7.式の展開 （因数分解の利用）

1.式の展開と因数分解の利用ほか

【問 1】

n を 2 けたの自然数とするとき，$\dfrac{n}{7}$ が素数となるような n は何個あるか求めなさい。

（山口県　2004 年度）

解答欄	

解答

6 個
解説
n は 7×素数で表される 2 けたの自然数である。よって，7×2＝14，7×3＝21
7×5＝35，7×7＝49，7×11＝77，7×13＝91 の 6 個

【問 2】

$\dfrac{56}{5}$ にできるだけ小さい自然数 n をかけてできた数が，ある整数の2乗になるようにしたい。この自然数 n を求めなさい。

（静岡県　2005 年度）

解答欄	

解答　70
解説
56＝7×2×2×2 である。したがって，$(7\times2\times2\times2)\times2\times7\times\dfrac{5}{5}$ とすれば $(7\times4)^2=28^2$ となる。
したがって $n=2\times7\times5=70$

【問 3】

n は自然数で，$\dfrac{770}{n}$ が素数となる。このような n は何個あるか。

（愛知県　2005 年度　A）

解答欄	個

解答　4 個
解説
素数とは，約数を 1 とその数自身しかもたない数のことである。
770 を素因数分解すると 770＝2×5×7×11 であり
これを n で割って，2(n＝5×7×11)，5(n＝2×7×11)，7(2×5×11)または，11(n＝2×5×7)だけを残せばよい。よって，このような n は4個ある。

【問 4】

4 以上 10 以下の素数をすべて書きなさい。

（岩手県　2006 年度）

解答欄	

解答
5，7

【問 5】

45 にできるだけ小さい自然数 n をかけて，その結果をある自然数の平方にしたい。n を求めなさい。

（福島県　2007 年度）

解答欄	

解答　5

解説　$45=3^2\times5$ より，できるだけ小さい自然数 n をかけて平方の形にするとき $n=5$

【問 6】

n は 250 以下の自然数で，$\dfrac{n}{21}$ をこれ以上約分できない分数にしたとき，分母が 3 になる。また，$14n$ は，ある自然数の 2 乗になるという。このような n をすべて求めよ。

（愛知県　2007 年度　B）

解答欄	$n=$

解答　$n=14$，56，224

解説

$\dfrac{n}{21}$ を約分すると分母が 3 になるから $21=3\times7$ より，$n=7a$ (a は 3 の倍数を除く自然数)…(ⅰ)

また，14 n はある自然数の 2 乗になるから $14=2\times7$ より，$n=2\times7\times b^2=$ (b は自然数)…(ⅱ)

(ⅰ)，(ⅱ)より，$n=14b^2$ で，b^2 は 3 の倍数でないものとなる。

よって，最も小さい n は，$2\times7\times1^2=14$

よって 250 以下の自然数であてはまるものを考えると $14\times2^2=56$，$14\times4^2=224$

【問 7】　1001^2-999^2 を計算しなさい。

（大阪府　2007 年度　後期）

解答欄	

解答　4000

【問 8】　56 にできるだけ小さい自然数をかけて，ある自然数の 2 乗になるようにしたい。どのような数をかければよいか。求めなさい。

（山口県　2007 年度）

解答欄	

解答　14

解説　$56=2^3\times7=2^2\times2\times7$ より 14

【問 9】　$\dfrac{455}{n+2}$ が自然数となるような素数 n をすべて求めなさい。

（山口県　2008 年度）

解答欄	$n=$

解答　$n=3,\ 5,\ 11,\ 89$

解説　$455=5\times7\times13$ より，$n+2=1,\ 5,\ 7,\ 13,\ 35,\ 65,\ 91,\ 455$ のとき，$\dfrac{455}{n+2}$ は自然数になる。

$n=-1,\ 3,\ 5,\ 11,\ 33,\ 63,\ 89,\ 453$　このうち素数は 3，5，11，89

【問 10】　56 にできるだけ小さい自然数 n をかけて，その積がある自然数の 2 乗になるようにしたい。このときの n の値を求めなさい。

（大分県　2008 年度）

解答欄	$n=$

解答　$n=14$

解説　$56=2^3\times7=2^2\times2\times7$ より，$56n$ がある自然数の 2 乗になるとき，最も小さい $n=2\times7=14$

