
9. 式の証明の問題（2005 年度出題）

【問 1】

1けたの自然数 a, b, c を1つずつ書いたカードが3枚ある。この3枚のカードを $\boxed{a} \boxed{b} \boxed{c}$ と並べた場合は、百の位が a , 十の位が b , 一の位が c の3けたの整数を表すものとする。いま, $\boxed{a} \boxed{b} \boxed{c}$, $\boxed{b} \boxed{c} \boxed{a}$, $\boxed{c} \boxed{a} \boxed{b}$ の3けたの整数を3個つくる。この3個の整数の和が 1221 になるとき, $a+b+c$ の値を求めなさい。

(秋田県 2005 年度)

解答欄

--

解答

11

解説

3個の整数の和は $111(a+b+c)$ だから

$$a+b+c=1221 \div 111=11$$

【問 2】

太郎さんと花子さんは、下のようなかけ算九九の表を見て、次のことに気がついた。

		か け る 数								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
か け ら れ る 数	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

の部分の 8 は、かけられる数が 4、かける数が 2 で、 4×2 の値を表している。

太郎さんが気づいたこと

表の中で、(例1)のように、横に隣り合う3つの数を四角の枠で囲むとき、枠で囲まれた3つの数の和は、まん中の数の3倍になる。

(例1)

6	9	12
---	---	----

 のとき、 $6 + 9 + 12 = 9 \times 3$

花子さんが気づいたこと

表の中で、(例2)のように、縦、横2個ずつ並んだ4つの数を四角の枠で囲むとき、枠で囲まれた左上の数と右下の数の和から、右上の数と左下の数の和を引くと 1 になる。

(例2)

10	15
12	18

 のとき、 $(10 + 18) - (15 + 12) = 1$

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(茨城県 2005 年度)

- (1) 太郎さんが気づいたことを使って、かけ算九九の表の中に、横に隣り合う3つの数の和が 60 の倍数になる四角の枠は何個できるか求めなさい。

(2) 花子さんは気づいたことを次のように証明した。①, ②, ③にはあてはまる式を, ④には証明の続きを書いて, 証明を正しく完成させなさい。

(証明)

縦, 横2個ずつ並んだ4つの数を四角の枠で囲む。枠で囲まれた左上の数のかけられる数を a , かける数を b とする。

このとき左上の数は ab , 右上の数は ①, 左下の数は ②, 右下の数は ③ と a, b を使って表せるから,

④

したがって, 枠で囲まれた左上の数と右下の数の和から, 右上の数と左下の数の和を引くと 1 になる。

解答欄

(1)	個	
(2)	①	
	②	
	③	
	④	

解答

(1) 4 個

(2)

① $a(b+1)$

② $(a+1)b$

③ $(a+1)(b+1)$

④

$$\{ab+(a+1)(b+1)\}-\{a(b+1)+(a+1)b\}$$

$$=(ab+ab+a+b+1)-(ab+a+ab+b)$$

$$=2ab+a+b+1-2ab-a-b$$

$$=1$$

解説

(1)

横に隣り合う3つの数のまん中の数を n とすると3つの数の和は $3n$ と表せる。

0 以上の整数を m とすると 60 の倍数は $60m$ と表せるので

$$3n=60m \text{ より}$$

$$n=20m$$

よって n が 20 の倍数となる場合について考えればよい。

このような四角の枠は $\boxed{16}\boxed{20}\boxed{24}$, $\boxed{15}\boxed{20}\boxed{25}$, $\boxed{35}\boxed{40}\boxed{45}$, $\boxed{32}\boxed{40}\boxed{48}$ の4個できる。

(2)

