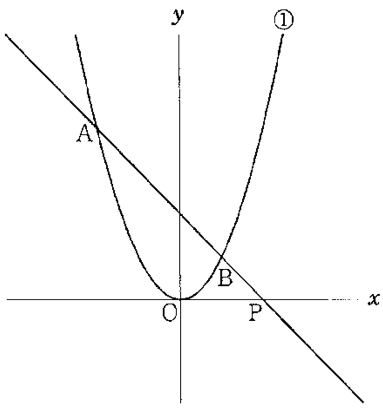
4．二次関数と図形関連の複合問題　2009年度出題

【問 1】

図のように，関数 $y=ax^2$ (a は正の定数)…①　のグラフ上に，2 点 A，B があります。点 A の x 座標を－2，点 B の x 座標を 1 とし，点 A，B を通る直線と x 軸との交点を P とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。

（北海道　2009 年度）



問1．点 A の y 座標が 5 のとき，a の値を求めなさい。

問2．$a=3$ とします。①について，x の値が－2 から－1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問3．$a=1$ とします。①上の点で，x 座標が点 P の x 座標に等しい点を Q とします。線分 QP 上に点 R をとり，点 R の y 座標を t とします。直線 AR が四角形 AOPQ の面積を 2 等分するとき，t の値を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	$t=$

解答

問1. $a=\dfrac{5}{4}$　　　問2. -9　　　問3. $t=1$

解説

問1. A $(-2,\ 5)$ は $y=ax^2$ 上の点だから, $5=a(-2)^2$　$4a=5$　$a=\dfrac{5}{4}$

問2. $y=3x^2$ において, $x=-2$ のとき $y=3\times(-2)^2=12$, $x=-1$ のとき $y=3\times(-1)^2=3$　(変化の割合)$=$(y の増加量)$\div$(x の増加量)$=(3-12)\div\{-1-(-2)\}=-9\div1=-9$

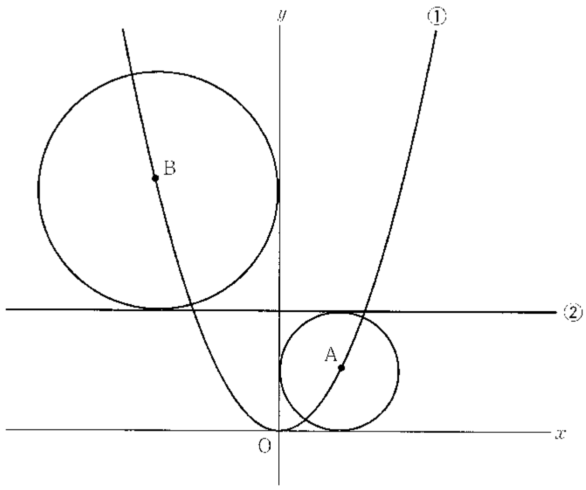
問3. 点 A, B は $y=x^2$ 上の点より, $x=-2$ を代入して, $y=(-2)^2=4$　A $(-2,\ 4)$　$x=1$ を代入して, $y=1^2=1$　B$(1,\ 1)$　直線 AB の式を, $y=mx+n$ をおくと, 点 A を通ることより, $4=-2m+n$…①,　点 B を通ることより, $1=m+n$…②　①, ②を連立方程式として解くと, $m=-1$, $n=2$　よって, 直線 AB の式は, $y=-x+2$　この直線と x 軸との交点が P だから, $y=0$ を代入して, $0=-x+2$　$x=2$　P$(2,\ 0)$　点 Q の x 座標は点 P と等しいので 2, また, $y=x^2$ 上の点より, y 座標は $y=2^2=4$　Q $(2,\ 4)$　四角形 AOPQ の面積は, $\triangle$AOP$+\triangle$APQ$=\dfrac{1}{2}\times2\times4+\dfrac{1}{2}\times4\times(2+2)=4+8=12$　直線 AR はこの四角形の面積を 2 等分する直線だから, $\triangle$AQR$=12\div2=6$　よって, $\dfrac{1}{2}\times4\times(4-t)=6$ より, $t=1$　直線 AB の式は, $y=-x+2$ より, P $(2,\ 0)$ だから Q $(2,\ 4)$ 四角形 AOPQ の面積は $\dfrac{1}{2}\times2\times4+2\times4=12$ R $(2,\ t)$ とすると$\triangle$ARQ の面積が $\dfrac{1}{2}(4-t)\times4=6$,　$t=1$

【問 2】

図で，①は関数 $y=ax^2$ のグラフであり，点 (4, 8) を通っている。また，②は x 軸に平行な直線である。2 つの円の中心 A, B は①上にあり，円 A は x 軸，y 軸，②に接し，円 B は y 軸と②に接している。

次の問1～問3に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

（青森県 2009 年度）



問1. a の値を求めなさい。

問2. 点 A の座標を求めなさい。

問3. 線分 AB の長さを求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	cm

解答

問1. $a=\frac{1}{2}$　　問2. (2, 2)　　問3. $6\sqrt{2}$ cm

解説

問2. 円 A の半径を t cm ($t>0$) とおくと，円 A は x 軸と y 軸の両方に接しているので，A (t, t) とおける。また，点 A は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点だから，$t=\frac{1}{2}t^2$　$t^2-2t=0$　$t(t-2)=0$　$t>0$ より，$t=2$　よって,A (2, 2)

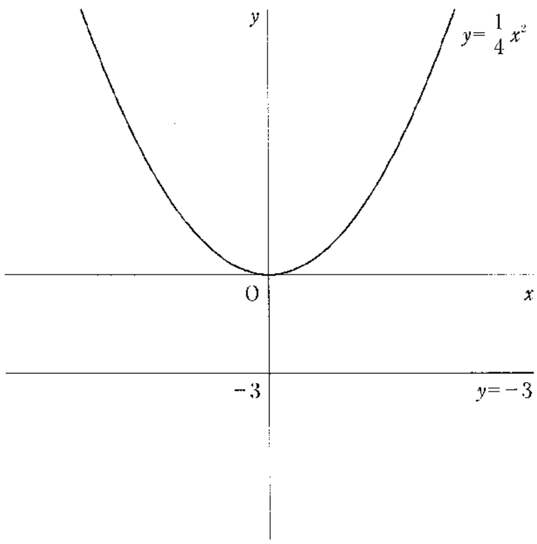
問3. 直線②は円 A に接する x 軸に平行な直線より，$y=4$　円 B の半径を r cm ($r>0$) とすると，B ($-r$, $4+r$) とおける。点 B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点より，$4+r=\frac{1}{2}\times(-r)^2$　$r^2-2r-8=0$　$(r+2)(r-4)=0$　$r>0$ より，$r=4$　B(－4, 8)　よって，AB＝$\sqrt{\{2-(-4)\}^2+(8-2)^2}=6\sqrt{2}$ cm

【問 3】

図のように，関数$y=\frac{1}{4}x^2$のグラフと直線$y=-3$があります。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（岩手県　2009 年度）



問1．関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が$-1\leqq x\leqq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

問2．関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフと直線 $y=-3$ 上にそれぞれ 2 点ずつ，あわせて 4 点をとります。この 4 点を結んで正方形ができるとき，その正方形の 1 辺の長さを，すべて求めなさい。

解答欄

問1	
問2	

解答

問1．$0\leqq y\leqq 4$　　　　　問2．4　，12

解説

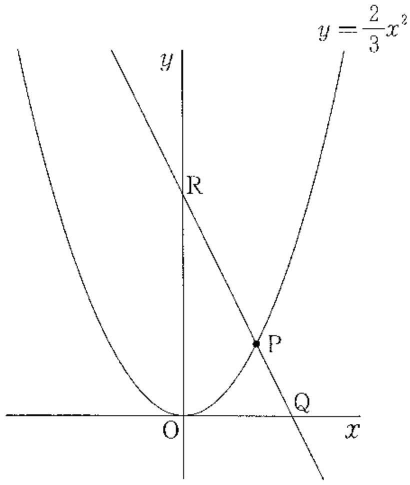
問2．正方形ができるとき，$y=\frac{1}{4}x^2$ 上の 2 点を P，Q とすると，PQ と $y=-3$ は平行になる。よって，$P\left(a,\ \frac{1}{4}a^2\right)$ $a>0$ とすると，$Q\left(-a,\ \frac{1}{4}a^2\right)$となるので，$PQ=2a$ と表せる。P から $y=-3$ に垂線 PH をひくと，H $(a,\ -3)$　$PH=\frac{1}{4}a^2-(-3)=\frac{1}{4}a^2+3$　よって，PQ＝PH だから，$2a=\frac{1}{4}a^2+3$　$a^2-8a+12=0$　$(a-2)(a-6)=0$　$a=2,\ 6$

$a=2$ のとき PQ＝4，$a=6$ のとき PQ＝12

【問 4】

図のように，関数 $y=\dfrac{2}{3}x^2$ のグラフ上に x 座標が正である点 P をとります。
点 P を通り，傾きが－2 の直線と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ Q, R とし，点 R の y 座標を b とします。
PQ : PR＝1 : 2 となるとき，b の値を求めなさい。

（宮城県 2009 年度）



解答欄

解答

$\dfrac{9}{2}$

解説

P から y 軸に垂線 PH をひく。PH∥QO より，RH : RO＝RP : RQ　RH : b＝2 : 3　RH＝$\dfrac{2}{3}b$　HO＝$b-\dfrac{2}{3}b=\dfrac{b}{3}$

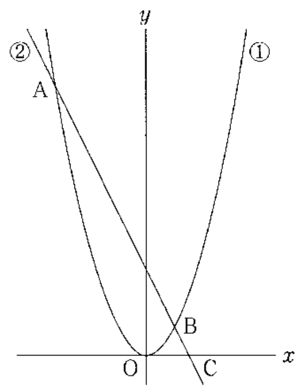
直線の傾きは－2 だから，－RH÷PH＝－2　$-\dfrac{2}{3}b$÷PH＝－2　PH＝$\dfrac{b}{3}$　よって，P$\left(\dfrac{b}{3},\ \dfrac{b}{3}\right)$　点 P は $y=\dfrac{2}{3}x^2$ 上の点だから，$\dfrac{b}{3}=\dfrac{2}{3}\times\left(\dfrac{b}{3}\right)^2$　$2b^2-9b=0$　$b(2b-9)=0$　$b=0,\ \dfrac{9}{2}$　$b>0$ より，$b=\dfrac{9}{2}$

【問 5】

図において，①は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフ，②は①のグラフ上の 2 点 A，B を通る直線であり，点 A の x 座標は－6，点 B の x 座標は 2 である。また，直線②と x 軸との交点を C とする。

このとき，次の問いに答えなさい。

（山形県 2009 年度）



(1) 関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について x の変域が $-6\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

(2) 直線②の式を求めなさい。

(3) ①のグラフ上に，x 座標が正である点 D をとる。△OCD の面積が 12 であるとき，点 D の x 座標を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答
(1) $0\leqq y\leqq 18$　(2) $y=-2x+6$　(3) 4

