4．二次関数と図形関連の複合問題　2006年度出題

【問 1】

右の図のように，2 つの関数

$y=ax^2$ (a は正の定数)　…①

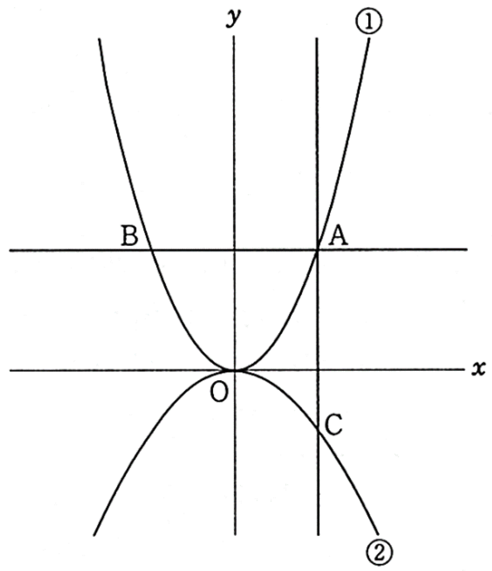
$y=-\dfrac{1}{4}x^2$　…②

のグラフがあります。

①のグラフ上に点 A があり，点 A の x 座標は正の数とします。点 A を通り，x 軸に平行な直線と①のグラフとの交点を B とし，点 A を通り，y 軸に平行な直線と②のグラフとの交点を C とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。

（北海道　2006 年度）



問1　①のグラフと②のグラフが，x 軸について対称であるとき，a の値を求めなさい。

問2 ①について x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合が，②について x の値が－4 から－2 まで増加するときの変化の割合に等しいとき，a の値を求めなさい。

問3 $a=1$ で，点 A の x 座標を t とします。△ABC が直角二等辺三角形となるとき，t の値を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$a=$
問3	$t=$

解答

問1$a=\dfrac{1}{4}$

問2$a=\dfrac{3}{10}$

問3

A $(t,\ t^2)$ だから，B $(-t,\ t^2)$，C$\left(t,\ \ -\dfrac{1}{4}t^2\right)$ ABの長さは $2t$ ……①，ACの長さは$\dfrac{5}{4}t^2$…②

AB＝ACより，$2t=\dfrac{5}{4}t^2$…③

$t\,(5\,t-8)\ =0$

$t\ >\ 0$より，$t=\dfrac{8}{5}$

答　$t=\dfrac{8}{5}$

解説

問2　$y=ax^2$において，xが1から4まで増加するときの変化の割合は，$(a\times4^2-a\times1^2)\div(4-1)=5a$

$y=-\dfrac{1}{4}x^2$において，xが-4から-2まで増加するときの変化の割合は，

$\left\{-\dfrac{1}{4}\times(-2)^2-\left(-\dfrac{1}{4}\right)\times(-4)^2\right\}\div\{(-2)-(-4)\}=\dfrac{3}{2}$　よって，$5a=\dfrac{3}{2}$　$a=\dfrac{3}{10}$

問3　点Aのx座標をtとすると，そのy座標はt^2と表せる。また，点B$(-t,\ t^2)$，C$\left(t,\ \ -\dfrac{1}{4}t^2\right)$と表せる。

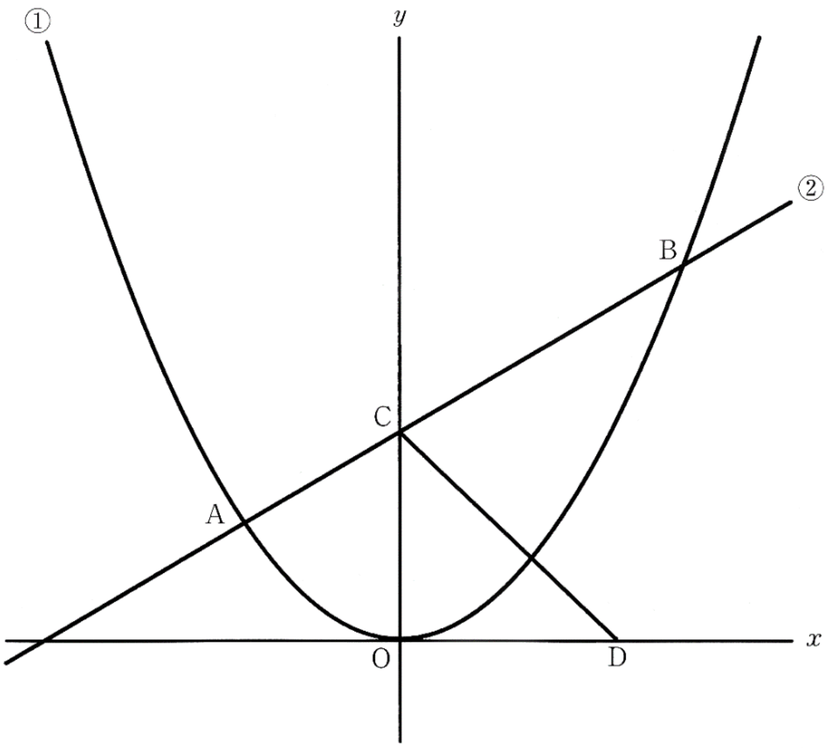
△ABCが二等辺三角形で，∠BAC＝90°より，AB＝AC

よって，$t+t=t^2+\dfrac{1}{4}t^2$　$t\,(5t-8)=0$　$t=0,\ \dfrac{8}{5}$　$t>0$より，$t=\dfrac{8}{5}$

【問 2】

下の図で，放物線①は $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフであり，直線②と 2 点 A，B で交わっている。点 A の x 座標は -1，点 B の x 座標は正である。点 C は直線②と y 軸との交点，点 D は点 C を通り線分 OA に平行な直線と x 軸との交点である。点 D の x 座標を a としたとき，次の問1～問4に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

（青森県　2006 年度）



問1　点 A の座標を求めなさい。

問2　△AOC の面積を a の式で表しなさい。

問3　下の式は直線②を表したものである。 ア ， イ にあてはまる傾きや切片を，a の式で表しなさい。

直線②の式　$y=($ ア $)x+$ イ

問4　点 B の y 座標が 18 のとき，CD の長さを求めなさい。

解答欄

問1	(,)	
問2	cm^2	
問3	ア	
	イ	
問4	cm	

解答

問1 $\left(-1,\ \dfrac{1}{2}\right)$

問2 $\dfrac{a}{4}$ cm^2

問3 ア $\dfrac{a}{2}-\dfrac{1}{2}$ イ $\dfrac{a}{2}$

問4 $3\sqrt{5}$ cm

解説

問2

直線 AO の傾きを求めると，$-\dfrac{1}{2}$ よって，平行な直線 CD の傾きも $-\dfrac{1}{2}$ だから

直線 CD を $y=-\dfrac{1}{2}x+b$ とおくと，$\mathrm{D}(a,\ 0)$を通るので，$0=-\dfrac{1}{2}a+b$ $b=\dfrac{a}{2}$

したがって $y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{a}{2}$ $\mathrm{C}\left(0,\ \dfrac{a}{2}\right)$だから

$\triangle\mathrm{AOC}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{a}{2}\times 1=\dfrac{a}{4}$

問3

直線②の式を $y=mx+\dfrac{a}{2}$ とおくと，$\mathrm{A}\left(-1,\ \dfrac{1}{2}\right)$を通るので，$\dfrac{1}{2}=-m+\dfrac{a}{2}$ $m=\dfrac{a}{2}-\dfrac{1}{2}$

問4

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に $y=18$ を代入して，$18=\dfrac{1}{2}x^2$ $x^2=36$ $x>0$ より，$x=6$

AB の傾きは，$\left(18-\dfrac{1}{2}\right)\div(6+1)=\dfrac{5}{2}$ 問3より，$\dfrac{a}{2}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{5}{2}$ $a=6$ よって，$\mathrm{C}(0,\ 3)$，$\mathrm{D}(6,\ 0)$より

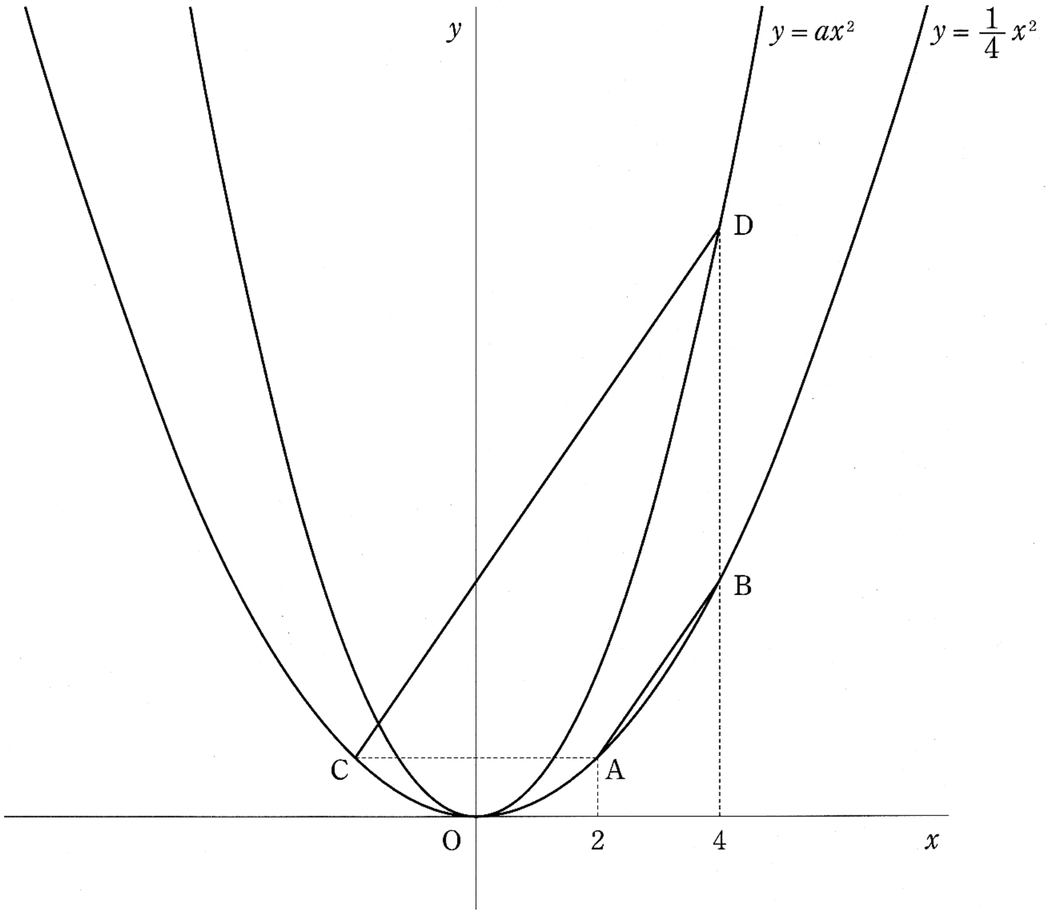
$\mathrm{CD}=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ cm

【問 3】

下の図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 3 点 A, B, C があり，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 D があります。A, B, D の x 座標はそれぞれ 2，4，4 で，A と C の y 座標は等しくなっています。

このとき，次の1，2の問いに答えなさい。ただし，$a > \frac{1}{4}$ とします。

（岩手県 2006 年度）



問1 点 B の y 座標を求めなさい。

問2 AB // CD のとき，関数 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	$a=$

解答

問1　4

問2　$a=\dfrac{5}{8}$

解説

問2

それぞれの座標を $y=\dfrac{1}{4}x^2$ に代入して求めると

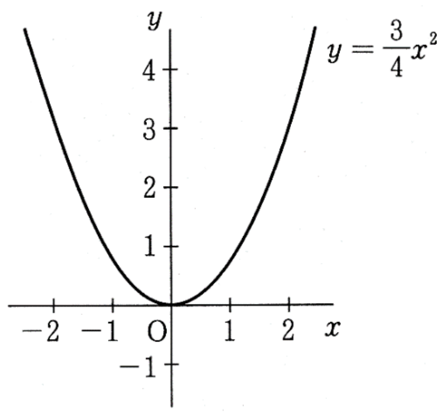
A(2, 1), B(4, 4), C(−2, 1), D(4, 16a)とすると, AB // CD より

傾きが等しいから $\dfrac{16a-1}{4-(-2)}=\dfrac{4-1}{4-2}$　$16a-1=9$　$a=\dfrac{5}{8}$

【問 4】

関数 $y=\dfrac{3}{4}x^2$ のグラフ上にあり，x 座標と y 座標とが等しくなる点の座標をすべて求めなさい。

（宮城県 2006 年度）



解答欄

解答

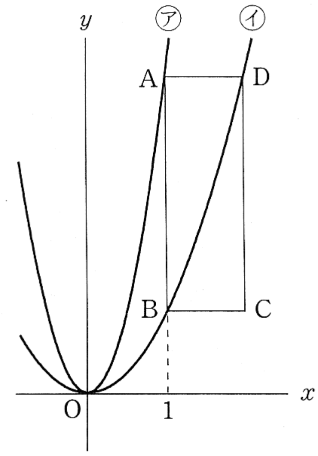
$(0,\ 0)$，$\left(\dfrac{4}{3},\ \dfrac{4}{3}\right)$

