
図1は、次の規則によって、数を三角形状に5行目まで並べたものです。

- ① 1 行目の数は 1 だけとします。
- ② 2 行目には 2 個, 3 行目には 3 個, …のように, n 行目には n 個の数を並べます。
- ③ 2 行目以降の各行の両端の数は 1 とします。
- ④ 3 行目以降の両端以外の数は, その左上の数と右上の数の和が, 4 より小さいときにはその和とし, 4 以上のときにはその和から 4 をひいた数とします。

1行目			1			
2行目		1	1			
3行目		1	2	1		
4行目		1	3^A	3	1	
5行目		1	0	2^B	0	1

この規則にしたがって、数を三角形状に並べていくとき、次の問1、問2に答えなさい。

問1 数を8行目まで並べたとき、8行目の左から3番目の数を求めなさい。

図2

1		0	ア	イ	ウ	エ	オ	0	...	1
1		0						2	...	1
1		3						0	...	1
1		3			2	1		0	...	1

解答欄

問1					
問2	ア	イ	ウ	エ	オ

解答

問1 1

問2

ア	イ	ウ	エ	オ
3	2	3	0	2

解説

問2

0 になる組み合わせは(0, 0), (1, 3), (2, 2)

1 になる組み合わせは(0, 1), (2, 3)

2 になる組み合わせは(0, 2), (1, 1), (3, 3)

3 になる組み合わせは(0, 3), (1, 2)

これより下から □ にあてはまる数字をうめていく。

ウが残るのでウに 0, 1, 2, 3 をあてはめて考える。

【問 2】

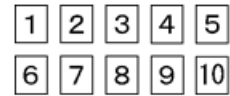
図1のような片方の面が白でもう片方の面が黒のメダルが何枚かある。

図1



また、図2のように 1 から 10 までの数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがあり、この中から何枚かを同時にひき、それらのカードに書かれた数の和を求め、次の【操作】を行う。

図2



ただし、1 枚だけひくときは、そのカードに書かれた数を和とする。

【操作】

最初にすべてのメダルを白が上になるように横一列に並べる。カードに書かれた数の和の枚数だけ、メダルを左端から右へ順に 1 枚ずつ裏返していく。ただし、右端のメダルまで裏返しても、裏返そうとしている枚数に足りないときは、左端のメダルにもどり裏返しを続けるものとする。

メダルの色については、メダルの上の面の色を考えるものとする。

例えば図3のように、メダルが全部で 5 枚あり、**3** と **4** の 2 枚のカードをひいたときは 7 枚裏返すことになるから、【操作】が終了すると、メダルは左から 2 番目までは白で、その他は黒になる。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(栃木県 2010 年度)

図3

すべて白になるように横一列に並べる



↓ 右端まで5枚裏返す



↓ 左端にもどり、あと2枚裏返す



問1 メダルが全部で 5 枚あるとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) カードを 1 枚だけひいて【操作】を行う。【操作】が終了したとき、4 枚のメダルが黒になる確率を求めなさい。

(2) カードを 2 枚ひいて【操作】を行う。【操作】が終了したとき、メダルは図4のようになった。2 枚のカードそれぞれに書かれている数として、考えられるものを 1 組書きなさい。

図4



問2 Aさんはメダルを 10 枚、Bさんはメダルを n 枚持っている。Aさんがカードを何枚かひき、Aさん、Bさんそれぞれが【操作】を行う。例えば、Aさんがひいたカードに書かれた数の和が 3 のとき、Aさんも 3 枚、Bさんも 3 枚、自分のメダルをそれぞれ裏返すことになる。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) Aさんは右端のメダルを白から黒に 2 度目に裏返したところで【操作】が終了した。また、Bさんは左から 2 番目のメダルを白から黒に 3 度目に裏返したところで【操作】が終了した。このとき、 n についての方方程式をつくり、 n の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

(2) 【操作】が終了したとき、Aさん、Bさんともに、すべてのメダルが黒になった。考えられる n の値をすべて求めなさい。ただし、 n は 10 より小さい自然数とする。

解答欄

問1	(1)	
	(2)	と
問2	(1)	答え $n =$
	(2)	

解答

問1

(1) $\frac{1}{5}$

(2) $\boxed{5}$ と $\boxed{6}$

問2

(1)

Aさんは右端のメダルを白から黒に2度目に裏返したところで【操作】が終了したから

Aさんが裏返したメダルの枚数は30枚である。

Bさんは左から2番目のメダルを白から黒に3度目に裏返したところで【操作】が終了したから

Bさんが裏返したメダルの枚数は $(4n+2)$ 枚と表すことができる。

AさんとBさんが裏返したメダルの枚数は等しいから

$$30 = 4n + 2$$

よって $n = 7$

答え $n = 7$

(2) 2, 6

解説

問1

(1)

カードは全部で10通り。

そのうち4枚のメダルが黒になるのはカードの数が4, 6になる2通り。

よって求める確率は $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

(2)

カードを2枚ひくときカードの和は3以上19以下。

そのうち左端のみ黒になるのは和が11のとき。

よって2枚のカードの組み合わせは

(1, 10), (2, 9), (3, 8), (4, 7), (5, 6) のいずれか。

問2

(1)

メダルを裏返した回数はAさんが10枚のメダルの右端のメダルを白から黒に2回目にしたとき

$$10 + 10 + 10 = 30 \text{ 回目}$$

Bさんが左から2番目のメダルを白から黒に3回目に裏返したとき

$$4n + 2 \text{ 回目}$$

この回数は等しいので

$$30 = 4n + 2$$

$$4n = 28$$

$$n = 7$$

(2)

カードの和は55以下なのでAさんのメダルがすべて黒くなるのは10回目, 30回目, 50回目。

Bさんのメダルがすべて黒くなるのは n 回目, $3n$ 回目, $5n$ 回目, $7n$ 回目...

よって10, 30, 50が

奇数 $\times 10$ より小さい自然数 n

に表されるものを選ぶ。

$$10 = 5 \times \boxed{2}$$

$$30 = 5 \times \boxed{6}$$

$$15 \times \boxed{2}$$

$$50 = 25 \times \boxed{2} \text{より}$$

$$n = 2, 6$$

【問 3】

太郎さんは、同じ大きさのチョコレートを 13 枚もらい、このチョコレートを毎日少しずつ次の方法で食べることにしました。最初の日は 1 枚全部を食べ、次の 2 日間は 1 枚を 1 日に半分ずつ食べます。その次の 3 日間は 1 枚を 1 日に $\frac{1}{3}$ ずつ食べ、以降もこの方法で、その次の 4 日間は 1 枚を $\frac{1}{4}$ ずつ、その次の 5 日間は 1 枚を $\frac{1}{5}$ ずつ、…と食べることにしました。次の表は、この様子をまとめたものです。



	1 日目	2 日目	3 日目	4 日目	5 日目	6 日目	7 日目	…
太郎さんが食べる チョコレート (枚)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	…

このとき、下の(1), (2)に答えなさい。

(埼玉県 2010 年度 前期)

(1) 太郎さんが 45 日目までこの方法で食べたとすると、残っているチョコレートは何枚かを求めなさい。

(2) 4 日目から妹の花子さんも、太郎さんがその日に食べるのと同じ量のチョコレートを毎日そのつど太郎さんからもらって食べることになり、4 日目以降は太郎さんが 1 人で食べる方法と比べて 2 倍の速さでチョコレートが減ることになりました。13 枚のチョコレートがすべてなくなるのは、太郎さんが食べ始めてから何日目かを求めなさい。

解答欄

(1)	枚
(2)	日目

解答

(1) 4 枚

(2) 32 日目

解説

(1)

$45 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9$ なので 9 枚食べたから残りは $13 - 9 = 4$ 枚

(2)

チョコレートがなくなるのを太郎さんが食べ始めてから x 日目とする。

3 日目までに $1 + \frac{1}{2} \times 2 = 2$ 枚食べているので

残りは $13 - 2 = 11$ 枚。

4 日目から 2 人が食べたのはそれぞれ $\frac{11}{2} = 5 + \frac{1}{2}$ 枚となる。

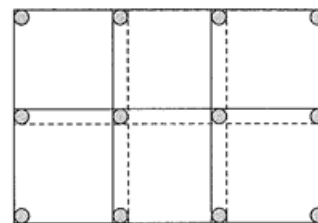
5 枚食べるのに $3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$ 日かかり

