

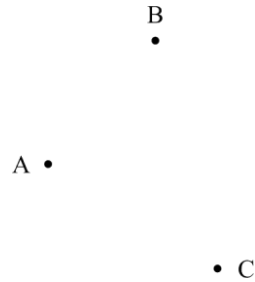
2.平面図形の作図 2019 年度出題

【問 1】

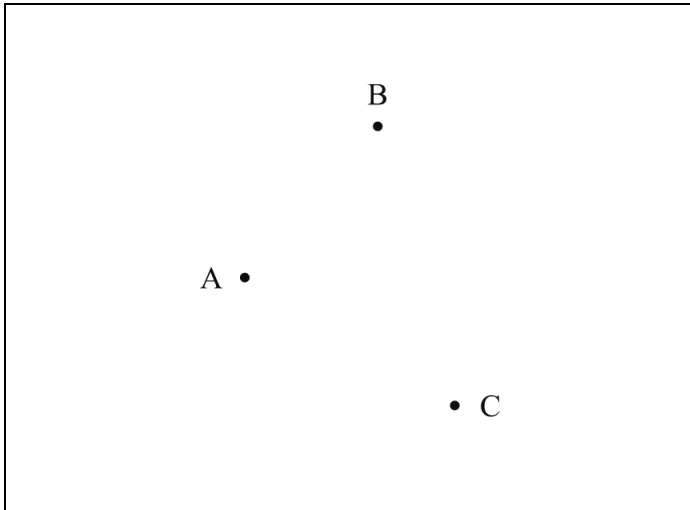
下の図のような 3 点 A, B, C があります。3 点 A, B, C から等しい距離にある点 P を, 定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし, 点を示す記号 P をかき入れ, 作図に用いた線は消さないこと。

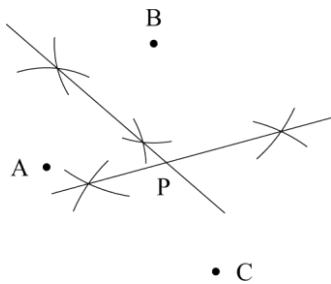
(北海道 2019 年度)



解答欄



解答



解説

2 点 A, B から等しい距離にある点は, 線分 AB の垂直二等分線上にあり

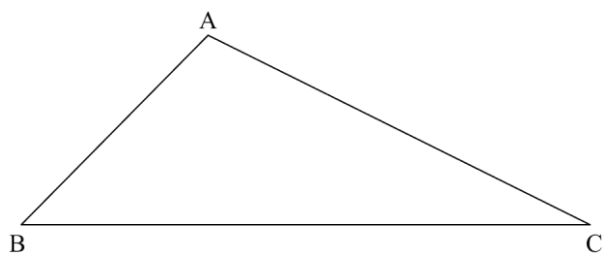
2 点 B, C から等しい距離にある点は, 線分 BC の垂直二等分線上にある。

よって, 点 P は線分 AB の垂直二等分線と線分 BC の垂直二等分線との交点である。

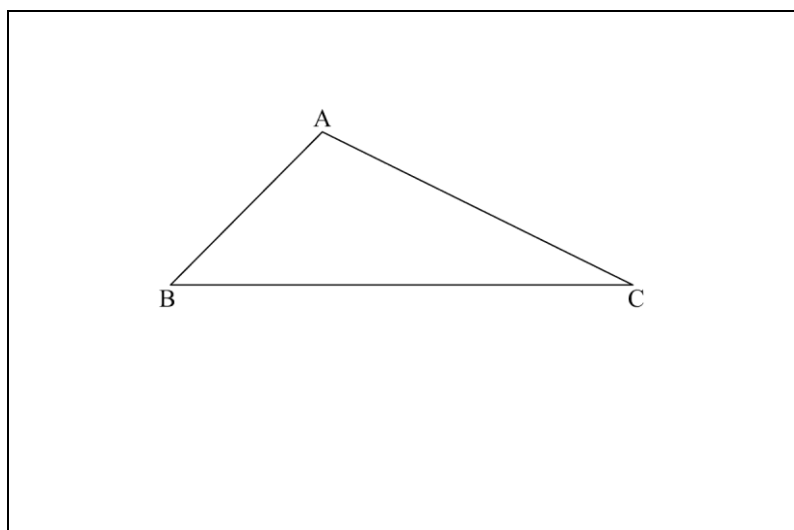
【問 2】

下の図の $\triangle ABC$ において、頂点 A から辺 BC への垂線を作図しなさい。ただし、作図に使った線は消さないこと。

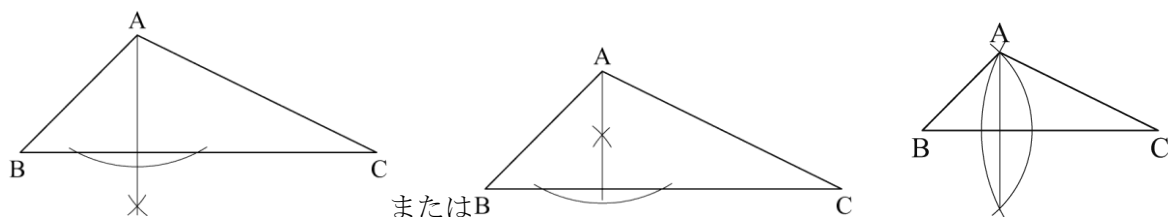
(青森県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

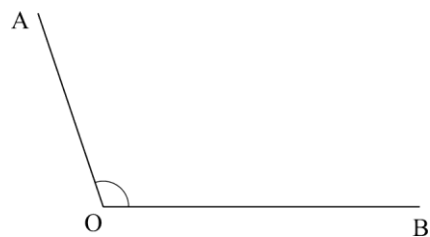
点 A を中心として、辺 BC と交わる円をかき、 BC との交点をそれぞれ P 、 Q とする。
次に 2 点 P 、 Q を中心とする半径の等しい円をかき
その交点の 1 つを R (辺 BC の上側でも下側でもよい)として
半直線 AR をひくと、 AR が辺 BC への垂線になる。

【問 3】

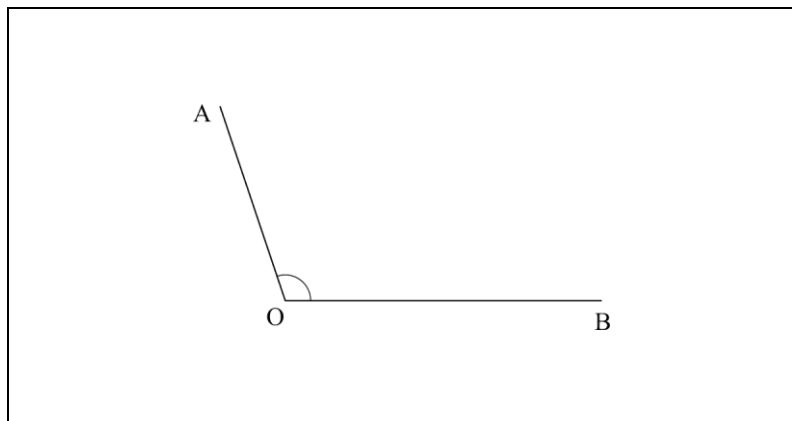
右の図で、 $\angle AOB$ の二等分線を作図しなさい。

ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に使った線は消さないでおくこと。

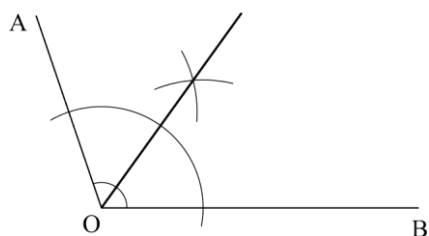
(岩手県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

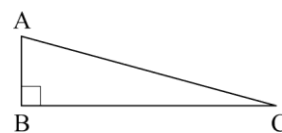
点 O を中心とする円をかき、 OA 、 OB との交点をそれぞれ P 、 Q とする。
次に 2 点 P 、 Q を中心とする半径の等しい円をかき
その交点の 1 つを R として半直線 OR をひくと
 OR が $\angle AOB$ の二等分線になる。

【問 4】

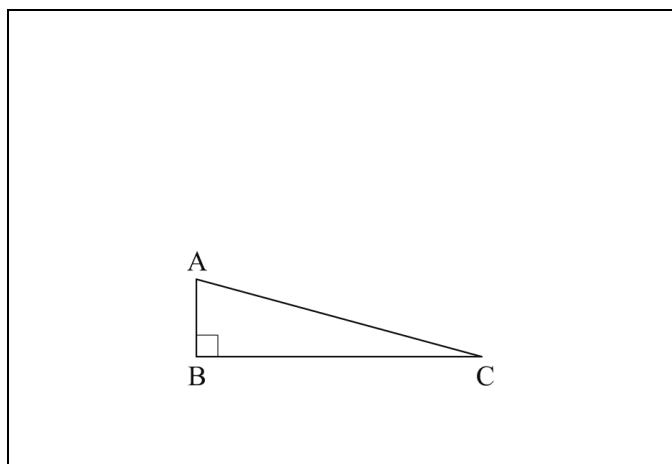
右の図のように、 $\angle ABC=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。

辺 CA 上に、 $\angle PBA=30^\circ$ となるような点 P を、定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

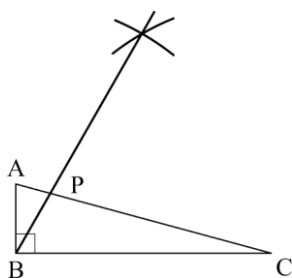
(秋田県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

辺 BC を 1 辺とする正三角形を、頂点 B 、 C 以外の点が辺 BC に対して上側にくるように作図しこの点を D とおく。

$\angle DBC=60^\circ$ だから、 $\angle ABD=\angle ABC-\angle DBC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$ となる。

よって、辺 BD と辺 AC の交点を P とすればよい。

別解

辺 AB を 1 辺とする正三角形を、頂点 A 、 B 以外の点が辺 AB に対して右側にくるように作図しこの点を D とおく。

$\angle ABD=60^\circ$ だから $\angle ABD$ の二等分線と辺 AC の交点を P とすればよい。

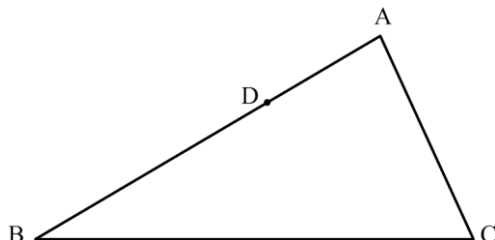
【問 5】

あとの図のように、 $\triangle ABC$ があり、点 D は辺 AB 上の点である。下の【条件】の①、②をともにみたす点 P を、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、作図に使った線は残しておくこと。

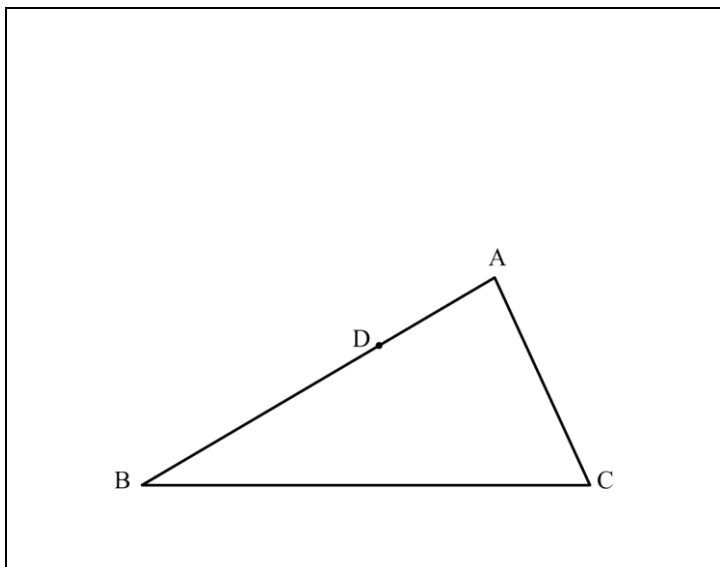
(山形県 2019 年度)

【条件】

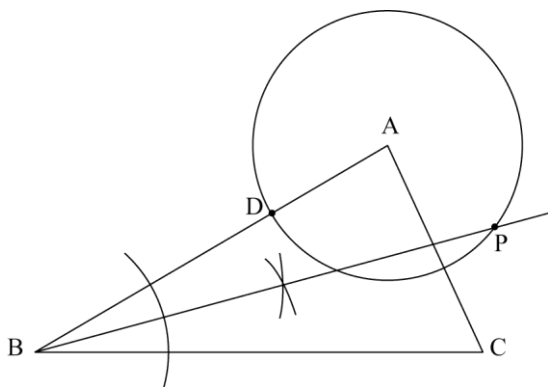
- ① 線分 AP の長さは、線分 AD の長さと等しい。
- ② 点 P は、直線 AB と直線 BC から等しい距離にあり、 $\triangle ABC$ の外部の点である。



解答欄



解答



解説

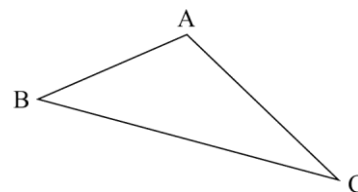
①より、点 P は点 A を中心とする半径 AD の円の周上にある。
また②より、点 P は、直線 AB と直線 BC から等しい距離にあるので、点 P は $\angle ABC$ の二等分線上にある。
よって点 P は点 A を中心とする半径 AD の円と $\angle ABC$ の二等分線との交点であるが、交点は 2 つできる。
ここで②より、点 P は $\triangle ABC$ の外部の点だから、点 P は模範解答の図の位置となる。

【問 6】

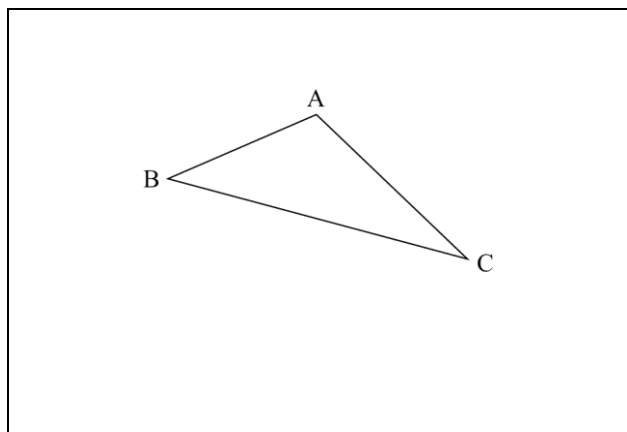
右の図において、 $\triangle ABC$ を、辺 BC を対称の軸として対称移動させた図形を $\triangle PBC$ とする。 $\triangle PBC$ の辺 PB 、 PC を、定規とコンパスを用いて作図しなさい。また、点 P の位置を示す文字 P も書きなさい。

ただし、作図に用いた線は消さないでおきなさい。

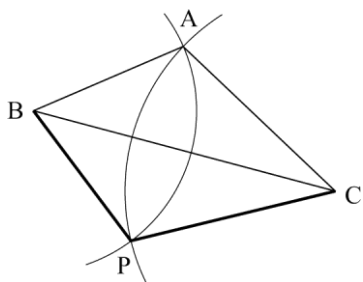
(福島県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

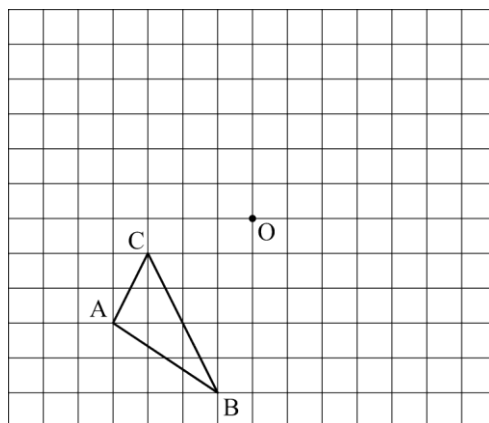
B を中心とする半径 BA の円と、 C を中心とする半径 CA の円をかいて
2 つの円の交点のうち A 以外の点を P として、 B と P 、 C と P をそれぞれ結べばよい。

【問 7】

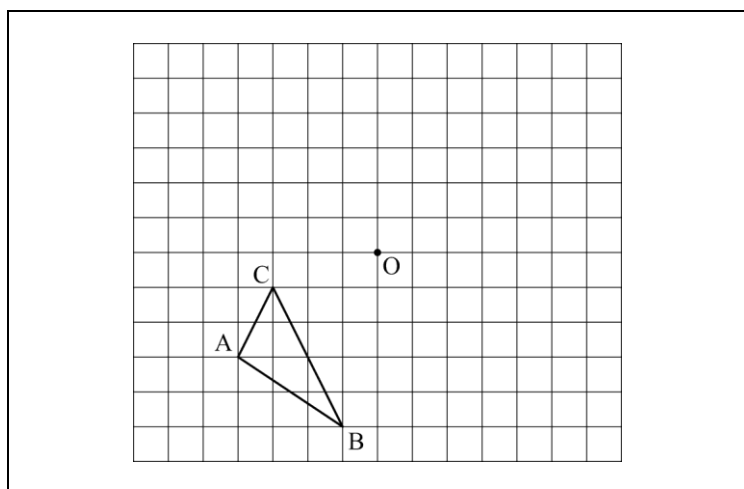
右の図のように、 $\triangle ABC$ がある。

このとき、 $\triangle ABC$ を点 O を中心として点対称移動させた図形をかきなさい。

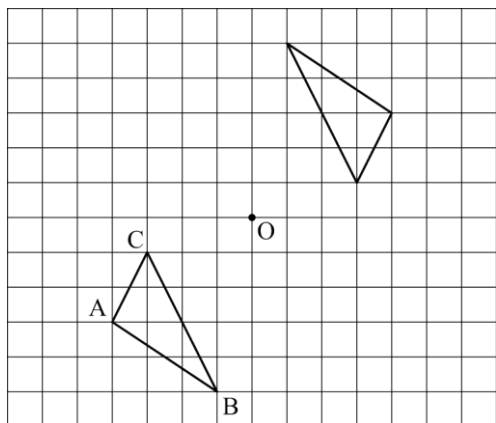
(茨城県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

点 A , B , C と点 O をそれぞれ結び

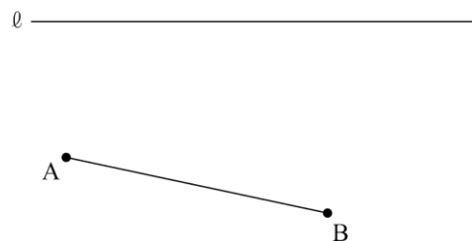
直線 OA , OB , OC 上に $OA=OA'$, $OB=OB'$, $OC=OC'$ となるような点 A , B , C と異なる点 A' , B' , C' をとる。

その 3 点を結んでできた $\triangle A'B'C'$ が求める図形である。

【問 8】

右の図のように、直線 ℓ と線分 AB がある。このとき、下の【条件】をとともに満たす点 C を作図によって求めなさい。ただし、作図には定規とコンパスを使い、また、作図に用いた線は消さないこと。