①

かけられる数は a , かける数は $b+1$ だから $a(b+1)$

②

かけられる数は $a+1$, かける数は b だから $(a+1)b$

③

かけられる数は $a+1$, かける数は $b+1$ だから $(a+1)(b+1)$

④

$$\{ab+(a+1)(b+1)\}-\{a(b+1)+(a+1)b\}$$

$$=(ab+ab+a+b+1)-(ab+a+ab+b)$$

$$=2ab+a+b+1-2ab-a-b$$

$$=1$$

【問 3】

表は、「かけ算九九の表」の一部である。表中の  の 10 は、かけられる数が 2、かける数が 5 のときの 2×5 の値を表している。この表中の  のような 4 つの整数の組

a	b
c	d

 について考える。このとき、 $(a+d)-(b+c)$ の値はつねに 1 になる。このことを、 a は、かけられる数が m 、かける数が n であるものとして説明しなさい。

		かける数					
		1	2	3	4	5	6
かけられる数	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	4	6	8		12
	3	3			12	15	18
	4	4			16	20	24
	5	5	10	15	20	25	30
	6	6	12	18	24	30	36

(栃木県 2005 年度)

解答欄

説明

解答

$a = mn$, $b = m(n+1)$, $c = (m+1)n$, $d = (m+1)(n+1)$ と表すことができる。

よって

$$(a+d)-(b+c) = a+d-b-c$$

$$= mn + (m+1)(n+1) - m(n+1) - (m+1)n$$

$$= mn + mn + m + n + 1 - mn - m - mn - n$$

$$= 1$$

したがって $(a+d)-(b+c)$ の値はつねに 1 になる。

【問 4】

ある自然数を 10 で割ったときの商から余りの2倍を引いた数が 7 の倍数であった。このとき、この自然数は 7 の倍数であることを説明しなさい。

(群馬県 2005 年度)

解答欄

解答

ある自然数を n とし、 n を 10 で割ったときの商を a 、余りを b とする。

$$n = 10a + b \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{また } a - 2b = 7m \text{ (} m \text{ は自然数)} \cdots \textcircled{2}$$

①, ②から

$$n = 10(2b + 7m) + b = 7(3b + 10m)$$

よって n は 7 の倍数である。

【問 5】

ある中学校の数学の授業で、次の問題を皆で考えた。

次の各問に答えよ。

(東京都 2005 年度)

[皆で考えた問題]

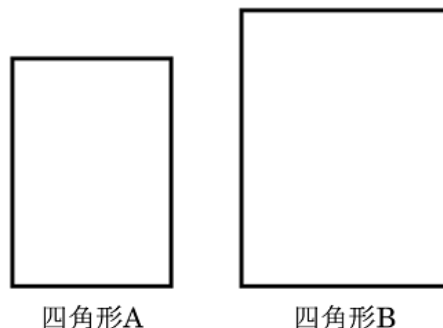
a, b を正の数とする。

図1で、四角形 A は長方形であり、直角をはさむ2辺の長さは a cm, b cm である。

四角形 B は長方形であり、直角をはさむ2辺の長さは、四角形 A の直角をはさむ2辺の長さをそれぞれ 1 cm ずつ長くしたものである。

四角形 A の周の長さと四角形 B の周の長さを比べなさい。

図1



問1 [皆で考えた問題]で四角形 B の周の長さから、四角形 A の周の長さをひくと何 cm か。

Sさんは、[皆で考えた問題]をもとにして、次の問題をつくった。

[Sさんの問題]

