

4. 二次関数と図形関連の複合問題 2007年度出題

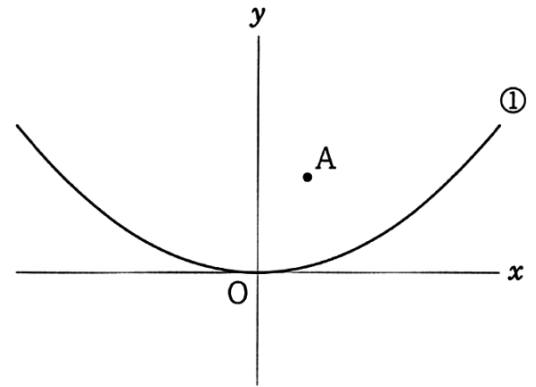
【問 1】

図のように、関数 $y=ax^2$ (a は正の定数) …①のグラフと点 A (1, 2) があります。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。

(北海道 2007 年度)

問1. ①について、 $a=\frac{1}{8}$ で、 x の変域が $-1 \leq x \leq 4$ のとき、 y の変域を求めなさい。



問2. x 軸上に点 B (2, 0) をとるとき、2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

問3. ①のグラフ上に x 座標が 3 となる点 C をとります。①について x の値が 0 から 3 まで増加するときの変化の割合が $\frac{1}{3}$ であるとき、 $\angle AOC$ の大きさを求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 $0 \leq y \leq 2$

問2

2点 A, B を通る直線の傾きは -2 となり

求める式を $y = -2x + b$ とすると

$x = 2$ のとき $y = 0$ であるから

$$0 = -2 \times 2 + b \quad \text{より} \quad b = 4$$

よって $y = -2x + 4$

答 $y = -2x + 4$

問3 45 度

解説

問2

直線 AB を $y = mx + n$ とおく。

点 A (1, 2) を通るから $2 = m + n \cdots (i)$

点 B (2, 0) を通るから $0 = 2m + n \cdots (ii)$

(i), (ii) を連立方程式として解く。

(i) - (ii) より, $2 = -m \quad m = -2$

これを (i) に代入して, $2 = -2 + n \quad n = 4$

よって求める直線の式は $y = -2x + 4$

問3

C (3, t) とする。

①のグラフにおいて $x = 0$ のとき $y = 0$

したがって $x = 0$ から 3 まで増加するときの変化の割合は $\frac{t}{3}$

これが $\frac{1}{3}$ より, $\frac{t}{3} = \frac{1}{3} \quad t = 1$

よって C (3, 1)

$$OA = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$AC = \sqrt{(3-1)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{5}$$

$$OC = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

これより, $OA^2 + AC^2 = OC^2$ となるから

$\triangle AOC$ は $OA = AC$ の直角二等辺三角形

したがって $\angle AOC = 45^\circ$

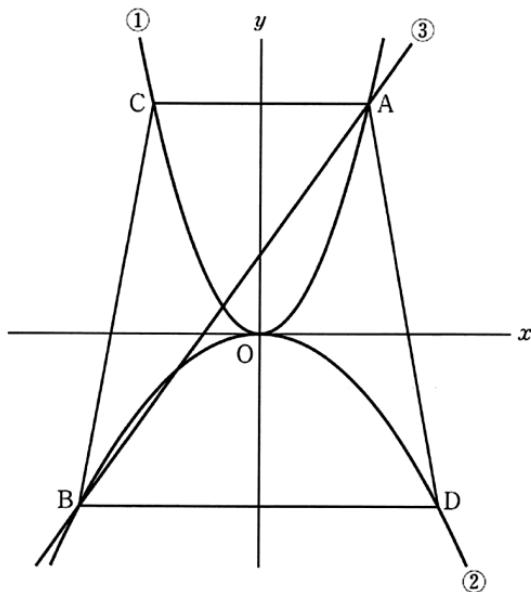
【問 2】

図で、①は放物線 $y=ax^2$ ，②は放物線 $y=bx^2$ ，③は直線 $y=2x+1$ のグラフである。①と③の交点のうち x 座標が正である点を A，②と③の交点のうち x 座標が小さいほうの点を B とする。点 C は①上の点，点 D は②上の点で，線分 CA，BD は x 軸に平行である。

次の問1～問3に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

(青森県 2007 年度)

問1. 点 A の x 座標が 1 のとき，点 C の座標を求めなさい。



問2. 関数 $y=ax^2$ について， x の変域が $-4 \leq x \leq 3$ のとき， y の変域は $0 \leq y \leq 8$ となった。 a の値を求めなさい。

問3. 台形 ACBD の面積が $\frac{81}{2} \text{ cm}^2$ ， $\triangle ACB$ と $\triangle ABD$ の面積の比が $1:2$ のとき，点 A の座標と b の値を求めなさい。