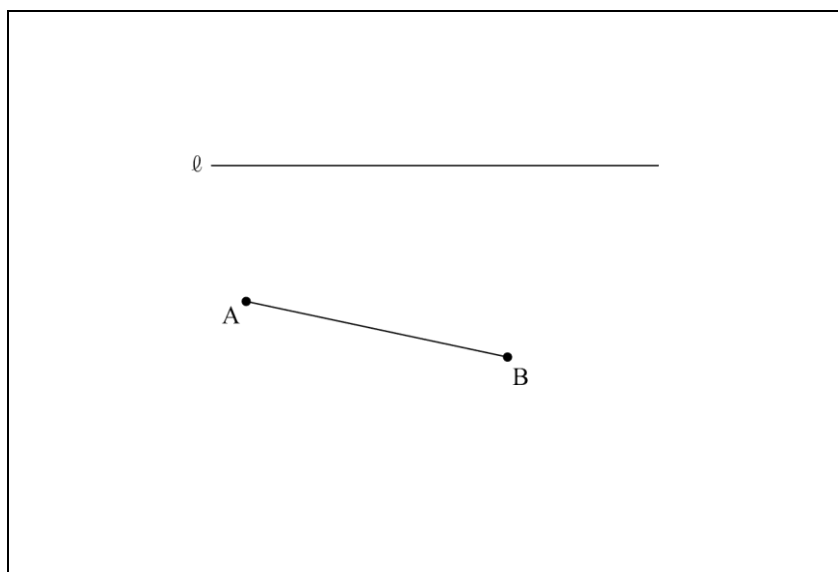
(栃木県 2019 年度)



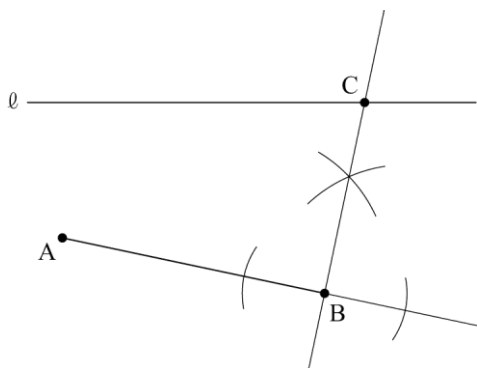
【条件】

- ・ 点 C は直線 ℓ 上にある。
- ・ $\triangle ABC$ は、辺 AC を斜辺とする直角三角形となる。

解答欄



解答



解説

条件から点 C は直線 ℓ 上にあり、 $\triangle ABC$ は辺 AC を斜辺とする直角三角形だから $\angle ABC = 90^\circ$ となるような点 C を以下の手順で描けばよい。

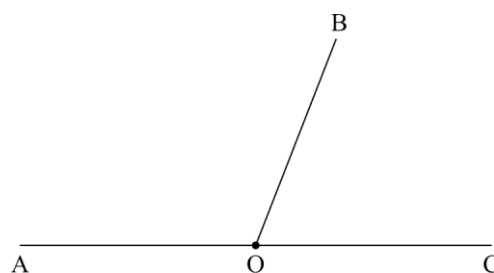
- ① 線分 AB を点 B の方向に延長する。
- ② 点 B を中心とする円を描き、直線 AB との交点をそれぞれ P 、 Q とする。
- ③ 点 P 、 Q を中心とする半径が PB より大きい円をそれぞれ描き、その交点のうちの 1 つを R とする。
- ④ 直線 BR と直線 ℓ の交点を C とする。

【問 9】

右の図において、点 O は線分 AC 上にある。次の問 1、問 2 に答えなさい。

(群馬県 2019 年度 後期)

- 問 1 $\angle AOB$ の二等分線 OP と、 $\angle BOC$ の二等分線 OQ を、コンパスと定規を用いてそれぞれ作図しなさい。
ただし、作図に用いた線は消さないこと。



- 問 2 問 1 で作図した図形について、次の (1)、(2) の問いに答えなさい。

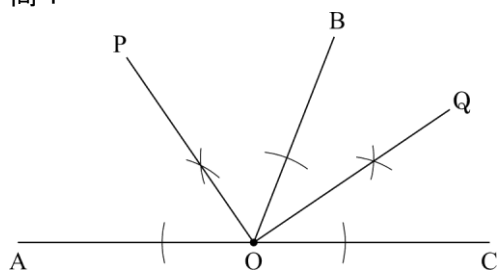
- (1) $\angle POQ$ の大きさを求めなさい。
- (2) $\angle POQ$ の大きさが (1) の答となる理由を、 $\angle AOB = \angle a$ 、 $\angle BOC = \angle b$ において説明しなさい。

解答欄

問 1		
問 2	(1)	$\angle POQ =$ °
	(2)	〔説明〕

解答

問 1



問 2

(1) ($\angle POQ =$) 90°

(2)

〔説明〕

OP は $\angle AOB$ の二等分線だから、 $\angle POB = \frac{1}{2}\angle a$

OQ は $\angle BOC$ の二等分線だから、 $\angle BOQ = \frac{1}{2}\angle b$

$$\angle POQ = \angle POB + \angle BOQ = \frac{1}{2}(\angle a + \angle b)$$

ここで、 $\angle a + \angle b = 180^\circ$ であるから

$$\angle POQ = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ \quad \text{となる。}$$

解説

問 1

点 O を中心とする円をかき、半直線 OB、OA との交点をそれぞれ D、E とする。次に 2 点 D、E をそれぞれ中心として等しい半径の円をかき、その交点の 1 つを F とする。最後に半直線 OF をひけばそれが $\angle AOB$ の二等分線になる。 $\angle BOC$ についても同様にすればよい。

問 2

(1) (2)

$$\angle POQ = 90^\circ$$

(理由) $\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$ だから、 $\angle a + \angle b = 180^\circ$

$$\angle POQ = \angle POB + \angle BOQ = \frac{1}{2}\angle AOB + \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2}\angle a + \frac{1}{2}\angle b = \frac{1}{2}(\angle a + \angle b) = 90^\circ$$

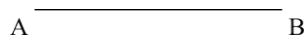
よって、 $\angle POQ = 90^\circ$ である。

【問 10】

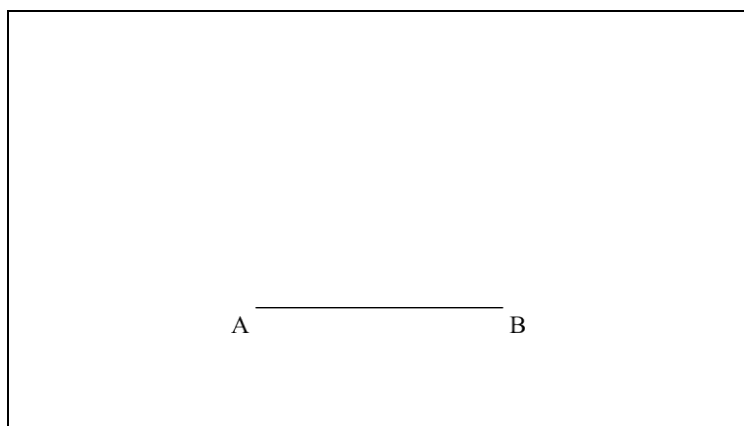
下の図のように、線分 AB があります。 $\angle CAB=105^\circ$ となる半直線 AC をコンパスと定規を使って 1 つ作図しなさい。

ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。

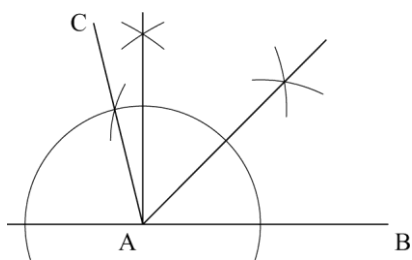
(埼玉県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

$105^\circ=45^\circ+60^\circ$ と考え

45° の角は 90° の角の二等分線， 60° の角は正三角形の内角を利用して作図するとよい。

まず， A を通り AB に垂直な直線をかき

その直線と AB とを 2 辺とする 90° の角の二等分線にかく。

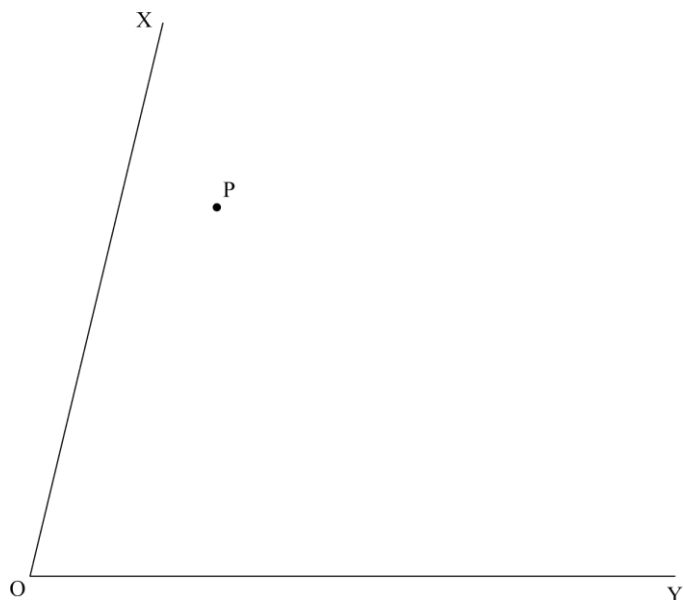
さらに，その二等分線上に 1 辺をもつ正三角形をかいて 60° の角をつくる。

【問 11】

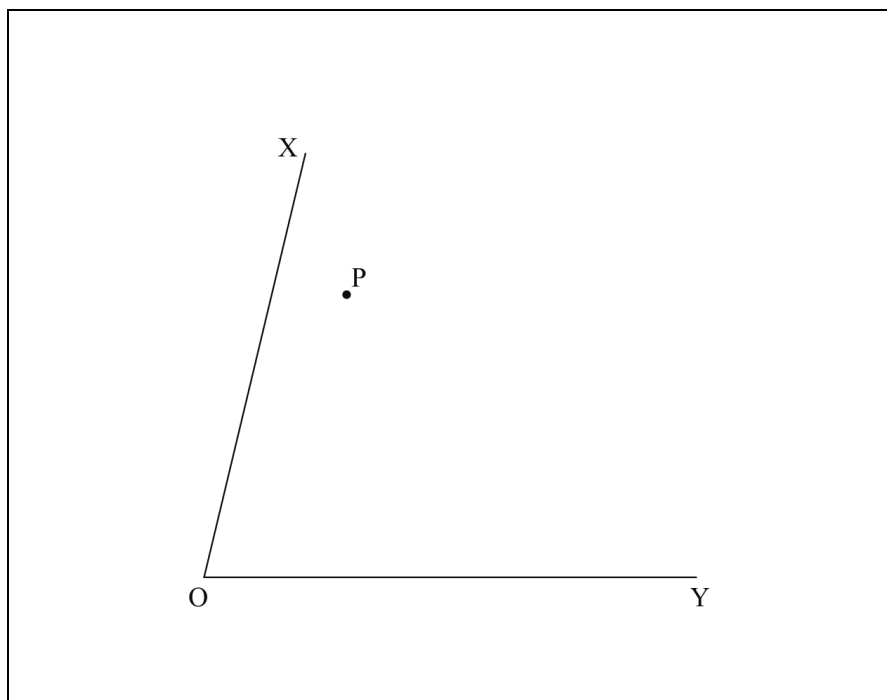
下の図のように、半直線 OX 、 OY と点 P がある。点 P を通る直線をひき、半直線 OX 、 OY との交点をそれぞれ A 、 B とする。このとき、 $OA=OB$ となるように直線 AB を作図しなさい。また、2 点の位置を示す文字 A 、 B も書きなさい。

ただし、三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

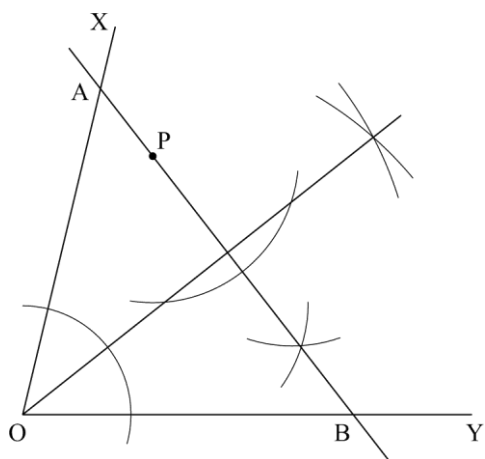
(千葉県 2019 年度 前期)



解答欄



解答



解説

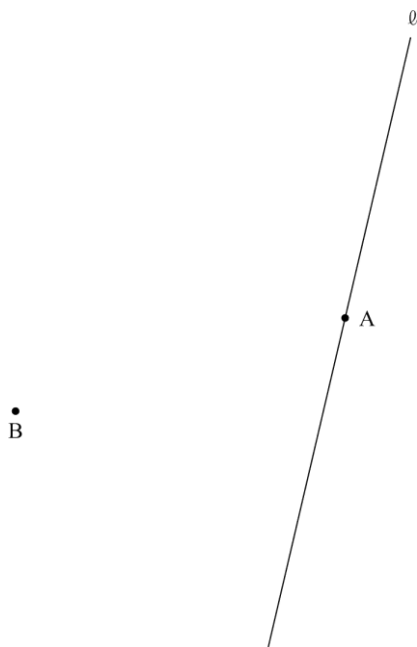
$\angle XOY$ の二等分線 l を作図し、点 P から直線 l に引いた垂線 m を作図する。
直線 m と半直線 OX , OY との交点をそれぞれ A , B とすればよい。

【問 12】

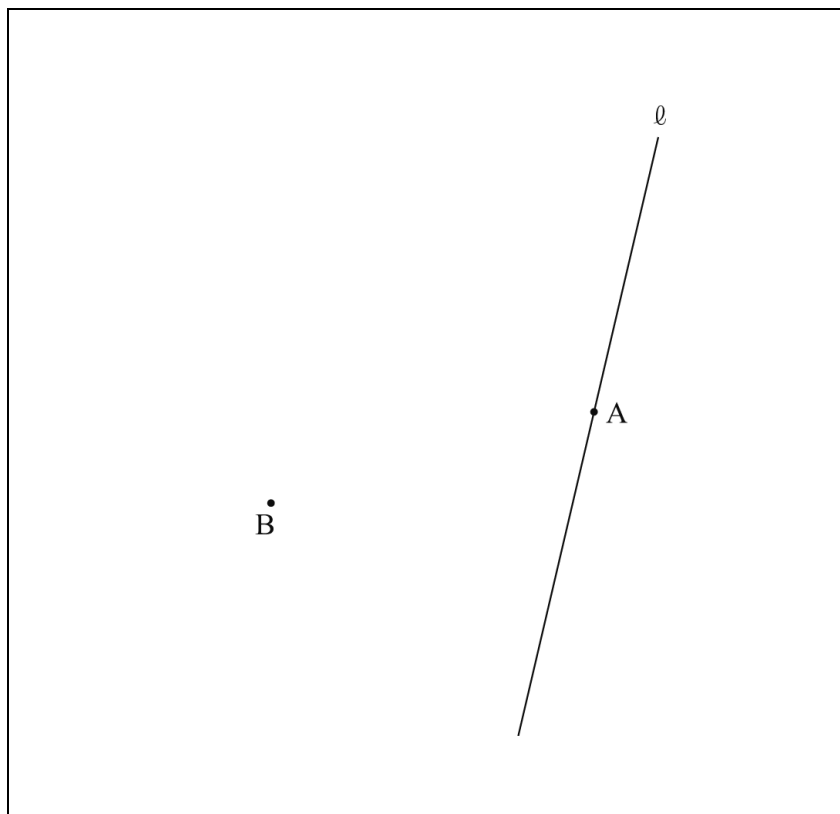
下の図において、点 A は直線 ℓ 上の点、点 B は直線 ℓ 上にない点である。このとき、点 A で直線 ℓ に接し、点 B を通る円 O を作図によって求めなさい。また、円 O の中心の位置を示す文字 O も書きなさい。

ただし、三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

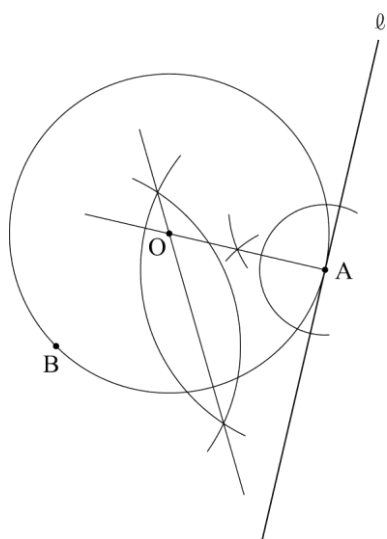
(千葉県 2019 年度 後期)



解答欄



解答



解説

接点を通る半径は接線と垂直なので、点 O は点 A を通る直線 l の垂線上にある。
また、点 O は $OA=OB$ となる点だから、点 O は線分 AB の垂直二等分線上にある。
よって、点 A を通る直線 l の垂線と線分 AB の垂直二等分線との交点が O となる。

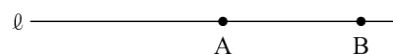
【問 13】

右の図 3 で、点 A、点 B は、直線 ℓ 上にある異なる点である。

図 3

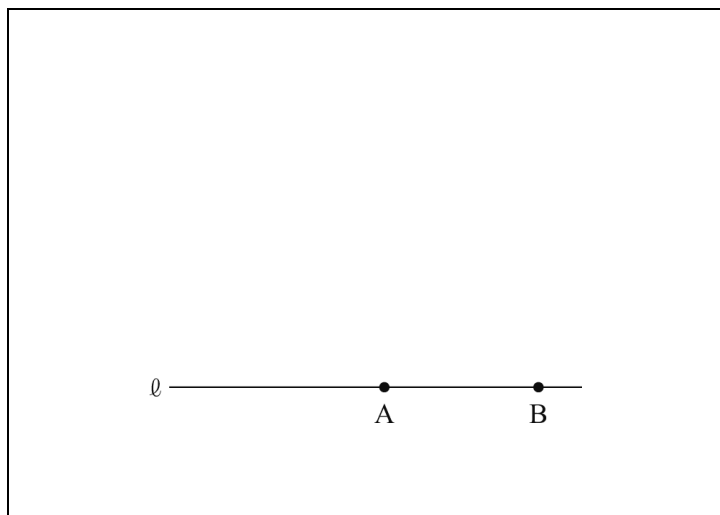
解答欄に示した図をもとにして、 $AB=AC$ 、 $\angle CAB=90^\circ$ となる点 C を 1 つ、定規とコンパスを用いて作図によって求め、点 C の位置を示す文字 C も書け。

ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

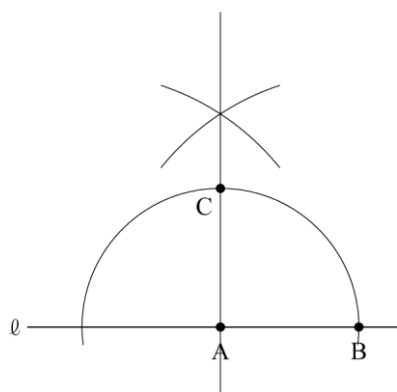


(東京都 2019 年度)

