

9. 式の証明の問題（2017 年度出題）

【問 1】

次の説明は、「3 でわって 1 余る数と 3 でわって 2 余る数の和は, 3 の倍数になる」ことのわけを述べたものの一部です。

このとき, () に数, 式, ことばを書き, 説明を完成させなさい。

(岩手県 2017 年度)

(説明)

m, n を整数とすると, 3 でわって 1 余る数, 3 でわって 2 余る数は, それぞれ $3m+1, 3n+2$ と表すことができる。

したがって, 3 でわって 1 余る数と 3 でわって 2 余る数の和は, 3 の倍数になる。

解答欄

解答

例

3 でわって 1 余る数と 3 でわって 2 余る数の和は

$$(3m+1)+(3n+2)$$

$$=3m+3n+3$$

$$=3(m+n+1)$$

$m+n+1$ は整数だから, $3(m+n+1)$ は 3 の倍数である。

解説

3 の倍数になることを説明するには $3 \times (\text{整数})$ の形に表されることを示せばよい。

$3m+1, 3n+2$ と表すところを $3m+1, 3m+2$ と表すと

2 数の差が 1 となる場合に限定されるので注意が必要である。

【問 2】

「連続する 3 つの奇数で、最も小さい奇数と最も大きい奇数の和は、中央の奇数の 2 倍になる」ことを、次のように説明した。[説明]が正しくなるように、ア、イには式を、ウには式をつくって計算の過程を書き、完成させなさい。

(秋田県 2017 年度)

[説明]

n を整数として、連続する 3 つの奇数のうち、最も小さい奇数を $2n+1$ と表すとき、連続する 3 つの奇数は小さい順に $2n+1$, ア, イ となる。このうち、最も小さい奇数と最も大きい奇数の和を計算すると、

ウ

したがって、連続する 3 つの奇数で、最も小さい奇数と最も大きい奇数の和は、中央の奇数の 2 倍になる。

解答欄

ア	
イ	
ウ	

解答

ア $2n+3$

イ $2n+5$

ウ

$(2n+1)+(2n+5)$

$=4n+6$

$=2(2n+3)$

解説

連続する奇数は 2 ずつふえるので最も小さい奇数を $2n+1$ とすると

$2n+1+2=2n+3$ (ア), $2n+3+2=2n+5$ (イ)

最も大きい奇数は $2n+5$ だから最も小さい奇数と最も大きい奇数の和は

$(2n+1)+(2n+5)=4n+6$ 共通因数 2 を取り出すと $2(2n+3)$ (ウ)

【問 3】

右の図は、あるクラスの座席を出席番号で表したものである。

この図中の

13	8
14	9

 のような 4 つの整数の組

c	a
d	b

 について考える。

このとき、 $bc - ad$ の値はつねに 5 になることを、 a を用いて証明しなさい。

(栃木県 2017 年度)

教卓					
26	21	16	11	6	1
27	22	17	12	7	2
28	23	18	13	8	3
29	24	19	14	9	4
30	25	20	15	10	5

解答欄

〔証明〕

解答

〔証明〕

$b = a + 1$, $c = a + 5$, $d = a + 6$ と表される。

よって $bc - ad = (a + 1)(a + 5) - a(a + 6)$

$= a^2 + 6a + 5 - a^2 - 6a$

$= 5$

したがって $bc - ad$ の値はつねに 5 になる。

解説

a を用いて証明するために b , c , d をそれぞれ a の式で表す。

b は a より 1 大きい。

c は a より 5 大きく d は c より 1 大きいから

$b = a + 1$, $c = a + 5$, $d = c + 1 = (a + 5) + 1 = a + 6$ と表せ

これらを $bc - ad$ に代入する。

$bc - ad = (a + 1)(a + 5) - a(a + 6) = a^2 + 6a + 5 - a^2 - 6a = 5$

したがって $bc - ad$ の値はつねに 5 になる。

【問 4】

次は、先生と A さんの会話です。これを読んで、下の(1), (2)に答えなさい。

(埼玉県 2017 年度)