$\frac{1}{2}$ 枚食べるのに $\frac{1}{2} \div \frac{1}{8} = 4$ 日かかるから

チョコレートがなくなるのは $3 + 25 + 4 = 32$ 日目

【問 4】

たくさんの正方形の紙があり、四隅を画びょうでとめていきます。使う画びょうの数を減らすため、隣り合う紙の辺を重ねて一緒にとめていきます。例えば右の図のように、縦に 2 枚ずつ、横に 3 枚ずつの合計 6 枚の紙をとめる場合は、全部で 12 個の画びょうを使います。縦に 4 枚ずつ、横に 10 枚ずつの合計 40 枚の紙をすべてこの方法でとめるとき、画びょうは全部で何個必要ですか。その個数を求めなさい。



(埼玉県 2010 年度 前期)

解答欄

個

解答

55 個

解説

縦に 4 枚、横に 10 枚の紙を並べると

画びょうは縦に $4 \times 2 - 3 = 5$ 個、横に $10 \times 2 - 9 = 11$ 列並ぶので

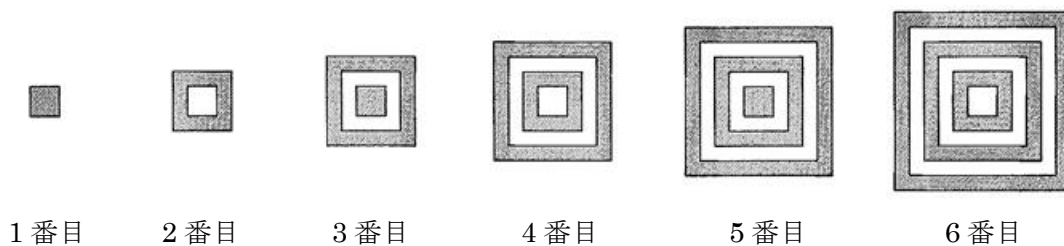
その数は $5 \times 11 = 55$ 個

【問 5】

1 辺の長さが 1 cm の正方形があり、これを 1 番目の図形とします。この正方形の周りに 1 辺の長さが 2 cm の正方形をかき、2 番目の図形とします。同じようにして、1 辺の長さが 3 cm, 4 cm, 5 cm, 6 cm の正方形を順番に周りにかいて、3 番目、4 番目、5 番目、6 番目と図形をつくっていきます。それぞれの図形に、次の図のようにかけ () をつけ、その部分の面積を考えます。下の表は、その結果をまとめたものです。

このとき、6 番目の図形のかけ () をつけた部分の面積を求めなさい。

(埼玉県 2010 年度 後期)



図形	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	6 番目
面積 (cm ²)	1	3				

解答欄

cm²

解答

21 cm²

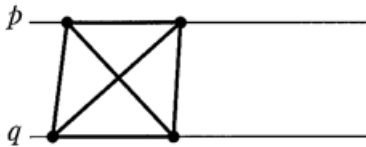
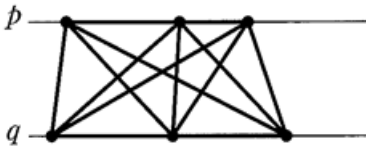
解説

6 番目の図形の面積は

$$6^2 - 5^2 + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2 = (6+5)(6-5) + (4+3)(4-3) + (2+1)(2-1) = 11 + 7 + 3 = 21 \text{ cm}^2$$

【問 6】

平行な 2 直線 p, q があり, それぞれの直線上に異なる点が n 個ずつある。これらの点を両端とする線分について, 同じ直線上のとなりあった 2 点を両端とする線分, および直線 p 上の点と直線 q 上の点を両端とする線分を考え, その線分の本数の和を調べることにする。ただし, n は 2 以上の整数とする。下の表は, $n=2, n=3$ のときの図の例と線分の本数の和をそれぞれ示したものである。

n の値	2	3
図の例		
線分の本数の和	6	13

このとき, 次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2010 年度)

問1 $n=4$ のとき, 線分の本数の和を求めなさい。

問2 線分の本数の和が 253 のとき, n の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	$n=$

解答

問1 22

問2 $n=15$

解説

問1

$n=4$ のとき直線 p, q 上の線分は各 3 で計 6。

線分の両端がそれぞれ直線 p, q にある線分は $4 \times 4 = 16$

よって求める線分の本数の和は $6 + 16 = 22$

問2

線分の本数の和は $(n-1) \times 2 + n \times n = n^2 + 2n - 2$ と表せるから

$n^2 + 2n - 2 = 253$ より

$n^2 + 2n - 255 = 0$

$(n+17)(n-15) = 0$

$n = -17, 15$

$n > 0$ より

$n = 15$

【問 7】

図1で示す展開図から作った同じ大きさのさいころを、図2のように 1 の目を上にし、1 番目は 1 個、2 番目は 2 個、3 番目は 3 個、 $\dots$ 、 n 番目は n 個と区切りながら、一列にテーブルの上に並べる。ただし、さいころの向きはすべて同じものとし、それぞれすき間なく並べるものとする。このとき、となりのさいころと接している面と、テーブルと接している面は見ることはできない。

図1

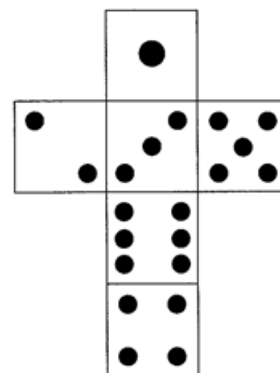
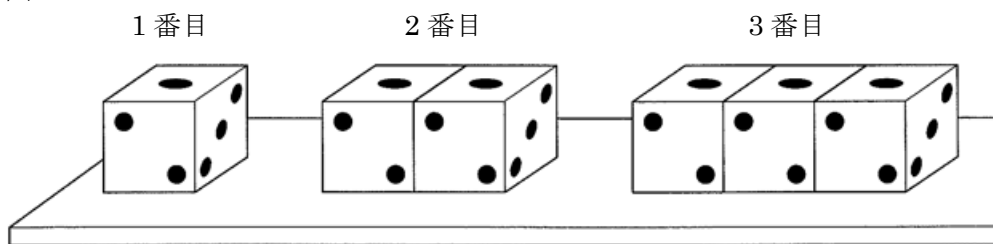


図2



正美さんは、見ることができる目の数の和が、 n 番目の n の値により、どのようになるかを調べて、表にまとめた。

n 番目	1	2	3	$\dots$	イ	$\dots$	n
調べる内容							
見ることができる目の数の和	15	23	ア	$\dots$	55	$\dots$	ウ

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(山梨県 2010 年度)

問1 3 番目のとき、表のアに当てはまる値を求めなさい。

問2 見ることができる目の数の和が 55 となるのは何番目のときか、表のイに当てはまる値を求めなさい。

問3 n 番目のとき、表のウに当てはまる値を n を使った式で表しなさい。ただし、求める過程も書くこと。

解答欄

問1	
問2	番目
問3	〔求める過程〕 答え

解答

問1 31

問2 6番目

問3

〔求める過程〕

n 番目の見ることができる目の数は

1 の目が n 個

2 の目が n 個

5 の目が n 個

3と4の目が1個ずつとなる。

したがって和は

$$1 \times n + 2 \times n + 5 \times n + 3 + 4$$

$$= 8n + 7$$

答え $(8n+7)$

解説

問3

〔別解〕

n 番目の図形では隣り合うさいころが接しているところは $(n-1)$ 箇所それぞれに 3 と 4 の目が隠れている。

またテーブルと接しているところは n 箇所それぞれに 6 の目が隠れている。

よって n 番目の見ることのできる目の数の和は

$$(1+2+3+4+5+6) \times n - 7(n-1) - 6n$$

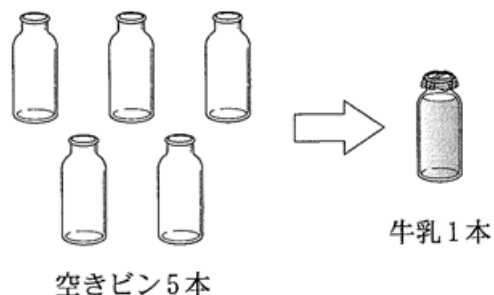
$$= 8n + 7$$

【問 8】

ある店では、牛乳の空きビン何本かと、ビンに入った牛乳何本かとを無料で交換する企画をしている。ただし、飲み終わった後の空きビンは、どの空きビンも区別なくこの企画に利用できるものとする。

次の問1、問2に答えなさい。

(岐阜県 2010 年度)