解答欄



解答



解説

$AB=AC$ なので、点 A を中心として点 B を通る円を描く。

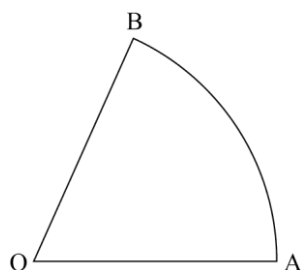
その円と直線 ℓ の点 B とは異なる交点を D とする。

$\angle CAB=90^\circ$ なので、線分 BD の垂直二等分線を引き、円との交点の 1 つを C とすればよい。

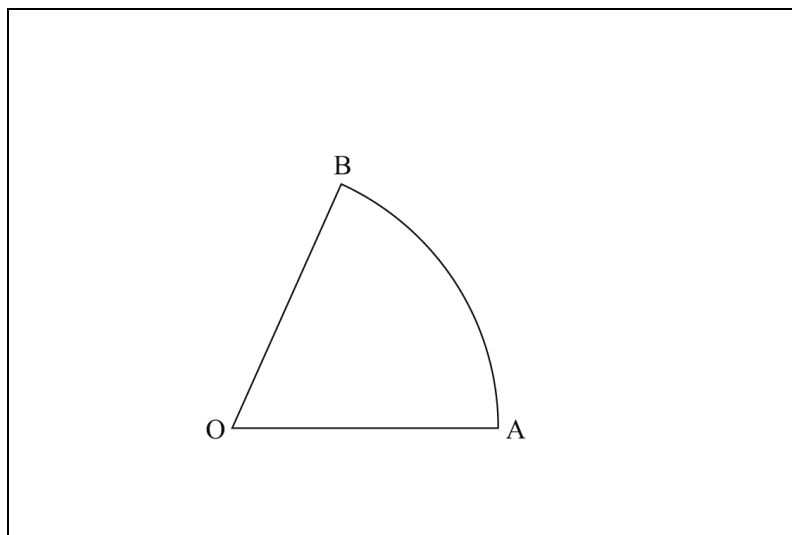
【問 14】

下の図のようなおうぎ形 OAB がある。 $\widehat{AB}$ 上にあり、 $\widehat{BP}=3\widehat{AP}$ を満たす点 P を、定規とコンパスを用いて、作図によって求め、その点に ● をつけなさい。ただし、作図は解答用紙に行い、作図に使った線は消さないで残しておくこと。

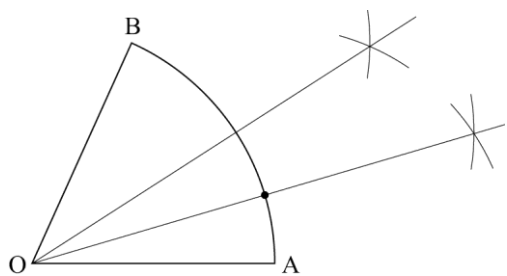
(新潟県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

$\widehat{BP}=3\widehat{AP}$ だから、 $\angle AOB$ を 4 等分すればよい。
まず、 $\angle AOB$ の二等分線を引き、弧 AB との交点を C とする。
さらに、 $\angle AOC$ の二等分線を引き、弧 AC との交点を P とすればよい。

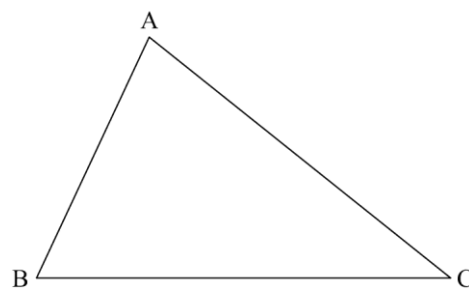
【問 15】

右の図のような $\triangle ABC$ がある。

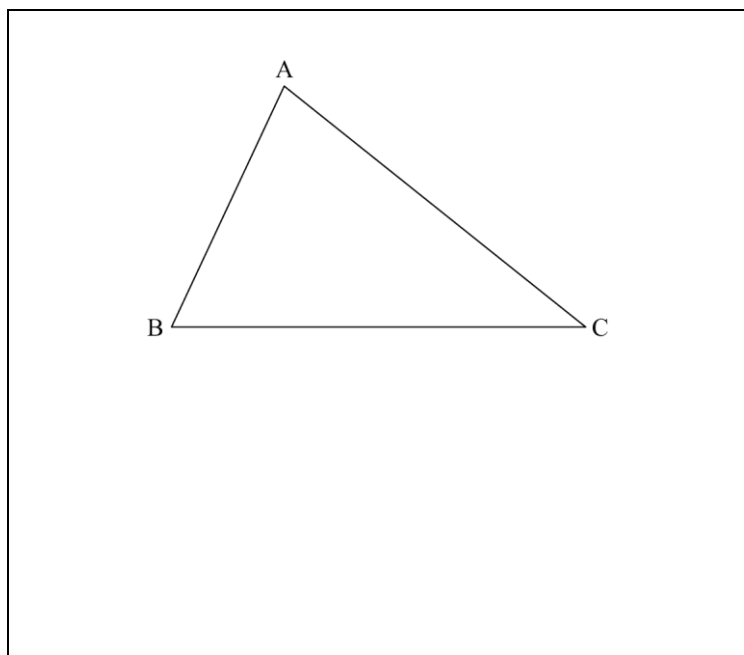
3つの頂点 A , B , C から等しい距離にある点 P を作図によって求め、 P の記号をつけなさい。

ただし、作図に用いた線は残しておくこと。

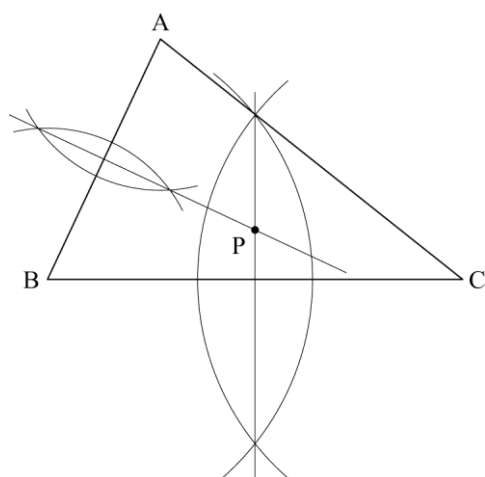
(富山県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

2点から等しい距離にある点は、その2点を両端とする線分の垂直二等分線上にある。

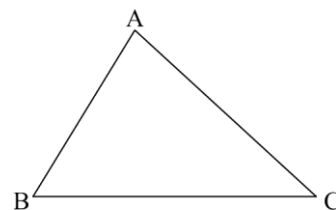
よって、3点 A , B , C から等しい距離にある点 P を求めるには

線分 AB , BC , CA のうち、いずれか2本の垂直二等分線を作図して、その交点を P とすればよい。

【問 16】

解答用紙に、 $\triangle ABC$ がある。これを用いて、次の 中の条件①、②をとともに満たす点 P を作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

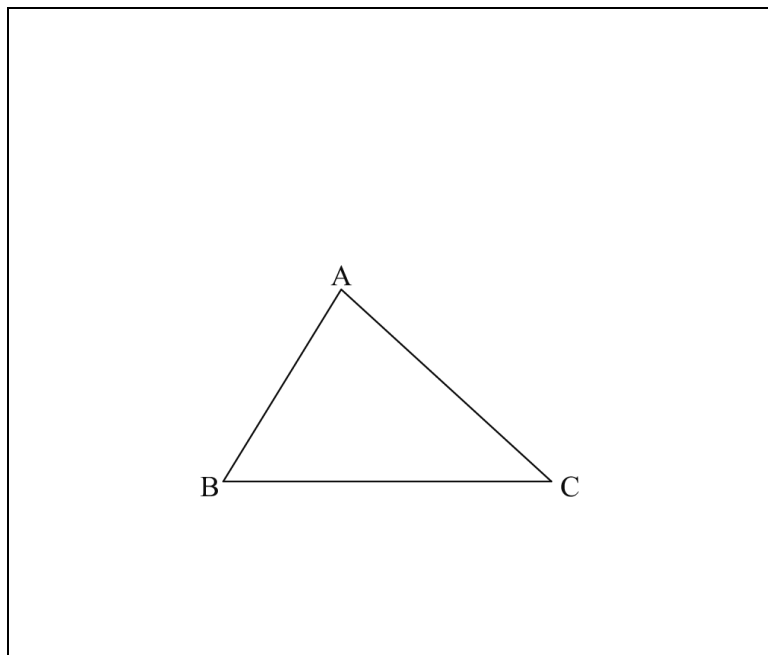
(石川県 2019 年度)



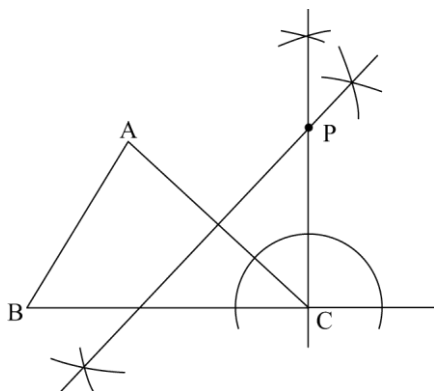
- ① $AP=CP$

② 線分 BP を直径とする円の周上に、点 C がある。

解答欄



解答



解説

①の $AP=CP$ より、点 P は辺 AC の垂直二等分線上にあることがわかる。
また、②より、 $\angle BCP=90^\circ$ であることがわかる。
この 2 点に注意して作図を行えばよい。

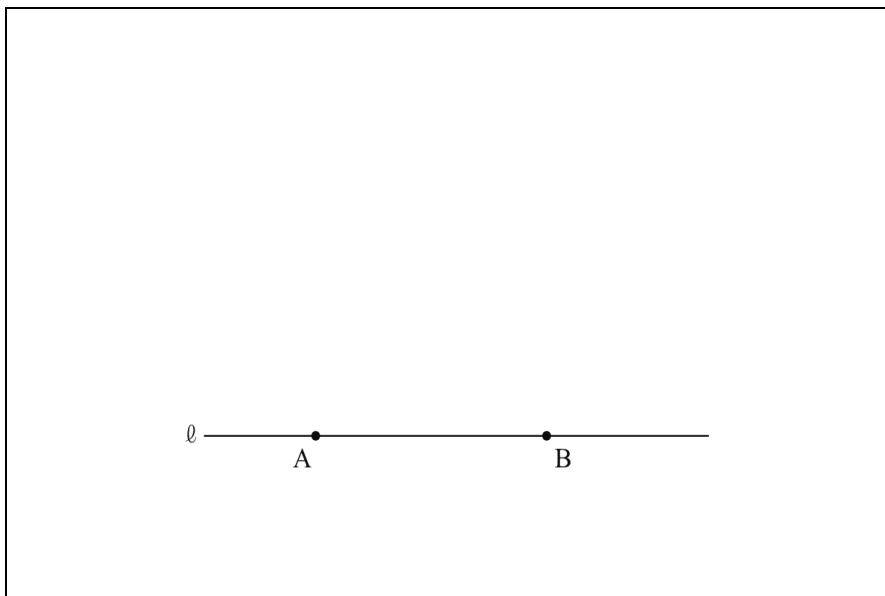
【問 17】

下の図のように、直線 ℓ 上に2点A、Bがある。線分ABを1辺とし、 $\angle A=45^\circ$ であるひし形を1つ作図せよ。(作図に用いた線は消さないこと。)

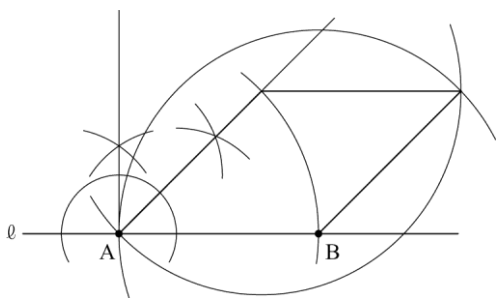
(福井県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

まず点Aを通る直線 ℓ の垂線AXを作図し

$\angle XAB$ の二等分線AYを作図する。

このとき、 $\angle YAB=45^\circ$ となる。

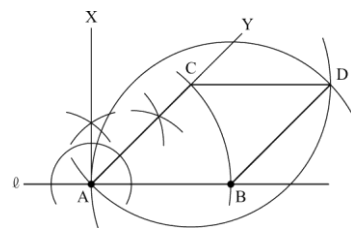
次に、点Aを中心とする半径ABの円をかき

半直線AYとの交点をCとする。

点Bを中心とする半径BAの円と点Cを中心とする半径CAの円をかき

2つの円の交点のうちAとは異なる点をDとすれば

四角形ABDCが作図すべきひし形となる。

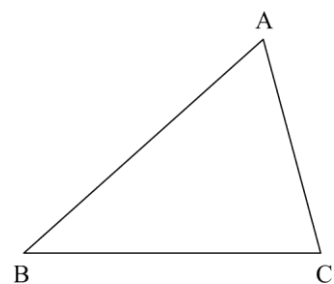


【問 18】

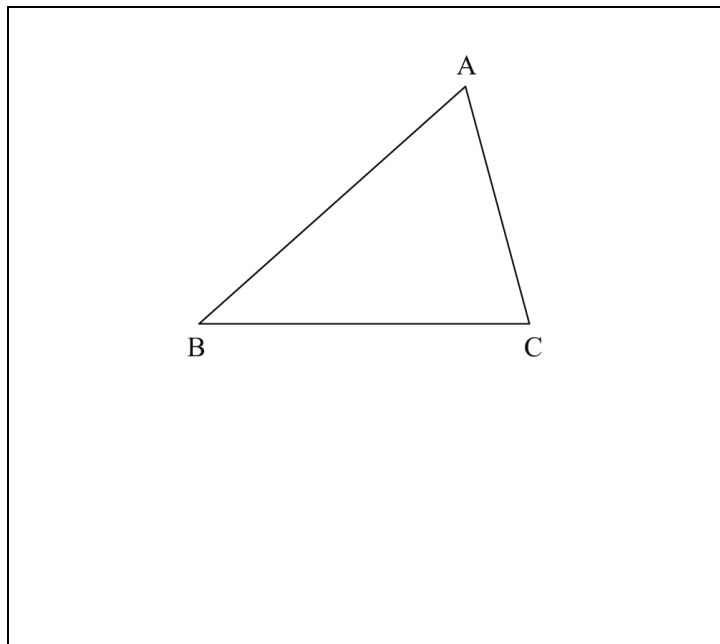
$\triangle ABC$ において、辺 BC の中点を M とすると、直線 AM は $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する。図 1 において、辺 BC の中点 M を作図によって求め、直線 AM をかきなさい。

ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

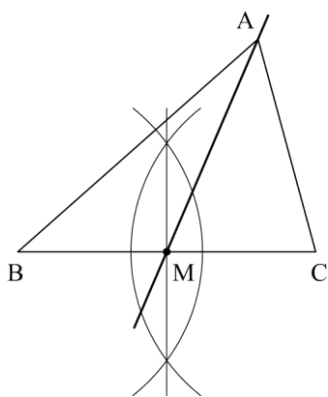
(山梨県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

辺 BC の垂直二等分線を作図すると
辺 BC と垂直二等分線との交点が M となるので
点 A と点 M を通る直線を引けばよい。

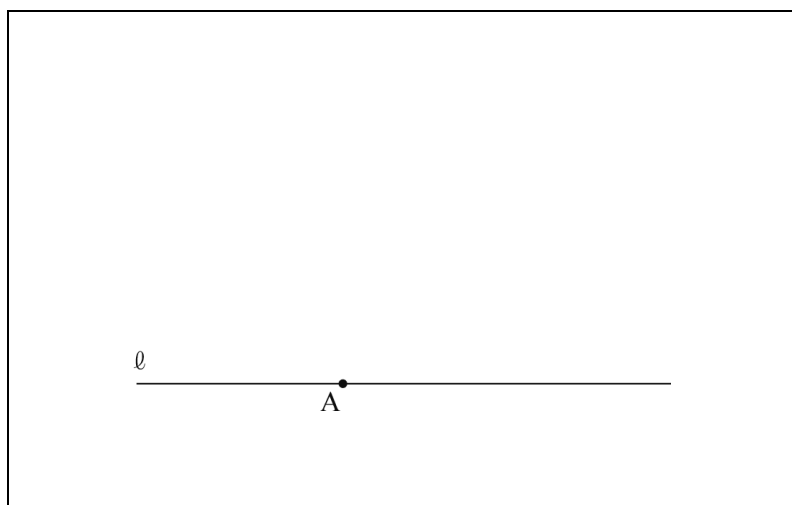
【問 19】

直線 ℓ 上の点 A を通り、直線 ℓ に垂直な直線を、定規とコンパスを使って作図しなさい。なお、作図に用いた線は消さずに残しなさい。

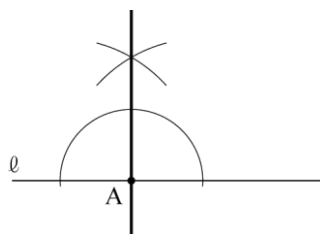
(岐阜県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

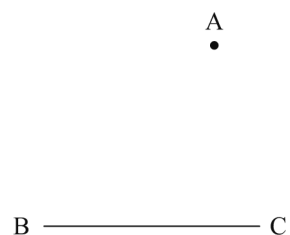
まず、点 A を中心とする円をかき、直線 ℓ との交点を P 、 Q とする。
次に、2 点 P 、 Q をそれぞれ中心とする半径の等しい円を交わるようにかき、交点の 1 つを R とする。
最後に、2 点 A 、 R を通る直線を引くと、これが点 A を通り直線 ℓ に垂直な直線となる。

【問 20】

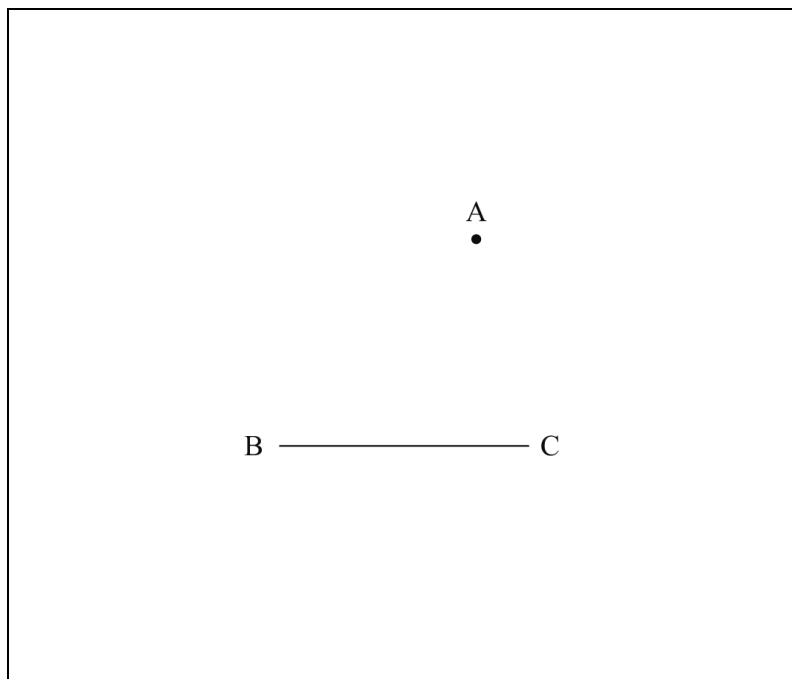
図 1 において、点 A は線分 BC 上にない点である。点 A を通り、線分 BC が弦となる円の中心 O を作図しなさい。

ただし、作図には定規とコンパスを使用し、作図に用いた線は残しておくこと。

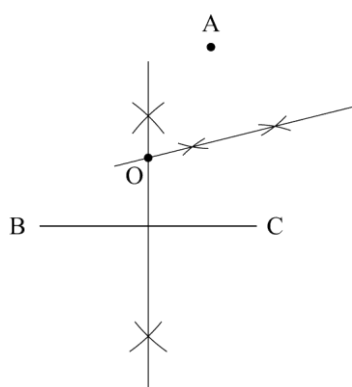
(静岡県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