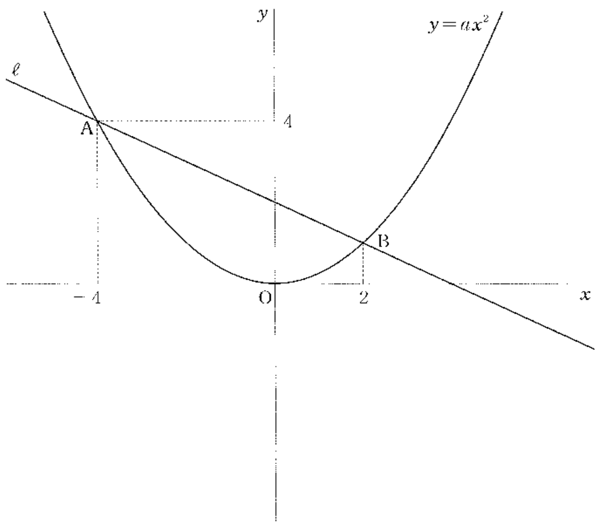
解説
(3)点 C は $y=-2x+6$ と x 軸との交点なので，$y=0$ を代入して，$0=-2x+6$　$x=3$　C (3，0)　点 D から x 軸までの距離を h cm とすると，△OCD＝12 より，$\dfrac{1}{2}\times 3\times h=12$　$h=8$　よって，$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $y=8$ を代入して，$8=\dfrac{1}{2}x^2$　$x^2=16$　$x>0$ より，$x=4$

【問 6】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線ℓ があり，2 点 A, B で交わっている。A の座標は $(-4,\ 4)$ で，B の x 座標は 2 である。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（福島県 2009 年度）



問1. a の値を求めなさい。

問2. 直線ℓ の式を求めなさい。

問3. ℓ が x 軸，y 軸と交わる点をそれぞれ C, D とする。また，y 軸上で，D より下側に点 P をとり，その y 座標を t とする。△APB の面積と△OPC の面積の比が 5:2 となる t の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1. $\frac{1}{4}$　　問2. $y=-\frac{1}{2}x+2$　　問3. $\frac{3}{4}$，-3

解説

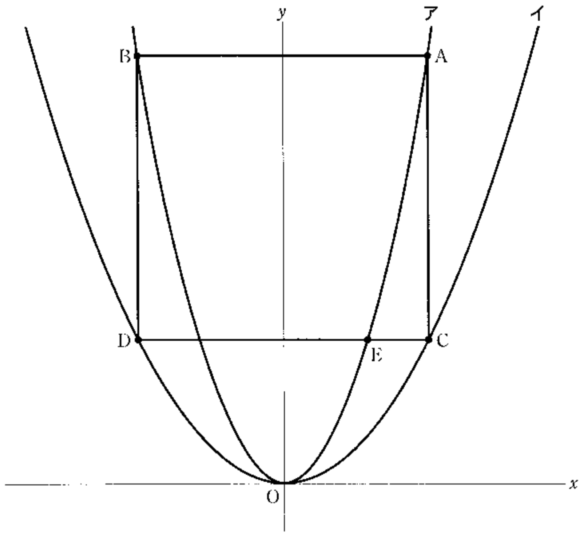
問3. C, D の座標を求めると，C (4, 0)，D (0, 2)　$0\leqq t\leqq 2$ のとき，$\triangle\mathrm{APB}=\triangle\mathrm{ADP}+\triangle\mathrm{BDP}=\frac{1}{2}\times(2-t)\times4+\frac{1}{2}\times(2-t)\times2=3(2-t)$　$\triangle\mathrm{OPC}=\frac{1}{2}\times4\times t=2t$　$\triangle\mathrm{APB}:\triangle\mathrm{OPC}=5:2$ より，$3(2-t):2t=5:2$　$10t=6(2-t)$　$t=\frac{3}{4}$　$t<0$ のとき，$\triangle\mathrm{APB}=3(2-t)$　$\triangle\mathrm{OPC}=\frac{1}{2}\times4\times(-t)\ =-2t$　$3(2-t):(-2t)=5:2$　$-10t=6(2-t)$　$t=-3$

【問 7】

図において，曲線アは関数$y=x^2$のグラフであり，曲線イは関数$y=ax^2$のグラフである。曲線ア上の点でy座標が 9 である点のうち，x座標が正である点を A，負である点を B とする。さらに，曲線イ上の点で，x座標が点 A，B と同じ点をそれぞれ C，D とし，直線 CD と曲線アの交点のうち，x座標が正である点を E とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。
ただし，$0<a<1$ で，O は原点とする。

（茨城県　2009 年度）



問1．$a=\frac{4}{9}$ のとき，点 E の座標を求めなさい。

問2．DE:EC＝3:1 のとき，aの値を求めなさい。

解答欄

問1	（　　　　，　　　　）
問2	$a=$

解答

問1．(2，4)　　　　問2．$a=\frac{1}{4}$

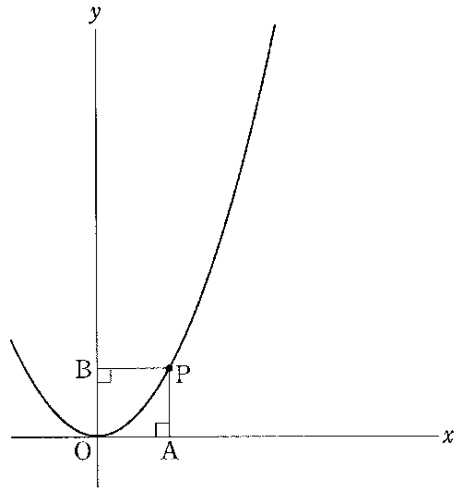
解説

問2．CE＝tとおくと，DE:EC＝3:1より，DE＝$3t$　CD＝3＋3＝6より，$t+3t=6$　$4t=6$　$t=\frac{3}{2}$　よって，点 E のx座標は $3-\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$　y座標は，$y=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$　したがって，$C\left(3,\ \frac{9}{4}\right)$　点 C は $y=ax^2$ 上の点より，$\frac{9}{4}=a\times 3^2$　$a=\frac{1}{4}$

【問 8】

図で，曲線は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフです。この曲線上に x 座標が正である点 P をとります。点 P から x 軸，y 軸に垂線をひき，それぞれの交点を A，B とします。このとき，次の各問に答えなさい。

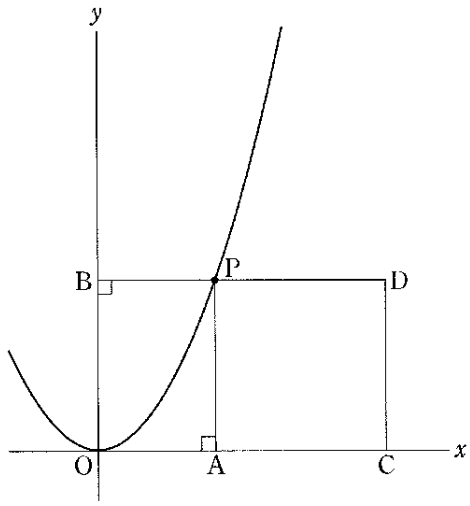
（埼玉県　2009 年度）



問1．四角形 PBOA が正方形となるとき，点 P の座標を求めなさい。

問2．図のように，長方形 PBOA の右側に，線分 PA を 1 辺とする正方形 PACD をつくり，この正方形 PACD の面積が，長方形 PBOA の面積の 2 倍となるようにします。

このとき，点 B を通り，正方形 PACD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



解答欄

問1	(　　　　,　　　　)
問2	$y=$

解答

問1．(2, 2)　　　問2．$y=-\frac{1}{2}x+8$

解説

問2．点 $P\left(b,\ \frac{1}{2}b^2\right)$ とおく。(正方形 PACD)＝2(長方形 PBOA) より，AC＝2OA＝$2b$　よって，$\frac{1}{2}b^2=2b$　$b^2-4b=0$　$b(b-4)=0$　$b>0$ より，$b=4$　よって，P (4, 8)　したがって，B (0, 8)，A (4, 0)，C (12, 0)　正方形 PACD の面積を 2 等分する直線は，対角線の交点を通る。対角線の交点を M とすると，x 座標は，$4+8\div2=8$　y 座標は，$8\div2=4$　M (8, 4) と B を通る直線を $y=mx+8$ とする。点 M を通るので，$4=8m+8$　$m=-\frac{1}{2}$　よって，$y=-\frac{1}{2}x+8$

【問 9】

図 1 で, 点 O は原点, 曲線ℓ は関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。点 A, 点 B はともに曲線ℓ 上にあり, 座標はそれぞれ $(-6,\ 9)$, $(6,\ 9)$ である。点 A と点 B を結ぶ。曲線ℓ 上にあり, x 座標が-6 より大きく 6 より小さい数である点を P とする。点 P を通り y 軸に平行な直線を引き, 線分 AB との交点を Q とする。座標軸の 1 目盛りを 1 cm として, 次の各問に答えよ。

（東京都 2009 年度）

図 1

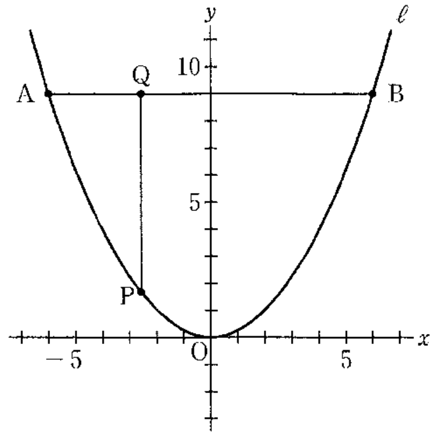
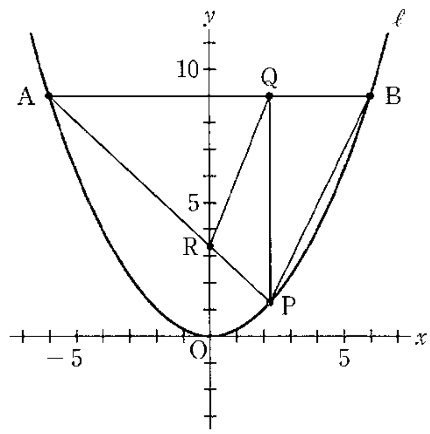


図 2



問1. 点 P の x 座標を a, 線分 PQ の長さを b cm とする。a のとる値の範囲が $-4 \leqq a \leqq 3$ のとき, b のとる値の範囲を不等号を使って,

$\boxed{} \leqq b \leqq \boxed{}$ で表せ。

問2. 図 2 は, 図 1 において, 点 P の x 座標が正の数のとき, 点 A と点 P を結び, 線分 AP と y 軸との交点を R とし, 点 Q と点 R, 点 B と点 P をそれぞれ結んだ場合を表している。
次の(1), (2)に答えよ。

(1) 点 R の座標が $(0,\ 1)$ のとき, 2 点 A, P を通る直線の式を求めよ。

(2) PQ＝AQ となるとき, △RPQ の面積は, △PBA の面積の何分のいくつか。

解答欄

問1	$\leqq b \leqq$	
問2	(1)	$y=$
	(2)	