先 生「右の図のように、11 から 50 までの自然数を並べます。この中で、11 と 13 のように、『差が 2 である 2 つの素数』の組は全部で 4 組あります。残りの 3 組をすべて答えてください。」

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

A さん「 です。」

先 生「そのとおりです。では、『差が 2 である 2 つの素数』の間にある自然数は、何の倍数ですか。」

A さん「6 の倍数だと思います。」

先 生「そうですね。その理由を考えてみましょう。」

(1) にあてはまる、『差が 2 である 2 つの素数』の組を書きなさい。

(2) 11 以上の自然数について、『差が 2 である 2 つの素数』の間にある自然数は 6 の倍数です。その理由を説明しなさい。

解答欄

(1)	と	と	と
(2)	〔説明〕		

解答

(1)

17と19

29と31

41と43

(2)

〔説明〕

『差が2である2つの素数』はともに奇数だから

その間の数は2の倍数である。

また連続する3つの自然数の中には必ず3の倍数が1つあり

『差が2である2つの素数』はともに3の倍数ではないので

その間の数が3の倍数である。

したがって2の倍数かつ3の倍数だから6の倍数である。

解説

(1)

11から50までの自然数で素数は11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47である。

(2)

連続する3つの自然数は必ず3の倍数より1小さい数(3でわると2余る数)

3の倍数(3でわり切れる数), 3の倍数より1大きい数(3でわると1余る数)

の組み合わせになる。

素数は1とその数自身のほかに約数がない自然数であるから

11以上の素数は3の倍数ではない。

つまり『差が2である2つの素数』のうち

小さい方は3の倍数より1小さい数

大きい方は3の倍数より1大きい数となるから

『差が2である2つの素数』の間にある自然数は3の倍数である。

また素数は奇数になるのでその間にある数は偶数になる。

したがって3の倍数であり偶数でもある数は6の倍数になることがわかる。

【問 5】

次は、先生、Aさん、Bさんの会話です。これを読んで、下の(1)、(2)に答えなさい。

(埼玉県 2017 年度)

先 生「右の図のように、11から50までの自然数を並べます。この中で、11 と 13 のように、『差が2である2つの素数』の組は全部で4組あります。残りの3組をすべて答えてください。」

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

Aさん「です。」

先 生「そのとおりです。では、『差が2である2つの素数』の間にある自然数は、何の倍数ですか。」

Aさん「2の倍数だと思います。理由は、『差が2である2つの素数』はともに奇数だから、その間の数は必ず偶数になるからです。」

先 生「そうですね。その説明は、51以上の自然数でも成り立ちますね。」

Bさん「先生、私は3の倍数でもあると思います。」

Aさん「どうして、3の倍数なのですか。」

Bさん「11以上の自然数について、次のように説明できます。」

(説明)

イ

先 生「二人ともよく考えましたね。11以上の自然数について、『差が2である2つの素数』の間にある自然数は、2の倍数でもあり、3の倍数でもあるので、6の倍数でもあります。」

(1) にあてはまる、『差が2である2つの素数』の組を書きなさい。

(2) にあてはまる、『差が2である2つの素数』の間にある自然数は3の倍数である理由を説明しなさい。

解答欄

(1)	と	と	と
(2)	〔説明〕		

解答

(1)

17 と 19

29 と 31

41 と 43

(2)

〔説明〕

連続する 3 つの自然数の中には必ず 3 の倍数が 1 つあり

『差が 2 である 2 つの素数』はともに 3 の倍数ではないので

その間の数が 3 の倍数である。

解説

(1)

11 から 50 までの自然数で、素数は、11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 である。

(2)

連続する 3 つの自然数は必ず

3 の倍数より 1 小さい数 (3 でわると 2 余る数)

3 の倍数 (3 でわり切れる数)

3 の倍数より 1 大きい数 (3 でわると 1 余る数)

の組み合わせになる。

素数は 1 とその数自身のほかに約数がない自然数であるから

11 以上の素数は 3 の倍数ではない。

つまり『差が 2 である 2 つの素数』のうち

小さい方は 3 の倍数より 1 小さい数

大きい方は 3 の倍数より 1 大きい数となるから

『差が 2 である 2 つの素数』の間にある自然数は 3 の倍数である。

【問 6】

2 けたの自然数があり、十の位の数と一の位の数の和は 16 である。この数の十の位の数と一の位の数を入れ替えた数をつくると、もとの数より 18 大きくなる。このとき、もとの数を求めなさい。

