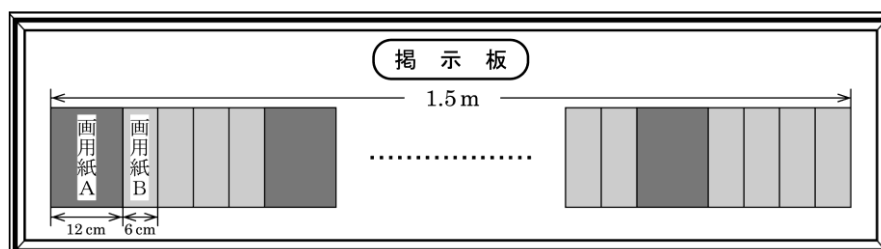


2. 連立方程式の利用 文章問題 6.図形に関する問題

6.図形に関する問題

- 【問 1】 下の図のように、掲示板上に2種類の長方形の画用紙 A, B を何枚かずつ1列に並べてはることにした。
A, B の幅は、それぞれ 12 cm, 6 cm であり、画用紙を重ねないように、すき間なく並べ、全体の幅を 1.5 m にしたい。



(秋田県 2002 年度)

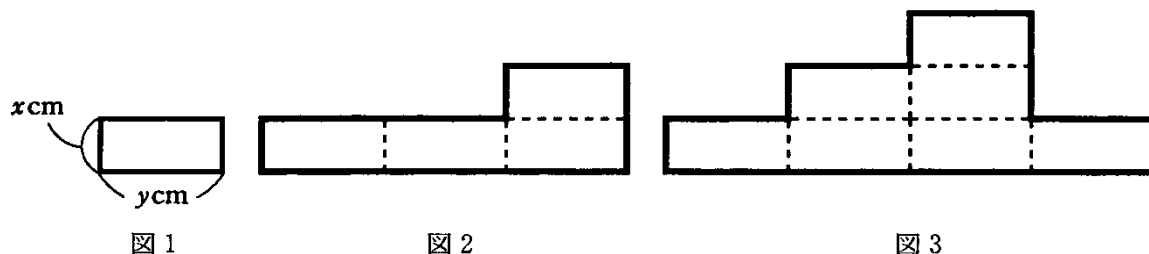
- ① A を8枚並べるとき、B は何枚並べることができるかを求めなさい。
- ② 画用紙を全部で 21 枚並べるとき、それぞれの画用紙の枚数を求めなさい。

解答欄	枚
解答欄	A は 枚, B は 枚

- ①解答 9 枚
 ①解説 B を x 枚並べることができるとすると $12 \times 8 + 6x = 150$ よって $x = 9$ 枚
 ②解答 A は 4 枚, B は 17 枚
 ②解説 A の画用紙を x 枚, B の画用紙を y 枚とすると全部で 21 枚なので $x + y = 21$ …ア, 全体の幅は 1.5 m なので $12x + 6y = 150$ …イ, アイを連立方程式として解き, $x = 4, y = 17$ ゆえに, A は4枚, B は 17 枚である。

【問 2】 図 1 のような、縦 x cm、横 y cm の長方形のタイルがある。このタイル 4 枚を、図 2 のようにすき間なく並べたところ、周囲(太線の部分)の長さは 70 cm になった。また、このタイル 7 枚を、図 3 のようにすき間なく並べたところ、周囲の長さは 96 cm になった。このとき、 x 、 y の連立方程式をつくり、縦、横の長さを求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

(栃木県 2004 年度)



解答欄

解答 $\begin{cases} 4x + 6y = 70 \cdots \text{①} \\ 6x + 8y = 96 \cdots \text{②} \end{cases}$
 $\text{①から } 12x + 18y = 210 \cdots \text{③}$
 $\text{②から } 12x + 16y = 192 \cdots \text{④}$
 $\text{③} - \text{④から}$
 $2y = 18$
 $y = 9$
 よって①より $x = 4$
 答え 縦 4cm、横 9cm

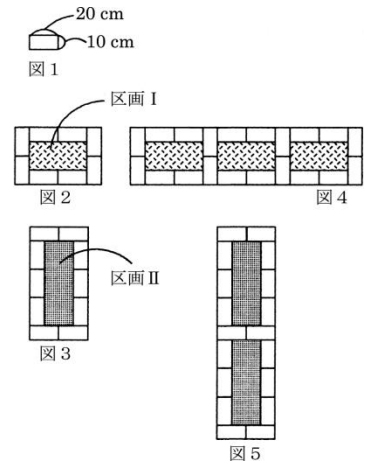
【問 3】 図1のような、上から見ると2辺の長さがそれぞれ 10 cm, 20 cm の長方形のレンガがある。このレンガを使い、花だんをつくることにした。このとき、レンガで囲まれた図2の  を「区画 I」、図3の  を「区画 II」とよぶことにする。区画 I、区画 IIを増やすときのレンガの並べ方は、それぞれ図4、図5のようにする。図4の場合、区画 I の数は 3 であり、図5の場合、区画 II の数は 2 である。このとき、次の1, 2の問いに答えなさい。ただし、レンガどうしが接する部分はすきまがないものとする。

(栃木県 2005 年度)

1. 図6のように、A 地点から東の方向に、道路に沿って区画 I を増やして花だんをつくっていく。このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) 区画 I の数が 6 の花だんをつくる時に必要なレンガの個数を求めなさい。

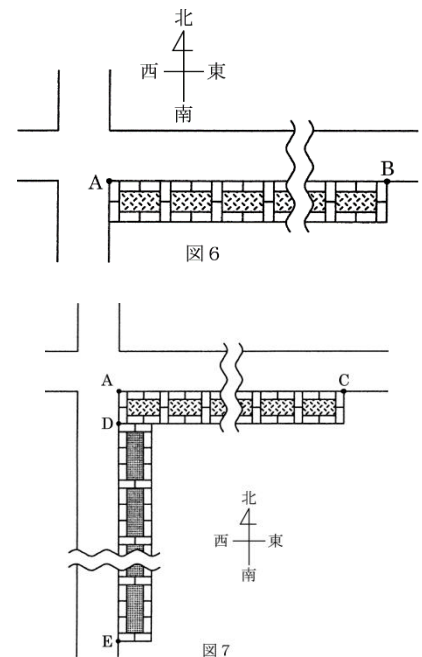
(2) 花だんの東西方向の長さ(A, B 間の距離)が 760 cm になるときの区画 I の数を求めなさい。



2. 図7のように、A 地点から東の方向に、道路に沿って区画 I を増やして花だんをつくり、さらに D 地点から南の方向に、道路に沿って区画 II を増やして花だんをつくっていく。このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) レンガが 94 個ある。このレンガをすべて使って花だんをつくったところ、区画 I、区画 II の面積の合計が 12800 cm^2 になった。区画 I の数を x 、区画 II の数を y として方程式をつくり、それぞれの区画の数を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

(2) 花だんの東西方向の長さ(A, C 間の距離)と、南北方向の長さ(A, E 間の距離)が等しくなるのは、東西方向の長さが何 cm のときか。小さい方から2つ求めなさい。ただし、長さが 0 cm の場合は除くものとする。



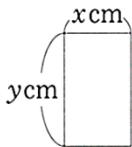
1. (1) 解答欄	個
1. (2) 解答欄	
2. (1) 解答欄	答: 区画Ⅰの数 , 区画Ⅱの数
2. (2) 解答欄	cm