【問 11】　$(a+b)(a-b)$の展開を利用して，205×195 の計算をしなさい。

（山口県　2009 年度）

解答欄	

解答　39975

解説　$205\times195=(200+5)\times(200-5)=200^2-5^2=40000-25=39975$

【問 12】　60 にできるだけ小さい自然数 n をかけて，その結果をある自然数の 2 乗にしたい。このときの n を求めよ。

（高知県　2009 年度）

解答欄	$n=$

解答　$n=15$

【問 13】

達也君は，1 から 10 までの自然数の和が 55 になることを知り，1 から 10 までの自然数の積についても調べてみることにした。1 から 10 までの自然数をかけた数を P として，次のように表すとき，下の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（宮崎県 2009 年度）

$$P = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

(1) 達也君は，この自然数 P を素因数分解して，次のように表した。a，b，c の値を求めなさい。

$$P = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7$$

(2) 達也君は，この自然数 P が因数 10 をもつことから，自然数 P の一の位の数が 0 であることに気づいた。この自然数 P の百の位の数を，工夫して求めなさい。ただし，その求め方も書きなさい。

解答欄

(1)	$a=$	$b=$	$c=$
(2)	百の位の数		
	求め方		

解答
(1) $a=8$，$b=4$，$c=2$
(2) 百の位の数：8
求め方
$P=2^8\times3^4\times5^2\times7=100\times64\times81\times7$ となる。
自然数 P は，因数 100 をもつので，$64\times81\times7$ のそれぞれの一の位だけを考えればよいことになり，$4\times1\times7=28$ よって，8 となる。
解説
(1) $P=1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10=1\times2\times3\times(2\times2)\times5\times(2\times3)\times7\times(2\times2\times2)\times(3\times3)\times(2\times5)$
$=2^8\times3^4\times5^2$

【問 14】 1 辺が a cm の正方形の縦を 2 cm 長くし，横を 3 cm 長くして長方形をつくった。その長方形の面積を a の式で表すと，$\boxed{}$ cm^2 である。

（沖縄県 2009 年度）

解答欄	cm^2

解答 a^2+5a+6 cm^2

【問 15】　図1のような 12 箇所に区切られた箱から，仕切りを取り出して，図2のように分解したところ，図3のような，2 本と 3 本の切り込みが入った 2 種類の厚紙が使われていた。

図1

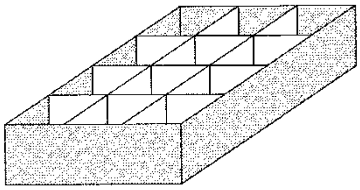


図2

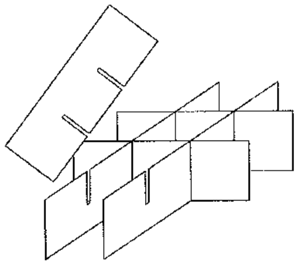
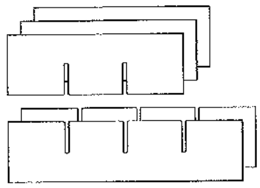


図3



このことから，a 本と b 本の切り込みが入った 2 種類の厚紙で仕切りを作るとき，箱が何箇所に区切られるかを文字式で表しなさい。ただし，厚紙の切り込みはすべてかみ合わせるものとする。

（千葉県 2010 年度）

解答欄	箇所

解答　$ab+a+b+1$ 箇所

解説　a 本と b 本の切り込みの入った紙でできる仕切りの数は，$(a+1)(b+1)=ab+a+b+1$ 箇所

【問 16】　図のように 1 から 40 までの自然数が並んでいる。n はこの図の で示した部分にある自然数で，n の右隣の数と n のすぐ下の数との積が，n を 24 倍した数より 60 小さくなる。このとき，自然数 n を求めなさい。

（愛知県 2010 年度 B）

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20
21	22	23	24	25
26	27	28	29	30
31	32	33	34	35
36	37	38	39	40

解答欄	$n=$

解答　$n=13$

解説　n の右隣の数は $n+1$，n のすぐ下の数は $n+5$ と表せる。この積が n の 24 倍より 60 小さいので，$(n+1)(n+5)=24n-60$　$n^2+6n+5-24n+60=0$　$n^2-18n+65=0$　$(n-5)(n-13)=0$　$n=5,\ 13$　$n=5$ は色のついた部分にないので，$n=13$

