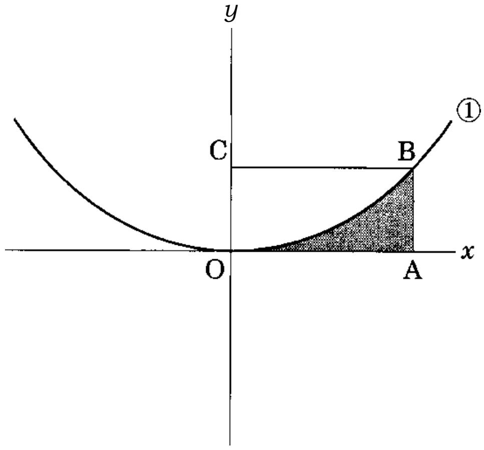
4. 二次関数と図形関連の複合問題　2002年度出題

【問 1】

図のように，関数 $y=ax^2$ (a は正の定数)…①　のグラフと長方形 OABC があります。頂点 A は x 軸上に，頂点 B は①のグラフ上に，頂点 C は y 軸上にあります。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。

（北海道 2002 年度）



問1．①について，$a=1$で，xの変域が$-1\leqq x\leqq 2$のときyの変域を求めなさい。

問2．長方形 OABC の周の長さが 12 で，OA＝2AB のとき，直線 AC の式を求めなさい。

問3．$a=\dfrac{1}{9}$ で，点Aの座標を(6，0)とします。太郎君が大小2個のさいころを同時に投げるとき，大きいさいころの出る目の数をx，小さいさいころの出る目の数をyとし，(x，y)を座標とする点をPとします。このとき，図の  の部分に点Pが入る確率を求めなさい。

ただし， の部分には，周上も含まれます。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1. $0 \leqq y \leqq 4$　　　問2. $y=-\dfrac{1}{2}x+2$　　　問3. $\dfrac{2}{9}$

解説

問1. $a=1$ のとき①は $y=x^2$　x^2 の係数が正だから①は原点を頂点とする上開きの放物線となる。よって $-1 \leqq x \leqq 2$ の変域における y の最小値は $x=0$ のときであり，y の最大値は $x=2$ のときである。$x=0$ のとき $y=0$，$x=2$ のとき $y=4$ よって，y の変域は $0 \leqq y \leqq 4$

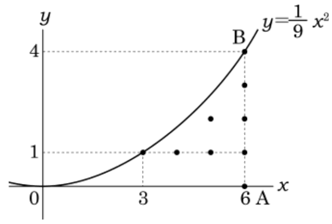
問2. 点 A の x 座標を t とおくと，$A(t,\ 0)$，また，OA＝2AB より，$AB=\dfrac{1}{2}OA$ だから，$B\left(t,\ \dfrac{1}{2}t\right)$

長方形 OABC の周の長さが 12 だから，OA＋AB＝6　よって $t+\dfrac{1}{2}t=6$

これを解くと，$t=4$　したがって $A(4,\ 0)$，$C(0,\ 2)$

直線 AC は傾きが $-\dfrac{1}{2}$，切片 2 の直線だから，$y=-\dfrac{1}{2}x+2$

問3. 右図より　の部分の $P(x,\ y)$ は
$(3,\ 1)$，$(4,\ 1)$，$(5,\ 1)$，$(5,\ 2)$，
$(6,\ 1)$，$(6,\ 2)$，$(6,\ 3)$，$(6,\ 4)$ の8通り。
大小のさいころの目の出方は
$6\times6=36$ 通り　よって，求める確率は，
$\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$ となる。

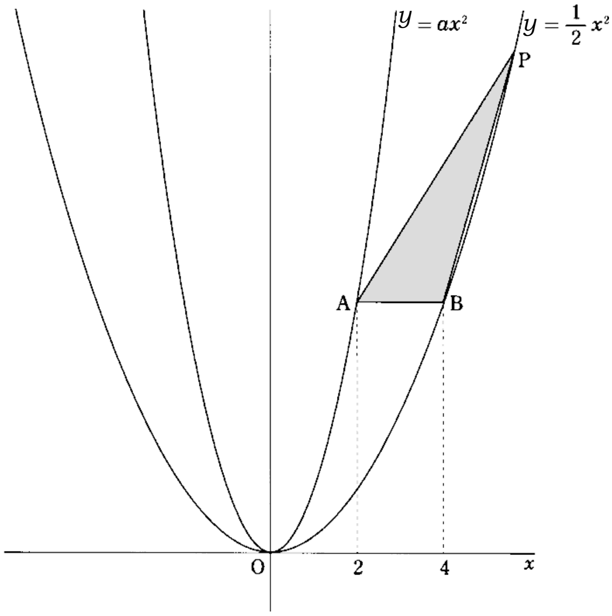


【問 2】

図のように，関数 $y=ax^2$ $(a>\frac{1}{2})$ のグラフ上に x 座標が 2 である点 A をとり，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に x 座標が 4 である点 B をとったところ，線分 AB は x 軸と平行になりました。また，$y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に x 座標が 4 より大きい点 P をとります。

このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（岩手県 2002 年度）



⑴ 関数 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

⑵ △ABP の面積が 10 cm² のとき，点 P の座標を求めなさい。ただし，座標の１目もりを 1 cm とします。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	（　　　，　　　）

解答

(1) $a=2$　　　(2) (6，18)

解説

⑴ $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入して，$y=8$ よって，点 B の座標は(4，8) 線分 AB が x 軸と平行であることより，点 A の y 座標は 8 である。$y=ax^2$ に $x=2$，$y=8$ を代入すると，$8=a\times2^2$　よって，$a=2$

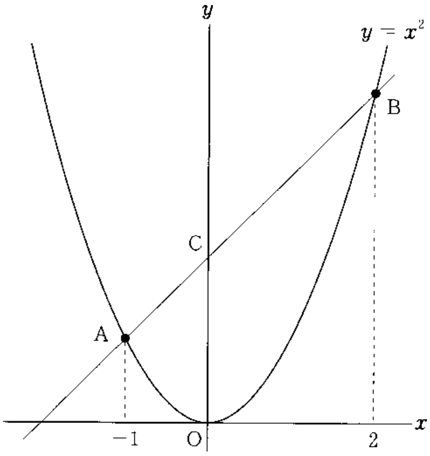
⑵ 点 P の x 座標を t とすると，y 座標は，$\frac{1}{2}t^2$　線分 AB を底辺とすると，△ABP の高さは，(点 P の y 座標)－(点 A の y 座標)だから，$\frac{1}{2}t^2-8$ 線分 AB の長さは，(点 B の x 座標)－(点 A の x 座標)だから，$4-2=2$ よって，△ABP の面積は，$\frac{1}{2}\times2\times(\frac{1}{2}t^2-8)=\frac{1}{2}t^2-8$ この値が，10 であることより，$\frac{1}{2}t^2-8=10$　$t^2=36$　$t>0$ より，
$t=6$ よって，点 P の座標は，(6，18)

【問 3】

図 I のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に2点 A，B があり，それらの x 座標はそれぞれ－1，2 で，直線 AB と y 軸との交点を C とします。
次の1～3の問いに答えなさい。ただし，点 O は原点とします。

（宮城県　2002 年度）

図 I

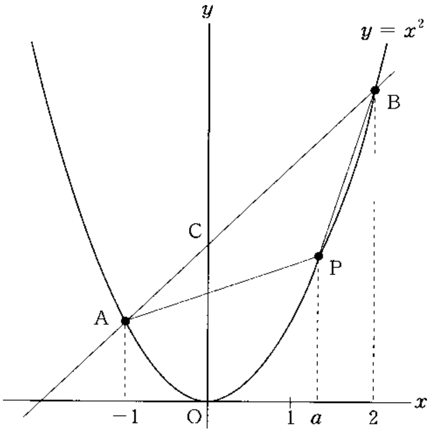


1. 点 A の y 座標を求めなさい。

2. 直線 AB の式を求めなさい。

3. 関数 $y=x^2$ のグラフ上に x 座標が a である点 P をとります。ただし，$1<a<2$ とします。次に，線分 OC 上に，点 Q を，△APB と△AQB の面積が等しくなるようにとります。
次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

図 II

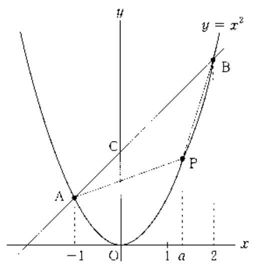


(1) 点 P が図 II の位置にあるとき，点 Q を解答用紙の図にかき入れなさい。また，点 Q をどのようにしてとったか，簡潔に説明しなさい。

(2) 線分 CQ の長さを a を用いて表しなさい。

(3) △AQB の面積を a を用いて表しなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>1</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>2</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">3</td><td>(1)</td><td></td><td>説明</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
<tr><td>(3)</td><td></td></tr>
</table>

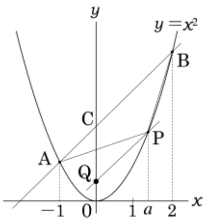
解答

1．1

2．$y=x+2$

3．(1)

図



説明

点 P を通り，直線 AB と平行な直線をひき線分 OC との交点を Q とした。

(2)$a+2-a^2$　　　(3) $\frac{3}{2}(a+2-a^2)$

解説

1．$y=x^2$ に $x=-1$ を代入すると，$y=1$　よって，A$(-1,\ 1)$

2．$y=x^2$ に $x=2$ を代入すると，$y=4$　よって，B$(2,\ 4)$

直線 AB の式を $y=ax+b$ とおくと，$1=-a+b$ …①，$4=2a+b$ …②

①－②より，$-3=-3a$　$a=1$

①に $a=1$ を代入すると，$1=-1+b$　$b=2$ よって，求める式は　$y=x+2$

3．(1) 点 P を通り，直線 AB と平行な直線をひき線分 OC との交点を Q とすればよい。

(2) A$(-1,\ 1)$，B$(2,\ 4)$だから，直線 AB の傾きは 1。また直線 PQ の傾きも 1 である。直線 PQ の式を $y=x+d$ とおくと，P$(a,\ a^2)$を通るので，