解答

問1．$5 \leqq b \leqq 9$　　　問2．(1)$y=-\dfrac{4}{3}x+1$　(2)$\dfrac{1}{6}$

解説

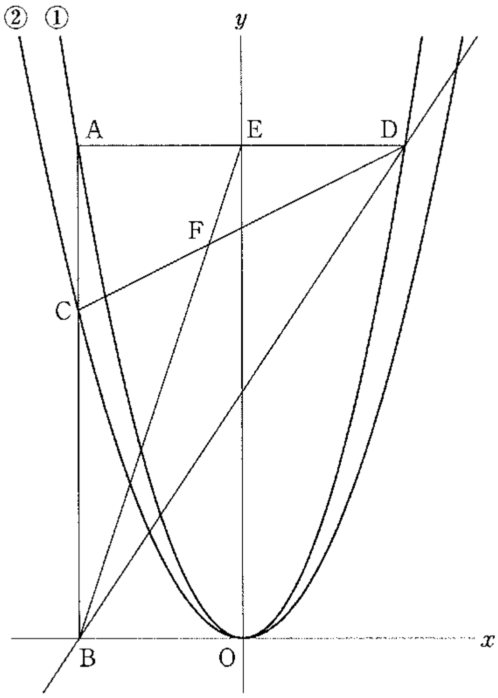
問1．①直線 AP は，R $(0,\ 1)$ を通るので，$y=mx+1$ とおく。また，A $(-6,\ 9)$ を通るので，$9=-6m+1$　$m=-\dfrac{4}{3}$　よって，$y=-\dfrac{4}{3}x+1$

問2．②P$\left(t,\ \dfrac{1}{4}t^2\right)(t>0)$ とおくと，Q $(t,\ 9)$，PQ$=9-\dfrac{1}{4}t^2$，AQ$=t+6$ とおける。PQ＝AQ より，$9-\dfrac{1}{4}t^2=t+6$　$t^2+4t-12=0$　$(t+6)(t-2)=0$　$t=-6,\ 2$　$t>0$ より，$t=2$　よって，P $(2,\ 1)$，Q $(2,\ 9)$　A，P から x 軸に垂線 AH，PK をひく。AH∥RO∥PK より，AR：RP＝HO：OK$=\{0-(-6)\}:(2-0)=6:2=3:1$　また，AQ：QB$=\{2-(-6)\}:(6-2)=8:4=2:1$　したがって，$\triangle$RPQ$=\dfrac{1}{4}\triangle$APQ$=\dfrac{1}{4}\times\dfrac{2}{3}\triangle$PBA$=\dfrac{1}{6}\triangle$PBA

【問 10】

図において，曲線①は関数 $y=x^2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。点 A は曲線①上の点で，その x 座標は -3 である。点 B は x 軸上の点で，線分 AB は y 軸に平行である。点 C は線分 AB と曲線②との交点で，AC : CB＝1 : 2 である。また，点 D は曲線①上の点で，線分 AD は x 軸に平行である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2009 年度）



問1. 曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

問2. 直線 BD の式を $y=mx+n$ とするとき，m，n の値を求めなさい。

問3. 点 E は線分 AD と y 軸との交点である。線分 BE と線分 CD との交点を F とするとき，線分 CF と線分 FD の長さの比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$m=$　　　　　，$n=$
問3	CF : FD　＝

解答

問1. $a=\dfrac{2}{3}$　　問2. $m=\dfrac{3}{2}$，$n=\dfrac{9}{2}$　　問3. CF : FD＝2 : 3

解説

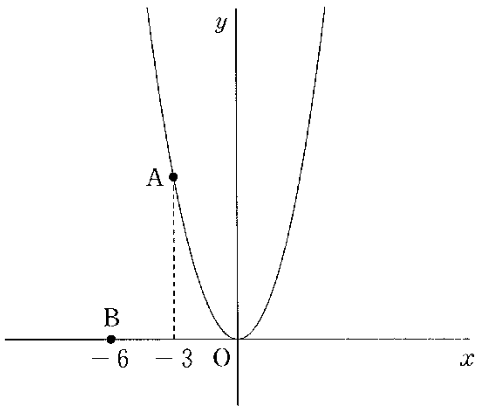
問3. B $(-3,\ 0)$，E $(0,\ 9)$ を通る直線の式を求めると，$y=3x+9\cdots(1)$　C $(-3,\ 6)$，D $(3,\ 9)$ を通る直線の式を求めると，$y=\dfrac{1}{2}x+\dfrac{15}{2}\cdots(2)$　(1)，(2)を連立方程式として解き，x の値を求めると，$x=-\dfrac{3}{5}$　F，D から x 軸に垂線 FH，DK をひくと，CB // FH // DK より，CF : FD＝BH : HK＝$\left\{-\dfrac{3}{5}-(-3)\right\}:\left\{3-\left(-\dfrac{3}{5}\right)\right\}=\dfrac{12}{5}:\dfrac{18}{5}=2:3$

【問 11】

図は，関数 $y=x^2$ のグラフである。このグラフ上に点 A があり，x 座標は－3 である。また，x 軸上に点 B (－6，0) がある。

このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県 2009 年度）



(1) x 座標が 4 である点 C を $y=x^2$ のグラフ上にとる。このとき，△OAB と△OCB の面積の比を求めなさい。

(2) △OPB の面積が，△OAB の面積の 2 倍になるような点 P を $y=x^2$ のグラフ上にとる。このとき，P の x 座標をすべて求めなさい。

解答欄

(1)	:
(2)	

解答

(1) 9：16

(2) $-3\sqrt{2}$，$3\sqrt{2}$

解説

(1) 点 A の y 座標は，$y=(-3)^2=9$ 点 C の y 座標は，$y=4^2=16$ △OAB と△OCB は共通な底辺が OB だから，面積の比は高さの比と等しい。よって，△OAB：△OCB＝9：16

(2) △OPB＝2△OAB で底辺 OB は共通なので，△OPB の高さは△OAB の 2 倍の 18 また，点 P は $y=x^2$ 上の点より，$y=18$ を代入して，$18=x^2$ $x=\pm 3\sqrt{2}$

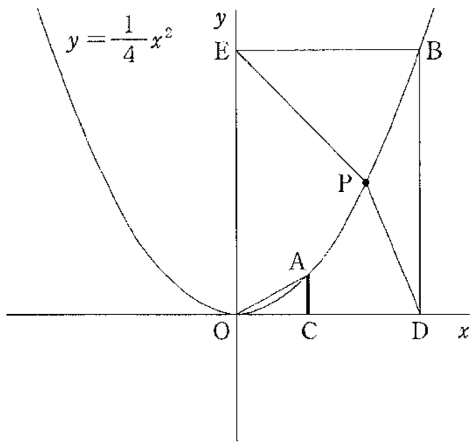
【問 12】

図 1 のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 A (2, 1), B (6, 9) がある。点 A, B から x 軸に垂線をひき，x 軸との交点をそれぞれ C, D とし，点 B から y 軸に垂線をひき，y 軸との交点を E とする。また，点 P はグラフ上を A から B まで動くものとする。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。ただし，円周率は π とする。

（石川県 2009 年度）

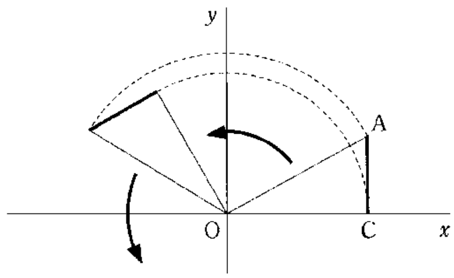
図 1



問1．2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

問2．図 1 の△AOC を，図 2 のように，原点 O を中心として矢印の方向に 1 回転させるとき，線分 AC が通る部分の面積を求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

図 2



問3．点 P の x 座標を t とする。△PBE の面積と△PDB の面積の比が 3:2 のとき，t の値を求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

解答欄

問1	
問2	途中の計算 答
問3	途中の計算 答

解答

問1. $y=2x-3$
問2.
OA$=\sqrt{5}$， OC=2
$\pi\times(\sqrt{5})^2-\pi\times 2^2$
$=5\pi-4\pi$
$=\pi$
答π

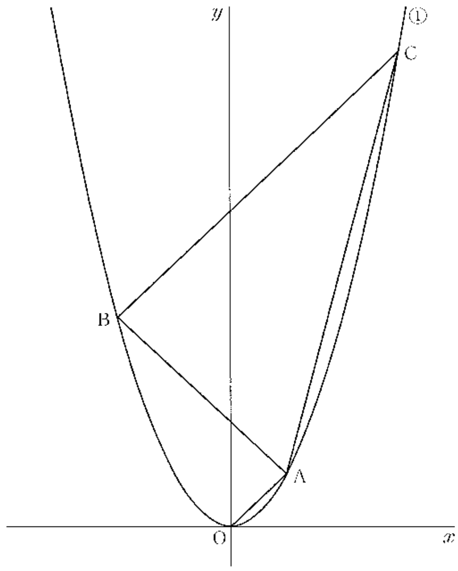
問3.
△PBE の面積は
$3\left(9-\frac{1}{4}t^2\right)$
△PDB の面積は
$\frac{9}{2}(6-t)$
三角形の面積の比が 3:2 であることから
$t^2-9t+18=0$
これを解いて，$t=3$，$t=6$
$t=6$ のとき，点 P が点 B と重なり，三角形ができない。
したがって $t=3$
答 $t=3$
解説
問3. P は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点より，$\mathrm{P}\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$とおくと，$\triangle\mathrm{PBE}=\frac{1}{2}\times6\times\left(9-\frac{1}{4}t^2\right)$，$\triangle\mathrm{PDB}=\frac{1}{2}\times9\times(6-t)$ と表せる。この面積の比が 3:2 より，$\frac{1}{2}\times6\times\left(9-\frac{1}{4}t^2\right):\frac{1}{2}\times9\times(6-t)=3:2$　$2\times\frac{1}{2}\times6\times\left(9-\frac{1}{4}t^2\right)=3\times\frac{1}{2}\times9\times(6-t)$　整理して，$t^2-9t+18=0$　$(t-3)(t-6)=0$　$t=3,\ 6$　$t=6$ のとき P が点 B と一致するので $t=3$

【問 13】

図において，①は関数 $y=x^2$ のグラフであり，点 A，B，C は①上の点で，x 座標はそれぞれ 1，-2，3 である。

このとき，次の問1～問4に答えなさい。

（山梨県　2009 年度）



問1．線分 OA の傾きを求めなさい。

問2．関数 $y=x^2$ について，x が -2 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問3．直線 BC の式を求めなさい。