- 1
- (1)解答 38 個
- (1)解説 $8 + 6 \times (6 - 1) = 38$ 個
- (2)解答 15
- (2)解説 花だんの東西方向の長さが 760cm になるときの区画Ⅰの数を x とすると,
 $60 + 50(x - 1) = 760$ より $x = 15$
- 2
- (1)解答 区画Ⅰの数を x , 区画Ⅱの数を y とすると
区画Ⅰをつくるときに使うレンガの数は $6x + 2$ 個
区画Ⅱをつくるときに使うレンガの数は $8y + 2$ 個だから
 $6x + 2 + 8y + 2 = 94$
よって $6x + 8y = 90$ …①
また
区画Ⅰの面積の合計は $800x$ cm²
区画Ⅱの面積の合計は $1200y$ cm² だから
 $800x + 1200y = 12800$
よって $2x + 3y = 32$ …②
②より $6x + 9y = 96$ …③
③ - ①より $y = 6$
①に代入して $6x + 48 = 90$
したがって $x = 7$
答: 区画Ⅰの数 7, 区画Ⅱの数 6
- (2)解答 260, 610cm
- (2)解説 花だんの東西方向の長さは, 最短が 60cm, そのあとにはつぎつぎに 50cm を加えた長さであり, 南北方向の長さは, 40cm, 80cm, そのあとにはつぎつぎに 70cm を加えた長さである。よって, 東西方向の長さと南北方向の長さが等しくなるときの長さは, 小さい方から 260cm, $260 + 350 = 610$ cm である。

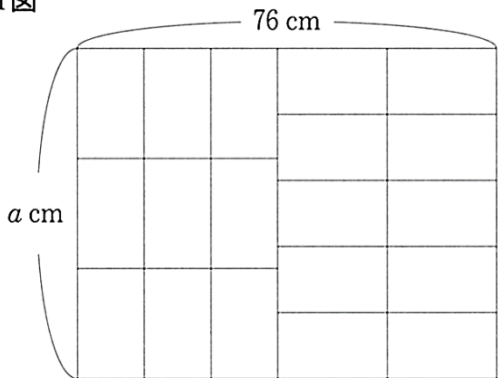
【問 4】 次の I 図のような横 x cm, 縦 y cm の小さな長方形の画用紙を 19 枚使って, II 図のように, すき間なく重ならないように並べたところ, 横 76 cm, 縦 a cm の大きな長方形ができた。
 このとき, 次の問い 1・2 に答えよ。

(京都府 2006 年度)

I 図



II 図



問1 次の①～④の等式は, 右の(ア)～(オ)のうち, どれに着目してつくられるか, それぞれ最も適当なものを 1 つずつ選び, 記号でかけ。

- | | |
|--------------------|-------------------|
| ① $3x+2y=76$ | (ア) 大きな長方形の縦の長さ |
| ② $2(a+76)=11x+7y$ | (イ) 大きな長方形の横の長さ |
| ③ $19xy=76a$ | (ウ) 大きな長方形の周の長さ |
| ④ $3y=5x$ | (エ) 大きな長方形の面積 |
| | (オ) 大きな長方形の対角線の長さ |

問2 x, y の値をそれぞれ求めよ。

解答欄	問1	①	
		②	
		③	
		④	
	問2		

解答 問1
 ①イ ②ウ ③エ ④ア
 問2
 $x=12\text{cm}$, $y=20\text{cm}$

解説 x, y の値を求めるので, x, y の関係を表している①と④の式を連立方程式として解く。
 $3x+2y=76\cdots$ ①, $3y=5x$ より, $5x-3y=0\cdots$ ④ ① $\times$ 3-④ $\times$ 2 より $19x=228$ $x=12$
 ④に代入して, $3y=5\times 12$ $y=20$

【問 5】 なおみさんや静男さんたちは、課題学習の時間に班に分かれ、「長方形を使った問題をつくろう」という課題に取り組んだ。なおみさんの班と静男さんの班がつくった問題について、次の問1・問2に答えなさい。

(徳島県 2006 年度)

問1 次の[なおみさんの班がつくった問題]を、静男さんは のように考えて解いた。

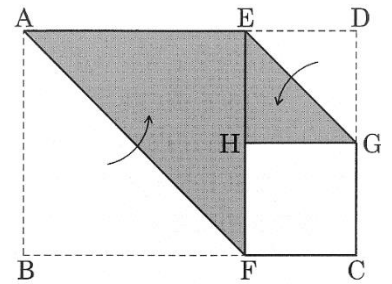
ア ~ エ にあてはまる数または式を、それぞれ書きなさい。

〈静男さんの考え〉

AB=6 cm の長方形 ABCD があります。右の図のように、辺 AB が辺 AD に重なるように折るとき、頂点 B が重なる辺 AD 上の点を E、その折り目を AF とします。

次に、ED が EF に重なるように折るとき、頂点 D が重なる EF 上の点を H、その折り目を EG とします。このとき、長方形 CGHF の面積が 8 cm^2 になりました。

辺 AD の長さは、何 cm でしょう。



[なおみさんの班がつくった問題]

辺 AD の長さを $x \text{ cm}$ とする。四角形 ABFE は正方形だから、 $AE=AB=6 \text{ cm}$

よって、 $ED=AD-AE=$ (cm)

また、四角形 DEHG も正方形だから、 $EH=ED=$ (cm)

よって、 $HF=EF-EH=$ (cm)

長方形 CGHF の面積は 8 cm^2 だから、 $($ $)($ $)=8$

これを解くと、 $x=$,

辺 AD の長さは cm または、 cm となり、どちらの場合にも、長方形 CGHF の面積は 8 cm^2 となるので、これは問題にあっている。

問2 次の[静男さんの班がつくった問題]を解きなさい。ただし、答えだけでなく、答えを求める過程が分かるように、途中の式や計算なども書くこと。

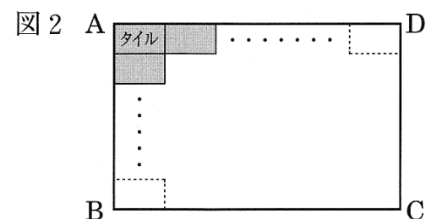
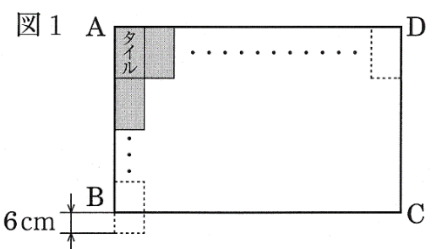
[静男さんの班がつくった問題]

同じ大きさの長方形のタイルがあります。このタイルを長方形の面 ABCD に、すきまなく同じ向きにはっていきます。

図 1 のように、タイルの短い辺が辺 AD に平行になるようにはっていくと、辺 AD の方向にはちょうど 20 枚はることができますが、辺 AB の方向には 8 枚目が 6 cm はみだします。

そこで、図 2 のように、タイルの長い辺が辺 AD に平行になるようにはっていくと、辺 AD の方向にはちょうど 15 枚、辺 AB の方向にはちょうど 10 枚はることができます。

このタイルの短い辺の長さや長い辺の長さは、それぞれ、何 cm でしょう。



解答欄

問1	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
問2		

解答

問1

ア

 $x-6$

イ

 $12-x$

ウ

 8

エ

 10
問2

タイルの短い辺の長さを x cm, 長い辺の長さを y cm とすると,
$$\begin{cases} 20x=15y & \cdots\text{①} \\ 8y-6=10x & \cdots\text{②} \end{cases}$$

①から
 $20x-15y=0\cdots\text{①}'$
②から
 $-10x+8y=6\cdots\text{②}'$
②' $\times 2$
 $-20x+16y=12\cdots\text{②}''$
①' $+ \text{②}''$
 $y=12$
 $y=12$ を①に代入して,
 $20x=180$
 $x=9$
 $(x, y)=(9, 12)$
タイルの短い辺の長さは 9 cm, 長い辺の長さは 12 cm