問1 3月1日から31日までの1か月間は、空きビン5本と牛乳1本とを無料で交換する企画である。ひろしさんとよしこさんは、この店で牛乳を買うことにした。

(1) ひろしさんは牛乳を9本買った。この企画を利用すると、買った牛乳も含めて最大何本の牛乳を飲むことができるかを求めなさい。

(2) よしこさんは、3月1日から31日までの1か月間、この企画を利用して、牛乳を毎日1本ずつ飲むことにした。買う牛乳の本数を最も少なくするとき、1か月間に何本の牛乳を買えばよいかを、よしこさんは次のように考えて求めた。ア～ウにあてはまる数を書きなさい。

空きビンをためて5本になったら、次の日はこの店で牛乳1本と無料で交換する。買う牛乳を○、無料の牛乳を◎として、表をつくることにした。

3月の 日にち	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	…	31
○か◎	○	○	○	○	○	◎												…	

表を完成させると、3月6日の次に◎となるのは3月 日、その次に◎となるのは3月 日である。○と◎の繰り返しを利用して、3月1日から31日までの○の個数を求めると、 となるので、1か月間に買う牛乳の本数は、 本である。

問2 4月1日から翌年の3月31日までの1年間(365日)は、空きビン9本と牛乳2本とを無料で交換する企画である。よしこさんは、4月1日から1年間、この企画を利用して、牛乳を毎日1本ずつ飲むことにした。買う牛乳の本数を最も少なくするとき、よしこさんは1年間で何本の牛乳を買えばよいかを求めなさい。

解答欄

問1	(1)	本	
	(2)	ア	
		イ	
		ウ	
問2	本		

解答

問1

(1) 11

(2)

ア 11

イ 16

ウ 25

問2 285

解説

問2

はじめに無料の牛乳 2 本がもらえるのは 10, 11 日目

その次にももらえるのは 19, 20 日目…。

はじめの 2 日を除いて, 9 日間に 2 本ずつ無料の牛乳をもらえるので

$(365 - 2) \div 9 = 40 \cdots 3$ より

無料の牛乳は $40 \times 2 = 80$ 本もらえる。

よって購入したのは $365 - 80 = 285$ 本

【問 9】

$\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, …の番号札をそれぞれ持って, 1 列に並んでいた人たちが, 番号の順に横に 4 人ずつ, 図3のように並び直した。

縦の列を左から a 列, b 列, c 列, d 列とすると, c 列に並んだ, $\boxed{m}$ の番号札を持っている人は, 前から何番目であるか。 m を用いて表しなさい。

(静岡県 2010 年度)

前

a 列	b 列	c 列	d 列
$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$
$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	$\boxed{8}$
$\boxed{9}$	$\boxed{10}$	$\boxed{11}$	$\boxed{12}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

解答欄

解答

$$\frac{m+1}{4}$$

解説

m 番の札を持っている人が c 列なので

$m+1$ の番号札を持っている人はとなりの d 列にいる。

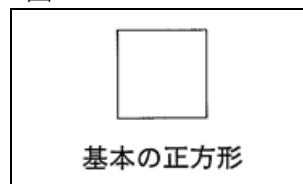
d 列の人は前から $(m+1) \div 4 = \frac{m+1}{4}$ 番目 にいるので

m 番の人も前から $\frac{m+1}{4}$ 番目にいる。

【問 10】

図1の図形は1辺の長さが1 cm の正方形であり、この正方形を基本の正方形とよぶことにする。次の図2のように、基本の正方形 1 個を 1 番目の正方形、基本の正方形 4 個をすき間なく並べた1辺の長さが2 cm の正方形を2番目の正方形、基本の正方形 9 個をすき間なく並べた1辺の長さが3 cm の正方形を3番目の正方形とする。このような規則で4番目の正方形、5番目の正方形、…をつくる。

図1



次に、下の図3のように、図2の1番目の正方形、2番目の正方形、3番目の正方形のすべての基本の正方形について、対角線の交点の位置に白石を1個、各頂点の位置に黒石を1個ずつ置く。1番目の正方形には白石を1個、黒石を4個、2番目の正方形には白石を4個、黒石を9個、3番目の正方形には白石を9個、黒石を16個置く。同じように4番目の正方形、5番目の正方形、…に白石と黒石を置く。

図2

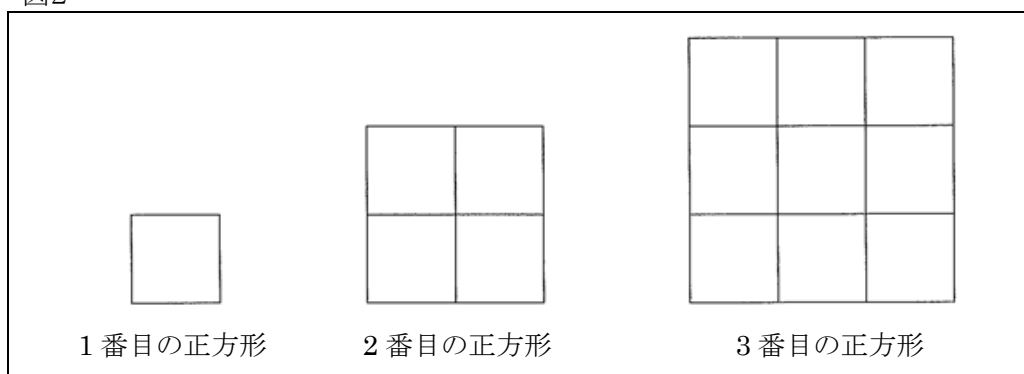
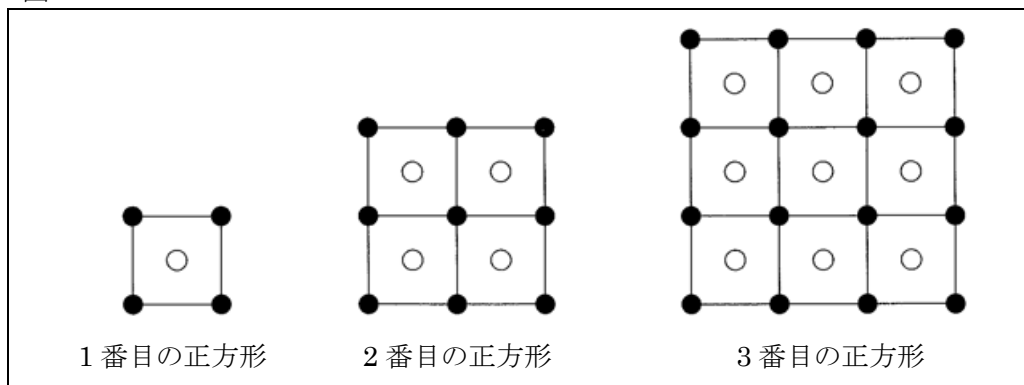


図3



このとき、下の問1・問2に答えよ。

(京都府 2010 年度)

問1 4番目の正方形に置く白石の個数と黒石の個数の和を求めよ。また、10番目の正方形に置く白石の個数と黒石の個数の和を求めよ。

問2 n 番目の正方形に置く白石の個数と黒石の個数を、それぞれ n を用いて表せ。また、 n 番目の正方形に置く白石の個数と黒石の個数の和が 925 個となるとき、 n の値を求めよ。

解答欄

問1	4 番目の正方形	個	10 番目の正方形	個
問2	白石	個	黒石	個
	$n =$			

解答

問1

4 番目の正方形 41 個

10 番目の正方形 221 個

問2

白石 n^2 個

黒石 $(n+1)^2$ 個

$n=21$

解説

問2

n 番目の図形に置く白石の個数は基本の正方形の数と一致する。

n 番目では n^2 個と表せる。

また黒石は 1 列に $(n+1)$ 個, $(n+1)$ 列並んでいるので

その個数は $(n+1)^2$ 個と表せる。

その和が 925 個より

$$n^2 + (n+1)^2 = 925$$

$$n^2 + n^2 + 2n + 1 = 925$$

$$2n^2 + 2n - 924 = 0$$

$$n^2 + n - 462 = 0$$

$$(n+22)(n-21) = 0$$

$$n = -22, 21$$

$n > 0$ より

$$n = 21$$

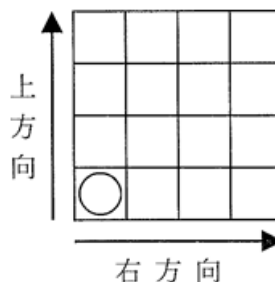
【問 11】

ます目が書いてあるボード上で、次の規則にしたがって、円形のコマを進める遊びを考えた。

＜規則＞

- ① 最初に、図1のようにボード上の左下のます目にコマをおく。
- ② さいころを1回振って出た目の数が奇数ならば上方向に、偶数ならば右方向に出た目の数だけコマを進める。ただし、コマがます目の端まで進めば、それまでとは反対方向にコマを進めることにする。
- ③ 続けて2回目のさいころを振るとき、コマが1回目に進んだ位置から②の規則にしたがってコマを進めることにする。

