$ だから

$$\frac{1}{2} \times 7 \times h = 35 \text{ より}$$

$$h = 10$$

点 P の x 座標は点 C の x 座標より小さいので $6 - 10 = -4$

点 P も $y = \frac{6}{x}$ 上の点だから, $x = -4$ を代入して $y = -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2}$

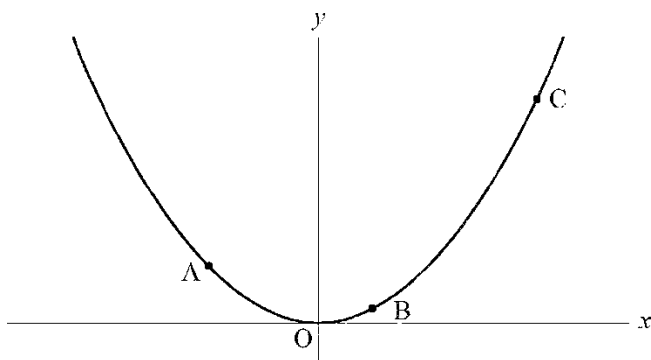
よって $P\left(-4, -\frac{3}{2}\right)$

【問 22】

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 3 点 A, B, C があり、点 A, B, C の x 座標はそれぞれ -2 , 1 , 4 である。

このとき、次の問1～問3に答えよ。

(京都府 2014 年度 中期)



問1 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域を求めよ。

問2 2 点 A, C を通る直線の式を求めよ。

問3 線分 AC 上に点Pをとる。 $\triangle OPA$ の面積が四角形 OBCA の面積の $\frac{2}{5}$ 倍になるとき、点 P の座標を求めよ。

解答欄

問1	$\leq y \leq$
問2	$y =$
問3	P (,)

解答

問1 $0 \leq y \leq 1$

問2 $y = \frac{1}{2}x + 2$

問3 $P\left(1, \frac{5}{2}\right)$

解説

問1

$y = \frac{1}{4}x^2$ において、 $-2 \leq x \leq 1$ より、 $x=0$ のとき y の値は最小になり、 $y=0$

$x=-2$ のとき y の値は最大になり、 $y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$

よって y の変域は $0 \leq y \leq 1$

問2

点 A は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点で、 $x=-2$ より、 $y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$ A(-2, 1)

点 C も同様に $x=4$ を代入して、 $y = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$ C(4, 4)

直線 AC の式を $y = mx + n$ とおく。

点 A を通るので

$$1 = -2m + n \cdots \textcircled{1}$$

点 C を通るので

$$4 = 4m + n \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として解くと $m = \frac{1}{2}$ $n = 2$

よって求める式は $y = \frac{1}{2}x + 2$

問3

点 B は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点で、 $x=1$ より、 $y = \frac{1}{4} \times 1^2 = \frac{1}{4}$ B $\left(1, \frac{1}{4}\right)$

AC と y 軸との交点を D とし、B, C から x 軸に垂線をひき、交点をそれぞれ K, H とすると

D(0, 2), K(1, 0), H(4, 0)

四角形 OBCA の面積は

$\triangle AOD + \text{台形 DOHC} - \triangle OBK - \text{台形 BKH C}$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + (2+4) \times 4 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{4} - \left(\frac{1}{4} + 4\right) \times 3 \times \frac{1}{2} = 2 + 12 - \frac{1}{8} - \frac{51}{8} = \frac{15}{2}$$

四角形 OBCA の面積の $\frac{2}{5}$ 倍は $\frac{15}{2} \times \frac{2}{5} = 3$

この面積が $\triangle OPA$ と等しいので

$$\triangle OPA = \triangle OAD + \triangle ODP = 2 + \triangle ODP = 3 \text{ より}$$

$$\triangle ODP = 1$$

点 P の x 座標を $t(t > 0)$ とすると $\frac{1}{2} \times 2 \times t = 1$ $t = 1$

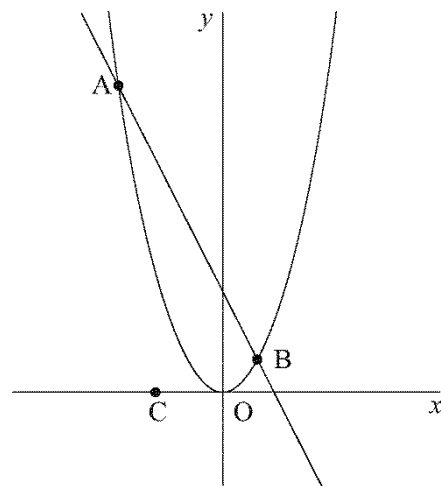
点 P は $y = \frac{1}{2}x + 2$ 上の点より $y = \frac{1}{2} \times 1 + 2 = \frac{5}{2}$

よって P $\left(1, \frac{5}{2}\right)$

【問 23】

右の図で、放物線は関数 $y=x^2$ のグラフである。2 点 A, B は放物線上の点であり、その x 座標はそれぞれ $-3, 1$ である。また、点 C の座標は $(-2, 0)$ である。原点を O とし、各問いに答えよ。

(奈良県 2014 年度)



問1 関数 $y=x^2$ について、 x の変域が $-3 \leq x \leq 1$ のときの y の変域を求めよ。

問2 2 点 A, B を通る直線の傾きを求めよ。

問3 放物線上に点 D をとり、 $\triangle OAB$ の面積と $\triangle OCD$ の面積が等しくようにする。このとき、点 D の座標をすべて求めよ。

問4 $\triangle OBC$ を、 x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率は π とする。

解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	

解答

問1 $0 \leq y \leq 9$

問2 -2

問3 $(-\sqrt{6}, 6), (\sqrt{6}, 6)$

問4 $\frac{2}{3}\pi$

解説

問1

$y=x^2$ について $-3 \leq x \leq 1$ のとき

$x=-3$ のとき y は最大となり, そのとき $y=(-3)^2=9$

$x=0$ のとき y は最小となり, そのとき $y=0$

よって求める変域は $0 \leq y \leq 9$

問2

点 A, B の座標を求めると, A(-3, 9), B(1, 1) より, 傾きは $\frac{1-9}{1-(-3)} = -2$

問3

直線 AB の式を $y=-2x+b$ とおくと, B(1, 1) を通るので, $1=-2+b$ $b=3$

よって $y=-2x+3$

直線 AB と y 軸との交点を E とおくと E(0, 3)

$\triangle AOB = \triangle AOE + \triangle BOE = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = 6$ C(-2, 0) より

点 D の y 座標を t とおくと

$\triangle OCD = \frac{1}{2} \times 2 \times t = t$

$\triangle AOB = \triangle OCD$ より

$t=6$

点 D は $y=x^2$ 上の点より $6=x^2$ より, $x=\pm\sqrt{6}$

よって D(- $\sqrt{6}$, 6), D($\sqrt{6}$, 6)

問4

点 B から x 軸に垂線をひき, 交点を H とすると H(1, 0)

求める体積は

底面の半径を BH, 高さを CH とする円錐から, 底面の半径を BH, 高さを OH とする円錐の体積をひいて

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 3 - \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 1 = \pi - \frac{1}{3} \pi = \frac{2}{3} \pi$$

【問 24】

図のように、

$$y = ax^2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$y = \frac{10}{x} \quad (x > 0) \quad \cdots \textcircled{2}$$

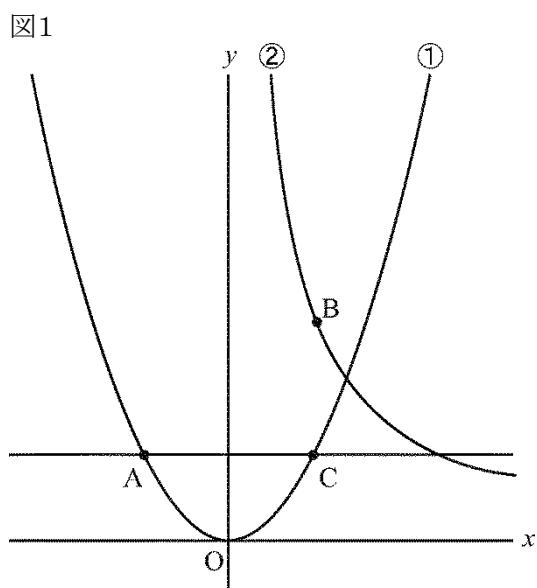
のグラフがある。

また、①のグラフ上に点 $A(-2, 2)$ があり、②のグラフ上に点 $B(2, 5)$ がある。A を通り、 x 軸に平行な直線と、①との交点のうち、A 以外の点を C とする。