(新潟県 2017 年度)

解答欄

[求め方]

答

解答

[求め方]

もとの数の十の位の数を a 、一の位の数を b とおく。

$$a + b = 16 \cdots \textcircled{1}$$

$$10b + a = 10a + b + 18 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を解いて

$$a = 7, b = 9$$

よってもとの数は 79

答 79

解説

十の位の数を x 、一の位の数を y とおく。

和が 16 になるので

$$x + y = 16 \cdots \textcircled{1}$$

十の位と一の位の数を入れ替えた数がもとの数より 18 大きくなることから

$$(10y + x) - (10x + y) = 18 \text{ より}$$

$$-x + y = 2 \cdots \textcircled{2}$$

① + ②より

$$2y = 18$$

$$y = 9$$

これを①に代入して整理すると

$$x = 7$$

よってもとの数は 79

【問 7】

「連続する 3 つの整数の和は、3 の倍数になる」ことを、次のように説明した。
このとき、ア，イ，ウ にあてはまる式を答えなさい。

(鳥取県 2017 年度)

連続する 3 つの整数のうち、最も小さい整数を n とすると
残りの 2 数は小さい方から ア，イ と表すことができる。
この 3 つの連続する整数の和は、
 $n + \text{ア} + \text{イ} = 3n + 3 = \text{ウ}$
ア は整数だから、ウ は 3 の倍数である。
つまり、連続する 3 つの整数の和は、3 の倍数になる。

解答欄

ア	
イ	
ウ	

解答

ア $n+1$

イ $n+2$

ウ $3(n+1)$

解説

連続する整数だから 1 ずつふえていくので

最も小さい整数が n ならば残りの 2 数は $n+1$ ， $(n+1)+1=n+2$ となる。

これらの和は

$$n + (n+1) + (n+2) = n + n+1 + n+2 = 3n+3$$

共通因数の 3 を取り出し

$$3n+3 = 3(n+1)$$

$n+1$ は整数どうしの和なので整数になるから $3(n+1)$ は 3 の倍数になる。

【問 8】

連続する 3 つの偶数の和が、どんな数になるか調べてみた。

$$2, 4, 6 \text{ のとき, } 2+4+6=12$$

$$10, 12, 14 \text{ のとき, } 10+12+14=36$$

$$12, 14, 16 \text{ のとき, } 12+14+16=42$$

⋮

これらの結果から、その和は 6 の倍数になっていることに気がついた。

そこで、次のような予想を立てた。

【予想】 連続する 3 つの偶数の和は、いつも 6 の倍数となる。

この【予想】が正しいことを次のように説明した。

【説明】

整数 n を使って、連続する 3 つの偶数の最小の数を $2n$ とすると、

連続する 3 つの偶数は、 $2n$, ア, イ と表される。

このとき、連続する 3 つの偶数の和は

$$2n + \text{ア} + \text{イ}$$

$$= \text{ウ}$$

$$= 6(n+1)$$

となる。

n は整数だから、 $n+1$ も整数となる。

よって、エ × (整数) の形で表されるので、予想は正しいといえる。

次の(1), (2)に答えなさい。

(島根県 2017 年度)

(1) 上の【説明】の ア ～ エ にあてはまる数または式を答えなさい。

(2) 整数の性質について、次の形式に合う事柄を 1 つ見つけて答えなさい。ただし、上の【予想】以外で、【説明】のようにいつも正しいといえるものを答えること。

なお、「連続する 3 つの整数の和は整数となる。」「連続する 3 つの整数の積は整数となる。」という解答は除くこと。

連続する 3 つの となる。

解答欄

(1)	ア, イ	,
	ウ	
	エ	
(2)	連続する3つの となる。	

解答

(1)

ア, イ $2n+2, 2n+4$

ウ $6n+6$

エ 6

(2) 整数の和は, いつも3の倍数

解説

(1)