【問 5】

次のア～オにあてはまる数を書きなさい。

（秋田県　2006 年度）

(1) 右の図において，曲線㋐は関数 $y=4x^2$，曲線㋑は関数 $y=x^2$ のグラフである。2 点 A，B は，それぞれ曲線㋐，㋑上の点で，x 座標はともに 1 である。このとき，点 A の y 座標は $\boxed{\text{ア}}$ である。また，四角形 ABCD は長方形で，点 D は曲線㋑上の点である。関数 $y=ax^2$ のグラフが点 C を通るときの a の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。



(2) x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，2 つの関数 $y=3x^2$ と $y=4x+b$ の y の変域が同じになるようにしたい。このとき，関数 $y=3x^2$ の y の変域は $\boxed{\text{ウ}} \leqq y \leqq \boxed{\text{エ}}$ となるので，b の値は $\boxed{\text{オ}}$ である。

解答欄

(1)	ア			
	イ			
(2)	ウ		エ	
	オ			

解答

(1)

ア　4　　　イ　$\frac{1}{4}$

(2)

ウ　0　　　エ　12　　　オ　8

【問 6】

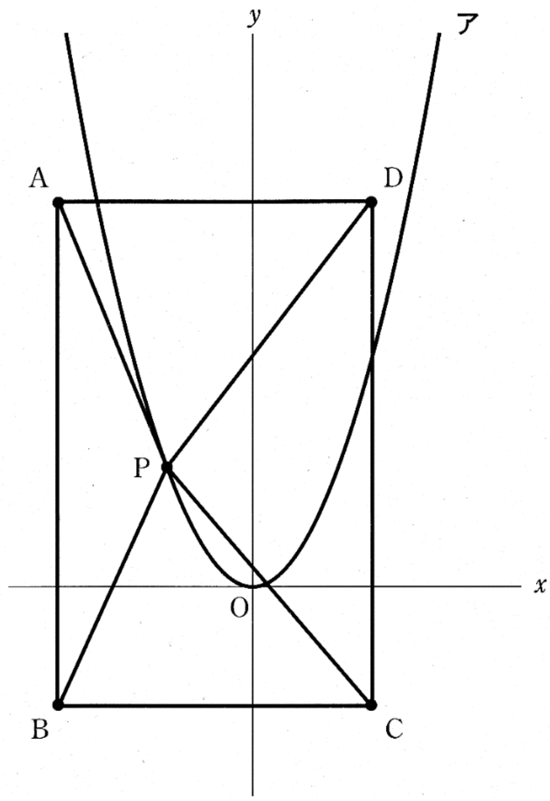
図のように，4 点 A$(-5, 9)$，B$(-5, -3)$，C$(3, -3)$，D$(3, 9)$を頂点とする四角形 ABCD がある。また，曲線アは関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。

このとき，次の1，2の問いに答えなさい。ただし，O は原点とする。

（茨城県 2006 年度）

問1 四角形 ABCD の内側にあり，曲線ア上の点で，x 座標も y 座標も整数である点は全部で何個あるか求めなさい。

問2 点 P は四角形 ABCD の内側にあり，曲線ア上の点とする。△APB の面積と△DPC の面積の比が 1:2 となるとき，点 P の座標を求めなさい。



解答欄

問1	個
問2	(　　　,　　　)

解答

問1　4 個

問2

$\left(-\frac{7}{3}, \frac{49}{18}\right)$

解説

問2

点 P を通り，x 軸に平行な直線が AB，DC と交わる点をそれぞれ H，K とする。

△APB:△DPC＝1:2，AB＝DC より，HP:PK＝1:2　HK＝3－(－5)＝8 より，HP＝$8\times\frac{1}{3}=\frac{8}{3}$

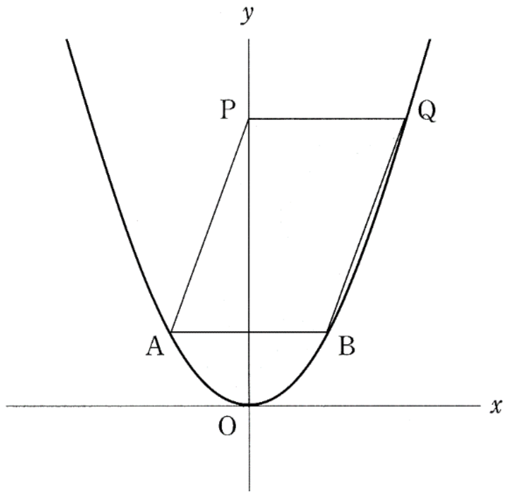
よって，点 P の x 座標は，$-5+\frac{8}{3}=-\frac{7}{3}$　$y=\frac{1}{2}x^2$ に代入して，$y=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{7}{3}\right)^2=\frac{49}{18}$　P$\left(-\frac{7}{3}, \frac{49}{18}\right)$

【問 7】

右の図のように，y 軸上の点 P $(0,\ 16)$ を通って，x 軸と平行な直線と関数 $y=x^2$ との交点のうち，x 座標が正のものを Q とします。このとき，点 Q の座標を求めなさい。

また，放物線上に 2 点 A，B をとり，四角形 PABQ を平行四辺形となるようにつくります。原点 O を通り，この平行四辺形の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

（埼玉県 2006 年度）



解答欄

(　　　　,　　　　)

解答

$(4,\ 16)$

$y=10x$

解説

四角形 PABQ は平行四辺形より，点 Q の y 座標は 16 これを，$y=x^2$ に代入して，$16=x^2$ $x>0$ だから，$x=4$ よって，$Q(4,\ 16)$ また，$AB=PQ=4$ より

点 B の座標を求めると，$x=\dfrac{4}{2}=2$，$y=2^2=4$ より，$B(2,\ 4)$

原点 O と平行四辺形の対角線の交点を通る直線は，この平行四辺形の面積を 2 等分する。

よって，対角線の交点の座標を求めると $x=\dfrac{0+2}{2}=1$，$y=\dfrac{4+16}{2}=10$

よって，その直線の傾きは $\dfrac{10}{1}=10$

求める式は $y=10x$

【問 8】

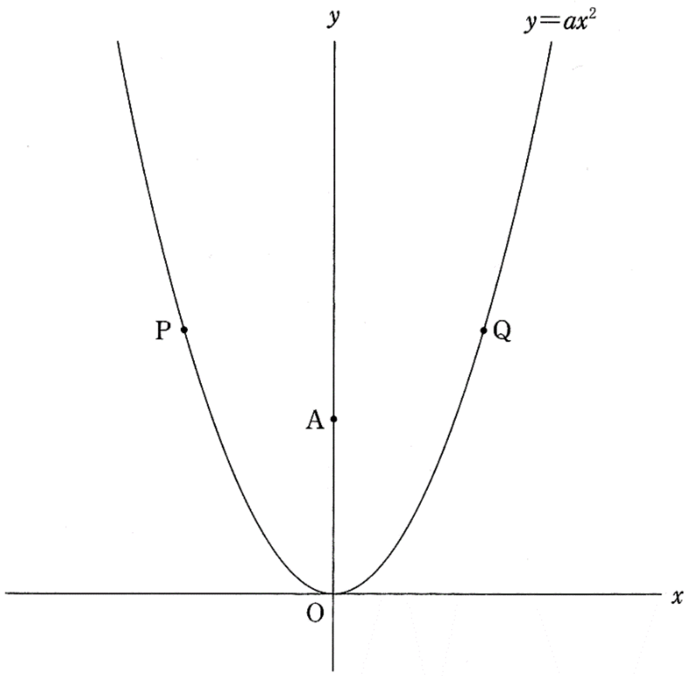
図 1 は，関数 $y=ax^2$ のグラフである。このグラフ上に，点 P，Q があり，この 2 点の y 座標は 6 である。さらに，y 座標が 4 である点を y 軸上にとり，点 A とする。

また，関数 $y=ax^2$ について，x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 2 となる。

このとき，次の 1，2 の問いに答えなさい。

（千葉県　2006 年度）

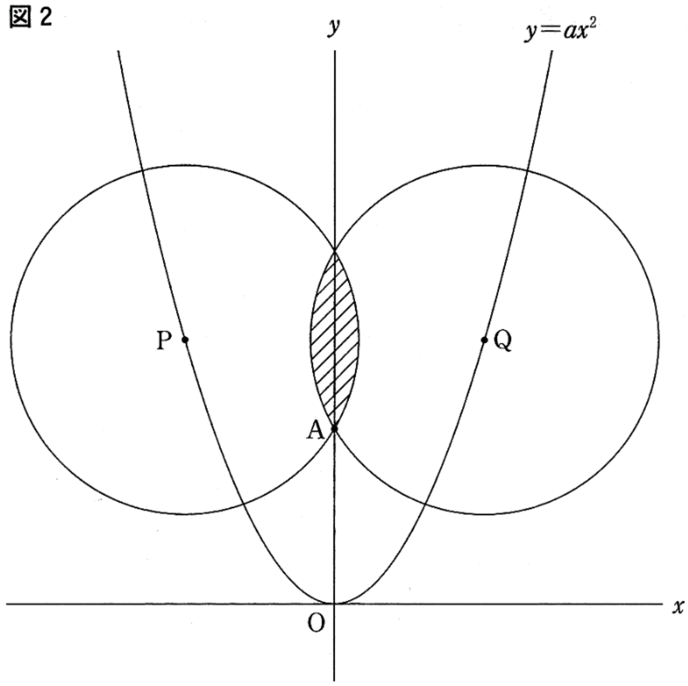
図 1



問1　a の値を求めなさい。

問2　図 2 は，図 1 の点 P を中心とし点 A を通る円と，点 Q を中心とし点 A を通る円をかいたものである。この 2 つの円が重なっている斜線部分の面積を求めなさい。ただし，円周率は π を用いることとする。
また，原点 O から点(1, 0)までの距離及び原点 O から点(0, 1)までの距離を 1cm とする。

図 2



解答欄

問1	$a=$
問2	cm^2

解答

問1　$a=\frac{1}{2}$

問2　$\frac{16}{3}\pi-8\sqrt{3}$　cm^2

解説

問1

変化の割合が 2 より，$\frac{9a-a}{3-1}=2$　$4a=2$　$a=\frac{1}{2}$

問2

点 P，Q は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上にあり，その y 座標はともに 6 より，$6=\frac{1}{2}x^2$　$x^2=12$　$x=\pm 2\sqrt{3}$

よって P $(-2\sqrt{3}, 6)$，Q $(2\sqrt{3}, 6)$，A $(0, 4)$ より，AP＝AQ＝$\sqrt{(6-4)^2+(2\sqrt{3}-0)^2}=\sqrt{16}=4$

ここで PQ と y 軸の交点を H $(0, 6)$とすると，AH：AQ：QH＝$2:4:2\sqrt{3}=1:2:\sqrt{3}$

よって，∠AQH＝30°

円 P，Q が y 軸と交わる A 以外の交点を B とすると∠BQH＝30°

よって∠AQB＝60°

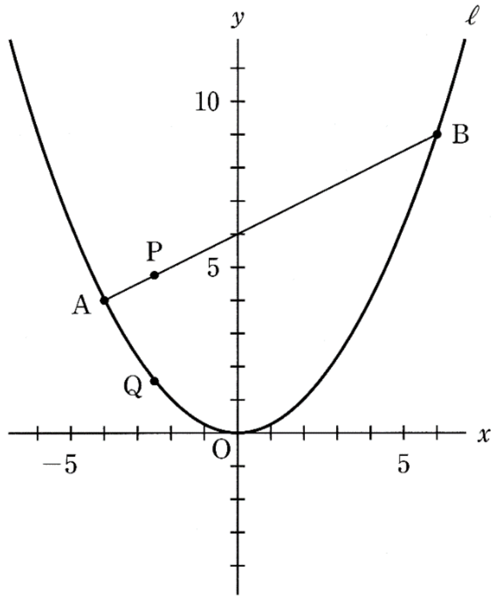
したがって求める面積は$\left(\pi\times 4^2\times\frac{60}{360}-\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{3}\right)\times 2=\frac{16}{3}\pi-8\sqrt{3}$ cm^2

【問 9】

右の図 1 で，点 O は原点，曲線 ℓ は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表している。点 A，点 B はともに曲線 ℓ 上にあり，x 座標はそれぞれ-4，6 である。点 A と点 B を結ぶ。線分 AB 上にある点を P とする。曲線 ℓ 上にあり，x 座標が点 P の x 座標と等しい点を Q とする。座標軸の 1 目盛りを 1 cm として，次の各問に答えよ。