解答欄

問1		
問2		
問3	点 A の座標	$b =$

解答

問1 $(-1, 3)$

問2 $\frac{1}{2}$

問3 点 A の座標 $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$, $b = -\frac{5}{9}$

解説

問1

点 A は $y=2x+1$ 上の点より, $x=1$ を代入して, $y=3$

よって $A(1, 3)$

点 C は y 軸について点 A と対称な点だから $C(-1, 3)$

問2

$y=ax^2$ は上に開いたグラフだから $x=-4$ で最大値 $y=8$ をとる。

よって $y=ax^2$ に $x=-4$, $y=8$ を代入して $8=a \times (-4)^2$ $8=16a$ $a=\frac{1}{2}$

問3

点 A の x 座標を t ($t>0$)とおくと, $y=2x+1$ 上の点より, $A(t, 2t+1)$ とおける。

点 C は y 軸について対称な点だから, $AC=2t$

$\triangle ACB$ と $\triangle ABD$ のそれぞれの底辺を AC と BD とすると, 高さが等しいので

$AC:BD = \triangle ACB:\triangle ABD = 1:2$ $2t:BD = 1:2$ $BD=4t$

よって B の x 座標は $-2t$, y 座標は, $y=2x+1$ 上の点より, $2(-2t)+1=-4t+1$ とおける。

$\triangle ACB = \frac{1}{3} \times \frac{81}{2} = \frac{27}{2}$ より, $\frac{1}{2} \times 2t \times (2t+1+4t-1) = \frac{27}{2}$ $6t^2 = \frac{27}{2}$ $t^2 = \frac{9}{4}$ $t>0$ より, $t = \frac{3}{2}$

よって, 点 A $\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ 点 B $(-3, -5)$

点 B の座標の値を $y=bx^2$ に代入して

$-5 = b \times (-3)^2$

$b = -\frac{5}{9}$

【問3】

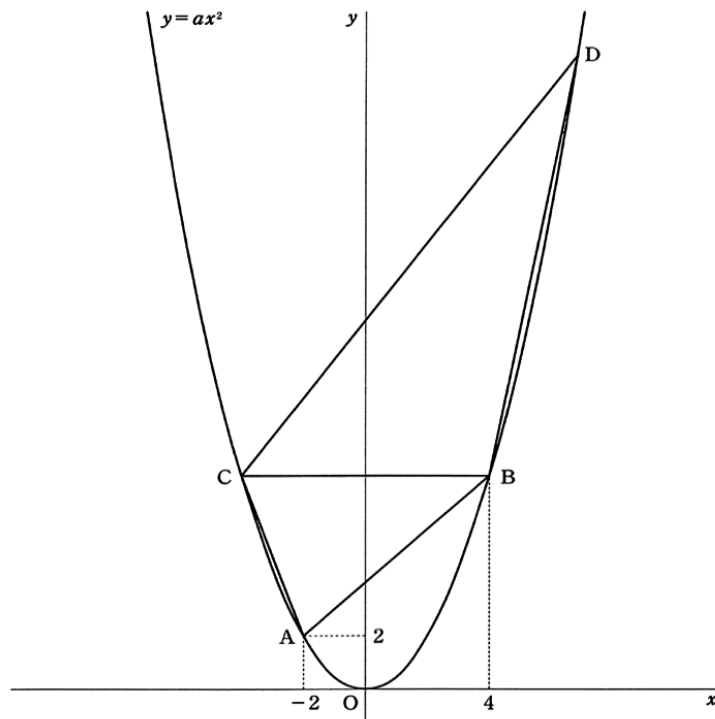
図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 4 点 A, B, C, D があります。A の座標は $(-2, 2)$, B の x 座標は 4 で、B と C の y 座標は等しくなっています。また、D の x 座標は 4 より大きいものとします。

このとき、次の1, 2の問いに答えなさい。

(岩手県 2007 年度)

問1. a の値を求めなさい。

問2. $\triangle BCD$ の面積が $\triangle ABC$ の面積の 2 倍であるとき、点 D の座標を求めなさい。



解答欄

問1	$a =$
問2	(,)

解答

問1 $a = \frac{1}{2}$

問2 $(2\sqrt{10}, 20)$

解説

問2

$\triangle BCD = 2\triangle ABC$ で、BC が共通より BC を底辺としたときの $\triangle BCD$ の高さは $\triangle ABC$ の高さの 2 倍になる。

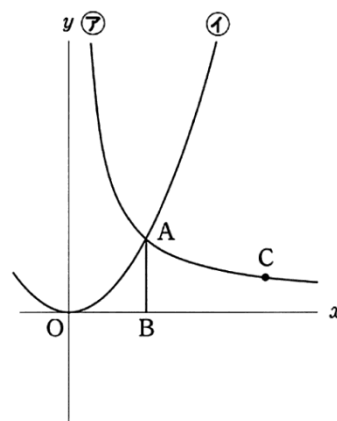
A $(-2, 2)$, B $(4, 8)$ より、D の y 座標を t とすると、 $t - 8 = 2(8 - 2)$ $t = 20$ $20 = \frac{1}{2}x^2$, $x^2 = 40$