次の問1～問4に答えなさい。

(和歌山県 2014 年度)

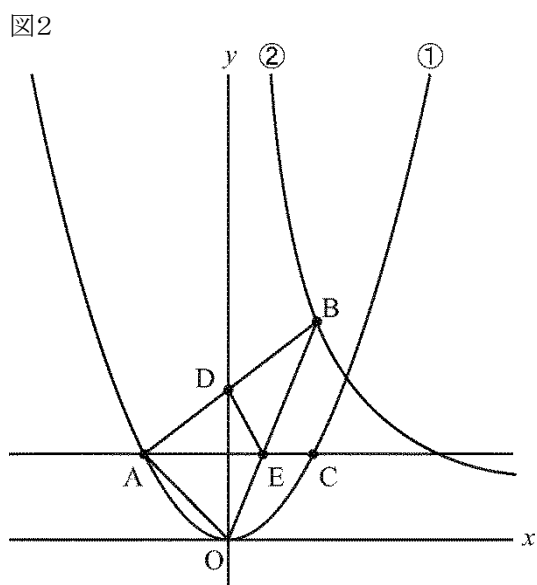
問1 a の値を求めなさい。



問2 3 点 A, B, C を通る円の半径を求めなさい。

問3 ②のグラフ上に点 P をとり、 $\triangle ACP$ の面積が 12 となるとき、点 P の座標を求めなさい。

問4 図2のように直線 AB と y 軸との交点を D、直線 OB と直線 AC との交点を E とするとき、 $\triangle BDE$ の面積は、 $\triangle OAB$ の面積の何倍になるか、求めなさい。



解答欄

問1	$a =$
問2	
問3	P(,)
問4	倍

解答

問1 $a = \frac{1}{2}$

問2 $\frac{5}{2}$

問3 $P\left(\frac{5}{4}, 8\right)$

問4 $\frac{3}{10}$ 倍

解説

問1

点 $A(-2, 2)$ は $y = ax^2$ 上の点より, $2 = a \times (-2)^2$ $4a = 2$ $a = \frac{1}{2}$

問2

C は点 A と y 軸について対称な点となるから, $C(2, 2)$ $B(2, 5)$, $A(-2, 2)$ より, $AC \perp BC$

よって, $\angle ACB = 90^\circ$ より, 円周角の定理の逆を利用すると, 3 点 A, B, C を通る円の直径が AB となる。

$AC = 2 + 2 = 4$, $BC = 5 - 2 = 3$ より

三平方の定理を利用して $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

よって求める円の半径は $\frac{5}{2}$

問3

P から AC に垂線をひき, 交点を H とすると

$\triangle ACP = 12$ より

$$\frac{1}{2} \times 4 \times PH = 12$$

$$PH = 6$$

P の x 座標は正より, P の y 座標は $2 + 6 = 8$

P は $y = \frac{10}{x}$ 上の点より $8 = \frac{10}{x}$ $x = \frac{5}{4}$

よって $P\left(\frac{5}{4}, 8\right)$

問4

AC と y 軸との交点を F とする。

$DF \parallel BC$ より, $AD : DB = AF : FC = 2 : 2 = 1 : 1$

よって $\triangle BDE = \frac{1}{2} \triangle ABE \cdots \textcircled{1}$

また, B から y 軸に垂線をひき交点を G とすると, $EF \parallel BG$ より, $OE : EB = OF : FG = 2 : (5 - 2) = 2 : 3$

$$\triangle ABE = \frac{3}{5} \triangle OAB \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$\triangle BDE = \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \triangle OAB = \frac{3}{10} \triangle OAB$$

よって $\frac{3}{10}$ 倍

【問 25】

右の図のように、

$$\text{関数 } y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{関数 } y = ax^2 \cdots \textcircled{2}$$

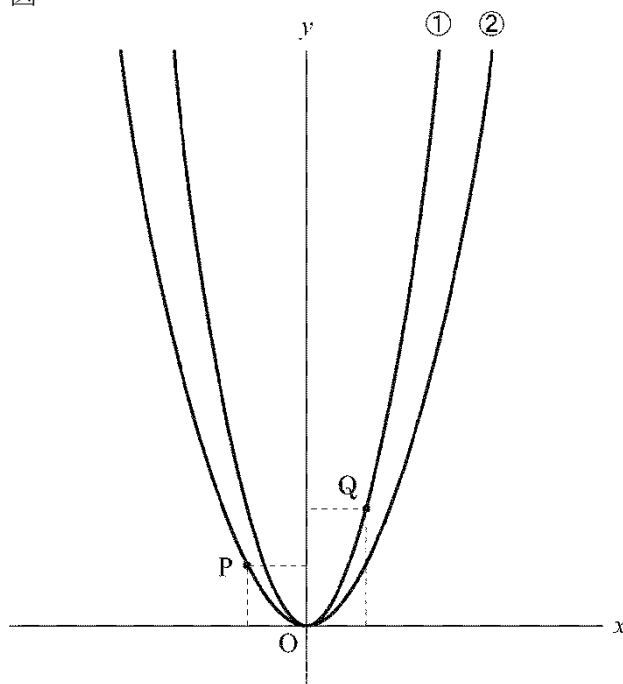
のグラフと、2 点 P (−4, 4), Q (4, 8) があるとき、次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2014 年度)

問1 関数②のグラフが点 P を通るとき、 a の値を求めなさい。

問2 関数①、②のグラフ上に、次の【条件】を満たすような 4 点 A, B, C, D をとり、正方形 ABCD をつくるとき、点 A の座標を求めなさい。

図



【条件】

- ・点 A は関数①のグラフ上にあり、 x 座標は正である。
- ・点 B は関数①のグラフ上にあり、 x 座標は負で、 y 座標は点 A の y 座標と等しい。
- ・点 C は関数②のグラフ上にあり、 x 座標は負である。
- ・点 D は関数②のグラフ上にあり、 x 座標は正で、 y 座標は点 C の y 座標と等しい。

問3 点 Q を通る直線が、問2の正方形 ABCD の面積を 2 等分するとき、その直線の傾きを求めなさい。

解答欄

問1	$a =$
問2	A (,)
問3	

解答

問1 $a = \frac{1}{4}$

問2 A (8, 32)

問3 -4

解説

問1

点 P(-4, 4)が $y=ax^2$ 上の点より $4=a \times (-4)^2$ $16a=4$ $a=\frac{1}{4}$

問2

$A\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$ $t>0$ とおくと, $B\left(-t, \frac{1}{2}t^2\right)$, $D\left(t, \frac{1}{4}t^2\right)$ とおける。

AB=AD だから

$$2t = \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{4}t^2$$

$$t^2 - 8t = 0$$

$$t(t-8) = 0$$

$$t > 0 \text{ より}$$

$$t = 8$$

よって A(8, 32)

問3

正方形 ABCD の面積を 2 等分する直線は, 正方形の対角線の交点を通る。

対角線の交点を M とすると, A(8, 32), C(-8, 16)より, M(0, 24) Q(4, 8) だから

2 点 Q, M を通る直線の傾きは $\frac{8-24}{4-0} = -4$

【問 26】

図において、 ℓ は $y=ax^2$ のグラフで、 ℓ 上に点 $A(6, 9)$ がある。点 A を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を B 、グラフ ℓ との交点を C とする。ただし、点 C は点 A とは異なる点である。