（東京都　2006 年度）

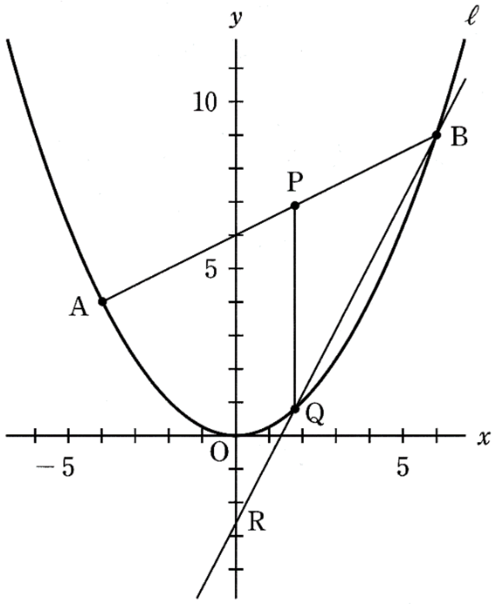
図 1



問1　点 Q の y 座標を a とする。点 P が線分 AB 上を点 A から点 B まで動くとき，a のとる値の範囲を不等号を使って，$\boxed{} \leqq a \leqq \boxed{}$ で表せ。

問2　図 1 において，点 P が y 軸上にあるとき，2 点 B，Q を通る直線の式を求めよ。

図 2



問3　右の図 2 は，図 1 において，点 P の x 座標が 6 より小さい正の数のとき，点 P と点 Q を結び，2 点 B，Q を通る直線と y 軸との交点を R とした場合を表している。線分 PQ の長さが 6 cm のとき，線分 BQ の長さと線分 QR の長さの比をもっとも簡単な整数の比で表せ。

解答欄

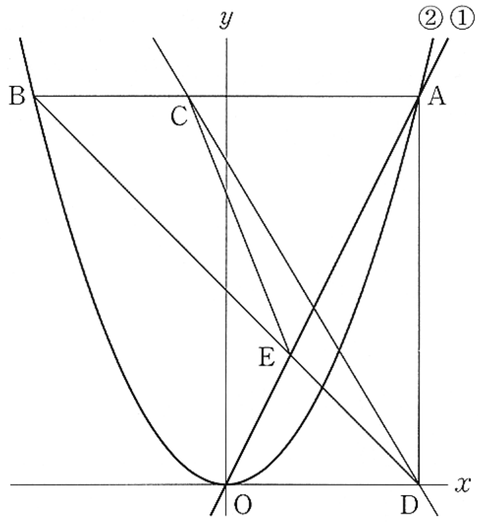
問1	$\leqq a \leqq$
問2	$y=$
問3	BQ ：QR＝　　：

解答
問1 $0 \leqq a \leqq 9$
問2 $y=\dfrac{3}{2}x$
問3 BQ:QR=2:1
解説
問1
点Qは$y=\dfrac{1}{4}x^2$上の点で，そのy座標aのとる範囲は，$-4 \leqq x \leqq 6$におけるyの変域に一致する。
yが最小になるのは$x=0$のときで，その値は，$y=0$　最大になるのは$x=6$のときで
その値は$y=\dfrac{1}{4}\times 6^2=9$
よって$0 \leqq a \leqq 9$
問2
点Pがy軸上にくるとき，点Qは原点にくる。
よって，直線BQは正比例のグラフになる。
B$(6,\ 9)$より，その傾きは$\dfrac{9}{6}=\dfrac{3}{2}$
よって$y=\dfrac{3}{2}x$
問3
直線ABの式を$y=mx+n$とおくと，A$(-4,\ 4)$，B$(6,\ 9)$ を通るので
$4=-4m+n$…①
$9=6m+n$…②
①，②を連立方程式を利用して解くと
$(m,\ n)=\left(\dfrac{1}{2},\ 6\right)$　よって，直線の式は
$y=\dfrac{1}{2}x+6$
ここで，2点P，Qのx座標をtとすると，P$\left(t,\ \dfrac{1}{2}t+6\right)$，Q$\left(t,\ \dfrac{1}{4}t^2\right)$
PQ=6より，$\dfrac{1}{2}t+6-\dfrac{1}{4}t^2=6$　両辺を4倍して，$2t+24-t^2=24$　$t^2-2t=0$　$t(t-2)=0$
$t>0$より$t=2$
よってP$(2,\ 7)$，Q$(2,\ 1)$　直線BQを直線ABと同じ要領で求めると，$y=2x-3$
よってR$(0,\ -3)$
直線ABとy軸との交点をCとするとC$(0,\ 6)$
PQ // CRよりBQ:BR=PQ:CR=6:(6+3)=6:9=2:3
よってBQ:QR=2:(3−2)=2:1

【問 10】

右の図において，直線①は関数 $y=2x$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。点 A は直線①と曲線②との交点で，その x 座標は 5 である。点 B は曲線②上の点で，線分 AB は x 軸に平行である。点 C は線分 AB 上の点で，AC : CB ＝3 : 2 である。また，点 D は x 軸上の点で，線分 AD は y 軸に平行である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2006 年度）



問1　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

問2　直線 CD の式を $y=mx+n$ とするとき，m，n の値を求めなさい。

問3　直線①と線分 BD との交点を E とするとき，三角形 AED と三角形 BEC の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$m=$　　　　，$n=$
問3	△AED : △BEC ＝　　　：

解答

問1　$a=\frac{2}{5}$

問2　$m=-\frac{5}{3}$, $n=\frac{25}{3}$

問3　$\triangle AED : \triangle BEC = 5 : 4$

解説

問2

線分ABはx軸に平行な直線だから, 点Bは点Aとy軸について対称な点で, その座標は$(-5,\ 10)$

また, AC:CB＝3:2より, 点Cのx座標は$-5+\{5-(-5)\}\times\frac{2}{5}=-5+4=-1$

よってC$(-1,\ 10)$　ADとy軸は平行だからD$(5,\ 0)$

$y=mx+n$にC, Dの座標を代入して

$10=-m+n$…①

$0=5m+n$…②

①, ②を連立方程式として解くと$m=-\frac{5}{3}$, $n=\frac{25}{3}$

問3

B$(-5,\ 10)$, D$(5,\ 0)$を通る直線の式を求めると$y=-x+5$

この直線と$y=2x$の交点Eの座標を連立方程式を利用して求めるとE$\left(\frac{5}{3}, \frac{10}{3}\right)$

よって$\triangle AED=\frac{1}{2}\times10\times\left(5-\frac{5}{3}\right)=\frac{50}{3}$

また, C$(-1,\ 10)$だから

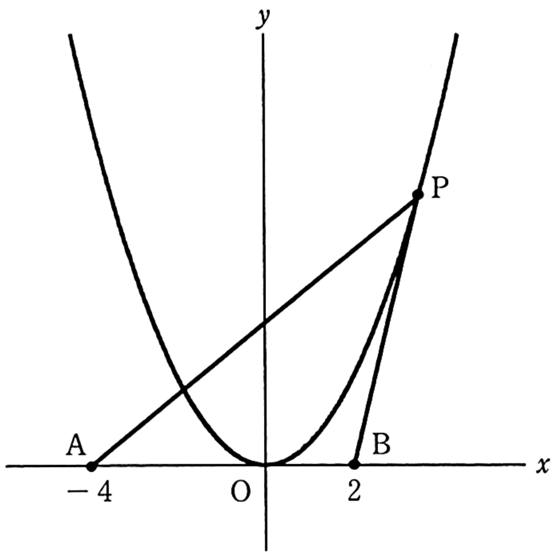
$\triangle BEC=\frac{1}{2}\times\{-1-(-5)\}\times\left(10-\frac{10}{3}\right)=\frac{40}{3}$

よって$\triangle AED:\triangle BEC=\frac{50}{3}:\frac{40}{3}=5:4$

【問 11】

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に，x 座標が正である点 P をとる。また，x 軸上の 2 つの点 A，B の座標を，それぞれ (－4，0)，(2，0) とするとき，次の1～3の問いに答えなさい。

（新潟県　2006 年度）



問1　x の値が 1 から 5 まで増加するとき，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ の変化の割合を求めなさい。

問2　△ABP の面積が 30 となるとき，点 P の座標を求めなさい。

問3　点 P の x 座標が 4 のとき，点 A を通り，△ABP の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	P (　　　，　　　)
問3	$y=$

解答
問1　3

問2　P($2\sqrt{5}$，10)

問3　$y=\frac{4}{7}x+\frac{16}{7}$

解説
問2

Pのy座標をpとする。

△ABP＝$\frac{1}{2}$×AB×pだから，$\frac{1}{2}\times\{2-(-4)\}\times p=30$　$p=10$

この値を$y=\frac{1}{2}x^2$に代入して，$10=\frac{1}{2}x^2$　$x=\pm2\sqrt{5}$

$x>0$より，$x=2\sqrt{5}$

よってP($2\sqrt{5}$，10)

問3

点Pの$x=4$のとき，$y=\frac{1}{2}\times4^2=8$より，P(4，8)

BPの中点をMとすると△ABM＝△APMとなる。

Mのx座標は$\frac{2+4}{2}=3$，y座標は$\frac{0+8}{2}=4$より，M(3，4)

A(−4，0)，Mを通る直線を$y=ax+b$とおくと

$0=-4a+b$…①

$4=3a+b$…②

①，②を連立方程式として解くと$a=\frac{4}{7}$，$b=\frac{16}{7}$

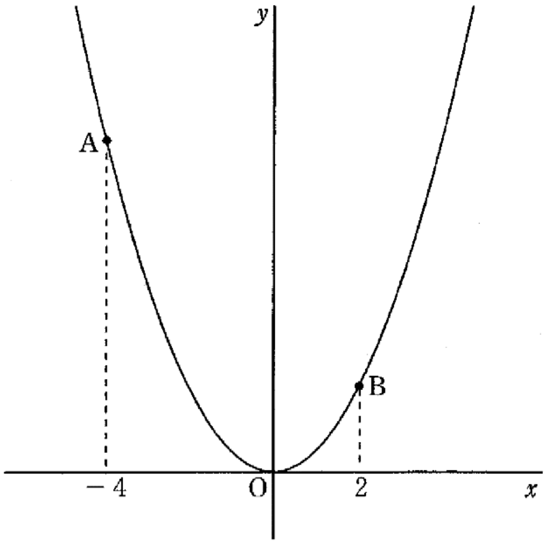
よって求める直線の式は$y=\frac{4}{7}x+\frac{16}{7}$

【問 12】

右の図は，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。このグラフ上に 2 点 A，B があり，x 座標はそれぞれ－4，2 である。

このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県　2006 年度）



問1　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

問2　点 B を通り，△AOB の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

問3　△AOC の面積が△AOB の面積の 2 倍となるように，y 軸上に点 C $(0,\ c)$ をとる。このときの c の値を求めなさい。ただし，$c>0$ とする。

解答欄

問1	$\leqq y \leqq$
問2	$y=$
問3	$c=$

解答
問1　$0 \leqq y \leqq 8$

問2　$y=-\dfrac{1}{2}x+3$

問3　$c=12$
解説
問2

OA の中点を M とすると，△BAM＝△BOM となる。

A$(-4,\ 8)$より，M の x 座標は$-\dfrac{4}{2}=-2$，y 座標は，$\dfrac{8}{2}=4$

直線 BM を $y=ax+b$ とすると B$(2,\ 2)$を通るので

$2=2a+b$…①

M$(-2,\ 4)$を通るので

$4=-2a+b$…②

①，②を連立方程式として解くと

$a=-\dfrac{1}{2}$，$b=3$

よって $y=-\dfrac{1}{2}x+3$

問3

B を通り OA に平行な直線を求める。

傾きは OA の傾きと等しくなるから$-\dfrac{8}{4}=-2$

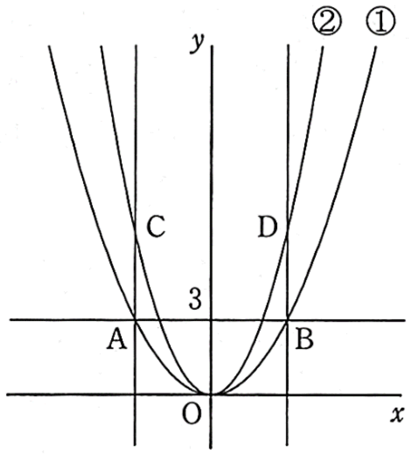
$y=-2x+n$ とおくと，B$(2,\ 2)$を通るので，$2=-2\times2+n$　$n=6$
よって $y=-2x+6$
この直線と y 軸との交点を P とすると，△AOB＝△AOP
よって△AOC＝2△AOB＝2△AOP
$c>0$ より，C は y 軸の正の範囲にあり OP＝CP
よって $c=6+6=12$

【問 13】

右の図において，①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$，②は関数 $y=ax^2\left(a>\frac{1}{3}\right)$ のグラフである。また，点 A, B は直線 $y=3$ と①との交点であり，A の x 座標は負，B の x 座標は正とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。なお，途中の計算も書くこと。

（石川県　2006 年度）



問1　関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ について，x の値が 2 から 6 まで増加するときの，変化の割合を求めなさい。

問2　点 A を通り y 軸に平行な直線と②との交点を C，また，点 B を通り y 軸に平行な直線と②との交点を D とする。このとき，四角形 ABDC の面積が三角形 ODC の面積と等しくなる a の値を求めなさい。

