

4.一次方程式の解法④ (x や a の値と比例式)

1. x の値を求める問題

【問 1】

$x:2=8:4$ のとき, $x=$ である。

(沖縄県 2004 年度)

解答欄

解答

$$x=4$$

解説

外項の積と内項の積は等しいので $4x=16$, $x=4$

【問 2】

$6:x=3:2$ のとき, $x=$ である。

(沖縄県 2009 年度)

解答欄

解答

$$x=4$$

【問 3】

比例式 $2:5=(x-2):(x+7)$ をみたす x の値を求めなさい。

(千葉県 2013 年度 前期)

解答欄

解答

$$x=8$$

解説

$$2:5=(x-2):(x+7)$$

$$2(x+7)=5(x-2)$$

$$2x+14=5x-10$$

$$-3x=-24$$

$$x=8$$

【問 4】

比例式 $4:3=(x-8):18$ の x の値を求めなさい。計算の過程も書きなさい。

(秋田県 2014 年度)

解答欄

答 $x=$

解答

〔過程〕

$$4:3=(x-8):18$$

$$3(x-8)=4\times 18$$

$$x-8=24$$

$$x=24+8$$

$$x=32$$

答 $x=32$

解説

$$4:3=(x-8):18 \quad 3(x-8)=4\times 18 \quad x-8=24 \quad x=32$$

【問 5】

比例式 $(x-3):8=3:2$ をみたす x の値を求めなさい。

(愛知県 2014 年度 B)

解答欄

$x=$

解答

$$x=15$$

解説

$$(x-3):8=3:2 \quad 2(x-3)=24 \quad x-3=12 \quad x=15$$

【問 6】

$4:x=2:3$ のとき, $x=$ である。

(沖縄県 2014 年度)

解答欄

$x=$

解答

$$x=6$$

解説

$$4:x=2:3 \quad 2x=12 \quad x=6$$

【問 7】

次の比例式で, x の値を求めなさい。

$$(x-4):3=x:5$$

(青森県 2015 年度)

解答欄

$x=$

解答

$$x=10$$

解説

$$(x-4):3=x:5 \quad 5(x-4)=3x \quad 5x-20=3x \quad 2x=20 \quad x=10$$

【問 8】

$15:(x-2)=3:2$ であるとき, x の値を求めなさい。

(茨城県 2015 年度)

解答欄

$x=$

解答

$$x=12$$

解説

$$15:(x-2)=3:2 \quad 3(x-2)=15 \times 2 \quad x-2=10 \quad x=12$$

【問 9】

$2:5=3:(x+4)$ が成り立つとき、 x の値を求めよ。

(香川県 2015 年度)

解答欄

$x=$

解答

$$x = \frac{7}{2}$$

解説

$$2:5=3:(x+4) \quad 2(x+4)=15 \quad 2x+8=15 \quad 2x=7 \quad x=\frac{7}{2}$$

【問 10】

比例式 $4:5=3:(x+2)$ で、 x の値を求めなさい。

(群馬県 2017 年度 前期)

解答欄

$x=$

解答

$$x = \frac{7}{4}$$

解説

$$4:5=3:(x+2) \quad 4(x+2)=5 \times 3 \quad 4x+8=15 \quad 4x=7 \quad x=\frac{7}{4}$$

【問 11】

比例式 $x:16=5:4$ について、 x の値を求めよ。

(長崎県 2017 年度)

解答欄

$x=$

解答

$$x=20$$

解説

$$x:16=5:4 \quad x \times 4=16 \times 5 \quad 4x=80 \quad x=20$$

【問 12】

比例式 $5:(9-x)=2:3$ について、 x の値を求めなさい。

(栃木県 2018 年度)

解答欄

$$x=$$

解答

$$x=\frac{3}{2}$$

解説

$$5:(9-x)=2:3$$

$$(9-x)\times 2=5\times 3$$

$$18-2x=15$$

$$-2x=-3$$

$$x=\frac{3}{2}$$

【問 13】

比例式 $x:3=(x+4):5$ が成り立つ x について、 $\frac{1}{4}x-2$ の値を求めなさい。

(島根県 2018 年度)