次の問1、問2に答えなさい。

(島根県 2014 年度)

問1 a の値を求めなさい。

問2 ℓ のグラフ上に、 $AD=BD$ となる点 D をとる。次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) 点 D の座標を求めなさい。また、根拠を示して求める過程を説明しなさい。

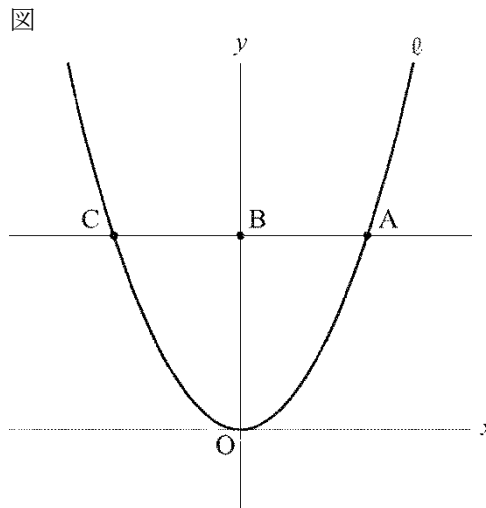
(2) $\triangle ABD$ の面積を求めなさい。

(3) ℓ のグラフ上に、 $\triangle ABD$ と $\triangle ACP$ の面積が等しくなるような点 P をとる。

次の①、②に答えなさい。

① このような点 P は全部で何個あるか、答えなさい。

② ①で考えた点 P のうち、 ℓ のグラフ上の原点 O と点 A の間にある点 P の x 座標を求めなさい。



解答欄

問1			
問2	(1)	$D\left(\quad, \quad \right)$ [説明]	
	(2)		
	(3)	①	個
		②	

解答

問1 $\frac{1}{4}$

問2

(1)

$D\left(3, \frac{9}{4}\right)$

〔説明〕

点 D は線分 AB の垂直二等分線上にあるから線分 AB の中点より, x 座標は 3 である。

さらに, 放物線上の点であるから $x=3$ を $y=\frac{1}{4}x^2$ に代入して, $y=\frac{1}{4}\times 3^2=\frac{9}{4}$ となる。

(2) $\frac{81}{4}$

(3)

① 4 個 ② $\frac{3\sqrt{10}}{2}$

解説

問1

点 A(6, 9) は $y=ax^2$ 上の点より, $9=a\times 6^2$ $36a=9$ $a=\frac{1}{4}$

問2

(1)

$\triangle ADB$ において, $AD=BD$ より, $\angle ADB$ の二等分線をひき, AB との交点を H とすると二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に 2 等分するので $AH=BH$

よって $H(3, 9)$

これより, 点 D の x 座標は 3 点 D は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点より, $y=\frac{1}{4}\times 3^2=\frac{9}{4}$ $D\left(3, \frac{9}{4}\right)$

(2)

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times AB \times DH = \frac{1}{2} \times 6 \times \left(9 - \frac{9}{4}\right) = \frac{81}{4}$$

(3)

①

P から AC に垂線をひき, 交点を K とする。

$AB:AC=1:2$ だから, $\triangle ABD=\triangle ACP$ より, $DH:PK=2:1$

DH の中点を M とすると, 点 P は M を通る x 軸に平行な直線と ℓ との交点 2 つと

点 M と直線 AC について対称な点を通る x 軸に平行な直線と ℓ との交点 2 つの合計 4 つの点が考えられる。

②

4 つの点 P のうち, ℓ のグラフ上の原点 O と点 A との間にある点 P の y 座標は

$$\frac{9}{4} + \left(9 - \frac{9}{4}\right) \div 2 = \frac{45}{8}$$

$$\frac{45}{8} = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = \frac{45}{2}$$

$0 < x < 6$ より

$$x = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

【問 27】

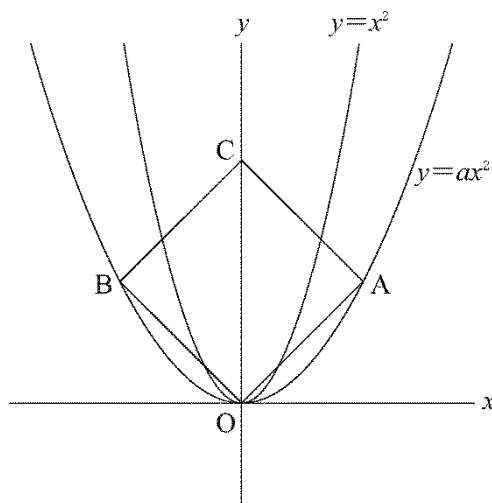
右の図は、関数 $y=x^2$ のグラフと、関数 $y=ax^2$ のグラフを同じ座標軸を使ってかいたものである。また、四角形 $OACB$ が正方形となるように、2 点 A, B を関数 $y=ax^2$ のグラフ上に、点 C を y 軸上にとる。このとき、点 C の y 座標は正の数とする。

次の問1、問2に答えなさい。

(山口県 2014 年度)

問1 関数 $y=x^2$ について、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問2 正方形 $OACB$ の面積が 18 のとき、 a の値を求めなさい。



解答欄

問1	
問2	$a=$

解答

問1 4

問2 $a=\frac{1}{3}$

解説

問1

$y=x^2$ において、 $x=1$ のとき $y=1^2=1$ $x=3$ のとき $y=3^2=9$

変化の割合は $\frac{9-1}{3-1}=4$

問2

正方形の対角線はそれぞれの中点で垂直に交わるから

AB と CO の交点を H とし、 $HA=OH=t(t>0)$ とする。

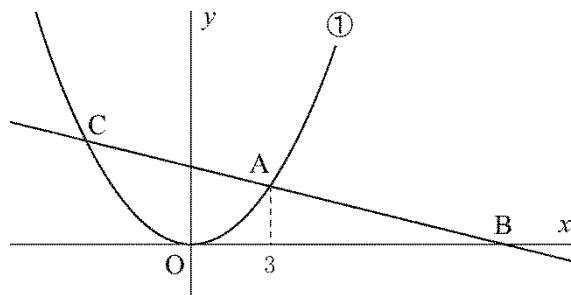
正方形 $OACB$ の面積が 18 のとき、 $\frac{1}{2}t^2 \times 4 = 18$ $2t^2 = 18$ $t^2 = 9$ $t > 0$ だから、 $t=3$

よって、 $A(3, 3)$

点 A は $y=ax^2$ 上の点より $3=9a$ $a=\frac{1}{3}$

【問 28】

右の図で、点 O は原点であり、放物線①は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフである。点 A は放物線①上の点で、その x 座標は 3 である。点 B は x 軸上の点で、その x 座標は 3 より大きい数である。また、直線 AB をひき、放物線①との交点のうち、点 A と異なる点を C とする。



これについて、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(香川県 2014 年度)

(1) 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、 x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(2) $BA:AC=9:7$ であるとき、点 C の座標を求めよ。

解答欄

(1)	
(2)	C (,)

解答

(1) $\frac{3}{2}$

(2) $C(-4, 4)$

解説

(1)

$$y = \frac{1}{4}x^2 \text{ について, } x=2 \text{ のとき } y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1 \quad x=4 \text{ のとき } y = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$$

$$\text{変化の割合は } \frac{4-1}{4-2} = \frac{3}{2}$$

(2)

点 A , C から x 軸に垂線をひき、交点をそれぞれ H , K とする。

$$\text{点 } A \text{ は } y = \frac{1}{4}x^2 \text{ 上の点で, } x \text{ 座標は 3 より } y = \frac{9}{4} \quad A\left(3, \frac{9}{4}\right)$$

$$AH \parallel CK \text{ より, } AH:CK = BA:BC \quad \frac{9}{4}:CK = 9:(9+7) \quad 9CK = 36 \quad CK = 4$$