解答欄

問1	〔計算〕	
	〔答〕	
問2	〔計算〕	
	〔答〕	

解答

問1

〔計算〕

$y=\frac{1}{3}x^2$ において

$x=2$ のとき $y=\frac{1}{3}\times 2^2=\frac{4}{3}$

$x=6$ のとき $y=\frac{1}{3}\times 6^2=12$

よって変化の割合は $\left(12-\frac{4}{3}\right)\div(6-2)=\frac{8}{3}$

答　$\frac{8}{3}$

問2

〔計算〕

A，B は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点より，$y=3$ を代入して，$3=\frac{1}{3}x^2$　$x=\pm 3$

よって，A$(-3,\ 3)$，B$(3,\ 3)$

C，D は $y=ax^2$ 上の点より，C$(-3,\ 9a)$，D$(3,\ 9a)$

四角形 ABDC$=(3+3)\times(9a-3)=54a-18$

$\triangle$ODC$=\frac{1}{2}\times(3+3)\times 9a=27a$

四角形 ABDC$=\triangle$ODC より，$54a-18=27a$　$a=\frac{2}{3}$

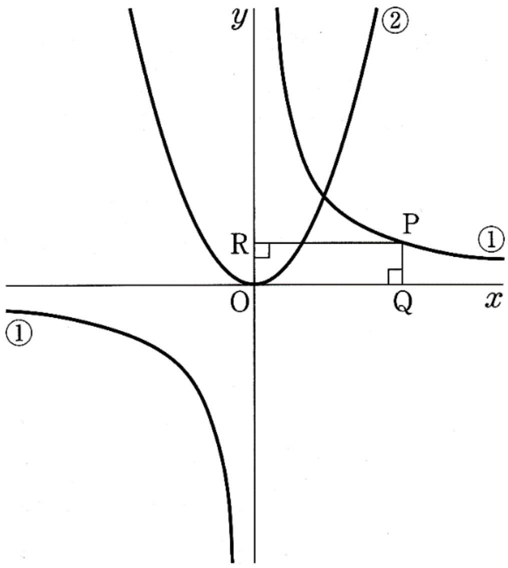
答　$\frac{2}{3}$

【問 14】

右の図において，①は $xy=8$ で表される反比例のグラフであり，②は関数 $y=ax^2\,(a>0)$ のグラフである。①上に x 座標が正である点 P をとり，点 P から x 軸，y 軸にひいた垂線と x 軸，y 軸との交点を，それぞれ Q，R とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（山梨県　2006 年度）



問1　点 P の x 座標が 4 であるとき，四角形 OQPR の対角線 OP の長さを求めなさい。

問2　四角形 OQPR が正方形となるとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　この正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

(2)　この正方形を，頂点 O を中心として左まわりに回転させたとき，頂点 Q，R が同時に②上にきた。a の値を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
</table>

解答

問1　$2\sqrt{5}$

問2

(1)　$2\sqrt{2}$

(2)　$a=\dfrac{1}{2}$

解説

問2

(1)　四角形 OQPR が正方形より，OQ＝OR＝$x=y$　$xy=8$ より，$x^2=8$，$x>$だから，$x=2\sqrt{2}$

(2)　Q，R が同時に $y=ax^2$ 上にくるとき，QR と y 軸との交点を H とおくと，RH＝HQ　よって，H は正方形の対角線の交点と一致する。よって，OH＝HQ，∠OHQ＝90°　より，OH＝HQ＝$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$OQ＝$\dfrac{1}{\sqrt{2}}\times 2\sqrt{2}=2$　よって，Q $(2,\ 2)$ が $y=ax^2$ 上の点より，$2=4a$　$a=\dfrac{1}{2}$

【問 15】

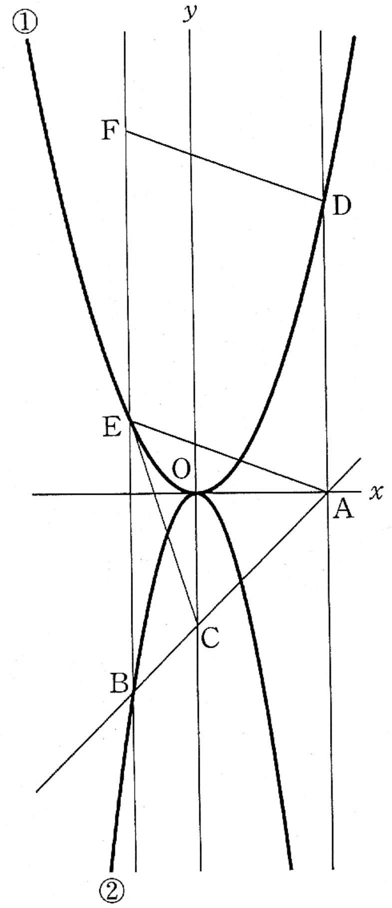
図 6 において，①は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフであり，②は関数 $y=-\dfrac{3}{2}x^2$ のグラフである。

また，点 A は x 軸上の点で，その x 座標は 4 である。

このとき，次の1～3の問いに答えなさい。

（静岡県　2006 年度）

図 6



問1　関数 $y=ax^2$ において，x が 0 でないとき，x の値が 3 倍になると，対応する y の値は何倍になるか，答えなさい。

問2　点 A を通り，傾きが $\dfrac{5}{2}$ の直線の式を求めなさい。

問3　放物線②上に，x 座標が－2 である点 B をとり，2 点 A，B を通る直線と y 軸との交点を C とする。点 A を通り y 軸に平行な直線と放物線①との交点を D，点 B を通り y 軸に平行を直線と放物線①との交点を E とする。また，BE の延長上に AD＝EF となる点 F をとる。△ECA の面積と四角形 EADF の面積の比が 1 : 3 となるときの，a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問3</td><td>求める過程</td><td></td></tr>
<tr><td>答</td><td></td></tr>
</table>

解答

問1　9倍

問2　$y=\frac{5}{2}x-10$

問3

求める過程

点Bは$x=-2$で，$y=-\frac{3}{2}x^2$上の点より，$y=-\frac{3}{2}\times(-2)^2=-6$　B$(-2,\ -6)$　2点E，Dは$y=ax^2$上の点より，E$(-2,\ 4a)$，D$(4,\ 16a)$とおく。また，BEとx軸との交点をHとする。

△ECA:△EBA＝AC:AB＝AO:AH＝4:6＝2:3　よって，△EBA＝$\frac{3}{2}$△ECA＝$\frac{3}{2}\times\frac{1}{3}$(四角形EADF)＝$\frac{1}{2}$(四角形EADF)＝△AEF＝△FAD

よって，BE＝EF＝AD

BE＝$4a+6$とAD＝$16a$が等しいから，$4a+6=16a$　$a=\frac{1}{2}$

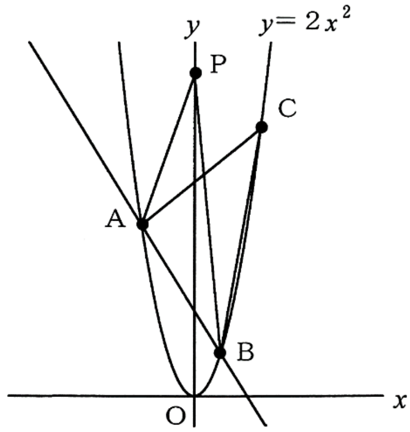
答　$\frac{1}{2}$

【問 16】

図で，O は原点，A，B，C は関数 $y=2x^2$ のグラフ上の点である。点 A，B，C の x 座標はそれぞれ-2，1，$\frac{5}{2}$ である。また，P は y 軸上の点で，その y 座標は正である。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

（愛知県　2006 年度　A）



(1)　直線 AB の式を求めよ。

(2)　△PAB の面積と△CAB の面積が等しくなるとき，点 P の座標を求めよ。

解答欄

(1)	$y=$
(2)	(　　　，　　　)

解答

(1)　$y=-2x+4$

(2)　$\left(0,\ \frac{35}{2}\right)$

解説

(2)

△PAB と△CAB は AB が共通で，点 P の y 座標が正なので，△PAB＝△CAB のとき，PC // AB　C を通り，AB に平行な直線を $y=-2x+b$ とおく。C$\left(\frac{5}{2},\ \frac{25}{2}\right)$の座標を代入して，$\frac{25}{2}=-2\times\frac{5}{2}+b$　$b=\frac{35}{2}$

よって，$y=-2x+\frac{35}{2}$

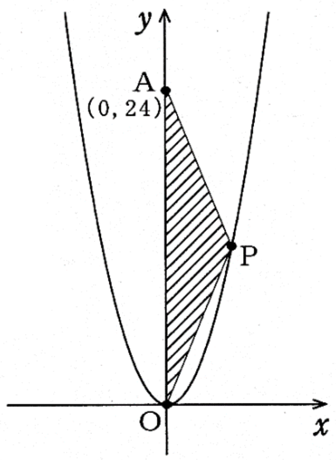
この直線と y 軸との交点が P だから P$\left(0,\ \frac{35}{2}\right)$

【問 17】

図 1 のように，$y=3x^2$ のグラフ上に点 P をとり，点 A (0, 24)，原点 O とでできる△PAO が，PA＝PO の二等辺三角形になるとき，△PAO の面積を求めなさい。

（滋賀県　2006 年度）

図 1



解答欄

解答

24

解説

点 P から y 軸に垂線 PH をひく。△PAO は PA＝PO の二等辺三角形なので AH＝OH＝$\frac{1}{2}\times 24=12$

よって点 P の y 座標は 12 だから，$y=3x^2$ に代入して，$12=3x^2$　$x^2=4$　$x=\pm 2$

図より，$x>0$ だから $x=2$

よって P(2, 12)

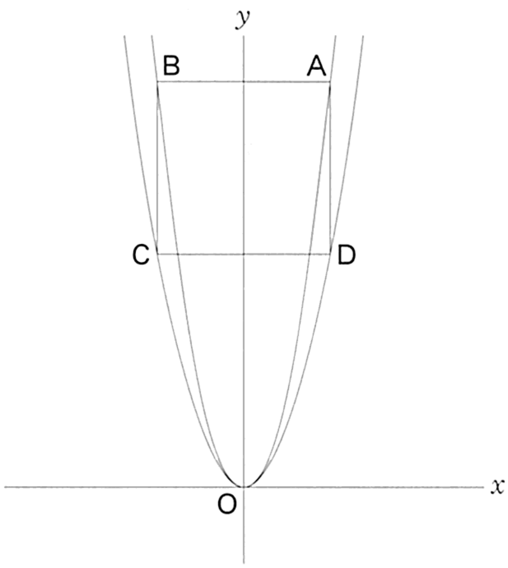
△PAO＝$\frac{1}{2}\times$AO$\times$PH＝$\frac{1}{2}\times 24\times 2=24$

【問 18】

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A (3, 18) がある。いま，点 A を通り x 軸に平行な直線と関数 $y=ax^2$ のグラフとの交点のうち，点 A と異なる点を B とする。また，点 A を通り y 軸に平行な直線と関数 $y=b\,x^2$ のグラフとの交点を D，点 B を通り y 軸に平行な直線と関数 $y=b\,x^2$ のグラフとの交点を C とすると，四角形 ABCD が正方形となった。

このとき，次の問い1･2に答えよ。ただし，$a>b$ とする。

（京都府　2006 年度）



問1　a，b の値と点 C の座標をそれぞれ求めよ。

問2　点 (1, 18) を通り，正方形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

解答欄

問1	$a=$	$b=$	C (　　,　　)
問2	$y=$		

解答
問1

$a=2$　　$b=\dfrac{4}{3}$　　C(-3 , 12)

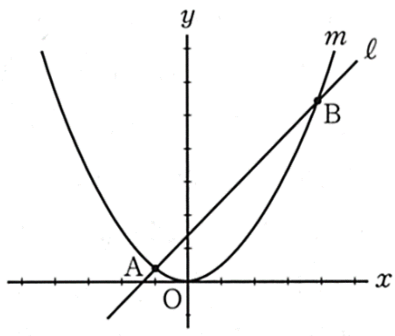
問2
$y=3x+15$
解説
問1
A(3, 18)の座標の値を $y=ax^2$ に代入して，$18=9a$　$a=2$
点 B は点 A と y 軸に関して対称な点だから，B(-3, 18)
四角形 ABCD は正方形より，AB＝AD
よって，点 D の y 座標を d とすると，$3-(-3)=18-d$　$d=12$

D(3, 12)の座標の値を $y=bx^2$ に代入して，$12=9b$　$b=\dfrac{4}{3}$
また，点 C は点 D と y 軸に関して対称な点だから C(-3, 12)
問2
正方形 ABCD の対角線の交点を通る直線は，その面積を 2 等分する。
よって，その交点を H とし座標を求めると $x=\dfrac{3+(-3)}{2}=0$　$y=\dfrac{18+12}{2}=15$　H(0, 15)
求める直線の式を $y=mx+15$ とおいて，(1, 18)を代入すると，$18=m+15$　$m=3$　よって，$y=3x+15$