解説

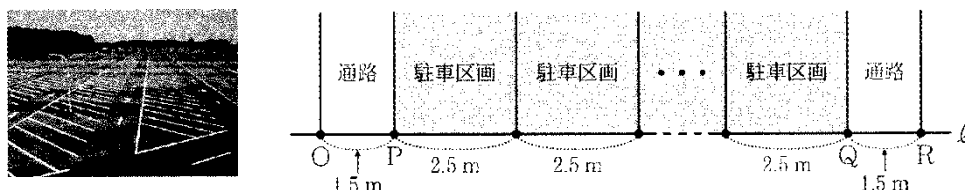
問2タイルの短い辺を x cm, 長い辺を y cm とおくと, AD の長さの関係より, $20x=15y\cdots\text{①}$
AB の長さの関係より, $8y-6=10x\cdots\text{②}$
①, ②を連立方程式として解く。

【問 6】 ヒロミさんは、右の写真のような駐車区画がたくさんある駐車場に興味をもち、図1、図2のような模式図をかいて考えてみた。

図1、図2において、 O 、 P 、 Q 、 R は直線 ℓ 上の点であり、この順に並んでいる。線分 OP 、 QR の長さは駐車場における通路の幅を表すものとし、 $OP=QR=1.5$ m である。次の問いに答えなさい。

(大阪府 2010 年度 後期)

図1



問1 図1において、一つの駐車区画の幅を 2.5 m とする。「駐車区画の数」が x のときの「線分 OR の長さ」を y m とし、「駐車区画の数」が 1 増えるごとに「線分 OR の長さ」は 2.5 m ずつ長くなるものとする。また、 $x=1$ のとき $y=5.5$ である。

(1) 次の表は、 x と y との関係を示した表の一部である。表中の (ア) ~ (ウ) に当てはまる数をそれぞれ求めなさい。

x	1	2	3	...	10	...
y	5.5	(ア)	(イ)	...	(ウ)	...

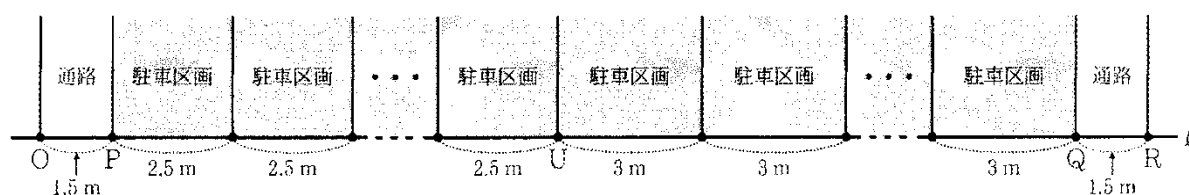
(2) x を自然数として、 y を x の式で表しなさい。

(3) $y=63$ となるときの x の値を求めなさい。

問2 ヒロミさんは、「線分 OR の長さ」を 360 m とし、幅 2.5 m の駐車区画と幅 3 m の駐車区画を設けることを考えた。図2において、 U は、線分 PQ 上にあつて P 、 Q と異なる点である。 PU では一つの駐車区画の幅を 2.5 m、「駐車区画の数」を s とし、 UQ では一つの駐車区画の幅を 3 m、「駐車区画の数」を t とする。

「線分 OR の長さ」が 360 m であるとき、 t が s と t との和の 10% になるような s と t の値をそれぞれ求めなさい。求め方も書くこと。

図2



解答欄

	(1)	(ア)	(イ)	(ウ)
問1	(2)	$y =$		
	(3)			
問2	[求め方] $s = \underline{\hspace{8em}}, t = \underline{\hspace{8em}}$			

解答

問1

(1) (ア) 8 (イ) 10.5 (ウ) 28

(2) $y = 2.5x + 3$

(3) 24

問2

〔求め方〕

「線分 OR の長さ」が 360 m だから

$$2.5s + 3t + 3 = 360 \quad \cdots \textcircled{7}$$

t が s と t との和の 10%だから

$$t=0.1 \times (s+t) \quad \cdots \textcircled{1}$$

⑦, ⑧を連立させて解くと

 $s=126, t=14$

解説

問1

(2)

$$2.5 \times (\text{駐車区画の数}) + 2 \times (\text{通路の幅}) = \text{ORより } 2.5x + 1.5 \times 2 = y \quad y = 2.5x + 3$$

問2

$$(2.5 \text{ m の駐車区画の長さ}) + (3 \text{ m の駐車区画の長さ}) + 2 \times (\text{通路の幅}) = 360 \text{ より}$$
$$2.5s + 3t + 3 = 360 \cdots (\text{i})$$

t が s と t の和の 10%より, $t = \frac{1}{10}(s+t) \cdots (\text{ii})$

(i), (ii) を連立方程式として解く。

【問 7】 図1のような、縦が 3 cm、横が 1 cm の長方形のタイルAと、1 辺が 2 cm の正方形のタイルBがたくさんある。雄太さんは、図2のように、タイルAを、重ならないようにすき間なく、1 枚ずつ横に並べていく。春子さんは、図3のように、タイルAとタイルBを、重ならないようにすき間なく、交互に横に並べていく。2 人が並べて作った図形について、タイルを n 枚並べたものを、それぞれ「 n 番目の図形」と呼ぶことにする。また、図2、図3の太線（**——**）はそれぞれの図形の周を表しており、表1は図形の周の長さについて、表2はタイルAの枚数について、2 人が 1 番目の図形から順にまとめたものである。

このとき、次の各問いに答えなさい。

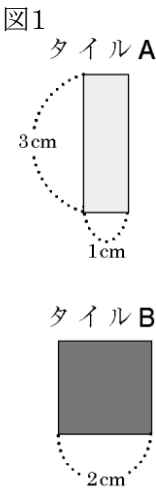


図2 【雄太さんの並べ方】

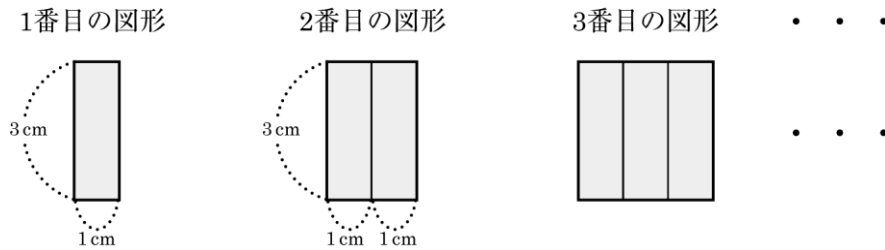
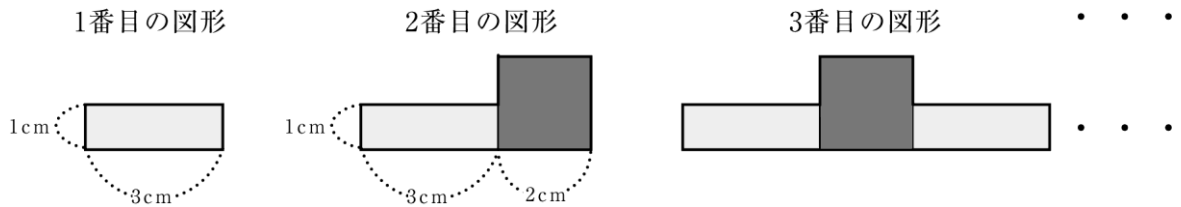


図3 【春子さんの並べ方】



問1 表1のア、表2のイに当てはまる数を求めなさい。

表1【図形の周の長さについて】

図形の番号(番目)	1	2	3	4	...
雄太さんが作った図形 (cm)	8	10	12	ア	...
春子さんが作った図形 (cm)	8	14	20	26	...

表2【タイルAの枚数について】

図形の番号(番目)	1	2	3	4	...
雄太さんが作った図形 (枚)	1	2	3	4	...
春子さんが作った図形 (枚)	1	1	2	イ	...