$a^2=a+d$　$d=a^2-a$ よって，Q$(0,\ a^2-a)$　また，C$(0,\ 2)$なので，CQ の長さ$=2-(a^2-a)=a+2-a^2$

(3) $\triangle\mathrm{AQB}=\triangle\mathrm{AQC}+\triangle\mathrm{BQC}=\frac{1}{2}(-a^2+a+2)\times1+\frac{1}{2}(-a^2+a+2)\times2=\frac{3}{2}(a+2-a^2)$

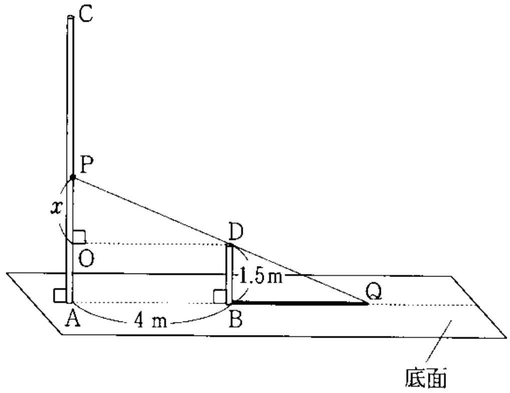
【問 4】

花子さんは太陽の位置と校庭に伸びる木の影の長さに興味を持ち，ノートに図1のように整理して，光源の高さと影の長さとの関係について考えました。支柱 AC，BD をそれぞれ底面に垂直に立て，AO＝BD＝1.5 m，OC＝6 m，AB＝4 m とする。光源 P は，支柱 AC の点 O より上の部分を動き，支柱 BD を照らしてその影 BQ をつくる。

OP＝x m として次の問いに答えなさい。ただし光源 P の大きさは考えないものとする。

（山形県 2002 年度）

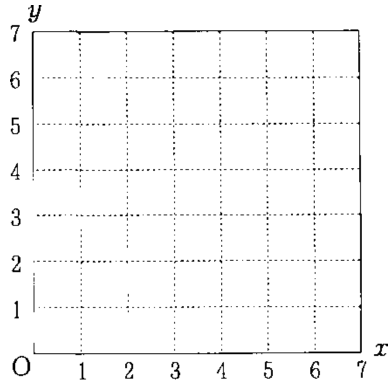
図１



⑴ x＝3 のとき，影 BQ の長さを求めなさい。

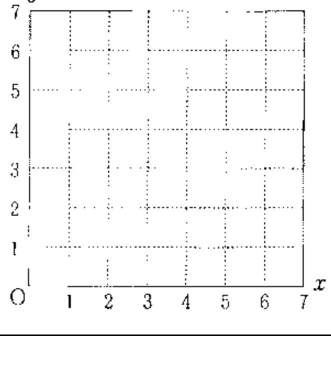
⑵ BQ＝y m とするとき，x と y の関係を式に表しなさい。また，その関係を表すグラフを図2にかきなさい。
ただし，x の変域は，$1 \leqq x \leqq 6$ とする。

図２



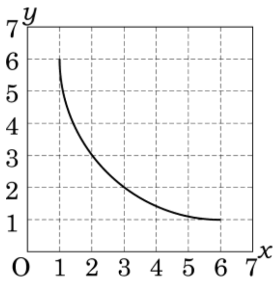
⑶ ⑵で求めた関数で x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解答欄

(1)	m
(2)	式
	グラフ 
(3)	

解答

(1)2 m　　(2) $y=\frac{6}{x}$　　(3) -2



解説

⑴ △OPD∽△BDQ だから，OP：BD＝OD：BQ　$x:1.5=4:\mathrm{BQ}$

$x=3$ だから，$3:1.5=4:\mathrm{BQ}$　BQ＝2 m

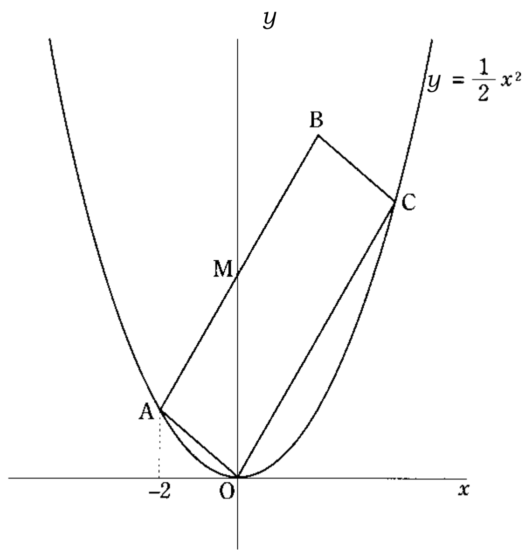
⑵ OP：BD＝OD：BQ だから，$x:1.5=4:y$　$xy=6$　$y=\frac{6}{x}$　解答欄のグラフになる。

⑶ (変化の割合)＝$\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$ だから，$\frac{2-6}{3-1}=-\frac{4}{2}=-2$

【問 5】

図のように，関数$y=\frac{1}{2}x^2$のグラフ上に，x座標が-2である点Aがある。また四角形OABCが平行四辺形となるように，点Bと放物線上の点Cをとる。ABの中点Mがy軸上にあるとき，次の⑴～⑶の問いに答えなさい。

（福島県 2002 年度）



⑴ 点 B の x 座標を求めなさい。

⑵ 平行四辺形 OABC の面積を求めなさい。

⑶ M を通る直線ℓ によって，平行四辺形 OABC を2つの部分に分ける。この2つの部分の面積の比が 3:5 となるようなℓ の式をすべて求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) 2　(2) 24　(3) $y=-4x+6$, $y=6$

解説

⑴ 点 B の x 座標を p とすると，点 M が AB の中点であることより，$\frac{p+(-2)}{2}=0$　$p=2$

⑵ y 軸上に，OM＝MD となる点 D をとる。
△OAM≡△DBM　∠DBM＋∠MBC＝180°より点 D，B，C は直線上にあるから，平行四辺形 OABC の面積は，△OCD と等しい。
また辺 AO と辺 BC が平行で長さが等しいことより点 C の x 座標は 4，y 座標は 8
直線 DC の傾きは－1 だから，D(0，12)よって，△OCD＝$\frac{1}{2}\times12\times4=24$

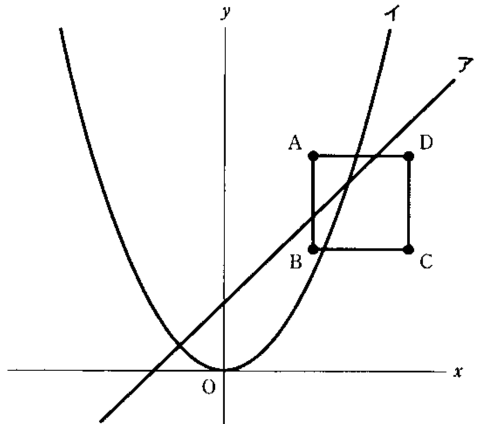
⑶ 直線ℓ と OC の交点を N とする。四角形 AONM の面積の方が小さいとき，
その面積は $24\times\frac{3}{8}=9$　△AOM＝6 だから，△ONM＝3
また，△ONM＝$\frac{1}{2}$×OM×(N の x 座標)，OM＝6 だから，N の x 座標は 1
直線 OC の式は $y=2x$ だから，N の y 座標は 2 点 M，N を通る直線の式は，
$y=-4x+6$ 同様にして，四角形 AONM の面積の方が大きいとき，N(3，6)求める直線の式は，$y=6$

【問 6】

図のように，4点 A(2，5)，B(2，3)，C(4，3)，D(4，5)を頂点とする正方形 ABCD がある。また，直線アは関数 $y=x+b$ のグラフであり，曲線イは関数 $y=ax^2$ のグラフである。ただし，$a>0$ とする。

このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（茨城県 2002 年度）



⑴ 直線アが正方形 ABCD の面積を2等分するときの b の値を求めなさい。

⑵ 曲線イが正方形 ABCD を通るための a の値の範囲を求め，その範囲を不等号を使って表しなさい。

解答欄

(1)	$b=$
(2)	$\leqq a \leqq$

解答

(1) $b=1$　　(2) $\frac{3}{16}\leqq a\leqq\frac{5}{4}$

解説

⑴ 直線 $y=x+b$ が点 B(2，3)を通るとき，$3=2+b$　$b=1$

このとき，$y=x+1$ は点 D(4，5)を通るので，正方形の対角線になり面積を2等分する。よって，$b=1$

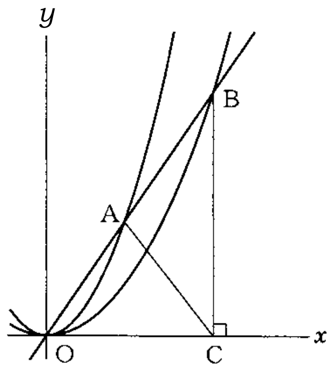
⑵ $y=ax^2$ が点 A(2，5)を通るとき，$5=a\times2^2$　$a=\frac{5}{4}$

点 C(4，3)を通るとき，$3=a\times4^2$　$a=\frac{3}{16}$ よって，$\frac{3}{16}\leqq a\leqq\frac{5}{4}$