図1

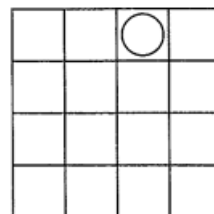


例えば、図2は4×4のます目のボードを表しており、○印はさいころを2回振って、3, 4の順に目が出たときのコマの進んだ位置を示している。

次の問いに答えなさい。ただし、さいころを2回振ったとき、コマが2回目に進んだ位置をコマが止まるます目とする。

(兵庫県 2010 年度)

図2

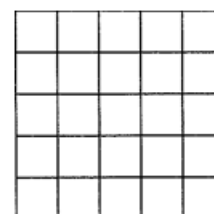


問1 さいころを2回振って、4, 5の順に目が出た。解答欄の4×4のます目の中で、コマが止まるます目に○印を記入しなさい。

問2 さいころを2回振って、4×4のます目のボード上でコマを進めたとき、コマが止まるます目は全部で何個あるか、求めなさい。

問3 次に、図3のように、5×5のます目のボード上で、規則にしたがってさいころを2回振ってコマを進めた。このとき、コマが止まるます目は全部で何個あるか、求めなさい。

図3

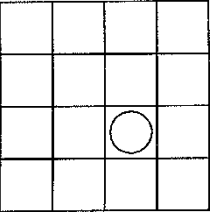


解答欄

問1	
問2	個
問3	個

解答

問1



問2 7 個

問3 9 個

解説

問2

左端の列の 4 つ

左から 3 列目の下 2 つと

一番上 1 つの計 7 個

問3

左端の列は一番下, 真ん中, 一番上の 3 つ

左から 3, 5 列目はそれぞれ一番下

下から 2 番目

下から 4 番目の 3 つ

計 9 個。

【問 12】

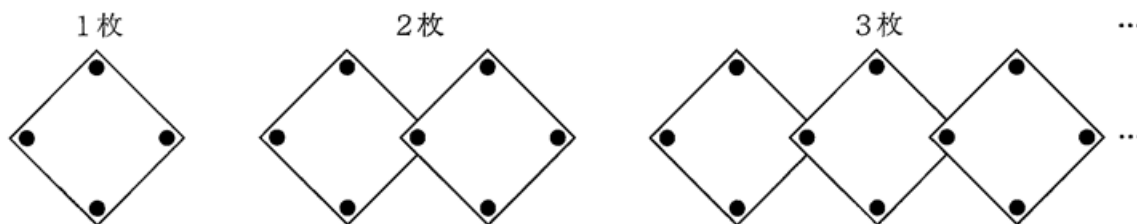
図1は、正方形の紙に漢字一字をかいた生徒の作品を、クラス
 掲示板上にはったものである。これを見て、美紀さん、紀子さん、和
 夫さんの 3 人は、正方形の紙の枚数とそれをとめている画びょう
 の個数との関係について、何かきまりはないか、考えることにし
 た。

図1



図2は、正方形の紙を、1 枚、2 枚、3 枚、…と、その一部が重
 なるように画びょうで規則正しくとめたものである。

図2



下の問1、問2に答えなさい。ただし、それぞれの図中の●は、画びょうを表している。

(和歌山県 2010 年度)

問1 下の表は、このように規則正しくとめたときの紙の枚数と画びょうの個数についてまとめたものである。

正方形の紙の枚数 (枚)	1	2	3	4	5	...	イ	...	☆	★	...
画びょうの個数 (個)	4	7	10	13	ア	...	34	...	a	b	...

表中の☆, ★は、連続する 2つの数を表している。

下の(1), (2)に答えなさい。

(1) 上の表中の ア , イ にあてはまる数をかきなさい。

(2) 上の表中の a , b の関係を等式で表しなさい。

問2 美紀さん、紀子さん、和夫さんの3人は、正方形の紙が n 枚の場合に必要な画びょうの個数について考えた。

次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 美紀さんは、下のような方法で考えた。

美紀さんの考え方をまとめた文中の ウ ～ オ にあてはまる n の式をかきなさい。

<美紀さん>

図3

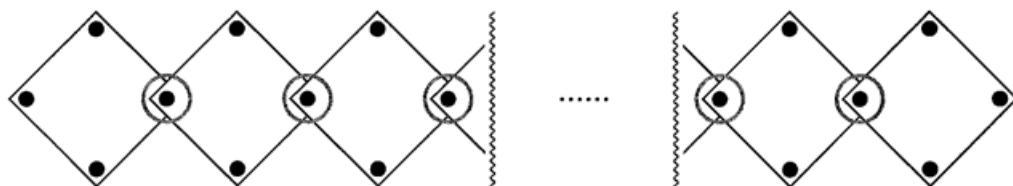


図3のように、重なっている部分に注目して考える。

n 枚の紙では、重なっている部分が ウ か所ある。

紙を重ねないで、1枚ずつ4か所を画びょうでとめるとすると、 n 枚の紙では、エ 個の画びょうが必要となる。しかし、図3の ウ か所の重なっている部分では、それぞれ1個の画びょうでよいから、画びょうは全部で オ 個必要となる。

(2) 紀子さんと和夫さんは、美紀さんとは別の方法で、画びょうの個数を求めた。下の方法は、紀子さん、和夫さん、それぞれの考え方をまとめたものである。紀子さんや和夫さんは、それぞれどのような考え方で画びょうの個数を求めたか、2人のうちから、どちらか1人を選び、その考え方の続きを解答欄の にかき、完成させなさい。

<紀子さん>

図4

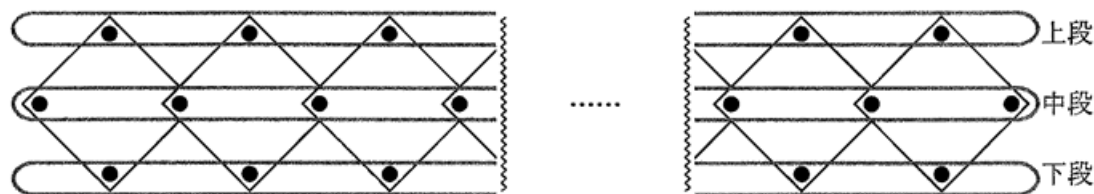


図4のように、とめた画びょうを上段、中段、下段にまとめて考える。

<和夫さん>

図5

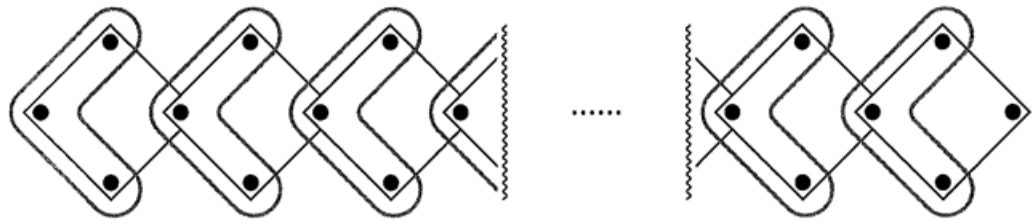


図5のように、とめた画びょうを3個ずつまとめて考える。

--

解答欄

問1	(1)	ア	
		イ	
	(2)		
問2	(1)	ウ	
		エ	
		オ	
	(2)	選んだ人 () さん	

解答

問1

(1)

ア 16

イ 11

(2) $b=a+3$

問2

(1)

ウ $n-1$

エ $4n$

オ $3n+1$

(2)

紀子さん

上段と下段にはそれぞれ n 個

中段には $(n+1)$ 個の画びょうがあるから

画びょうは全部で $(3n+1)$ 個必要となる。

和夫さん

3 個ずつの画びょうのまとまりが n 個と画びょうが 1 個あるから

画びょうは全部で $(3n+1)$ 個必要となる。

解説

問1

(1)

紙が 1 枚増えると画びょうは 3 個増えるから

ア $=13+3=16$ $(34-16) \div 3=6$

よってイ $=5+6=11$

問2

(2)