問4．△ABC の面積を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	

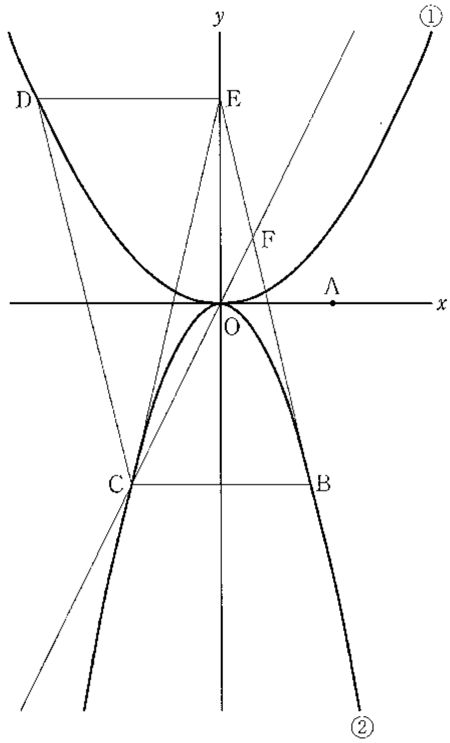
解答
問1．1
問2．1
問3．$y=x+6$
問4．15
解説
問3．BC の傾きは問2で求めた 1 と等しいので，式を $y=x+b$ とおく。C (3, 9)を通るので，$9=3+b$　$b=6$　よって，$y=x+6$
問4．OA と BC の傾きが等しいので，OA∥BC　よって，△ABC＝△OBC　BC と y 軸との交点を D とすると D (0, 6)　△OBC＝△OBD＋△OCD＝$\frac{1}{2}\times 6\times 2+\frac{1}{2}\times 6\times 3=15$

【問 14】

図において，①は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフであり，②は関数 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 A の座標は $(5,\ 0)$ である。また，点 B は放物線②上の点であり，その x 座標は 4 である。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（静岡県 2009 年度）



問1．点 A を通り，傾きが 3 である直線の式を求めなさい。

問2．x の変域が $-2\leqq x\leqq 5$ であるとき，関数 $y=ax^2$ の y の変域を，a を用いて表しなさい。

問3．点 B から y 軸にひいた垂線の延長と放物線②との交点を C とする。放物線①上に点 D を，y 軸上に点 E を，四角形 DCBE が平行四辺形となるようにとる。直線 CO と直線 EB との交点を F とする。△EOC の面積が△EOF の面積の 2 倍となるときの，a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td></td></tr>
<tr><td>問2</td><td></td></tr>
<tr><td>問3</td><td>求める過程

答　$a=$</td></tr>
</table>

解答

問1. $y=3x-15$

問2. $0 \leqq y \leqq 25a$

問3.

求める過程

点Fからy軸に垂線FHをひき, BCとy軸との交点をKとする。

点Bは$y=-\dfrac{1}{2}x^2$上の点でx座標は4より$y=-\dfrac{1}{2}\times 4^2=-8$よってB$(4,\ -8)$

点Cは点Bとy軸について対称な点になるからC$(-4,\ -8)$

DE＝BC$=4-(-4)=8$より点Dのx座標は-8

また, △EOCと△EOFは, EOが共通な辺であるから

CK:FH＝△EOC:△EOF

4:FH＝2:1　　FH＝2　よって, 点Fのx座標は2

直線OCを求めると, $y=2x$

点Fは直線OC上の点であるから$y=2\times 2=4$　　F$(2,\ 4)$

直線EBが点F, Bを通ることから直線EBを求めると$y=-6x+16$

よって, 点EおよびDのy座標は16

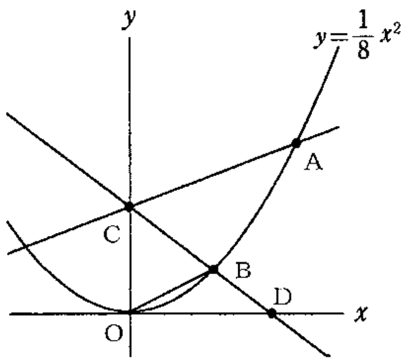
D$(-8,\ 16)$ は$y=ax^2$上の点より

$16=a\times(-8)^2$

$a=\dfrac{1}{4}$

【問 15】

図で，O は原点，A，B は関数 $y=\frac{1}{8}x^2$ のグラフ上の点，C は y 軸上の点，D は直線 BC と x 軸との交点である。点 A の x 座標が 8，点 C の y 座標が 5，△COB の面積が△BOD の面積の $\frac{3}{2}$ 倍であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。ただし，点 B の x 座標は正とする。



（愛知県 2009 年度 A）

(1) 直線 AC の式を求めよ。

(2) 点 D の座標を求めよ。

解答欄

(1)	$y=$
(2)	（ ， ）

解答

(1) $y=\frac{3}{8}x+5$

(2) $\left(\frac{20}{3},\ 0\right)$

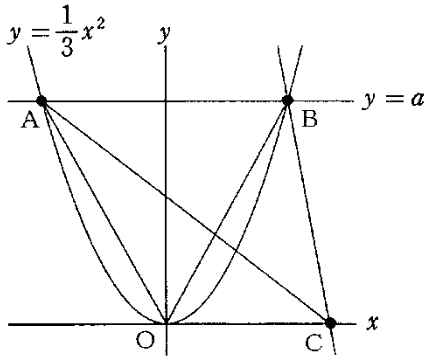
解説

(2) △COB$=\frac{3}{2}$△BOD より，CB:BD$=\frac{3}{2}:1=3:2$ B から y 軸に垂線 BH をひく。BH∥DO より，CH:HO＝CB:BD＝3:2 OC＝5 より，HO$=5\times\frac{2}{5}=2$ よって，点 B の y 座標は 2 で，$y=\frac{1}{8}x^2$ の点より，$2=\frac{1}{8}x^2$ $x^2=16$ $x=\pm4$ $x>0$ より，$x=4$ B (4, 2) 直線 BC を $y=mx+5$ とおくと，点 B を通るので，$2=4m+5$ m$=-\frac{3}{4}$ $y=-\frac{3}{4}x+5$ この直線と x 軸との交点が点 D だから，$y=0$ を代入して，$0=-\frac{3}{4}x+5$ $x=\frac{20}{3}$ D$\left(\frac{20}{3},\ 0\right)$

【問 16】

図で，O は原点，A，B は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフと直線 $y=a$ (a は定数，$a>0$) との交点，C は x 軸上の点である。点 C の x 座標が 8 であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。ただし，点 A の x 座標は負，点 B の x 座標は正とする。

（愛知県　2009 年度　B）



(1)　$a=12$ のとき，直線 BC の式を求めよ。

(2)　△BAC の面積と△BOC の面積が等しくなるときの a の値を求めよ。

解答欄

(1)	$y=$
(2)	$a=$

解答

(1) $y=-6x+48$

(2) $a=\frac{16}{3}$

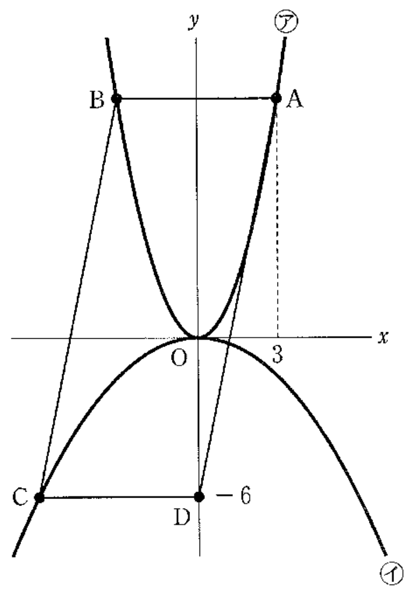
解説

(2)　△BAC＝△BOC のとき，AO // BC　また，AB // OC だから，四角形 AOCB は平行四辺形になる。よって，AB＝OC＝8　2 点 A，B は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点だから，y 軸について対称なので，点 B の x 座標は，8÷2＝4　y 座標 $a=\frac{1}{3}\times4^2=\frac{16}{3}$

【問 17】

図のように，関数 $y=x^2$…㋐のグラフ上に 2 点 A，B があり，線分 AB は x 軸に平行である。関数 $y=ax^2$…㋑のグラフ上に点 C，y 軸上に点 D を四角形 ABCD が平行四辺形となるようにとる。点 A の x 座標が 3，点 D の y 座標が－6 のとき，次の各問いに答えなさい。

（三重県 2009 年度）



(1) 点 B の座標を求めなさい。

(2) 2 点 B，D を通る直線の式を求めなさい。

(3) 関数㋑について，a の値を求めなさい。

解答欄

(1)	B (　　　,　　　)
(2)	$y=$
(3)	$a=$

解答

(1)B (－3，9)

(2)$y=-5x-6$

(3)$a=-\dfrac{1}{6}$

解説

(2) D (0，－6) より，直線 BD を $y=bx-6$ とおく。B (－3，9) を通るので，$9=-3b-6$　$3b=-15$　$b=-5$　よって，$y=-5x-6$

(3) 四角形 ABCD は平行四辺形だから，AB∥CD，CD＝AB＝3×2＝6　C (－6，－6)　点 C は $y=ax^2$ 上の点より，$-6=a\times(-6)^2$　$a=-\dfrac{1}{6}$

【問 18】

図1のように，座標平面上に 2 点 A (−2, 2)，B (6, 6) をとり，△OAB をつくる。次の(1)，(2)に答えなさい。

（滋賀県 2009 年度）

(1) さいころを 2 回投げ，1 回目に出た目の数を x，2 回目に出た目の数を y として点 P (x, y) をとる。このとき，点 P が△OAB の周上にある確率を求めなさい。ただし，さいころの 1 から 6 のどの目が出ることも同様に確からしいとする。

(2) 図2のように，直線 AB と y 軸との交点を C とし，点 A を通る $y=ax^2$ のグラフをかく。このグラフ上に△OAB＝△OCQ となる点 Q をとるとき，点 Q の座標をすべて求めなさい。

図1

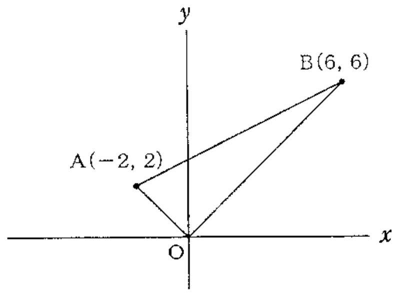
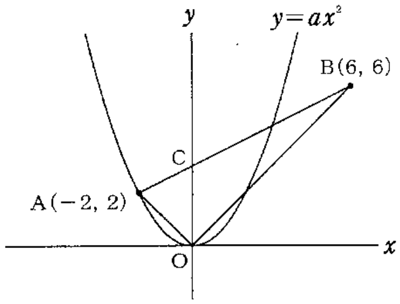


図2



解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $\dfrac{2}{9}$

(2) $(-8,\ 32)$, $(8,\ 32)$

解説

(1) さいころを 2 回投げたときの目の出方は，全部で $6\times6=36$ 通り さいころの目は 1〜6 までの整数だから，$\triangle$OAB の周上に点 P があるとすれば，OB 上か AB 上が考えられる。直線 OB は原点を通るので，$y=bx$ とおく。B (6, 6) を通るので，$6=6b$ $b=1$ よって，$y=x$ この直線上に P があるのは，$(x,\ y)=(1,\ 1)$, $(2,\ 2)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 4)$, $(5,\ 5)$, $(6,\ 6)$ の 6 通り。次に直線 AB を $y=cx+d$ とおく。A $(-2,\ 2)$を通るので，$2=-2c+d$…① B を通るので，$6=6c+d$…② ①，②を連立方程式として解くと，$c=\dfrac{1}{2}$, $d=3$ よって，$y=\dfrac{1}{2}x+3$ この直線上に点 P があるのは，$(x,\ y)=(2,\ 4)$, $(4,\ 5)$, $(6,\ 6)$ の 3 通り。よって点 P が$\triangle$OAB の周上にあるのは，重なっている (6, 6) を除いて $6+3-1=8$ 通り 求める確率は $\dfrac{8}{36}=\dfrac{2}{9}$