図2で、 $\angle AOB = 90^\circ$ である。

a を正の数として、1辺の長さが a cm の正方形を、直角をはさむ2辺が $\angle AOB$ の2辺 OA, OB とかさなるようにつくる。

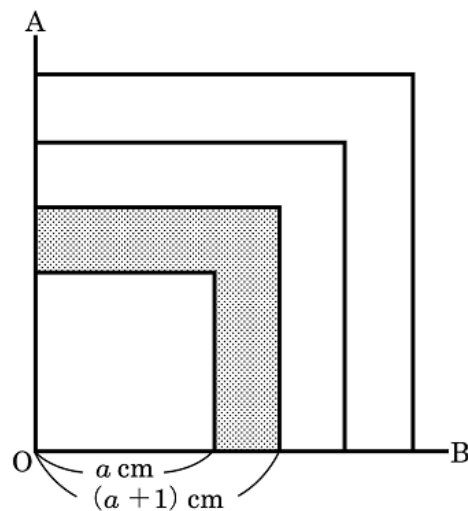
1辺の長さが $(a+1)$ cm, $(a+2)$ cm, $(a+3)$ cm の正方形を、それぞれの正方形の直角をはさむ2辺が $\angle AOB$ の2辺 OA, OB とかさなるように、順につくる。

1辺の長さが $(a+1)$ cm の正方形から1辺の長さが a cm の正方形を除いた残りの図形の面積を P cm² とする。

同様に1辺の長さが $(a+2)$ cm の正方形から1辺の長さが $(a+1)$ cm の正方形を除いた残りの図形の面積を Q cm², 1辺の長さが $(a+3)$ cm の正方形から1辺の長さが $(a+2)$ cm の正方形を除いた残りの図形の面積を R cm² とする。

このとき、 $P+R=2Q$ となることを確かめなさい。

図2



問2 [Sさんの問題]で、 P, Q, R をそれぞれ a を使って表し、 $P+R=2Q$ となることを証明せよ。

解答欄

問1	cm
問2	証明 P, Q, R をそれぞれ a を使って表すと, $P+R=2Q$

解答

問1 4cm

問2

証明

P, Q, Rをそれぞれ a を使って表すと

$$P = (a+1)^2 - a^2 = (a^2 + 2a + 1) - a^2 = 2a + 1$$

$$Q = (a+2)^2 - (a+1)^2 = (a^2 + 4a + 4) - (a^2 + 2a + 1) = 2a + 3$$

$$R = (a+3)^2 - (a+2)^2 = (a^2 + 6a + 9) - (a^2 + 4a + 4) = 2a + 5$$

よって $P+R=(2a+1)+(2a+5)=4a+6 \cdots \textcircled{1}$

また $2Q = 2 \times (2a + 3) = 4a + 6 \cdots \textcircled{2}$

①, ②より

$$P + R = 2Q$$

解説

問1

周の長さは

A が $2a+2b$ cm

B が $2(a+1)+2(b+1)=2a+2b+4$ cm だから

$$(2a+2b+4)-(2a+2b)=4 \text{ cm}$$
 である。

問2

P, Q, Rをそれぞれ a を使って表すと

$$P = (a + 1)^2 - a^2 = (a^2 + 2a + 1) - a^2 = 2a + 1$$

$$Q = (a+2)^2 - (a+1)^2 = (a^2 + 4a + 4) - (a^2 + 2a + 1) = 2a + 3$$

$$R = (a+3)^2 - (a+2)^2 = (a^2 + 6a + 9) - (a^2 + 4a + 4) = 2a + 5$$

よって $P+R=(2a+1)+(2a+5)=4a+6 \cdots (1)$

また $2Q = 2 \times (2a + 3) = 4a + 6 \cdots (2)$

(1), (2)より $P+R=2Q$

【問 6】

図のように、横 50 段たて 50 列のマス目に、次の【規則】により、整数を1つずつ書き入れる。

【規則】

- ・1段目のマス目には左から順に、1から 50 までの整数を順に書き入れる。
- ・2段目のマス目には左から順に、2から 51 までの整数を順に書き入れる。
- ・3段目のマス目には左から順に、3から 52 までの整数を順に書き入れる。
- ・以下同様にして、各段のマス目に整数を順に書き入れていき、50 段目のマス目には左から順に、50 から 99 までの整数を順に書き入れる。

この【規則】により整数を書き入れたマス目から、 の形ができるように 5つのマス目を選ぶ。それら5つのマス目に書き入れられている整数のうち、最も小さい整数を n とするとき、次の各問いに答えなさい。