問2 雄太さんと春子さんは、表1から、それぞれが作った 1 番目の図形の周の長さの和は 16, 2 番目の図形の周の長さの和は 24, 3 番目の図形の周の長さの和は 32 であることが分かった。このことから、それぞれが作った n 番目の図形の周の長さの和は 8 の倍数になると予想し、この予想が正しいことを次のように説明した。

次の

ウ

 ,

エ

 には n を使った式を入れ,

オ

 には説明の続きを書いて, 説明を完成しなさい。

〔説明〕

雄太さんが作った n 番目の図形の周の長さは (

ウ

) cm,

春子さんが作った n 番目の図形の周の長さは (

エ

) cm と表されるので,

オ

したがって、それぞれが作った n 番目の図形の周の長さの和は 8 の倍数になる。

問3 雄太さんが作った a 番目の図形と春子さんが作った b 番目の図形について、それぞれの図形の周の長さは等しかった。また、雄太さんが作った a 番目の図形に並べられたタイルAの枚数は、春子さんが作った b 番目の図形に並べられたタイルAの枚数の 5 倍より 7 枚多かった。このような a, b の値の組は 2 つある。その 2 つの組を求めなさい。

解答欄

問1	ア		イ	
問2	ウ		エ	
	オ			
問3	$a=$, $b=$		$a=$, $b=$	

問1

ア 14

イ 2

問2

ウ $2n+6$

エ $6n+2$

解答

オ

n 番目の図形の周の長さの和は

$$(2n+6)+(6n+2)=8n+8$$

$$=8(n+1)$$

$n+1$ は自然数だから $8(n+1)$ は 8 の倍数である。

問3

$$a=52, b=18$$

$$a=67, b=23$$

解説

問3

雄太さんの a 番目の図形の周の長さは $2a+6$ cm, タイル A の枚数は a 枚と表せる。

また, 春子さんの b 番目の図形の周の長さは $6b+2$ cm

タイル A の枚数は, b が奇数のとき, $\frac{b+1}{2}$ 枚, 偶数のとき $\frac{b}{2}$ 枚と表せる。

周の長さが等しいことから $2a+6=6b+2$

$$\text{整理して } a-3b=-2 \cdots \text{①}$$

タイルの枚数の関係より, b が奇数のとき, $a=\frac{b+1}{2} \times 5+7$

$$\text{整理して } 2a-5b=19 \cdots \text{②}$$

b が偶数のとき $a=\frac{b}{2} \times 5+7$

$$\text{整理して } 2a-5b=14 \cdots \text{③}$$

①, ②を連立方程式として解くと $(a, b)=(67, 23)$

① ③を連立方程式として解くと $(a, b)=(52, 18)$

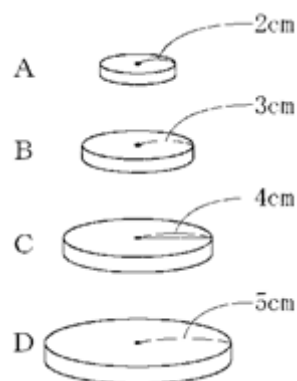
【問 8】

図1のような、円柱の形をした 4 種類の積木 A, B, C, D がそれぞれたくさんある。積木 A, B, C, D の底面の半径は、順に 2 cm, 3 cm, 4 cm, 5 cm であり、高さはいずれも 1 cm である。この積木を水平な台の上で何枚か重ねて立体をつくり、その体積や表面積を考える。ただし、すべての積木の底面の中心は一直線上にあり、その直線が台に垂直になるように積木を重ねるものとする。また、立体の表面積とは、つくった立体の表面全体の面積のことであり、台と接している面の面積もふくめる。

このとき、次の問1, 問2, 問3, 問4に答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(栃木県 2013 年度)

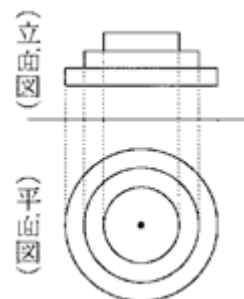
図1



問1 積木 B を 2 枚重ねてつくった立体の体積を求めなさい。

問2 積木 A, B, C を 1 枚ずつ重ねて、投影図が図2となるように立体をつくった。この立体の表面積を求めなさい。

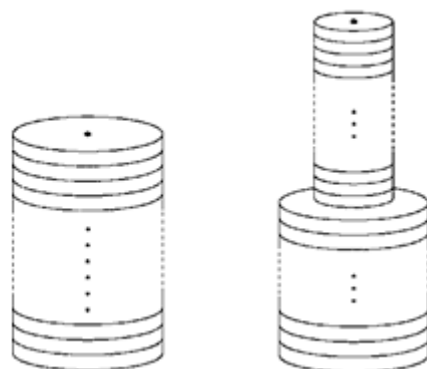
図2



問3 図3のように積木 C を 14 枚重ねて立体をつくった。この立体の上の方から積木 C を x 枚取り除き、そのかわりに積木 A を y 枚重ねて、図4のような立体につくりかえた。図4の立体は、表面積が $200\pi \text{ cm}^2$ であり、体積は図3の立体の体積と等しかった。

図3

図4



このとき、 x, y の連立方程式をつくり、 x, y の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問4 積木 A を a 枚, B を b 枚, C を c 枚, D を d 枚重ねて立体をつくったところ、その体積が $67\pi \text{ cm}^3$ となった。積木 A, B, C, D をそれぞれ何枚使ったか。考えられる枚数の組のうち、使った枚数の合計が少ない方から 3 つ答えなさい。ただし、答えは $[a, b, c, d]$ のように書き、使わない積木がある場合はその枚数を 0 と書くこと。

解答欄

問1	cm^3
問2	cm^2
問3	答え ($x=$, $y=$)
問4	[, , ,], [, , ,], [, , ,]

解答

問1 $18\pi\text{cm}^3$

問2 $50\pi\text{cm}^2$

問3

図4の立体の表面積は $200\pi\text{cm}^2$ であり

2 つの立体の体積は等しいから

$$\begin{cases} 8\pi(14-x)+4\pi y+32\pi=200\pi\cdots\textcircled{1} \\ 4\pi y=16\pi x\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

①より

$$-2x+y=14\cdots\textcircled{3}$$

②より

$$y=4x\cdots\textcircled{4}$$

④を③に代入

$$-2x+4x=14$$

$$x=7$$

④に代入

$$y=28$$

これらは問題の答えに適している。

答え $x=7, y=28$

問4

[2, 1, 0, 2], [2, 2, 1, 1], [2, 3, 2, 0]

解説

問1

B1 枚の体積は $\pi \times 3^2 \times 1 = 9\pi \text{ cm}^3$ より

B2 枚の体積は $9\pi \times 2 = 18\pi \text{ cm}^3$

問2

表面積は

$$\begin{aligned} & \pi \times 4^2 \times 2 + 1 \times 2\pi \times 4 + 1 \times 2\pi \times 3 + 1 \times 2\pi \times 2 \\ &= 32\pi + 8\pi + 6\pi + 4\pi \\ &= 50\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

