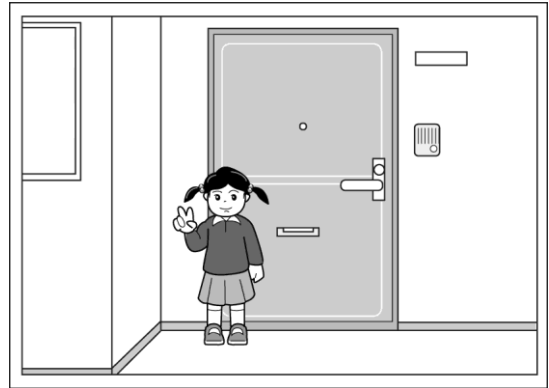


6.証明以外 平面図形の複合問題【2020 年度出題】

【問 1】

中学生のひろこさんは、昔のアルバムを見つけました。アルバムには、ひろこさんが、5歳のときに撮った写真がありました。ひろこさんは、写真の背景が現在と変わっていないことから、相似の考え方を用いて、当時の身長がわかると考えました。



ひろこさんが調べてわかったこと

- 実物の玄関のドアの縦の長さを測ると、208 cm でした。
- 写真での長さを測ると、自分の身長は 3.5 cm、玄関のドアの縦の長さは 6.5 cm でした。

このとき、写真に写っているひろこさんの、当時の身長を求めなさい。
ただし、用いる文字が何を表すかを示して式をつくり、それを解く過程も書くこと。

(岩手県 2020 年度)

解答欄

答 当時の身長 cm

解答

当時の身長を x cm とすると

$$x : 208 = 3.5 : 6.5$$

$$6.5x = 728$$

$$x = 112$$

答 当時の身長 112 cm

解説

写真に写っているひろこさんの身長は 3.5cm、玄関のドアの縦の長さは 6.5 cm、実物の玄関のドアの縦の長さは 208 cm とわかっているのので、当時のひろこさんの身長を x cm として考える。

【問 2】

次のア～エのことがらについて、逆が正しいものを 1 つ選んで記号を書きなさい。

(秋田県 2020 年度)

- ア 正三角形はすべての内角が等しい三角形である。
- イ 長方形は対角線がそれぞれの中点で交わる四角形である。
- ウ $x \geq 5$ ならば $x > 4$ である。
- エ $x = 1$ ならば $x^2 = 1$ である。

解答欄

--

解答

ア

解説

イ… 90° の角を持たない平行四辺形

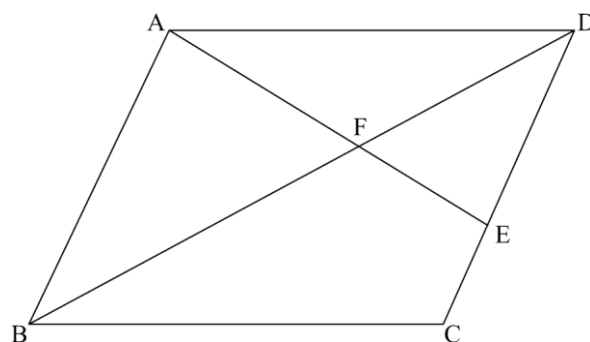
ウ… $x = 4.1$ のとき、 $x > 4$ であるが、 $x < 5$ である。

エ… $x^2 = 1$ ならば、 $x = 1$ または -1 である。

【問 3】

図のように、平行四辺形 $ABCD$ がある。点 E は辺 CD 上にあり、 $CE : ED = 1 : 2$ である。線分 AE と線分 BD の交点を F とする。このとき、 $\triangle DFE$ の面積は、平行四辺形 $ABCD$ の面積の何倍か、求めなさい。

(秋田県 2020 年度)



解答欄

倍

解答

$\frac{2}{15}$ 倍

解説

$CE : ED = 1 : 2$ より、

$AF : FE = 3 : 2$, $AE : FE = 5 : 2$

$$\triangle DFE = \frac{2}{5} \triangle AED \quad \triangle AED = \frac{2}{3} \triangle ACD$$

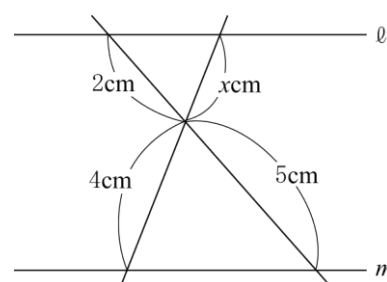
$$\triangle ACD = \frac{1}{2} \square ABCD \quad \triangle DEF = \frac{2}{15} \square ABCD$$

よって、 $\frac{2}{15}$ 倍

【問 4】

右の図のように、平行な 2 つの直線 ℓ , m に 2 直線が交わっている。 x の値を求めなさい。

(栃木県 2020 年度)



解答欄

$x =$

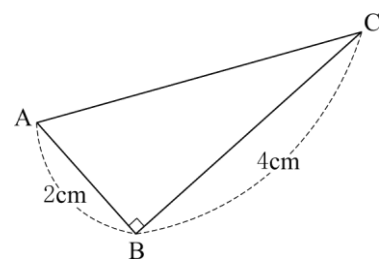
解答

$(x =) \frac{8}{5}$

【問 5】

右の図の直角三角形 ABC において、辺 AC の長さを求めなさい。

(群馬県 2020 年度 前期)



解答欄

cm

解答

$2\sqrt{5}$ cm

【問 6】

図 1 のように、円すい状のライトが、床からの高さ 300 cm の天井からひもでつり下げられている。図 1 の点線は円すいの母線を延長した直線を示しており、ライトから出た光はこの点線の内側を進んで床を円形に照らしているものとする。図 2、図 3 は、天井からつり下げたライトを示したもので、図 2 のライト A は底面の直径が 8 cm、高さが 10 cm、図 3 のライト B は底面の直径が 6 cm、高さが 10 cm の円すいの側面を用いた形状となっている。次の問 1 ～問 3 に答えなさい。

(群馬県 2020 年度 後期)

問 1 ライト A をつり下げるひもの長さが 100 cm のとき、このライトが床を照らしてできる円の直径を求めなさい。

問 2 ライト A をつり下げるひもの長さが x cm のときにこのライトが床を照らしてできる円の直径を y cm とする。 x の変域を $50 \leq x \leq 180$ とするとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) y の変域を求めなさい。

問 3 ライト A とライト B をそれぞれ天井からひもでつり下げて、ひもの長さを変えながら 2 つのライトが照らしてできる円の面積を調べた。ライト A をつり下げるひもの長さを x cm、ライト B をつり下げるひもの長さを $\frac{x}{2}$ cm としたとき、2 つのライトが照らしてできる円の面積が等しくなるような x の値を求めなさい。

図 1

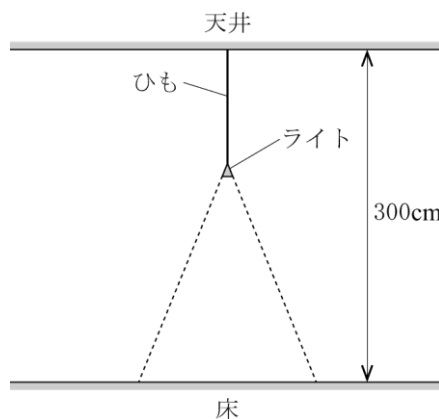


図 2

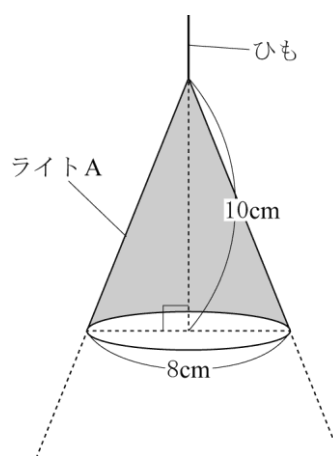
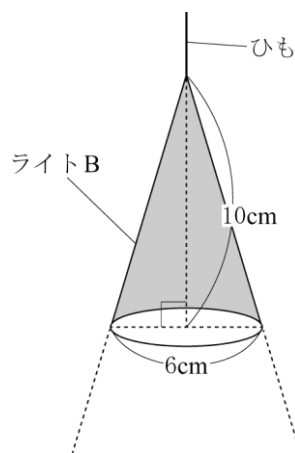


図 3



解答欄

問 1	cm	
問 2	(1)	
	(2)	
問 3	$x=$	

解答

問 1 160 (cm)

問 2

$$(1) y = -\frac{4}{5}x + 240$$

$$(2) 96 \leq y \leq 200$$

問 3 ($x =$) 120

解説

問 1

ライト A とそれをつり下げたときの光の様子を表す立面図はそれぞれ図 4, 図 5 のようになる。

ライト A を立面図としたときの二等辺三角形を $\triangle OAB$, それをつり下げたときの光の様子を立面図としたときの二等辺三角形を $\triangle OA'B'$ とし, それぞれの高さを OH , OH' とする。

$$\triangle OAB \sim \triangle OA'B' \text{ より, } OH : OH' = AB : A'B' \Rightarrow 10 : 200 = 8 : A'B' \Rightarrow A'B' = 160 \text{ (cm)}$$