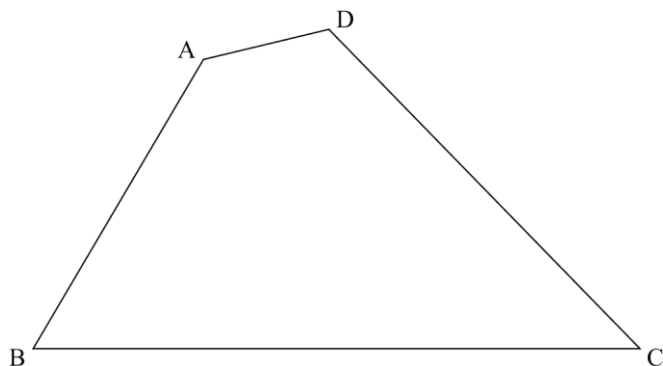
円は 3 点 A, B, C を通るから、中心 O は 3 点 A, B, C から等しい距離にある。
2 点から等しい距離にある点は、その 2 点を両端とする線分の垂直二等分線上にあるから
線分 AB, BC, CA のうち 2 つを選び
それぞれの線分の垂直二等分線をかいて、その交点を O とすればよい。

【問 21】

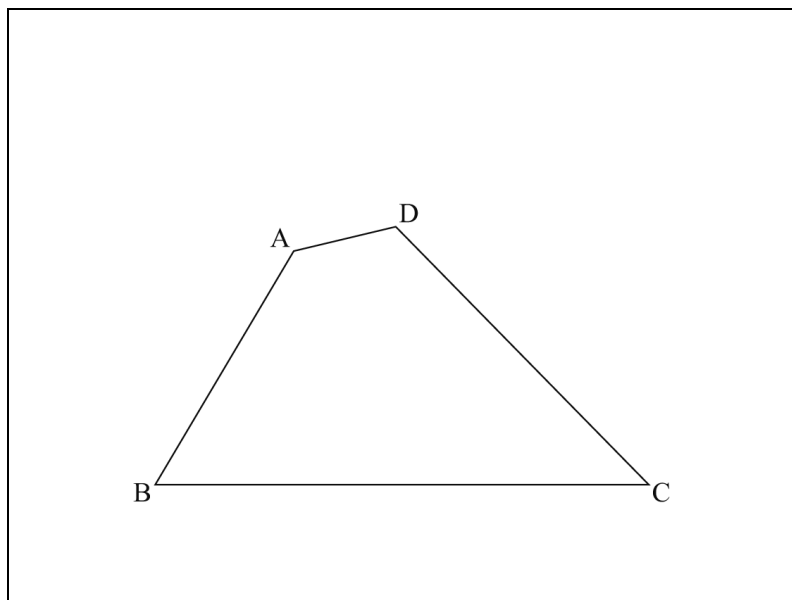
次の図で、四角形 $ABCD$ の辺 AB 上に点 P 、辺 BC 上に点 Q 、辺 CD 上に点 R があるひし形 $PBQR$ を、定規とコンパスを用いて作図しなさい。

なお、作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。

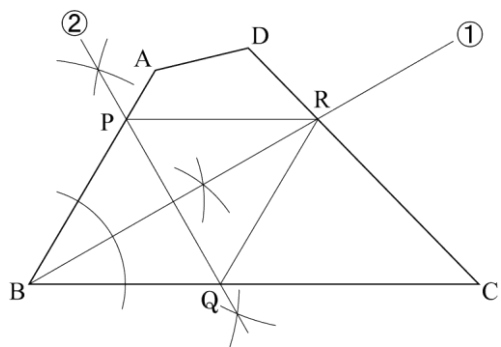
(三重県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

ひし形は 4 つの辺がすべて等しいから、対角線で分けられた三角形は合同である。よって、対角線は角の二等分線であるから、まず、 $\angle ABC$ の二等分線を引き、辺 CD との交点を R とする。さらに、ひし形の対角線はそれぞれの中点で垂直に交わるから、線分 BR の垂直二等分線を引き、辺 AB との交点を P 、辺 BC との交点を Q とすればよい。

【問 22】

図 1 のように、 $AB=AC$ である二等辺三角形 ABC があります。次の (1)、(2) の各問いに答えなさい。

(滋賀県 2019 年度)

- (1) 図 2 のように、 $AB=9$ 、 $BC=6$ のとき、辺 AB 上に $BE=3$ となる点 E をとり、辺 BC 上に $\angle BAC = \angle BDE$ となる点 D をとります。このとき、線分 BD の長さを求めなさい。

- (2) 辺 BC に平行な直線と辺 AB 、 AC の交点を F 、 G とするとき、 $\triangle AFG$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の半分になるような点 F および点 G を、コンパスと定規を使って作図しなさい。ただし、作図に使った線は消さないこと。

図 1

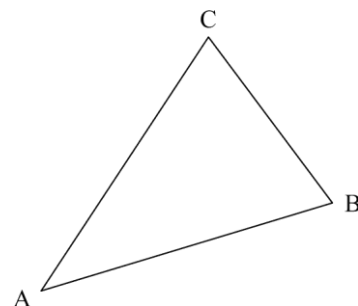
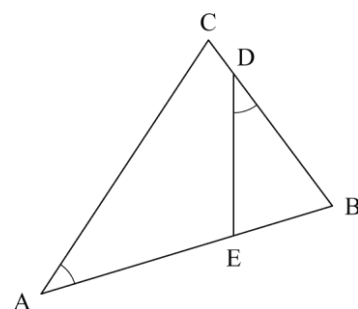


図 2



解答欄

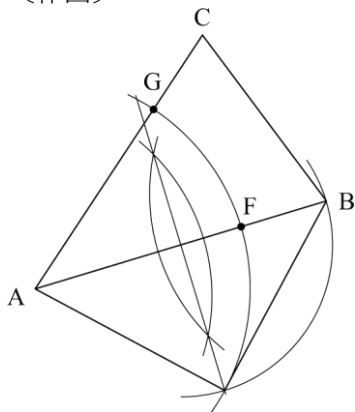
(1)	
(2)	〔作図〕

解答

(1) $\frac{9}{2}$

(2)

〔作図〕



解説

(1)

$\triangle ABC$ と $\triangle DBE$ において、共通な角だから、 $\angle ABC = \angle DBE \cdots \textcircled{1}$

仮定より、 $\angle BAC = \angle BDE \cdots \textcircled{2}$ ①, ②より、2組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$

相似な図形の対応する辺の比は等しいので、 $BA : BD = BC : BE$ $9 : BD = 6 : 3$ $BD = \frac{9}{2}$

(2)

辺 BC に平行な直線と辺 AB, AC との交点をそれぞれ F, G としているので、 $\triangle ABC \sim \triangle AFG$ である。 $\triangle AFG$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の半分となるのは、相似比の 2 乗の比が面積比になることから、 $AB : AF = \sqrt{2} : 1$ となればよい。直角二等辺三角形の 3 辺の比は $1 : 1 : \sqrt{2}$ であることから、辺 AB を斜辺とする直角二等辺三角形 ABP を作図し、 $AP = AF = AG$ となる点を作図すればよい。

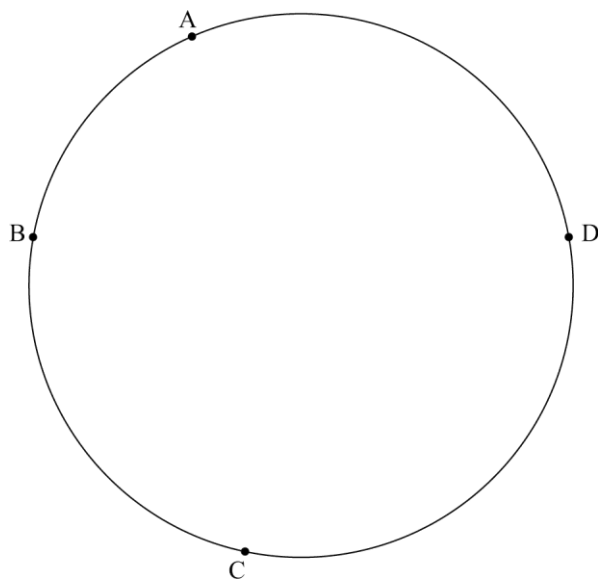
【問 23】

図 3 のように、円周上に 4 点 A, B, C, D がある。
円の中心を作図によって求めるとき、どの点が円の中心となるか、次のア～エから 1 つ選んで、その符号を書きなさい。

(兵庫県 2019 年度)

- ア 弦 AC の中点
- イ 弦 AC と弦 BD の交点
- ウ 弦 BC の垂直二等分線と弦 CD の垂直二等分線の交点
- エ $\angle ABC$ の二等分線と $\angle BCD$ の二等分線の交点

図 3



解答欄

解答

ウ

解説

弦の垂直二等分線は円の中心を通ることから

2 つの弦の垂直二等分線の交点が円の中心となる。

よって、弦 BC の垂直二等分線と弦 CD の垂直二等分線の交点が円の中心となる。

【問 24】

図 1 の四角形 ABCD は、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $BC=12\text{ cm}$ の平行四辺形である。辺 AD 上に、 $ED=\frac{1}{2}DC$ となる点 E をとり、線分 AC と線分 BE との交点を F とする。各問いに答えよ。

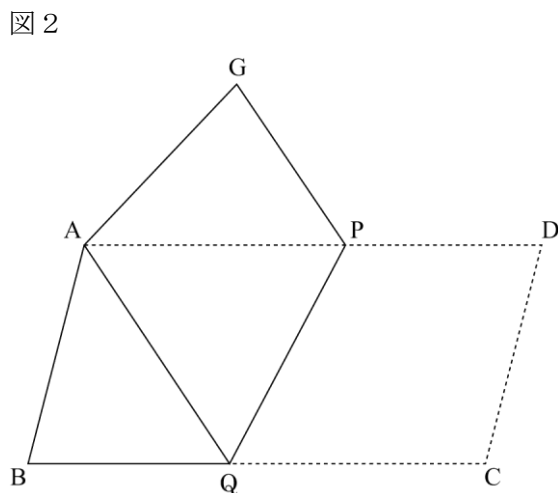
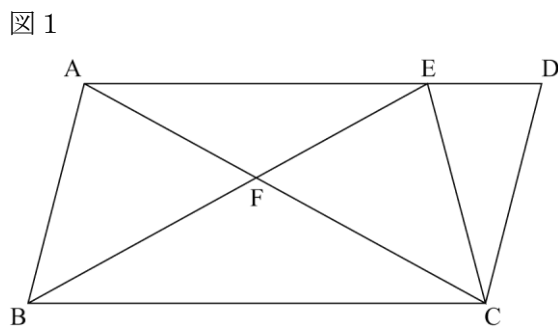
(奈良県 2019 年度)

問 1 点 E を、定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお、作図に使った線は消さずに残しておくこと。

問 2 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ を証明せよ。

問 3 線分 CE の長さは線分 AF の長さの何倍か。

問 4 $AB=6\text{ cm}$ 、 $BC=12\text{ cm}$ 、 $AC=12\text{ cm}$ の平行四辺形 ABCD の紙がある。この紙を、図 2 のように、頂点 C が頂点 A に重なるように折り返した。折り目の線と辺 AD、BC との交点をそれぞれ P、Q とし、この折り返しによって頂点 D が移った点を G とする。このとき、四角形 AQPG の面積を求めよ。

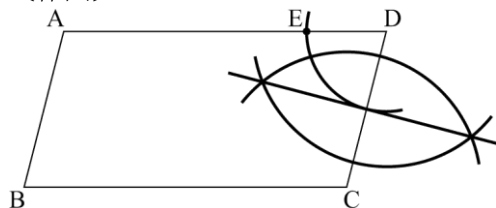


問 1	〔作図〕 	
問 2	〔証明〕	
問 3		倍
問 4		cm ²

解答

問 1

〔作図〕



問 2

〔証明〕

$\triangle ABC$ と $\triangle EDC$ において

仮定より

$$AB=6\text{ cm}, BC=12\text{ cm}\cdots\textcircled{1}$$

四角形 ABCD は平行四辺形なので

$$\angle ABC=\angle EDC\cdots\textcircled{2}$$

$$DC=AB=6\text{ cm}\cdots\textcircled{3}$$

$$\text{また } ED=\frac{1}{2}DC\cdots\textcircled{4}$$

$$\textcircled{3}, \textcircled{4} \text{ より } ED=3\text{ cm}\cdots\textcircled{5}$$

よって, $\textcircled{1}, \textcircled{3}, \textcircled{5}$ より

$$AB:ED=BC:DC=2:1\cdots\textcircled{6}$$

$\textcircled{2}, \textcircled{6}$ より

2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC\sim\triangle EDC$$

$$\text{問 3 } \frac{7}{6} \text{ 倍}$$

$$\text{問 4 } 9\sqrt{15} \text{ cm}^2$$

解説

問 1

まず, 線分 CD の垂直二等分線を作図し, 線分 CD との交点を M とする。次に点 D を中心とする半径 DM の円をかき, 辺 AD との交点を E とすればよい。

問 2

$\triangle ABC$ の 2 辺の長さがわかっており, 間の角については平行四辺形の性質から $\angle ABC=\angle EDC$ がすぐにいえるので, 辺 CD, DE の長さが求められないかを考えるとよい。

問 3

$\triangle AFE$ と $\triangle CFB$ において, $AE\parallel BC$ より, 平行線の錯角は等しいから, $\angle FAE=\angle FCB$, $\angle FEA=\angle FBC$ がいえる。2組の角がそれぞれ等しいので, $\triangle AFE\sim\triangle CFB$

$$\text{よって, } AF:CF=AE:CB=9:12=3:4 \quad AF=x\text{ cm とすると, } AC=x\times\frac{3+4}{3}=\frac{7}{3}x(\text{cm})$$

問 2 より, $\triangle ABC\sim\triangle EDC$ で, $AC:EC=BC:DC=12:6=2:1$ だから,

$$EC=AC\times\frac{1}{2}=\frac{7}{3}x\times\frac{1}{2}=\frac{7}{6}x(\text{cm})$$

したがって, 線分 CE の長さは線分 AF の長さの $\frac{7}{6}$ 倍。

問 4

折り返して, 点 C は点 A に, 点 D は点 G に移動しているから, $\triangle APG\equiv\triangle CPD$

$AD\parallel BC$ より, $\triangle AQP=\triangle ACP$ よって,

$$\text{四角形 } AQPG=\triangle APG+\triangle AQP=\triangle CPD+\triangle ACP=\triangle ACD$$

$\triangle ACD$ は $AC=AD$ の二等辺三角形だから, $\angle CAD$ の二等分線と辺 CD との交点を H とすると, 直線 AH は線分 CD の垂直二等分線となる。よって, $\triangle ACH$ は $AC=12\text{ cm}$, $CH=3\text{ cm}$, $\angle AHC=90^\circ$ の直角三角形だから, 三平方の定理より, $AH=\sqrt{12^2-3^2}=\sqrt{135}=3\sqrt{15}(\text{cm})$

$$\text{したがって, 四角形 } AQPG=\triangle ACD=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{15}=9\sqrt{15}(\text{cm}^2)$$

【問 25】

下の図 3 のように、直線 ℓ 上に 2 点 O 、 A があり、 $OA=1$ とする。このとき、 $OP=\sqrt{2}$ となる点 P を解答紙の直線 ℓ 上に、以下の指示に従って作図しなさい。

(鳥取県 2019 年度)

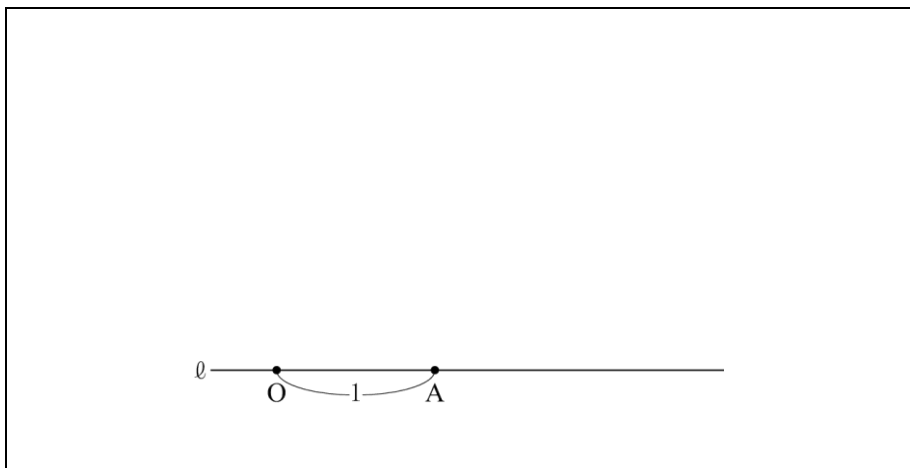
指示

- ・点 P は点 O よりも右側にとりなさい。
- ・作図に用いた線は明確にして、消さずに残しておきなさい。
- ・作図した点 P には記号 P を書き入れなさい。

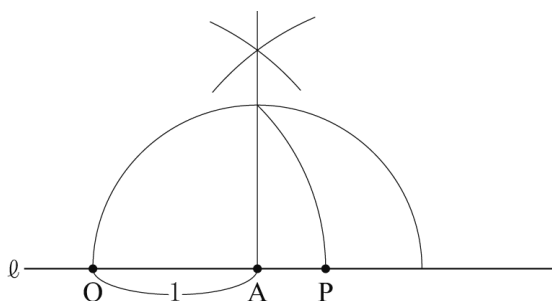
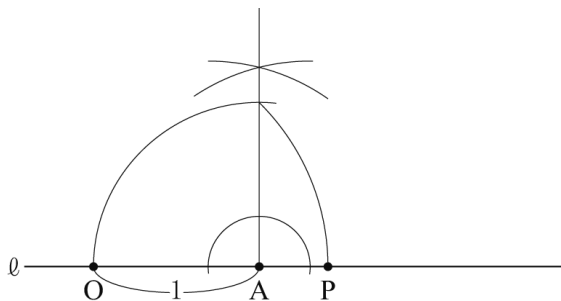
図 3



解答欄



解答



解説

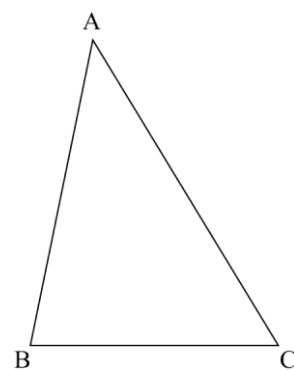
直角二等辺三角形の辺の比は $1 : 1 : \sqrt{2}$ だから
 まずは線分 OA を斜辺以外の 1 辺とする直角二等辺三角形を作図し、斜辺の長さを直線 ℓ 上に移せばよい。
 よって、まず点 A を通る直線 ℓ の垂線 m を作図し
 点 A を中心とする半径 AO の円と直線 m との交点を B とすると
 $\triangle OAB$ が $OA=AB$ の直角二等辺三角形となるから
 点 O を中心とする半径 OB の円をかき、直線 ℓ との交点を P とすればよい。

【問 26】

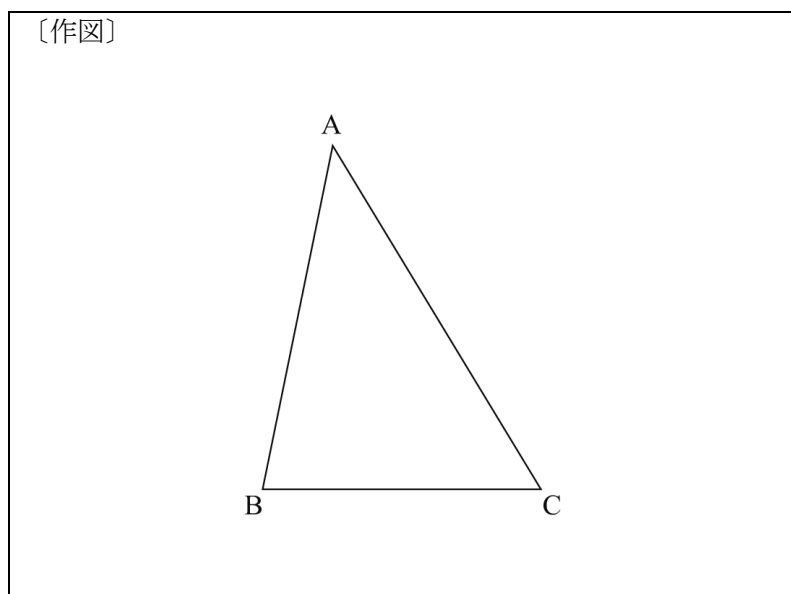
図 1 の $\triangle ABC$ で $\angle ABC$ の二等分線を定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