解答欄

解答

$$-\frac{1}{2}$$

解説

$$x:3=(x+4):5$$

$$5x=3(x+4)$$

$$5x=3x+12$$

$$2x=12$$

$$x=6$$

$$\frac{1}{4}x-2 \text{ に } x=6 \text{ を代入}$$

$$\frac{1}{4}\times 6-2=\frac{3}{2}-2=-\frac{1}{2}$$

【問 14】

比例式 $3:4=(x-6):8$ について x の値を求めよ。

(鹿児島県 2018 年度)

解答欄

$x=$

解答

$$x=12$$

解説

$$3:4=(x-6):8$$

$$4(x-6)=3\times 8$$

$$4x-24=24$$

$$4x=48$$

$$x=12$$

【問 15】

比例式 $6:8=x:20$ の x の値を求めなさい。

(秋田県 2019 年度)

解答欄

$x=$

解答

$$x=15$$

解説

$$6:8=x:20$$

$$8x=120$$

$$x=15$$

【問 16】

比例式 $x:6=5:3$ を満たす x の値を求めなさい。

(大阪府 A 2019 年度)

解答欄

解答

$$10$$

解説

$$x:6=5:3$$

$$x\times 3=6\times 5$$

$$3x=30$$

$$x=10$$

【問 17】

$(x-1):x=3:5$ が成り立つとき、 x の値を求めよ。

(香川県 2020 年度)

解答欄

$x=$

解答

$$x=\frac{5}{2}$$

解説

$$(x-1):x=3:5$$

$$3x=5(x-1)$$

$$x=\frac{5}{2}$$

【問 18】

次の比例式で、 x の値を求めよ。

$$x:(4x-1)=1:x$$

(鹿児島県 2020 年度)

解答欄

$x=$

解答

$$(x=)2\pm\sqrt{3}$$

【問 19】

比例式 $x:12=3:2$ を満たす x の値を求めなさい。

(大阪府 A 2021 年度)

解答欄

--

解答

18

2. a の値を求める問題

過 去 問	解答・解説
【問 1】 x についての方程式 $4x+1=3(x+a)$ の解が $x=-7$ のとき、a の値を求めなさい。 (千葉県 2004 年度)	【問 1】 $a=-2$ $4x+1=3x+3a$ $x+1=3a$ この式に $x=-7$ を代入 $-7+1=3a$ $3a=-6$ $a=-2$
【問 2】 x についての 1 次方程式 $2x-a=4(a-x)-7$ の解が 3 のとき、a の値を求めよ。 (香川県 2004 年度)	【問 2】 $a=5$ $x=3$ を代入 $6-a=4(a-3)-7$ $5a=25$ $a=5$
【問 3】 1 次方程式 $-3x+a=2x+17$ の解が $x=-2$ であるとき、$a= \square$ である。 (沖縄県 2005 年度)	【問 3】 $a=7$ $-3x+a=2x+17$ の解が $x=-2$ だから、 $-3 \times (-2) + a = 2 \times (-2) + 17$ $6 + a = -4 + 17$ $a = 7$
【問 4】 x についての一次方程式 $ax-4=5x+2$ の解が 3 であるとき、a の値を求めなさい。 (三重県 2007 年度)	【問 4】 $a=7$ $ax-4=5x+2$ に $x=3$ を代入 $3a-4=15+2,$ $3a=21,$ $a=7$
【問 5】 x についての 1 次方程式 $x+5a-2(a-2x)=4$ の解が $-\frac{2}{5}$ となる a の値を求めなさい。 (秋田県 2007 年度)	【問 5】 $a=2$
【問 6】 x についての 1 次方程式 $ax+3=8x-7$ の解が 5 であるとき、a の値を求めよ。 (奈良県 2008 年度)	【問 6】 $a=6$