よって, ライトが床を照らしてできる円の直径は 160cm である。

問 2

ライト A をつり下げたときの光の様子を表す立面図は図 6 のようになる。

(1)

問 1 と同様に, $\triangle OAB \sim \triangle OA'B'$ だから,

$$OH : OH' = AB : A'B' \Rightarrow 10 : (300 - x) = 8 : y \Rightarrow y = -\frac{4}{5}x + 240$$

(2)

$x = 50$ のとき $y = 200$, $x = 180$ のとき $y = 96$ だから,

x の変域が $50 \leq x \leq 180$ であるときの y の変域は $96 \leq y \leq 200$ である。

問 3

問 2 より, ライト A が床を照らしてできる円の直径は,

$$A'B' = -\frac{4}{5}x + 240 \text{ (cm)}$$

同様に, ライト B が床を照らしてできる円の直径について考える。

ライト B とそれをつり下げたときの光の様子を表す立面図はそれぞれ図 7, 図 8 のようになる。

ライト B を立面図としたときの二等辺三角形を $\triangle OCD$, それをつり下げたときの光の様子を立面図としたときの二等辺三角形を $\triangle OC'D'$ とし, それぞれの高さを OI , $O'I'$ とする。

$$\triangle OCD \sim \triangle OC'D' \text{ より, } OI : O'I' = CD : C'D' \Rightarrow 10 : \left(300 - \frac{x}{2}\right)$$

$$= 6 : C'D' \Rightarrow C'D' = -\frac{3}{10}x + 180 \text{ (cm)}$$

2 つのライトが照らしてできる円の面積が等しくなるということは, 円の直径が等しくなるということと同じなので,

$$A'B' = C'D' \Rightarrow -\frac{4}{5}x + 240 = -\frac{3}{10}x + 180 \Rightarrow x = 120$$

図 4

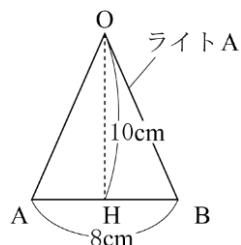


図 5

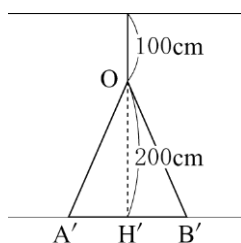


図 6

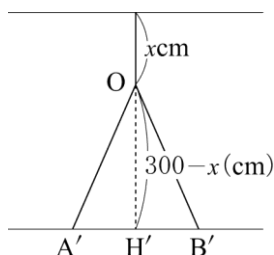


図 7

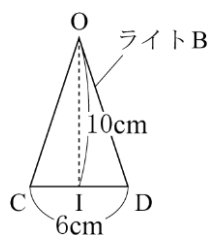
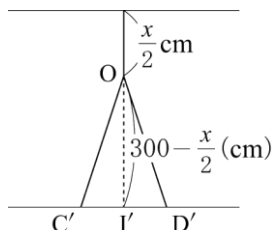


図 8



【問 7】

次は、A さんと B さんの会話です。これを読んで、下の各問に答えなさい。

(埼玉県 2020 年度)

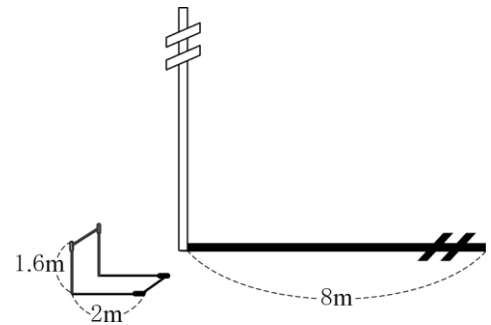
A さん 「あの電柱の高さは、直角三角形の相似の考え方を使って求められそうだね。」

B さん 「影の長さを比較して求める方法だね。」

A さん 「電柱と比較するのに、校庭の鉄棒が利用できそうだね。」

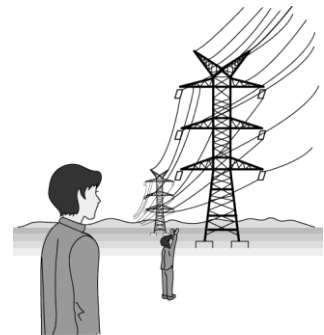
問 1 A さんと B さんが、鉄棒の高さと影の長さ、電柱の影の長さを測ったところ、鉄棒の高さは 1.6 m 、鉄棒の影の長さは 2 m 、電柱の影の長さは 8 m でした。このとき、電柱の高さを求めなさい。

ただし、影の長さは同時刻に測ったものとし、電柱と鉄棒の幅や厚みは考えないものとします。また、電柱と鉄棒は地面に対して垂直に立ち、地面は平面であるものとします。



問 2 A さんと B さんは、電柱よりも高い鉄塔の高さを求めようとしていました。しかし、障害物があり、鉄塔の影の長さを測ることができないので先生に相談しました。先生は、影の長さを測らずに高さを求める方法を以下のように説明してくれました。

ア にあてはまる値を求めなさい。

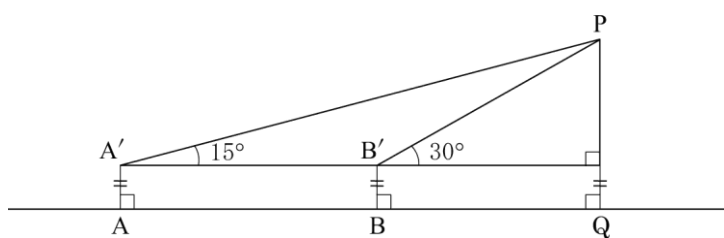


【先生の説明】

下の図のように、鉄塔の先端を点 P とし、 P から地面に垂線をひき、地面との交点を Q とします。また、 A さんの立つ位置を点 A 、 A さんの目の位置を点 A' 、 B さんの立つ位置を点 B 、 B さんの目の位置を点 B' とし、2 人は水平な地面に対して垂直に立ちます。

A さんが水平の方向に対して先端 P を見上げる角度が 15° になる位置に、 B さんが 2 点 A 、 Q を結んだ線分上で、水平の方向に対して先端 P を見上げる角度が 30° になる位置に立ち、次の長さがわかると、鉄塔の高さ PQ を求めることができます。

2 人の目の高さ AA' と BB' が等しく、 AA' が 1.5 m 、 A さんと B さんの間の距離 AB が 50 m であるとき、鉄塔の高さ PQ は ア m になります。



解答欄

問 1	m
問 2	m

解答

問 1 6.4 (m)

問 2 26.5 (m)

解説

問 1

鉄棒の高さと鉄棒の影の長さの比は、 $1.6 : 2 = 4 : 5$ これは電柱の高さと電柱の影の長さの比に等しいことから、電柱の高さを $x(\text{m})$ とすると、 $x : 8 = 4 : 5$ よって、 $5x = 32$ $x = 6.4$

問 2

右図のように直線 $A'B'$ と直線 PQ の交点を Q' とする。

四角形 $ABB'A'$ は長方形なので、 $A'B' = AB = 50\text{m}$

$\triangle PA'B'$ において、2 つの内角の和はもう 1 つの内角の外角と等しいので、 $\angle A'PB' = 15^\circ$

したがって、 $\triangle B'A'P$ は二等辺三角形となり、 $B'A' = B'P = 50\text{m}$

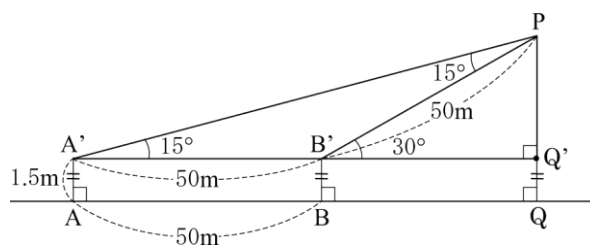
ここで、 $\triangle PB'Q'$ は $\angle PB'Q' = 30^\circ$ の直角三角形なので、

$PQ' : PB' : B'Q' = 1 : 2 : \sqrt{3}$ である。

よって、 $PQ' = PB' \times \frac{1}{2} = 50 \times \frac{1}{2} = 25\text{m}$

ゆえに、 $QQ' = AA' = 1.5\text{m}$ より、

$PQ = 25 + 1.5 = 26.5\text{m}$



【問 8】

次は、A さんと B さんの会話です。これを読んで、下の各問に答えなさい。

(埼玉県 2020 年度)

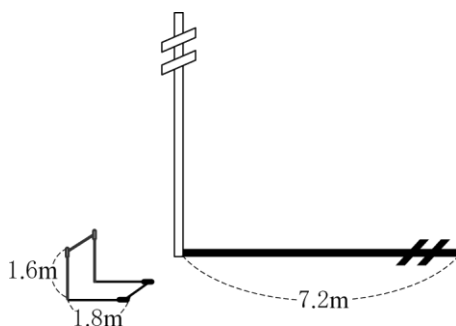
A さん 「あの電柱の高さは直角三角形の相似の考え方を使って求められそうだね。」

B さん 「影の長さを比較して求める方法だね。」

A さん 「電柱と比較するのに、校庭の鉄棒が利用できそうだね。」

問 1 A さんと B さんが、鉄棒の高さと影の長さ、電柱の影の長さを測ったところ、鉄棒の高さは 1.6 m、鉄棒の影の長さは 1.8 m、電柱の影の長さは 7.2 m でした。このとき、電柱の高さを求めなさい。