【問 7】

図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$, $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフと，原点を通る直線との交点をそれぞれ A，B とします。 点 B から x 軸に垂線 BC をひきます。点 B の座標が (6, 9) のとき，△BOC と△BAC の面積の比を求めなさい。

（群馬県 2002 年度）



解答欄

△BOC:△BAC＝　　　　:

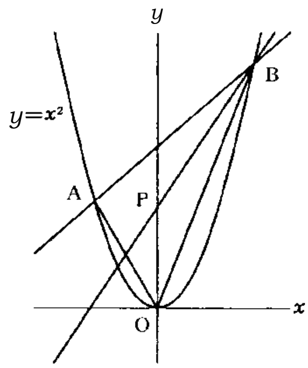
解答
△BOC:△BAC＝2:1
解説
直線 OB の式は $y=\frac{3}{2}x$ だから，これと関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフとの交点の x 座標を求めると

$\frac{3}{2}x=\frac{1}{2}x^2$ を解いて $x=0,\ 3$

よって，A$(3,\ \frac{9}{2})$となり，A は OB の中点となることがわかるから△BOC:△BAC＝BO:BA＝2:1

【問 8】

図のように，関数 $y=x^2$ のグララ上に，2点 A，B があり，点 A，B の x 座標はそれぞれ -2，3 である。また，点 B を通り，△AOB の面積を二等分する直線が y 軸と交わる点を P とする。



このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（千葉県 2002 年度）

⑴ 点 P の y 座標を求めなさい。

⑵ △OBP と△AOB の面積比を求めなさい。

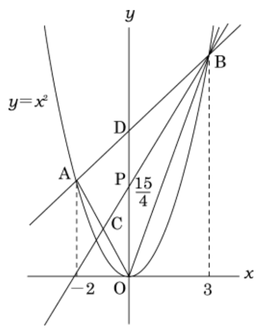
解答欄

(1)	
(2)	△OBP : △AOB＝　　　　:

解答

(1) $\frac{15}{4}$　　　(2) △OBP : △AOB＝3 : 8

解説



⑴ 直線 BP と OA の交点を C とすると，点 C は OA の中点となるから，A(-2，4)より，C(-1，2) 直線 BP の式を $y=ax+b$ とおくと，これが2点 B(3，9)，C(-1，2)を通ることから，$9=3a+b$，$2=-a+b$

この2式を連立方程式として解くと，$a=\frac{7}{4}$，$b=\frac{15}{4}$

よって，点 P の y 座標は $\frac{15}{4}$

⑵ △OBP＝$\frac{1}{2}$×OP×(点 B の x 座標)＝$\frac{1}{2}\times\frac{15}{4}\times3=\frac{45}{8}$

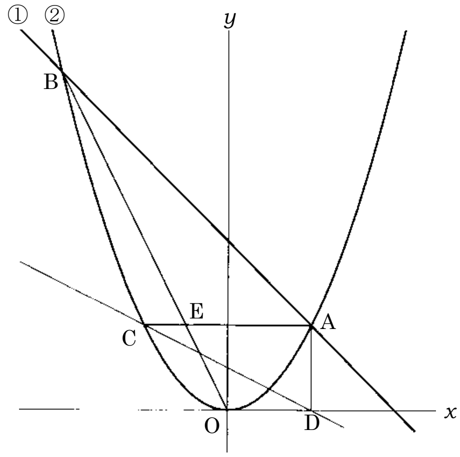
⑴と同様に直線 AB の式を求めると，$y=x+6$ よって，AB と y 軸の交点を D とすると，D(0，6)　△AOB＝△AOD＋△BOD＝$\frac{1}{2}\times6\times2+\frac{1}{2}\times6\times3=15$ したがって，△OBP : △AOB＝$\frac{45}{8}$: 15＝3 : 8

【問 9】

図において，直線①は関数$y=-x+4$のグラフであり，曲線②は関数$y=ax^2$のグラフである。2点A，Bはともに直線①と曲線②との交点で，点Aのx座標は2，点Bのx座標は-4である。点Cは曲線②上の点で，線分ACはx軸に平行である。

また，点Dはx軸上にあり，線分ADはy軸に平行である。原点をOとするとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県 2002 年度）



(ア) 曲線②の式$y=ax^2$のaの値を求めなさい。

(イ) 直線CDの式を$y=mx+n$とするとき，m，nの値を求めなさい。

(ウ) 線分OBと線ACとの交点をEとするとき，三角形ABEと三角形ACDの面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

(ア)	$a=$
(イ)	$m=$　　　　, $n=$
(ウ)	△ABE:△ACD＝　　　:

解答

(ア) $a=\frac{1}{2}$　(イ) $m=-\frac{1}{2}$, $n=1$　(ウ) △ABE:△ACD ＝9:4

解説

(ア) Aは$y=-x+4$上の点だから，$x=2$を代入して，$y=2$よって，A(2, 2)　また，$y=ax^2$上の点だから，$2=a\times 2^2$　$a=\frac{1}{2}$

(イ) 点Cは点Aとy軸について対称だから，C(−2, 2)また，D(2, 0)　$y=mx+n$に，2点C，Dの座標を代入して，$2=-2m+n$，$0=2m+n$この連立方程式を解いて，$m=-\frac{1}{2}$, $n=1$

(ウ) 点Bのx座標は−4だから，y座標は$-(-4)+4=8$となり，B(−4, 8) したがって，直線OBの式は，$y=-2x$となる。点Eは直線OB上にあり，そのy座標は2だから，$2=-2x$　$x=-1$　よって，E(−1, 2) 以上より，△ABE$=\frac{1}{2}\times(2+1)\times(8-2)=9$，△ACD$=\frac{1}{2}\times(2+2)\times(2-0)=4$となるから，面積の比は9:4

【問 10】

図Ⅰで，①は関数 $y=mx^2$ のグラフ，②は直線であり，①と②は 2 点 A，B で交わっている。また，②は x 軸と点 C で交わっている。

点 A の座標は$(-4,\ 8)$で，点 B，C の x 座標は，それぞれ 2，4 である。

このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県 2002 年度）

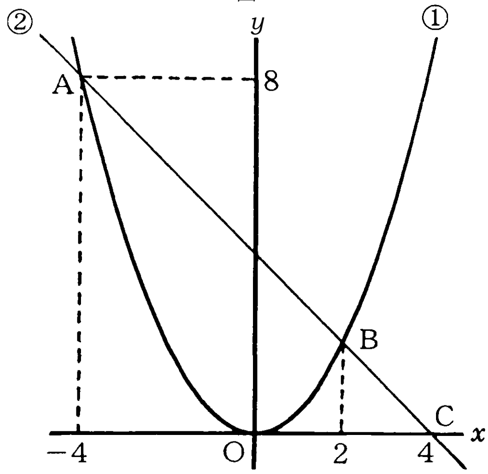
(1) m の値を求めなさい。

(2) 直線②の式を求めなさい。

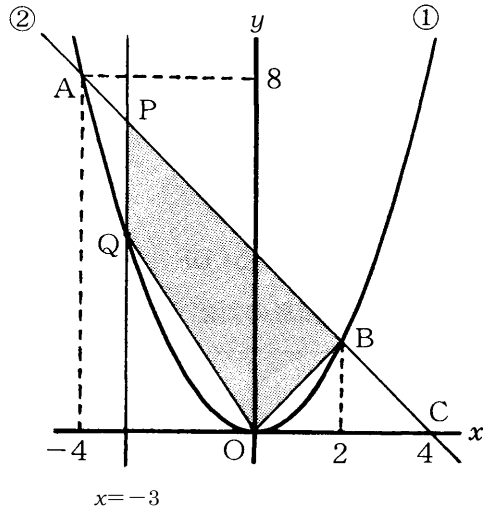
(3) 図Ⅱは，図Ⅰに直線 $x=-3$ を書き加えたものである。

直線 $x=-3$ と直線②との交点を P，関数①のグラフとの交点を Q とする。このとき，四角形 PQOB の面積を求めなさい。ただし，面積の単位はつけない。

図Ⅰ



図Ⅱ



解答欄

(1)	$m=$
(2)	$y=$
(3)	四角形 PQOB の面積 $=$

解答

(1) $m=\frac{1}{2}$　(2) $y=-x+4$　(3) 四角形 PQOB の面積$=\frac{55}{4}$

解説

(1) 点 A$(-4,\ 8)$の座標を $y=mx^2$ に代入すると，$8=m\times(-4)^2$ より，$m=\frac{1}{2}$

(2) 直線②の傾きは，$\frac{0-8}{4-(-4)}=\frac{-8}{8}=-1$ である。直線②の式を，$y=-x+b$ とおき，これに点 A の座標を代入すると，$8=-(-4)+b$ より，$b=4$

(3) 直線 PQ と x 軸との交点を R とする。四角形 PQOB の面積は，△PRC の面積から，2つの△QRO，△BOC の面積をひいて求められる。

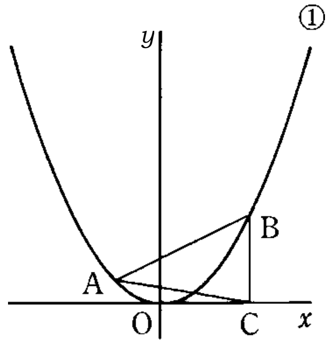
四角形 PQOB の面積は，$\frac{1}{2}\times7^2-\frac{1}{2}\times3\times\frac{9}{2}-\frac{1}{2}\times4\times2=\frac{49}{2}-\frac{27}{4}-4=\frac{55}{4}$

【問 11】

図において，①の放物線は関数$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフである。グラフ上のx座標が－2，4である点をそれぞれA，Bとし，点Bからx軸にひいた垂線とx軸との交点をCとする。

このとき，次の⑴，⑵に答えなさい。

（石川県 2002 年度）



⑴ 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が$-2 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