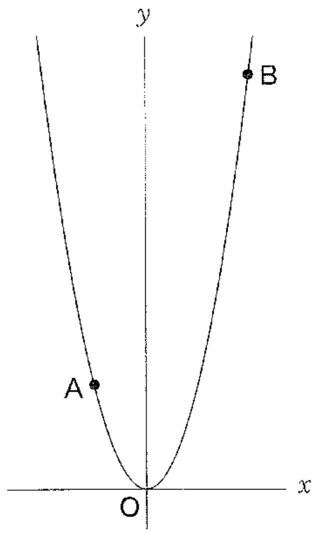
(2) $y=ax^2$ のグラフは，A(2, 2)を通るので，$2=a\times2^2$ $a=\dfrac{1}{2}$ よって，$y=\dfrac{1}{2}x^2$ $\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{ACO}+\triangle\mathrm{BCO}=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{CO}\times2+\dfrac{1}{2}\times\mathrm{CO}\times6=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{CO}\times8$ よって，底辺を CO としたとき，高さは 8 だから，点 Q の x 座標は±8 $x=8$ のとき，$y=\dfrac{1}{2}\times8^2=32$ $x=-8$ のとき，$\dfrac{1}{2}\times(-8)^2=32$ よって，$(8,\ 32)$, $(-8,\ 32)$

【問 19】

図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B がある。点 A，B の x 座標はそれぞれ-4，8 である。

このとき，次の問1，問2に答えよ。

（京都府 2009 年度）



問1．関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が$-4\leqq x\leqq 8$ のとき，y の変域を求めよ。

問2．点 A を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

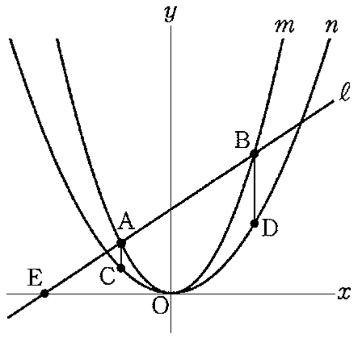
解答欄

問1	$\leqq y \leqq$
問2	$y=$

解答
問1．$0\leqq y\leqq 32$
問2．$y=x+12$
解説
問2．点 A $(-4,\ 8)$を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線は OB の中点を通る。OB の中点を M とすると，M の x 座標は $8\div 2=4$，y 座標は $32\div 2=16$ より，M(4, 16)　求める直線の式を $y=mx+n$ とおくと，A を通るので，$8=-4m+n$…(ⅰ)　M を通るので，$16=4m+n$…(ⅱ)　(ⅰ)，(ⅱ)を連立方程式として解くと，$m=1$，$n=12$　$y=x+12$

【問 20】

図において，m は $y=ax^2$ (a は正の定数) のグラフを表し，n は $y=bx^2$ (b は正の定数) のグラフを表す。$a>b$ である。A, B は m 上の点であり，その x 座標はそれぞれ -3, 5 である。C, D は n 上の点であり，C の x 座標は A の x 座標と等しく，D の x 座標は B の x 座標と等しい。A と C, B と D とをそれぞれ結ぶ。ℓ は 2 点 A, B を通る直線である。E は ℓ と x 軸との交点である。



（大阪府 2009 年度 後期）

(1) 線分 BD の長さは線分 AC の長さの何倍ですか。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

(2) E の x 座標を求めなさい。

解答欄

(1)	求め方 答　　　　　　倍
(2)	

解答

(1)

求め方

A $(-3,\ 9a)$, B $(5,\ 25a)$, C $(-3,\ 9b)$, D $(5,\ 25b)$ だから

AC$=9a-9b=9(a-b)$

BD$=25a-25b=25(a-b)$

よって BD$=\dfrac{25}{9}$AC 倍

(2) $-\dfrac{15}{2}$

解説

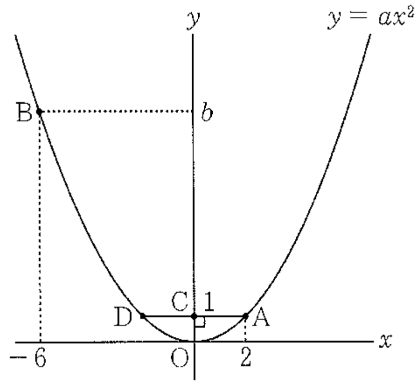
(2) 直線 AC と x 軸との交点を H, 直線 BD と x 軸との交点を K とおき, E の x 座標を t $(t<0)$ とおく。△EBK において, AH∥BK より, AH:BK＝EH:EK A$(-3,\ 9a)$, B$(5,\ 25a)$ だから, AH:BK$=9a:25a=9:25$, EH$=-3-t$, EK$=5-t$ より, $(-3-t):(5-t)=9:25$ $25(-3-t)=9(5-t)$ $-75-25t=45-9t$ $16t=-120$ $t=-\dfrac{15}{2}$

【問 21】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A (2, 1)，B $(-6,\ b)$ があり，点 A から y 軸に垂線 AC をひく。また，AC の延長とこのグラフとの交点を D とする。

次の問いに答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さは 1 cm とする。

（兵庫県 2009 年度）



問1. a，b の値を求めなさい。

問2. △ABC の面積を求めなさい。

問3. この関数のグラフ上で，点 A と点 B の間に点 P をとり，△ABC の面積と△APD の面積が等しくなるようにする。このとき，点 P の x 座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$	
	$b=$	
問2	cm^2	
問3		

解答

問1. $a=\dfrac{1}{4}$，　$b=9$

問2. $8\mathrm{cm}^2$

問3. $-2\sqrt{5}$

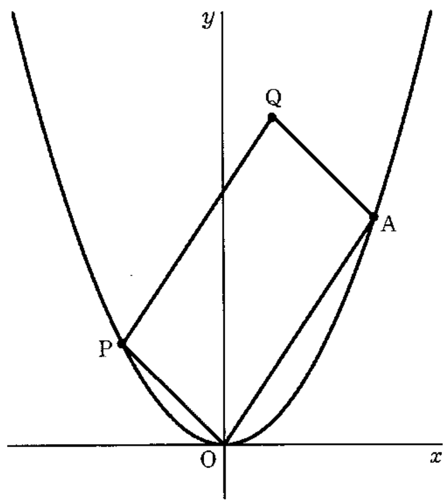
解説

問3. △ABC と△APD において，底辺をそれぞれ AC, AD と考えると，AC:AD＝1:2 より，△ABC＝△APD のとき，高さの比は 2:1 となる。△APD の高さを h とすると，$(9-1):h=2:1$　$2h=8$　$h=4$　よって P の y 座標は $1+4=5$ または $1-4=-3$　点 P は $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上の点より -3 は問題に合わない。よって $y=5$　$5=\dfrac{1}{4}x^2$　$x^2=20$　$x=\pm 2\sqrt{5}$　$-6\leqq x\leqq 2$ より，$x=-2\sqrt{5}$

【問 22】

図で，放物線は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフであり，点 O は原点である。点 A は放物線上の点であり，その座標は (6, 9) である。点 P は放物線上を動く点であり，その x 座標は負の数である。また，四角形 OAQP が線分 OA, OP を 2 辺とする平行四辺形となるように点 Q をとる。各問いに答えよ。

（奈良県 2009 年度）



問1. 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のときの y の変域を求めよ。

問2. 点 Q が y 軸上にあるとき，点 P の座標を求めよ。

問3. 点 P の座標が (−4, 4) のとき，次の(1), (2)の問いに答えよ。

(1) 2 点 A, P を通る直線の式を求めよ。

(2) x 軸上に点 R をとる。△OAR の面積と△OAQ の面積が等しくなるとき，点 R の x 座標をすべて求めよ。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">(　　　　　,　　　　　)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問3</td><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
</table>

解答

問1. $0 \leqq y \leqq \dfrac{9}{4}$

問2. $(-6,\ 9)$

問3. (1)$y=\dfrac{1}{2}x+6$　　(2)$-\dfrac{20}{3}$, $\dfrac{20}{3}$

解説

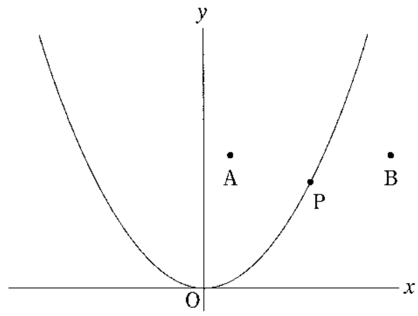
問3. (2)　QP $/\!/$ OA より, △OAQ＝△OAR となる点 P は直線 QP と x 軸との交点になる。直線 QP の傾きは $\dfrac{9}{6}=\dfrac{3}{2}$ より, 式を, $y=\dfrac{3}{2}x+b$ とおく。P $(-4,\ 4)$ を通るので, $4=\dfrac{3}{2}\times(-4)+b$　$b=10$,　$y=\dfrac{3}{2}x+10$　$y=0$ を代入して, $0=\dfrac{3}{2}x+10$　$x=-\dfrac{20}{3}$　$\mathrm{R}\left(-\dfrac{20}{3},\ 0\right)$　R と y 軸について対称な点 R′ とすると, RO＝R′O より, △AOR＝△AOR′　よって, R の x 座標は, $-\dfrac{20}{3}$, $\dfrac{20}{3}$

【問 23】

図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフがある。また，点 A (1，5)，B (7，5) がある。点 P は，$y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあるものとする。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

（和歌山県　2009 年度）



(1)　P の x 座標が 4 のとき，y 座標を求めなさい。

(2)　△PAB の面積が 12 となる P の座標をすべて求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1)　4

(2)　$(-6,\ 9)$，$(-2,\ 1)$，$(2,\ 1)$，$(6,\ 9)$

解説

(2)　点 P の y 座標を t とする。$t>5$ のとき，$\triangle\mathrm{PAB}=\dfrac{1}{2}\times(7-1)\times(t-5)=3(t-5)$　これが 12 より，$3(t-5)=12$　$t-5=4$　$t=9$　$y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $y=9$ を代入して，$9=\dfrac{1}{4}x^2$　$x^2=36$　$x=\pm 6$ よって，$(-6,\ 9)$，$(6,\ 9)$　次に，$t<5$ のとき，$\triangle\mathrm{PAB}=\dfrac{1}{2}\times(7-1)\times(5-t)=3(5-t)$　$3(5-t)=125-t=4$　$t=1$　$y=1$ を $y=\dfrac{1}{4}x^2$ に代入して，$1=\dfrac{1}{4}x^2$　$x=\pm 2$　よって，$(-2,\ 1)$，$(2,\ 1)$