ただし、影の長さは同時刻に測ったものとし、電柱と鉄棒の幅や厚みは考えないものとします。
また、電柱と鉄棒は地面に対して垂直に立ち、地面は平面であるものとします。



問 2 A さんと B さんは、電柱よりも高い鉄塔の高さを求めようとしていましたが、障害物があり、鉄塔の影の長さを測ることができませんでした。

そこで、A さん、B さん、鉄塔がこの順に一直線上になるような位置で、A さんと B さんが離れて立ち、水平の方向に対して鉄塔の先端を見上げる角度を測りました。



A さんの目の位置から鉄塔の先端を見上げる角度は 15° 、B さんの目の位置から鉄塔の先端を見上げる角度は 30° とし、A さん、B さんの目の高さを 1.5 m、A さんと B さんの間の距離を 50 m とするとき、鉄塔の高さを求めなさい。

ただし、A さん、B さん、鉄塔は水平な同じ平面上に垂直に立っているものとし、それぞれの幅や厚みは考えないものとします。

解答欄

問 1	m
問 2	m

解答

問 1 6.4 (m)

問 2 26.5 (m)

解説

問 2

右図のように直線 $A'B'$ と直線 PQ の交点を Q' とする。

四角形 $ABB'A'$ は長方形なので、 $A'B' = AB = 50\text{m}$

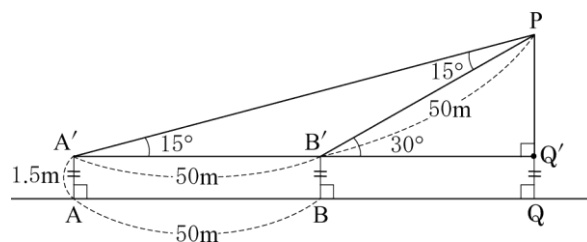
$\triangle PA'B'$ において、2 つの内角の和はもう 1 つの内角の外角と等しいので、 $\angle A'PB' = 15^\circ$

したがって、 $\triangle B'A'P$ は二等辺三角形となり、 $B'A' = B'P = 50\text{m}$

ここで、 $\triangle PB'Q'$ は $\angle PB'Q' = 30^\circ$ の直角三角形なので、 $PQ' : PB' : B'Q' = 1 : 2 : \sqrt{3}$ の 3 辺の比を持つ。

よって、 $PQ' = PB' \times \frac{1}{2} = 50 \times \frac{1}{2} = 25\text{m}$

ゆえに、 $QQ' = AA' = 1.5\text{m}$ より、 $PQ = 25 + 1.5 = 26.5\text{m}$



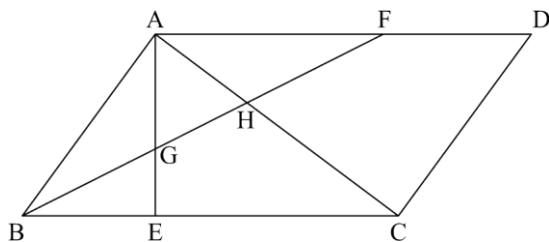
【問 9】

右の図 3 のような平行四辺形 ABCD があり、辺 BC 上に点 E を辺 BC と線分 AE が垂直に交わるようにとり、辺 AD 上に点 F を $AB=AF$ となるようにとる。

また、線分 BF と線分 AE との交点を G、線分 BF と線分 AC との交点を H とする。

$AB=15\text{ cm}$ 、 $AD=25\text{ cm}$ 、 $\angle BAC=90^\circ$ のとき、三角形 AGH の面積を求めなさい。

図 3



(神奈川県 2020 年度)

解答欄

cm^2

解答

$$\frac{45}{2} \text{ cm}^2$$

解説

$AB=AF$ より、 $AF=15\text{cm}$

平行線の錯角は等しいことから、 $\triangle HAF \sim \triangle HCB$

対応する辺の比は等しいことから、 $HF:HB=AF:CB=15:25=3:5 \cdots \textcircled{1}$

また、 $\angle BEA=\angle BAC=90^\circ$ 、 $\angle ABE$ は共通なので、 $\triangle ABE \sim \triangle CBA$ とわかり、

$AB:BE=CB:BA$ すなわち、 $15:BE=25:15$

ゆえに、 $BE=9\text{cm}$

よって、 $\triangle GAF \sim \triangle GEB$ より、 $GF:GB=AF:EB=15:9=5:3 \cdots \textcircled{2}$

以上、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より、 $BG:GH:HF=3:2:3$ とわかる。

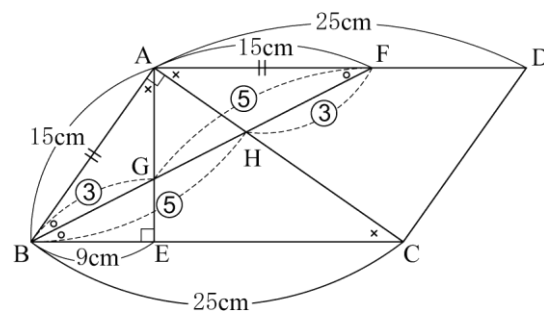
さらに、 $\triangle ABE$ において、三平方の定理より、

$AE=\sqrt{225-81}=12\text{ (cm)}$ なので、

$$\triangle AGH = \triangle ABF \times \frac{2}{3+2+3} = \left(15 \times 12 \times \frac{1}{2}\right) \times \frac{2}{8}$$

$$= 90 \times \frac{1}{4}$$

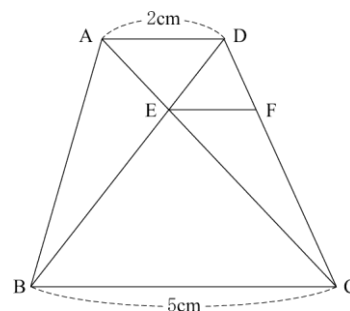
$$= \frac{45}{2} (\text{cm}^2)$$



【問 10】

右の図のような， $AD=2\text{ cm}$ ， $BC=5\text{ cm}$ ， $AD \parallel BC$ である台形 $ABCD$ があり，対角線 AC ， BD の交点を E とする。点 E から，辺 DC 上に辺 BC と線分 EF が平行となる点 F をとるとき，線分 EF の長さを答えなさい。

(新潟県 2020 年度)



解答欄

cm

解答

$$\frac{10}{7} \text{ cm}$$

解説

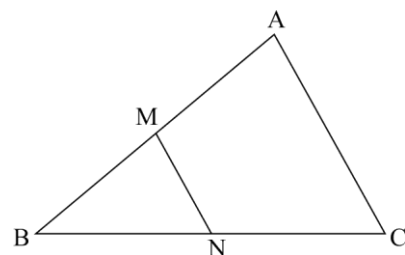
$\triangle ADE \sim \triangle CBE$ より， $AE : CE = 2 : 5$ である。よって， $CE : CA = 5 : 7$ であり
 $\triangle EFC \sim \triangle ADC$ に注目すると

$$EF : AD = CE : CA = 5 : 7 \quad EF = \frac{10}{7} (\text{cm})$$

【問 11】

図 4 は、 $\triangle ABC$ の辺 AB 、 BC の中点を、それぞれ M 、 N とし、これらを直線で結んだものである。

図 4



(長野県 2020 年度)

- (1) $\angle A = 80^\circ$ のとき、 $\angle BMN$ の大きさを求めなさい。

- (2) 点 C を通り、辺 AB に平行な直線をひき、直線 MN との交点を P とし、四角形 $AMPC$ をつくる。

$AB = 8 \text{ cm}$ 、 $AC = 6 \text{ cm}$ のとき、四角形 $AMPC$ の周の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	°
(2)	cm

解答

(1) 80°

(2) 20 (cm)

解説

(2)

仮定より $AB \parallel CP \dots \textcircled{1}$

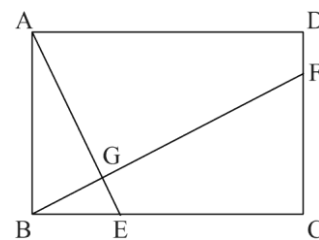
また、 M 、 N はそれぞれ辺 AB 、 BC の中点なので、 $\triangle ABC$ において中点連結定理により、 $MN \parallel AC \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ より、2 組の対辺がそれぞれ平行だから、四角形 $AMPC$ は平行四辺形である。

よって、周の長さは $2(AM + AC) = 2 \times (4 + 6) = 20 \text{ (cm)}$

【問 12】

図で、四角形 $ABCD$ は長方形である。 E , F はそれぞれ辺 BC , DC 上の点で、 $EC=2BE$, $FC=3DF$ である。また、 G は線分 AE と FB との交点である。



$AB=4\text{ cm}$, $AD=6\text{ cm}$ のとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(愛知県 A 2020 年度)

- (1) 線分 AG の長さは線分 GE の長さの何倍か、求めなさい。

- (2) 3 点 A , F , G が周上にある円の面積は、3 点 E , F , G が周上にある円の面積の何倍か、求めなさい。

解答欄

(1)	倍
(2)	倍

解答

(1) 4 倍

(2) $\frac{37}{25}$ 倍

解説

(1)