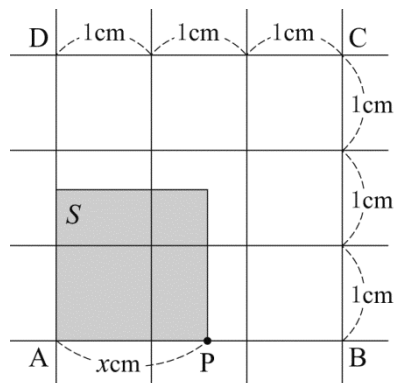
$$\text{よって点 } C \text{ の } y \text{ 座標は } 4 \quad 4 = \frac{1}{4}x^2 \quad x^2 = 16 \quad x < 0 \text{ より, } x = -4 \quad C(-4, 4)$$

【問 29】

右の図1のように、1 cm 間隔の 4 本の平行な直線が 2 組あり、それらが垂直に交わっている。これらの直線の交点を結んだ、1 辺 3 cm の正方形 ABCD がある。辺 AB 上を点 A から点 B まで動く点 P があり、線分 AP を 1 辺とする正方形 S を、正方形 ABCD の内部につくる。AP = x cm とするとき、次の(1)～(3)の問いに答えよ。

(香川県 2014 年度)

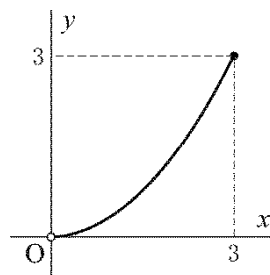
図1



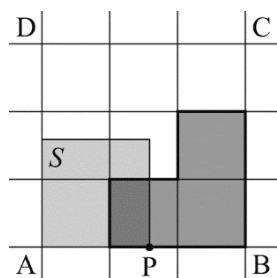
- (1) 次の㉑～㉔において、太線 (——) で囲まれた図形は、いずれも図1で

示した直線の交点を結んでできている。それぞれの図形と正方形 S とが重なっている部分の面積を y cm² として、 x と y の関係をグラフに表したとき、右の図2のような放物線になるのは、㉑～㉔のうちのどれか。1 つ選んで、その記号を書け。

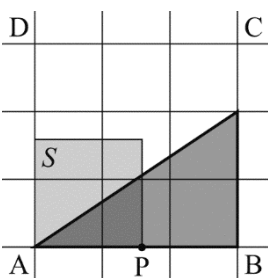
図2



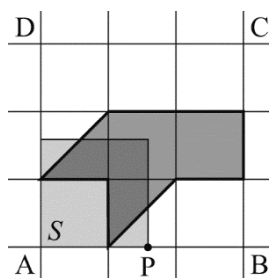
㉑



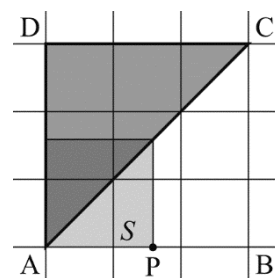
㉒



㉓



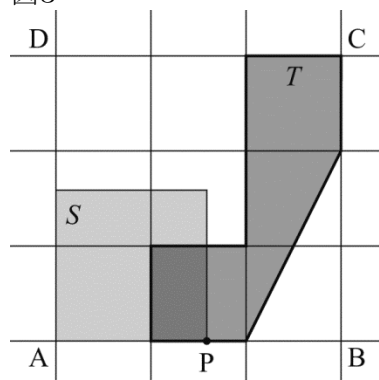
㉔



- (2) 右の図3において、太線 (——) で囲まれた図形 T は、図1で示した直線の交点を結んでできている。 $1 \leq x \leq 2$ 、および $2 \leq x \leq 3$ のそれぞれの場合について、図形 T と正方形 S とが重なっている部分の面積は何 cm² か。 x を使った式で表せ。

- (3) $1 \leq x \leq 3$ とする。正方形 S の面積が、図3の図形 T と正方形 S とが重なっている部分の面積より 2 cm² だけ大きくなるのは、 x の値がいくらのときか。 x の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

図3



解答欄

[illegible]

解答

(1)㊦

(2)

$1 \leq x \leq 2$ のとき $x-1 \text{ cm}^2$

$2 \leq x \leq 3$ のとき $2x-3 \text{ cm}^2$

(3)

[x の値を求める過程]

正方形 S の面積は $x^2 \text{ cm}^2$ だから、次の 2 つの場合に分けて考える。

①

$1 \leq x \leq 2$ のとき、(2)の結果より、重なっている部分の面積は $(x-1) \text{ cm}^2$

$x^2 \text{ cm}^2$ が $(x-1) \text{ cm}^2$ よりも 2 cm^2 だけ大きいので、 $x^2 = (x-1) + 2$ 整理すると、 $x^2 - x - 1 = 0$

解の公式により $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$

$\sqrt{5} > 2$ だから、 $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ は $1 \leq x \leq 2$ にあわない。ゆえに、 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

②

$2 \leq x \leq 3$ のとき、(2)の結果より、重なっている部分の面積は $(2x-3) \text{ cm}^2$

$x^2 \text{ cm}^2$ が $(2x-3) \text{ cm}^2$ よりも 2 cm^2 だけ大きいので、 $x^2 = (2x-3) + 2$

整理すると、 $x^2 - 2x + 1 = 0$ $(x-1)^2 = 0$

よって $x = 1$

$x = 1$ は、 $2 \leq x \leq 3$ にあわない。

①、②より、 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

答 x の値 $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

解説

(1)

$(0, 0)$ 、 $(3, 3)$ を通るグラフなので、 $x=0$ のとき重なりが 0 cm^2 、 $x=3$ のとき重なりが 3 cm^2 になるものを選ぶと、㊦

(2)

$1 \leq x \leq 2$ のとき、重なった部分の面積は、 $(x-1) \times 1 = x-1 \text{ cm}^2$

$2 \leq x \leq 3$ のとき、 T を左下の 1 辺が 1 cm の正方形 A と

右上の 1 辺が 1 cm の正方形 B と直角を挟む 2 辺が 1 cm と 2 cm の直角三角形 C に分けて考える。

A と S の重なった部分は $1 \times 1 = 1 \text{ cm}^2$

B と S の重なった部分の面積は $(x-2)^2 \text{ cm}^2$

C のうち S と重ならない部分の直角三角形と C は相似で

その相似比は $(3-x):1$ より

面積比は $(3-x)^2:1$

よって C と S の重なった部分の面積は $\frac{1}{2} \times 1 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times (3-x)^2 = 1 - (3-x)^2 \text{ cm}^2$

よって T と S の重なった部分の面積は $1 + (x-2)^2 + 1 - (3-x)^2 = 2x - 3 \text{ cm}^2$

(3)

S の面積は $x^2 \text{ cm}^2$

$1 \leq x \leq 2$ のとき、 $x^2 = x - 1 + 2$ $x^2 - x - 1 = 0$ $x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$ $1 \leq x \leq 2$ より $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$2 \leq x \leq 3$ のとき、 $x^2 = 2x - 3 + 2$ $x^2 - 2x + 1 = 0$ $(x-1)^2 = 0$ $x = 1$ $2 \leq x \leq 3$ より、問題に合わない。

よって $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

【問 30】

図において、放物線①、②はそれぞれ関数 $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = x^2$ のグラフである。

また、点 A は②上の $x > 0$ の範囲を動く点である。点 A を通り y 軸に平行な直線と①との交点を B とし、点 A を通り x 軸に平行な直線と①との交点を C とする。このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2014 年度)