なお、図中の  のように5つのマス目を選んだ場合は、 $n=4$ となる。

(三重県 2005 年度)

- (1) $n=4$ となる5つのマス目の選び方は、右の図の  もふくめて全部で何通りあるか、求めなさい。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	-----	50 列 目
1 段目	1	2	3	4	-----	50
2 段目	2	3	4	5	-----	51
3 段目	3	4	5	6	-----	52
4 段目	4	5	6	7	-----	53
	⋮	⋮	⋮	⋮		
50 段目	50	51	52	53	-----	99

- (2) n がとる値の範囲は、 $2 \leq n \leq$ (ア) である。 (ア) にあてはまる整数を、求めなさい。

- (3)  の形をつくる5つのマス目に書き入れられている整数の和が 5 の倍数になることを n を用いて説明しなさい。

- (4)  の形をつくる5つのマス目に書き入れられている整数の和が、400 になるような5つのマス目の選び方は全部で何通りあるか、求めなさい。

解答欄

(1)	通り
(2)	
(3)	説明
(4)	通り

解答

(1) 3通り

(2) 96

(3)

説明

5つのマス目に書き入れられている整数は

$n, n, n+1, n+2, n+2$ と表せるから

5つの整数の和は

$$n+n+(n+1)+(n+2)+(n+2)$$

$$=5n+5$$

$$=5(n+1)$$

$n+1$ は整数だから

$5(n+1)$ は5の倍数である。

よって5つのマス目に書き入れられている整数の和は5の倍数である。

(4) 18 通り

解説

(1)

$n=4$ となるのは 5 つのマスのうち一番上のマスが 4 となるものである。

このようなものの候補としては4つあるが4段目の1列目は条件のような 5 つのマスが作れないので3通り。

(2)

最も大きい n は図のようなときである。

(3)

5つのマス目に書き入れられている整数は $n, n, n+1, n+2, n+2$ と表せるから

5つの整数の和は

$$n+n+(n+1)+(n+2)+(n+2)$$

$$=5n+5$$

$$=5(n+1)$$

$n+1$ は整数であるから $5(n+1)$ は 5 の倍数である。

よって5つのマス目に書き入れられている整数の和は 5 の倍数である。

(4)

(3)より $5(n+1)=400$ となるのは $n=79$ である。

ところで 5 つのマスが

1通りしか作れないときは $n=96, 2$

2通りのとき $n=95, 3$

3通りのとき $n=94, 4$ というように規則を見つけることができる。

したがって $n=79, 19$ のときは 18 通りある。

			⋮	⋮
			96	
...	96	97	98	
...		98	99	

【問 7】

図1は、ある学校説明会の座席表である。会場には、横に 15 人、縦に 20 人、合計 300 人が座れるように座席番号を付けたいすを並べている。座席の位置は、ステージに向かって「前から何列目の左から何番目」と表すものとする。例えば、図中の座席番号 20 の位置は「前から2列目の左から5番目」となる。次の(1)～(4)に答えなさい。

(徳島県 2005 年度)

図1

	ス テ ー ジ														
1 列目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2 列目	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
3 列目	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
4 列目	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
⋮															
⋮															
20 列目	286	287	288	289	290	291	292	293	294	295	296	297	298	299	300

(1) 座席番号 95 の位置は、「前から何列目の左から何番目」になるか答えなさい。

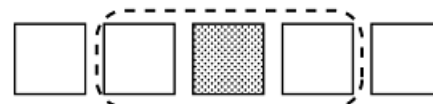
(2) 次の表は、ステージに向かって左端の座席番号を、1列目から順に並べて書いたものである。