紀子さん

画びょうの数は上段と下段はそれぞれ n 個

中段は $(n+1)$ 個だから

全部で $2n+(n+1)=3n+1$ 個

和夫さん

画びょうの数は 3 個のまとまりが n 組と 1 個あるから

全部で $3n+1$ 個

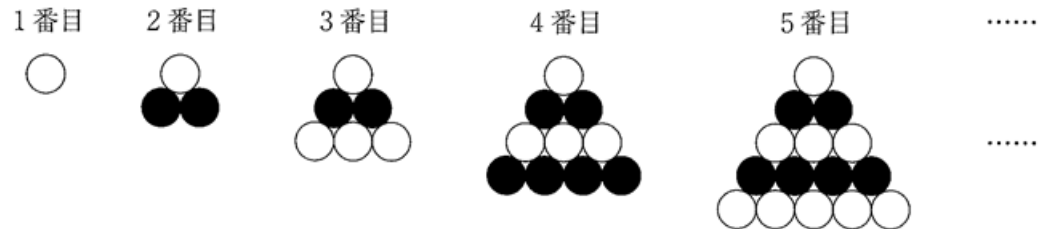
【問 13】

図2のように、同じ大きさの白と黒の石を、一定の規則にしたがい、段を分けながら並べて、三角形の図形をつくっていく。1 番目、2 番目、3 番目、4 番目、5 番目、……の図形をつくる時に使う石の数は、下の表のとおりである。

下の(1)～(3)に答えなさい。

(島根県 2010 年度)

図2



表

	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	…
白石の個数	1	1	4	4	9	…
黒石の個数	0	2	2	6	6	…
石の総数	1	3	6	10	15	…

(1) 7 番目の図形をつくるのに使う石の総数を求めなさい。

(2) 表の黒石の個数をはじめて 90 となるのは何番目の図形か、求めなさい。

(3) 101 番目の図形をつくるのに使う白石の個数を求めなさい。

解答欄

(1)	個
(2)	番目
(3)	個

解答

(1) 28 個

(2) 18 番目

(3) 2601 個

解説

(2)

黒石は偶数番目で増える。

偶数番目の石を上下にひっくり返したものをもとの図にあわせて

n 個の石が $n+1$ 列 並ぶように平行四辺形状に並べる。

石の総数は $\frac{n(n+1)}{2}$ 個

黒石は $\left(\frac{n^2}{2} + n\right) \div 2 = \frac{n^2}{4} + \frac{n}{2}$ 個と表せるので

$$\frac{n^2}{4} + \frac{n}{2} = 90 \text{ より}$$

$$n^2 + 2n - 360 = 0$$

$$(n+20)(n-18) = 0$$

$n > 0$ より

$$n = 18$$

よって 18 番目

(3)

101 番目は奇数なので 101 番目の図形を逆さにしたものを 101 番目の図形に加えて

102 個の石が 101 列並ぶように平行四辺形状に並べる。

白石の数は $(100 \times 102 \div 2 + 102) \div 2 = 2601$ 個

【問 14】

春子さんは、地域のバザーで台（写真1）を買い、これがどのように作られているか調べたところ、牛乳パックから正三角柱（写真2）を作り、これをすきまなくはり合わせて正六角柱（写真3）にしていることがわかった。

写真1



写真2



写真3



春子さんは、もっと大きな台を作るには何個の牛乳パックが必要か求めるために、次のように考えた。春子さんの考えにしたがって、問1、問2の に適当な数または式を書き入れなさい。

（岡山県 2010 年度）

図1は写真2の正三角柱の底面の模式図で、この正三角形をAとする。

図2の(I), (II), (III)は、このAをすきまなく重なることのないよう組み合わせ、正六角形にしたものである。このようにしてできる正六角形の大きさを、その1辺に並ぶAの個数を使って表す。例えば(I)は大きさ1、(II)は大きさ2、(III)は大きさ3となる。

まず、大きさ2の正六角形について考える。図3のように、この正六角形を3組の合同なひし形に分ける。その1組について、Aを向きによって黒色と白色に塗り分けると、

黒色のAは $2 \times 2 = 4$ (個) あり、

白色のAは $2 \times 2 = 4$ (個) あるので、

1組のひし形では、Aが $4 \times 2 = 8$ (個) あることが分かる。

ひし形は3組あるので、大きさ2の正六角形では、Aが全部で $8 \times 3 = 24$ (個) 組み合わされていることが分かる。

同じようにして考えると大きさ3の正六角形では、Aが全部で 54 個組み合わされていることが分かる。

図1



図2

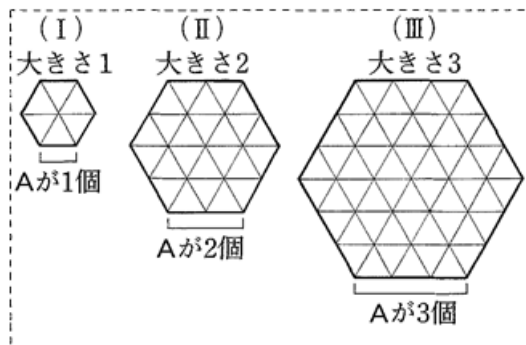
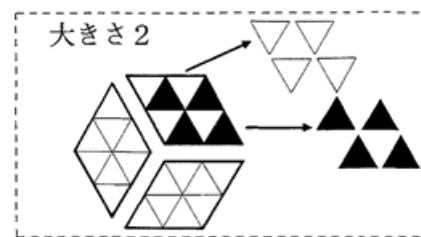


図3



問1 大きさ4の正六角形を3組の合同なひし形に分ける。その1組のひし形ではAが (ア) 個あり、大きさ4の正六角形では、Aが全部で (イ) 個組み合わされている。

問2 n を自然数とする。大きさ n の正六角形では、組み合わされているAの個数を、 n を使って表すと、全部で
個である。

解答欄

問1	(ア)	個
	(イ)	個
問2	個	

解答

問1

(ア) 32 個

(イ) 96 個

問2 $6n^2$ 個

解説

問1

大きさ 4 の正六角形を 3 組の合同なひし形に分けたとき

A はその 1 組のひし形に黒が $4 \times 4 = 16$ 個、白が $4 \times 4 = 16$ 個あるので
あわせて 32 個ある。

ひし形は 3 つあるので A は正六角形には $32 \times 3 = 96$ 個ある。

問2

大きさ n の正六角形を 3 組の合同なひし形に分けたとき

A はその 1 組のひし形に黒が n^2 個、白が n^2 個で

合わせて $2n^2$ 個ある。

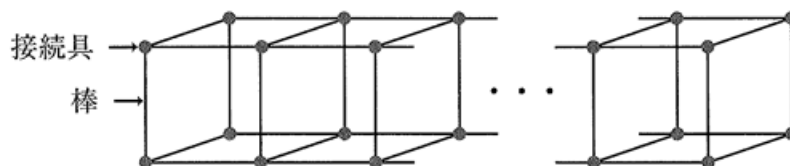
よって正六角形には $2n^2 \times 3 = 6n^2$ 個ある。

【問 15】

図1のように、同じ長さの棒を接続具で固定しながら立方体をつなげた模型を作っていく。立方体を n 個つなげるのに必要な棒の本数を、 n を使って表しなさい。

(徳島県 2010 年度)

図1



解答欄

() 本

解答

$8n+4$ 本

解説

つなげる立方体の数が1つ増えると棒は8本ずつ増えている。

棒の数は12, $12+8$, $12+8+8\cdots$ と変化していく。

これは $4+8$, $4+8+8$, $4+8+8+8\cdots$ と考えることができるので

立方体が n 個つながった立体に必要な棒の数は $4+8n$ 本

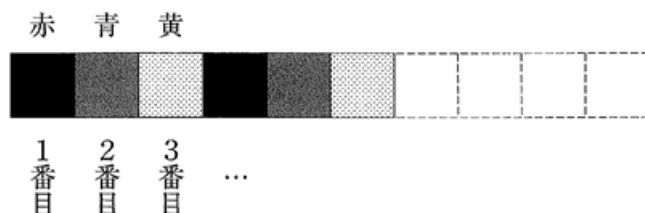
【問 16】

赤色、青色、黄色の正方形のタイル  ,  ,  を並べるとき、次の問1、問2に答えなさい。

(佐賀県 2010 年度 前期)