直線 BF と直線 AD の交点を H とする。

FC=3DF すなわち DF : CF = 1 : 3, DH // BC より,

△FDH と △FCB において平行線と線分の比から,

DH : CB = 1 : 3 ⇒ DH : 6 = 1 : 3 ⇒ DH = 2 (cm)

⇒ AH = 8 (cm)

EC = 2BE すなわち BE = $\frac{1}{3}$ BC = 2 (cm)

よって AH : BE = 4 : 1

また, AH // BE より, △AGH と △EGB において

平行線と線分の比から, AG : EG = 4 : 1

よって, 線分 AG の長さは線分 GE の長さの 4 倍である。

(2)

直角三角形 ABE において三平方の定理により, $AE^2 = AB^2 + BE^2 = 4^2 + 2^2 = 20$

⇒ AE > 0 より, AE = $2\sqrt{5}$ (cm) (1)より, AG : GE = 4 : 1 だか

ら, AG = $\frac{4}{5}AE = \frac{8\sqrt{5}}{5}$ (cm)

直角三角形 ABH において三平方の定理により, $BH^2 = AB^2 + AH^2 = 4^2 + 8^2 = 80$ ⇒ BH > 0 より, BH = $4\sqrt{5}$ (cm)

AH // BE より, △AGH と △EGB において平行線と線分の比から

HG : BG = AG : EG = 4 : 1 だから, HG = $\frac{4}{5}BH = \frac{16\sqrt{5}}{5}$ (cm)

ここで, △AGH において, $AG^2 + HG^2 = \left(\frac{8\sqrt{5}}{5}\right)^2 + \left(\frac{16\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 64 =$

AH² だから,

三平方の定理の逆により, △AGH は ∠AGH = 90° の直角三角形であることがわかる。

よって, 3 点 A, F, G が周上にある円は, 斜辺 AF が円の直径となる。

同様に, 3 点 E, F, G が周上にある円は, 斜辺 EF が円の直径となる。

ここで, FC = 3DF すなわち DF = $\frac{1}{4}$ DC = 1 (cm) なので, 直角三角形 ADF において三平方の定理により,

AF² = AD² + DF² = 6² + 1² = 37 ⇒ AF > 0 より, AF = $\sqrt{37}$ (cm)

また, FC = 3DF = 3 (cm), EC = 2BE = 4 (cm) なので, 直角三角形 ECF において三平方の定理により,

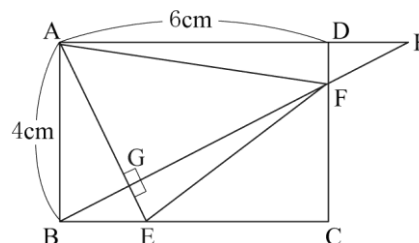
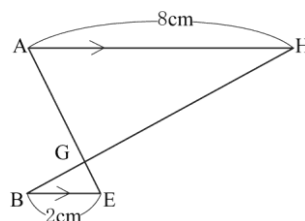
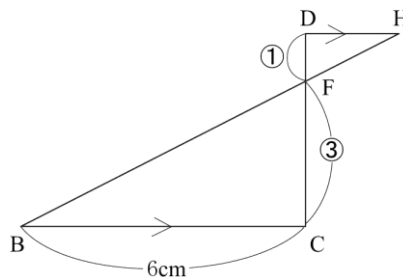
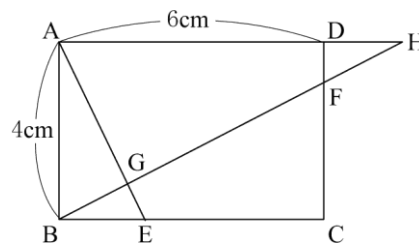
EF² = EC² + FC² = 4² + 3² = 25 ⇒ EF > 0 より, EF = 5 (cm)

以上のことから 3 点 A, F, G が周上にある円と 3 点 E, F, G が周上にある円の半径の長さの比は,

$\frac{1}{2}AF : \frac{1}{2}EF = AF : EF = \sqrt{37} : 5$ となる。

よって, 2 つの円の面積比は, AF² : EF² = 37 : 25 となるから

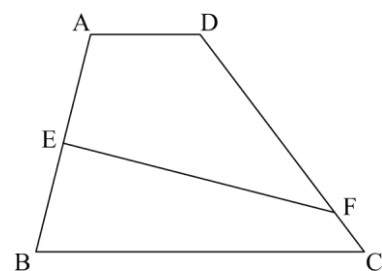
3 点 A, F, G が周上にある円の面積は, 3 点 E, F, G が周上にある円の面積の $\frac{37}{25}$ 倍である。



【問 13】

図で、四角形 $ABCD$ は、 $AD \parallel BC$ の台形である。 E は辺 AB の中点、 F は辺 DC 上の点で、四角形 $AEFD$ と四角形 $EBCF$ の周の長さが等しい。

$AD=2\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ 、 $DC=5\text{ cm}$ 、台形 $ABCD$ の高さが 4 cm のとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。



(愛知県 B 2020 年度)

- (1) 線分 DF の長さは何 cm か、求めなさい。
- (2) 四角形 $EBCF$ の面積は何 cm^2 か、求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^2

解答

(1) $\frac{9}{2}$ cm

(2) $\frac{34}{5}$ cm²

解説

(1)

四角形 AEFD と四角形 EBCF において、仮定より AE=BE、共通な辺より EF=EF だから、2 つの四角形の周の長さが等しいことより、AD+DF=BC+FC 2+DF=6+(5-DF) ⇒ DF= $\frac{9}{2}$ (cm)

(2)

図 1 のように、辺 BC 上に AB//DG となる点 G、辺 DC 上に AD//EH//BC となる点 H をとり、さらに線分 EH と線分 DG の交点を I とする。

四角形 AEID、ABGD は 2 組の対辺がそれぞれ平行なので、どちらも平行四辺形となる。よって、平行四辺形の対辺は等しいので、

AD=EI=BG=2 (cm) さらに GC=6-2=4 (cm)

また、AD//EH//BC より平行線と線分の比から

DH : DC=AE : AB=1 : 2 だから

$$DH : 5 = 1 : 2 \quad DH = \frac{5}{2}(\text{cm})$$

さらに△DGC において IH//GC より平行線と線分の比から、IH : GC = DH : DC = 1 : 2 だから、IH : 4 = 1 : 2 IH=2 (cm) EH=4 (cm)

次に、図 2 のように辺 BC 上に BC⊥DJ となる点 J をとり、線分 DJ と線分 EH の交点を K とする。さらに線分 DJ 上に LF//JC となる点 L をとる。

線分 DJ は台形 ABCD の高さだから DJ=4 (cm)

また、DH= $\frac{5}{2}$ (cm)、DF= $\frac{9}{2}$ (cm) より、HF=2 (cm)、FC= $\frac{1}{2}$ (cm)

さらに、KH//LF//JC より平行線と線分の比から、

$$DJ : KL = DC : HF \quad 4 : KL = 5 : 2 \quad KL = \frac{8}{5}(\text{cm})$$

$$DJ : KJ = DC : HC \quad 4 : KJ = 5 : \frac{5}{2} \quad KJ = 2(\text{cm})$$

ここで、△FEH の底辺を EH としたときの高さは、線分 KL の長さと等しいから、

$$\triangle FEH = 4 \times \frac{8}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{16}{5}(\text{cm}^2)$$

同様に、台形 EBCH の高さは、線分 KJ の長さと等しいから

$$(\text{台形 EBCH}) = (4+6) \times 2 \times \frac{1}{2} = 10(\text{cm}^2)$$

$$\text{よって、} (\text{四角形 EBCF}) = (\text{台形 EBCH}) - \triangle FEH = 10 - \frac{16}{5} = \frac{34}{5}(\text{cm}^2)$$

図 1

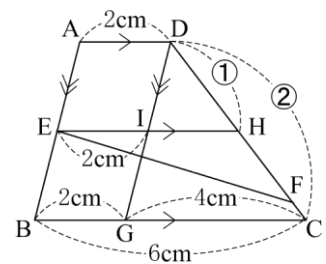
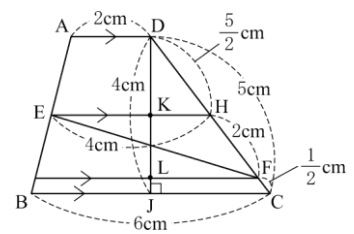
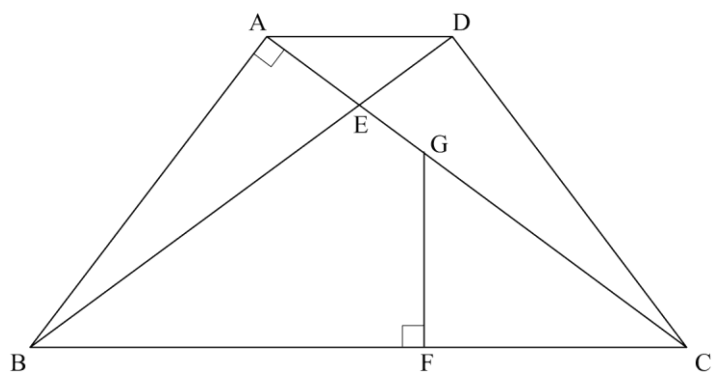