問3

問題の図4において表面積が $200\pi \text{ cm}^2$ より

$$\begin{aligned} & \pi \times 4^2 \times 2 + (14-x) \times 2\pi \times 4 + y \times 2\pi \times 2 \\ &= 200\pi \quad 32\pi + 112\pi - 8\pi x + 4\pi y \\ &= 200\pi \end{aligned}$$

$$2x - y = -14 \cdots \textcircled{1}$$

図3と図4の体積が等しいことより

積み木 Cx 枚分と積み木 Ay 枚分の体積が等しいので

$$\pi \times 4^2 \times x = \pi \times 2^2 \times y$$

$$16\pi x = 4\pi y$$

$$y = 4x \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として解く。

問4

1 枚の体積はそれぞれ A が $4\pi \text{ cm}^3$, B が $9\pi \text{ cm}^3$, C が $16\pi \text{ cm}^3$, D が $25\pi \text{ cm}^3$ だから

$$4\pi a + 9\pi b + 16\pi c + 25\pi d = 67\pi$$

$$4a + 9b + 16c + 25d = 67$$

$d=2$ のとき

$$4a + 9b + 16c = 17 \text{ だから}$$

$$[2, 1, 0, 2]$$

$d=1$ のとき

$$4a + 9b + 16c = 42 \text{ だから}$$

$$[2, 2, 1, 1], [6, 2, 0, 1]$$

$d=0$ のとき

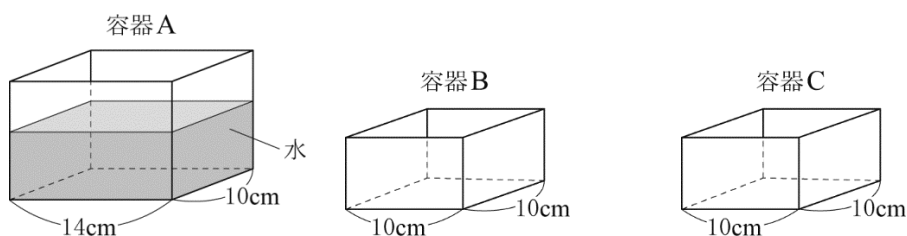
$$4a + 9b + 16c = 67 \text{ だから}$$

$$[2, 3, 2, 0], [6, 3, 1, 0], [1, 7, 0, 0], [10, 3, 0, 0]$$

よって合計枚数の小さい方から 3 つは $[2, 1, 0, 2], [2, 2, 1, 1], [2, 3, 2, 0]$

(山形県 2014 年度)

容器 A にすべてもどしたら、底から高さの $\frac{3}{7}$ まで水が入りました。容器 A と容器 B の高さは、それぞれ何 cm ですか。ただし、容器の厚さは考えないものとします。



- (1) この問題を解くのに、方程式を利用することが考えられる。文字で表す数量を、単位をつけて示し、問題にふくまれる数量の関係から、1 次方程式または連立方程式をつくりなさい。方程式は、いずれか 1 つでよい。
- (2) 容器 A と容器 B の高さを、それぞれ求めなさい。

解答欄	(1)	
	(2)	容器 A の高さ cm, 容器 B の高さ cm

(1)

例

容器 A の高さを x cm とする。

$$10 \times 14 \times x \times \frac{4}{7} - 10 \times 14 \times x \times \frac{3}{7} = 10 \times 10 \times 2$$

例

容器 A の高さを x cm

容器 B の高さを y cm とする。

$$\begin{cases} 10 \times 14 \times x \times \frac{4}{7} = 10 \times 10 \times y + 10 \times 10 \times 2 \\ 10 \times 10 \times y = 10 \times 14 \times x \times \frac{3}{7} \end{cases}$$

(2)

容器 A の高さ 10cm, 容器 B の高さ 6cm

解説

(1)

方程式では, 容器 A の高さを x cm とする。

容器 C に移した水の量の関係より方程式ができる。

$$10 \times 14 \times x \times \frac{4}{7} - 10 \times 14 \times x \times \frac{3}{7} = 10 \times 10 \times 2 \cdots \textcircled{1}$$

連立方程式では容器 A の高さを x cm, 容器 B の高さを y cm とする。

$$10 \times 14 \times x \times \frac{4}{7} = 10 \times 10 \times y + 10 \times 10 \times 2 \cdots \textcircled{2}$$

$$10 \times 10 \times y = 10 \times 14 \times x \times \frac{3}{7} \cdots \textcircled{3}$$

(2)

①の方程式を解くと $x=10$

よって, 容器 B の高さは $10 \times 14 \times 10 \times \frac{3}{7} \div (10 \times 10) = 6$ cm

②, ③を連立方程式として解くと $x=10, y=6$

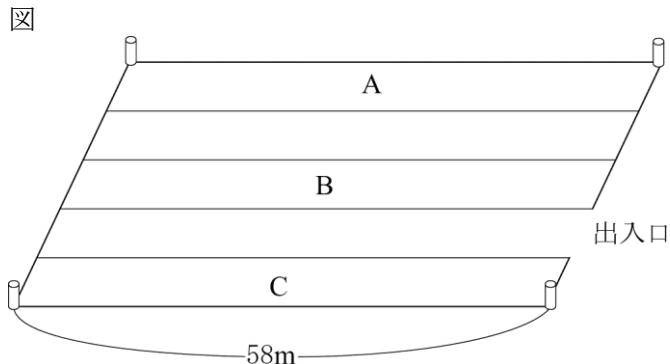
【問 10】

とおるさんは、地域のイベントに来場する人の駐車場として、4本のくいが打たれた長方形のスペースにラインを引く係になった。問1、問2に答えなさい。

(徳島県 2016 年度)

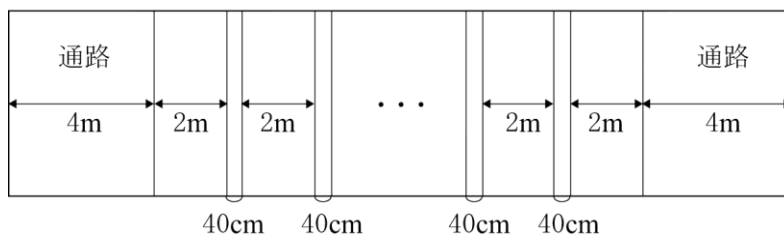
問1 とおるさんは、駐車場にする場所の下見に行ったが、巻き尺などを持っていなかったで、自分の自転車を使って、駐車スペースの縦の長さを測ることにした。自転車を端から端まで押して移動させてみると、ちょうどタイヤが 14 回転した。駐車スペースの縦の長さは、何 m あったか、小数第 1 位を四捨五入して整数で求めなさい。ただし、とおるさんの自転車のタイヤの直径は、66 cm で、円周率は 3.14 とする。

問2 問1の方法で、駐車スペースの横の長さを測ると、58 m であった。とおるさんは、来場する人が駐車しやすくするために、図のように、駐車スペースを 3 つの区域 A、B、C に分けて、ラインを引くことにした。(1)・(2)に答えなさい。ただし、ラインの太さは考えないものとする。



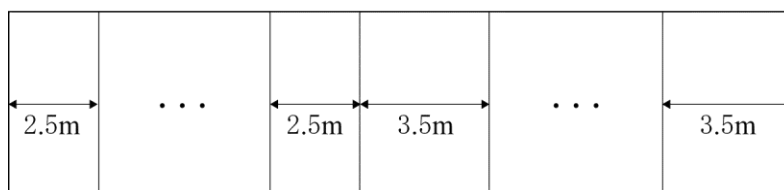
(1) とおるさんは、区域 B には、両端に 4 m ずつの通路をとるため、小型車用の駐車区域にしようと考えた。1 台分の幅を 2 m、乗降がしやすいように駐車区画と駐車区画の間を 40 cm にすると、最大何台分の駐車区画をとることができるか、求めなさい。

区域 B



(2) とおるさんは、区域 A と区域 C に、同じラインの引き方をし、それぞれの区域に、駐車区画の 1 台分の幅が左右の間隔も含めて 2.5 m のものと大型車のための 3.5 m のものとの 2 種類をとることにした。それぞれ 1 つの区域には、2 種類合わせて 22 台が駐車でき、あまりのスペースがないようにする。区域 A には、駐車区画の 1 台分の幅が 2.5 m のものと 3.5 m のものをそれぞれ何台分ずつとることができるか、求めなさい。ただし、用いる文字が何を表すかを示して方程式をつくり、解く過程も書くこと。

区域 A



解答欄

問1	m	
問2	(1)	台分
	(2)	

解答

問1 29m

問2

(1) 21 台分

(2)