【問 24】

図 I のように関数 $y=\dfrac{a}{x}$ $(x>0)$ …①, 関数 $y=bx^2$ …②のグラフと, これらと交わる直線ℓ がある。①のグラフと直線ℓ との交点は点 A (2, 16) であり, ①のグラフと②のグラフの交点 B の x 座標は 4 である。また, ②のグラフと直線ℓ との交点のうち, y 軸より右側にある点 C の x 座標は 6 である。

このとき, 次の各問いに答えなさい。

（鳥取県 2009 年度）

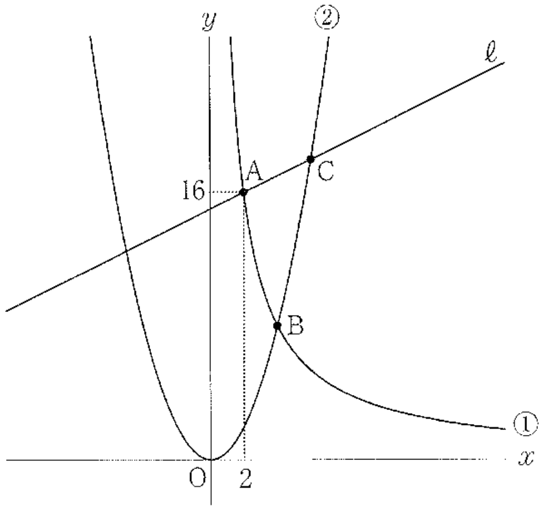
問1. a, b の値を求めなさい。

問2. 直線ℓ の方程式を求めなさい。

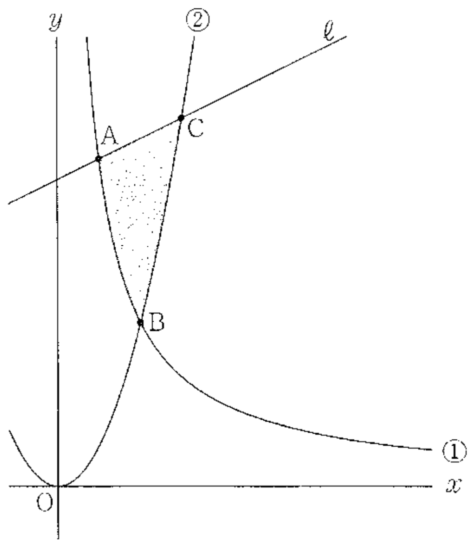
問3. △ABC の面積を求めなさい。

問4. ①, ②のグラフおよび直線ℓ で囲まれる部分のうち, 図Ⅱに示す色のついた部分にあり, x 座標, y 座標ともに整数である点の個数を求めなさい。ただし, ①, ②のグラフおよび直線ℓ 上の点は含まないものとする。

図 I



図Ⅱ



解答欄

問1	$a=$	
	$b=$	
問2		
問3		
問4		個

解答

問1. $a=32$, $b=\dfrac{1}{2}$　　問2. $y=\dfrac{1}{2}x+15$　　問3. 18　　問4. 19 個

解説

問3. A (2, 16), B (4, 8), C (6, 18)　点 B を通る x 軸に平行な直線をひき, その直線に A, C から垂線 AK, CH をひく。△ABC＝(四角形 AKHC)－△AKB－△CBH＝△AKH＋△ACH－△AKB－△CBH＝$\dfrac{1}{2}\times(16-8)\times(6-2)+\dfrac{1}{2}\times(18-8)\times(6-2)-\dfrac{1}{2}\times(4-2)\times(16-8)-\dfrac{1}{2}\times(18-8)\times(6-4)$ ＝16＋20－8－10＝18

問4. 点 A の x 座標が 2 で, 点 C の x 座標が 6 より, 色のついた部分にある点の x 座標は 3, 4, 5 のいずれか。$x=3$ と $y=\dfrac{32}{x}$ との交点は, $\left(3,\ \dfrac{32}{3}\right)$　$x=3$ と直線 ℓ との交点は, $\left(3,\ \dfrac{33}{2}\right)$　よって, $x=3$ のとき, $y=11$, 12, 13, 14, 15, 16 の 6 個　$x=4$ と直線 ℓ との交点は, (4, 17)　よって, $x=4$ のとき, $y=9$, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 の 8 個　$x=5$ と $y=\dfrac{1}{2}x^2$ との交点は $\left(5,\ \dfrac{25}{2}\right)$　$x=5$ と直線 ℓ との交点は, $\left(5,\ \dfrac{35}{2}\right)$　よって, $x=5$ のとき, $y=13$, 14, 15, 16, 17 の 5 個　求める個数は, 6＋8＋5＝19 個

【問 25】

図 1 のように，2 つの関数 $y=x^2$…①と $y=-\frac{1}{2}x^2$…②のグラフがある。①のグラフの上の点で，y 座標は 4，x 座標が正である点を A とする。点 A を通って y 軸に平行な直線と②のグラフの交点を B，点 B を通って x 軸に平行な直線と②のグラフの交点のうち，B と異なる点を C とする。

次の(1)～(3)に答えなさい。

（島根県　2009 年度）

(1) 点 A の x 座標を求めなさい。

(2) 直線 AC の式を求めなさい。

(3) 図 2 のように，直線 BC と y 軸との交点を D とする。三角形 ACD を直線 AB を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。

図 1

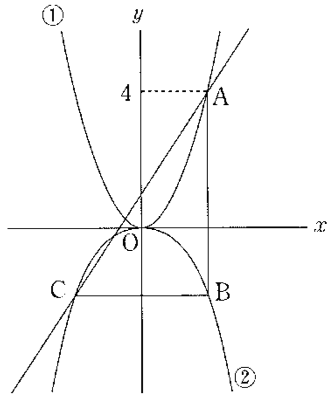
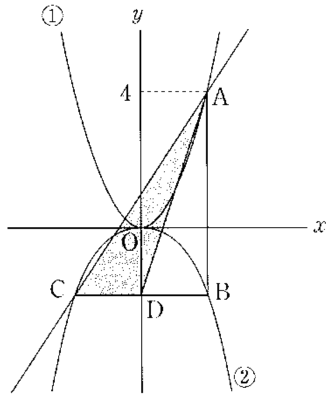


図 2



解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) 2　　(2) $y=\frac{3}{2}x+1$　　(3) 24π

解説

(2) 点 B の x 座標は点 A と同じ 2 で，$y=-\frac{1}{2}x^2$ 上の点だから，$y=-\frac{1}{2}\times 2^2=-2$　B (2，−2)　点 B と C は y 軸について対称な点なので，C (−2，−2)　直線 AC の傾きは，$(4+2)\div(2+2)=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$　$y=\frac{3}{2}x+b$ とおくと，A (2，4) を通るので，$4=\frac{3}{2}\times 2+b$　$b=1$　よって，$y=\frac{3}{2}x+1$

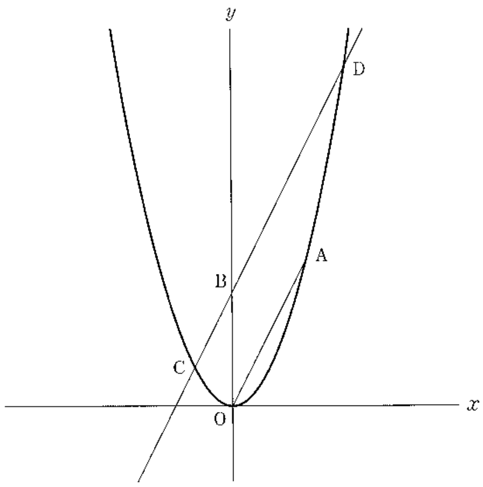
(3) 立体は，AB を軸に△ABC を 1 回転させてできる円すいから，△ABD を 1 回転させてできる円すいを除いたものだから，その体積は，$\frac{1}{3}\times\pi\times 4^2\times 6-\frac{1}{3}\times\pi\times 2^2\times 6=32\pi-8\pi=24\pi\text{cm}^3$

【問 26】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 A (2, 4)，y 軸上に点 B (0, a) があります。点 B を通り OA に平行な直線と，関数 $y=x^2$ のグラフとの 2 つの交点のうち，x 座標が小さい方を C，大きい方を D とします。ただし，$a>0$ とします。

これについて，次の問1～問3に答えなさい。

（広島県 2009 年度）



問1．$a=5$ のとき，△ACO の面積を求めなさい。

問2．四角形 ABCO が平行四辺形となるとき，a の値を求めなさい。

問3．点 D の y 座標が点 C の y 座標の 16 倍となるとき点 C の x 座標を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1．5　　問2．8　　問3．$-\dfrac{2}{3}$

解説

問2．平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので，OB の中点を M とすると，M$\left(0,\ \dfrac{a}{2}\right)$ また，AM＝CM で，点 A と C はともに $y=x^2$ 上の点だから，C は点 A と y 軸について対称な点となる。よって C $(-2,\ 4)$，M $(0,\ 4)$ $\dfrac{a}{2}=4$ より，$a=8$

問3．点 C は $y=x^2$ 上の点より，C $(s,\ s^2)$ $(s<0)$とおく。点 D の y 座標は，点 C の y 座標の 16 倍だから，$16s^2$ 点 D も $y=x^2$ 上の点より，$16s^2=x^2$ 点 D の x 座標は正で，s は負だから，D の x 座標は$-4s$ とおける。D $(-4s,\ 16s^2)$ CD の傾きは $\dfrac{4}{2}=2$ より，(y の増加量)＝(変化の割合)×(x の増加量) から，$(16s^2-s^2)=2\times(-4s-s)$

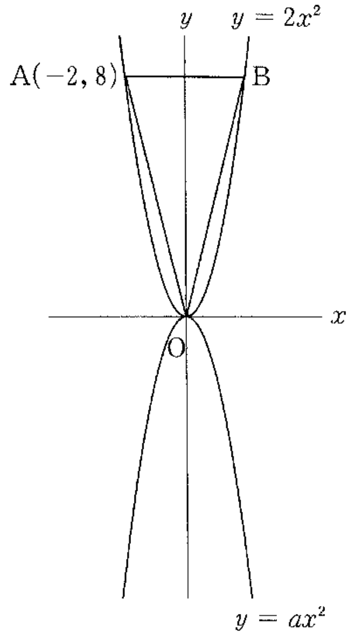
$15s^2+10s=0$　$5s(3s+2)=0$　$s<0$ より，$s=-\dfrac{2}{3}$

【問 27】

図は，関数 $y=2x^2$ のグラフと，関数 $y=ax^2$ のグラフを同じ座標軸を使ってかいたものであり，2 つのグラフは x 軸について対称である。関数 $y=2x^2$ のグラフ上には，2 点 A $(-2,\ 8)$，B があり，線分 AB は x 軸に平行である。

次の問1，問2に答えなさい。

（山口県　2009 年度）



問1．a の値を求めなさい。

問2．原点 O と 2 点 A，B を頂点とする△OAB の面積を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	