⑵ グラフ①上に点 P をとり，△BPC の面積が△BAC の面積の2倍になるようにする。このとき，点 P の座標をすべて求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $0 \leqq y \leqq 4$ (2) $(-8,\ 16)$, $(16,\ 64)$

解説

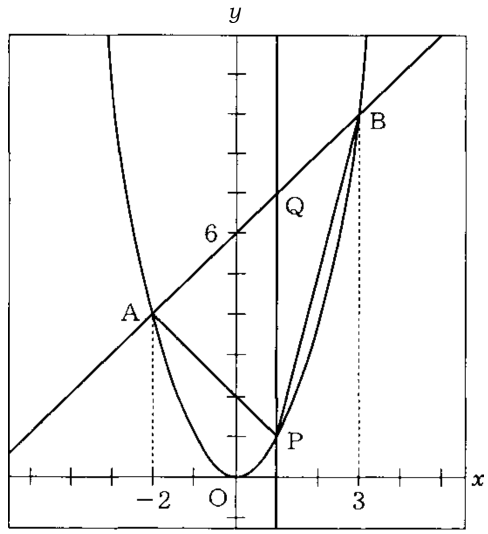
⑴ x が－2 から 4 まで変化するときの y のとりうる値は 0 から 4 までとなる。

⑵ 辺 BC を共通の底辺とすれば，題意を満たすには△BAC の高さが 6 より，
△BPC の高さが 12 となったらよいので，点 P が辺 BC の左にあるときは，
点 P の x 座標は，－8，また点 P が辺 BC の右にあるときは，点 P の x 座標は，16 となる。よって求める点 P の座標は，放物線の式に代入して$(-8,\ 16)$, $(16,\ 64)$

【問 12】

図は，放物線 $y=x^2$ と直線 $y=x+6$ が2点 A，B で交わっていることを示している。点 P は放物線上を A から B まで動く。点 P を通り，y 軸に平行な直線と線分 AB との交点を Q とする。また，2点 A，B の x 座標は，それぞれ，-2，3 である。このとき，次の問いに答えよ。

（福井県 2002 年度）



(1) 2点 A，B の座標を求めよ。

(2) 線分 AB の長さを求めよ。

(3) P の x 座標が -1 のときの線分 PQ の長さを求めよ。

(4) P の x 座標を a としたときの△PAB の面積を S とする。S を a の式で表せ。

(5) 原点 O と直線 AB との距離を求めよ。

解答欄

(1)	A の座標（　　，　　）	B の座標（　　，　　）
(2)		
(3)		
(4)	S＝	
(5)		

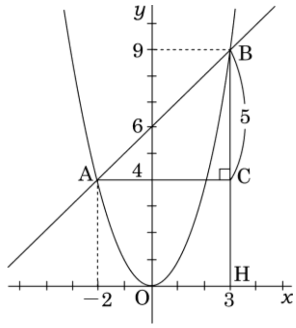
解答

(1) A の座標（-2, 4）, B の座標（3, 9） (2) $5\sqrt{2}$ (3) 4

(4) $S=\dfrac{5}{2}(-a^2+a+6)$ (5) $3\sqrt{2}$

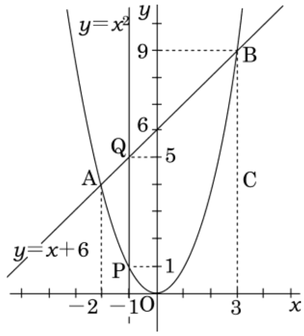
解説

(1) 放物線 $y=x^2$ に点 A の x 座標の値 -2 を代入すると, $y=4$ よって A(-2, 4)
同様に, $y=x^2$ に点 B の x 座標の値 3 を代入して, $y=9$ よって, B(3, 9)

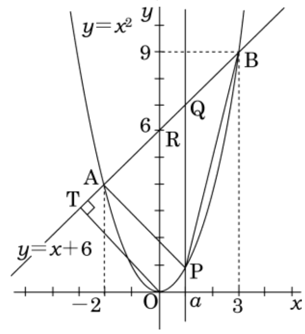


(2) 右図のように, 点 B から垂線 BH を x 軸に引き, さらに A から BH に垂線 AC を引く。
線分 AB の長さは直角三角形 ABC の斜辺の長さとして求められる。△ABC は, 辺の比が $1:1:\sqrt{2}$ の直角二等辺三角形だから, $\text{AB}=\sqrt{2}\,\text{BC}=5\sqrt{2}$

(3) 線分 PQ は y 軸に平行だから, 点 P の x 座標が -1 のとき, Q の x 座標も -1
点 Q は直線 $y=x+6$ 上にあるから,
$x=-1$ を代入して, $y=5$ また, 点 P は, $y=x^2$ 上の点だから, $x=-1$ を代入して, $y=1$ よって, 線分 PQ の長さは, (Q の y 座標)$-$(P の y 座標)$=5-1=4$



(4) △PAB＝△PAQ＋△PBQ
△PAQ と△PBQ の底辺は線分 PQ の長さである。
△PAQ の高さは, 点 A と P の x 座標の差だから,
$a-(-2)=a+2$ よって, $\triangle\text{PAQ}=\dfrac{1}{2}\times(a+2)\times\text{PQ}$ …①
△PBQ の高さは, 点 B と P の x 座標の差だから, $3-a$
よって, $\triangle\text{PBQ}=\dfrac{1}{2}\times(3-a)\times\text{PQ}$ …② ①, ②より
$\triangle\text{PAQ}+\triangle\text{PBQ}=\dfrac{1}{2}\times\{(a+2)+(3-a)\}\times\text{PQ}=\dfrac{5}{2}\text{PQ}$ …③
また, PQ＝(Q の y 座標)$-$(P の y 座標)$=a+6-a^2=-a^2+a+6$ これを③に代入して$\triangle\text{PAB}=\dfrac{5}{2}\times(-a^2+a+6)$
$S=\dfrac{5}{2}(-a^2+a+6)$



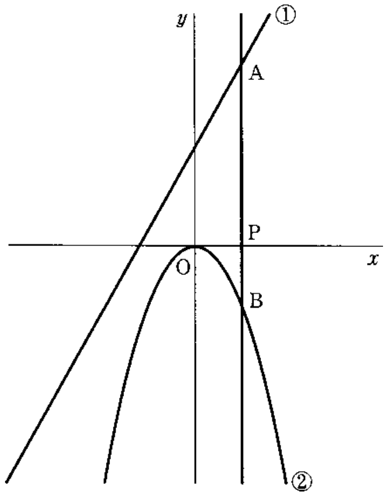
(5) 図のように原点 O から直線 AB に垂線 OT を引き, 直線 $y=x+6$ と y 軸との交点を R とする。直線 $y=x+6$ の傾きは 1 だから, △ORT は直角二等辺三角形になる。原点 O と直線 AB との距離は OT の長さに等しいから,
$\text{OT}:\text{OR}=1:\sqrt{2}$ より, $\text{OT}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\text{OR}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times6=3\sqrt{2}$

【問 13】

図で，①は関数 $y=ax+3$，②は関数 $y=-x^2$ のグラフであり，x の値が -2 から 0 まで増加するときの，①の変化の割合と②の変化の割合は等しい。また，x 軸上に，x 座標が正である点 P(t，0)をとり，点 P を通り y 軸に平行な直線と①，②との交点をそれぞれ A，B とする。

このとき，次の(1)～(3)に答えなさい。

（山梨県 2002 年度）



(1) a の値を求めなさい。

(2) t＝2 のとき，△OAB の面積を求めなさい。

(3) △OAB が，OA＝OB の二等辺三角形になるような t の値を求めなさい。

解答欄

(1)	a ＝
(2)	
(3)	t ＝

解答

(1) $a=2$　(2) 11　(3) $t=3$

解説

(1) x の値が -2 から 0 まで増加するときの②の変化の割合は，$\dfrac{0-\{-(-2)^2\}}{0-(-2)}=2$ であり，①の変化の割合と等しいことより，$a=2$

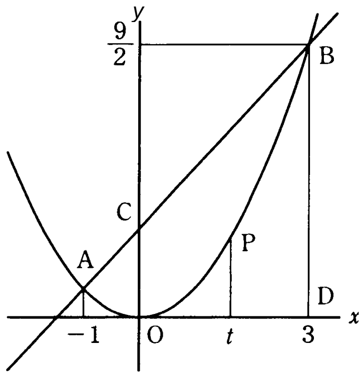
(2) $t=2$ のとき A(2，7)，B(2，-4)であるから△OAB$=\dfrac{1}{2}\times\{7-(-4)\}\times2=11$

(3) 点 A と点 B の y 座標の絶対値が等しいとき，OA＝OB となる。
A(t，$2t+3$)，B(t，$-t^2$)であるから $2t+3=t^2$　$t^2-2t-3=0$　$(t-3)(t+1)=0$　$t=3$，-1　$t>0$ より，$t=3$

【問 14】

図のように，$y=ax^2$のグラフと直線が2点 A，B で交わっていて，A の x 座標は -1，B の座標は$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$である。また，C は直線 AB と y 軸との交点，点 D の座標は(3, 0)，放物線上の点 P の x 座標は t である。

（長野県 2002 年度）



⑴ a の値を求めなさい。

⑵ 直線 AB の式を求めなさい。

⑶ △OPD の面積が△OPC の面積の2倍となるとき，t の値を求めなさい。また，このときの△OPD の面積を求めなさい。ただし，$t>0$ とする。

⑷ ⑶のとき，△OPD を，直線 OP を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし円周率はπとする。