駐車区画の 1 台分の幅が 2.5 m のものを x 台分

3.5 m のものを y 台分とることができたとする

$$\begin{cases} 2.5x + 3.5y = 58 & \dots\dots ① \\ x + y = 22 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2.5x + 3.5y = 58 & \dots\dots ① \\ x + y = 22 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$① \times 2 \quad 5x + 7y = 116 \dots\dots ①'$$

$$② \times 7 \quad 7x + 7y = 154 \dots\dots ②'$$

$$②' - ①' \quad 2x = 38$$

$$x = 19$$

$x = 19$ を②に代入して

$$19 + y = 22$$

$$y = 3$$

$$(x, y) = (19, 3)$$

駐車区画の 1 台分の幅が 2.5 m のものを 19 台分

3.5 m のものを 3 台分とることができる。

解説

問1

タイヤの 1 回転の長さは $2 \times 3.14 \times 33 = 207.24 \text{ cm}$

14 回転したので $207.24 \times 14 = 2901.36 \text{ cm}$ よって 29 m

問2

(1)

最大 n 台が駐車できるとすると、 $2 \times n + 0.4 \times (n - 1) \leq 58 - 2 \times 4$ を満たす最大の整数 n を求めればよい。

$2.4n \leq 50.4 \quad n \leq 21$ よって 21 台

問3

2.5 m を x 個, 3.5 m を y 個とする。 $x + y = 22 \dots\dots ①$, $2.5x + 3.5y = 58 \dots\dots ②$ ①より $y = 22 - x$ を②に代入すると $2.5x + 3.5(22 - x) = 58$ $10x = 190 \quad x = 19, y = 3$

【問 11】

図1のような、縦 a cm、横 b cm の長方形の紙がある。この長方形の紙に対して次のような【操作】を行う。ただし、 a, b は正の整数であり、 $a < b$ とする。

【操作】

長方形の紙から短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。残った四角形が正方形でない場合には、その四角形から、さらに同様の方法で正方形を切り取り、残った四角形が正方形になるまで繰り返す。

例えば、図2のように、 $a=3, b=4$ の長方形の紙に対して【操作】を行うと、1 辺 3 cm の正方形の紙が 1 枚、1 辺 1 cm の正方形の紙が 3 枚、全部で 4 枚の正方形ができる。

このとき、次の問1、問2、問3、問4に答えなさい。

図1

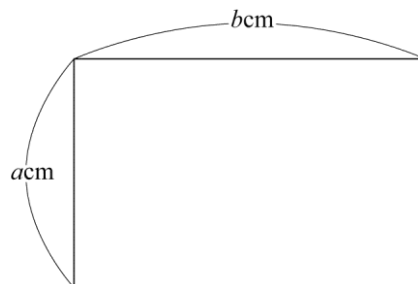
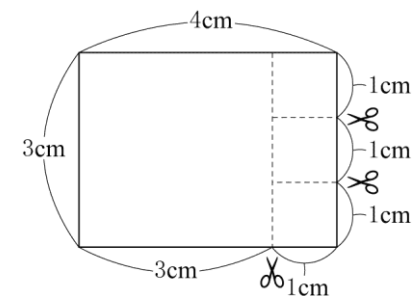


図2



(栃木県 2018 年度)

問1 $a=4, b=6$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったとき、できた正方形のうち最も小さい正方形の 1 辺の長さを求めなさい。

問2 n を正の整数とする。 $a=n, b=3n+1$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったとき、正方形は全部で何枚できるか。 n を用いて表しなさい。

問3 ある長方形の紙に対して【操作】を行ったところ、3 種類の大きさの異なる正方形が全部で 4 枚できた。これらの正方形は、1 辺の長さが長い順に、12 cm の正方形が 1 枚、 x cm の正方形が 1 枚、 y cm の正方形が 2 枚であった。このとき、 x, y の連立方程式をつくり、 x, y の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問4 $b=56$ の長方形の紙に対して【操作】を行ったところ、3 種類の大きさの異なる正方形が全部で 5 枚できた。このとき、考えられる a の値をすべて求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	枚
問3	答え ($x=$, $y=$)
問4	$\alpha=$

解答

問1 2cm

問2 $n+3$ 枚

問3

$$\begin{cases} x+y=12 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ x=2y & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

②を①に代入

$$2y+y=12$$

$$y=4$$

②に代入

$$x=8$$

これらの解は問題に適している。

答え $x=8, y=4$

問4 $a=21, 32, 40$

解説

問1

まず、1辺の長さが4cmの正方形を1枚切り取ると、残りは、縦4cm、横2cmの長方形となる。

縦4cm、横2cmの長方形は、1辺の長さが2cmの正方形2枚に切り分けられここで【操作】が終わる。

よって最も小さい正方形の1辺の長さは2cm

問2

まず1辺の長さが n cmの正方形を3枚切り取ると残りは縦 n cm、横1cmの長方形となる。

縦 n cm、横1cmの長方形は1辺の長さが1cmの正方形 n 枚に切り分けられここで【操作】が終わる。

よってできる正方形の枚数は $n+3$ 枚

問3

問題のように切り分けられるとき、はじめの長方形の紙は右の図のようになる。よって、はじめの長方形の縦の長さについて、 $x+y=12\cdots\textcircled{1}$ 、1辺の長さが12cmの正方形を1枚切り取って残った長方形の横の長さについて、 $x=2y\cdots\textcircled{2}$ が成り立つので、①、②を連立方程式として解く。

②を①に代入すると、 $2y+y=12$ $y=4\text{cm}\cdots\textcircled{3}$

③を②に代入すると、 $x=2\times 4=8\text{cm}$

これらは問題に適している。

問4

3種類の大きさの異なる正方形を大きさの順に大、中、小とする。

小は、中を切り取って残った長方形の紙を何等分かすることによってできるので、小が1枚ということはありません。

小が2枚のとき、中が1枚であれば、大は、 $5-2-1=2$ (枚)だから、図1のようになる。

同じように考えて、小が2枚のとき、中が2枚であれば、大は1枚だから、図2のようになり、小が3枚のとき、中と大はそれぞれ1枚ずつだから、図3のようになる。

小の1辺の長さを x cm とすると、

図1において、中の1辺の長さは $2x$ cm、大の1辺の長さは $3x$ cm だから

全体の横の長さについて $3x+3x+2x=56$ $8x=56$ $x=7$ だから、全体の縦の長さは $a=3\times 7=21\text{cm}$

図2において、中の1辺の長さは $2x$ cm、大の1辺の長さは $5x$ cm だから

全体の横の長さについて $5x+2x=56$ $7x=56$ $x=8$ だから、全体の縦の長さは $a=5\times 8=40\text{cm}$

図3において、中の1辺の長さは $3x$ cm、大の1辺の長さは $4x$ cm だから

全体の横の長さについて $4x+3x=56$ $7x=56$ $x=8$ だから、全体の縦の長さは $a=4\times 8=32\text{cm}$

図1



図2

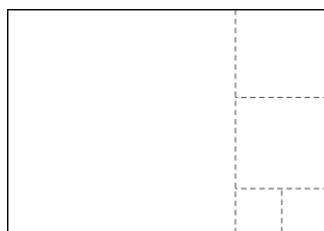
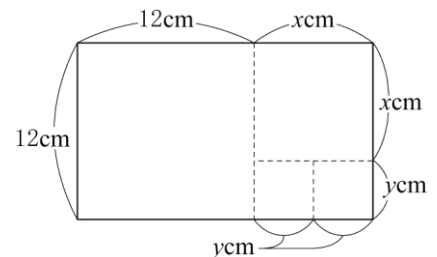
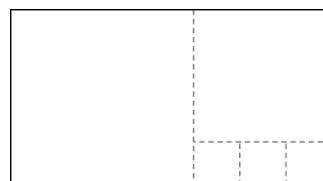