ア, イ

連続する偶数は2ずつ増えるので

最小の数を $2n$ とすると

$2n+2, 2n+4$ となる。

ウ

$2n+2n+2+2n+4=6n+6$

エ

$6(n+1)$ という式において

n は整数だから $n+1$ も整数である。

$6 \times (\text{整数})$ の形で表されることから6の倍数であるといえる。

(2)

「連続する3つの奇数の和はいつも3の倍数となる。」

「連続する3つの整数の積はいつも6の倍数となる。」

「連続する3つの3の倍数の和はいつも9の倍数となる。」

などがある。

【問 9】

陽子さんと真一さんは、授業で整数の性質について学び、より深く調べた。次の板書と＜授業の展開＞を読み、問1～問4に答えなさい。

(岡山県 2017 年度 特別)

目標 整数の性質を、文字を使って説明しよう。

連続する2つの整数について、
大きい方の数の2乗から
小さい方の数の2乗をひいた差
はどのような数になりますか？

(例) $3^2 - 2^2 = 5$
 $5^2 - 4^2 = 9$

(1)

板書

＜授業の展開＞

先生：板書の (例) を、文字を使って一般的に表すと、次のようになります。

＜板書の続き＞

連続する2つの整数について、小さい方の数を n とおくと、大きい方の数は $n+1$ と表すことができる。このとき、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は、

$$\begin{aligned} & (n+1)^2 - n^2 \\ &= n^2 + 2n + 1 - n^2 \\ &= 2n + 1 \cdots (i) \\ &= n + (n+1) \cdots (ii) \end{aligned}$$

先生：式 (i), (ii) は、それぞれ差がどのような数になっていることを表していますか。

陽子：(i) は、差が (2) になっていることを表しています。

真一：(ii) は、差がもとの2つの整数の (3) になっていることを表しています。

陽子：式を変形すると、異なる意味を表すことができるのですね。

先生：よいところに気がつきましたね。では、ある整数とそれより3大きい整数について、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差がどのような数になるか、文字を使って説明しましょう。

問1 板書の (例) にない、(1) に「連続する2つの整数について、大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差」を表す新たな式を一つ書き入れなさい。

問2 (2) , (3) に当てはまることばの組み合わせとして最も適当なのは、ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。

- | | |
|----------------|----------------|
| ア (2) 素数 (3) 和 | イ (2) 素数 (3) 積 |
| ウ (2) 奇数 (3) 和 | エ (2) 奇数 (3) 積 |

問3 下線部(あ)について、陽子さんと真一さんは次のように説明した。(4) には適当な式を書き入れなさい。また、(5) には下線部(い)を表す式を求め、＜説明＞を完成させなさい。ただし、(5) は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

＜説明＞

ある整数を n とおくと、それより 3 大きい整数は (4) と表すことができます。このとき、大きい方の数の 2 乗から小さい方の数の 2 乗をひいた差は、

(5)

となり、もとの 2 つの整数の和の 3 倍になっていることがわかります。

問4 2 つの整数 a, b の差が 3 で $a < b$ のとき、 $b^2 - a^2 = 111$ となるような整数 a, b を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	(4)
	(5)
問4	$a =$ $b =$

解答

問1 $7^2 - 6^2 = 13$ 例

問2 ウ

問3

(4) $n + 3$

(5)