図 2



【問 14】

右の図のように、 $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ があり、 $AB=CD=6\text{ cm}$ 、 $AC=8\text{ cm}$ 、 $\angle BAC=90^\circ$ である。線分 AC と線分 BD の交点を E とする。また、辺 BC 上に点 F を、 $BF:FC=3:2$ となるようにとり、線分 AC 上に点 G を $\angle BFG=90^\circ$ となるようにとる。このとき、次の問 1～問 3 に答えよ。



(京都府 2020 年度 中期)

問 1 点 A と辺 BC との距離を求めよ。また、辺 AD の長さを求めよ。

問 2 $AG:GC$ を最も簡単な整数の比で表せ。

問 3 $\triangle DEG$ の面積を求めよ。

解答欄

問 1	距離	cm
	$AD=$	cm
問 2	$AG:GC=$	:
問 3		cm^2

解答

問 1

距離 $\frac{24}{5}$ cm

$AD = \frac{14}{5}$ cm

問 2 $AG : GC = 3 : 5$

問 3 $\frac{21}{20}$ cm²

解説

問 1

$$BC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

A から BC に下ろした垂線と BC との交点を点 H とすると、
 $\triangle ABC \sim \triangle HBA$ であるから、

$$BC : AC = BA : HA = 5 : 4$$

$$\text{よって、} HA = BA \times \frac{4}{5} = 6 \times \frac{4}{5} = \frac{24}{5}$$

$$\text{同様に、} BH = BA \times \frac{3}{5} = 6 \times \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$$

$AD \parallel BC$ の台形 ABCD なので、

$$AD = BC - BH \times 2 = 10 - \frac{18}{5} \times 2 = \frac{14}{5}$$

問 2

E から BC に下ろした垂線と BC との交点を点 I とすると、

$$HI = BI - BH = 5 - \frac{18}{5} = \frac{7}{5}$$

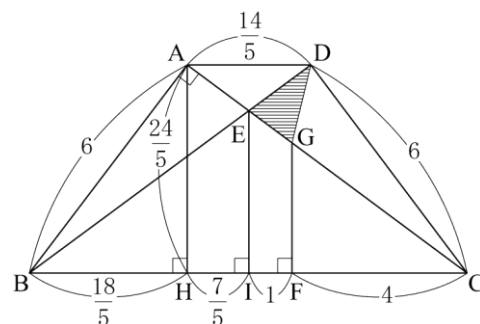
$$IF = CI - CF = 5 - 4 = 1$$

$$\text{ゆえに、} AG : GC = HF : FC = \left(\frac{7}{5} + 1\right) : 4 = \frac{12}{5} : 4 = 3 : 5$$

問 3

$$\text{問 2 より、} AE : EG : GC : AC = HI : IF : FC : HC = \frac{7}{5} : 1 : 4 : \frac{32}{5} = 7 : 5 : 20 : 32$$

$$\text{ゆえに、} (\triangle DEG \text{ の面積}) = (\triangle ACD \text{ の面積}) \times \frac{EG}{AC} = \frac{1}{2} \times \frac{14}{5} \times \frac{24}{5} \times \frac{5}{32} = \frac{21}{20}$$



【問 15】

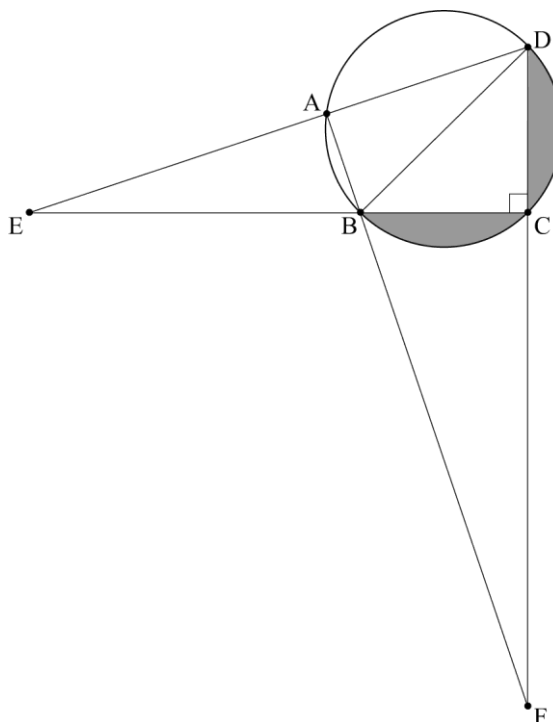
右の図において、4 点 A, B, C, D を通る円があり、直線 DA と直線 CB は点 E で、直線 AB と直線 DC は点 F で、それぞれ交わっている。

また、 $\angle BCD = 90^\circ$ 、 $BC = CD = 2 \text{ cm}$ 、 $EB : BC = 2 : 1$ とする。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2020 年度)

図



問 1 この円の直径を求めなさい。

問 2 $\angle ABE$ と大きさが等しい角を、次のア～オから 2 つ選び、記号で答えなさい。

ア $\angle DAB$

イ $\angle ABD$

ウ $\angle EDC$

エ $\angle DBC$

オ $\angle CBF$

問 3 線分 AB の長さを求めなさい。

問 4 図の色のついた部分 (灰色部分) を、直線 BD を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

問 5 3 点 A, C, E を通る円を円 P とする。円 P の直径を求めなさい。

解答欄

問 1	cm	
問 2		
問 3	cm	
問 4	cm^3	
問 5	cm	

解答

問1 $2\sqrt{2}$ cm

問2 ウオ

問3 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ cm

問4 $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$ cm³

問5 $6\sqrt{2}$ cm

解説

問1

$\angle BCD=90$ 度だから、BD は直径である。BC=CD=2cm だから、 $\triangle BCD$ についての三平方の定理より、 $BD=\sqrt{2}BC=2\sqrt{2}$ (cm)

問2

対頂角は等しいから、 $\angle CBF=\angle ABE$ (オ)

BD は直径だから、半円の弧に対する円周角より、 $\angle BAD=90$ 度 よって、 $\angle BAE=90$ 度

$\triangle ABE$ において、 $\angle ABE+\angle E=90$ (度)…①

$\triangle ECD$ において、 $\angle ECD=90$ 度より、 $\angle E+\angle EDC=90$ (度)…② ①、②より、 $\angle ABE=\angle EDC$ (ウ)

問3

EB : BC=2 : 1 より、EB=4cm だから、CE=6cm

$\triangle BCF$ と $\triangle DCE$ において、仮定より、 $\angle BCF=\angle DCE$ BC=DC 問2 より、 $\angle CBF=\angle CDE$

1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle BCF\equiv\triangle DCE$ よって、CF=CE=6cm

$\triangle BCF$ についての三平方の定理より、 $BF=DE=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$ (cm)

また、 $\angle AEB=\angle CED$ 、問2 より $\angle BAE=\angle DCE$ だから、 $\triangle ABE\sim\triangle CDE$

よって、BE : DE=AB : CD $4 : 2\sqrt{10}=AB : 2$ $AB=\frac{2\sqrt{10}}{5}$ cm

問4

回転体は右図のようになる。BD を直径とする球から底面の直径が BD である円錐 2 つ分を取り除いた部分の体積が、求める体積である。よって、問1 より

$$\frac{4}{3}\pi(2\sqrt{2}\div 2)^3 - 2 \times \frac{1}{3}\pi(2\sqrt{2}\div 2)^2 \times (2\sqrt{2}\div 2)$$

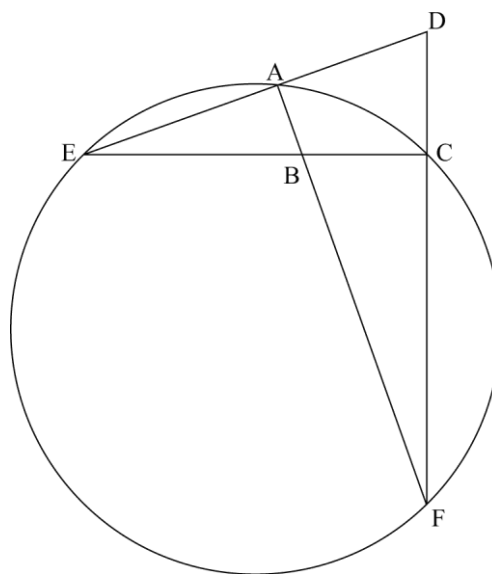
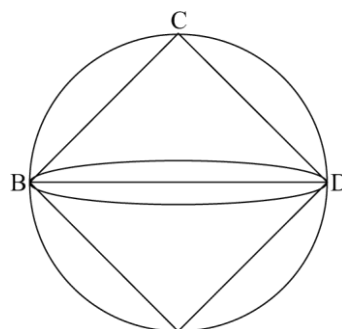
$$= \frac{4}{3}\pi(\sqrt{2})^3 - \frac{2}{3}\pi(\sqrt{2})^3 = \frac{2}{3}\pi(\sqrt{2})^3 = \frac{2}{3}\pi \times 2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