【問 19】

右図において，m は $y=ax^2$ のグラフを表す。a は正の定数である。A，B は m 上の点であり，その x 座標はそれぞれ -1，4 である。ℓ は 2 点 A，B を通る直線である。

（大阪府 2006 年度 前期）



直線 ℓ の傾きが 1 のとき，

(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

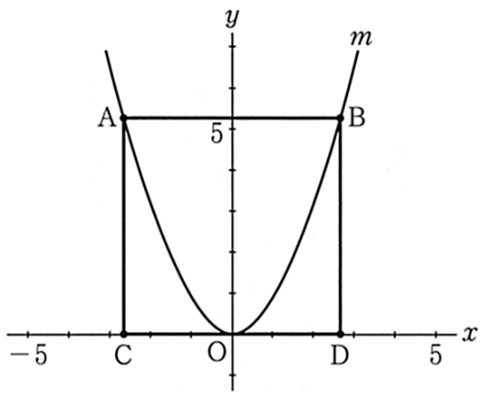
(1) $\dfrac{1}{3}$

(2) $y=x+\dfrac{4}{3}$

【問 20】

右図において，m は $y=\frac{3}{4}x^2$ のグラフを表す。A，B は m 上の点であり，C，D は x 軸上の点である。A の x 座標は負の数であり，B の x 座標は正の数である。A と C，C と D，D と B，B と A とをそれぞれ結んでできる四角形 ACDB は正方形である。このときの D の x 座標を求めなさい。ただし，x 軸の 1 目もりの長さと y 軸の 1 目もりの長さとは等しいものとする。

（大阪府 2006 年度 後期）



解答欄

解答

$\frac{8}{3}$

解説

点 B は $y=\frac{3}{4}x^2$ 上の点より，点 D の x 座標を t とすると，B$\left(t,\ \frac{3}{4}t^2\right)$とおける。

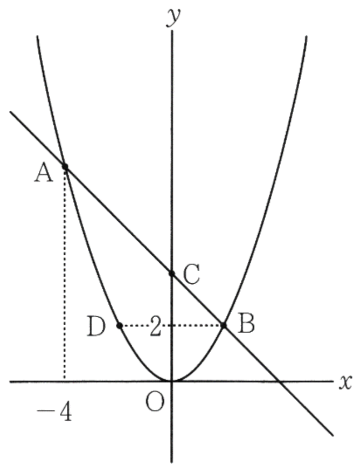
このとき，CD＝$2t$，BD＝$\frac{3}{4}t^2$ と表せる。四角形 ABCD は正方形より，CD＝BD

よって，$2t=\frac{3}{4}t^2$　$\frac{3}{4}t^2-2t=0$　$3t^2-8t=0$　$t(3t-8)=0$　$t\neq0$ だから，$t=\frac{8}{3}$

【問 21】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと，このグラフ上の 2 点 A，B を通る直線があり，この直線と y 軸との交点を C，点 B と y 軸について対称な点を D とする。点 A の x 座標は -4，点 B の y 座標は 2 である。AC：CB＝2：1 のとき，次の問いに答えなさい。

（兵庫県　2006 年度）



問1　点 B の x 座標を求めなさい。

問2　a の値を求めなさい。

問3　点 P を直線 AB 上の点とする。四角形 ADOB と△ADP の面積が等しくなるときの，点 P の座標を 1 つ求めなさい。

解答欄

問1	
問2	$a=$
問3	(　　　，　　　)

解答
問1　2
問2　$a=\frac{1}{2}$
問3　(4，0)，(−12，16)
解説
問3
P の x 座標が B の x 座標より大きいとき，(四角形 ADOB)＝△ADB＋△ODB，
△ADP＝△ADB＋△PDB　よって，△ODB＝△PDB だから，DB が共通な底辺より，OP // DB
したがって，P は直線 AB と x 軸との交点になる。直線 AB の傾きは，$(2-8)\div\{2-(-4)\}=-1$ より，
その式を $y=-x+b$ とすると，B(2，2)を通るので，$2=-2+b$　$b=4$　$y=-x+4$　$y=0$ を代入して，
$0=-x+4$　$x=4$　P(4，0)　P の x 座標が A の x 座標より小さいとき，求める点は A(−4，8)に関して P(4，0)と対称な点になる。x 座標は $-4-\{4-(-4)\}=-12$，y 座標は $8+8=16$ より，P(−12，16)

【問 22】

右の図の①は関数 $y=ax^2$, ②は原点 O を通る直線, ③は関数 $y=-2x^2$ のグラフである。

点 A は②, ③の交点であり, x 座標は-1 である。点 B は①, ②の交点で, OA:OB＝1:4 である。

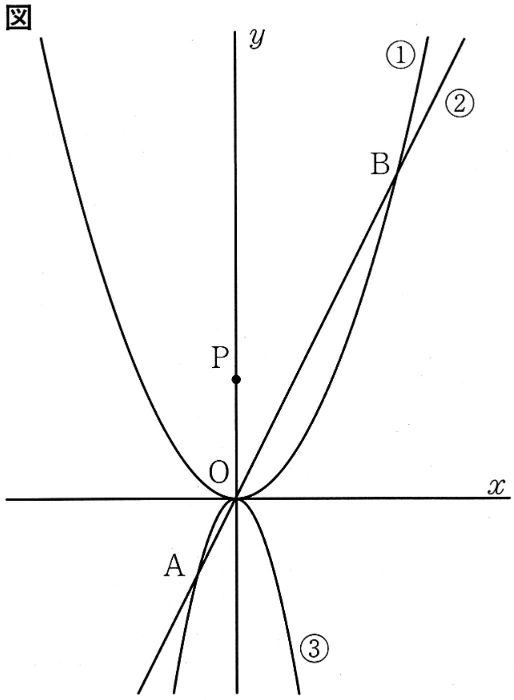
このとき, 次の各問いに答えなさい。

（鳥取県　2006 年度）

問1　点 B の座標を求めなさい。また, a の値を求めなさい。

問2　点 A と y 軸について対称な点を C とする。AB を対角線とする平行四辺形 ACBD を作るとき, 点 D の座標を求めなさい。

図



問3　y 軸上に, y 座標が正の数である点 P をとる。△ABP の面積が平行四辺形 ACBD の面積の半分になるとき, 点 P の y 座標を求めなさい。

問4　問3で求めた点 P を通る直線のうち, 平行四辺形 ACBD の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

問1	B (　　,　　)	$a=$
問2		
問3		
問4	$y=$	

解答

問1

B (4, 8)　　$a=\dfrac{1}{2}$

問2　D (2, 8)

問3　4

問4　$y=-\dfrac{2}{3}x+4$

解説

問3

$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}$ (平行四辺形 ACBD)より, $\triangle ABP=\triangle ABD$ となるときを考える。

点 D を通り, AB に平行な直線と y 軸との交点が P となる。

その直線を $y=2x+b$ とおく。D(2, 8)を通るので, $8=4+b$　$b=4$　$y=2x+4$

よって, P(0, 4)

問4

平行四辺形の対角線の交点を通る直線は面積を 2 等分する。

AB の中点を求めると $x=\dfrac{-1+4}{2}=\dfrac{3}{2}$　$y=\dfrac{-2+8}{2}=3$ より, $\left(\dfrac{3}{2},\ 3\right)$

点 P を通るので求める直線を $y=mx+4$ とする。

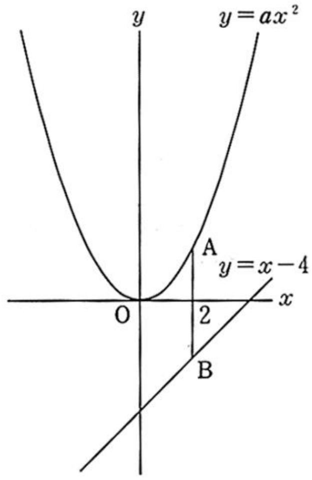
対角線の交点の座標を代入して $3=\dfrac{3}{2}m+4$　$m=-\dfrac{2}{3}$

よって $y=-\dfrac{2}{3}x+4$

【問 23】

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A があり，その x 座標は 2 である。また，一次関数 $y=x-4$ のグラフ上に点 B があり，その x 座標は 2 である。2 点 A，B を結んでできる線分 AB の中点が，x 軸上にあるとき，a の値は，$\boxed{}$ である。

（岡山県　2006 年度）



解答欄

解答

$\frac{1}{2}$

解説

点 A は $y=ax^2$ 上の点で，x 座標は 2 より，y 座標は $a\times2^2=4a$ と表せる。

点 B は $y=x-4$ 上の点で，x 座標は 2 より，y 座標は $2-4=-2$

この 2 点の中点が x 軸上にあることより，y 座標の絶対値が等しくなるから

$4a=2$

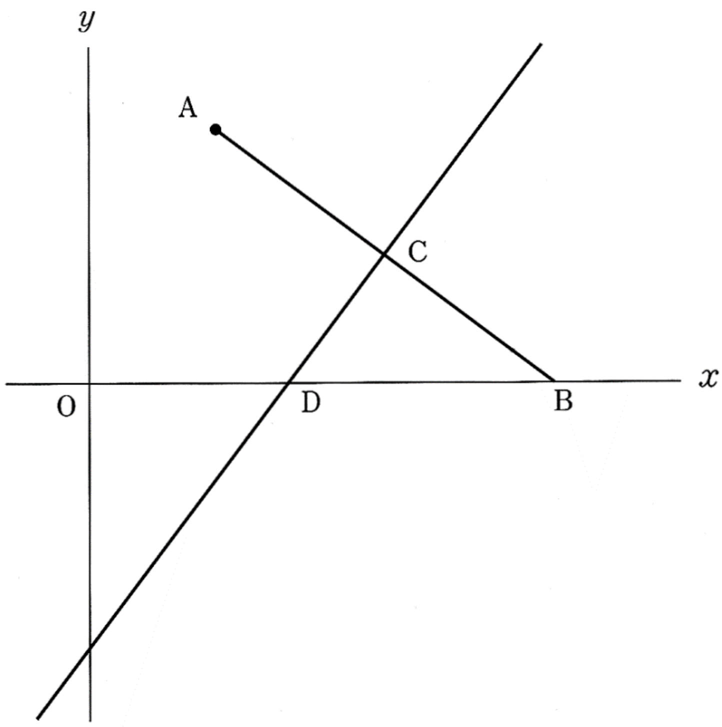
$a=\frac{1}{2}$

【問 24】

図のように，2 点 A (3，6)，B (a，0) があります。線分 AB の垂直二等分線をひき，線分 AB との交点を C，x 軸との交点を D とします。ただし，a ＞ 3 とします。

これについて，次の問1～問3に答えなさい。

（広島県　2006 年度）



問1　2 点 O，A を通る直線の式を求めなさい。

問2　AD⊥OB となるとき，a の値を求めなさい。

問3　OD＝BD となるとき，2 点 C，D 間の距離を求めなさい。

解答欄

問1	y＝
問2	
問3	

解答

問1　$y=2x$

問2　9

問3　$\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

解説

問1

直線 OA を $y=m\,x$ とおく。

A(3, 6)の座標を代入して，$6=3m$　$m=2$

よって，$y=2\,x$

問2

AD⊥OB より，D(3, 0)

また，D は AB の垂直二等分線上の点より，DB＝AD＝6

よって点 B の x 座標 $a=3+6=9$

問3

B(a, 0)で，OD＝BD より，$D\left(\dfrac{a}{2},\ 0\right)$

また，問2と同様に，DA＝DB だから，$DA^2=DB^2$

$\left(\dfrac{a}{2}-3\right)^2+6^2=\left(a-\dfrac{a}{2}\right)^2$

これを解いて $a=15$

よって，B(15, 0)，$D\left(\dfrac{15}{2},\ 0\right)$

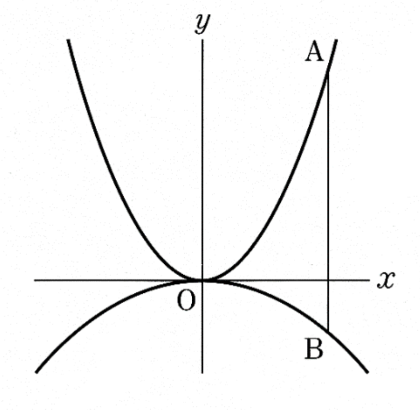
点 C は AB の中点だから，x 座標は，$\dfrac{3+15}{2}=9$　y 座標は，$\dfrac{6}{2}=3$　C(9, 3)

$CD=\sqrt{\left(9-\dfrac{15}{2}\right)^2+3^2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

【問 25】

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 A，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 B があり，線分 AB は y 軸に平行です。点 A の x 座標が 2，線分 AB の長さが 5 のとき，a の値を求めなさい。ただし，$a < 0$ とします。