(島根県 2019 年度)

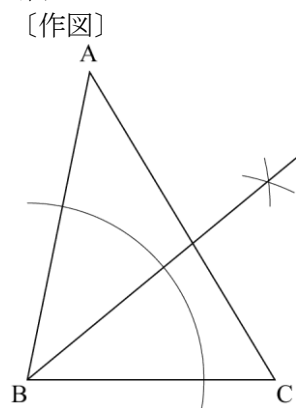
図 1



解答欄



解答



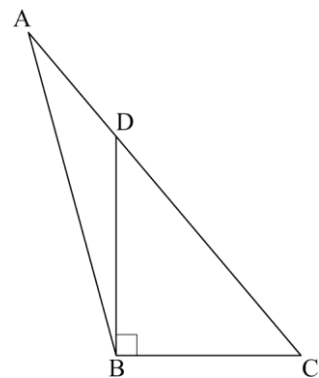
解説

まず、点 B を中心とする円弧をかき、辺 AB 、 BC との交点をそれぞれ P 、 Q とする。
次に点 P 、 Q をそれぞれ中心とする半径の等しい円弧を交わるようにかき、その交点の 1 つを R とする。
最後に半直線 BR を引くと、半直線 BR が $\angle ABC$ の二等分線となる。

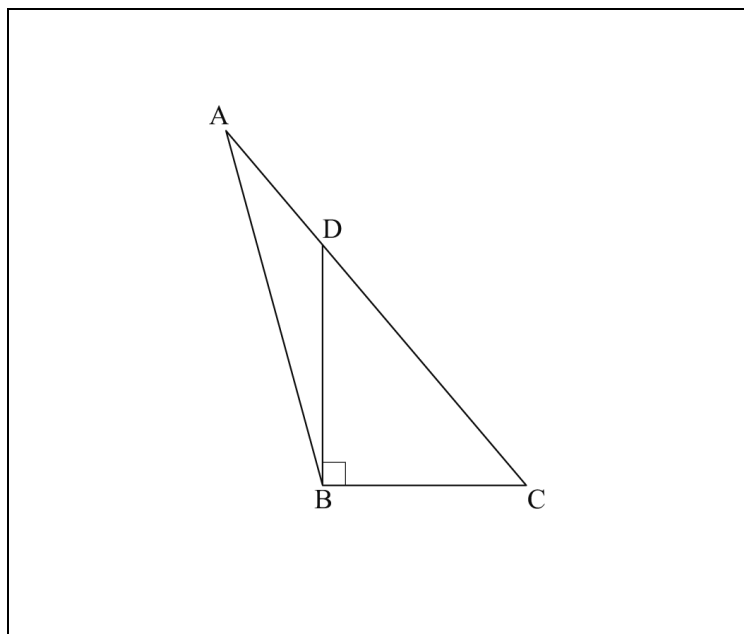
【問 27】

右の図のような $\triangle ABC$ の線分 AC 上に点 D があり、 $\angle DBC=90^\circ$ である。線分 AB 上に点 E をとり、 $\angle DEC=90^\circ$ となるようにしたい。点 E を、定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。ただし、点 E は点 B と異なる点とする。

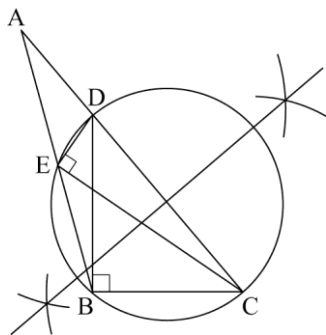
(岡山県 2019 年度 特別)



解答欄



解答



解説

半円の弧に対する円周角が 90° となることを利用する。
線分 CD の垂直二等分線と CD との交点を O として
 O を中心とする半径 OC の円をかき
線分 AB との交点のうち、点 B と異なる点を E とすればよい。
 CD は円 O の直径だから、 $\angle DEC=90^\circ$ となる。

【問 28】

社会の授業で検地について学習した太郎さんは、昔の土地の＜測量方法＞に興味をもち、江戸時代の土地の測量の様子を表した図 1 をもとに、台形の土地を図 2 のように模式化して考えた。問 1 ～問 3 に答えなさい。

(岡山県 2019 年度 一般)

＜測量方法＞

図 1 (「徳川幕府県治要略」から)

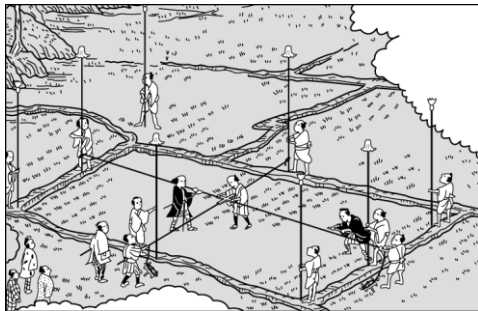
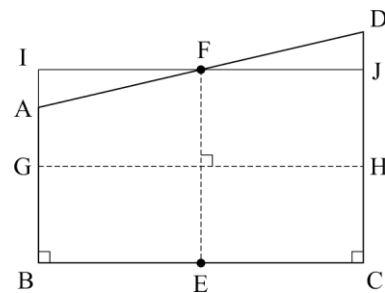


図 2



- ・ $AB < CD$, $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$ である台形 $ABCD$ について, (あ) 線分 BC の中点 E と線分 AD の中点 F をとり, 線分 EF の位置に縄を張る。
- ・ 線分 AB , CD 上にそれぞれ点 G , H を, $EF \perp GH$ となるようにとり, 線分 GH の位置に縄を張る。
- ・ (い) 張った 2 本の縄の長さの積 ($EF \times GH$) が, その土地 (台形 $ABCD$) の面積となる。

問 1 下線部(あ)の点 E を, 定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

問2 下線部(い)について、太郎さんは<測量方法>で図2の台形ABCDの面積を求めることができる理由を、次のように説明した。□に $\triangle AFI \equiv \triangle DFJ$ の証明の過程を書き、<説明>を完成させなさい。

<説明>

点Fを通り、線分BCに平行な直線と直線AB, CDとの交点をそれぞれI, Jとする。

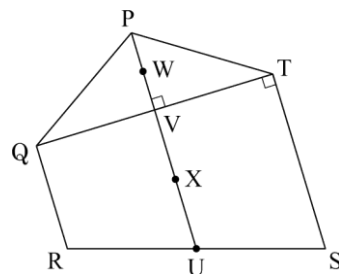
$\triangle AFI$ と $\triangle DFJ$ において、



$\triangle AFI \equiv \triangle DFJ$ である。したがって、 $\triangle AFI = \triangle DFJ$ であり、台形ABCDの面積は長方形IB CJの面積と等しくなるから、張った2本の縄の長さの積($EF \times GH$)が、その土地(台形ABCD)の面積となる。

問3 図3のような五角形PQRSTがある。線分RSの中点をU、線分PUと線分QTとの交点をV、線分PV, VUの中点をそれぞれW, Xとする。PV<VU, QV=VT, $\angle PVT = \angle STV = 90^\circ$ であるとき、線分の長さや面積の関係について、正しくないものは、ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。

図3



ア $QR + TS = 2VU$

イ (四角形QRSTの面積) $= QT \times VU$

ウ (五角形PQRSTの面積) $= QT \times PX$

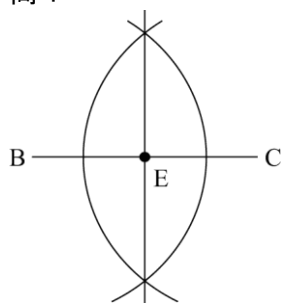
エ (五角形PQRSTの面積) $= QT \times WU$

解答欄

問 1	B ————— C
問 2	
問 3	

解答

問 1



問 2

$\angle IBC = \angle DCB = 90^\circ$, $BC \parallel IJ$ だから

$BI \perp IJ$, $CD \perp IJ$

よって, $\angle AIF = \angle DJF = 90^\circ \cdots (i)$

点 F は線分 AD の中点だから

$AF = DF \cdots (ii)$

対頂角は等しいから

$\angle AFI = \angle DFJ \cdots (iii)$

(i), (ii), (iii) から, 直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので

問 3 ウ

解説

問 1

線分 BC の垂直二等分線を作図し, 線分 BC との交点を E とする。

問 2

対頂角が等しいことなどを利用して, 直角三角形の合同条件を導く。

問 3

$\angle PVT = \angle STV = 90^\circ$ より, 錯角が等しいから $PU \parallel TS$

点 Q と点 S を結び, 線分 QS と線分 PU との交点を Y とする。

$\triangle QST$ で, $VY \parallel TS$ より, $QY : YS = QV : VT = 1 : 1$

よって, $\triangle SQR$ で, $QY : YS = RU : US = 1 : 1$ となるから, 中点連結定理より, $QR \parallel YU$

したがって, $QR \parallel TS$ で, 四角形 QRST は $\angle RQT = \angle STQ = 90^\circ$ の台形である。

ア

中点連結定理より, $\triangle SQR$ で, $YU = \frac{1}{2}QR$ $QR = 2YU$ 同様に, $\triangle QST$ で, $VY = \frac{1}{2}TS$ $TS = 2VY$

よって, $QR + TS = 2YU + 2VY = 2(YU + VY) = 2VU$ だから, 正しい。

イ

問 2 で, 台形 ABCD の面積を $EF \times GH$ で求めたのと同じ考え方だから, 正しい。

ウとエ

どちらも五角形 PQRST の面積を求める式で, QT に何をかけるのかが異なっている。

ウは $PX = PU - XU = PU - \frac{1}{2}VU$, エは $WU = PU - PW = PU - \frac{1}{2}PV$ をかけるが, 仮定より $PV < VU$ だから, $PX < WU$ したがって, ウとエのどちらかが正しくないことになる。

エの $QT \times WU$ は, $QT \times (WV + VU) = QT \times WV + QT \times VU$ と変形することができる。

$QT \times VU$ はイで示したように四角形 QRST の面積を表す式だから, $QT \times WV$ が $\triangle PQT$ の面積を表す式であれば, $\triangle PQT +$ 四角形 QRST = 五角形 PQRST だから, エは正しいことになる。

ここで, $\triangle PQT = \frac{1}{2} \times QT \times PV = QT \times \frac{1}{2}PV = QT \times WV$ と変形することができるから, エは正しい。

よって, 正しくないのはウ

【問 29】

図 1 のように、円形の紙を折ると、折り目の線分ができる。

図 1

次の問 1，問 2 に答えなさい。

(山口県 2019 年度)

問 1 図 2 のように、円形の紙の周上に点 A があり、内部に点 Q がある。線分 AQ と、点 A と点 Q が重なるように折ってできる折り目の線分の交点を P とする。点 P を、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

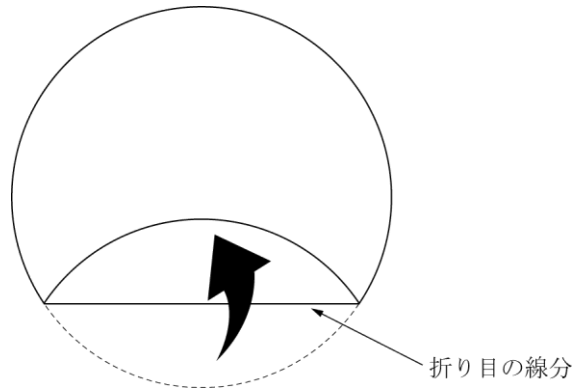
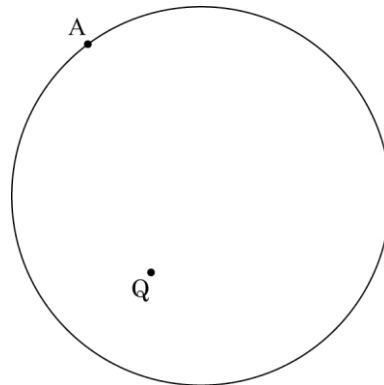


図 2



問 2 円形の紙の中心を O，半径を 6 cm とする。図 3 は、円形の紙を、折り目の線分 BC が中心 O を通るように折り、線分 BC で切り取った半円形の紙を示したものである。この半円形の紙の線分 OB と線分 OC をぴったりとつけ、図 4 のような、円すいの形をした容器を作った。この容器の高さを求めなさい。

図 3

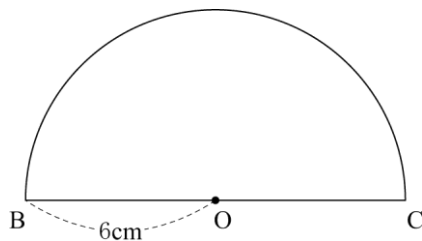
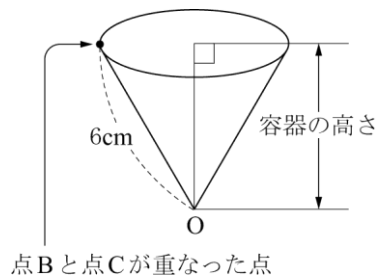
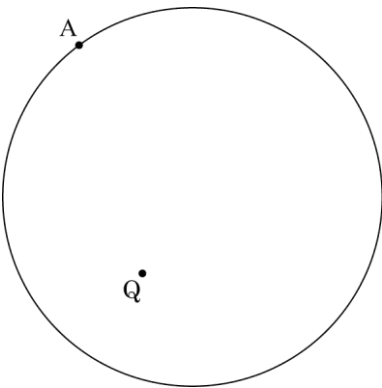


図 4

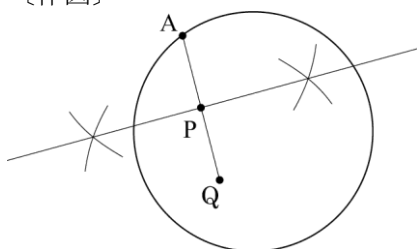


問 1	〔作図〕 図 2 
問 2	cm

解答

問 1

〔作図〕



問 2 $3\sqrt{3}$ cm

解説

問 1

折り目の線分は、点 A を点 Q の位置に対称移動させるときの対称軸とみることができるから線分 AQ の垂直二等分線になる。

問 2

円すいの容器における底面の円の中心を P とすると、線分 OP が円すいの高さになる。

底面の円の半径を r cm とすると、底面の円周の長さは、半円形の紙の $\widehat{BC}$ の長さと等しいから

$$2\pi r = 2\pi \times 6 \times \frac{1}{2}$$

$$r = 3$$

ここで、円すいの母線を斜辺とし、線分 OP と底面の半径が直角をはさむ 2 辺となる直角三角形を考える。

母線の長さは 6cm、底面の半径は 3cm だから

三平方の定理より、

$$OP^2 + 3^2 = 6^2$$

$$OP^2 = 6^2 - 3^2 = 27$$

$OP > 0$ だから

$$OP = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

【問 30】

図 1 のように、1 辺の長さが 5 cm の正三角形 ABC がある。辺 BC は直線 ℓ 上にあり、点 B は直線 ℓ 上の点 O と重なっている。この $\triangle ABC$ を、直線 ℓ 上を矢印の方向に、直線 ℓ 上にある頂点 2 つのうち点 O から遠いほうの点を回転の中心として、 $\triangle ABC$ の辺が直線 ℓ と重なるまで回転移動させることを繰り返す。

図 2 は、 $\triangle ABC$ を、頂点 C を回転の中心として、辺 CA が直線 ℓ と重なるまで回転移動させた後、頂点 A を回転の中心として、辺 AB が直線 ℓ と重なるまで回転移動させている途中のようすを示している。

図 1

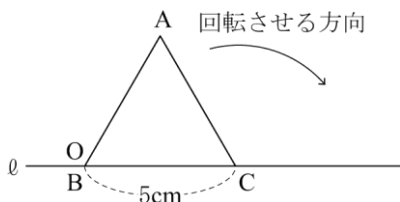
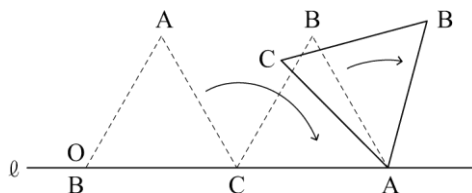


図 2



次の問 1，問 2 に答えなさい。

(山口県 2019 年度【学校指定】)

問 1 $\triangle ABC$ を回転移動させ始めてから、辺 BC が再び直線 ℓ と重なったところで移動をやめた。このとき、次の (1)，(2) に答えなさい。

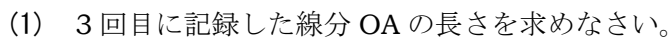
- (1) $\triangle ABC$ の移動をやめたとき、頂点 A が移動によって移った点を P とする。点 P を、コンパスを使って、図 3 に作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

図 3



- (2) $\triangle ABC$ を回転移動させ始めてから、移動をやめるまでの間で、頂点 A が動いたあとにできる線の長さを求めなさい。ただし、円周率は π とする。

图 4



(2) x 回目に記録した線分 OA の長さを y cm とするとき、 y を x を使った式で表しなさい。

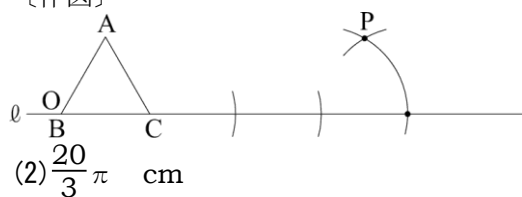
問 1	(1)	〔作図〕	
	(2)	cm	
問 2	(1)	cm	
	(2)	$y =$	

解答

問 1

(1)

〔作図〕



問 2

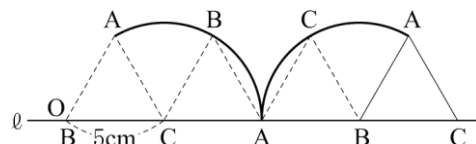
(1) 40 cm

(2) $y = 15x - 5$

解説

問 1

右の図のように、 $\triangle ABC$ を回転移動させ始めてから移動をやめるまでに、辺 CA 、辺 AB 、辺 BC がそれぞれ 1 回ずつ直線 l と重なる。



(1)

直線 l 上に、点 C から BC の長さの 3 倍の距離にある点をとると、その点が移動をやめたときの点 C が移った点になる。よって、移動によって移った点 B 、 C をそれぞれ中心に BC の長さを半径とする円をかい、その交点 P を求める。

(2)

点 A が動いたあとにできる線は、右上の図の太線で表される。これは、半径が 5cm で中心角が 120°

のおうぎ形の弧の長さ 2 つ分とみることができるから、長さは、 $2\pi \times 5 \times \frac{120}{360} \times 2 = \frac{20}{3}\pi (\text{cm})$

問 2

(1)

1 回目から 2 回目までに、辺 AB 、辺 BC 、辺 CA が直線 l と重なるから、線分 OA の長さは $5 \times 3 = 15(\text{cm})$ 増える。2 回目から 3 回目までも同様に 15cm 増えるから、3 回目に記録した線分 OA の長さは、 $10 + 15 + 15 = 40(\text{cm})$

(2)