解答欄

⑴		
⑵		
⑶	t	面積
⑷		

解答

(1) $\dfrac{1}{2}$　　(2) $y=x+\dfrac{3}{2}$　　(3) t 2，面積 3　　(4) $3\sqrt{2}\ \pi$

解説

(1) 点 B の座標$(3,\ \dfrac{9}{2})$を $y=ax^2$ に代入すると，$\dfrac{9}{2}=a\times3^2$ より，$a=\dfrac{1}{2}$

(2) 点 A の y 座標は，$y=\dfrac{1}{2}\times(-1)^2=\dfrac{1}{2}$

2点 A，B を通る直線の式を $y=bx+c$ とおき，2点 A，B の座標をそれぞれ代入すると，$\dfrac{1}{2}=-b+c$ …ア，$\dfrac{9}{2}=3b+c$ …イ　　イ－アより，$\dfrac{8}{2}=4b$ より，$b=1$

$b=1$ をアに代入すると，$\dfrac{1}{2}=-1+c$ より，$c=\dfrac{3}{2}$　　よって，求める直線の式は，$=x+\dfrac{3}{2}$ である。

(3) 点 P の y 座標は$\dfrac{1}{2}t^2$ である。　△OPD$=\dfrac{1}{2}\times3\times\dfrac{1}{2}t^2=\dfrac{3}{4}t^2$

△OPC$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times t=\dfrac{3}{4}t$　　△OPD＝2△OPC より，$\dfrac{3}{4}t^2=\dfrac{3}{4}t\times2$　　$t^2=2t$

これを解くと，$t=0$，$t=2$　　$t>0$ より，$t=2$

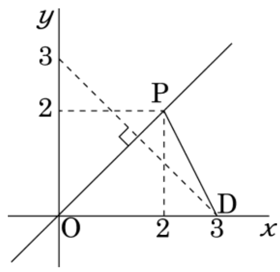
このとき，△OPD$=\dfrac{3}{4}\times2^2=3$

(4) (3)のときの点Pの y 座標は，$y=\dfrac{1}{2}\times2^2=2$

直線 OP の傾きは$\dfrac{2}{2}=1$ となるから，

点 D と直線 OP との距離は，1辺が 3 の正方形の対角線の半分の長さに等しい。

よって，△OPD を直線 OP を軸として1回転させてできる立体の体積は，$\dfrac{1}{3}\pi\times(\dfrac{3\sqrt{2}}{2})^2\times2\sqrt{2}=3\sqrt{2}\ \pi$

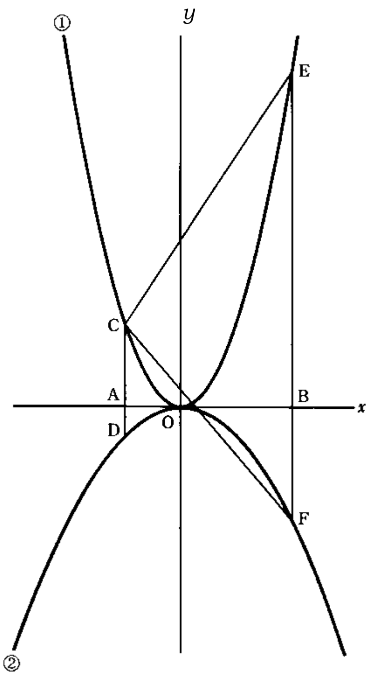


【問 15】

図において，①は関数$y=ax^2$ ($a>0$)のグラフであり，②は関数$y=-\dfrac{1}{4}x^2$のグラフである。また，2点A，Bの座標は，それぞれ(−2，0)，(4，0)である。点Aを通りy 軸に平行な直線と，放物線①，②との交点をそれぞれC，Dとする。また，点Bを通りy 軸に平行な直線と，放物線①，②との交点をそれぞれE，Fとする。

このとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

（静岡県 2002 年度）



(1) x の変域が$-2\leqq x\leqq 5$ であるとき，関数 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ の y の変域を求めなさい。

(2) 直線 $y=-2x+b$ は，4点 A，D，F，B のうち，どの点を通るとき，その b の値が最も大きくなるか。また，そのときの b の値を求めなさい。

(3) ∠CEF＝∠CFE となるときの，a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

解答欄

(1)		
(2)	通る点　　点	b の値　　$b=$
(3)	求める過程 答　$a=$	

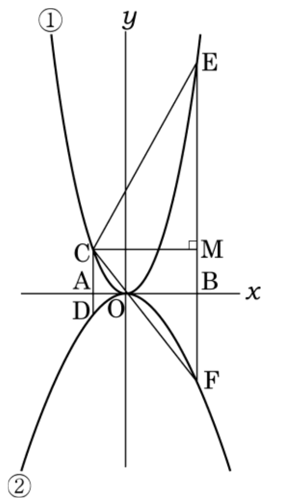
解答

(1) $-\frac{25}{4}\leqq y\leqq 0$

(2) 通る点　点 B, b の値 $b=8$

(3)求める過程:解説欄参照,　答 $a=\frac{1}{2}$

解説



⑴ 関数 $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフは下開きの放物線で, x の変域が $-2\leqq x\leqq 5$ だから, $x=5$ のとき y は最小値をとり, $x=0$ のとき最大値 0 をとる。$x=5$ のとき $y=-\frac{1}{4}\times 5^2=-\frac{25}{4}$ したがって $-\frac{25}{4}\leqq y\leqq 0$

⑵ 直線 $y=-2x+b$ は右下がりの直線だから, 切片 b が最大となるのは点 B を通るときである。直線の式に点 B の座標(4, 0)を代入すると $0=-2\times 4+b$ これを解いて $b=8$

⑶ ∠CEF＝∠CFE となるとき, △CFE は CE＝CF の二等辺三角形となる。頂点 C から底辺 EF に垂線をひき, EF との交点を M とすると EM＝FM が成り立つ。グラフより, E, M, F の y 座標は, それぞれ $16a$, $4a$, -4 となるので $\mathrm{EM}=16a-4a$, $\mathrm{FM}=4a-(-4)$

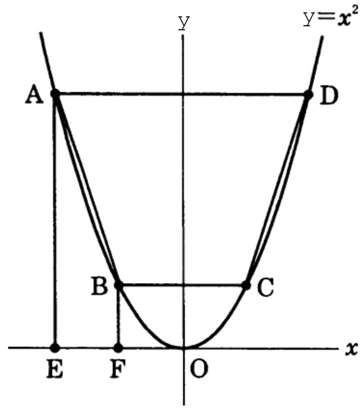
よって　$16a-4a=4a-(-4)$　これを解くと　$a=\frac{1}{2}$

【問 16】

図で，O は原点，A，B，C，D は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点，E，F は x 軸上の点であり，AD，BC は x 軸に平行，AE，BF は y 軸に平行である。

点 A，B の x 座標がそれぞれ -2，-1 であるとき，次の①，②の問いに答えよ。

（愛知県B 2002 年度）



① 直線 DC の式を求めよ。

② 四角形 ABCD の面積は四角形 AEFB の面積の何倍か。

解答欄

①	$y=$
②	倍

解答

① $y=3x-2$　　② $\dfrac{18}{5}$ 倍

解説

① 点 A は $y=x^2$ 上の点だから，$y=x^2$ に $x=-2$ を代入すると，$y=4$ よって，点 A の座標は$(-2,\ 4)$　同様に点 B の座標は$(-1,\ 1)$　AD，BC は x 軸に平行だから，

点 D$(2,\ 4)$，点 C$(1,\ 1)$となる。直線 DC を $y=ax+b$ とおき，点 D，点 C の座標を代入すると，$4=2a+b$ …①

$1=a+b$ …②　①，②を解くと，$a=3$，$b=-2$ となり，直線 DC は $y=3x-2$

② AD，BC と y 軸との交点をそれぞれ G，H とする。

AD＝4，BC＝2，GH＝4－1＝3 よって，四角形 ABCD の面積は，$\dfrac{(4+2)\times 3}{2}=9$

AE＝4，BF＝1，EF＝1 より，四角形 AEFB の面積は，$\dfrac{(4+1)\times 1}{2}=\dfrac{5}{2}$

よって，$\dfrac{(\text{四角形ABCDの面積})}{(\text{四角形AEFBの面積})}=\dfrac{9}{\frac{5}{2}}=\dfrac{18}{5}$ 倍

【問 17】

2つの関数 $y=x^2$ と $y=2x+3$ について，次の各問いに答えなさい。

（三重県 2002 年度）

① 次の表は，関数 $y=x^2$ について，対応する x，y の値を表したものである。

表の ㋐ ，㋑ にあてはまる数を求めなさい。

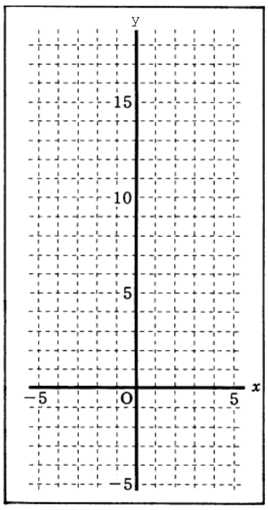
x	…	-2	㋐	0	1	2	…
y	…	4	1	㋑	1	4	…

② 2つの関数 $y=x^2$ と $y=2x+3$ のグラフを解答欄の図の中にかきなさい。

③ 2つのグラフの交点を A，B とするとき，②でかいたグラフを使って交点 A，B の座標を求めなさい。ただし，点 A の x 座標は，点 B の x 座標より小さいものとする。

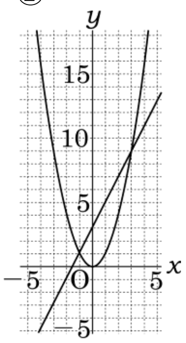
④ 関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 P をとり，③の交点 A，B と結んで三角形 ABP をつくる。このとき，三角形 ABP が BA＝BP の二等辺三角形となるような点 P は全部で何個あるか，求めなさい。