【問 7】 方程式 $6-x=x+2a$ の解が $x=-5$ であるとき、a の値を求めなさい。 (石川県 2010 年度)	【問 7】 $a=8$
【問 8】 x についての 1 次方程式 $3x-a=2(x-a)+1$ の解が 3 のとき、a の値を求めよ。 (香川県 2010 年度)	【問 8】 $a=-2$ $3x-a=2(x-a)+1$ に $x=3$ を代入 $3 \times 3 - a = 2(3 - a) + 1$ $9 - a = 6 - 2a + 1$ $a = -2$
【問 9】 x についての 1 次方程式 $\frac{x+a}{3}=2a+1$ の解が -7 であるとき、a の値を求めなさい。 (茨城県 2011 年度)	【問 9】 $a=-2$ $\frac{x+a}{3}=2a+1$ に $x=-7$ を代入 $\frac{-7+a}{3}=2a+1$ 両辺を 3 倍 $-7+a=3(2a+1)$ $-7+a=6a+3$ $a-6a=3+7$ $-5a=10$ $a=-2$
【問 10】 x についての方程式 $3x+a=8$ の解が $x=5$ となるとき、a の値を求めなさい。 (新潟県 2011 年度)	【問 10】 $a=-7$ $3x+a=8$ に $x=5$ を代入 $3 \times 5 + a = 8$ $15 + a = 8$ $a = -7$
【問 11】 x についての方程式 $x+2a=7x-8$ の解が 4 であるとき、a の値を求めなさい。 (三重県 2011 年度)	【問 11】 $a=8$

【問 12】 x についての 1 次方程式 $ax-3(a-2)x=8-4x$ の解が -2 のとき、a の値を求めなさい。 (大分県 2012 年度)	【問 12】 $a=7$
【問 13】 x についての一次方程式 $9x-3=ax+12$ の解が 3 であるとき、a の値を求めよ。 (京都府 2014 年度 前期)	【問 13】 $a=4$ $9x-3=ax+12$ に $x=3$ を代入 $27-3=3a+12$ $3a=12$ $a=4$
【問 14】 x についての方程式 $ax+9=5x-a$ の解が 6 であるとき、a の値を求めなさい。 (栃木県 2017 年度)	【問 14】 $a=3$ $ax+9=5x-a$ に $x=6$ を代入 $a \times 6 + 9 = 5 \times 6 - a$ $6a + 9 = 30 - a$ $7a = 21$ $a = 3$
【問 15】 x についての方程式 $2x+a-1=0$ の解が 3 のとき、a の値を求めなさい。 (秋田県 2018 年度)	【問 15】 $a=-5$ $x=3$ を代入 $2 \times 3 + a - 1 = 0$ $a = -5$
【問 16】 x についての方程式 $2x+a=13+4x$ の解が 3 であるとき、a の値を求めなさい。 (佐賀県 2018 年度 特色)	【問 16】 $a=19$ 解が 3 だから $x=3$ を代入 $2 \times 3 + a = 13 + 4 \times 3$ $6 + a = 13 + 12$ $a = 25 - 6$ $= 19$

【問 17】

x についての方程式 $3x-4=x-2a$ の解が 5 であるとき、 a の値を求めなさい。

(茨城県 2019 年度)

解答欄

$a=$

解答

$$a=-3$$

解説

$3x-4=x-2a$ に $x=5$ を代入

$$15-4=5-2a$$

$$2a=-6$$

$$a=-3$$

【問 18】

x についての方程式 $2x-a=-x+5$ の解が 7 であるとき、 a の値を求めなさい。

(栃木県 2020 年度)

解答欄

$a=$

解答

$$a=16$$

【問 19】

x についての方程式 $3x+2a=5-ax$ の解が $x=2$ であるとき、 a の値を求めなさい。

(大分県 2021 年度)

解答欄

$a=$

解答

$$a=-\frac{1}{4}$$

解説

$x=2$ を方程式に代入

$$6+2a=5-2a$$

$$4a=-1$$

$$a=-\frac{1}{4}$$

【問 20】

x についての方程式 $7x-3a=4x+2a$ の解が $x=5$ であるとき、 a の値を求めよ。

(鹿児島県 2021 年度)

解答欄

$a=$

解答

$a=3$

解説

方程式の解が $x=5$ であることから方程式に $x=5$ を代入

$$7 \times 5 - 3a = 4 \times 5 + 2a$$

$$35 - 3a = 20 + 2a$$

$$-5a = -15$$

$$a = 3$$

3.比例式の問題

【問 1】 あるクラスで身長を測ったところ、男子だけの平均は 166.3 cm、女子だけの平均は 158.3 cm であった。また、クラス全体の平均は 162.7 cm であった。このクラスの男子と女子の人数の比を求めなさい。

(秋田県 2006 年度)

解答欄	
-----	--

解答 11 : 9
解説 関係を式に表すと $166.3a + 158.3b = 162.7(a + b)$ $3.6a = 4.4b$ $a : b = 4.4 : 3.6 = 11 : 9$