【問 17】 ある数 x の 2 乗と x との和が 2 になった。この数 x を求めなさい。

（滋賀県 2010 年度）

解答欄	

解答 $-2, 1$

解説 ある数 x の 2 乗と x との和が 2 より，$x^2+x=2$ $x^2+x-2=0$ $(x+2)(x-1)=0$ $x=-2, 1$

【問 18】 ある数 x を 2 乗した数は，x を 12 倍した数より 36 小さい。ある数 x を求めよ。

（京都府 2010 年度）

解答欄	$x=$

解答 $x=6$

解説 $x^2=12x-36$ $x^2-12x+36=0$ $(x-6)^2=0$ $x=6$

【問 19】 下のことがらの $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ にそれぞれ自然数を入れ，そのことがらが正しくなるようにする。このとき，あてはまる自然数の組（$\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$, $\boxed{ウ}$)のうち，1 組をかきなさい。

（和歌山県 2010 年度）

「$x^2+\boxed{ア}\,x-18$ を因数分解すると，$(x+\boxed{イ})(x-\boxed{ウ})$ となる。」

解答欄	(ア，イ，ウ)＝(, ,)

解答 (ア，イ，ウ)＝(3, 6, 3), (7, 9, 2), (17, 18, 1)

解説 積が－18 になる 2 数のうち，和が正になる組み合わせは，18 と－1，9 と－2，6 と－3 の 3 組。
よって，(ア，イ，ウ)＝(17, 18, 1), (7, 9, 2), (3, 6, 3) このうち 1 組を書く。

【問 20】

次のア～オから正しいことがらを二つ選び，記号で答えなさい。

（熊本県　2010 年度）

ア　3 の絶対値は，-7 の絶対値より大きい。

イ　n が奇数のとき，n^2+3 は 4 の倍数である。

ウ　20 以下の素数の個数は，9 個である。

エ　正八角形の 1 つの外角の大きさは，正十角形の 1 つの外角の大きさより小さい。

オ　関数 $y=\dfrac{a}{x}$ (a は定数) のグラフ上に点 (2，9) があるとき，点 (-6，-3) もこの関数のグラフ上にある。

解答欄

解答
イ，オ

【問 21】　ある週の月曜日と水曜日の日にちを表す数をかけたものが，火曜日の日にちを表す数の 9 倍より 1 小さい。このとき，火曜日の日にちを表す数を求めなさい。

（青森県　2011 年度　前期）

解答欄	

解答　9
解説　火曜日を x 日とすると，月曜日は $(x-1)$日，水曜日は $(x+1)$日と表せる。月曜日と水曜日の日にちをかけたものが火曜日の日にちの 9 倍より 1 小さいから，$(x-1)(x+1)=9x-1$　$x^2-9x=0$　$x(x-9)=0$　$x>1$ だから，$x=9$ 日

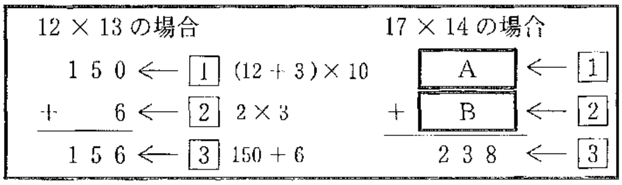
【問 22】　よし子さんは，11 以上 19 以下の 2 けたの自然数どうしの積について，簡単に計算できる方法を考え，なお子さんに説明した。なお子さんは，よし子さんの考えた方法を参考にして，81 以上 89 以下の 2 けたの自然数どうしの積を計算する方法を考えた。下のⅠ，Ⅱは，よし子さんとなお子さんの考えた方法とその説明を，それぞれまとめたものである。このとき，下の問1～問4に答えなさい。

（新潟県 2011 年度）

Ⅰ　よし子さんの考えた方法とその説明

11 以上 19 以下の 2 けたの自然数どうしの積は，図1のように，次の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ の手順で計算することができる。

図1



$\boxed{1}$ かけられる数に，かける数の一の位の数をたし，その数を 10 倍する。
$\boxed{2}$ かけられる数の一の位の数と，かける数の一の位の数をかける。
$\boxed{3}$ $\boxed{1}$ で求めた数と $\boxed{2}$ で求めた数をたす。