前から n 列目 ($1 \leq n \leq 20$) の左端の座席番号を、 n を使って表しなさい。

前から何列目	1	2	3	4	⋯	20
座席番号	1	16	31	46	⋯	286

(3) 図2のように、横に並んだ3つのいすに付けられた座席番号の数の 図2

和が、474 になるとき、真ん中の座席は「前から何列目の左から何番目」になるか、答えなさい。

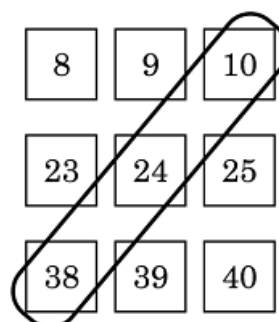


(4) 図3は、前の座席表の一部である。図のように、斜めに並んだ3つの座席番号に 図3

ついては、次のことが言える。

どの場所でも、「右上の座席番号」と「左下の座席番号」の数の和は、
「真ん中の座席番号」の数の2倍である。

このことを、文字の式を使って説明しなさい。



解答欄

(1)	前から	列目の左から	番目
(2)			
(3)	前から	列目の左から	番目
(4)	説明		

解答

(1) 前から7列目の左から5番目

(2) $15n - 14$

(3) 前から 11 列目の左から8番目

(4)

説明

「真ん中の座席番号」を m とすると「右上の座席番号」は $m - 14$, 「左下の座席番号」は $m + 14$ と表される。
その数の和は

$$(m - 14) + (m + 14)$$

$$= 2m$$

となる。

だからどの場所でも「右上の座席番号」と「左下の座席番号」の数の和は「真ん中の座席番号」の数の2倍となる。

解説

(1)

1 列 = 15 のかたまりがいくつあるか考える。

$95 \div 15 = 6$ あまり 5 より前から7列目の左から5番目である。

(2)

n 列目の左端の番号は $(n - 1)$ 列目の最後の数である $15 \times (n - 1)$ に 1 を加えたものだから

$$15 \times (n - 1) + 1 = 15n - 14 \text{ である。}$$

(3)

真ん中の座席番号を m とするとその左の座席番号は $m - 1$, その右の座席番号は $m + 1$ と表せるから
3つの座席番号の合計は $(m - 1) + m + (m + 1) = 3m$ である。

したがって $3m = 474$ より $m = 158$ である。

よって(1)と同様に $158 \div 15 = 10$ あまり 8 だから前から 11 列目の左から 8 番目である。

(4)

真ん中の座席番号を m とすると右上の座席番号は $m - 14$, 左下の座席番号は $m + 14$ と表される。

その数の和は $(m - 14) + (m + 14) = 2m$ となる。

だからどの場所でも右上の座席番号と左下の座席番号の数の和は真ん中の座席番号の数の2倍となる。

【問 8】

「連続する3つの奇数において、最も大きい奇数とまん中の奇数の和の2乗から最も小さい奇数とまん中の奇数の和の2乗をひいた数は、16 でわりきれ」ことの証明を、 の中に完成せよ。

(福岡県 2005 年度)

(証明)

整数 n を使って、最も小さい奇数を $2n-1$ とする。

解答欄

(証明)は上の解答欄に書きなさい。

解答

まん中の奇数は $2n+1$ 、最も大きい奇数は $2n+3$ である。

最も大きい奇数とまん中の奇数の和の2乗から最も小さい奇数とまん中の奇数の和の2乗をひいた数は

$$\{(2n+3)+(2n+1)\}^2 - \{(2n-1)+(2n+1)\}^2$$

$$= (4n+4)^2 - (4n)^2$$

$$= 16n^2 + 32n + 16 - 16n^2$$

$$= 32n + 16$$

$$= 16(2n+1)$$

となり $16 \times (\text{整数})$ となる。

したがって

最も大きい奇数とまん中の奇数の和の2乗から最も小さい奇数とまん中の奇数の和の2乗をひいた数は
16 でわりきれ。

解説

(整数 n を使って、最も小さい奇数を $2n-1$ とする。)