問5

問3 より、 $\triangle BCF\equiv\triangle DCE$ だから $\angle BFC=\angle DEC$

直線 AC について 2 点 E, F は同じ側にあるから、円周角の定理の逆より、4 点 E, A, C, F は同一円の円周上の点である。3 点 A, C, E はこの円の円周上の点だから、4 点 E, A, C, F が円周上にある円が、円 P である。

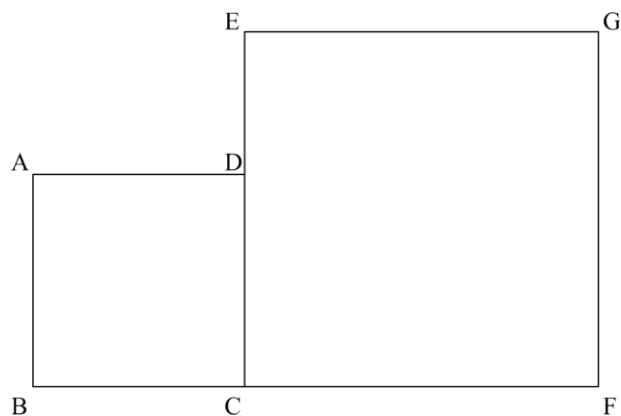
問3 より、CE=CF=6cm で $\angle ECF=90$ 度だから、EF は円 P の直径となり、 $\triangle ECF$ についての三平方の定理より、 $EF=\sqrt{2}EC=6\sqrt{2}$ (cm)



【問 16】

下の図のように、1 辺の長さが 3 cm の正方形 ABCD と、1 辺の長さが 5 cm の正方形 ECFG があり、点 D は辺 EC 上にあります。7 つの点 A, B, C, D, E, F, G から 2 点を選び、その 2 点を結んでできる線分の中で、長さが $\sqrt{73}\text{cm}$ になるものを答えなさい。

(広島県 2020 年度)



解答欄

解答

線分 AF

解説

三平方の定理を用いて、各頂点間の長さを求める。

頂点 A, F を結んで直角三角形 ABF をつくり、三平方の定理を用いると

線分 AF の長さは $AF^2 = AB^2 + BF^2 = 3^2 + 8^2 = 73$ $AF > 0$ より、 $AF = \sqrt{73}(\text{cm})$ であることがわかるので、正解は線分 AF である。

【問 17】

今年開催される東京オリンピック・パラリンピックに T 中学校出身の選手が出場することになり，その選手が出場する競技のテレビ中継を，中学校のある地域の人たちと T 中学校の体育館を会場として観戦することになった。

そこで，T 中学校では，オリンピック・パラリンピックについての調べ学習や，観戦のための準備をすることにした。

次の問 1，問 2 に答えなさい。

(山口県 2020 年度)

問 1 A さんのクラスでは，調べ学習を行う時間に，オリンピック・パラリンピックのメダルについて考えることになった。

次の (1)，(2) に答えなさい。

(1) 今回の東京オリンピック・パラリンピックの際に

表 1

授与されるメダルについて調べたところ，不要となって回収された小型家電から金属を取り出して作られることがわかった。表 1 は，小型家電のうち，携帯電話とノートパソコンのそれぞれ 1 台あたりにふくまれる金と銀の平均の重さを示したものである。

	金	銀
携帯電話	0.05g	0.26g
ノートパソコン	0.30g	0.84g

また，T 市で回収された携帯電話とノートパソコンから，合計で金 190 g，銀 700 g が取り出されたことがわかった。

このとき，T 市で回収された携帯電話を x 台，ノートパソコンを y 台として連立方程式をつくり，携帯電話，ノートパソコンの台数をそれぞれ求めなさい。

(2) 過去のオリンピックにおける日本のメダル獲得数を調べたところ，金メダルの獲得数が 10 個以上であった大会が 6 回あることがわかった。

表 2 は，その 6 回の大会①～⑥における金，銀，銅メダルの獲得数についてまとめたものである。表 2 中の a ， b にあてはまる数を求めなさい。

表 2

	①	②	③	④	⑤	⑥	最大値	中央値	最小値
金メダル	12	16	10	a	13	11	16	12.5	10
銀メダル	8	9	8	5	8	7	9	8	5
銅メダル	21	12	14	b	8	7	21	10	7
合計	41	37	32	29	29	25			

問2 Aさんのクラスでは、会場づくりについて考えることになった。

次の(1)、(2)に答えなさい。

- (1) 体育館に設置する大型スクリーンを白い布で作ることを考えた。

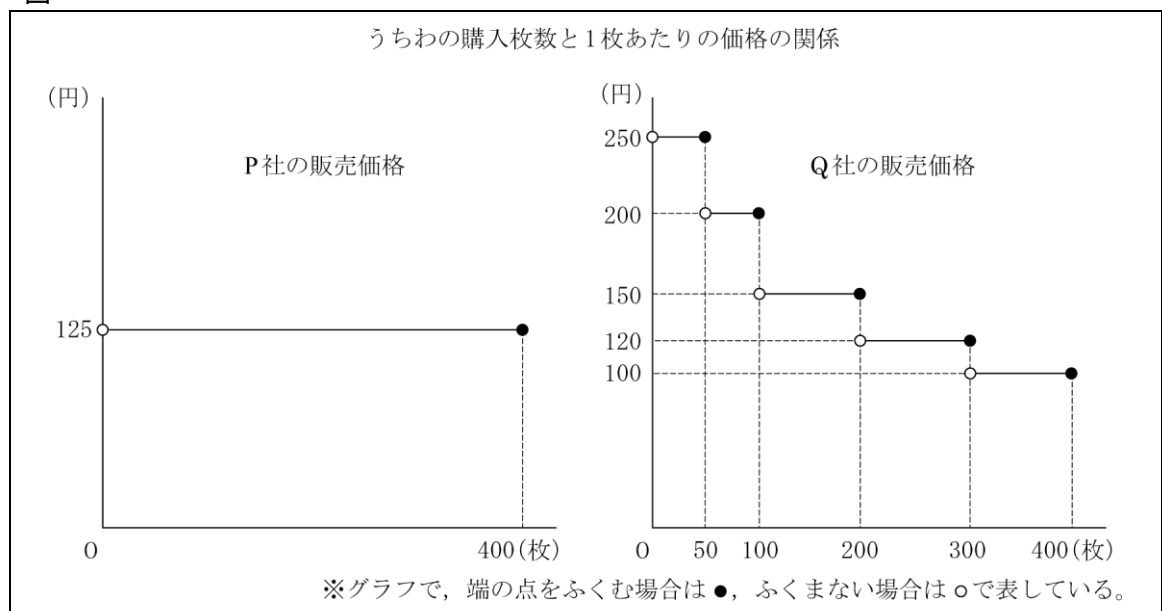
教室にある長方形のスクリーンを調べたところ、横と縦の長さの比が $16:9$ で、横の長さが 2 m であった。

教室にある長方形のスクリーンと形が相似で、面積が 8 倍の大型スクリーンを作るとき、縦の長さは何 m にすればよいか。求めなさい。

- (2) 体育館で観戦する人に応援用のうちわを配ることを考えた。うちわを販売している P 社、Q 社の 2 つの会社の販売価格を調べたところ、P 社は購入枚数にかかわらず 1 枚あたり 125 円であり、Q 社は購入枚数に応じて価格が 5 種類設定されており、例えば、80 枚購入すれば 80 枚すべてが 200 円で購入できる。図は、400 枚以下の購入枚数と 1 枚あたりの価格の関係をグラフに表したものである。

3 万円でできるだけ多くのうちわを購入することを考える。図をもとに、より多くのうちわを購入できるのは P 社、Q 社のどちらか答え、そのときに購入できるうちわの最大枚数を求めなさい。

図



解答欄

問 1	(1)	式 $\left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right.$	
		携帯電話 1400 台, ノートパソコン 400 台	
	(2)	$\boxed{a}$	
		$\boxed{b}$	
問 2	(1)	$\frac{9\sqrt{2}}{4}$ m	
	(2)	Q 社, 最大 250 枚	

解答

問 1

(1)

$$\text{式} \begin{cases} 0.05x + 0.30y = 190 \\ 0.26x + 0.84y = 700 \end{cases}$$

携帯電話 1400 台, ノートパソコン 400 台

(2)

$$\boxed{a} \quad 16$$

$$\boxed{b} \quad 8$$

問 2

(1) $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ m

(2) Q 社, 最大 250 枚

解説

問 1

(2)について, 銅メダルの獲得数から $b=7$ または $b=8$ であり,

④の合計数から $a+b=24$ であるので

$(a, b) = (17, 7), (16, 8)$ が考えられるが

金メダルの獲得数から $a=17$ は不適であるので, $(a, b) = (16, 8)$

問 2

(1)について, 教室にあるスクリーンの縦の長さは $2 \times \frac{9}{16} = \frac{9}{8}$ であり,

教室にあるスクリーンと体育館のスクリーンの面積比が $1:8$ より, 相似比は $1:\sqrt{8}=1:2\sqrt{2}$

ゆえに, 体育館のスクリーンの縦の長さは, $\frac{9}{8} \times 2\sqrt{2} = \frac{9\sqrt{2}}{4}$ (m)