この手順で正しく計算できることは，次のように説明することができる。
かけられる数の一の位の数を a，かける数の一の位の数を b とすると，かけられる数は $10+a$，かける数は $10+b$ と表せる。この 2 つの自然数の積は，
$(10+a)(10+b)$
$=100+10(a+b)+ab$
$=10\{(\boxed{\ \mathrm{X}\ })+b\}+ab$
と表せるから，上の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{3}$ の手順で，正しく計算することができる。

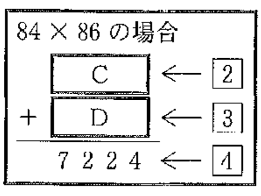
Ⅱ　なお子さんの考えた方法とその説明

81 以上 89 以下の 2 けたの自然数から 2 つの自然数を選び，それぞれの数を M，N とする。
$m=100-\mathrm{M}$，$n=100-\mathrm{N}$ とすると，m と n は 11 以上 19 以下の自然数であり，
$\mathrm{M}\times\mathrm{N}$
$=(100-m)(100-n)$
$=100\{100-(\boxed{\ \mathrm{Y}\ })\}+mn$
と表せるから，M×N は，次の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{4}$ の手順で計算することができる。

$\boxed{1}$ 100 から M をひいた数を m とし，100 から N をひいた数を n とする。
$\boxed{2}$ $\boxed{\qquad\quad \mathrm{Z} \qquad\quad}$，その数を 100 倍する。
$\boxed{3}$ m と n の積を，よし子さんの考えた方法で求める。
$\boxed{4}$ $\boxed{2}$ で求めた数と $\boxed{3}$ で求めた数をたす。

たとえば，84×86 の場合は，右の図2のように計算することができる。

図2



問1　図1中の $\boxed{\text{A}}$, $\boxed{\text{B}}$ に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

問2　$\boxed{\text{X}}$, $\boxed{\text{Y}}$ に当てはまる式を，それぞれ書きなさい。

問3　$\boxed{\quad\quad\text{Z}\quad\quad}$ に最もよく当てはまることばを，次のア～エから一つ選び，その符号を書きなさい。

ア　m から n をひいた差に 100 をたし

イ　100 から m と n の和をひき

ウ　m と n の積に 100 をたし

エ　100 から m と n の積をひき

問4　図2中の $\boxed{\text{C}}$, $\boxed{\text{D}}$ に当てはまる数を，それぞれ書きなさい。

解答欄	問1	A	
		B	
	問2	X	
		Y	
	問3		
	問4	C	
		D	

解答　問1　A　210　, B　28
問2　X　$10+a$　, Y　$m+n$
問3　イ
問4　C　7000,　D　224

解説　$C=100\times\{100-(16+14)\}=7000$, $D=16\times14=(16+4)\times10+6\times4=224$

【問 23】　a を負の数，b を正の数とする。x の 2 次式 x^2+ax+b が $(x+m)(x+n)$ の形に因数分解できるとき，2 つの数 m，n が正の数であるか負の数であるかについて述べた文として正しいものを，次のア～ウから 1 つ選び，符号で書きなさい。また，選んだ文が正しい理由を説明しなさい。

（岐阜県　2011 年度）

ア　m，n はともに正の数である。

イ　m，n はともに負の数である。

ウ　m，n のうち一方は正の数で，もう一方は負の数である。

解答欄	符号		理由	

解答　符号　イ
理由
m，n は，積が b，和が a となる 2 つの数である。積が正の数だから，m，n は同じ符号である。
このうち和が負の数となるのはともに負の数のときであるから。

解説　$(x+m)(x+n)=x^2+(m+n)x+mn$ で，この式が x^2+ax+b と一致するから，$m+n=a$ (負の数)，$mn=b$ (正の数)と考えられる。mn が正の数より，m，n の符号は等しい。また，$m+n$ が負の数より，m も n も負の数であることがわかる。よって，答えはイ

【問 24】　x^2+7x+a が，正の整数 b，c を用いて，$(x+b)(x+c)$ と因数分解できるような定数 a の値をすべて求めなさい。

（山口県　2011 年度）

解答欄	$a=$

解答　$a=6,\ 10,\ 12$

解説　$(x+b)(x+c)=x^2+(b+c)x+bc$ より，$x^2+7x+a=(x+b)(x+c)$ のとき，$b+c=7$，$bc=a$　$b+c=7$ で，b，c は正の整数より，$(b,\ c)=(1,\ 6),\ (2,\ 5),\ (3,\ 4),\ (4,\ 3),\ (5,\ 2),\ (6,\ 1)$　このとき，$a=bc=6,\ 10,\ 12$