（広島県 2006 年度）



解答欄

解答

$-\frac{1}{4}$

解説

点 A の y 座標は，$y=2^2=4$　AB＝5 より，点 B の y 座標は $4-5=-1$

よって，B(2，−1)より

$y=ax^2$ にこの座標を代入して

$-1=4a$

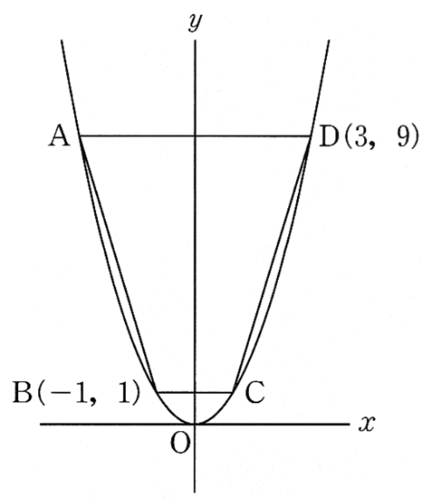
$a=-\frac{1}{4}$

【問 26】

右の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 4 点 A, B, C, D がある。点B, Dの座標は，それぞれ (−1, 1), (3, 9) であり，線分AD, BC はそれぞれ x 軸に平行である。

次の問1，問2に答えなさい。

（山口県　2006 年度）



問1　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-1\leqq x\leqq 3$ のとき，y の変域を求めなさい。

問2　四角形 ABCD の面積を求めなさい。

解答欄

問1	$\leqq y \leqq$
問2	

解答
問1　$0\leqq y\leqq 9$
問2　32
解説
問2
$y=x^2$ のグラフは y 軸について対称だから，A(−3, 9)，C(1, 1)
よって，四角形 ABCD の面積は

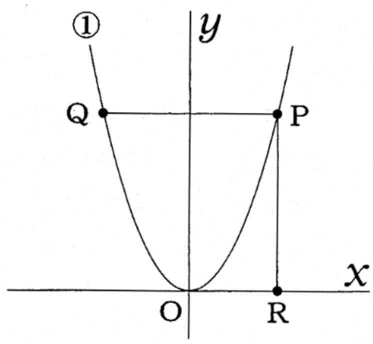
$$\triangle ABC+\triangle CAD=\frac{1}{2}\times\{1-(-1)\}\times(9-1)+\frac{1}{2}\times\{3-(-3)\}\times(9-1)=8+24=32$$

【問 27】

右の図で，点 O は原点であり，放物線①は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフである。2 点 P，Q は放物線①上の点で，点 P の x 座標は正の数であり，線分 PQ は x 軸に平行である。また，点 P から，x 軸に垂線をひき，x 軸との交点を R とする。

これについて，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

（香川県　2006 年度）



(1) 関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ で，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域を求めよ。

(2) 線分 PQ の長さと，線分 PR の長さが等しくなるとき，点 P の x 座標はいくらか。点 P の x 座標を a として，a の値を求めよ。a の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1)　$0 \leqq y \leqq \dfrac{16}{3}$

(2)

a の値を求める過程

$y = \dfrac{1}{3}x^2$ のグラフは，y 軸について対称だから

点 Q の x 座標は $-a$ であり

$P\left(a,\ \dfrac{1}{3}a^2\right)$，

$R(a,\ 0)$である。

よって，$PQ = 2a$，$PR = \dfrac{1}{3}a^2$

したがって $2a = \dfrac{1}{3}a^2$

整理すると，$a^2 - 6a = 0$，$a(a-6) = 0$

よって，$a = 0$ または $a = 6$　a は正の数だから

$a = 6$ は問題にあうが，$a = 0$ は問題にあわない。

答　a の値　6

解説

(1)

$y = \dfrac{1}{3}x^2$ で $-4 \leqq x \leqq 3$ のとき，y は $x = 0$ のとき最小値 0

$x = -4$ のとき最大値 $\dfrac{1}{3} \times (-4)^2 = \dfrac{16}{3}$

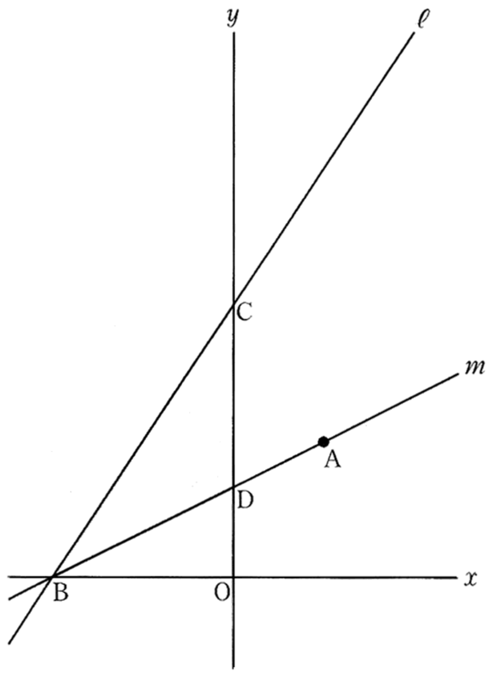
よって $0 \leqq y \leqq \dfrac{16}{3}$

【問 28】

右の図において，直線 ℓ は関数 $y=\dfrac{3}{2}x+6$ のグラフであり，
直線 m は点 A (2, 3)を通り，直線 ℓ と x 軸上の点 B で交わっている。また，直線 ℓ，m と y 軸との交点をそれぞれ C，D とする。

このとき，次の問いに答えなさい。

（愛媛県　2006 年度）



問1　直線 m の式を求めよ。

問2　y は x の 2 乗に比例する関数であり，その関数のグラフが点 A を通るとき，

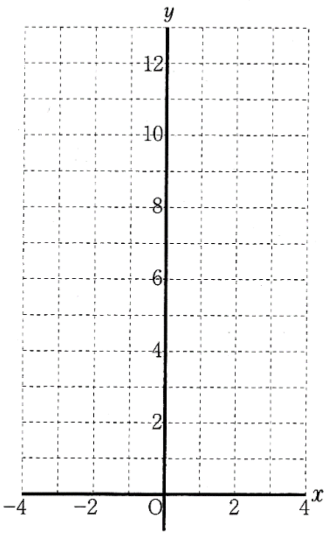
(1)　y を x の式で表し，そのグラフをかけ。

(2)　x の変域が $a \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域が $b \leqq y \leqq 12$ となる。a，b の値を，それぞれ求めよ。

(3)　点 P が(1)のグラフ上にあって，△OAD と△OPD との面積の比が 3 : 5 となるとき，点 P の座標を求めよ。ただし，点 P の x 座標は点 A の x 座標より小さいものとする。

問3　△BCD を，x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし，原点 O から点(1, 0)までの距離，および原点 O から点(0, 1)までの距離をそれぞれ 1 cm とする。(円周率は π を用いること。)

解答欄

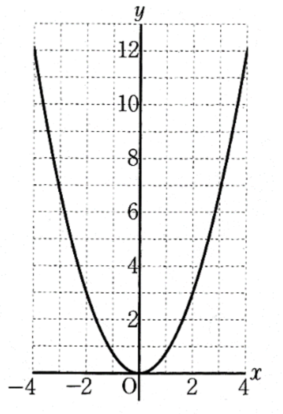
<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="3">$y=$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">問2</td><td rowspan="2">(1)</td><td colspan="2">式　$y=$</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>$a=$</td><td>$b=$</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td colspan="2">(　　　　,　　　　)</td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="3">cm^3</td></tr>
</table>

解答

問1　$y=\dfrac{1}{2}x+2$

問2

(1)　式　$y=\dfrac{3}{4}x^2$



(2)

$a=-4$

$b=0$

(3)　$\left(-\dfrac{10}{3},\ \dfrac{25}{3}\right)$

問3　$\dfrac{128}{3}\pi$　cm^3

解説

問2

(3)

△OADと△OPDの共通な辺ODを底辺とすると

その高さはそれぞれ点A, Pのx座標の絶対値に一致し, その高さの比は面積の比と一致する。

△OPDの高さをhとすると$2:h=3:5$ $h=\dfrac{10}{3}$

点Pのx座標は2より小さいので$-\dfrac{10}{3}$　y座標は, $y=\dfrac{3}{4}\times\left(-\dfrac{10}{3}\right)^2=\dfrac{25}{3}$

問3

求める体積は, △BOCを1回転させてできる円すいから

△BODを1回転させてできる円すいをひいたものになる。

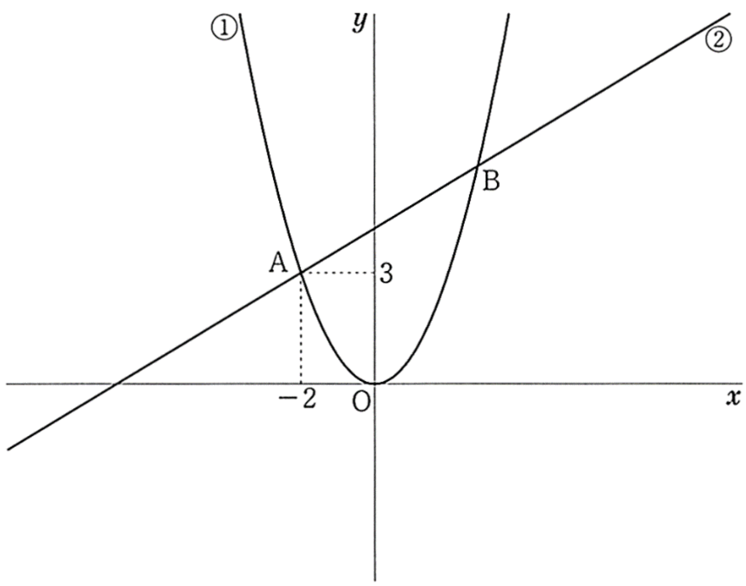
OC＝6cm, OD=2cm, BO＝4cmだから

体積は, $\dfrac{1}{3}\times\pi\times6^2\times4-\dfrac{1}{3}\times\pi\times2^2\times4=48\pi-\dfrac{16}{3}\pi=\dfrac{128}{3}\pi\,cm^3$

【問 29】

図において，①は関数 $y=ax^2$ のグラフで，②は傾きが $\frac{1}{2}$ の直線であり，①と②は 2 点 A, B で交わっている。点 A の座標が (－2, 3) であるとき，次の1～3の問いに答えなさい。

（高知県 2006 年度）



問1　定数 a の値を求めよ。

問2　直線②の式を求めよ。

問3　x 軸上に x 座標が正である点 P をとり，△PAB の面積が△OAB の面積の 2 倍となるようにしたい。このときの点 P の x 座標を求めよ。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1　$a=\frac{3}{4}$

問2　$y=\frac{1}{2}x+4$

問3　8

解説

問1　点 A(－2, 3)は $y=ax^2$ 上の点より，$3=a\times(-2)^2$　$a=\frac{3}{4}$

問2 直線 AB を $y=\frac{1}{2}x+b$ とおくと点 A(－2, 3)はこの直線上の点だから，$3=\frac{1}{2}\times(-2)+b$　$b=4$　$y=\frac{1}{2}x+4$

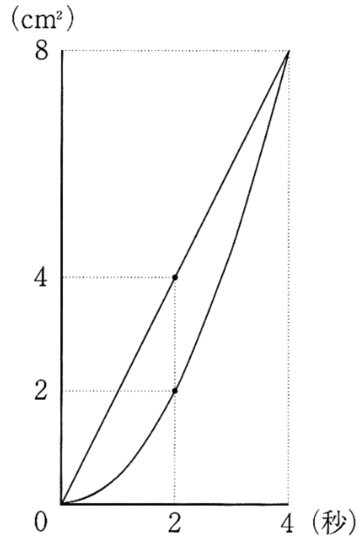
問3 △PAB と△OAB は底辺 AB が共通なので，△PAB＝2△OAB のとき，P は AB に平行で，O から AB の距離の 2 倍になる位置にある。AB に平行で距離が 2 倍になる直線は，$y=\frac{1}{2}x-4$　x 軸との交点が求める点 P だから，$y=0$ を代入して，$0=\frac{1}{2}x-4$　$x=8$

【問 30】

次の問1，問2は □ の中にあてはまる最も簡単な数を記入し，問3は指示にしたがって答えよ。

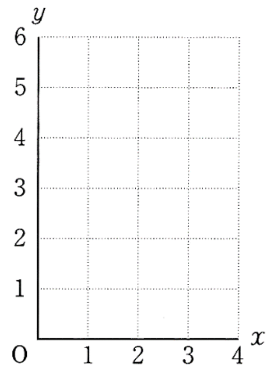
（福岡県　2006 年度）

問1　点 P が点 A を出発してから 2 秒後の正方形 APCD の周の長さは □ cm である。

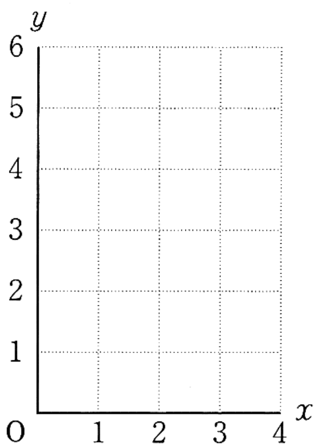


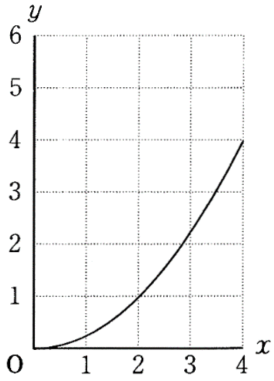
問2　右の図は，点Pが点Aを出発してから点Bに着くまでの時間と，△BDAの面積および△BCDの面積の関係をそれぞれグラフに表したものである。点Pが点Aを出発してから2秒後の△BDAの面積と△BCDの面積の差は2 cm^2である。△BDAの面積と△BCDの面積の差が1.5 cm^2になるのは，点Pが点Aを出発してから □ 秒後 と □ 秒後 である。