まん中の奇数は $2n+1$ 、最も大きい奇数は $2n+3$ と表されるから

$$\{(2n+3)+(2n+1)\}^2 - \{(2n-1)+(2n+1)\}^2$$

$$= (4n+4)^2 - (4n)^2$$

$$= 16n^2 + 32n + 16 - 16n^2$$

$$= 32n + 16$$

$$= 16(2n+1)$$

よって $16 \times (\text{整数})$ となるので

最も大きい奇数とまん中の奇数の和の2乗から最も小さい奇数とまん中の奇数の和の2乗をひいた数は
16 でわり切れる。

【問 9】

次の 内の先生と生徒の会話を読んで、次の①、②の問いに答えなさい。

(大分県 2005 年度)

先生：1 の位の数が 5 である 2 けたの自然数の 2 乗を、簡単に求める方法について考えてみましょう。

たとえば、 $15^2=225$, $25^2=625$, $35^2=1225$, $45^2=2025$ になりますね。このことから、何か気がつくことがありますか？

生徒：答えを $2 \mid 25$, $6 \mid 25$, $12 \mid 25$, $20 \mid 25$ のように、十の位と百の位の間に線をひいて 2 つの部分に分けてみると、右側は、すべて 25 です。

先生：左側はどうですか？ 表にまとめてみてください。

生徒：表にまとめると、

2 乗する自然数の 10 の位の数	1	2	3	4
答の左側	2	6	12	20

となります。

先生：答えの左側にはどのような規則性がありますか？

生徒： $2=1 \times 2$, $6=2 \times 3$, $12=3 \times 4$, $20=$ ア となっています。

先生：それでは、2 乗する自然数の 10 の位の数が n の場合、答えの左側はどうなりますか？

生徒： $n \times ($ イ $)$ になると考えられます。

先生：そのとおりです。そして、右側は 25 でしたね。

つまり、10 の位の数が n 、1 の位の数が 5 である 2 けたの自然数の 2 乗は、

 ウ $\times n \times ($ イ $) + 25$ と表すことができるのですよ。

① ア ～ ウ に適する式または数を記入しなさい。

② 部分が正しいことを、式の計算を使って証明しなさい。

解答欄

①	ア	
	イ	
	ウ	
②	証明	

解答

①

ア 4×5

 $\mathcal{I}_{n+1}$

ウ 100

②

証明

10の位の数が n 、1の位の数が5である2けたの自然数は $10n+5$ と表される。

これを2乗すると

$$(10n+5)^2$$

$$= 100n^2 + 100n + 25$$

$$= 100(n^2 + n) + 25$$

$$= 100n(n+1) + 25$$

よって 10 の位の数が n , 1 の位の数が 5 である 2 けたの自然数の 2 乗は

 $100 \times n \times (n+1) + 25$ と表すことができる。

解説

①

②の証明参照

②

証明

10 の位の数が n , 1 の位の数が 5 である 2 けたの自然数は $10n+5$ と表される。

これを2乗すると $(10n+5)^2=100n^2+100n+25=100(n^2+n)+25=100n(n+1)+25$

よって 10 の位の数が n , 1 の位の数が 5 である 2 けたの自然数の 2 乗は $100 \times n \times (n+1) + 25$ と表すことができる。

【問 10】

「九九の表」の 81 個の整数の中で縦横に隣り合う 4 個の数を で囲み $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ とする。

たとえば下の表の $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$ は, $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ を $a=2, b=4, c=3, d=6$ となるように選んだものである。

このとき, 次の1～3の問いに答えなさい。

(鹿児島県 2005 年度)

1 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ を, a, b, c がそれぞれ 5 の倍数となるように選ぶとき, d にあてはまる数を書け。

2 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ をどこに選んでも, a, b, c, d についていえることとして, 次の例1, 例2などがある。

例1	a, b, c, d の中で, a がもっとも小さく, d がもっとも大きい。
例2	$a+d$ から $b+c$ をひくと 1 になる。

		か け る 数								
か け ら れ る 数		1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