問1 点 A の x 座標が 2 のとき、

(1) 点 B の y 座標を求めよ。

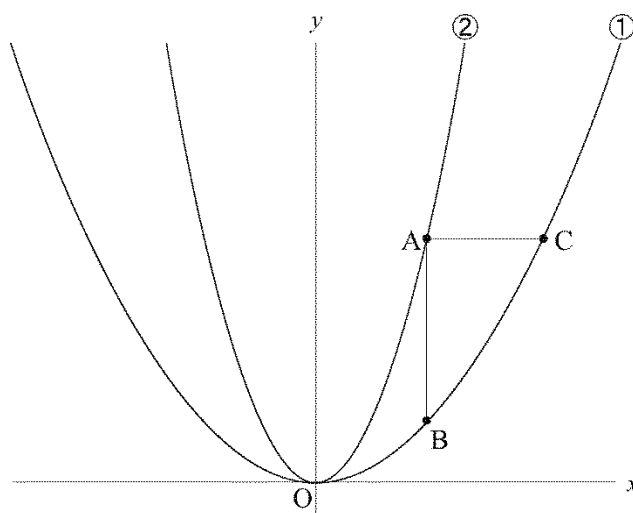
(2) 2 点 B, C を通る直線の傾きを求めよ。

問2 線分 AB, AC を 2 辺とする長方形 ABDC をつくる。点 A の x 座標を t とするとき、

(1) 点 D の x 座標, y 座標をそれぞれ t を使って表せ。

(2) 長方形 ABDC が正方形となるような t の値を求めよ。

(3) 点 (3, 2) が長方形 ABDC の周上にあるのは, $t = \boxed{\text{ア}}$ のときと, $t = \boxed{\text{イ}}$ のときである。ア, イに当てはまる数を, それぞれ書け。



解答欄

問1	(1)				
	(2)				
問2	(1)	x 座標			
		y 座標			
	(2)	$t=$			
	(3)	ア		イ	

解答

問1

(1) 1 (2) $\frac{3}{2}$

問2

(1) x 座標 $2t$ y 座標 $\frac{1}{4}t^2$

(2) $t = \frac{4}{3}$

(3) ア $\frac{3}{2}$ イ $2\sqrt{2}$

解説

問1

(1)

点 A の x 座標は 2 で, AB と y 軸は平行なので, 点 B の x 座標も 2

点 B は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点より, $y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$

(2)

点 A は $y = x^2$ 上の点で, x 座標は 2 より, $y = 2^2 = 4$ A(2, 4)

AC と x 軸は平行なので, 点 C の y 座標は 4

また, 点 C は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点より, $4 = \frac{1}{4} \times x^2$ $x^2 = 16$ $x > 0$ より, $x = 4$ C(4, 4)

B(2, 1)より, 直線 BC の傾きは, $\frac{4-1}{4-2} = \frac{3}{2}$

問2

(1)

A(t, t^2), B($t, \frac{1}{4}t^2$) 点 C において, $t^2 = \frac{1}{4}x^2$ $x^2 = 4t^2$ $x > 0, t > 0$ より, $x = 2t$ C($2t, t^2$)

よって, 点 D($2t, \frac{1}{4}t^2$)

(2)

AB=AC より, $t^2 - \frac{1}{4}t^2 = 2t - t$ $\frac{3}{4}t^2 - t = 0$ $3t^2 - 4t = 0$ $t(3t - 4) = 0$ $t > 0$ より, $t = \frac{4}{3}$

(3)

A, B の x 座標が 3 のとき, $t = 3$ 点 B の y 座標は $\frac{9}{4} > 2$ より, (3, 2) は線分 AB 上にはない。

C, D の x 座標が 3 のとき, $2t = 3, t = \frac{3}{2}$

点 D の y 座標は $\frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{16}$,

点 C の y 座標は $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$ $\frac{9}{16} < 2 < \frac{9}{4}$ より, $t = \frac{3}{2}$ のとき (3, 2) は線分 CD 上にある。

B, D の y 座標が 2 のとき, $\frac{1}{4}t^2 = 2$ $t^2 = 8$ $t > 0$ より, $t = 2\sqrt{2}$

このとき, 点 B の x 座標は $2\sqrt{2}$ で, 点 D の x 座標は $4\sqrt{2}$

$2\sqrt{2} < 3 < 4\sqrt{2}$ より, $t = 2\sqrt{2}$ のとき, (3, 2) は線分 BD 上にある。

A, C の y 座標が 2 のとき, $t^2 = 2$ $t > 0$ より $t = \sqrt{2}$

点 A の x 座標は $\sqrt{2}$, 点 C の x 座標は $2\sqrt{2}$ で, $2\sqrt{2} < 3$ より, (3, 2) は線分 AC 上にはない。

よって $t = \frac{3}{2}, 2\sqrt{2}$

【問 31】

図は、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフで、点 A, B はこのグラフ上にある。
 点 A, B の x 座標はそれぞれ 2, 4 である。また、点 C は y 軸上の点であり、点 C の y 座標は点 B の y 座標と等しい。

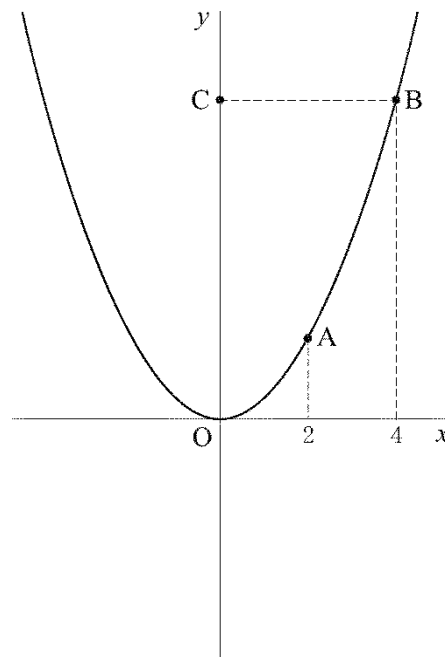
このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(高知県 2014 年度 前期)

問1 点 C の座標を求めよ。

問2 2 点 A, B を通る直線の式を求めよ。

問3 直線 AB と y 軸との交点を D とする。三角形 ACD を、 y 軸を軸として 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率は π を用いること。



解答欄

問1	(,)
問2	$y =$
問3	

解答

問1 (0, 8)

問2 $y=3x-4$

問3 16π

解説

問1

点 B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で, x 座標が 4 より, $y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$ B(4, 8)

よって C(0, 8)

問2

点 A は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で, x 座標が 2 より, $y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$ A(2, 2)

直線 AB の傾きは $\frac{8-2}{4-2}=3$

直線 AB を $y=3x+b$ とおくと, A(2, 2) を通るので $2=6+b$ $b=-4$

よって求める式は $y=3x-4$

問3

直線 AB と y 軸との交点 D(0, -4)

A から CD に垂線をひき交点を H とすると H(0, 2)

AH=2, CH=8-2=6, DH=2+4=6 より

$\triangle ACD$ を y 軸を軸として 1 回転させたときにできる立体は
底面の半径が 2, 高さが 6 の円すい 2 つ分の体積になる。

よって求める体積は $\frac{1}{3}\times \pi \times 2^2\times 6\times 2=16\pi$

【問 32】

下の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 3 点 A, B, C がある。点 A の座標は(4, 8)、点 B の x 座標は 2 であり、点 C と点 A の y 座標は等しい。

このとき、問1～問5に答えなさい。

(佐賀県 2014 年度 一般)

問1 a の値を求めなさい。

問2 点 B の y 座標を求めなさい。

問3 直線 AB の式を求めなさい。

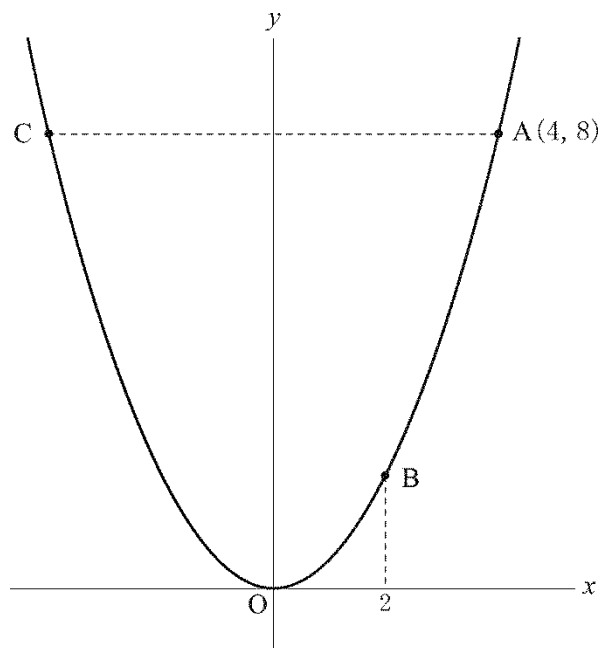
問4 $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