$x = 1$ のとき $y = 10$ で、 x の値が 1 増えるごとに y の値は 15 増えるから、 $y = 10 + 15(x - 1) = 15x - 5$

【問 31】

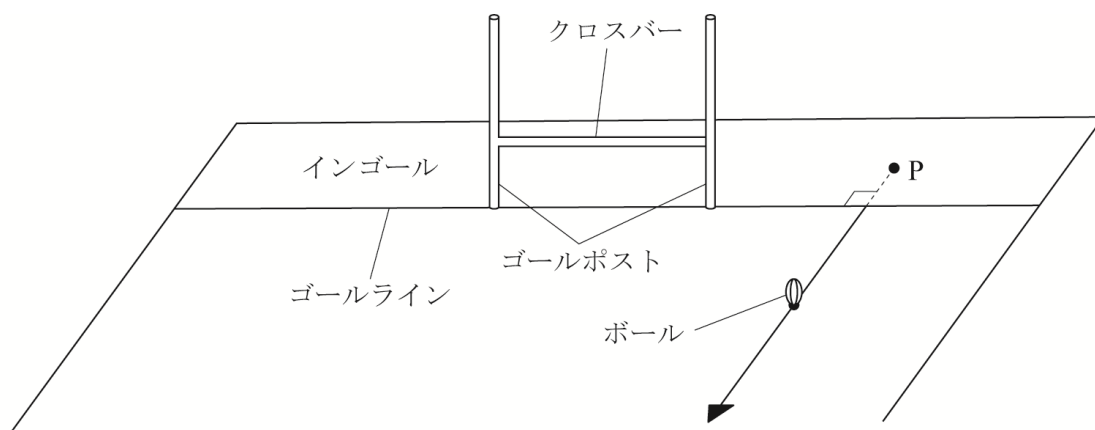
あやこさんは、日本でラグビーワールドカップ 2019 が開催されることを知り、ラグビーについて調べた。問 1・問 2 に答えなさい。

(徳島県 2019 年度)

問 1 あやこさんが住む地域のラグビー大会は、参加する 5 チームが総あたり戦を行う。総あたり戦では、5 チームがそれぞれ 1 回ずつ対戦する。試合数は全部で何試合になるか、求めなさい。

問 2 あやこさんがラグビーについて調べると、トライをした後にゴールキックをすることがわかった。このゴールキックは、トライをした地点からゴールラインへひいた垂線上のいずれかの位置からボールを蹴る。あやこさんは、図 1 の点 P の位置にトライをしたとき、矢印 (→) 上のどの位置にボールを置くとゴールキックが最も成功しやすくなるかを考えた。

図 1

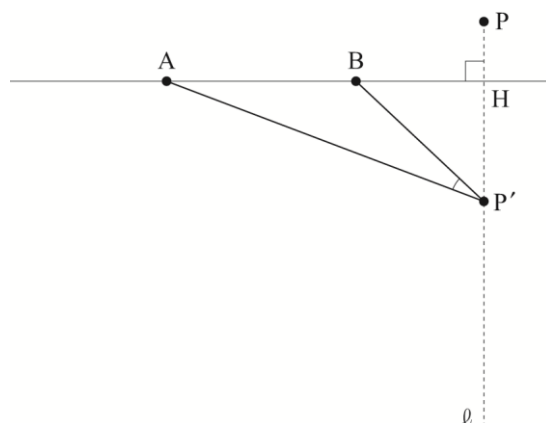


(注) トライ：相手チーム側のゴールラインの向こう側(インゴール)にボールを持ち込み、地面にボールをつける得点方法。
ゴールキック：ボールを蹴り、クロスバーの上で 2 つのゴールポストの間の空間を通す得点方法。

図 2・図 3 は競技場を真上から見た図である。図中の 2 点 A, B はゴールポストの位置であり、直線 l は点 P を通る直線 AB の垂線で、点 H はその 2 直線の交点である。また、点 P' はボールを置く位置で直線 l 上にあり、直線 AB に対して点 P の反対側にある。(1)・(2) に答えなさい。ただし、ボールは、必ずゴールするのに十分な強さで蹴られ、まっすぐに飛ぶものとする。

- (1) あやさんは、図2の $\angle AP'B$ が最も大きくなる点 P' の位置が、ゴールキックが最も成功しやすい位置になると考えた。そこで、直線 ℓ 上の適当な位置に点 P' をとり、3点 A, B, P' を通る円を作図してみることにした。

図2



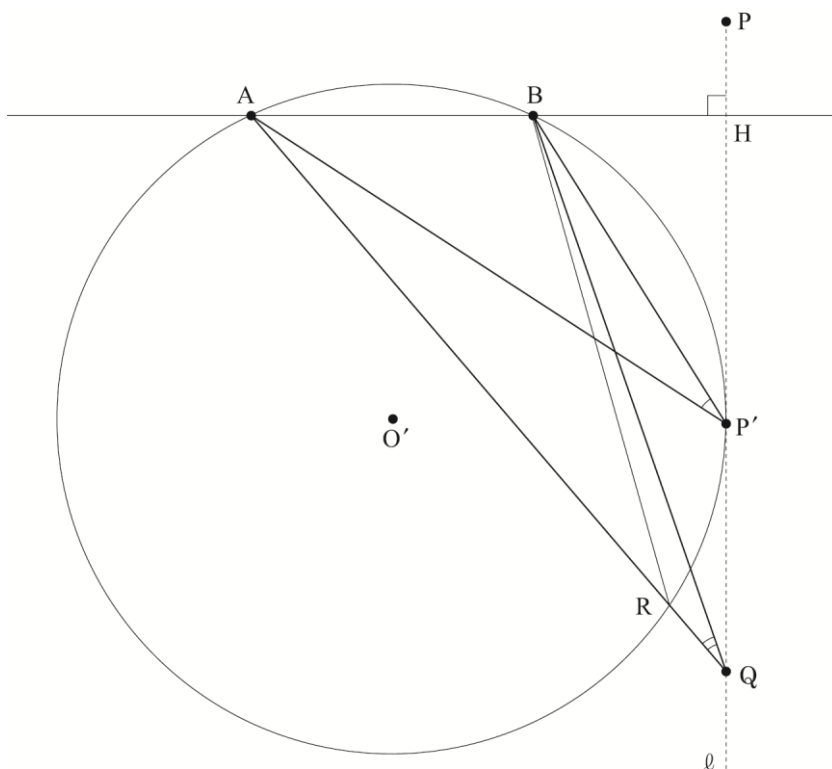
3点 A, B, P' を通る円の中心を O として、定規とコンパスの両方を使って円の中心 O を解答紙に作図しなさい。ただし、作図に使った線は消さずに残しておくこと。

また、定規やコンパスを持っていない場合は、作図の方法を文章で書きなさい。

- (2) あやさんは、点 P' の位置を変えながら3点 A, B, P' を通る円をいくつかきき、 $\angle AP'B$ の大きさについて考えていると、3点 A, B, P' を通る円が、点 P' で直線 ℓ と接するとき、 $\angle AP'B$ が最も大きくなることに気づいた。

——線部の考えが正しいことの根拠として、図3で $\angle AP'B$ が $\angle AQB$ より大きくなることを証明しなさい。ただし、図3で円 O' は、2点 A, B を通り直線 ℓ に点 P' で接している。また、点 Q は直線 ℓ 上にあり、点 P' とは異なる点で、直線 AB に対して点 P' と同じ側にある。点 R は線分 AQ と円 O' との交点で、点 A とは異なる点である。

図3



問 1	試合		
問 2	(1)	A B •P'	
	(2)	〔証明〕	

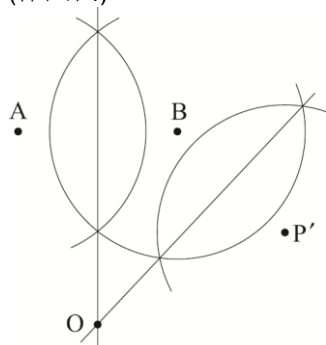
解答

問 1 10 (試合)

問 2

(1)

(作図例)



(文章記述例)

① 点 A, B を, それぞれ中心として, 等しい半径の円をかき, この 2 円の交点を通る直線をひく。

② 同様に, 点 B, P' を, それぞれ中心として, 等しい半径の円をかき, この 2 円の交点を通る直線をひく。

③ ①, ②でひいた 2 直線の交点が中心 O である。

(2)

〔証明〕

$\widehat{AB}$ に対する円周角だから,

$$\angle AP'B = \angle ARB \cdots \cdots ①$$

$\triangle BQR$ の内角と外角について

$$\angle AQB = \angle ARB - \angle QBR \cdots \cdots ②$$

①, ②から

$$\angle AQB = \angle AP'B - \angle QBR$$

したがって, $\angle AP'B$ は $\angle AQB$ より大きい。

解説

問 1

5 チームを A, B, C, D, E とすると, 試合の組み合わせは, {A, B}, {A, C}, {A, D}, {A, E}, {B, C}, {B, D}, {B, E}, {C, D}, {C, E}, {D, E} の 10 通りある。

問 2

(1)

円 O は 3 点 A, B, P' を通るから, 中心 O は A, B, P' から等しい距離にある。2 点から等しい距離にある点は, その 2 点を両端とする線分の垂直二等分線上にある。よって, 3 点 A, B, P' から等しい距離にある点 O を求めるには, 線分 AB, AP', BP' のうち, いずれか 2 本の垂直二等分線を作図して, その交点を O とすればよい。文章で書く場合は, 2 本の線分の垂直二等分線を作図する手順を説明すること。

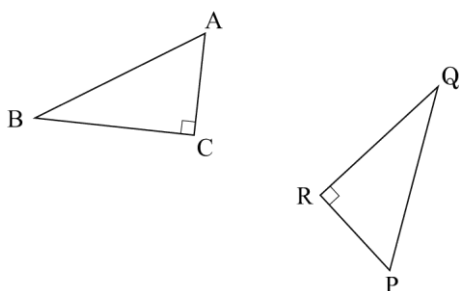
(2)

円周角の定理や, 三角形の内角と外角の性質を利用して, 角の大小関係を証明する。

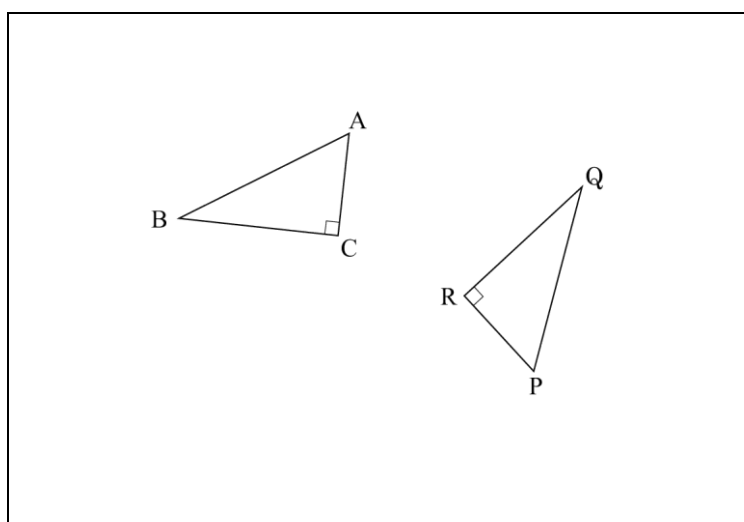
【問 32】

下の図において、直角三角形 PQR は、直角三角形 ABC を回転移動したものである。このとき、回転の中心 O を解答欄に作図せよ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

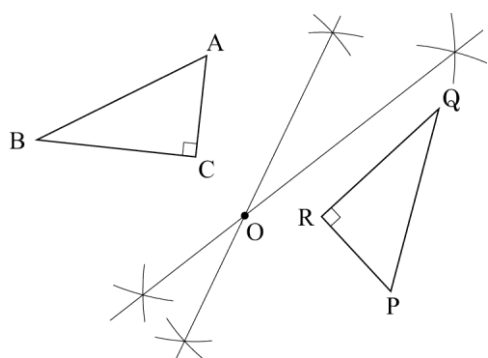
(愛媛県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

回転移動では、対応する点は回転の中心から等しい距離にある。
また、2 点から等しい距離にある点は、その 2 点を両端とする線分の垂直二等分線上にある。
よって、対応する点どうしを結ぶ線分 AP , BQ , CR のうち
いずれか 2 本の垂直二等分線を作図して、その交点を O とすればよい。

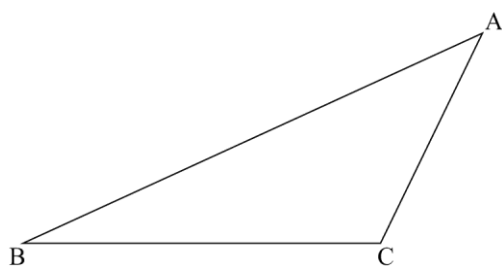
【問 33】

下の図のような、三角形 ABC がある。次の【条件】①，②を満たす点 P を，定規とコンパスを使い，作図によって求めよ。ただし，定規は直線をひくときに使い，長さを測ったり角度を利用したりしないこととする。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

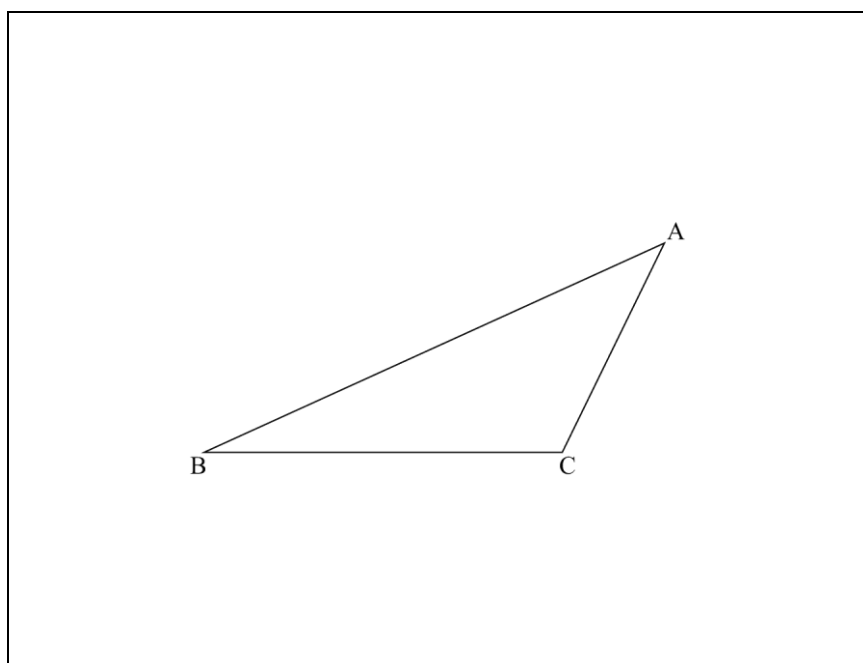
(高知県 A 2019 年度)

【条件】

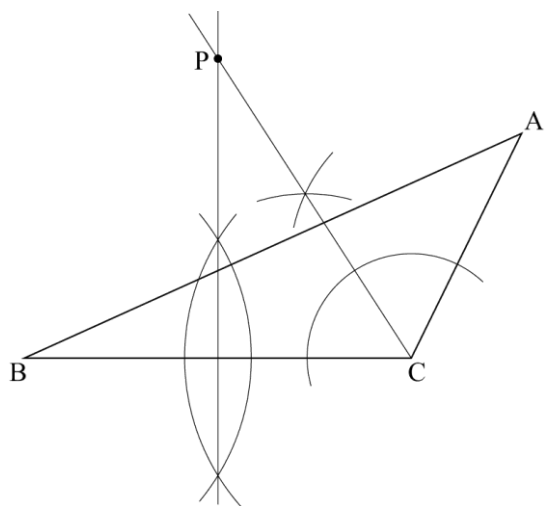
- ① 3 点 B ， C ， P を頂点とする三角形 BCP は， $BP=CP$ の二等辺三角形である。
- ② $\angle BCP = \angle ACP$ である。



解答欄



解答



解説

【条件①】を満たす点 P は線分 BC の垂直二等分線上にあり

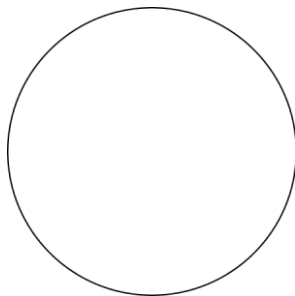
【条件②】を満たす点 P は $\angle ACB$ の二等分線上にある。

よって、線分 BC の垂直二等分線と $\angle ACB$ の二等分線をかいて、その交点を P とすればよい。

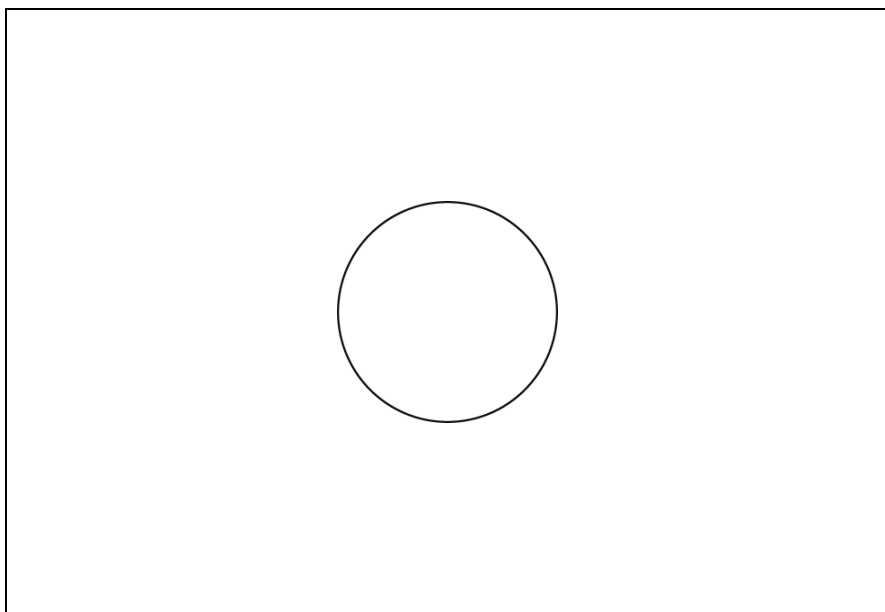
【問 34】

下の図において、円の中心である点 P を作図し、点 P の位置を示す文字 P を書きなさい。
ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

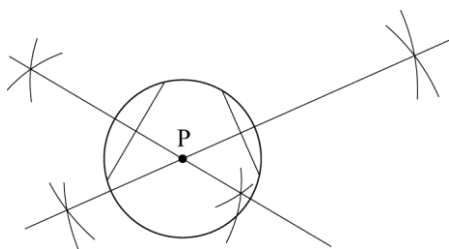
(佐賀県 2019 年度 特色)



解答欄



解答



解説

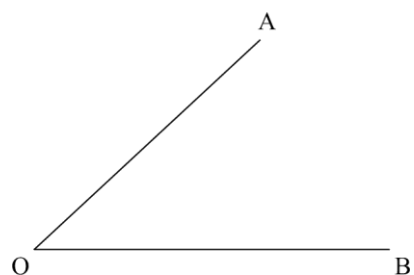
弦の垂直二等分線は円の中心を通ることを用いる。
円に 2 本の弦を引くと、その 2 本の弦の垂直二等分線
の交点が円の中心となるから、その交点を P とすればよい。