【問 2】 0 でない 2 つの数 a, b があり、 $a : 5 = b : 7$ である。このとき、 b の値は a の値の何倍か。

(香川県 2006 年度)

解答欄	
-----	--

解答 $\frac{7}{5}$ 倍
解説 $a : 5 = b : 7$ $5 \times b = a \times 7$ $b = \frac{7}{5}a$ よって $\frac{7}{5}$ 倍

【問 3】 水が 60 l はいる空の水そうに、一定の割合で水を入れたとき、4 分後に 20 l はいった。この水そうが満水になるのは、水を入れ始めてから何分後か。

(栃木県 2007 年度)

解答欄	分後
-----	----

解答 12 分後

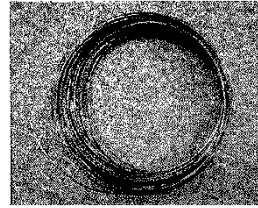
【問 4】

図のような使い残した針金の重さをはかったところ 400 g あった。この針金の 10 cm の重さは 2 g である。使い残した針金の長さは何 m か、次のア～エから 1 つ選びなさい。

(徳島県 2010 年度)

- ア 10 m
- イ 20 m
- ウ 40 m
- エ 80 m

図



解答欄

--

解答

イ

解説

針金 x cm の長さを y g とおくと、 y は x に比例する。 $y = ax$ とおくと、 $x = 10$ のとき $y = 2$

$$2 = 10a \quad a = \frac{1}{5} \quad y = \frac{1}{5}x \quad y = 400 \text{ を代入して, } 400 = \frac{1}{5}x \quad x = 2000\text{cm} = 20\text{m} \cdots \text{イ}$$

【問 5】 縦の長さとの横の長さの比が 3:4 の長方形がある。縦の長さが 45 cm のとき、横の長さを答えなさい。

(新潟県 2012 年度)

解答欄	cm
-----	----

解答 60cm

【問 6】 同じ重さのクリップが a 個あり、そのクリップ a 個の重さは 120 g であった。このクリップ a 個の中から 12 個を取り出して重さをはかると、その 12 個分の重さは 18 g であった。このとき、 a の値を求めよ。

(高知県 2014 年度 後期)

解答欄	a =
-----	-----

解答 a=80

解説 (クリップの個数):(クリップの重さ)は変わらないから、 $a:120=12:18 \quad 18a=120 \times 12 \quad a=80$

【問 7】 サラダ油と酢を 8:5 の割合で混ぜて、ドレッシングをつくる。いま、サラダ油が 200 mL, 酢が 80 mL ある。サラダ油を全部使ってドレッシングをつくるには、酢はあと何 mL 必要か、求めなさい。

(三重県 2015 年度)

解答欄	mL
-----	----

解答 45 mL

解説 加える酢を x mL とすると、 $200:(80+x)=8:5$ $8(80+x)=200 \times 5$ $80+x=125$ $x=45$ mL

【問 8】

次の問題を考えます。

(北海道 2017 年度)

(問題)

いちごジャムをつくるのに、いちご 500 g に対して砂糖 200 g の割合で混ぜようと思います。
いちごを 820 g 使うとしたら、砂糖を何 g 混ぜればよいですか。

混ぜる砂糖の重さを次のように求めるとき、 に当てはまる比例式を書きなさい。

また、 ア に共通して当てはまる数を書きなさい。

(解答)

混ぜる砂糖の重さを x g として比例式をつくると、

この比例式を解いて、 x の値を求めると、

$x =$ ア となる。

よって、砂糖を ア g 混ぜればよい。

解答欄

比例式	
ア	

解答

比例式 $500:200=820:x$ ア 328

解説

(混ぜるいちごの重さ):(混ぜる砂糖の重さ)が等しくなる。

よって $500:200=820:x$ $5:2=820:x$ $5x=1640$ $x=328$

【問 9】

あるお菓子を作るのに、バター30 g に対して小麦粉 120 g を使います。この割合でバター x g, 小麦粉 y g を用意するとき, y を x の式で表しなさい。

(岩手県 2017 年度)

解答欄

解答

$$y=4x$$

解説

(バターの重さ):(小麦粉の重さ) が等しくなるようにする。 $30:120=x:y$ $1:4=x:y$ $1 \times y = 4 \times x$ $y=4$