このように, $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ をどこに選んでも, a, b, c, d についていえることを, 例1, 例2以外に2つ見つけそれぞれ書け。

3 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ の a は, かけられる数を m , かける数を n とすると $a=mn$ と表される。

このとき, 次の(1), (2)の問いに答えよ。

(1) d を m, n を用いて表せ。

(2) 2の例2が成り立つわけを m, n を用いて説明せよ。

解答欄

1	$d=$	
2	①	
	②	
3	(1)	$d=$
	(2)	説明

解答

1 $d=36$

2

① a, b, c, d の和は奇数である。

② $ad=bc$

3

(1) $d=(m+1)(n+1)$

(2)

説明

$$a=mn, b=m(n+1), c=(m+1)n, d=(m+1)(n+1) \text{ だから}$$

$$a+d=mn+(m+1)(n+1)=2mn+m+n+1 \cdots \textcircled{1}$$

$$b+c=m(n+1)+(m+1)n=2mn+m+n \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$(a+d)-(b+c)$$

$$=(2mn+m+n+1)-(2mn+m+n)$$

$$=1$$

したがって

$a+d$ から $b+c$ をひくと1になる。

解説

1

となり合う数が5の倍数であることより a と b は5の段の数であることがわかる。

6の段で5の倍数は30なので $a=25, b=30, c=30$

よって $d=36$

2

①

1からそれぞれの数の和を求めると $a+b+c+d=25+30+30+36=121$ となる。

他の段の数でも同様にして4つの数の和を求めると奇数となることがわかる。

よって a, b, c, d の和は奇数である。

②

1から $a=5^2, b=5 \times 6, c=5 \times 6, d=6^2$ といえるから

$$ad=5^2 6^2, bc=5 \times 6 \times 5 \times 6=5^2 6^2$$

よって $ad=bc$ が成立する。

3

(1)

$$d \text{ はかけられる数とかける数がともに } a \text{ より } 1 \text{ 大きいから } d=(m+1)(n+1)$$

(2)

$$a=mn, b=m(n+1), c=(m+1)n, d=(m+1)(n+1) \text{ だから}$$

$$a+d=mn+(m+1)(n+1)=2mn+m+n+1 \cdots \textcircled{1}$$

$$b+c=m(n+1)+(m+1)n=2mn+m+n \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

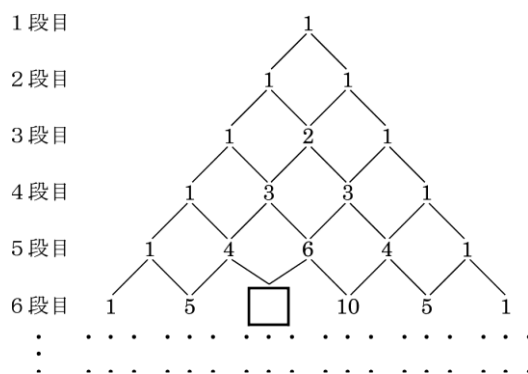
$$(a+d)-(b+c)=(2mn+m+n+1)-(2mn+m+n)=1$$

したがって $a+d$ から $b+c$ をひくと1になる。

【問 11】

下の図のように数が並んでいる。数の並びの規則性に着目して次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2005 年度)



問1 にあてはまる数を求めなさい。

問2 7段目のすべての数の和を求めなさい。

例えば, 4段目のすべての数の和とは $1+3+3+1$ であるから 8 となる。

問3 n 段目のすべての数の和が 1024 であるとき n を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	$n =$

解答

問1 10

問2 64

問3 $n=11$

解説

問1

$$4+6=10$$

問2

$$1+6+15+20+15+6+1=64$$

問3

各段のすべての数の和は 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 , 2^5 , $2^6 \cdots$ となる。

$$1024=2^{10} \text{ だから } n=11$$