問1 このタイルをそれぞれ何枚か使って、図1のように、赤色、青色、黄色の順に並べていく。

図1



このとき、下の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) タイルの総数が 25 枚のとき、赤色、青色、黄色のタイルの枚数を、それぞれ求めなさい。

(2) タイルの総数が 50 枚のとき、次の①、②の問いに答えなさい。

① 左から 50 番目のタイルの色は、何色か。

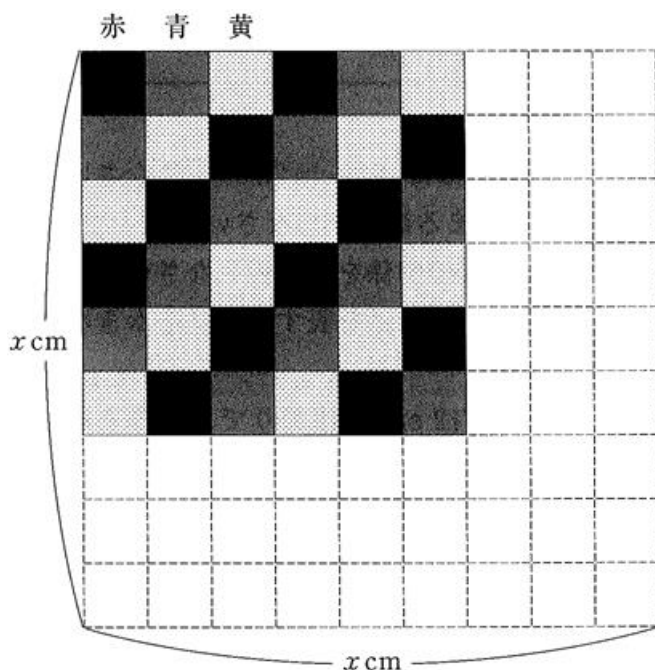
② 赤色、青色、黄色のタイルのうち、最も少ないものの枚数を求めなさい。

問2 赤色、青色、黄色の正方形のタイルの1辺の長さを1 cm とする。この3色のタイルを次の【規則】に従って、図2のような1辺が x cm の正方形の中に並べていく。ただし、 x は3以上の正の整数とする。

【規則】

- [1] 左上に赤色のタイルを置く。
- [2] 赤色のタイルの右と下に青色のタイルを並べる。
- [3] 青色のタイルの右と下に黄色のタイルを並べる。
- [4] 黄色のタイルの右と下に赤色のタイルを並べる。
- [5] 1辺が x cm の正方形がしきつめられるまで、[2]～[4]を繰り返す。

図2



このとき、下の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) $x=9$ のとき、赤色、青色、黄色のタイルの枚数をそれぞれ求めなさい。

(2) n を正の整数とする。次の①、②の問いに答えなさい。

① $x=3n$ のとき、青色のタイルの枚数を n を使った式で表しなさい。

② $x=3n+1$ のとき、①のときと比べて青色のタイルは何枚増えるか。 n を使った式で表しなさい。

(3) $x=31$ のとき、赤色のタイルの枚数を求めなさい。

解答欄

問1	(1)	赤色 枚		青色 枚		黄色 枚	
	(2)	①					
		②	枚				
問2	(1)	赤色 枚		青色 枚		黄色 枚	
	(2)	①					
		②					
		(3)	枚				

解答

問1

(1)

赤色 9 枚

青色 8 枚

黄色 8 枚

(2)

① 青色

② 16 枚

問2

(1)

赤色 27 枚

青色 27 枚

黄色 27 枚

(2)

① $3n^2$

② $2n$

(3) 321 枚

解説

問1

(2)

①

$$50 \div 3 = 16 \cdots 2$$

余りが 2 なので 2 番目の色と同じになるので青色。

②

赤が $16 + 1 = 17$ 枚, 青が $16 + 1 = 17$ 枚, 黄色が最も少なく 16 枚

問2

(1)

$x = 9$ のときタイルの数は $9 \times 9 = 81$ 枚

3 色のタイルはそれぞれ $81 \div 3 = 27$ 枚ずつ

(2)

①

$x = 3n$ のときどのタイルの数も同じになるから

青色のタイルは $3n \times 3n \div 3 = 3n^2$ 枚

②

$x = 3n + 1$ のとき $x = 3n$ のときより

赤のみ $x = 3n$ の正方形の右下に 1 枚多く並ぶから

その数は $n + n + 1 = 2n + 1$ 枚

青と黄は $n + n = 2n$ 枚増える。

(3)

$x = 30$ のとき赤の枚数は $30 \times 30 \div 3 = 300$ 枚

赤の枚数は $x = 31 = 3 \times 10 + 1$ のとき

$x = 30$ のときに比べて $2 \times (30 \div 3) + 1 = 21$ 枚増えるから

全部で $300 + 21 = 321$ 枚

【問 17】

図のような模様 (斜線部分) を, 次の のようにして順につくっていく。

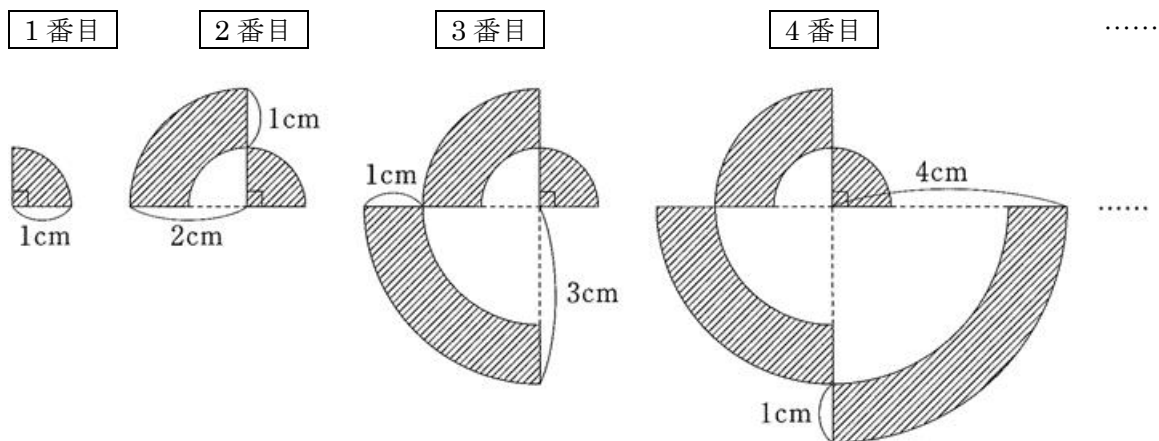
1 番目 … 半径 1 cm, 中心角 90° のおうぎ形の模様。

2 番目 … 半径 2 cm, 中心角 90° のおうぎ形から, 半径 1 cm, 中心角 90° のおうぎ形を取り除いてできる図形と 1 番目の図形を並べた模様。

3 番目 … 半径 3 cm, 中心角 90° のおうぎ形から, 半径 2 cm, 中心角 90° のおうぎ形を取り除いてできる図形と 2 番目の図形を並べた模様。

⋮

n 番目 … 半径 n cm, 中心角 90° のおうぎ形から, 半径 $(n-1)$ cm, 中心角 90° のおうぎ形を取り除いてできる図形と $(n-1)$ 番目の図形を並べた模様。



このとき, あとの(1), (2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 2010 年度 後期)

(1) 3 番目の模様の面積を求めなさい。

(2) n 番目と $(n+1)$ 番目の模様の面積の差が, 5 番目の模様の面積に等しいとき, n の値を求めなさい。

解答欄

(1)	cm ²
(2)	

解答

$$(1) \frac{9}{4} \pi \text{ m}^2$$

$$(2) 12$$

解説

(2)

$$n \text{ 番目の模様の面積は } \frac{1}{4} \times \pi \times n^2 = \frac{n^2 \pi}{4} \text{ cm}^2$$

$$n+1 \text{ 番目の模様の面積は } \frac{1}{4} \times \pi \times (n+1)^2 = \frac{(n+1)^2 \pi}{4} \text{ cm}^2 \text{ と表せる。}$$