図3



【問 12】

Mさんは、同じ大きさの本を重ねてひもでくくり、束を作ることにした。図1は、厚さが同じである本を束ねた状態を示している。横の長さが15 cmであり、厚さが2 cmである本だけを束ねたものを束Pとし、横の長さが18 cmであり、厚さが3 cmである本だけを束ねたものを束Qとする。図2、図3は、それぞれ束P、束Qを正面から見たときのようすを表す模式図である。

図2において、四角形ABCDは $BC=15$ cmの長方形であり、長方形ABCDの周の長さを「束Pのひもの長さ」と定める。「束Pの本の冊数」が1増えるごとに「束Pのひもの長さ」は4 cmずつ長くなるものとし、「束Pの本の冊数」が1のとき「束Pのひもの長さ」は34 cmであるとする。

図3において、四角形EFGHは $FG=18$ cmの長方形であり、長方形EFGHの周の長さを「束Qのひもの長さ」と定める。「束Qの本の冊数」が1増えるごとに「束Qのひもの長さ」は6 cmずつ長くなるものとし、「束Qの本の冊数」が1のとき「束Qのひもの長さ」は42 cmであるとする。

次の問いに答えなさい。

(大阪府 2018 年度 B)

図1

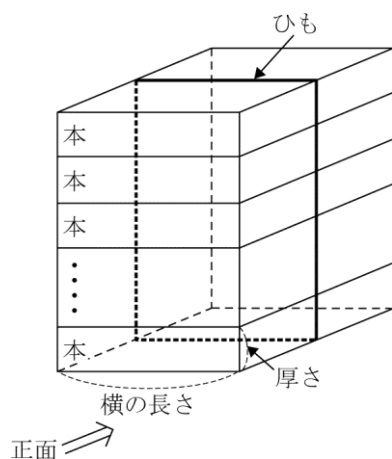


図2

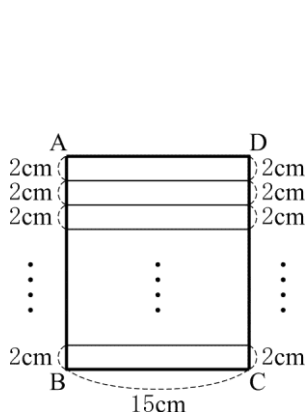
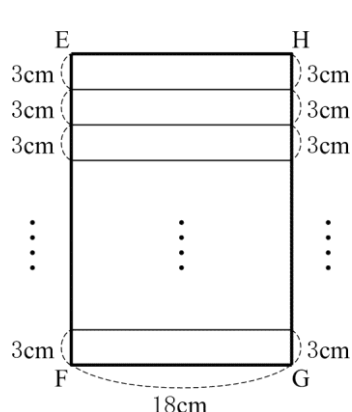


図3



問1 束Pについて考える。「束Pの本の冊数」が x のときの「束Pのひもの長さ」を y cmとする。

- (1) 次の表は、 x と y との関係を示した表の一部である。表中の(ア)、(イ)に当てはまる数をそれぞれ書きなさい。

x	1	2	...	4	...	9	...
y	34	38	...	(ア)	...	(イ)	...

- (2) x を自然数として、 y を x の式で表しなさい。

- (3) $y=102$ となるとき x の値を求めなさい。

問2 Mさんは、束Pと束Qを作るとき、それぞれの束のひもの長さの合計が 260 cm になるようにしようと考えた。

「束Pの本の冊数」を s とし、「束Qの本の冊数」を t とする。「束Pの本の冊数」と「束Qの本の冊数」との合計が 40 であり、「束Pのひもの長さ」と「束Qのひもの長さ」との合計が 260 cm となるとき、 s, t の値をそれぞれ求めなさい。求め方も書くこと。ただし、 s, t はともに自然数であるとする。

解答欄

問1	(1)	(ア)	
		(イ)	
	(2)	$y=$	
	(3)		
問2	[求め方] $s=$, $t=$		

解答

問1

(1)

(ア) 46 (イ) 66

(2) $y = 4x + 30$

(3) 18

問2

〔求め方〕

本の冊数の合計が 40 だから

$$s + t = 40 \cdots \textcircled{7}$$

ひもの長さの合計が 260 cm だから

$$(4s + 30) + (6t + 36) = 260 \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ を連立させて解くと

$$s = 23, t = 17$$

解説

問1

(1)

y の値は 34 から 4 ずつ増えていくから $x = n$ のときは $y = 34 + 4(n - 1)$ となる。

よって、 $x = 4$ のとき $y = 34 + 4 \times 3 = 46$ で、 $x = 9$ のとき $y = 34 + 4 \times 8 = 66$ である。

(2)

(1)で n を x におきかえると $y = 34 + 4(x - 1) = 4x + 30$

(3)

(2)より $102 = 4x + 30$ $4x = 72$ $x = 18$

問2

束Pの本の冊数は s だから、問1(2)より、束Pのひもの長さは $(4s + 30)\text{cm}$

同様に、束Qの本の冊数が t のとき、束Qのひもの長さは $42 + 6(t - 1) = (6t + 36)\text{cm}$

よって $s + t = 40 \cdots \textcircled{1}$, $(4s + 30) + (6t + 36) = 260 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{2}$ より $2s + 3t = 97 \cdots \textcircled{2}'$

$\textcircled{2}' - \textcircled{1} \times 2$ より、 $t = 17$ これを $\textcircled{1}$ に代入して $s = 23$

この解は問題にあっている。

したがって束Pの本の冊数は 23 冊、束Qの本の冊数は 17 冊

【問 13】

卒業前にクラスでお楽しみ会をすることになり、AさんとBさんが飾りつけの係になった。画用紙などを使っていろいろな形の飾りを作る相談をしている。次の問1～問3に答えなさい。

(島根県 2018 年度)

問1 画用紙から縦 8 cm、横 12 cm の長方形を切り取ってカードを作り、クラス 35 人に 1 人ずつメッセージを書いてもらい、そのカードを重ねずに横につなげて、壁に飾ることにした。次の会話を読んで、次の(1)、(2)に答えなさい。

会話

Aさん 「カードを幅 2 cm のテープでつなげようよ。」

Bさん 「カードをつなぐときは、つなぎめがテープの真ん中にくるようにして、表面にだけ貼ろう。つながない辺には、このテープを表面に 1 cm 見えるように折り曲げて貼って、ふちどりをしたらきれいになるね。」

Aさん 「いいね。2 枚だけカードをつなぎ、ふちどりもするとしたら、長さ 8 cm のテープが ア 本、長さ 12 cm のテープが 4 本必要になるね。」

Bさん 「それだとテープが重なるから、重ならないように隙間なく貼って、テープをなるべく節約しようよ。」

Aさん 「そうだね。じゃあ、縦は長さ 8 cm のテープで貼っておいて、横は長さ イ cm のテープで貼れば、テープは重ならず隙間なく貼れるね。そうすると、テープの長さは合計で

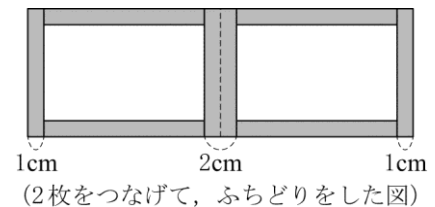
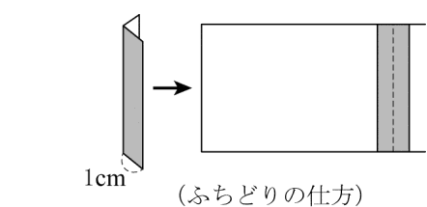
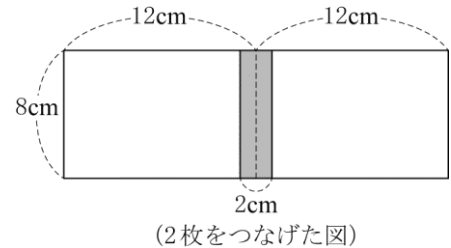
$8 \times \text{ア} + \text{イ} \times 4 = 64 \text{ (cm)}$ 必要だね。」