【問 18】

ゆうとさんは、図 1 のような 8 人用テントを使うことになった。8 人用テントの底面のシートは、図 2 のように正八角形で、対角線 AB の長さは 5 m である。テントの底面のシートを、図 2 のように対角線で分けて 8 人で使うとき、1 人分の面積は何 m^2 か、求めなさい。

(徳島県 2020 年度)

図 1

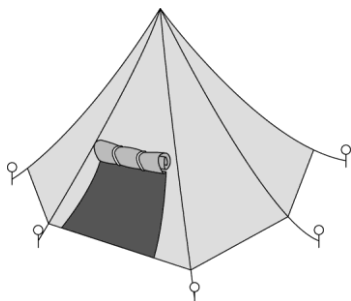
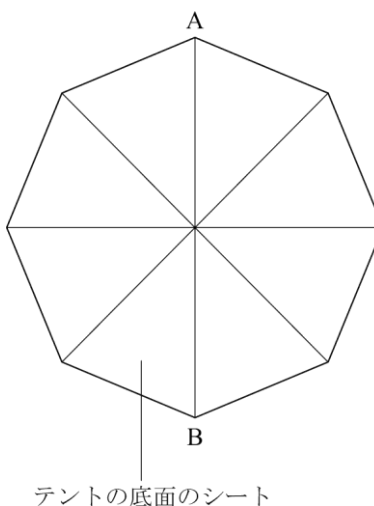


図 2



解答欄

m^2

解答

$$\frac{25\sqrt{2}}{16} \text{ (m}^2\text{)}$$

解説

右図のように、4 本の対角線の交点を O とし、1 人分の底面を $\triangle AOC$ とする。

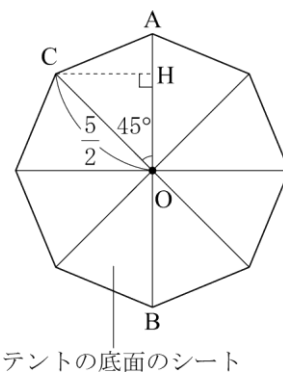
$$AO = CO = \frac{1}{2}AB = \frac{5}{2} \text{ (m)}.$$

また、 $\angle AOC = \frac{1}{8} \times 360^\circ = 45^\circ$ なので、 $\triangle AOC$ において頂点 C から

辺 AO へ垂線 CH をおろすと、 $\triangle COH$ は直角二等辺三角形となる。

$$\text{よって、} CH : CO = 1 : \sqrt{2} \Rightarrow CH : \frac{5}{2} = 1 : \sqrt{2} \Rightarrow CH = \frac{5\sqrt{2}}{4} \text{ (m)}$$

$$\text{したがって、} \triangle AOC = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{5\sqrt{2}}{4} = \frac{25\sqrt{2}}{16} \text{ (m}^2\text{)}$$

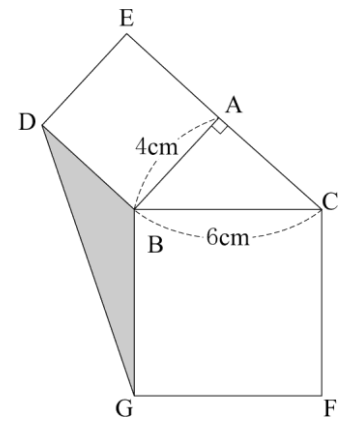


【問 19】

右の図のように、 $\angle BAC=90^\circ$ の直角三角形ABCがあり、辺ABを1辺にもつ正方形ABDEと、辺BCを1辺にもつ正方形BCFGを、それぞれ直角三角形ABCの外側につくる。また、点Dと点Gを結ぶ。

AB=4 cm、BC=6 cm であるとき、 $\triangle BDG$ の面積は何 cm^2 か。

(香川県 2020 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$4\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

解説

DBの延長線上に $DH \perp GH$ となる点Hをとる。

$\triangle ABC$ と $\triangle HBG$ において、 $BC=BG \cdots \textcircled{1}$ 、 $\angle BAC=\angle BHG=90^\circ \cdots \textcircled{2}$

$\triangle ABC$ における内角の和より、 $\angle ABC+\angle ACB=90^\circ \cdots \textcircled{3}$

また $\angle ABH=90^\circ$ より、 $\angle ABC+\angle CBH=90^\circ$ だから、

$\textcircled{3}$ より $\angle ACB=\angle CBH \cdots \textcircled{4}$

さらに $\angle CBG=90^\circ$ より、 $\angle CBH+\angle HBG=90^\circ$ だから、

$\textcircled{4}$ より $\angle ACB+\angle HBG=90^\circ$ よって $\textcircled{3}$ より、 $\angle ABC=\angle HBG \cdots \textcircled{5}$

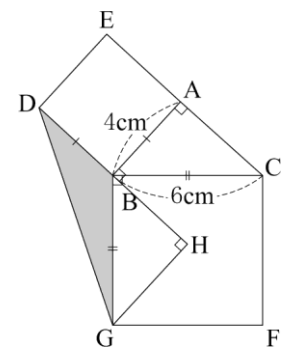
$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ 、 $\textcircled{5}$ より、直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから、

$\triangle ABC \equiv \triangle HBG$

よって、 $AC=HG$ であり、 $\triangle ABC$ に関する三平方の定理より、 $AC=$

$$\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{36-16}=2\sqrt{5}(\text{cm})$$

つまり、 $HG=2\sqrt{5}(\text{cm})$ だから、 $\triangle BDG=DB \times HG \times \frac{1}{2}=4 \times 2\sqrt{5} \times \frac{1}{2}=4\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

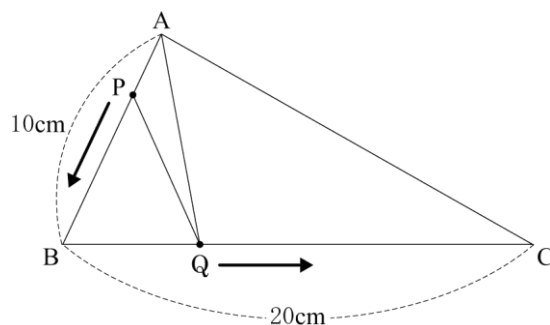


【問 20】

右の図のような△ABC があり，AB=10 cm，BC=20 cm で，△ABC の面積は 90 cm^2 である。

点 P は、点 A を出発して、毎秒 1 cm の速さで、辺 AB 上を点 B まで動く点である。点 Q は、点 P が点 A を出発するのと同時に点 B を出発して、毎秒 2 cm の速さで、辺 BC 上を点 C まで動く点である。

これについて、次の(1)～(3)の問いに答えよ。



(香川県 2020 年度)

- (1) 点 P が点 A を出発してから 3 秒後にできる $\triangle ABQ$ の面積は何 cm^2 か。
- (2) 点 P が点 A を出発してから x 秒後にできる $\triangle APQ$ の面積は何 cm^2 か。 x を使った式で表せ。
- (3) $0 < x \leq 9$ とする。点 P が点 A を出発してから x 秒後にできる $\triangle APQ$ の面積に比べて、その 1 秒後にできる $\triangle APQ$ の面積が 3 倍になるのは、 x の値がいくらのときか。 x の値を求める過程も、式と計算を含めて書け。

解答欄

[illegible]

解答

(1) 27 cm^2

(2) $\frac{9}{10} x^2 \text{ cm}^2$

(3)

x の値を求める過程

(2)の結果から、 x 秒後にできる $\triangle APQ$ の面積は

$\frac{9}{10} x^2 \text{ cm}^2$ である。

その1秒後にできる $\triangle APQ$ の面積は

$90 \times \frac{2(x+1)}{20} \times \frac{(x+1)}{10} = \frac{9}{10} (x+1)^2 \text{ cm}^2$ である。

したがって、 $\frac{9}{10} x^2 \times 3 = \frac{9}{10} (x+1)^2$

整理すると、 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ よって、 $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$

$0 < x \leq 9$ だから、 $x = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ は問題にあうが、

$x = \frac{1 - \sqrt{3}}{2}$ は問題にあわない。

答 x の値 $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

解説

(1)

$BQ = 2 \times 3 = 6 \text{ (cm)}$ だから、 $\triangle ABQ = \frac{6}{20} \triangle ABC = 27 \text{ (cm}^2\text{)}$

(2)

$AP = x \text{ (cm)}$ 、 $BQ = 2x \text{ (cm)}$ だから、 $\triangle APQ = \frac{x}{10} \triangle ABQ = \frac{x}{10} \times \frac{2x}{20} \triangle ABC = \frac{9}{10} x^2 \text{ (cm}^2\text{)}$

【問 21】

ある遊園地で、太郎さんたちは下の図 1 のような観覧車に乗った。その観覧車には、ゴンドラ 24 台が、半径 20 m の円の円周上に等間隔で設置されており、ゴンドラは、一定の速さで円周上を動き、16 分かけて 1 周する。下の図 2 は、この観覧車を模式的に表したものである。乗客は、地面からの高さが 5 m である点 P からゴンドラに乗り、ゴンドラが 1 周したのち、点 P で降りる。また、点 P は、円周上の最も低い位置にある。