$$(n+3)^2 - n^2 = n^2 + 6n + 9 - n^2$$

$$= 6n + 9$$

$$= 3(2n + 3)$$

$$= 3\{n + (n + 3)\}$$

問4

$$a = 17$$

$$b = 20$$

解説

問1

連続した2つの整数を6, 7とする。

大きい方の数7の2乗から小さい方の数6の2乗をひくと

$$7^2 - 6^2 = 49 - 36 = 13$$

問2

n が整数なので $2n$ は偶数を表している。

よって $2n + 1$ は奇数とわかるから

(2)には「奇数」が入る。

また連続する2つの整数を $n, n + 1$ としているので

$n + (n + 1)$ は和になっていることがわかるから

(3)には和が入る。

よって正しい組み合わせはウ

問3

n より3大きい数は $n + 3$ と表せる。

大きい数が $n + 3$ で小さい数が n なので

大きい方の数の2乗から小さい方の数の2乗をひいた差は $(n + 3)^2 - n^2$ と表せる。

$$\text{よって } (n + 3)^2 - n^2 = n^2 + 6n + 9 - n^2 = 6n + 9$$

共通因数の3を取り出すと

$$6n + 9 = 3(2n + 3) = 3(n + n + 3) = 3\{n + (n + 3)\}$$

問4

2つの整数 $a, b (a < b)$ の差が3だから $b = a + 3$ と表せる。

よって $b^2 - a^2 = 111$ に代入すると

$$(a + 3)^2 - a^2 = 111$$

これを整理すると $a = 17$ となるから $b = 17 + 3 = 20$

【問 10】

みさきさんは、2 けたの自然数の積について考えている。問1、問2に答えなさい。

(徳島県 2017 年度)

- 問1 みさきさんは、授業で、 25^2 、 35^2 、 45^2 のように一の位の数 が 5 である 2 けたの自然数を 2 乗した数を求めるには、下のような【計算方法】があることを学習し、この方法が正しいことを文字式を使って説明した。【説明 I】の ア ・ イ にあてはまる式を書きなさい。

【計算方法】

一の位の数 が 5 である 2 けたの自然数の 2 乗は、(十の位の数) と (十の位の数に 1 を加えた数) の積を 100 倍した数と、25 との和になる。

【説明 I】

十の位の数 を a とすると、一の位の数 が 5 である 2 けたの自然数は、 $10a+5$ と表される。ただし、 a は 1 けたの自然数とする。

このとき、その 2 けたの自然数の 2 乗は、

$$(10a+5)^2 = \text{ア} = 100(a^2+a)+25 = 100 \text{イ} + 25$$

となり、イ は、(十の位の数) と (十の位の数に 1 を加えた数) の積だから、一の位の数 が 5 である 2 けたの自然数の 2 乗は、(十の位の数) と (十の位の数に 1 を加えた数) の積を 100 倍した数と、25 との和になる。

- 問2 次に、みさきさんは、 26×24 のように十の位の数 が同じで、一の位の数 の和が 10 である 2 けたの自然数どうしの積を考えた。(1)・(2)に答えなさい。

- (1) みさきさんは、 26×24 について、26 は 25 より 1 大きく、24 は 25 より 1 小さい数であることに気づいた。そこで、問1で考えた一の位の数 が 5 である 2 けたの自然数の 2 乗の計算方法を利用し、 26×24 を右のように計算した。右の計算方法と同じようにして、 37×33 を計算しなさい。

$$\begin{aligned} 26 \times 24 \\ &= (25+1) \times (25-1) \\ &= 25^2 - 1^2 \\ &= 625 - 1 \\ &= 624 \end{aligned}$$

(2) みさきさんは、この計算方法が正しいことを文字式を使って説明した。

【説明Ⅱ】の ～ にあてはまる式を書きなさい。

【説明Ⅱ】

2 つの 2 けたの自然数の十の位の数 a 、一の位の数 $b > c$ である b, c とすると、2 つの自然数は、 $10a + b$ 、 $10a + c$ と表される。ただし、 a, b, c は 1 けたの自然数で、 $b + c = 10$ とする。

このとき、その 2 つの 2 けたの自然数の積は、 $(10a + b)(10a + c)$ である。また、十の位の数と同じ a で、一の位の数 5 である 2 けたの自然数は、 $10a + 5$ と表される。

したがって $10a + b$ は $10a + 5$ より 大きく、 $10a + c$ は $10a + 5$ より 小さいので、

$$(10a + b)(10a + c) = \{(10a + 5) + (\text{ウ})\} \{(10a + 5) - (\text{エ})\}$$

$b + c = 10$ より、 $c =$ だから、

$$(10a + b)(10a + c) = \{(10a + 5) + (\text{ウ})\} \{(10a + 5) - (\text{ウ})\}$$

$$= (10a + 5)^2 - (\text{ウ})^2 \text{ で計算することができる。}$$

解答欄

問1	ア		
	イ		
問2	(1)	37×33	
		=	
		=	
		=	
		=	
	(2)	ウ	
		エ	
		オ	

解答

問1

ア $100a^2 + 100a + 25$

イ $a(a+1)$

問2

(1)