問3　点 P が点 A を出発してから x 秒後の線分 CE の長さを y cm とすると，y は x の 2 乗に比例する。点 P が点 A を出発してから点 B に着くまでの x と y の関係を表すグラフを右の図にかけ。



解答欄

問1	
問2	
問3	

解答
問1　8
問2　1，3
問3


解説
問2
x 秒後の△BDA の面積 $y=\frac{1}{2}\times\mathrm{AD}\times\mathrm{AB}=\frac{1}{2}\times x\times 4=2x$

△BCD の面積 $y=\frac{1}{2}\times\mathrm{CD}\times\mathrm{CP}=\frac{1}{2}\times x\times x=\frac{1}{2}x^2$

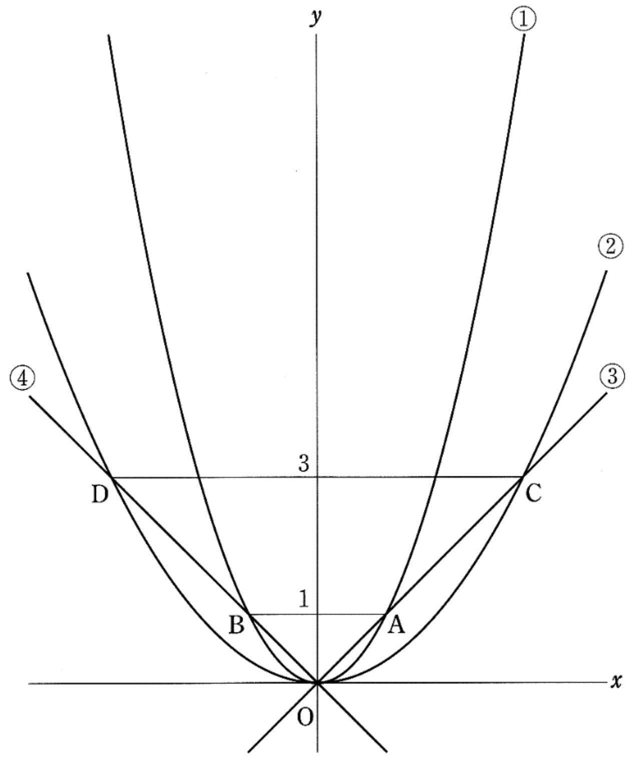
この差が 1.5 より，$2x-\frac{1}{2}x^2=1.5$　$4x-x^2=3$　$x^2-4x+3=0$　$(x-1)(x-3)=0$　$x=1,\ 3$ 秒後

問3
△ABD と△CDE において
∠BAD＝∠DCE＝90°
平行線の錯角より
∠ABD＝∠CDE
2 組の角がそれぞれ等しいので
△ABD∽△CDE
AB : CD＝AD : CE
$4:x=x:y$
$4y=x^2$
$y=\frac{1}{4}x^2$

【問 31】

右の図のように，2 つの放物線 $y = x^2$…①，$y = \frac{1}{3}x^2$…②と 2 つの直線③，④があり，放物線①と直線③，④との交点をそれぞれ A，B，放物線②と直線③，④との交点をそれぞれ C，D とする。2 点 A，B の y 座標が 1 で，2 点 C，D の y 座標が 3 のとき，次の1～5の各問いに答えなさい。

（佐賀県 2006 年度 後期）



問1 点 A の座標を求めなさい。

問2 直線④の式を求めなさい。

問3 台形 ACDB の周の長さを求めなさい。

問4 直線 AB 上に点 P を，直線 CD 上に点 Q をとり，△PQD の面積が台形 ACDB の面積と等しくなるようにする。このとき，点 Q の座標を求めなさい。ただし，点 Q の x 座標は 0 より大きいものとする。

問5 点 B を通り，台形 ACDB の面積を 2 等分する直線が線分 CD と交わる点を R とする。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 点 R の座標を求めなさい。

(2) 放物線②上に点 S をとり，四角形 ACSR と台形 ACDB の面積が等しくなるようにする。このとき，点 S の座標を求めなさい。ただし，点 S の x 座標は 3 より大きいものとする。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">A (　　　　　,　　　　　)</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">$y=$</td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問4</td><td colspan="2">Q (　　　　　,　　　　　)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問5</td><td>(1)</td><td>R (　　　　　,　　　　　)</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>S (　　　　　,　　　　　)</td></tr>
</table>

解答

問1　A (1，1)

問2　$y=-x$

問3　$8+4\sqrt{2}$

問4　Q (5，3)

問5

(1)　R (1，3)

(2)　S ($3\sqrt{3}$，9)

解説

問5

(2)

四角形ACSR＝台形ACDBより，四角形ABDR＝△SRC…①

四角形ABDR$=\dfrac{1}{2}\times(2+4)\times2=6$

S$(x_1,\ y_1)$とする。

△SRC$=\dfrac{1}{2}\times2\times(y_1-3)=y_1-3$

①より $y_1-3=6$　$y_1=9$　$9=\dfrac{1}{3}x_1{}^2$

$x_1{}^2=27$

$x_1>3$ より，

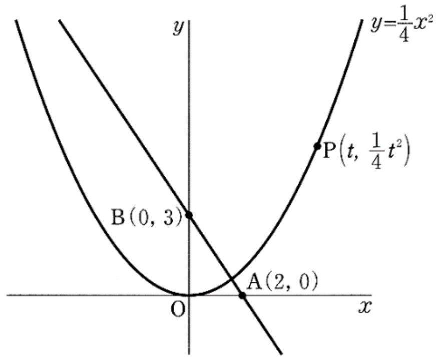
$x_1=3\sqrt{3}$

S($3\sqrt{3}$，9)

【問 32】

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 $\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{4}t^2\right)$，$x$ 軸上に点 A (2, 0)，y 軸上に点 B (0, 3) がある。原点を O として，次の問いに答えなさい。ただし，$t > 0$ とする。

（長崎県　2006 年度）



問1　関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ について，$x=4$ のときの y の値を求めよ。

問2　関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ について，x が 4 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

問3　直線 AB の式を求めよ。

問4　$t=3$ のとき，三角形 OAP の面積を求めよ。

問5　三角形 OAP の面積と三角形 OBP の面積が等しくなるとき，t の値を求めよ。

解答欄

問1	$y=$
問2	
問3	$y=$
問4	
問5	$t=$

解答

問1　$y=4$

問2　$\dfrac{2}{5}$

問3　$y=-\dfrac{3}{2}x+3$

問4　$\dfrac{9}{4}$

問5　$t=6$

解説

問5

$\triangle\mathrm{OAP}=\dfrac{1}{2}\times 2\times\dfrac{1}{4}t^2=\dfrac{1}{4}t^2$

$\triangle\mathrm{OBP}=\dfrac{1}{2}\times 3\times t=\dfrac{3}{2}t$

$\triangle\mathrm{OAP}=\triangle\mathrm{OBP}$ より

$\dfrac{1}{4}t^2=\dfrac{3}{2}t$

両辺を 4 倍して，$t^2=6t$　$t^2-6t=0$　$t(t-6)=0$

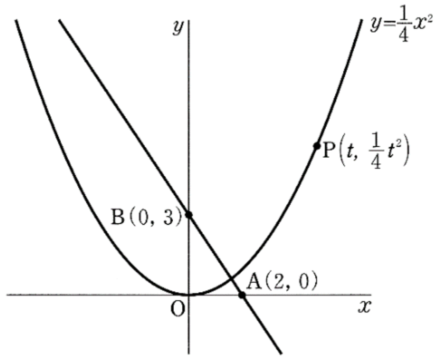
$t>0$ より

$t=6$

【問 33】

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 $\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{4}t^2\right)$，$x$ 軸上に点 A (2，0)，y 軸上に点 B (0，3) がある。原点を O として，次の問いに答えなさい。ただし，$t > 0$ とする。

（長崎県　2006 年度）



問1　関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ について，x が 4 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

問2　直線 AB の式を求めよ。

問3　$t=3$ のとき，三角形 OAP の面積を求めよ。

問4　三角形 OAP の面積と三角形 OBP の面積が等しくなるとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1)　t の値を求めよ。

(2)　x 座標が 5 で，y 座標が正の数 k である点 Q (5，k) をとり，三角形 ABQ の面積が三角形 ABP の面積と等しくなるようにした。このとき，k の値を求めよ。ただし，答えだけでなく，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書くこと。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">$y=$</td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問4</td><td>(1)</td><td>$t=$</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
</table>

解答

問1　$\dfrac{5}{2}$

問2　$y=-\dfrac{3}{2}x+3$

問3　$\dfrac{9}{4}$

問4

(1)　$t=6$

(2)

△ABP＝△ABQ と，$k>0$ であることから，点 Q は，点 P を通り直線 AB に平行な直線上にある。

この直線の式を $y=-\dfrac{3}{2}x+b$　とすると，点 P (6, 9) を通るから，$9=-\dfrac{3}{2}\times6+b$　より　$b=18$

したがって $y=-\dfrac{3}{2}x+18$　となる。

点 Q (5, k) は，この直線上にあるので $k=-\dfrac{3}{2}\times5+18=\dfrac{21}{2}$

$k=\dfrac{21}{2}$ は問題に適する。

答　$k=\dfrac{21}{2}$

別解 1

点 P の座標が (6, 9) より，$\triangle ABP=\triangle OAP+\triangle OBP-\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times2\times9\times2-\dfrac{1}{2}\times2\times3=15$

$k>0$ より，$\triangle ABQ=\triangle OAQ+\triangle OBQ-\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times2\times k+\dfrac{1}{2}\times3\times5-\dfrac{1}{2}\times2\times3=k+\dfrac{9}{2}$

△ABP＝△ABQ より，$15=k+\dfrac{9}{2}$

$k=\dfrac{21}{2}$

$k=\dfrac{21}{2}$ は問題に適する。

答　$k=\dfrac{21}{2}$

別解 2

△ABP＝△ABQ と，$k>0$ であることから，PQ // AB となる。

点 P (6, 9)，点 Q (5, k) より，$\dfrac{9-k}{6-5}=-\dfrac{3}{2}$

$k=\dfrac{21}{2}$

$k=\dfrac{21}{2}$ は問題に適する。

答　$k=\dfrac{21}{2}$

解説

問4

(2)

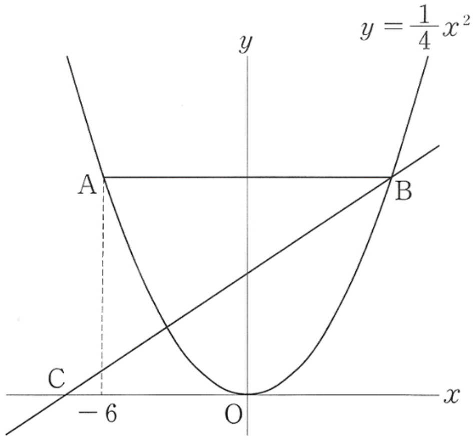
△ABQ＝△ABP で，$k>0$ より，PQ // AB であることがわかる。

【問 34】

右の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，A の x 座標は－6 で，線分 AB は x 軸に平行である。また，点 C は，B を通り，傾きが $\dfrac{2}{3}$ の直線と x 軸との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県　2006 年度）



問1　点 B の座標を求めなさい。

問2　点 C の x 座標を求めなさい。

問3　x 軸上に x 座標が－6 である点 D をとるとき，3 点 A，C，D を頂点とする三角形を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

解答欄

問1	(　　　　,　　　　)
問2	
問3	

解答

問1　(6, 9)

問2　$-\dfrac{15}{2}$

問3　$\dfrac{81}{2}\pi$

解説

問3

立体は，底面の半径 AD＝9，高さ CD＝$-6-\left(-\dfrac{15}{2}\right)=\dfrac{3}{2}$ の円錐。

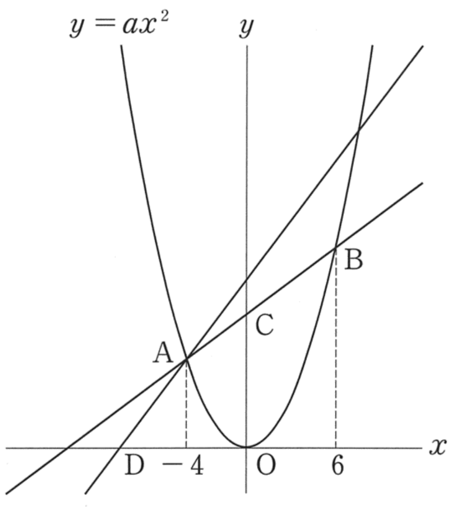
よってその体積は $\dfrac{1}{3}\times\pi\times9^2\times\dfrac{3}{2}=\dfrac{81}{2}\pi$