図 1

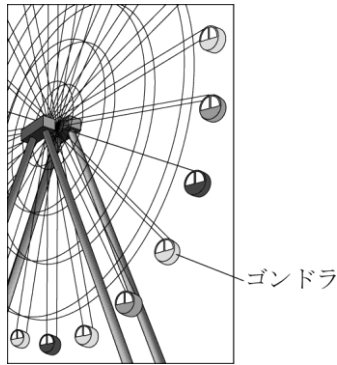
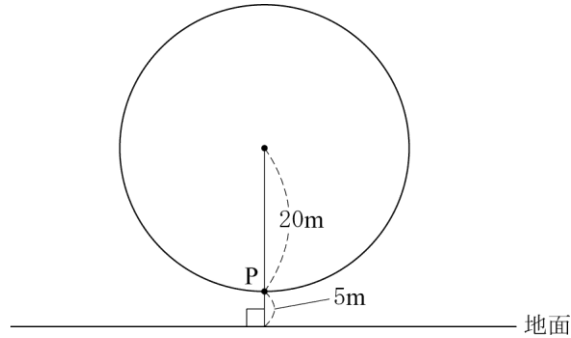


図 2



このとき、次の問いに答えなさい。ただし、ゴンドラの大きさは考えないものとする。(円周率は π を用いること。)

(愛媛県 2020 年度)

問 1 太郎さんがゴンドラに乗ってからの 4 分間で、太郎さんが乗っているゴンドラが円周上を動いてできる弧の長さを求めよ。

問 2 花子さんは、太郎さんが乗っているゴンドラの 8 台あとのゴンドラに乗った。

(1) 花子さんがゴンドラに乗ったのは、太郎さんがゴンドラに乗ってから何分後か求めよ。

(2) しばらくして、太郎さんが乗っているゴンドラと花子さんが乗っているゴンドラの、地面からの高さが同じになった。このときの地面からの高さを求めよ。

問 3 まことさんは、太郎さんが乗っているゴンドラの n 台あとのゴンドラに乗った。太郎さんがゴンドラに乗ってから t 分後に、太郎さんが乗っているゴンドラとまことさんが乗っているゴンドラの、地面からの高さが同じになった。このとき、 t を n の式で表せ。ただし、 n は 24 より小さい自然数とする。

解答欄

問 1	m	
問 2	(1)	分後
	(2)	m
問 3	$t=$	

解答

問 1 10π (m)

問 2

(1) $\frac{16}{3}$ (分後)

(2) 35 (m)

問 3 $(t=\frac{1}{3}n+8$

解説

問 2

(1)

ゴンドラの数 は 24 台だから、太郎さんと花子さんが乗っているゴンドラは、

$\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$ (周)だけ離れている。

よって、 $16\times\frac{1}{3}=\frac{16}{3}$ (分後)

(2)

右図で、観覧車の円の中心を O 、太郎さんが乗っているゴンドラの地点を A 、花子さんが乗っているゴンドラの地点を B とする。

2 人の乗っているゴンドラは $\frac{1}{3}$ 周だけ離れているから、 $\angle AOB=360^\circ\times\frac{1}{3}=120^\circ$

高さが同じ 2 台のゴンドラの P 地点からの距離は等しいから、 $\angle AOP=\angle BOP$ より、

$\angle AOP=\frac{1}{2}(360^\circ-\angle AOB)=\frac{1}{2}(360^\circ-120^\circ)=120^\circ$

点 O を通り地面に平行な直線をひき、点 A からひいた垂線との交点を C とすると
 $\angle AOC=\angle AOP-90^\circ=120^\circ-90^\circ=30^\circ$

したがって、 $\triangle AOC$ において、 $AO:CA=2:1$ だから、 $CA=20\times\frac{1}{2}=10$ (m)

2 人の乗っているゴンドラの地面からの高さは、 $5+20+10=35$ (m)

問 3

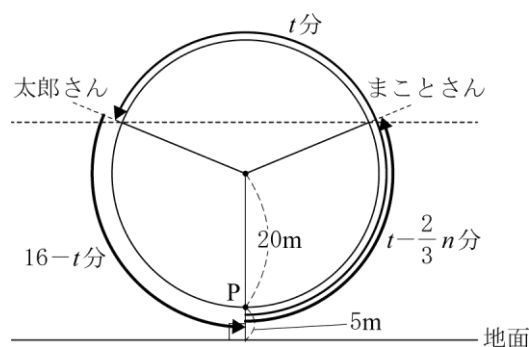
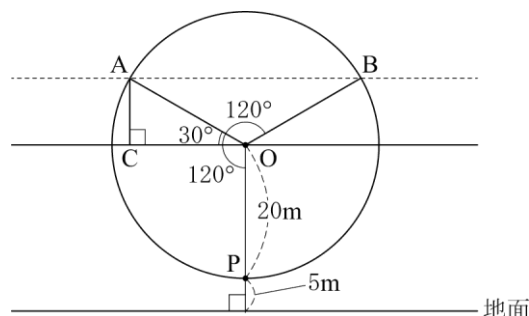
高さが同じ 2 台のゴンドラの P 地点からの距離は等しいから、太郎さんが乗っているゴンドラの地点から P 地点までにかかる時間と、 P 地点からまことさんが乗っているゴンドラの地点までにかかる時間は等しい。

ゴンドラが 1 周するのにかかる時間は 16 分、太郎さんがゴンドラに乗っている時間は t 分だから、太郎さんのゴンドラから P 地点までの時間は、 $16-t$ (分)。

太郎さんとまことさんが乗っているゴンドラは $\frac{n}{24}$ 周だけ離れているから、 P 地点からまことさんのゴンドラの地点までの時間は、

$t-16\times\frac{n}{24}=t-\frac{2}{3}n$ (分)

したがって、 $16-t=t-\frac{2}{3}n$ より、 $t=\frac{1}{3}n+8$



【問 22】

図 1 のように、円 O の周上に 3 点 A , B , C をとり、三角形 ABC をつくる。半径 OB と辺 BC でできる $\angle OBC$ を $\angle x$ とする。また、弧 BC に対する円周角 $\angle BAC$ を $\angle y$ とする。このとき、下の問 1・問 2 に答えなさい。

(高知県 A 2020 年度)

問 1 $\angle y$ は鋭角とする。このとき、 $\angle x$ と $\angle y$ の関係は、 $\angle x + \angle y = 90^\circ$ という式で表すことができる。このことを説明するために、図 2 のように、線分 BD が直径となるような点 D を円 O の周上にとり、点 C と点 D を結ぶ。

$\angle x + \angle y = 90^\circ$ が成り立つ理由を、図 2 を用いて言葉と式で説明せよ。

問 2 $\angle y$ を鈍角とすると、図 1 の三角形 ABC は、図 3 のようになる。このとき、 $\angle x$ と $\angle y$ の関係は、どのような式で表すことができるか。 $\angle x$ と $\angle y$ を使った式で答えよ。

図 1

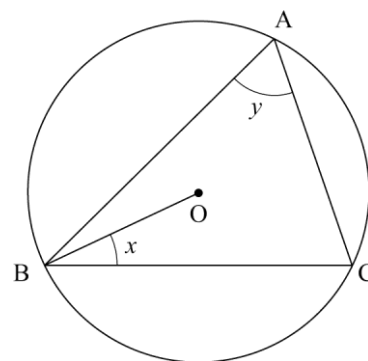


図 2

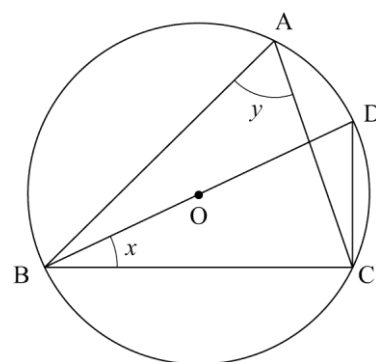
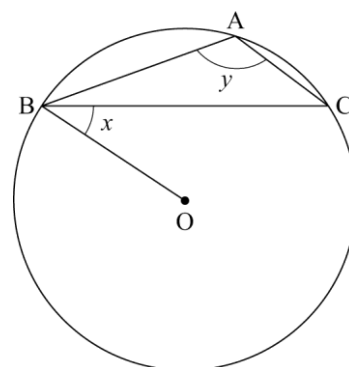


図 3



解答欄

問 1	
問 2	

解答

問 1

弧 BC に対する円周角は等しいので

$$\angle BDC = \angle BAC = \angle y \cdots \textcircled{1}$$

$\angle BCD$ は半円の弧に対する円周角なので

$$\angle BCD = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$\triangle BCD$ において、内角の和は 180° だから、 $\textcircled{2}$ より

$$\angle DBC + \angle BDC = 90^\circ \cdots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{3}$ より

$$\angle x + \angle y = 90^\circ$$

問 2 $\angle y - \angle x = 90^\circ$

解説

問 2

点 O と点 C を結ぶ。

円周角の定理より

点 A を含まない方の $\widehat{BC}$ に対する中心角は $2\angle y$ である。

$\triangle OCB$ は二等辺三角形だから

$$\angle x + \angle x + (360^\circ - 2\angle y) = 180^\circ$$

$$2(\angle y - \angle x) = 180^\circ$$

$$\angle y - \angle x = 90^\circ$$