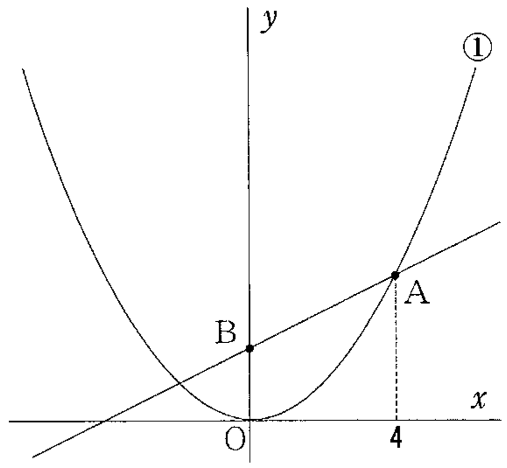
解答
問1．$a=-2$
問2．16
解説
問2．$y=2x^2$ において，2 点 A，B は同一放物線上にあり，AB∥x 軸より，点 B は点 A と y 軸について対称な点となる。よって，B $(2,\ 8)$　AB と y 軸との交点を H とすると，OH＝8，$\triangle \mathrm{OAB}=\frac{1}{2}\times \mathrm{AB}\times \mathrm{OH}=\frac{1}{2}\times(2+2)\times 8=16$

【問 28】

図で，点 O は原点であり，放物線①は関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフである。点 A は放物線①上の点で，その x 座標は 4 である。点 A を通り，傾きが $\dfrac{1}{2}$ の直線と y 軸との交点を B とする。

これについて，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

（香川県 2009 年度）



(1) 関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ について，x の値が 2 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(2) y 軸上に，y 座標が正の数である点 P をとる。点 O と点 A，点 P と点 A をそれぞれ結ぶ。△PAB の面積が，△OAB の面積の 2 倍であるとき，点 P の座標を求めよ。

解答欄

(1)	
(2)	点 P の座標（　　　，　　　）

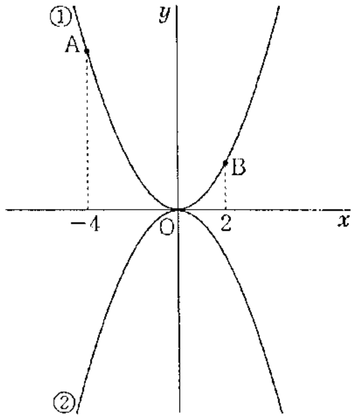
解答
(1) 2
(2) 点 P の座標 (0, 6)
解説
(2) 直線 AB を $y=\dfrac{1}{2}x+b$ とおくと，A (4, 4) を通るので，$4=\dfrac{1}{2}\times 4+b$ $b=2$ よって，$y=\dfrac{1}{2}x+2$ B (0, 2) y 軸上の P $(0,\ t)(t>0)$とおくと，△PAB と△OAB は底辺をそれぞれ PB，OB とすると，高さが等しいので，面積比は底辺の比と等しくなる。△PAB＝2△OAB より PB:OB＝2:1 $t>0$ より$(t-2):2=2:1$ $t-2=4$ $t=6$ よって P (0, 6)

【問 29】

図において，①は $y=\frac{1}{2}x^2$，②は，$y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 A，B は①のグラフ上にあり，x 座標はそれぞれ-4，2 である。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（高知県 2009 年度）



問1．点 A の y 座標を求めよ。

問2．三角形 OAB の面積を求めよ。

問3．①のグラフ上に点 P，②のグラフ上に点 Q をとる。P，Q の x 座標が等しく，線分 PQ の長さが 9 のとき，P の x 座標をすべて求めよ。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答
問1．8,
問2．12,
問3．3，-3
解説
問2．点 B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で，x 座標は 2 より，$x=2$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times2^2=2$　B (2, 2) AB を通る直線の式を $y=mx+n$ とおくと，点 A $(-4, 8)$ を通るので，$8=-4m+n$…①　B (2, 2) を通るので，$2=2m+n$…②　①，②を連立方程式として解くと，$m=-1$，$n=4$　$y=-x+4$　この直線 AB と y 軸との交点を C とすると，C(0, 4)　△OAB＝△OAC＋△OBC＝$\frac{1}{2}\times4\times4+\frac{1}{2}\times4\times2=8+4=12$ cm^2

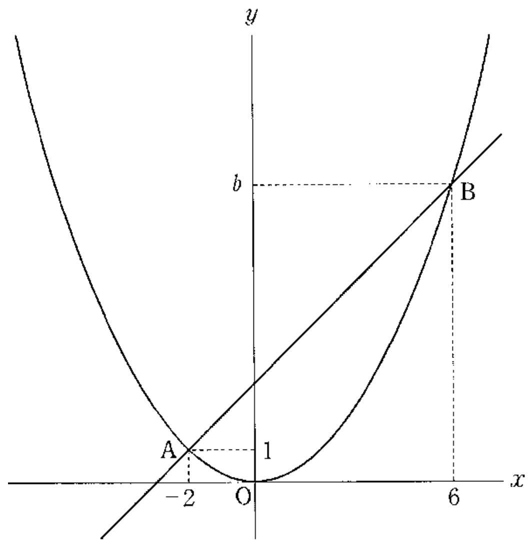
問3．P，Q の x 座標を t とすると，$\mathrm{P}\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$，$\mathrm{Q}\left(t,\ -\frac{1}{2}t^2\right)$と表せる。PQ＝9 より，$\frac{1}{2}t^2-\left(-\frac{1}{2}t^2\right)=9$　$t^2=9$　$t=\pm3$

【問 30】

図のように，原点を O とし，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A (−2, 1)，B (6, b) がある。

このとき，次の問1～問5に答えなさい。

（佐賀県 2009 年度 後期）



問1. a，b の値を求めなさい。

問2. 2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

問3. △OAB の面積を求めなさい。

問4. 線分 AB 上に，OH⊥AB となるように点 H をとるとき，OH の長さを求めなさい。

問5. 点 B を通り，x 軸に平行な直線上に点 P をとり，△PAB の面積が△OAB の面積と等しくなるようにする。このとき，点 P の x 座標を求めなさい。ただし，点 P の x 座標は 6 より大きいものとする。

解答欄

問1	$a=$ 　　　　, $b=$
問2	
問3	
問4	
問5	

解答

問1. $a=\dfrac{1}{4}$, $b=9$

問2. $y=x+3$

問3. 12

問4. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$

問5. 9

解説

問5. 点 P の x 座標は 6 より大きく, △PAB＝△OAB より, P は AB に平行な点 O を通る直線と $y=9$ の交点となる。直線 OP の式は, 傾きが直線 AB の傾き 1 と等しく, 原点を通るので, $y=x$ よって, $y=x$ に $y=9$ を代入して, $x=9$

【問 31】

図 1～図 3 のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上に x 座標が 2 である点 A があり，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 B $(-2, 2)$，C $(2, 2)$ がある。このとき，次の問いに答えなさい。ただし，原点を O とする。

（長崎県 2009 年度）

問1. 点 A の y 座標を求めよ。

問2. a の値を求めよ。

問3. 直線 AB の式を求めよ。

問4. 図 2 のように，直線 AB と y 軸の交点を D とする。このとき，三角形 DBC の面積を求めよ。

問5. 図 3 のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上に y 座標が等しい 2 点 P，Q があり，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に y 座標が等しい 2 点 R，S がある。点 P の座標を $(t, 2t^2)$ とするとき，四角形 PQSR が正方形となるような t の値を求めよ。ただし，$t>0$ とする。

図 1

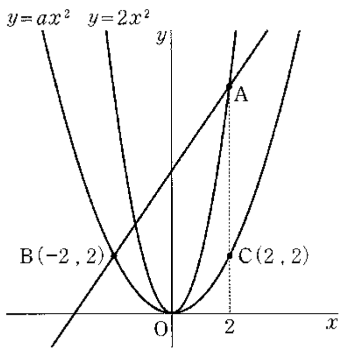


図 2

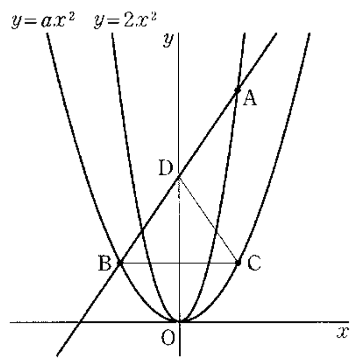
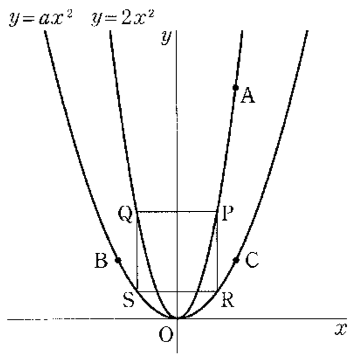


図 3



解答欄

問1	
問2	$a=$
問3	$y=$
問4	
問5	$t=$

解答

問1．8

問2．$a=\frac{1}{2}$

問3．$y=\frac{3}{2}x+5$

問4．6

問5．$t=-\frac{4}{3}$

解説

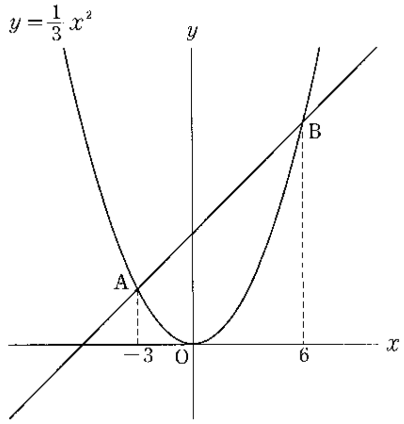
問5．P $(t,\ 2t^2)$ のとき，R$\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$，Q$(-t,\ 2t^2)$と表せる。四角形 PQSR は正方形より，PQ＝PR よって，$t-(-t)=2t^2-\frac{1}{2}t^2$ $2t=\frac{3}{2}t^2$ $3t^2-4t=0$ $t(3t-4)=0$ $t>0$ より，$t=\frac{4}{3}$

【問 32】

図で，2 点 A，B は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフ上の点で，点 A の x 座標は－3 である。また，直線 AB の傾きは正の数である。

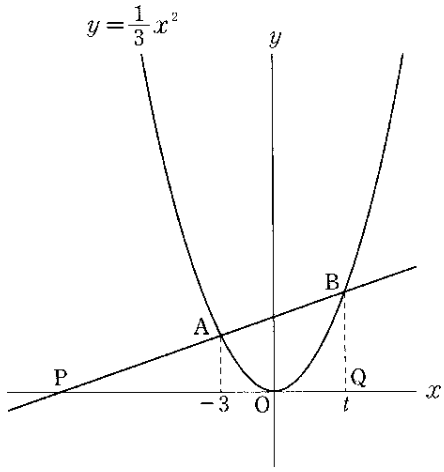
次の問1～問3に答えなさい。

（大分県 2009 年度）



問1．関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，x の値が 1 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問2．図のように，点 B の x 座標が 6 のとき，直線 AB の式を求めなさい。



問3．図のように，直線 AB と x 軸との交点を P，点 B から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点を Q とする。PQ＝3BQ であるとき，点 Q の x 座標を t として，t の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	t＝