【問 25】　84 にできるだけ小さい自然数 n をかけて，その積がある自然数の 2 乗になるようにしたい。このときの n を求めよ。

（鹿児島県　2011 年度）

解答欄	$n=$

解答　($n=$)21

解説　$84=2^2\times3\times7$ より，84 にある数をかけて 2 乗になる数にするとき，最も小さい自然数 n は，$3\times7=21$

【問 26】　$(2x+p)\ (x-5)$ について，例にならって，p の値を 1 つ決めて展開せよ。ただし，p の値が 3 の場合は除くこと。

（鹿児島県　2011 年度）

例

p の値	展　開
3	$2x^2-7x-15$

解答欄		
	p の値	
	展開	

解答　p の値　1　　展開　$2x^2-9x-5$

【問 27】

n^2+n が 200 の倍数となるような正の整数 n のうち，もっとも小さい数を求めなさい。

（山口県　2012 年度）

解答欄

$n=$	

解答

$n=24$

解説

$n^2+n=n(n+1)$より，連続する 2 数の積である。$200=2^3\times5^2$ より連続する 2 数の積にはならない。

$2^3\times5^2\times2$ の場合もない。$2^3\times5^2\times3=24\times25$ より，$n=24$

【問 28】

$\dfrac{112}{15}$と$\dfrac{280}{33}$のどちらにかけても積が正の整数となるような分数のうち，最小のものを求めなさい。

（秋田県　2013 年度）

解答欄

解答

$\dfrac{165}{56}$

解説

$112=2^4\times7$，$15=3\times5$，$280=2^3\times5\times7$，$33=3\times11$ より

$\dfrac{112}{15}$と$\dfrac{280}{33}$のどちらにかけても積が正の整数となるような分数のうち最小のものは$\dfrac{3\times5\times11}{2^3\times7}=\dfrac{165}{56}$

【問 29】

$\dfrac{1}{2}\times13^2+\dfrac{1}{3}\times13^2+\dfrac{1}{6}\times13^2$

（高知県　2013 年度　前期）

解答欄

解答

169

解説

$\dfrac{1}{2}\times13^2+\dfrac{1}{3}\times13^2+\dfrac{1}{6}\times13^2=13^2\times\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}\right)=13^2\times1=169$

【問 30】

次の会話文を読んで，あとの(1)，(2)の問いに答えよ。

（香川県 2015 年度）

先生：素数とは何か知っているかな。

花子：2 以上の自然数で，約数が 1 とその数自身しかない数です。

太郎：素数の約数の個数は 2 個ってことだね。じゃあ，いくつかの自然数で約数の個数を調べてみるよ。

自　然　数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
約数の個数 (個)	1	2	2	3	2	4	2	4	3	4	…

花子：確かに，素数の 2，3，5，7 は約数の個数が 2 個なんだけど，約数の個数って数字の現れ方がよくわからないね。

先生：では，どのような自然数なら約数の個数が 3 個になるのか考えてみようか。

太郎：この表にある数だと 4 と 9 だから，ある自然数の 2 乗になっている数だと思います。

花子：でも，16 は 4^2 だけど約数は 1，2，4，8，16 の 5 個あるし，1 は 1^2 だけど約数は 1 の 1 個だけだよ。

太郎：確かにそうだね。でも，5^2 の 25 は約数が 1，5，25 の 3 個だから……，じゃあ，奇数に限ることにして，「1 より大きい奇数の 2 乗になっている数は，約数の個数が 3 個である」というのは正しいかな。

(1)　太郎さんの，「1 より大きい奇数の 2 乗になっている数は，約数の個数が 3 個である」という予想はつねに正しいとはいえない。それを説明しようとした，次の文中の①の $\boxed{\quad}$ 内にあてはまる適当な自然数を 1 つ求めよ。また，文中の②の $\boxed{\quad}$ 内にあてはまる適当な自然数をすべて求めよ。

たとえば，$\boxed{①}$ は 1 より大きい奇数の 2 乗になっている数であるが，約数をすべて書き並べると $\boxed{②}$ であり，その個数が 3 個ではないから。