この 2 つの面積の差が 5 番目の模様の面積と等しいので

$$\frac{(n+1)^2 \pi}{4} - \frac{n^2 \pi}{4} = \frac{5^2 \pi}{4}$$

両辺を $\frac{\pi}{4}$ でわって

$$(n+1)^2 - n^2 = 5^2$$

$$2n+1=25$$

$$2n=24$$

$$n=12$$

【問 18】

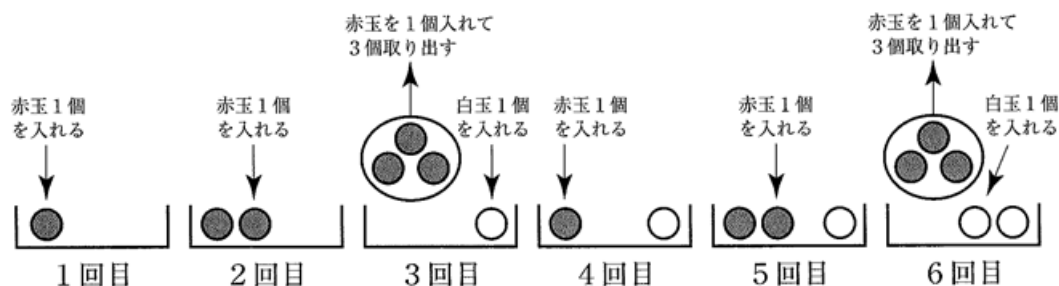
AさんとBさんがそれぞれ空の箱を1個ずつ準備し、2人でじゃんけんをしながら次のルールにしたがってゲームを行う。

ルール

n は2以上の自然数とする。

- ① 1回のじゃんけんにつき、勝った方の箱に赤玉を1個入れ、負けた方の箱には玉を入れない。また、あいこのときは、どちらの箱にも玉を入れない。
- ② 箱の中の赤玉が n 個になったら、すべての赤玉を箱の中から取り出し、かわりに白玉1個を箱に入れる。
- ③ 箱の中の白玉が n 個になったら、すべての白玉を箱の中から取り出し、かわりに青玉1個を箱に入れる。
- ④ Aさん、Bさんのいずれかの箱の中の青玉が n 個になったらゲームを終了する。

下の図は、 $n=3$ のとき、Aさんがじゃんけんに6回勝った場合の、Aさんの箱への玉の出し入れを、勝った各回ごとに示したものである。



このとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2010 年度)

問1 $n=3$ のとき、Aさんが勝った回数とAさんの箱の中にある赤玉、白玉、青玉のそれぞれの個数を表にすると次のようになる。(ア)～(エ)にあてはまる数を答えよ。

Aさんが勝った回数(回)	1	2	3	4	5	6	...	(ア)	...	14	...
赤玉の個数(個)	1	2	0	1	2	0	...	0	...	(イ)	...
白玉の個数(個)	0	0	1	1	1	2	...	0	...	(ウ)	...
青玉の個数(個)	0	0	0	0	0	0	...	1	...	(エ)	...

問2 $n=3$ のとき、ゲームの途中で、Aさんの箱の中には、赤玉1個、白玉2個、青玉1個が入っており、BさんはAさんより10回多くじゃんけんに勝っていた。

このとき、次の(1)、(2)に答えよ。

(1) Aさんがじゃんけんにも勝った回数は何回か。

(2) Bさんの箱の中に入っている赤玉、白玉、青玉はそれぞれ何個か。

問3 $n=4$ のとき、ゲームの途中で、Aさんの箱の中には、赤玉 3 個、白玉 2 個、青玉 1 個、Bさんの箱の中には、赤玉 0 個、白玉 0 個、青玉 2 個が入っていた。このとき、BさんはAさんより何回多くじゃんけんに勝っていたか。

問4 n は 5 以上の自然数とする。ゲームの途中で、Aさんの箱の中には、赤玉 4 個、白玉 2 個、青玉 2 個、Bさんの箱の中には、赤玉 2 個、白玉 4 個、青玉 1 個が入っていた。また、あいこの回数は $6n$ 回であった。ここまでのじゃんけんの回数を n の式で表せ。

解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	
	(ウ)	
	(エ)	
問2	(1)	回
	(2)	赤玉 個, 白玉 個, 青玉 個
問3	回	
問4	回	

解答

問1

(ア) 9

(イ) 2

(ウ) 1

(エ) 1

問2

(1) 16回

(2) 〔赤玉〕2個, 〔白玉〕2個, 〔青玉〕2個

問3 5回

問4 $3n^2+12n+6$ 回

解説

問4

白玉 1 個は n 回

青玉 1 個は $n \times n = n^2$ 回

勝ったことを表すから

A さんの勝った回数は

$4+2n+2n^2$ 回

B さんの勝った回数は

$2+4n+n^2$ 回

と表せる。

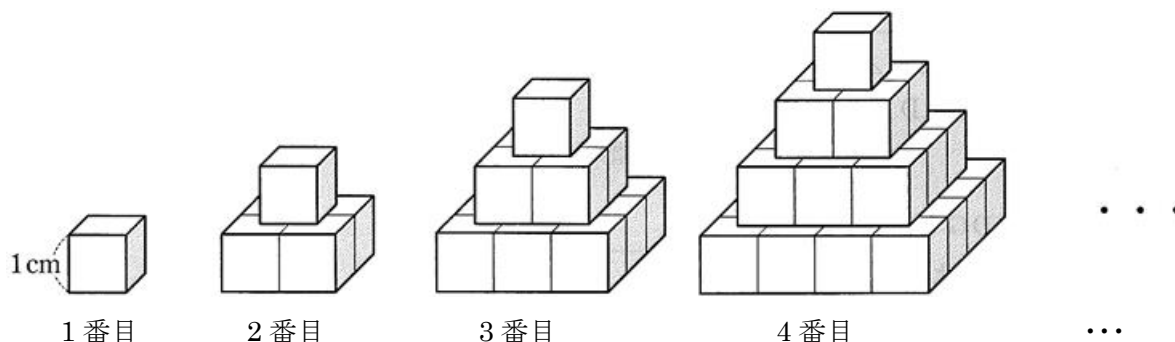
あいこが $6n$ 回なので

じゃんけんの回数は

$(4+2n+2n^2)+(2+4n+n^2)+6n=3n^2+12n+6$ 回

【問 19】

下の図のように、1 辺が 1 cm の立方体の積み木を規則正しく積み重ねて、互いに接着させ、1 番目、2 番目、3 番目、4 番目、・・・と、底面が正方形の立体を作っていく。



次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(大分県 2010 年度)

(1) 5 番目の立体の体積を求めなさい。

(2) n 番目の立体の表面積を n を使って表しなさい。

解答欄

(1)	cm^3
(2)	cm^2

解答

(1) 55cm^3

(2) $4n^2 + 2n \text{ cm}^2$

解説

(2)

n 番目の立体の側面から見た正方形の面積は $1 + 2 + 3 + \cdots + n \text{ cm}^2$

となりの正方形を逆さに並べると $n + (n-1) + (n-2) + \cdots + 1 \text{ cm}^2$

各項を順に加えると $(n+1) + (n+1) + (n+1) + \cdots + (n+1) = (n+1) \times n \text{ cm}^2$

よって表面積は $2(n+1) \times n + 2n^2 = 4n^2 + 2n \text{ cm}^2$

【問 20】

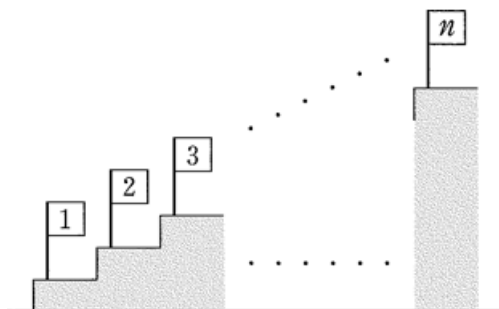
図1のように、1 から n までのすべての自然数が 1 つずつ書かれた n 本の旗が、階段の各段に 1 本ずつ立ててある。これらの旗を順に、1 の旗、2 の旗、3 の旗、 $\dots$ 、 n の旗と呼ぶことにする。

春子は、次のルールですべての旗を、どこか 1 つの段に集めるとき、階段をのぼり降りする段数の合計について調べた。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(熊本県 2010 年度)

図1



〈ルール〉

- ・1 の旗が立っている段をスタート地点とする。
- ・書かれた数が小さい旗から順に 1 本ずつ運ぶ。

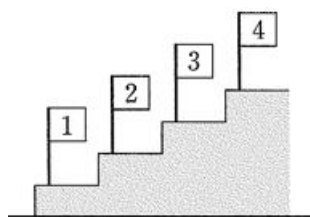
ただし、階段は、1 段ずつのぼり、1 段ずつ降りる。また、旗は、運ぶ旗が立っている段まで行って集めるものとする。