解答欄

①	㋐	㋑
②		
③	点 A（　　，　　）	点 B（　　，　　）
④	個	

解答

① ㋐　-1, ㋑　0　　② 　　③　点 A　$(-1,\ 1)$, 点 B　$(3,\ 9)$　　④　3個



解説

㋐　$y=x^2$ に $y=1$ を代入して, $1=x^2$　$x=\pm 1$　㋐は負だから, $x=-1$

㋑　$y=x^2$ に $x=0$ を代入して, $y=0$

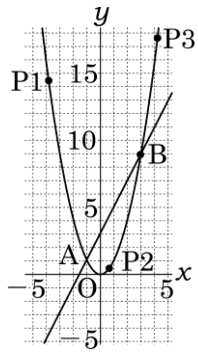
②　$y=x^2$ のグラフは①の表より, 原点, (1, 1)を通る放物線。

$y=2x+3$ は傾き 2, 切片 3 の直線をかく。

③　グラフより, A(−1, 1)　B(3, 9)

④　右のグラフで, 点 B を中心とする半径 BA の円を描き

$y=x^2$ との交点を求めると, BA＝BP となる点 P_1, P_2, P_3 が3個みつかる。

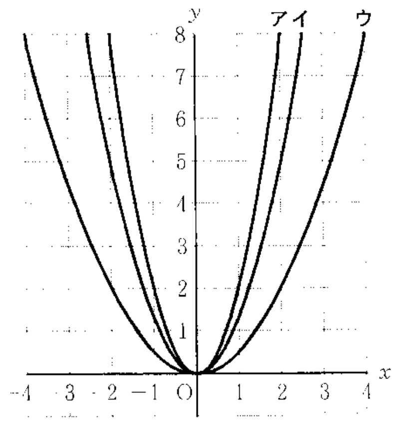


【問 18】

関数 $y=ax^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 8 であった。

次の問いに答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さは 1 cm とする。

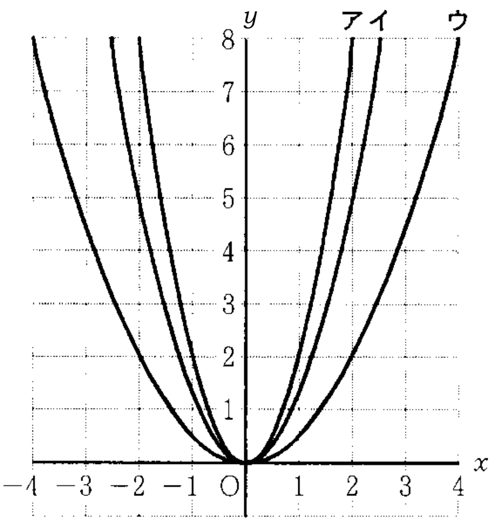
（兵庫県 2002 年度）



⑴ a の値を求めなさい。また，この関数のグラフを，右図の放物線ア～ウから1つ選び，記号で答えなさい。

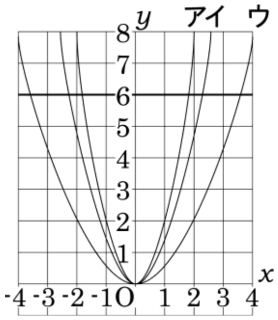
⑵ この関数のグラフと x 軸に平行な直線が2点で交わり，この2点を結ぶ線分の長さが $2\sqrt{3}$ cm であった。この直線を解答欄の図にかき入れなさい。

解答欄

(1)	$a=$	
(2)		

解答

(1) a の値　$a=2$,　　グラフ　ア　　　　　(2)



解説

(1)　x の増加量は，$3-1=2$　　y の増加量は，$a\times 3^2-a\times 1^2=8a$

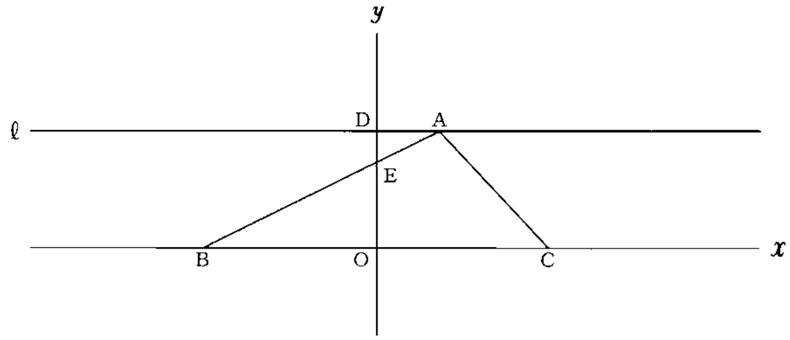
変化の割合が 8 であることから，$\frac{8a}{2}=8$ より，$a=2$ 関数の式は，$y=2x^2$ だから，グラフは，点(1，2)を通る。

(2)　2点のうちの1つの x 座標は $\sqrt{3}$ である。$y=2x^2$ に $x=\sqrt{3}$ を代入すると，

$y=2\times(\sqrt{3})^2=6$　　求める直線の式は，$y=6$ である。

【問 19】

図のように, $y=4$ で表される直線 ℓ と, 点 A(2, 4), B(−6, 0), C(6, 0)がある。また, y 軸と直線 ℓ, 直線 AB との交点をそれぞれ D, E とする。



次の問1～問4に答えなさい。

（和歌山県 2002 年度）

問1. y 軸について, 点 A と対称な点の座標を求めなさい。

問2. 直線 AC の式を求めなさい。

問3. △ADE と△BOE の面積の比を求め, 最も簡単な整数の比で表しなさい。

問4. 直線 ℓ 上に点 P を∠BPC＝90° となるようにとる。このとき, P の座標をすべて求めなさい。

解答欄

問1	(　　　,　　　)
問2	
問3	△ADE:△BOE＝　　:
問4	

解答

問1．(－2, 4)　　　問2. $y=-x+6$

問3. △ADE:△BOE＝1:9　　　問4. $(2\sqrt{5}, 4)(-2\sqrt{5}, 4)$

解説

問1. (－2, 4)

問2. 直線 AC の式を $y=ax+b$ として，点 A の座標(2, 4)を代入して整理すると

$2a+b=4$ …①　点 C の座標(6, 0)を代入して整理すると $6a+b=0$ …②

①, ②を連立方程式として解くと $a=-1$, $b=6$　よって直線 AC の式は $y=-x+6$

問3. DE＝t とすると，OE＝$4-t$　△ADE∽△BOE より

DE:OE＝$t:4-t$＝AD:BO＝2:6＝1:3

よって，$t:4-t=1:3$ なので　$t=1$

以上により，△ADE＝1×2÷2＝1　△BOE＝3×6÷2＝9 なので

△ADE:△BOE＝1:9

問4. このとき，点 P の座標を$(x, 4)$とすると，△BPC における「三平方の定理」より，$BC^2=PB^2+CP^2$ なので $12^2=\{(x+6)^2+4^2\}+\{(x-6)^2+4^2\}$より，

$144=2x^2+104$　$2x^2=40$　$x^2=20$　$x=\pm 2\sqrt{5}$

よって，点 P の座標は$(2\sqrt{5}, 4)$, $(-2\sqrt{5}, 4)$

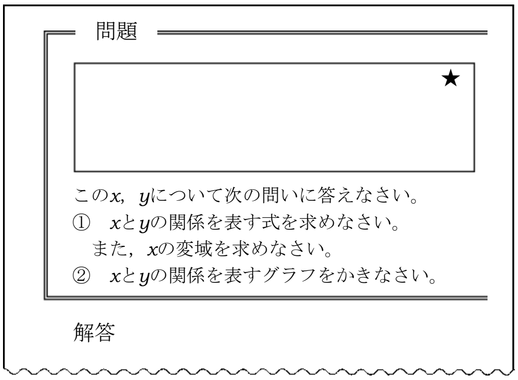
【問 20】

数学の授業で，右のようなプリントが配られ，「ともなって変わる2つの数量を変数 x，y で表し，その説明を ★ に書き入れて問題文を完成しさらにその問題に答えなさい。」と指示された。次の2枚のプリントは S 君と T さんがそれぞれこの指示に従って記入したプリントの (ア) ，(イ) ，(イ) ，(ウ) ，（エ） ，(オ) の部分を空欄にしたものである。

S 君のプリントについては，問題文に対する解答が正答となるように (ア) ，(イ) ，(ウ) に数または式を書き入れなさい。

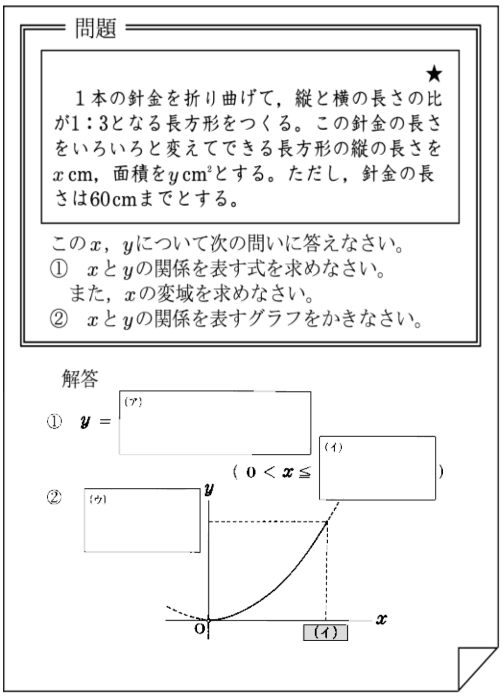
ただし (イ) には (イ) と同じ数が入る。

T さんのプリントについては T さんのかいたグラフが正答となるように (エ) には変数 x，y の説明を書き入れて問題文を完成し，(オ) には式を書き入れなさい。