(2)　約数の個数が 3 個である自然数のうち，会話文に出てきた 4，9，25 以外の自然数を 2 つ求めよ。

解答欄

(1)	①		②	
(2)				

解答

<table>
<tr><td rowspan="2">(1)</td><td>例
<table><tr><td>①</td><td>81</td><td>②</td><td>1, 3, 9, 27, 81</td></tr></table>
<table><tr><td>①</td><td>225</td><td>②</td><td>1, 3, 5, 9, 15, 25, 45, 75, 225</td></tr></table>
などから 1 つ</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td>(2)</td><td>例　49, 121, 169, 289, 361　などから 2 つ</td></tr>
</table>

解説

(1)

1 より大きい奇数の 2 乗になっている数は，3^2，5^2，7^2，9^2，11^2，…とあるが，例えば $9^2=81$ の約数は，1，3，9，27，81 であり，約数は 3 個ではない。15^2，21^2，25^2，27^2，…などある。

(2)

約数の個数が 3 個になるのは，(素数)^2 となっているもので，約数は，1，(素数)，(素数)^2 の 3 つとなる。よって，$2^2=4$，$3^2=9$，$5^2=25$ 以外では，例えば，$7^2=49$，$11^2=121$，$13^2=169$，…などがある。

【問 31】

n を自然数とするとき，$\dfrac{n+110}{13}$ と $\dfrac{240-n}{7}$ の値がともに自然数となる n の値をすべて求めなさい。求め方も書くこと。

（大阪府 2017 年度 C）

解答欄

〔求め方〕

n の値

解答
〔求め方〕
s, t を自然数として
$\dfrac{n+110}{13}=s$ と表せるから $n=13s-110$…㋐
$\dfrac{240-n}{7}=t$ と表せるから $n=240-7t$…㋑
㋐, ㋑より $13s-110=240-7t$ だから $13s=7(50-t)$…㋒
㋒において左辺は 13 の倍数だから 右辺も 13 の倍数。
また, 左辺は正の数だから右辺も正の数。
よって $t=11$ または $t=24$ または $t=37$
$t=11$ のとき $s=21$ となり $n=163$
この s, t, n の値は問題に適している。
$t=24$ のとき $s=14$ となり $n=72$
この s, t, n の値は問題に適している。
$t=37$ のとき $s=7$ となり $n=-19$
この s, t, n の値は問題に適さない。
n の値 72, 163
解説
s, t を自然数とするとき $\dfrac{n+110}{13}=s$, $\dfrac{240-n}{7}=t$ と表せるとする。
これらを n について解くと $\dfrac{n+110}{13}=s$ より $n=13s-110$…㋐
$\dfrac{240-n}{7}=t$ より $n=-7t+240$…㋑
㋐, ㋑より $13s-110=-7t+240$ $13s=-7t+350$
$13s=-7(t-50)$…㋒
㋒において左辺が 13 の倍数になっているので右辺も 13 の倍数になるから $t-50$ は 13 の倍数とわかる。
また $13s>0$ より $-7(t-50)>0$ となるから $t-50<0$ もいえる。
よって $t-50=-13, -26, -39, -52, \ldots$ でそれぞれ $t=37, 24, 11, -2, \ldots$ となる。
$n=-7t+240$ に $t=37$ 代入すると $n=-19$, $s=7$ となり不適。
同様に $t=24$ のとき $n=72$, $s=14$ となり問題に適している。
$t=11$ のとき $n=163$, $s=21$ となり問題に適している。
したがって 72, 162

【問 32】

$135n$ の値が，ある自然数の 2 乗となるような自然数 n のうち，最も小さい n の値を求めなさい。

（山口県 2017 年度）

解答欄

$n=$

解答
$n=15$
解説
135 を素因数分解すると $135=3^3\times5$ だから $135n=3^3\times5\times n=3^2\times3\times5\times n$
$n=3\times5$ とすると $3^2\times3\times5\times(3\times5)=(3^2\times5)\times(3^2\times5)=45\times45=45^2$ となる。
$n=3\times5\times2^2$，$3\times5\times3^2$，$3\times5\times4^2$，…のときも $135n$ の値は (自然数)^2 の形になる。
よって最も小さい n の値は $n=3\times5=15$