Aさん 「同じようにして、n 枚のカードをつなぎ、ふちどりもするときに必要なテープの長さを求めてみようよ。」

Bさん 「2 枚のときを参考にして考えると、n 枚の場合は、縦は長さ 8 cm のテープが (ウ) 本、横は長さ イ cm のテープが エ 本だから、テープの長さは合計で

$8 \times (\text{ウ}) + \text{イ} \times \text{エ} = \text{オ} \text{ (cm)}$ 必要だね。」

Aさん 「じゃあ、この方法で 35 枚のカードをつなげるとき、長さ 10 m のテープで足りるかな？」



(1) 会話の ア ～ オ にあてはまる数または式を答えなさい。

(2) 会話の下線部について、長さ 10 m のテープで足りるかどうか、必要なテープの長さを示して説明しなさい。

問2 画用紙から半径が 12 cm である円 O を切り取って飾りを作ることにした。図1のように、中心角の大きさが 120° となるよう半径 OP, OQ で切り取り、おうぎ形1とおうぎ形2を作った。次におうぎ形1とおうぎ形2から、それぞれ半径 OP と OQ を合わせて、図2のような円錐^{えんすい}の形をした立体1と立体2を作った。円錐の底面にあたる部分を立体1、立体2の底面とすると、次の(1)、(2)に答えなさい。

図1

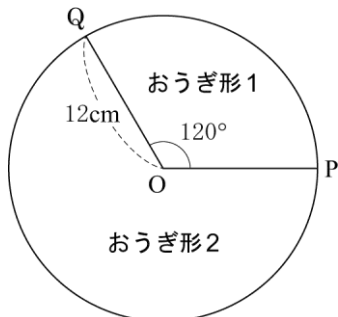
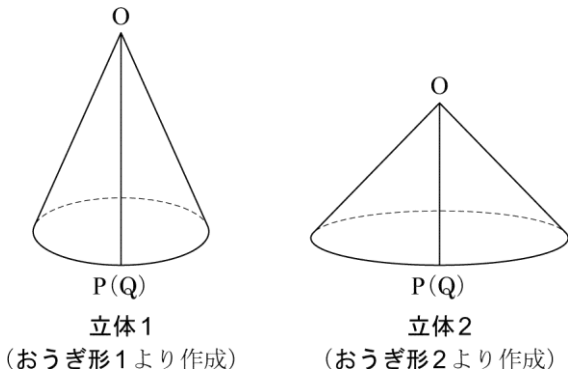
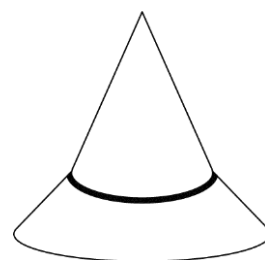


図2



(1) 立体1の底面の円周の長さを求めなさい。

(2) 図3のように、立体2の上に立体1を、お互いの底面が平行になるように乗せて 図3
小さな帽子を作ることにした。立体1と立体2を接着するときのつなぎめにできる
線を、解答欄のおうぎ形2に定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし、作図
に用いた線は消さないでおくこと。

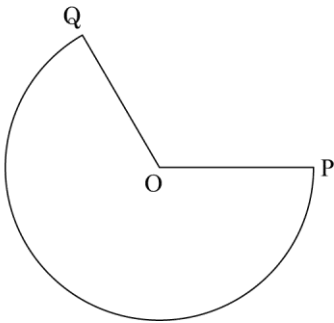


問3 Aさんたちはお店に行き、画用紙 7 枚とテープ 2 本を買ったら 515 円だった。さらに別の飾りを作るためにもう一度お店に行き、同じ画用紙 10 枚とテープ 1 本を買ったら 420 円だった。次の(1)、(2)に答えなさい。

(1) 画用紙 1 枚の値段を x 円、テープ 1 本の値段を y 円として連立方程式を作りなさい。

(2) 画用紙 1 枚とテープ 1 本の値段をそれぞれ求めなさい。

解答欄

問1	(1)	ア	
		イ	
		ウ	
		エ	
		オ	
	(2)	〔説明〕	
問2	(1)	cm	
	(2)	〔作図〕  おうぎ形2	
問3	(1)	{	
	(2)	画用紙 1 枚	円
		テープ 1 本	円

解答

問1

(1)

ア 3

イ 10

ウエ $n+1$, $2n$

オ $28n+8$

(2)

〔説明〕

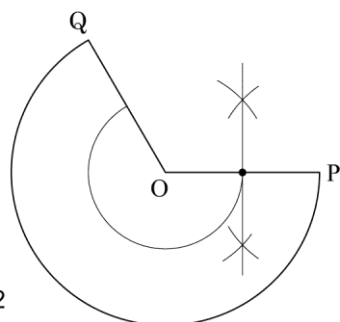
$28 \times 35 + 8 = 988$ cm より 9.88 m あればよいので長さ 10 m のテープで足りる。

問2

(1) 8π cm

(2)

〔作図〕



おうぎ形2

問3

(1)

$$\begin{cases} 7x+2y=515 \\ 10x+y=420 \end{cases}$$

(2)

画用紙 1 枚 25 円

テープ 1 本 170 円

解説

問1

(1)

2 枚だけカードをつなぎ、ふちどりもする場合

長さ 8cm のテープは、つなぎめに 1 本、ふちどりに 2 本、合計 3 本必要になる。

横のテープを縦のテープと重ならないように貼る場合

カードの横の長さから左右それぞれ 1cm 短くすればよいので

横のテープの長さは、 $12 - 1 \times 2 = 10\text{cm}$ とすればよい。

n 枚のカードをつなぎ、ふちどりもする場合

長さ 8cm のテープは、つなぎめに $(n - 1)$ 本、もつとも端となる 2 枚のカードのふちどりに 2 本、合わせて $(n + 1)$ 本必要になる。

また、長さ 10cm のテープは、カード 1 枚につき 2 本ずつ必要だから合わせて $2n$ 本必要になる。

よって、テープの長さは合計で

$8 \times (n + 1) + 10 \times 2n = 28n + 8\text{cm}$ 必要である。

(2)

(1)より、n 枚のカードをつなぎ、ふちどりもする場合、テープは $28n + 8\text{cm}$ 必要である。

よって $n = 35$ を代入すると $28 \times 35 + 8 = 988$ より $988\text{cm} = 9.88\text{m}$ 必要である。

これは 10m 未満だから、足りるといえる。

問2

(1)

立体 1 の底面の円周の長さはおうぎ形 1 の弧 PQ の長さと等しいので

$$2\pi \times 12 \times \frac{120}{360} = 8\pi \text{ cm}$$

(2)

つなぎめにできる線の長さは(1)より、 $8\pi \text{ cm}$ だから

おうぎ形 2 の内側に、中心角 240° 、弧の長さが $8\pi \text{ cm}$ のおうぎ形を作図すればよい。

このとき、作図するおうぎ形の半径を $r \text{ cm}$ とすると、

$$2\pi r \times \frac{240}{360} = 8\pi$$

$r = 6$ だから点 O を中心とし線分 OP の中点を通る円の弧を作図すればよい。

線分 OP の中点は、この線分の垂直二等分線を作図することで見つける。

問3

(1)

1 回目の買い物の代金について $7x + 2y = 515 \cdots \textcircled{1}$

2 回目の買い物の代金について $10x + y = 420 \cdots \textcircled{2}$ が成り立つ。

(2)

(1)より、 $\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ を連立方程式として解く。

$\textcircled{2} \times 2 - \textcircled{1}$ より、 $13x = 325 \quad x = 25$

$x = 25$ を $\textcircled{2}$ に代入して、 $10 \times 25 + y = 420 \quad y = 170$

よって画用紙 1 枚の値段は 25 円、テープ 1 本の値段は 170 円である。