37×33

$= (35+2) \times (35-2)$

$= 35^2 - 2^2$

$= 1225 - 4$

$= 1221$

(2)

ウ $b-5$

エ $5-c$

オ $10-b$

解説

問1

ア $(10a+5)^2 = (10a)^2 + 2 \times 10a \times 5 + 5^2 = 100a^2 + 100a + 25$

イ a^2+a で共通の因数を取り出すと $a(a+1)$

問2

(1)

37, 33 をそれぞれ一の位の数が 5 である 2 けたの自然数を使って表すと

$37 = 35 + 2, 33 = 35 - 2$ となる。

これを問題の計算方法と同じように計算すると解答のようになる。

(2)

ウ $(10a+b) - (10a+5) = b-5$

エ $(10a+5) - (10a+c) = 5-c$

オ $b+c=10$ b を右辺に移項させ $c=10-b$

【問 11】

右の表は、1 から 30 までの整数を順に並べたものである。

表の中で、

1	2
	8 9

 や

4	5
	11 12

 のように並

んでいる 4 つの数を

a	b
	c d

 として、 $bd-ac$ の値につい

て調べた。

表

1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30

<table><tr><td>a</td><td>b</td><td></td></tr><tr><td></td><td>c</td><td>d</td></tr></table>	a	b			c	d	<table><tr><td>1</td><td>2</td><td></td></tr><tr><td></td><td>8</td><td>9</td></tr></table>	1	2			8	9	<table><tr><td>4</td><td>5</td><td></td></tr><tr><td></td><td>11</td><td>12</td></tr></table>	4	5			11	12	<table><tr><td>15</td><td>16</td><td></td></tr><tr><td></td><td>22</td><td>23</td></tr></table>	15	16			22	23
a	b																										
	c	d																									
1	2																										
	8	9																									
4	5																										
	11	12																									
15	16																										
	22	23																									
$bd-ac$	$2 \times 9 - 1 \times 8$ $= 10$ $= 2 + 8$	$5 \times 12 - 4 \times 11$ $= 16$ $= 5 + 11$	$16 \times 23 - 15 \times 22$ $= 38$ $= 16 + 22$																								

これらの結果から、次のように予想した。

予想

$bd-ac$ の値は、 $b+c$ の値に等しくなる。

予想がいつでも成り立つことを証明①のように証明した。

証明①

整数 n を用いて、 $a=n$ とすると、 b, c, d は n を用いて、

$b=n+1, c=n+7, d=n+8$ と表される。

$$bd-ac=(n+1)(n+8)-n(n+7)$$

$$=n^2+9n+8-n^2-7n$$

$$=\underline{2n+8}$$

$$=(n+1)+(n+7)$$

$$=b+c$$

したがって、 $bd-ac$ の値は、 $b+c$ の値に等しくなる。

次の問1は記号と式で、問2は指示にしたがって答えよ。

(福岡県 2017 年度)

問1 $bd-ac$ の値について、いつでも成り立つことが予想のほかにもある。次のア～オのうち、正しいことを述べているものを1つ選び、それを示すためには、証明①の下線部 $2n+8$ をどのように変形すればよいか、変形した式を答えよ。

- ア $bd-ac$ の値は、 $a+b$ の値に等しくなる。
- イ $bd-ac$ の値は、 $a+c$ の値に等しくなる。
- ウ $bd-ac$ の値は、 $a+d$ の値に等しくなる。
- エ $bd-ac$ の値は、 $b+d$ の値に等しくなる。
- オ $bd-ac$ の値は、 $c+d$ の値に等しくなる。