【問 10】

プールに空の状態から水を入れる。水面の高さは、水を入れ始めてからの時間に比例し、入れ始めてからの時間が 4 時間 30 分のときの水面の高さは 60 cm である。入れ始めてからの時間が 6 時間のときの水面の高さを求めなさい。求める過程も書きなさい。

(秋田県 2017 年度)

解答欄

〔過程〕	
答	cm

解答

〔過程〕

4 時間 30 分は 270 分, 6 時間は 360 分である。

$$360 \div 270 = \frac{4}{3}$$

であるから, 6 時間は, 4 時間 30 分の $\frac{4}{3}$ 倍である。

水面の高さは, 入れ始めてからの時間に比例するから水面の高さも $\frac{4}{3}$ 倍になる。したがって, 求める水面の高さは,

$$60 \times \frac{4}{3} = 80 \text{ cm}$$

答 80 cm

解説

(別解) 比を使って考える。6 時間のときの水面の高さを x cm とすると, 4 時 30 分 = 4.5 時間だから, $4.5:6=60:x$
 $4.5x=360 \quad x=80 \text{ cm}$

【問 11】

6 cm の距離が実際の 4.5 km の距離を表している地図がある。この地図上の距離が 16 cm である 2 つの地点の間の実際の距離は何 km か求めよ。

(京都府 2017 年度 前期)

解答欄

km

解答

12 km

解説

求める距離を x km とする。 x km = 100000 x cm だから、

$$6:450000=16:100000x \quad 6 \times 100000x = 450000 \times 16 \quad 60x = 720 \quad x = 12$$

【問 12】

2 つの水そう A, B に 42 L ずつ水が入っている。水そう A から水そう B に水を移して、A と B の水そうに入っている水の量の比が 2 : 5 になるようにする。何 L の水を移せばよいか、求めなさい。

(青森県 2019 年度)

解答欄

L

解答

18 L

解説

A から B に x L 移すとすると

$$(42-x) : (42+x) = 2 : 5$$

$$5(42-x) = 2(42+x)$$

$$210 - 5x = 84 + 2x$$

$$-7x = -126$$

$$x = 18$$

よって 18L

【問 13】

紅茶が 450 mL、牛乳が 180 mL ある。紅茶と牛乳を 5 : 3 の割合で混ぜて、ミルクティーをつくる。
紅茶を全部使ってミルクティーをつくるには、牛乳はあと何 mL 必要か、求めなさい。

(秋田県 2021 年度)

解答欄

mL

解答

90 mL

解説

紅茶を 450mL 全て使うので必要な牛乳の全体の量を x (mL) とおくと

$450 : x = 5 : 3$

$x = 270\text{mL}$

よって必要な牛乳の量が 270mL なので

追加で必要な量は $270 - 180 = 90(\text{mL})$

【問 14】

ある中学校の生徒の人数は 126 人で、126 人全員が徒歩通学か自転車通学のいずれか一方で通学しており、徒歩通学をしている生徒と自転車通学をしている生徒の人数の比は 5 : 2 である。

このとき、自転車通学をしている生徒の人数を求めなさい。

(福島県 2021 年度)

解答欄

人

解答

36 (人)

解説

自転車通学をしている生徒の人数を x 人とする。

生徒の人数は合計で 126 人だから徒歩通学をしている生徒の人数は $(126 - x)$ 人である。

よって $(126 - x) : x = 5 : 2$

$x = 36(\text{人})$

【問 15】

2つの容器 A, B に牛乳が入っており, 容器 Bに入っている牛乳の量は, 容器 Aに入っている牛乳の量の2倍である。容器 A に 140 mL の牛乳を加えたところ, 容器 A の牛乳の量と容器 B の牛乳の量の比が 5 : 3 となった。はじめに容器 A に入っていた牛乳の量は何 mL であったか, 求めなさい。

ただし, 解答用紙の (解) には, 答えを求める過程を書くこと。

(群馬県 2021 年度 後期)

解答欄

解答

はじめに容器 A に入っていた牛乳の量を x mL とすると

$$(x+140) : 2x = 5 : 3$$

$$(x+140) \times 3 = 2x \times 5$$

$$7x = 420$$

$$x = 60$$

$x = 60$ は問題に適している。

60 (mL)