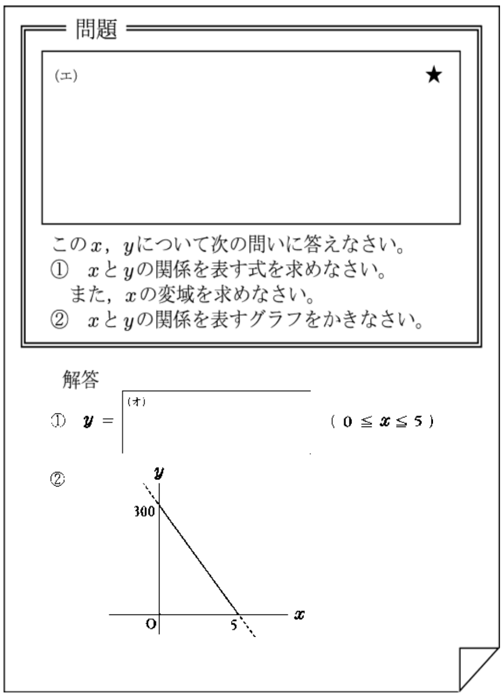


（岡山県 2002 年度）

S 君のプリント



T さんのプリント



解答欄

ア		イ		ウ	
エ					
オ					

解答

ア　$3x^2$　　　イ　$\frac{15}{2}$　　　ウ　$\frac{675}{4}$

エ

300ℓ の水が入っている水そうから，一定の割合で水を出し続けたところ，水を出しはじめてから5分後に水そうの水がなくなった。水を出しはじめてから x 分後の水そうに残っている水の量を y ℓ とする。

オ　$-60x+300$

解説

(ア)　長方形の横の長さは $3x$ cm と表せるから，$y=x\times 3x=3x^2$

(イ)　長方形の周の長さは $2(x+3x)=8x$ cm と表せるから $0<8x\leqq 60$ より $0<x\leqq \frac{15}{2}$

(ウ)　$x=\frac{15}{2}$ のとき，$y=3\times\left(\frac{15}{2}\right)^2=\frac{675}{4}$

(エ)　例

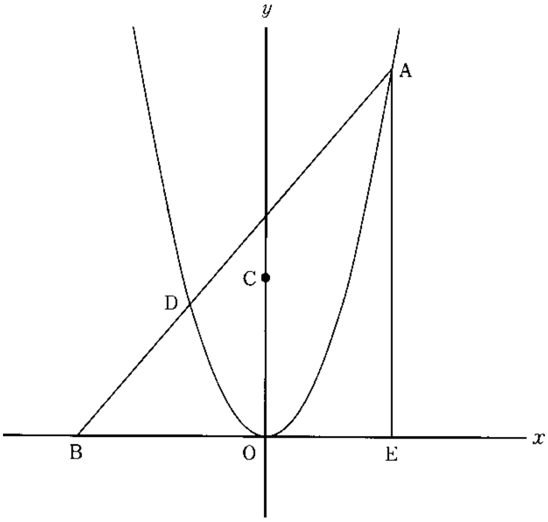
300ℓ の水が入っている水そうから，一定の割合で水を出し続けたところ，水を出しはじめてから5分後に水そうの水がなくなった。水を出しはじめてから x 分後の水そうに残っている水の量を yℓ とする。

(オ)　傾きが $\frac{0-300}{5-0}=-60$，切片が 300 の直線だから，$y=-60x+300$

【問 21】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 A(3, 9)，x 軸上に点 B(a, 0)，y 軸上に点 C(0, 4)があります。2点 A，B を結ぶ線分と関数 $y=x^2$ のグラフとの交点を D とし，点 A から x 軸に引いた垂線と x 軸との交点を E とします。ただし，$a<0$ とします。
これについて，次の(1)～(3)に答えなさい。

（広島県 2002 年度）



(1) $a=-4.5$ のとき，線分 OB 上の点で，x 座標が負の整数であるものは何個ありますか。

(2) 点 O が∠BAE の二等分線上にあるとき，点 O と線分 AB との距離を求めなさい。

(3) 直線 CD が x 軸と平行になるとき，a の値を求めなさい。

解答欄

(1)	個
(2)	
(3)	

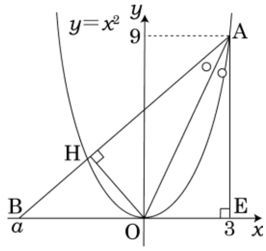
解答

(1)　4 個　　　　(2)　3　　　　(3)　-6

解説

⑴　$a=-4.5$ のとき線分 OB 上で x 座標が負の数であるものは$(-1,\ 0)$, $(-2,\ 0)$, $(-3,\ 0)$, $(-4,\ 0)$の4個。

⑵　点 O から線分 AB に垂線を引き交点を H とすると OH の長さが点 O と線分 AB との距離になる。

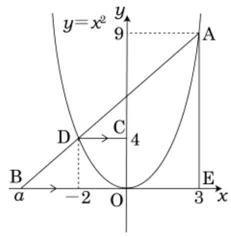


△AOE と△AOH において, 線分 AO は∠BAE の二等分線だから, ∠HAO＝∠EAO また, AO は共通

直角三角形で斜辺と1鋭角が等しいから,

△AOE≡△AOH　よって, OH＝OC＝3

⑶　直線 CD が x 軸と平行になるとき点 D の y 座標は 4 となるから, $y=x^2$ に $y=4$ を代入して, $4=x^2$　　$x=\pm2$　よって, D$(-2,\ 4)$



また, A(3, 9)だから, 直線 AB の式を $y=ax+b$ とおいて点 A, D の座標を代入すると, $4=-2a+b$, $9=3a+b$

この連立方程式を解いて, $a=1$, $b=6$ よって, 直線 AB の式は $y=x+6$

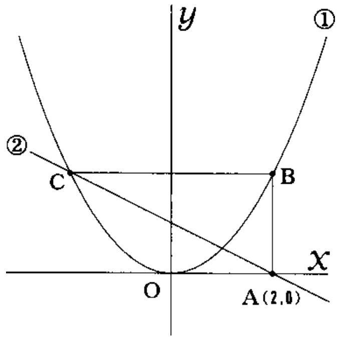
B$(a,\ 0)$だから, $0=a+6$　$a=-6$

【問 22】

図で，点 O は原点であり，点 A の座標は(2, 0)である。放物線①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。2点 B, C は，放物線①上の点で，線分 AB は y 軸に平行であり，線分 BC は x 軸に平行である。また，直線②は2点 A, C を通る直線である。

これについて，次のア～ウの問いに答えよ。

（香川県 2002 年度）



ア　2点 B, C 間の距離を求めよ。

イ　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

ウ　点 B を通り，直線②に平行な直線の式を求めよ。

解答欄

ア	
イ	
ウ	

解答

ア　4　　イ　2　　ウ　$y=-\frac{1}{2}x+3$

解説

ア　点 B の x 座標は 2，点 C の x 座標は -2 だから，BC＝4

イ　$y=\frac{1}{2}x^2$ において $x=1$ のとき $y=\frac{1}{2}\times1^2=\frac{1}{2}$　　$x=3$ のとき，$y=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}$

$$(\text{変化の割合})=\frac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\frac{\frac{9}{2}-\frac{1}{2}}{3-1}=2$$

ウ　A(2, 0)，C(-2, 2)より，直線②の傾きは，$\frac{0-2}{2-(-2)}=-\frac{1}{2}$

平行な2直線の傾きは等しいから，求める直線の式を $y=-\frac{1}{2}x+b$ とおくと，これが点 B(2, 2)を通ることから，

$2=-\frac{1}{2}\times2+b$　　$b=3$　　よって，$y=-\frac{1}{2}x+3$

【問 23】

図のように，原点を O とし，2つの関数

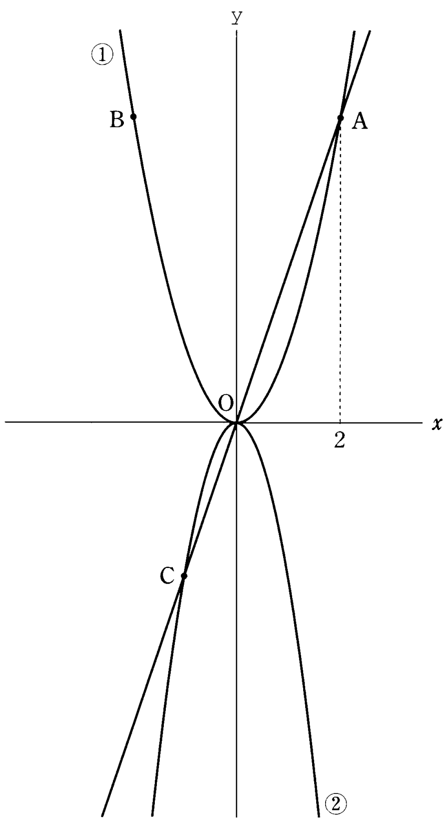
$y=\frac{3}{2}x^2$ …①

$y=ax^2$ $(a<0)$ …②

のグラフがある。2点 A，B は①のグラフ上にあり，点 A の x 座標は 2 で，点 B は点 A と y 軸について対称な点である。

このとき，次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県 2002 年度）



(1) 点 B の座標を求めなさい。

(2) 直線 OA の式を求めなさい。

(3) 直線 OA と②のグラフとの交点を C とし，点 C の x 座標を t とするとき，次の(ア)～(ウ)の各問いに答えなさい。

(ア) $t=-1$ のとき，a の値を求めなさい。

(イ) (ア)のとき，△OAB と△OBC の面積比を求めなさい。

(ウ) △OAB と△OBC の面積比が 2:3 となるとき，a の値を求めなさい。

解答欄

(1)		（　　，　　）
(2)		
(3)	(ア)	
	(イ)	△OAB:△OBC＝　　:
	(ウ)	