問5 線分 AC 上に点 D、線分 BC 上に点 E をとり、直線 AB と直線 DE が平行になるようにする。

このとき、(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 点 D が線分 AC の中点であるとき、四角形 ADEB の面積を求めなさい。

(2) 四角形 ADEB の面積が $\frac{21}{2}$ であるとき、点 D の座標を求めなさい。



解答欄

問1		
問2		
問3		
問4		
問5	(1)	
	(2)	D (,)

解答

問1 $\frac{1}{2}$

問2 2

問3 $y=3x-4$

問4 24

問5 (1) 18 (2) D (2, 8)

解説

問1

点 A(4, 8)は $y=ax^2$ 上の点だから, $8=a \times 4^2$ $16a=8$ $a=\frac{1}{2}$

問2

点 B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で, x 座標は 2 より, $y=\frac{1}{2} \times 2^2=2$

問3

A(4, 8), B(2, 2) より, 直線 AB の傾きは $\frac{8-2}{4-2}=3$

よって直線 AB を $y=3x+b$ とする。

点 B を通るので $2=6+b$ $b=-4$

よって直線 AB は $y=3x-4$

問4

点 C は点 A を y 軸について対称な点になるから C(-4, 8)

B から AC に垂線をひき, 交点を H とすると

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times AC \times BH = \frac{1}{2} \times (4+4) \times (8-2) = 24$$

問5

(1)

DE // AB より, $\triangle CDE \sim \triangle CAB$

D が AC の中点のとき相似比は CD:CA=1:2

$$\triangle CDE : \triangle CAB = 1:4$$

$$\triangle CDE : 24 = 1:4$$

$$\triangle CDE = 6$$

よって四角形 ADEB の面積は $24-6=18$

(2)

$$\triangle CDE = 24 - \frac{21}{2} = \frac{27}{2}$$

$$\triangle CDE : \triangle CBA = \frac{27}{2} : 24 = 27:48 = 9:16 = 3^2:4^2$$

よって CD:CA=3:4

$$CD:8=3:4$$

$$CD=6$$

したがって点 D の x 座標は $-4+6=2$

D(2, 8)

【問 33】

図1, 図2のように, 関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフ上に, 2 点 A, B があり, A, B の x 座標はそれぞれ $-3, 6$ である。

また, y 軸上に点 C (0, 13) がある。原点を O として, 次の問いに答えなさい。

(長崎県 2014 年度)

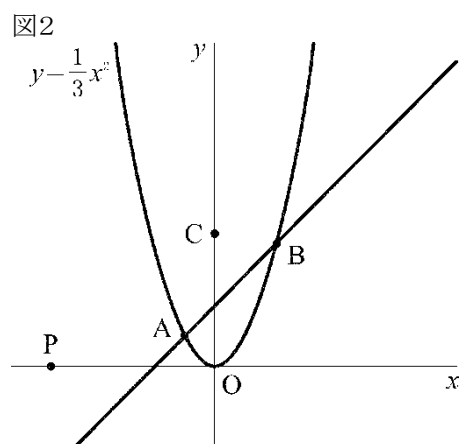
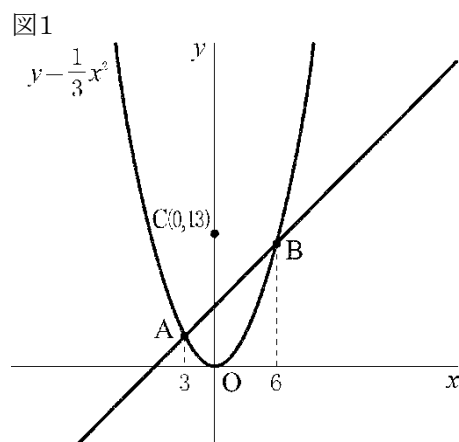
問1 点 A の y 座標を求めよ。

問2 関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ について, x の変域が $-3 \leq x \leq 6$ のときの y の変域を求めよ。

問3 直線 AB の傾きを求めよ。

問4 直線 AB に平行で, 点 C を通る直線の式を求めよ。

問5 図2のように, x 軸上に点 P をとる。△ABC の面積と△ABP の面積が等しくなるときの点 P の x 座標を求めよ。ただし, 点 P の x 座標は負の数とする。



解答欄

問1	
問2	$\leq y \leq$
問3	
問4	$y =$
問5	

解答

問1 3

問2 $0 \leq y \leq 12$

問3 1

問4 $y = x + 13$

問5 -13

解説

問1

点 A は $y = \frac{1}{3}x^2$ 上の点で, x 座標は -3 より, $y = \frac{1}{3} \times (-3)^2 = 3$

問2

$y = \frac{1}{3}x^2$ について, $-3 \leq x \leq 6$ のとき, $x = 0$ で y の値は最小となり $y = 0$

$x = 6$ で y の値は最大となり, $y = \frac{1}{3} \times 6^2 = 12$

よって y の変域は $0 \leq y \leq 12$

問3

A($-3, 3$), B($6, 12$)より, 直線 AB の傾きは $\frac{12-3}{6-(-3)} = 1$

問4

直線 AB に平行で, 点 C($0, 13$)を通る直線の傾きは 1 で, 切片は 13 だから

求める式は $y = x + 13$

問5

点 P の x 座標は負の数より, $CP \parallel AB$ のとき $\triangle ABP = \triangle ABC$

よって点 P は $y = x + 13$ と x 軸との交点だから

$0 = x + 13$

$x = -13$

【問 34】

図1, 図2のように, 関数 $y=ax^2$ のグラフ上に, 点 A (2, 8) と x 座標がそれぞれ $-1, 1$ である 2 点 B, C がある。また, 直線 AB と y 軸との交点を D とする。原点を O として, 次の問いに答えなさい。

(長崎県 2014 年度)

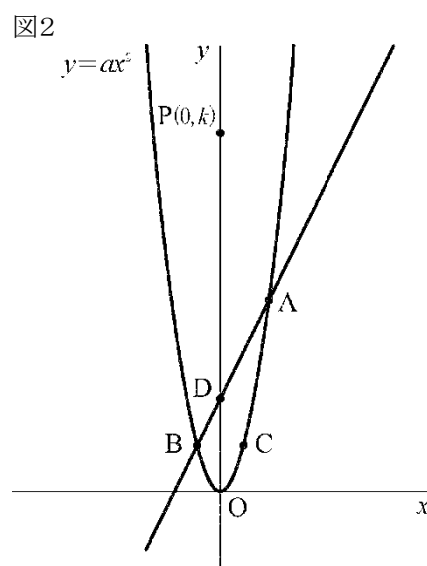
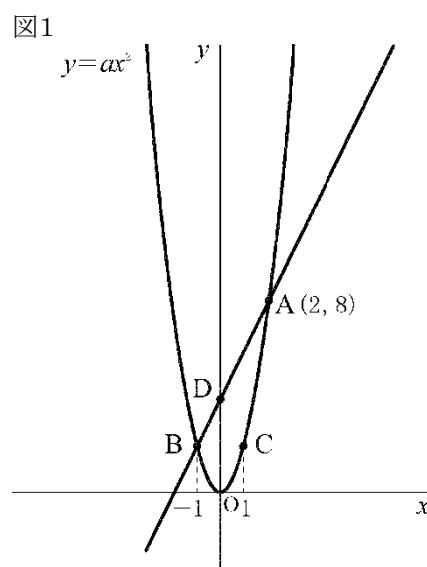
問1 a の値を求めよ。

問2 直線 AB の式を求めよ。

問3 $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

問4 図2のように, y 軸上に点 P (0, k) をとる。 $\triangle PBD$ の面積と $\triangle ABC$ の面積が等しくなるときの k の値を求めよ。ただし, k の値は点 D の y 座標の値より大きいものとする。