【問 35】

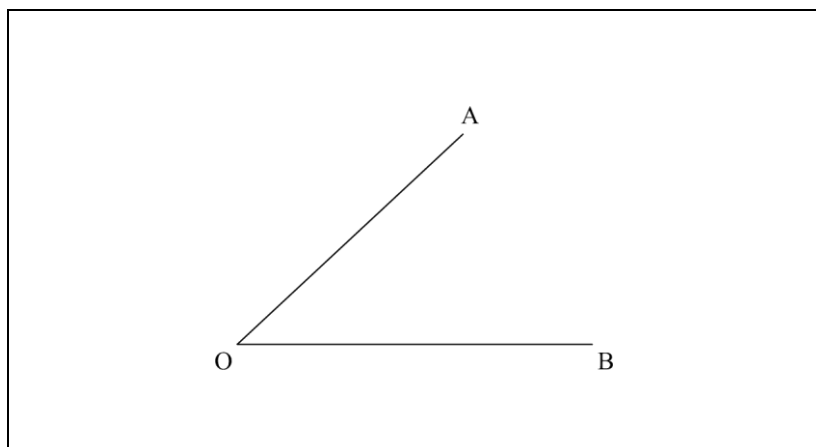
図 2 において、 $\angle AOB$ の二等分線を定規とコンパスを用いて解答用紙の図 2 に作図せよ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

(長崎県 2019 年度)

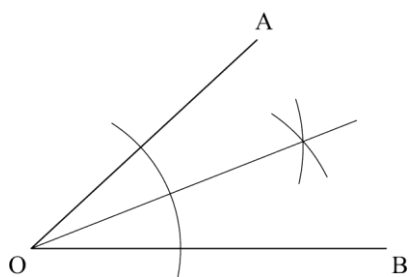
図 2



解答欄



解答



解説

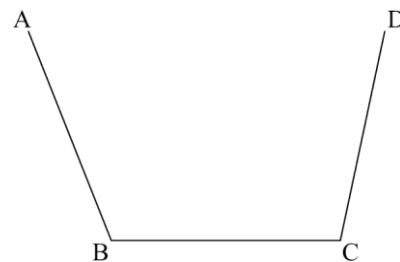
点 O を中心とする円をかき、 OA 、 OB との交点をそれぞれ P 、 Q とする。
次に 2 点 P 、 Q を中心とする半径の等しい円をかき
その交点の 1 つを R として半直線 OR をひくと
 OR が $\angle AOB$ の二等分線になる。

【問 36】

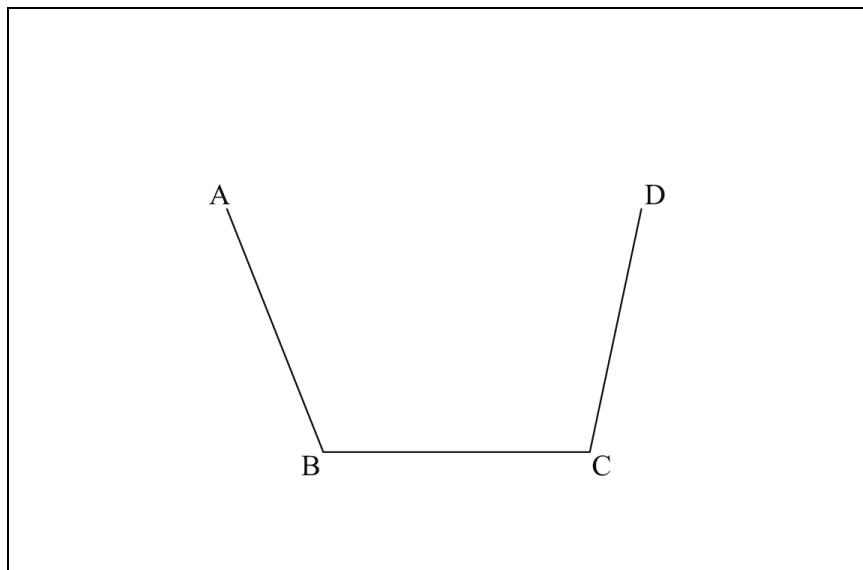
図 2 において、3 つの線分 AB 、 BC 、 CD のすべてに接する円の中心 P を定規とコンパスを用いて解答用紙の図 2 に作図して求め、その位置を点 $\bullet$ で示せ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

(長崎県 2019 年度)

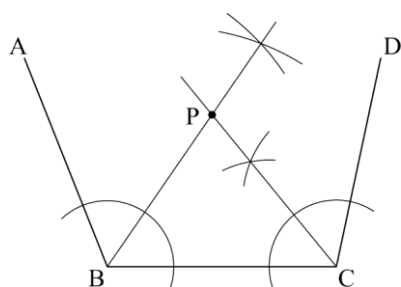
図 2



解答欄



解答



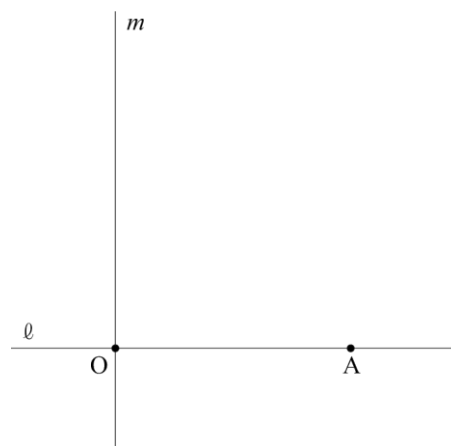
解説

円の中心 P は、3 つの線分 AB 、 BC 、 CD から等しい距離にある。
角の 2 辺から等しい距離にある点は、その角の二等分線上にあるから
 $\angle ABC$ の二等分線と $\angle BCD$ の二等分線を作図して、その交点を P とすればよい。

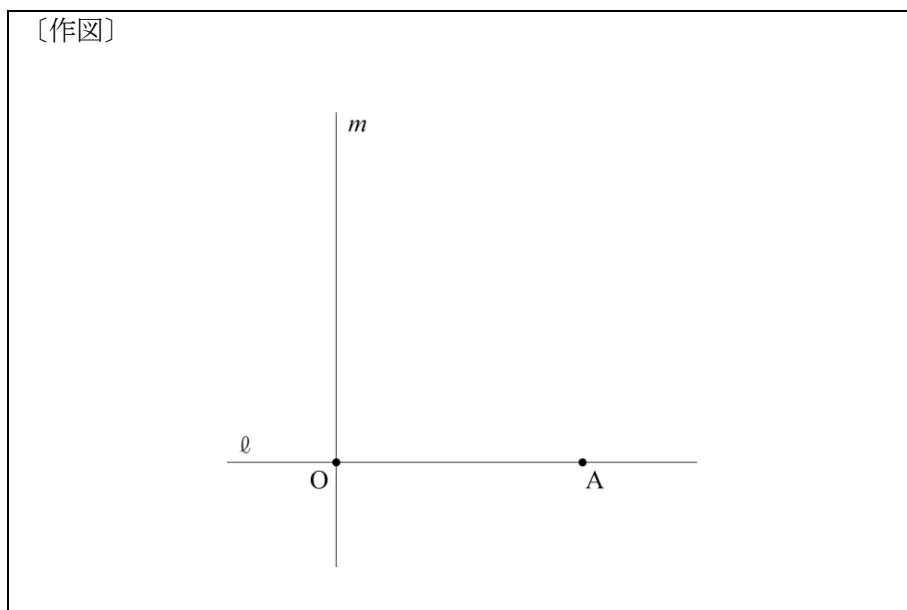
【問 37】

右の図のように、直線 ℓ と直線 m があり、 $\ell \perp m$ である。 ℓ と m の交点 O を回転の中心として、 ℓ 上の点 A を時計の針の回転と反対の向きに 45° 回転移動させてできる点 P を、定規とコンパスを使って作図しなさい。なお、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

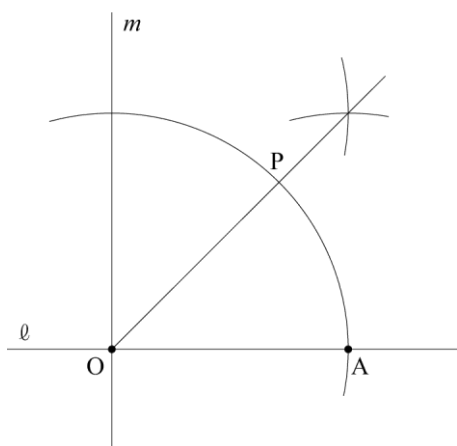
(熊本県 2019 年度)



解答欄



解答



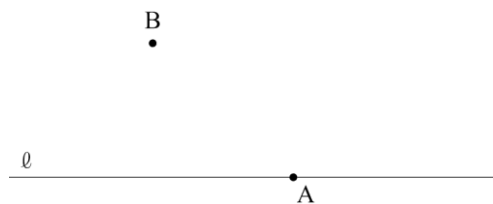
解説

ℓ と m が交わってできる 90° の角の二等分線を作図し、その二等分線上に $OP=OA$ となる点 P をとる。

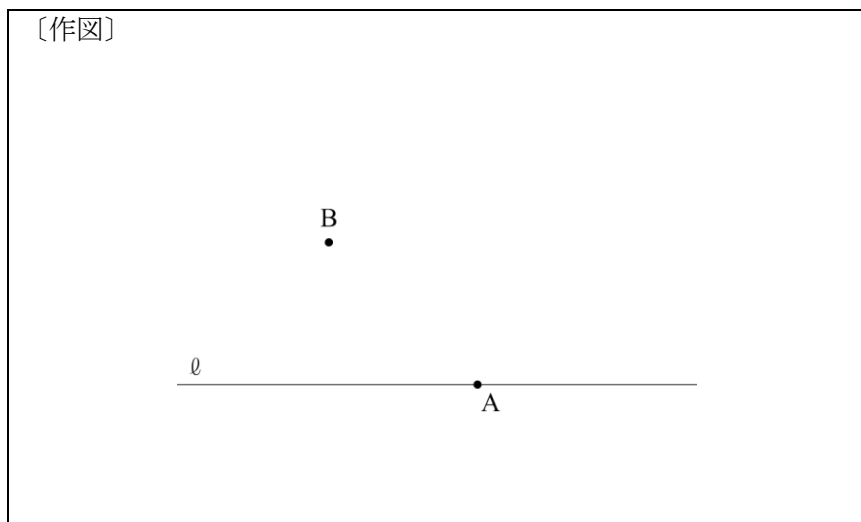
【問 38】

右の図のように、直線 ℓ 上の点 A と、 ℓ 上にない点 B がある。 A で ℓ に接し、 B を通る円の中心 P を、定規とコンパスを使って作図しなさい。なお、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

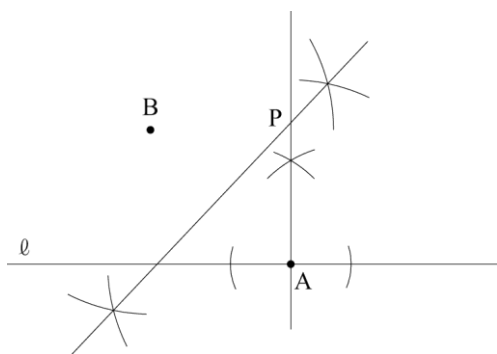
(熊本県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

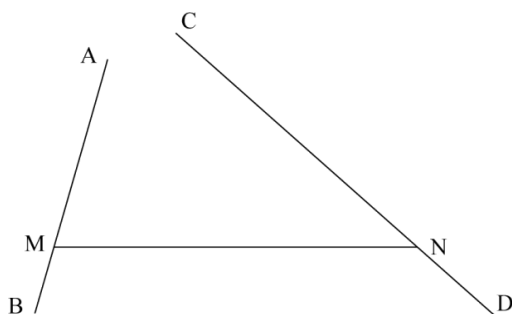
円の中心 P は 2 点 A 、 B から等しい距離にあるから、線分 AB の垂直二等分線上にある。
また、円の接線は接点を通る半径に垂直だから、円の中心 P は A を通る直線 ℓ の垂線上にある。

【問 39】

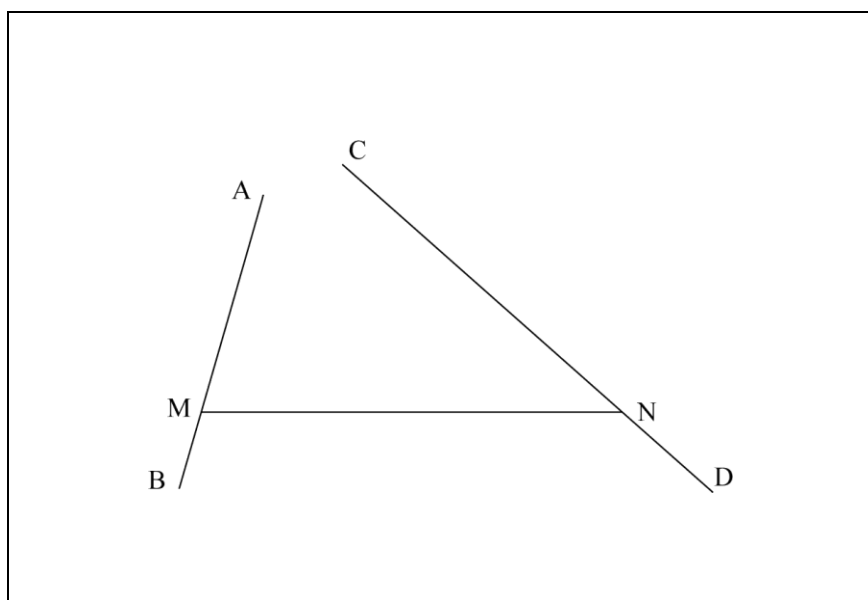
下の図のように、線分 AB 、 CD 上にそれぞれ点 M 、 N をとる。線分 MN 上にあって、2 つの線分 AB 、 CD からの距離が等しくなる点 P を、作図によって求めなさい。

ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に使った線は消さないこと。

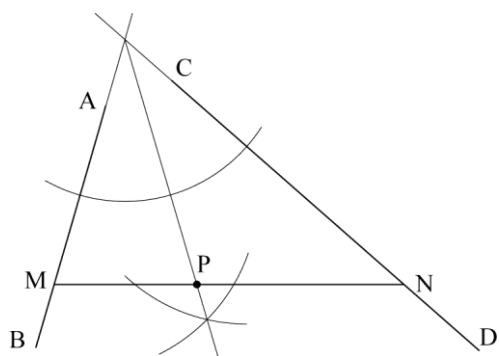
(大分県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

直線 AB と直線 CD の交点を E とし、 $\angle BED$ の二等分線と線分 MN の交点を P とすればよい。

【問 40】

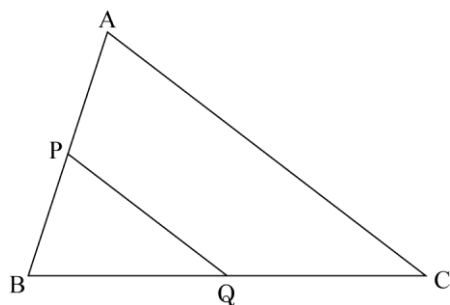
右の図 1 のような $\triangle ABC$ がある。辺 AB , BC の中点をそれぞれ P , Q とする。

次の問 1, 問 2 に答えなさい。

(大分県 2019 年度)

問 1 $AC=6\text{ cm}$ とするとき, 線分 PQ の長さを求めなさい。

図 1



問 2 $\triangle ABC$ の外部に点 D をとり, 四角形 $ABCD$ をつくる。四角形 $ABCD$ の辺 CD , AD の中点をそれぞれ R , S とする。

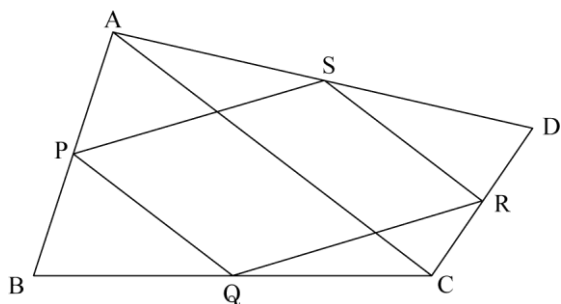
次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) 右の図 2 のように, 4 点 P , Q , R , S を結ん

図 2

で四角形 $PQRS$ をつくる。

この四角形 $PQRS$ が平行四辺形であることを証明しなさい。



(2) 右の図 3 のように, 平行四辺形 $PQRS$ が正方形になるような点 D の位置について考える。

図 3

$\triangle ABC$ から, この点 D の位置を決める作図の 1 つとして, 下の [作図方法] で, 右の図 4 のような作図をした。

[作図方法]

① 点 B を通る線分 AC の垂線をひく。($AC \perp BD$)

② $AC=BD$ となる点 D をとる。

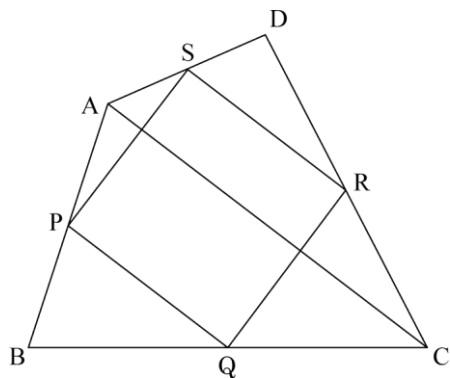
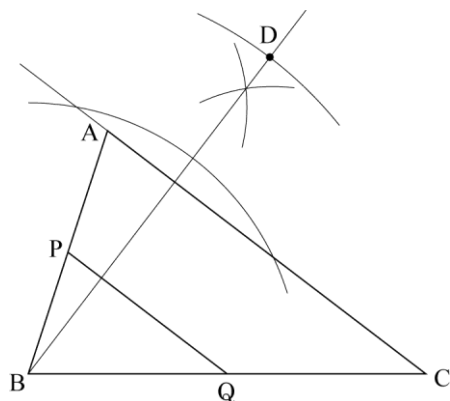


図 4

次の [説明] は, 上の [作図方法] から求めた点 D によってできる 平行四辺形 $PQRS$ が正方形であること を, 説明したものである。



〔説明〕

正方形は、4つの角がすべて等しく、4つの辺がすべて等しい四角形であるので、
平行四辺形 PQRS が正方形になるための条件は、I である。

よって、I であることを示す。

II

ゆえに、I であるので、平行四辺形 PQRS は正方形である。

I には最も適当なものを下のア～エから1つ選び、記号を書き、II には、 $AC \perp BD$, $AC = BD$ を用いて続きを書き、〔説明〕を完成させなさい。

ア $PQ \perp PS$, $PR = QS$

イ $PQ \perp PS$, $PQ = PS$

ウ $PQ \perp PS$, $SP \perp SR$

エ $PQ = PS$

解答欄

問 1	(cm)		
問 2	(1)	〔証明〕	
	(2)	I	
		II	

解答

問 13 (cm)

問 2

(1)

〔証明〕

△ABC において、点 P, Q はそれぞれ辺 AB, BC の中点だから、中点連結定理より

$$PQ \parallel AC, PQ = \frac{1}{2}AC$$

△ADC において、点 R, S はそれぞれ辺 CD, AD の中点だから、中点連結定理より

$$SR \parallel AC, SR = \frac{1}{2}AC$$

$$PQ \parallel AC, SR \parallel AC \text{ より, } PQ \parallel SR \quad \cdots(i)$$

$$PQ = \frac{1}{2}AC, SR = \frac{1}{2}AC \text{ より, } PQ = SR \cdots(ii)$$

(i), (ii)より 1 組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいから四角形 PQRS は平行四辺形である。

(2)