解答
(1) （-2, 6）
(2) $y=3x$
(3) (ア) -3　(イ) △OAB:△OBC＝2:1　(ウ) -1
解説
(3)
(ア)
点Cは直線OA上にもあるから, $y=3x$ に $x=t$ を代入して, $y=3t$
よって, C(t, $3t$)　$t=-1$ より, C(-1, -3)これを②の式に代入して, $a=-3$
(イ)
△OAB:△OBC＝OA:OC＝(点Aの x 座標):(点Cの x 座標の絶対値)＝2:1
(ウ)
OA:OC＝2:3 より, $t=-3$　よって, C(-3, -9)
$y=ax^2$ に $x=-3$, $y=-9$ を代入して, $-9=a\times(-3)^2$　$a=-1$

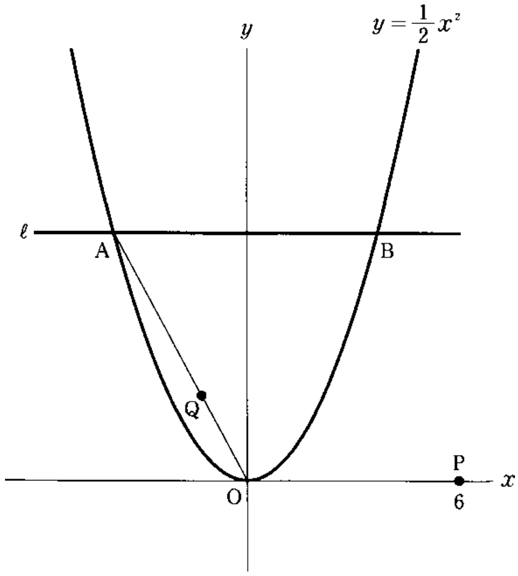
【問 24】

図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと x 軸に平行な直線ℓ との交点を A，B，x 軸上の点 P の座標を(6，0)とする。
次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（大分県 2002 年度）

(1) 直線ℓ の式が $y=8$ であるとき，△APB の面積を求めなさい。

(2) 線分 OA 上に点 A と異なる点 Q をとる。△APB の面積と△QPB の面積が等しくなるとき，直線ℓ の式を求めなさい。



解答欄

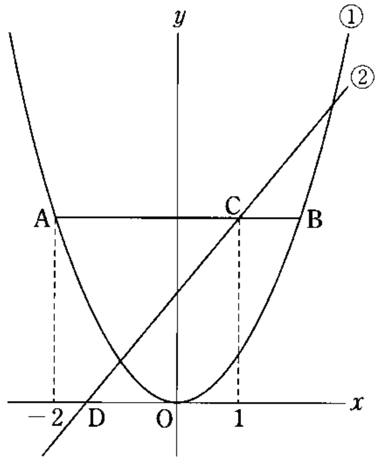
(1)	
(2)	

解答
(1) 32
(2) $y=\frac{9}{2}$
解説
(1) $y=\frac{1}{2}x^2$ に $y=8$ を代入して $x^2=16$　$x=\pm 4$ よって AB$=4-(-4)=8$ だから
△APB$=\frac{1}{2}\times 8\times 8=32$
(2) △APB＝△QPB となるには，BP は共通の底辺より，OA∥PB であればよい。
そのときℓ と x 軸は平行より四角形 ABPO は平行四辺形となるから AB＝6
よって点 A，B の x 座標はそれぞれ-3，3 となり $y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=3$ を代入して $y=\frac{9}{2}$

【問 25】

図のように，2つの関数 $y=\frac{3}{4}x^2$…①，$y=ax+\frac{9}{5}$ （a は定数)…② のグラフがある。関数①のグラフ上に2点 A，B があり，線分 AB は x 軸に平行で，点 A の x 座標は－2 である。点 C は関数②のグラフと線分 AB との交点で，点 C の x 座標は 1 である。また，点 D は関数②のグラフと x 軸との交点である。このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2002 年度）



⑴ a の値を求めよ。

⑵ 3点 A，D，C を頂点とする三角形が x 軸を軸として1回転してできる立体の体積を求めよ。ただし，円周率は π とする。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	

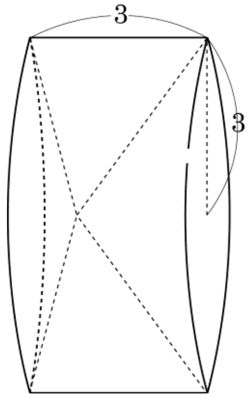
解答

(1) $a=\frac{6}{5}$　　　(2) 18π

解説

⑴ $y=\frac{3}{4}x^2$ に $x=-2$ を代入して，$y=3$　よって，点 A の y 座標は 3 であり，点 C の y 座標も 3，$y=ax+\frac{9}{5}$ に(1，3)を代入して，$3=a+\frac{9}{5}$　$a=\frac{6}{5}$

⑵ 3点 A，D，C を頂点とする三角形が，x 軸を軸として1回転すると，右の図のような立体になる。



$y=\frac{6}{5}x+\frac{9}{5}$ に，$y=0$ を代入して，$x=-\frac{3}{2}$ だから，

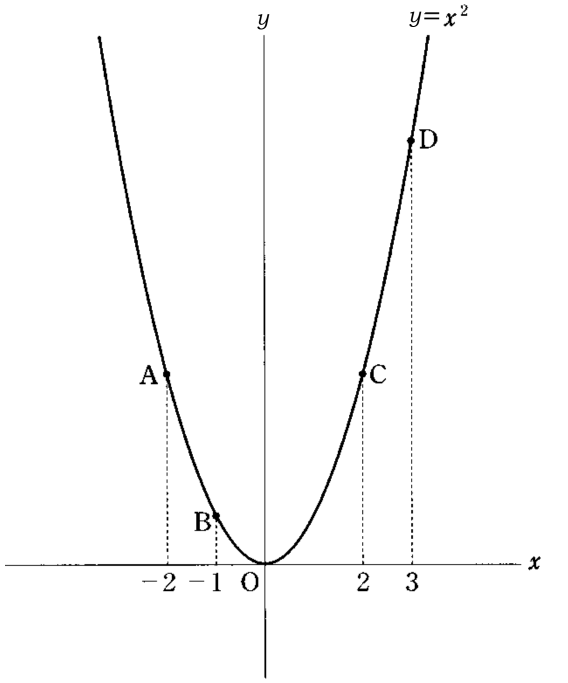
点 D の座標は，$(-\frac{3}{2}, 0)$ したがって，求める立体の体積は，底面の半径 3，高さ 3 の円柱の体積から，底面の半径 3，高さ $\frac{1}{2}$ と $\frac{5}{2}$ の円すいの体積をひいたものである。

$\pi\times3^2\times3-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times\frac{5}{2}=18\pi$

【問 26】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，4点 A，B，C，D があり，その x 座標は，それぞれ，-2，-1，2，3 である。
このとき，次の(1)～(4)の問いに答えなさい。

（宮崎県 2002 年度）



(1) 点 A の y 座標を求めなさい。

(2) 関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 3$ のとき y の変域を求めなさい。

(3) 原点 O および A，B，C，D の5つの点から2点を選び，その2点を通る直線をひくとき，傾きが 1 になる2点を1組書きなさい。さらに，その2点を通る直線の式を求めなさい。

(4) 2点 A，C を通る直線と2点 B，D を通る直線の交点を P とするとき，△ADP と△BCP の面積の比を求めなさい。

解答欄

(1)		
(2)	$\leqq y \leqq$	
(3)	2点　　　と	
(4)	△ADP：△BCP＝　　　：	

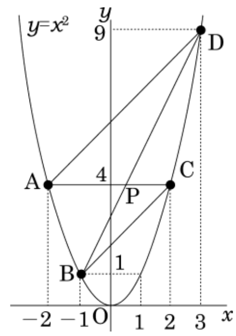
解答

(1) 4　　(2) $0 \leqq y \leqq 9$　　(3) 2点 A と D, $y = x + 6$　　(4) △ADP : △BCP = 25 : 9

解説

⑴ $y = x^2$ に点 A の x 座標 -2 を代入すると, $y = (-2)^2 = 4$

⑵ $x = 0$ のとき y の値は最小値 0 となり, $x = 3$ のとき y の値は最大値 9 となる。よって,
$0 \leqq y \leqq 9$



⑶ 例えば, A(−2, 4)と D(3, 9)の2点をとると, 直線の傾き=(y の増加量)÷(x の増加量)だから, $(9-4) \div \{3-(-2)\} = 5 \div 5 = 1$ このとき, 直線の式を $y = x + b$ とおいて, 点 A の座標を代入すると, $4 = -2 + b$　$b = 6$ よって, $y = x + 6$　　ほかに点 B と C でもよい。

⑷ B(−1, 1), D(3, 9)より, 直線 BD の式は $y = 2x + 3$　また, 点 P の y 座標は 4 だから,
x 座標は, $4 = 2x + 3$ より, $x = \frac{1}{2}$ よって, 各点の x 座標, y 座標は図のようになるから,
$\mathrm{AP} = \frac{1}{2} - (-2) = \frac{5}{2}$, $\mathrm{PC} = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
また, △ADP の高さは点 D と P の y 座標の差だから, $9 - 4 = 5$, △BCP の高さは点 P と B の y 座標の差だから, $4 - 1 = 3$ よって, △ADP : △BCP $= \{\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5}{2}\} : \{\frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3}{2}\} = 25 : 9$