【問 33】

103^2-97^2 を計算すると，答えは 1200 となる。この式は，因数分解を利用することや文字でおきかえることによって，くふうして計算することができる。103^2-97^2 を，くふうして計算せよ。ただし，答えを求める過程がわかるように，途中の式や計算なども書くこと。

（高知県 A 2019 年度）

解答欄

解答
因数分解を利用すると
103^2-97^2
$=(103+97)(103-97)$
$=200\times6$
$=1200$
解説
式が 2 乗の差の形になっているので，$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ の因数分解が利用できる。

【問 34】

豊さんは，展開を利用して**ノート**のように 41×39 を計算した。**ノート**の計算の仕方を参考にして，698×702 を計算するとき，次の [あ] , [い] に当てはまる適切な自然数をそれぞれ書きなさい。

〔ノート〕
$41\times39=(40+1)\times(40-1)$
$=40^2-1^2$
$=1599$

（長野県 2020 年度）

$698\times702=(\boxed{あ}-\boxed{い})\times(\boxed{あ}+\boxed{い})$
$=\boxed{あ}^{2}-\boxed{い}^{2}$
$=489996$

解答欄

あ	
い	

解答
あ 700
い 2

【問 35】

次の二つの条件を同時に満たす自然数 n の値を求めなさい。

- $2020-n$ の値は 93 の倍数である。
- $n-780$ の値は素数である。

（大阪府 C 2020 年度）

解答欄

解答
811
解説
$2020-n$ の値が 93 の倍数であることから，整数 k を用いると，$2020-n=93k$ となり，自然数 n は $n=2020-93k$ と表せる。
これを $n-780$ に代入すると，$n-780=2020-93k-780=1240-93k=31(40-3k)$ と表せる。
$40-3k$ は整数なので，$31(40-3k)$ すなわち $n-780$ は 31 の倍数である。これが素数となるには，31 の倍数かつ素数である自然数を考えればよい。これを満たす自然数は 31 しかないので，
$31(40-3k)=31$ より，$k=13$ だから，$n=2020-93k=811$

【問 36】

自然数 a，b，c，m，n について，2 次式 x^2+mx+n が $(x+a)(x+b)$ または $(x+c)^2$ の形に因数分解できるかどうかは，m，n の値によって決まる。

例えば，次のように，因数分解できるときと因数分解できないときがある。

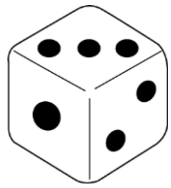
- $m=6$，$n=8$ のとき，2 次式 x^2+6x+8 は $(x+a)(x+b)$ の形に因数分解できる。
- $m=6$，$n=9$ のとき，2 次式 x^2+6x+9 は $(x+c)^2$ の形に因数分解できる。
- $m=6$，$n=10$ のとき，2 次式 $x^2+6x+10$ はどちらの形にも因数分解できない。

次の**問１**，**問２**に答えなさい。

（山口県 2020 年度）

問１　2 次式 x^2+mx+n が $(x+a)(x+b)$ の形に因数分解でき，$a=2$，$b=5$ であったとき，m，n の値を求めなさい。

問２　右の図のような，1 から 6 までの目が出るさいころがある。
このさいころを 2 回投げ，1 回目に出た目の数を m，2 回目に出た目の数を n とするとき，2 次式 x^2+mx+n が $(x+a)(x+b)$ または $(x+c)^2$ の形に因数分解できる確率を求めなさい。ただし，答えを求めるまでの過程もかきなさい。なお，このさいころは，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問１</td><td>$m=$</td></tr>
<tr><td>$n=$</td></tr>
<tr><td>問２</td><td>〔解〕

答え ＿＿＿＿＿＿</td></tr>
</table>

解答

問１

m＝7

n＝10

問２

〔解〕

さいころを２回投げるときの目の出方は全部で 36 通りある。

このうち，２次式 x^2+mx+n が因数分解できる場合は,

目の出方を $(m,\ n)$ と表すと，次の７通りである。

(2，1)，(3，2)，(4，3)，(4，4)，(5，4)，(5，6)，(6，5)

したがって，求める確率は $\dfrac{7}{36}$

答え $\dfrac{7}{36}$

解説

問１

$a=2$，$b=5$ のとき，$(x+2)(x+5)=x^2+7x+10$