I イ

II

△ABC において、点 P, Q は、それぞれ辺 AB, BC の中点だから、中点連結定理より

$$PQ \parallel AC, PQ = \frac{1}{2}AC$$

△ABD において、点 P, S は、それぞれ辺 AB, AD の中点だから、中点連結定理より

$$PS \parallel BD, PS = \frac{1}{2}BD$$

AC ⊥ BD, PQ ∥ AC より

平行線の同位角は等しいから、PQ ⊥ BD

また、PQ ⊥ BD, PS ∥ BD より

平行線の同位角は等しいから、PQ ⊥ PS

$$AC = BD, PQ = \frac{1}{2}AC, PS = \frac{1}{2}BD \text{ から}$$

$$PQ = PS$$

解説

問 1

△ABC において、点 P, Q は辺 AB, BC の中点だから、中点連結定理より

$$PQ \parallel AC, PQ = \frac{1}{2}AC = 3(\text{cm})$$

問 2

(1)

問 1 より、PQ ∥ AC, $PQ = \frac{1}{2}AC \cdots \cdots \textcircled{1}$ 同様に、△ACD において、中点連結定理より

$$SR \parallel AC, SR = \frac{1}{2}AC \cdots \cdots \textcircled{2} \quad \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ より, } PQ \parallel SR, PQ = SR \cdots \cdots \textcircled{3}$$

よって、③より、1 組の向かいあう辺が等しくて平行であるから四角形 PQRS は平行四辺形である。

(2)

I

正方形は 4 つの角がすべて等しいから 1 つの角は 90° である。よって、PQ ⊥ PS また、すべての辺が等しいから、となりあう辺の長さが等しければよい。したがって、PQ = PS

この 2 つの条件を満たすのはイである。

II

①より、PQ ∥ AC, $PQ = \frac{1}{2}AC$ 同様に、△ABD において、点 P, S は辺 AB, AD の中点だから、中点連

結定理より PS ∥ BD, $PS = \frac{1}{2}BD$ 仮定より、AC = BD であるから PQ = PS $\cdots \cdots \textcircled{4}$

AC ⊥ BD, PQ ∥ AC より、平行線の同位角は等しいから PQ ⊥ BD

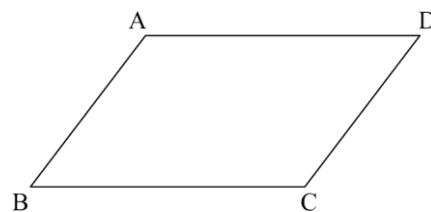
また、PQ ⊥ BD, PS ∥ BD より、平行線の同位角は等しいから PQ ⊥ PS $\cdots \cdots \textcircled{5}$

④、⑤より、平行四辺形 PQRS は正方形である。

【問 41】

右の図のような平行四辺形 $ABCD$ の紙がある。頂点 B が頂点 D に重なるように折ったときにできる折り目の線は、どのような線になるか、次のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。

(宮崎県 2019 年度)



ア $\angle BAD$ の二等分線

イ 対角線 AC

ウ 対角線 BD の垂直二等分線

エ 2 つの対角線 AC , BD の交点をとり、辺 BC に垂直な直線

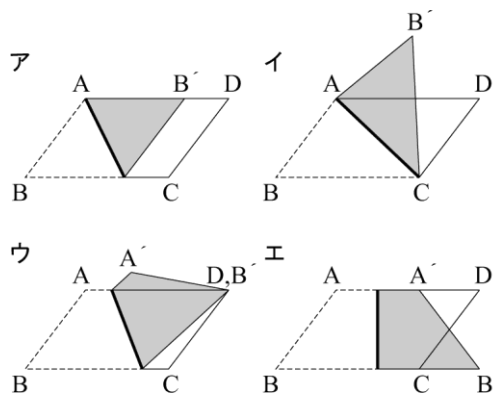
解答欄

解答

ウ

解説

問題の図で与えられた平行四辺形 $ABCD$ をア～エの直線(右の図の太線)が折り目の線となるように折ると、右の図のようになるので、条件に合うのはウである。



【問 42】

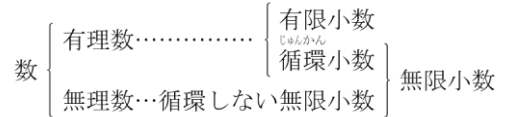
次の【会話】は、中学生の陽菜さんと高校生^{ひな}の七海^{ななみ}さんの姉妹による会話である。

このとき、後の問 1 ～問 4 に答えなさい。

(宮崎県 2019 年度)

【会話】

陽菜さん：右のように数が分類できると習ったけれど、①無理数はどうして「無理」という言葉が使われているのかな。



七海さん：②有理数は分数で表される数のこと

で、無理数は有理数でない数ということだね。「でない」という否定の部分があるから、有理数という文字の「有」の字から「無」の字になったという説を聞いたことがあるよ。

陽菜さん：そういうことか。

そういえば、生活の中で無理数を使ってかかれたものをみたことがないけれど、授業では

1 という長さをもとに、 $\sqrt{3}$ の長さを作図したよ。

③_____

実際に無理数が使われているものは、何かあるのかな。

七海さん：例えば、古代の建造物の中には、④無理数をふくむ比がみられるものもあるよ。

問 1 下線部①には、 $\sqrt{2}$ のような根号を使った数がある。根号を使った数の計算として適切なものを、次のア～エからすべて選び、記号で答えなさい。ただし、 a 、 b は正の数とする。

ア $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a+b}$

イ $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

ウ $a + \sqrt{b} = a\sqrt{b}$

エ $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

問 2 下線部②には、循環小数がふくまれている。循環小数となるものを、次のア～オから 2 つ選び、記号で答えなさい。

ア $\frac{4}{3}$

イ $\frac{3}{5}$

ウ $\sqrt{2} - 1$

エ $0.\dot{1}\dot{2}$

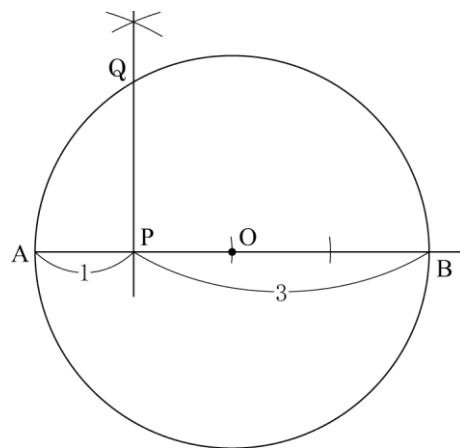
オ 円周率 π

問3 下線部③について、次の【作図のしかた】にしたがって 図1

作図すると、図1のようになる。

【作図のしかた】

- ① 長さを1とする線分APをPの方に延長し、PBの長さが3となる位置に点Bをとる。
- ② 線分ABを直径とする円Oをかく。
- ③ 点Pを通る線分ABの垂線をひき、円Oとの交点の1つをQとする。
- ④ 線分PQの長さが $\sqrt{3}$ である。



陽菜さんは、線分AQ, BQをひき、図1の線分PQの長さが $\sqrt{3}$ となることを次のように証明した。【証明】を完成させなさい。

【証明】

$\triangle APQ$ と $\triangle QPB$ で、



$\triangle APQ \sim \triangle QPB$

相似な三角形では、対応する辺の長さの比は等しいので、

$$1 : PQ = PQ : 3$$

$$PQ^2 = 3$$

$$PQ > 0 \text{ だから, } PQ = \sqrt{3}$$

問4 下線部④は、図2にもみられる。

図2

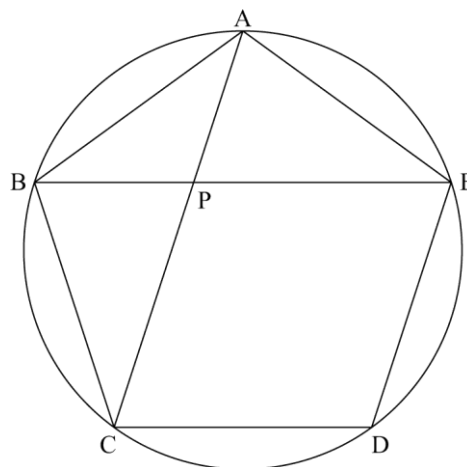
図2は、円と5個の頂点A, B, C, D, Eが円周上にある正五角形であり、対角線ACと対角線BEの交点をPとしたものである。

このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) 正五角形の内角の和を求めなさい。

(2) $\angle BPC$ の大きさを求めなさい。

(3) $AB = 2 \text{ cm}$ であるとき、対角線ACの長さを求めなさい。



問 1		
問 2		
問 3	△APQ と△QPB で, 	
	△APQ∽△QPB 相似な三角形では，対応する辺の長さの比は等しいので， 1 : PQ=PQ : 3 PQ²=3 PQ>0 だから， PQ=√3	
問 4	(1)	度
	(2)	∠BPC= 度
	(3)	cm

解答

問 1 イ, エ

問 2 アエ

問 3

$\triangle APQ$ と $\triangle QPB$ で,

$AB \perp PQ$ より,

$$\angle APQ = \angle QPB = 90^\circ \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle APQ$ で,

$$\angle PAQ = 90^\circ - \angle AQP \cdots \textcircled{2}$$

AB は直径だから, 円周角の定理より,

$$\angle AQB = 90^\circ$$

よって,

$$\angle PQB = 90^\circ - \angle AQP \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2}, \textcircled{3} \text{ より } \angle PAQ = \angle PQB \cdots \textcircled{4}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{4}$ より 2 組の角が, それぞれ等しいので,

$\triangle APQ \sim \triangle QPB$

相似な三角形では, 対応する辺の長さの比は等しいので,

$$1 : PQ = PQ : 3$$

$$PQ^2 = 3$$

$$PQ > 0 \text{ だから, } PQ = \sqrt{3}$$

問 4

(1) 540 度

(2) $\angle BPC = 72$ 度

(3) $1 + \sqrt{5}$ cm

解説

問 1

ア

例えば $a=b=1$ のとき、 $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{1}+\sqrt{1}=1+1=2$ 、 $\sqrt{a+b}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$ となり、 $2 \neq \sqrt{2}$ だから、 $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$ は誤りである。

ウ

$a\sqrt{b}$ は $a \times \sqrt{b}$ の $\times$ の記号を省略したものだから、 $a+\sqrt{b}=a\sqrt{b}$ は誤りである。

イとエは根号を使った数の計算として適切である。

問 2

ア

$\frac{4}{3}=1.333\cdots$ だから、循環小数である。

イ

$\frac{3}{5}=0.6$ となり、わり切れるので有限小数である。

ウ

問 1 の問題文より $\sqrt{2}$ は無理数だから、循環しない無限小数である。 $\sqrt{2}-1$ の小数部分は $\sqrt{2}$ の小数部分と等しいから、 $\sqrt{2}-1$ も循環しない無限小数である。

エ

$0.12=0.121212\cdots$ だから、循環小数である。オ…円周率 π は無理数だから、循環しない無限小数である。よって、循環小数はアとエである。

問 3

図 1 において、線分 AQ, BQ をひくと右の図のようになる。

$\triangle APQ$ と $\triangle QPB$ で、 $AB \perp PQ$ より、

$\angle APQ = \angle QPB = 90^\circ \cdots ①$

$\triangle APQ$ で、 $\angle PAQ = 90^\circ - \angle AQP \cdots ②$

AB は円 O の直径だから、円周角の定理より、

$\angle AQB = 90^\circ$

よって、 $\angle PQB = 90^\circ - \angle AQP \cdots ③$

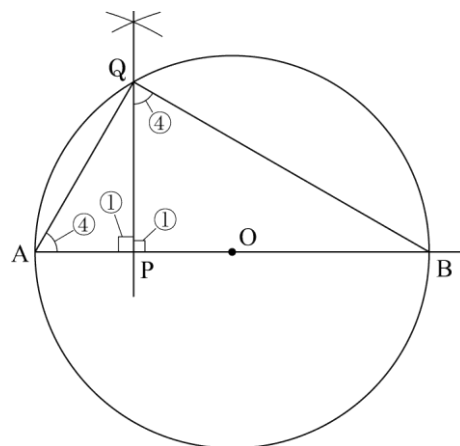
②、③より、 $\angle PAQ = \angle PQB \cdots ④$

①、④より、2組の角が、それぞれ等しいので、

$\triangle APQ \sim \triangle QPB$

円周角の定理は「半円の弧に対する円周角は 90° 」としてもよい。

また、①、④の一方の代わりに、 $\angle AQP = \angle QBP$ を示してもよい。



問 4

(1)

n 角形の内角の和は $180^\circ \times (n-2)$ だから、正五角形の内角の和は、 $180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$

(2)

(1) より、正五角形の内角の和は 540° だから、 $\angle ABC = 540^\circ \div 5 = 108^\circ$

$\triangle ABC$ は $BA=BC$ の二等辺三角形だから、底角は等しいので、 $\angle BAC = (180^\circ - 108^\circ) \div 2 = 36^\circ$

同様に、 $\angle ABE = 36^\circ$ だから、 $\triangle ABP$ において三角形の内角・外角の性質より、

$\angle BPC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$

(3)

(2) より、 $\angle ABC = 108^\circ$ 、 $\angle ABE = 36^\circ$ だから、 $\angle CBP = 108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$ で、 $\angle BPC = \angle CBP$ である。よって、 $\triangle BCP$ は二等辺三角形で $BC=PC$ だから、 $AB=BC=PC=2\text{cm}$

また、 $\triangle ABC$ と $\triangle APB$ で、 $\angle BAC = \angle PAB \cdots ①$

$\angle ABC = 108^\circ$ 、 $\angle APB = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$ だから、 $\angle ABC = \angle APB \cdots ②$

①、②より、2組の角が、それぞれ等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle APB$

したがって、 $AB : AP = AC : AB$ だから、 $AC = x\text{cm}$ とすると、 $2 : (x-2) = x : 2$ $(x-2)x = 4$

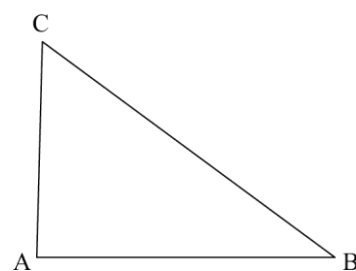
$x^2 - 2x - 4 = 0$ 二次方程式の解の公式より、 $x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1} = \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} = 1 \pm \sqrt{5}$

ここで、 $\sqrt{4}=2$ 、 $\sqrt{9}=3$ より、 $2 < \sqrt{5} < 3$ だから $1 - \sqrt{5} < 0$ となるが、 $AC > 0$ より、これは問題に合わない。 $1 + \sqrt{5}$ は問題に合う。よって、 $AC = 1 + \sqrt{5}(\text{cm})$

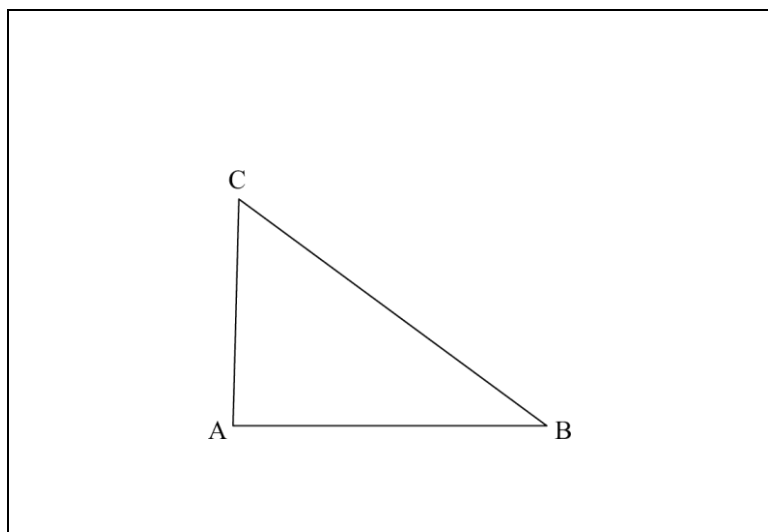
【問 43】

右の図の $\triangle ABC$ で、点Aが辺BCと重なるように、 $\triangle ABC$ を折り目が1本だけつくように折り返す。折り目を表す線と辺BCが平行になるときに、点Aが辺BCと重なる点をDとする。折り目を表す線と辺BC上にある点Dを、定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし、点Dの位置を示す文字Dを書き入れ、作図に用いた線も残しておくこと。

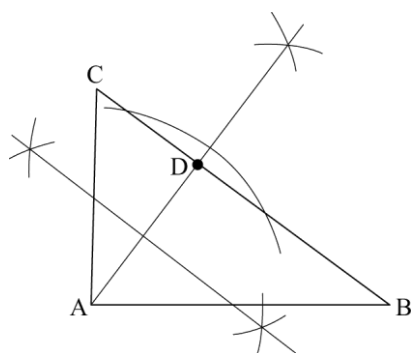
(鹿児島県 2019 年度)



解答欄



解答



解説

折り目の線は、点Aを辺BC上に対称移動させるときの対称の軸とみることができる。
対称移動では、対称の軸は対応する2点を結ぶ線分の垂直二等分線になるから
折り目の線は線分ADの垂直二等分線を作図すればよい。
また、折り目の線はBCと平行だから、ADとBCは垂直になる。
よって、点Dを求めるには、AからBCに垂線をひいてBCとの交点をDとすればよい。

【問 44】

右の図において、直線 ℓ 上にあつて、2 点 A, B からの距離が等しい点 P を、定規とコンパスを使って作図して示しなさい。

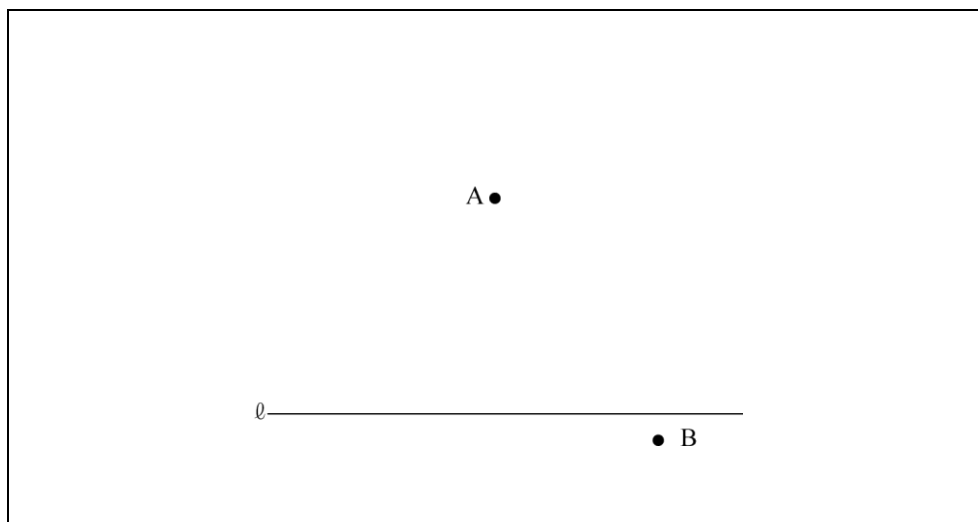
A ●

ただし、点を示す記号 P をかき入れ、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

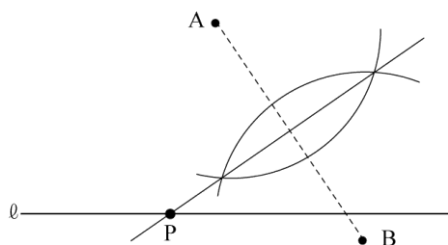
(沖縄県 2019 年度)

ℓ _____ ● B

解答欄



解答



解説

2 点 A, B を結び、線分 AB の垂直二等分線と直線 ℓ の交点を P とすると、 $AP=BP$ となる。