【問 35】

右の図のように，関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフ上に 2 点 A，B があり，A の x 座標は -4，B の x 座標は 6 で，直線 AB の傾きは $\dfrac{3}{4}$ である。また，点 O は原点，点 C は直線 AB と y 軸との交点，点 D は，A を通り，傾きが $\dfrac{4}{3}$ の直線と x 軸との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県　2006 年度）



問1　a の値を求めなさい。

問2　線分 AD の長さを求めなさい。

問3　四角形 OCAD を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	

解答

問1　$a=\dfrac{3}{8}$

問2　$\dfrac{15}{2}$

問3　201π

解説

問3

A から x 軸にひいた垂線を AH，直線 AC と x 軸との交点を K とする。

直線の式を求めると

AC は $y=\dfrac{3}{4}x+9$

AD は $y=\dfrac{4}{3}x+\dfrac{34}{3}$

これをもとに各座標を求めると

K$(-12,\ 0)$，C$(0,\ 9)$

AD が回転してできる側面の面積は

$\pi\times\left(\dfrac{15}{2}\right)^2\times\dfrac{12\pi}{15\pi}=45\pi$

$\mathrm{KC}=\sqrt{9^2+12^2}=15$

KA：AC＝KH：HO＝(12－4)：4＝2：1 より，KA＝10，AC＝5

よって AC が回転してできる側面の面積は $\pi\times15^2\times\dfrac{18\pi}{30\pi}-\pi\times10^2\times\dfrac{18\pi}{30\pi}=135\pi-60\pi=75\pi$

底面積は，$9^2\pi=81\pi$

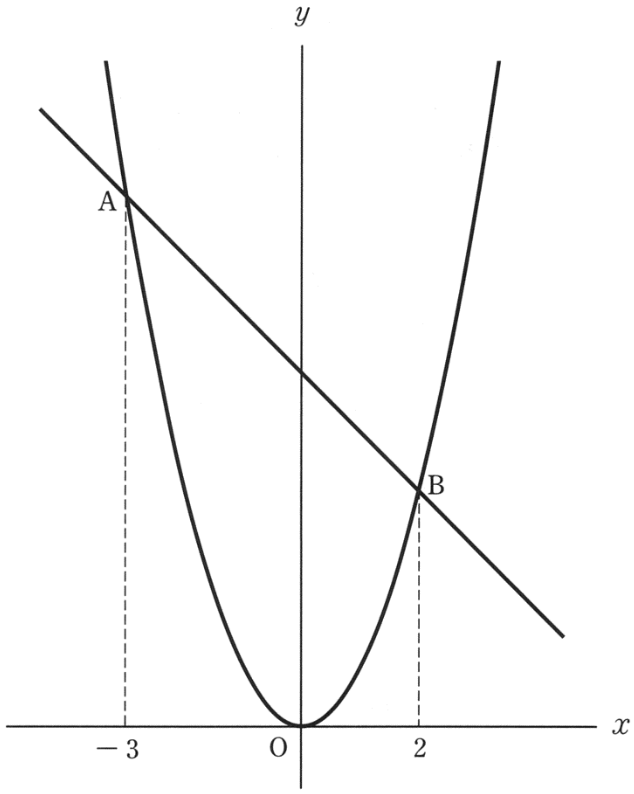
よって表面積は $45\pi+75\pi+81\pi=201\pi$

【問 36】

図のように，$y=x^2$ のグラフ上に，2 点 A，B があり，x 座標はそれぞれ－3，2 である。次の1～3の問いに答えなさい。

（大分県　2006 年度）

問1　直線 AB の式を求めなさい。



問2　y 軸上に点 C をとり，△OAC の面積が△OAB の面積の $\frac{1}{2}$ になるようにする。このときの点 C の y 座標を求めなさい。ただし，点 C の y 座標は正とする。

問3　x 軸上に，x 座標が正である点 D をとり，△OAB の面積と△OAD の面積が等しくなるようにする。また，線分 OA 上に点 E をとり，四角形 OABD の面積を 2 点 B，E を通る直線で 2 等分したい。このとき，線分 OE と線分 EA の長さの比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

問1	$y=$
問2	
問3	：

解答
問1　$y=-x+6$
問2　5
問3　5:13
解説
問2

ABとy軸との交点をPとすると，直線ABの式は$y=-x+6$より，P(0，6)

$\triangle OAB=\triangle AOP+\triangle BOP=\frac{1}{2}\times 6\times 3+\frac{1}{2}\times 6\times 2=9+6=15$

Cのy座標をtとすると$\triangle OAC=\frac{1}{2}\times t\times 3=\frac{3}{2}t$

$\triangle OAC=\frac{1}{2}\triangle OAB$より，$\frac{3}{2}t=\frac{15}{2}$　$t=5$

問3
$\triangle OAB=\triangle OAD$より，Bを通りOAに平行な直線と$x$軸との交点がDとなる。
OAの傾きは$\frac{9}{-3}=-3$より，直線BDを$y=-3x+b$とおくと，B(2，4)を通るから，$4=-6+b$　$b=10$
よって，$y=-3x+10$　$y=0$を代入して，$0=-3x+10$　$x=\frac{10}{3}$　$D\left(\frac{10}{3},\ 0\right)$
直線AO上に，OB // DPとなる点Pをとる。
四角形OPDBは平行四辺形になるので，Pのx座標は，$\frac{10}{3}-2=\frac{4}{3}$　y座標は，$0-4=-4$
また，四角形$OABD=\triangle OAB+\triangle BOD=\triangle OAB+\triangle BOP=\triangle BAP$
よってEはAPの中点だからそのx座標は$\left(-3+\frac{4}{3}\right)\div 2=-\frac{5}{6}$
E，Aからx軸に垂線EH，AKをひくと
$OE:EA=OH:HK=\frac{5}{6}:\left(3-\frac{5}{6}\right)=5:13$

【問 37】

右の図のように，2 つの関数

$y = x^2$ …①

$y = ax^2$ …②

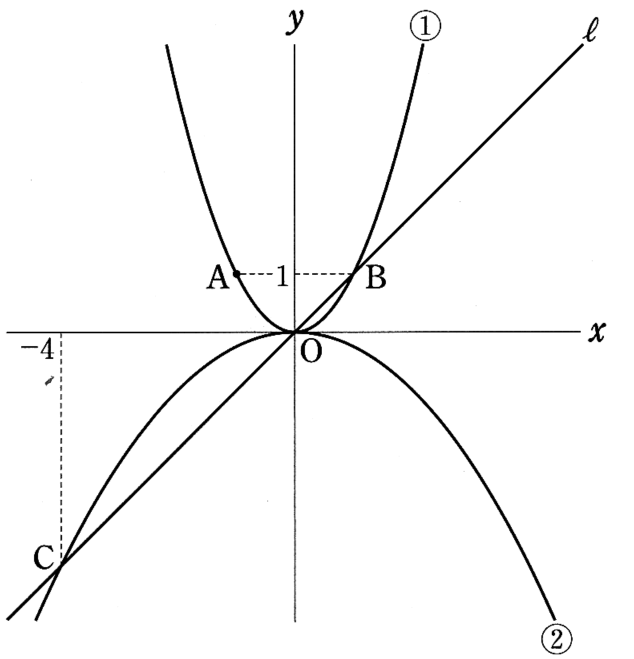
のグラフと直線 ℓ がある。

2 点 A, B は，①のグラフ上の点であり，y 座標はともに 1 である。

また，直線 ℓ は，点 B を通り，②のグラフと原点 O および点 C で交わっている。

点 C の x 座標が－4 であるとき，次の1～4の問いに答えなさい。

（宮崎県　2006 年度）



問1　a の値を求めなさい。

問2　関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき，y の変域を求めなさい。

問3　点 A を通り，△OAC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

問4　①のグラフ上に，y 座標の等しい 2 点 P, Q があり，点 P の x 座標は正である。また，②のグラフ上に 2 点 R, S があり，四角形 PQRS は正方形である。このとき，点 P の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$\leqq y \leqq$
問3	$y=$
問4	（　　　，　　　）

解答

問1　$a=-\dfrac{1}{4}$

問2　$0\leqq y\leqq 4$

問3　$y=3x+4$

問4　$\left(\dfrac{8}{5},\ \dfrac{64}{25}\right)$

解説

問3

点Aを通り，△OACを2等分する直線は，OCの中点を通る。

OCの中点をMとすると

x座標は$-\dfrac{4}{2}=-2$

y座標は$y=x=-2$

よってM$(-2,\ -2)$

直線AMを$y=mx+n$とするとA$(-1,\ 1)$を代入して$1=-m+n$…①

Mの座標を代入して$-2=-2m+n$…②

①，②を連立方程式として解くと

$m=3$，$n=4$より

$y=3x+4$

問4

点Pは$y=x^2$上の点より，P$(t,\ t^2)$とおくと，Q$(-t,\ t^2)$，S$\left(t,\ -\dfrac{1}{4}t^2\right)$とおける。

四角形PQRSは正方形より，PQ＝PS

よって，$t-(-t)=t^2-\left(-\dfrac{1}{4}t^2\right)$

これを解いて$t=0,\ \dfrac{8}{5}$

$t>0$より

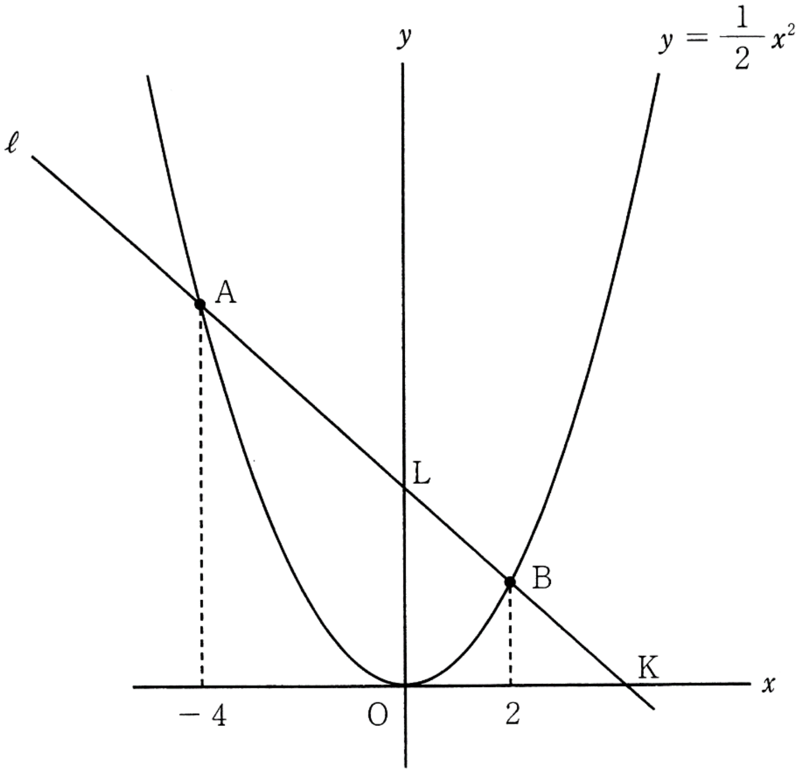
$t=\dfrac{8}{5}$

よってP$\left(\dfrac{8}{5},\ \dfrac{64}{25}\right)$

【問 38】

下の図のように，放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 ℓ が 2 点 A，B で交わり，点 A，B の x 座標はそれぞれ -4，2 である。また，直線 ℓ が x 軸，y 軸と交わる点をそれぞれ K，L とする。次の各問いに答えなさい。

（沖縄県　2006 年度）



問1　点 B の座標は B (2, $\square$)となる。$\square$ にあてはまる数を入れなさい。

問2　放物線 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ において，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域は $\square \leqq y \leqq \square$ となる。

$\square$ にあてはまる数を入れなさい。

問3　直線 ℓ の傾きを求めなさい。

問4　△OAB の面積を求めなさい。

問5　点 L を通り，△OAB の面積を二等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	
問5	

解答
問1　B (2，2)
問2　$0 \leqq y \leqq 8$
問3　傾き　-1
問4　12
問5　$y=2x+4$
解説
問4
直線ℓを $y=-x+b$ とおくと，B(2，2)を通るので，$2=-2+b$　$b=4$　$y=-x+4$

よって，L(0，4)　$\triangle OAB=\triangle OAL+\triangle OBL=\frac{1}{2}\times 4\times 4+\frac{1}{2}\times 4\times 2=8+4=12$

問5

△OAB の面積を 2 等分する直線と OA との交点を P とすると，$\triangle APL=\frac{1}{2}\times 12=6$ より

$\triangle OPL=8-6=2$

P の x 座標を t とすると，$\frac{1}{2}\times(-t)\times 4=2$　$t=-1$

直線 OA の傾きは$-\frac{8}{4}=-2$ で，原点を通るから，その式は $y=-2x$

よって P の y 座標は$-2\times(-1)=2$　P$(-1，2)$

求める直線の式を $y=ax+4$ とおき，P の座標を代入して，$2=-a+4$　$a=2$　$y=2x+4$