問5 x 軸上に, $\triangle QBD$ の面積と $\triangle ABC$ の面積が等しくなるような点 Q をとる。このとき, 点 Q の x 座標をすべて求めよ。



解答欄

問1	$a =$
問2	$y =$
問3	
問4	$k =$
問5	

解答

問1 $a=2$

問2 $y=2x+4$

問3 6

問4 $k=16$

問5 $-8, 4$

解説

問1

点 A(2, 8)は $y=ax^2$ 上の点より $8=a \times 2^2$ $4a=8$ $a=2$

問2

点 B は $y=2x^2$ 上の点で, x 座標は -1 より $y=2 \times (-1)^2=2$

よって B(-1, 2) A, B を通る直線の傾きは $\frac{8-2}{2-(-1)}=2$

よって求める式を $y=2x+b$ とおく。

点 A を通るので $8=2 \times 2+b$ $b=4$

よって求める式は $y=2x+4$

問3

C(1, 2)より $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (1+1) \times (8-2)=6$

問4

D(0, 4), P(0, k), B(-1, 2)より

$\triangle PBD = \frac{1}{2} \times (k-4) \times 1 = \frac{k-4}{2}$

$\triangle PBD = \triangle ABC$ より, $\frac{k-4}{2} = 6$ $k-4=12$ $k=16$

問5

Q の x 座標が負の数るとき PQ // AB ならば $\triangle QBD = \triangle PBD = \triangle ABC$

このとき, 直線 PQ は $y=2x+16$ だから, $y=0$ を代入して, $0=2x+16$ $x=-8$

また, Q の x 座標が正の数るとき, y 軸上に DP=DR となる点 R をとると,

R の y 座標は $4-(16-4)=-8$

このとき, $\triangle PBD = \triangle RBD$ RQ // AB ならば $\triangle QBD = \triangle RBD$

このとき, 直線 RQ は $y=2x-8$ だから, $y=0$ を代入して, $0=2x-8$ $x=4$

求める点 Q の x 座標は $-8, 4$

【問 35】

右の図のように、関数 $y = \frac{3}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B がある。
 A の x 座標は 2 で、B の y 座標は 12 であり、B の x 座標は正である。
 また、点 O は原点であり、点 C は、B を通り、直線 OA に平行な直線
 と x 軸との交点である。

このとき、次の各問いに答えなさい。

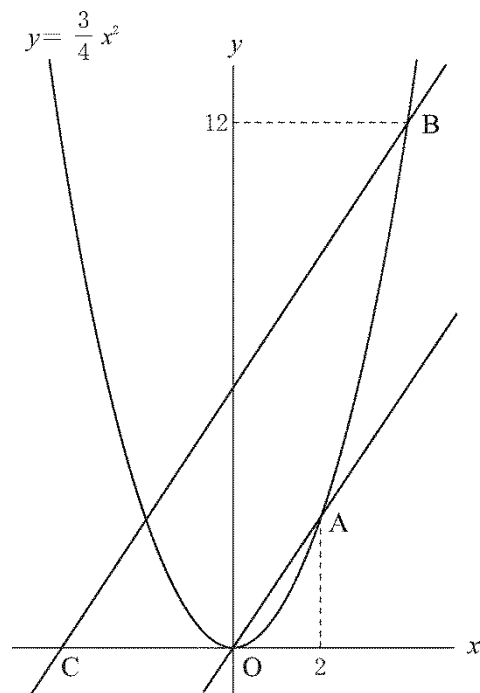
(熊本県 2014 年度)

(1) 点 A の y 座標を求めなさい。

(2) 点 B の x 座標を求めなさい。

(3) 直線 BC の式を求めなさい。

(4) 線分 BC 上に 2 点 B, C とは異なる点 P をとる。 $\triangle OPC$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の $\frac{1}{2}$ となるときの P の座標
 を求めなさい。



解答欄

(1)	
(2)	
(3)	$y =$
(4)	$\left(\quad , \quad \right)$

解答

(1) 3

(2) 4

(3) $y = \frac{3}{2}x + 6$

(4) $\left(-3, \frac{3}{2}\right)$

解説

(1)

点 A は $y = \frac{3}{4}x^2$ 上の点で, x 座標は 2 より $y = \frac{3}{4} \times 2^2 = 3$

(2)

点 B は $y = \frac{3}{4}x^2$ 上の点で, y 座標は 12 より $12 = \frac{3}{4}x^2$ $x^2 = 16$ $x > 0$ より, $x = 4$

(3)

A(2, 3) で, OA // BC より, 直線 BC の傾きは $\frac{3}{2}$

求める式を $y = \frac{3}{2}x + b$ とすると, 点 B(4, 12) を通るので $12 = \frac{3}{2} \times 4 + b$ $b = 6$

よって求める式は $y = \frac{3}{2}x + 6$

(4)

$\triangle OPC = \frac{1}{2} \triangle OAB$ のとき, OA // PC より PC:AO = 1:2

P, A から x 軸に垂線をひき, 交点をそれぞれ H, I とする。

$\triangle PCH \sim \triangle AOI$ だから

$$CH = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$PH = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}$$

点 P の y 座標は $\frac{3}{2}$ より, $\frac{3}{2} = \frac{3}{2}x + 6$ $x = -3$

$$P\left(-3, \frac{3}{2}\right)$$

【問 36】

右の図のように、関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフ上に 3 点 A, B, C がある。A の x 座標は -4 , B の x 座標は 2 , C の y 座標は 9 であり、C の x 座標は正である。点 D は直線 AC と y 軸との交点であり、点 O は原点である。

また、関数 $y=ax^2$ について、 x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域は $0 \leq y \leq 4$ である。

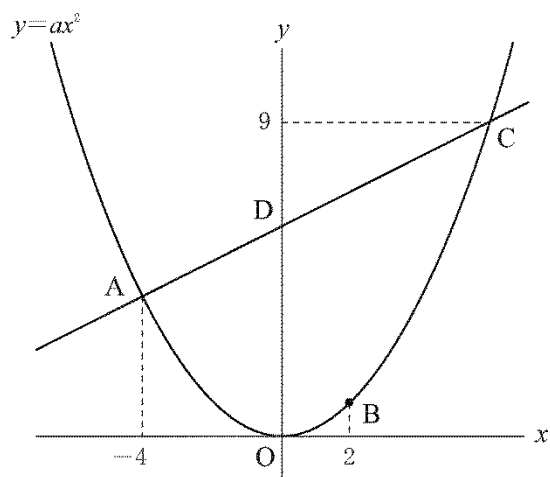
このとき、次の各問いに答えなさい。

(熊本県 2014 年度)

(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 AC の式を求めなさい。

(3) 線分 CD 上に 2 点 C, D とは異なる点 P をとる。四角形 POBC の面積が 20 となるときの P の座標を求めなさい。



解答欄

(1)	$a =$
(2)	$y =$
(3)	$\left(\quad , \quad \right)$

解答

$$(1) a = \frac{1}{4}$$

$$(2) y = \frac{1}{2}x + 6$$

$$(3) \left(\frac{4}{3}, \frac{20}{3} \right)$$

解説

(1)

$y = ax^2$ について、 $a > 0$ で、 $-4 \leq x \leq 2$ のとき、 $0 \leq y \leq 4$ より、 $x = -4$ のとき $y = 4$

$$\text{よって } 4 = a \times (-4)^2 \quad a = \frac{1}{4}$$

(2)

(1)より、 $A(-4, 4)$

点 C は y 座標が 9 より

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 36$$

$x > 0$ より

$$x = 6$$

$C(6, 9)$

直線 AC の傾きは $\frac{9-4}{6-(-4)} = \frac{1}{2}$ だから

求める式を $y = \frac{1}{2}x + b$ とすると

$$\text{点 } A \text{ を通るので } 4 = \frac{1}{2} \times (-4) + b \quad b = 6$$

$$\text{よって求める式は } y = \frac{1}{2}x + 6$$

(3)