例えば、 $n=4$ のとき、図2のように、すべての旗を 2 の旗が立っている段に集めるには、まず、1 の旗を運ぶために 1 段のぼり。次に、3 の旗を運ぶために 1 段のぼり、1 段降りる。最後に、4 の旗を運ぶために 2 段のぼり、2 段降りる。

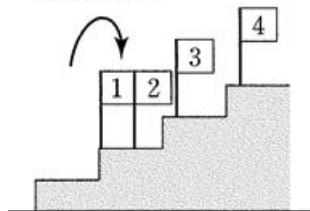
したがって、のぼり降りする段数の合計は、 $1 + (1 + 1) + (2 + 2) = 7$ (段) である。

問1 $n=4$ とする。4 の旗が立っている段にすべての旗を集めるとき、のぼり降りする段数の合計を求めなさい。

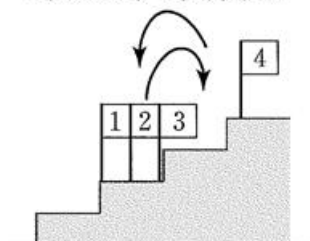
図2



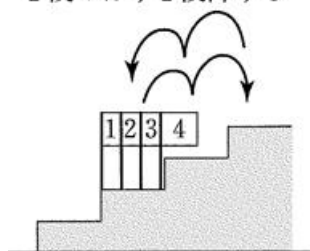
1 段のぼり



1 段のぼり 1 段降りる



2 段のぼり 2 段降りる



問2 n の旗が立っている段にすべての旗を集めることにした春子は、4 の旗をちょうど運び終わったところで、 n の旗が立っている段にいる。ここまで、春子がのぼり降りした段数の合計を n を使った式で表しなさい。ただし、 $n > 4$ とする。

問3 春子が 5 の旗が立っている段にすべての旗を集めたとき、のぼり降りした段数の合計は 72 段であった。このとき、 n の値を求めなさい。

解答欄

問1	段
問2	段
問3	$n=$

解答

問1 9 段

問2 $(7n-19)$ 段

問3 $n=12$

解説

問2

$$(n-1)+2(n-2)+2(n-3)+2(n-4)=7n-19 \text{ 段}$$

問3

1～4 の旗を 5 の旗に持つていくのに $(5-1)+2(5-2)+2(5-3)+2(5-4)=16$ 段動く。

6～ n の旗を 5 に持つていくのに

$$2(6-5)+2(7-5)+\cdots+2(n-5)=2\{1+2+3+\cdots+(n-5)\} \text{ 段動き}$$

その段数は $72-16=56$ 段である。

$$2\{1+2+3+\cdots+(n-5)\}=56$$

ここで

$$2\{1+2+3+\cdots+(n-5)\}$$

$$=\{1+2+3+\cdots+(n-5)\}+\{(n-5)+(n-6)+(n-7)+\cdots+1\}$$

$$=\{(1+n-5)+(2+n-6)+(3+n-7)+\cdots+(n-5+1)\}$$

$$=(n-5)(n-4)$$

$$\text{よつて } (n-5)(n-4)=56$$

$$n^2-9n-36=0$$

$$(n-12)(n+3)=0$$

$n>0$ より

$$n=12$$

【問 21】

1 から順に自然数を 1 つずつ書いた同じ大きさの長方形のタイルが 130 枚ある。これらのタイルは、下の図1のように数の小さい方から順に、上から 1 段目に 7 枚、2 段目に 6 枚、3 段目に 7 枚、4 段目に 6 枚、…と、奇数段目に 7 枚、偶数段目に 6 枚となるように規則的にすき間なく並べてある。

このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(鹿児島県 2010 年度)

図1

1 段目	1	2	3	4	5	6	7
2 段目		8	9	10	11	12	13
3 段目	14	15	16	17	18	19	20
4 段目		21	22	23	24	25	26
5 段目	27	28	29	30	...		
⋮							
⋮							

問1 7 段目の左端のタイルに書かれた自然数は何か。

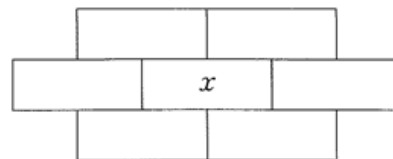
問2 100 が書かれたタイルは何段目の左から何枚目か。

問3 n が奇数のとき、 n 段目の右端のタイルに書かれた自然数は何か。 n を用いて表せ。

問4 図1の中の  で示したような、中央にある 1 枚とそれを囲んで

図2

いる 6 枚の計 7 枚のタイルについて考える。図2のように、中央にあるタイルに書かれた自然数を x とするとき、7 枚のタイルに書かれた自然数の和が、ある自然数の 2 乗になるような x の値をすべて求めよ。



解答欄

問1	
問2	段目の左から 枚目
問3	
問4	

解答

問1 40

問2 16 段目の左から 2 枚目

問3 $\frac{13n+1}{2}$

問4 28, 63

解説

問1

タイルは 2 段ごとに 13 枚ずつ並べている。

6 段目の右端の数は $6 \div 2 = 3$ より $13 \times 3 = 39$

よって 7 段目の左端の数は 40

問2

$100 \div 13 = 7 \cdots 9$

$9 - 7 = 2$

よって 100 は $2 \times 7 + 2 = 16$ 段目の左から 2 枚目

問3

n が奇数のとき $(n-1)$ 段目の右端の数は $13 \times (n-1) \div 2 = \frac{13(n-1)}{2}$

よって n 段目の右端に書かれた数は $\frac{13(n-1)}{2} + 7 = \frac{13n+1}{2}$

問4

真ん中の数が x のとき

7 つの数は小さい順に $x-7, x-6, x-1, x, x+1, x+6, x+7$ と表せる。

この和を求めると $7x$ である。

$7x$ が自然数の 2 乗になるとき

$9 \leq x \leq 123$ だから

$x = 7 \times 2^2, 7 \times 3^2, 7 \times 4^2 = 28, 63, 112$ 13 で割って

余りが 1, 7, 8 または割り切れる数は端にあるので適さない。

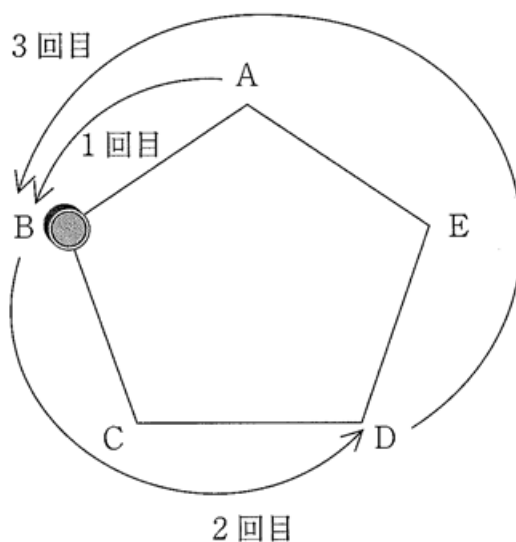
$112 \div 13 = 13 \cdots 8$ より 112 は右端にくるので適さない。

よって 28, 63

【問 22】

下の図のように、コインが五角形 $ABCDE$ の边上を左周りに移動する。1 回目は点 A から 1 つだけ移動し点 B で止まる。2 回目は点 B から 2 つだけ移動し点 D で止まる。3 回目は点 D から 3 つだけ移動し点 B で止まる。以下同じように n 回目は止まった点から n だけ移動する。このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2010 年度)



問1 7 回目にコインが止まる点を答えなさい。

問2 15 回目の移動を終えたときまでに、コインが点 B に止まった回数を答えなさい。

問3 2010 回目の移動を終えたときまでに、コインが点 B に止まった回数を答えなさい。

解答欄

問1	
問2	回
問3	回

解答

問1 D

問2 6回

問3 804回

解説

問1

$1+2+3+4+5+6+7=28$ よりAから28移動する。

$28 \div 5 = 5 \cdots 3$

よって5周してB, C, Dと移動する。

よって止まるのはD

問2

点Bに止まるのは1, 3, 6, 8, 11, 13回目の6回止まる

問3

5回目までにBに1回目と3回目の2回止まる。

5回目にスタート地点のAで止まり

6回目は $5+1$ 進むので

1周して1回目の位置に止まる。

7回目は $5+2$ 進むので

1周して2回目の位置に止まる。

よってBに5回につき2回止まるので

2010回目までに $2010 \div 5 \times 2 = 804$ 回止まる。