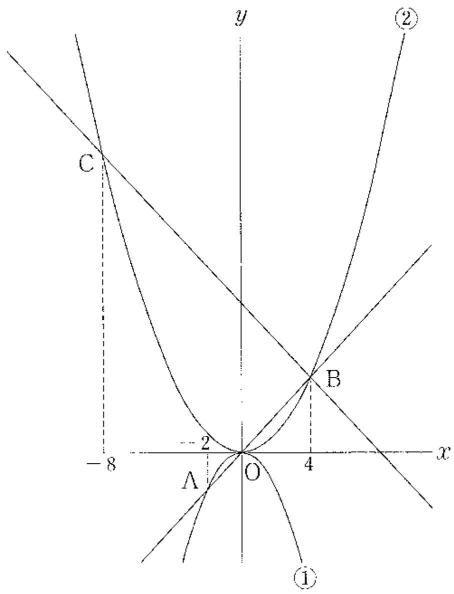
解答
問1. 2,
問2. $y=x+6$,
問3. $t=4$
解説
問3. A から BQ に垂線 AH をひく。△BAH と△BPQ において，∠ABH＝∠PBQ，∠AHB＝∠PQB＝90°より，2 組の角がそれぞれ等しいので，△BAH∽△BPQ よって，BH：AH＝BQ：PQ PQ＝3BQ より，BQ：PQ＝BQ：3BQ＝1：3 2 点 A，B は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点より，A $(-3,\ 3)$，B $\left(t,\ \frac{1}{3}t^2\right)$ H $(t,\ 3)$ だから，$BH=\frac{1}{3}t^2-3$，$AH=t+3$ よって，$\left(\frac{1}{3}t^2-3\right):(t+3)=1:3$ $3\left(\frac{1}{3}t^2-3\right)=t+3t^2-t-12=0$ $(t+3)(t-4)=0$ $t=-3,\ 4$ $t=-3$ のとき，点 B が点 A の座標と一致するから問題に合わない。よって，$t=4$

【問 33】

図のように，2 つの関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ …①，$y=ax^2$ (a は定数) …②のグラフがある。点 A は関数①のグラフ上にあり，A の x 座標は－2 である。2 点 B，C は関数②のグラフ上にあり，B の x 座標は 4，C の x 座標は－8 である。また，直線 AB は原点 O を通る。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2009 年度）



問1. a の値を求めなさい。

問2. 直線 BC の式を求めなさい。

問3. 原点 O を通り，△ABC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	$y=$

解答

問1. $a=\frac{1}{4}$　　問2. $y=-x+8$　　問3. $y=-\frac{13}{5}x$

解説

問3. △CAO:△CBO＝AO:BO＝2:4＝1:2 よって，△CBO＝$\frac{2}{3}$△ABC 原点 O を通り△ABC の面積を 2 等分する直線と BC との交点を P とすると，△PBO＝$\frac{1}{2}$△ABC △PBO:△CBO＝$\frac{2}{3}:\frac{1}{2}$＝4:3 よって，CB:PB＝4:3 C (－8, 16), B (4, 4) だから，P の x 座標は，$-8+(4+8)\times\frac{1}{4}=-5$ y 座標は $16-(16-4)\times\frac{1}{4}=13$ したがって，直線 OP は $y=-\frac{13}{5}x$

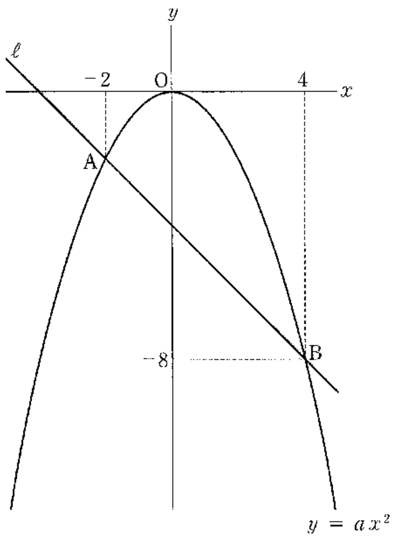
【問 34】

図Ⅰのように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線ℓが，2 点 A，B で交わり，点 A の x 座標は－2，点 B の座標は (4，－8) である。

このとき，次の問1～問4に答えなさい。

（宮崎県 2009 年度）

図Ⅰ

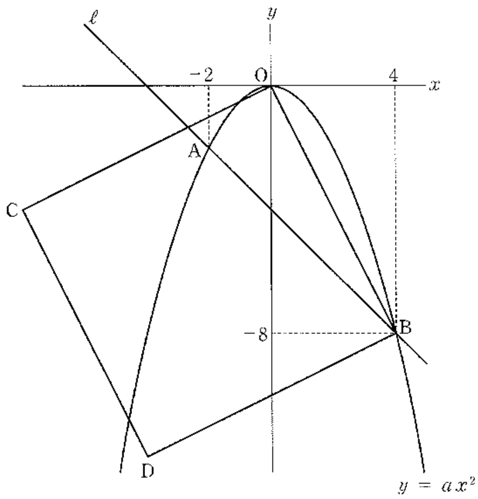


問1. a の値を求めなさい。

問2. 直線ℓと y 軸との交点の座標を求めなさい。

問3. △OAB の面積を求めなさい。

図Ⅱ



問4. 図Ⅱは，図Ⅰにおいて，線分 OB を 1 辺とする正方形 OCDB をかいたものである。このとき，△ACD の面積を求めなさい。

解答欄

問1	a ＝
問2	（　　　，　　　）
問3	
問4	

解答

問1. $a=\ -\dfrac{1}{2}$

問2. (0 , −4)

問3. 12

問4. 28

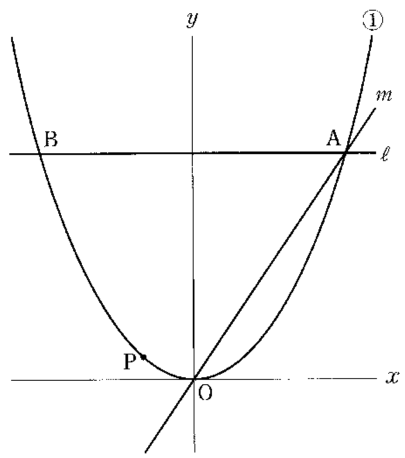
解説

問4. 点Aを通り，OCに平行な直線とOB，CDとの交点をそれぞれH，Kとする。三平方の定理より$OB=\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$　△OAB＝12だから$\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{5}\times AH=12$

$AH=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$　正方形OCD，Bは正方形だから$KH=OC=CD=OB=4\sqrt{5}$　よって，$AK=KH-AH=4\sqrt{5}-\dfrac{6\sqrt{5}}{5}=\dfrac{14\sqrt{5}}{5}$よって，$\triangle ACD=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{5}\times\dfrac{14\sqrt{5}}{5}=28$

【問 35】

図は，点 P (−2，1) を通る関数 $y=ax^2$…① のグラフと，x 軸に平行な直線 ℓ を示したものであり，①のグラフと直線 ℓ は 2 点 A，B で交わっている。ただし，点 A の x 座標は正とする。また，線分 AB の長さを 12 cm，原点 O と点 A を通る直線を m とする。このとき，次の問1～問4に答えなさい。なお，座標の 1 目もりは 1 cm とする。



（鹿児島県 2009 年度）

問1. a の値を求めよ。

問2. 直線 m の式を求めよ。

問3. 四角形 OABP の面積は何 cm^2 か。

問4. 点 P を通り，直線 m に平行な直線と直線 ℓ との交点を Q とする。直線 m 上に点 R をとり，△PAB と△RQB の面積が等しくなるようにする。このとき，点 R の座標を求めよ。ただし，点 R の x 座標は，点 A の x 座標より小さいものとする。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	cm^2
問4	(　　,　　)

解答

問1. $a=\frac{1}{4}$

問2. $y=\frac{3}{2}x$

問3. 60cm^2

問4. $\left(-\frac{6}{7},\ -\frac{9}{7}\right)$

解説

問2. A, B は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点で, AB $/\!/$ x 軸だから, A と B は y 軸について対称な点となる。よって, AB＝12 cm より, A の x 座標は $\frac{12}{2}=6$ y 座標は, $y=\frac{1}{4}\times6^2=9$ 直線 m は原点を通る直線なので, $y=bx$ とすると, A (6, 9) を通るから, $9=6b$ $b=\frac{3}{2}$ よって, $y=\frac{3}{2}x$

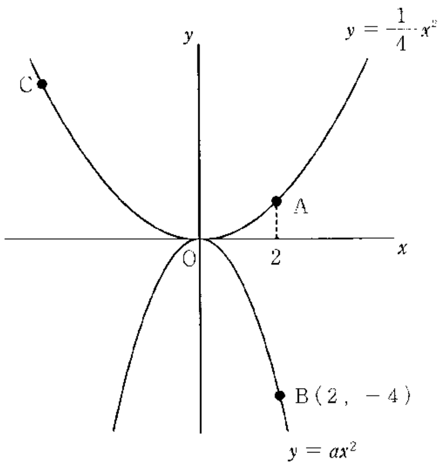
問3. AB と y 軸との交点を H とすると, (四角形 OABP)＝△OAH＋△POH＋△PBH＝$\frac{1}{2}\times6\times9+\frac{1}{2}\times9\times2+\frac{1}{2}\times6\times(9-1)=27+9+24=60\text{ cm}^2$

問4. 点 P を通り, 直線 m に平行な直線を $y=\frac{3}{2}x+c$ とおくと, P $(-2,\ 1)$ を通るので, $1=\frac{3}{2}\times(-2)+c$ $c=4$ $y=\frac{3}{2}x+4$ 点 Q はこの直線上の点で, $y=9$ だから, $9=\frac{3}{2}x+4$ $x=\frac{10}{3}$ Q$\left(\frac{10}{3},\ 9\right)$ △PAB＝$\frac{1}{2}\times12\times(9-1)=48$ △RQB の底辺を BQ, 高さを h cm とすると, $\frac{1}{2}\times\left(\frac{10}{3}+6\right)\times h=48$ $h=\frac{72}{7}$ cm よって, R の y 座標は $9-\frac{72}{7}=-\frac{9}{7}$ R は $y=\frac{3}{2}x$ 上の点より, $-\frac{9}{7}=\frac{3}{2}x$ $x=-\frac{6}{7}$ R$\left(-\frac{6}{7},\ -\frac{9}{7}\right)$

【問 36】

図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 A をとり，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 B をとる。点 A の x 座標は 2 であり，点 B の座標は(2，−4)である。また，点 C は関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点であり，x 座標は 2 より小さいとする。このとき，次の問いに答えなさい。

（沖縄県　2009 年度）



問1．a の値を求めなさい。

問2．関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問3．△ABC の面積が 15 のとき，点 C の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	C(　　　，　　　)

解答

問1．$a=-1$　　問2．$\dfrac{3}{2}$　　問3．C (−4，4)

解説

問3．A の x 座標は 2 で，$y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上の点より，y 座標は $y=\dfrac{1}{4}\times 2^2=1$ よって，AB＝1−(−4)＝5 点 C の x 座標を t とし，△ABC の底辺を AB とすると，その高さは $2-t$ と表せる。△ABC の面積は 15 だから，$\dfrac{1}{2}\times 5\times(2-t)=15$ これを解いて，$t=-4$ 点 C は，$y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上の点より，y 座標は $y=\dfrac{1}{4}\times(-4)^2=4$ よって，C (−4，4)