$B(2, 1)$, $C(6, 9)$ より、 $H(6, 0)$ をとると

$$\text{四角形 } OBCD \text{ の面積は、台形 } OHCD - \triangle BOH - \triangle BCH = (6+9) \times 6 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 6 \times 1 - \frac{1}{2} \times 9 \times 4 = 24$$

$$\text{四角形 } POBC \text{ の面積が } 20 \text{ のとき } \triangle PDO = 24 - 20 = 4$$

$$\text{よって点 } P \text{ の } x \text{ 座標を } t \text{ とすると } \frac{1}{2} \times 6 \times t = 4 \quad t = \frac{4}{3}$$

$$\text{よって点 } P \text{ の } y \text{ 座標は } y = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} + 6 = \frac{20}{3}$$

$$P\left(\frac{4}{3}, \frac{20}{3}\right)$$

【問 37】

図のように、関数 $y=ax^2(a>0)$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、点 A の座標は $(-3, 3)$ 、点 B の x 座標は 6 である。直線 AB と x 軸との交点を C、 y 軸との交点を D とし、関数 $y=bx^2(b<0)$ のグラフと、点 C を通り y 軸に平行な直線との交点を P とする。

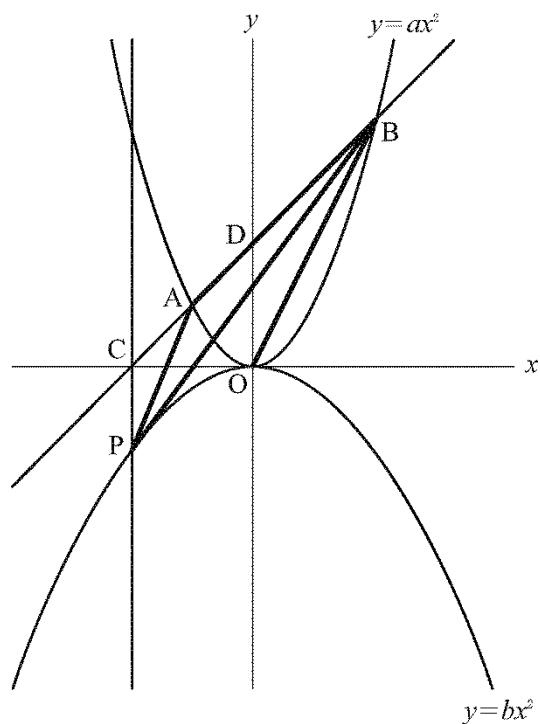
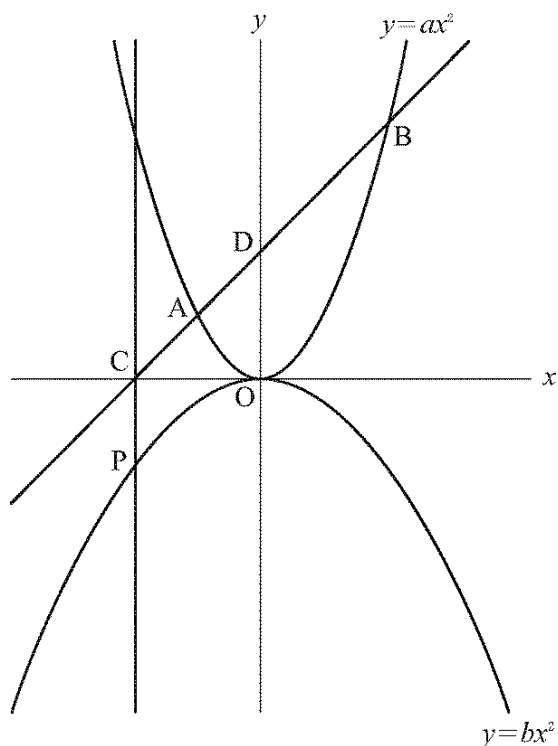
次の問1～問3に答えなさい。

(大分県 2014 年度)

問1 a の値を求めなさい。

問2 直線 AB の式を求めなさい。

問3 $\triangle PAB$ の面積が $\triangle OBD$ の面積と等しくなるときの b の値を求めなさい。



解答欄

問1	$a =$
問2	
問3	$b =$

解答

問1 $a = \frac{1}{3}$

問2 $y = x + 6$

問3 $b = -\frac{1}{9}$

解説

問1

点 A(-3, 3) は, $y = ax^2$ 上の点より $3 = a \times (-3)^2$ $a = \frac{1}{3}$

問2

点 B は $y = \frac{1}{3}x^2$ 上の点で, x 座標は 6 より $y = \frac{1}{3} \times 6^2 = 12$ B(6, 12)

直線 AB を $y = mx + n$ とおくと

A を通るので $3 = -3m + n \cdots \textcircled{1}$

B を通るので $12 = 6m + n \cdots \textcircled{2}$

①, ②を連立方程式として解くと

$m = 1, n = 6$

よって求める式は $y = x + 6$

問3

C は直線 $y = x + 6$ と x 軸との交点なので C(-6, 0)

CP = h とおくと

$$\triangle PAB = \triangle PBC - \triangle PAC = \frac{1}{2} \times h \times (6 + 6) - \frac{1}{2} \times h \times (-3 + 6) = \frac{9}{2}h$$

$$\triangle OBD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$$

$\triangle PAB = \triangle OBD$ より

$$\frac{9}{2}h = 18$$

$$h = 4$$

よって P(-6, -4)

点 P は $y = bx^2$ 上の点だから

$$-4 = b \times (-6)^2$$

$$b = -\frac{1}{9}$$

【問 38】

関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり, 点 A の x 座標は -1 , 点 B の x 座標は 3 である。このとき, 次の各問いに答えなさい。

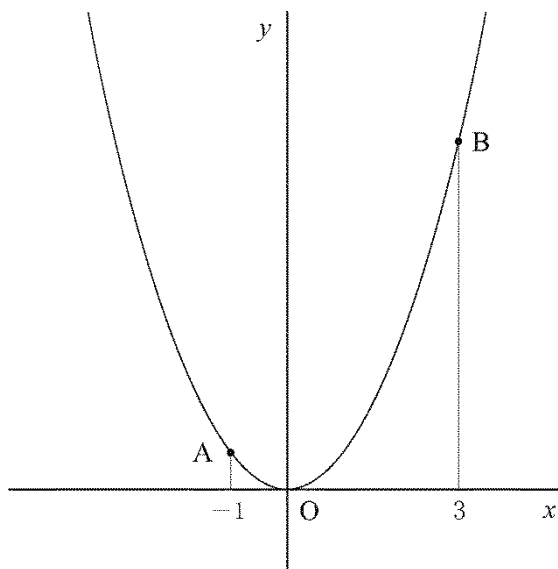
(沖縄県 2014 年度)

問1 点 A の y 座標を求めなさい。

問2 この関数において x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき,
 y の変域を求めなさい。

問3 原点を O とするとき, $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

問4 原点 O から直線 AB に下ろした垂線と直線 AB との交点を P とするとき, 線分 OP の長さを求めなさい。



解答欄

問1	$y =$
問2	$\leq y \leq$
問3	
問4	$OP =$

解答

問1 $y=1$

問2 $0 \leq y \leq 9$

問3 6

問4 $OP = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

解説

問1

点 A は $y=x^2$ 上の点で, x 座標は -1 より $y=(-1)^2=1$

問2

$y=x^2$ において $-1 \leq x \leq 3$ のとき, y の値は $x=0$ のとき最小で $y=0$

$x=-3$ のとき最大で $y=(-3)^2=9$

よって $0 \leq y \leq 9$

問3

A($-1, 1$), B($3, 9$)

$$\triangle OAB = (1+9) \times (1+3) \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 3 \times 9 = 20 - \frac{1}{2} - \frac{27}{2} = 6$$

問4

三平方の定理より $AB = \sqrt{(3+1)^2 + (9-1)^2} = 4\sqrt{5}$

$$\triangle OAB = 6 \text{ より } \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times OP = 6$$

$$OP = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$