問2 表の中で、

	2
7	8
13	

 や

	9
14	15
20	

 のように並んでいる4つの数を

	e
f	g
h	

 とするとき、

$fh-eg$ の値は、 $f+g$ の値の5倍に等しくなることの証明②を完成せよ。

証明②

整数 n を用いて、 $e=n$ とすると、 f, g, h は n を用いて、

したがって、 $fh-eg$ の値は、 $f+g$ の値の5倍に等しくなる。

解答欄

問1	記号	
	変形した式	
問2	〔証明〕 整数 n を用いて、$e=n$ とすると、f, g, h は n を用いて、 したがって、$fh-eg$ の値は、$f+g$ の値の5倍に等しくなる。	

解答

問1

記号 ウ

変形した式 $n + (n + 8)$

問2

〔証明〕例

整数 n を用いて $e = n$ とすると f, g, h は n を用いて

$$f = n + 5$$

$$g = n + 6$$

$$h = n + 11$$

と表される。

$$fh - eg = (n + 5)(n + 11) - n(n + 6)$$

$$= n^2 + 16n + 55 - n^2 - 6n$$

$$= 10n + 55$$

$$= 5(2n + 11)$$

$$= 5\{(n + 5) + (n + 6)\}$$

$$= 5(f + g)$$

したがって $fh - eg$ の値は $f + g$ の値の 5 倍に等しくなる。

解説

問1

ア $a + b = n + (n + 1) = 2n + 1$

イ $a + c = n + (n + 7) = 2n + 7$

ウ $a + d = n + (n + 8) = 2n + 8$

エ $b + d = (n + 1) + (n + 8) = 2n + 9$

オ $c + d = (n + 7) + (n + 8) = 2n + 15$

$2n + 8$ となるのはウである。

$2n + 8 = n + (n + 8)$ と変形すればよい。

問2

$10n + 55$ や $5(2n + 11)$ で式の変形を終えないようにする。

$fh - eg$ の値が $f + g$ の値の 5 倍に等しくなることを証明するので

$5(f + g)$ と変形できることを示さなくてはいけない。

$2n + 11 = (n + 5) + (n + 6) = f + g$ となる。

【問 12】

連続する 3 つの整数の和について、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2017 年度)

問1 「連続する 3 つの整数の和は 3 の倍数になる」ことを次のように説明した。次の ① ～ ③ にもっとも適する式を入れなさい。

《説明》

連続する 3 つの整数のうち、もっとも小さい整数を n とすると、
 連続する 3 つの整数は小さい順に、 n 、①、② と表される。
 これらの和は $n + (\text{①}) + (\text{②}) = 3(\text{③})$
③ は整数であるから、 $3(\text{③})$ は 3 の倍数である。
したがって、連続する 3 つの整数の和は 3 の倍数になる。

問2 問1の説明の二重下線部から「連続する 3 つの整数の和は 3 の倍数になる」ことの他にわかることを、次のア～エの中から 1 つ選び、記号で答えなさい。

ア 連続する 3 つの整数の和は、もっとも大きい整数を 3 倍した数になる。

イ 連続する 3 つの整数の和は、もっとも小さい整数を 3 倍した数になる。

ウ 連続する 3 つの整数の和は、中央の整数を 3 倍した数になる。

エ 連続する 3 つの整数の和は、偶数になる。

問3 連続する 3 つの整数の和が 90 になるとき、これら 3 つの整数を求めなさい。

解答欄

問1	①	
	②	
	③	
問2		
問3	, ,	

解答

問1

① $n+1$

② $n+2$

③ $n+1$

問2 ウ

問3 29, 30, 31

解説

問1

連続する3つの整数において

もっとも小さい整数を n とすると

1 ずつ増えるので中央の整数は $n+1$

もっとも大きい整数は $n+2$ と表される。

これらの3つの整数の和は

$n+(n+1)+(n+2)=3n+3=3(n+1)$ となる。

問2

$3(n+1)$ は $n+1$ の3倍と見ることができる。

問1より $n+1$ は中央の整数を表しているから

$3(n+1)$ は中央の整数の3倍と見ることができる。

また偶数は2でわり切れる数だから

$2 \times (\text{整数})$ の形で表される場合に偶数であるといえる。

問3

問1より3つの整数の和は $3(n+1)$ と表されるから

$3(n+1)=90$ より $n+1=30$

中央の整数が30だから

もっとも小さい整数は $30-1=29$

もっとも大きい整数は $30+1=31$