$x > 0$ より、 $x = 2\sqrt{10}$ D $(2\sqrt{10}, 20)$

【問 4】

図において、㊦は関数 $y = \frac{16}{x}$ ，㊩は関数 $y = ax^2$ のグラフであり，点 A は㊦と㊩の交点で，その x 座標は 4 である。点 B は点 A から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点であり，点 C は㊦上の点で，その x 座標は正である。

(秋田県 2007 年度)



(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 A を通り，三角形 AOB の面積を二等分する直線の式を求めなさい。

(3) 三角形 ABC の面積が 12 になるとき，点 C の座標を求めなさい。

解答欄

(1)	$a =$
(2)	
(3)	(,)

解答

(1) $a = \frac{1}{4}$

(2) $y = 2x - 4$

(3) $\left(10, \frac{8}{5} \right)$

解説

(3)

点 C の x 座標を t とおくと， $AB = 4$ より， $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (t - 4) = 2(t - 4)$

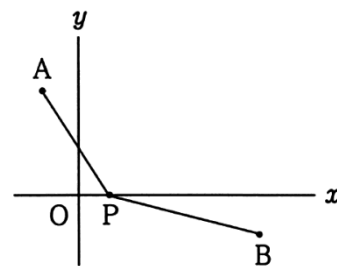
これが 12 だから $2(t - 4) = 12$

$t - 4 = 6$ $t = 10$ $y = \frac{16}{x}$ に $x = 10$ を代入して， $y = \frac{16}{10} = \frac{8}{5}$ $C\left(10, \frac{8}{5}\right)$

【問 5】

図において、2 点 A, B の座標は、それぞれ $(-1, 3)$, $(5, -1)$ である。また、 x 軸上の点 $(a, 0)$ を P とする。線分 AP と線分 PB の長さの和が最も小さくなるとき、 a の値を求めなさい。

(山形県 2007 年度)



解答欄

解答

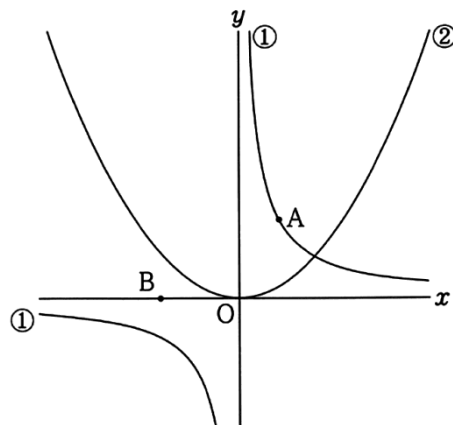
$$\frac{7}{2}$$

【問 6】

図で①は反比例 $y = \frac{8}{x}$ のグラフ、②は関数 $y = ax^2 (a > 0)$ のグラフである。①のグラフ上の点(2, 4)を A, x 軸上の点(-4, 0)を B とする。このとき、次の問いに答えなさい。

(山形県 2007 年度)

- (1) ①のグラフ上の点で、点 A のように、 x 座標と y 座標がともに正の整数となる点の座標を(2, 4)のほかに 3 つ求めなさい。



- (2) 点 A を通り y 軸に平行な直線と x 軸との交点を C とし、点 B を通り y 軸に平行な直線と①, ②のグラフとの交点をそれぞれ D, E とする。四角形 AEDC が平行四辺形となるときの a の値を求めなさい。

解答欄

(1)			
(2)			

解答

(1) (1, 8), (4, 2), (8, 1)

(2) $\frac{1}{8}$

解説

(1)

8 を約数の積で表すと、 $1 \times 8, 2 \times 4, 4 \times 2, 8 \times 1$

よって、 x 座標と y 座標がともに正の整数となる点の座標は、(1, 8), (4, 2), (8, 1)

(2)

AC // y 軸より、点 C は x 軸上の点で、点 A と x 座標が等しいから、(2, 0)

点 D は x 座標が点 B と等しいから、 $x = -4$ $y = \frac{8}{x}$ 上の点だから $x = -4$ を代入して、 $y = -2$

よって、D(-4, -2)

点 E は点 B と x 座標が等しく $y = ax^2$ 上の点より、E(-4, $16a$)

AC // ED より、AC = ED のとき、四角形 AEDC は平行四辺形になる。

AC = 4, ED = $16a + 2$ と表せるから $4 = 16a + 2$ $16a = 2$ $a = \frac{1}{8}$

【問 7】

図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 ℓ があり、2 点 A,

B で交わっている。

A, B の x 座標がそれぞれ $-2, 6$ であるとき、次の 1, 2 の問に答えなさい。

(福島県 2007 年度)

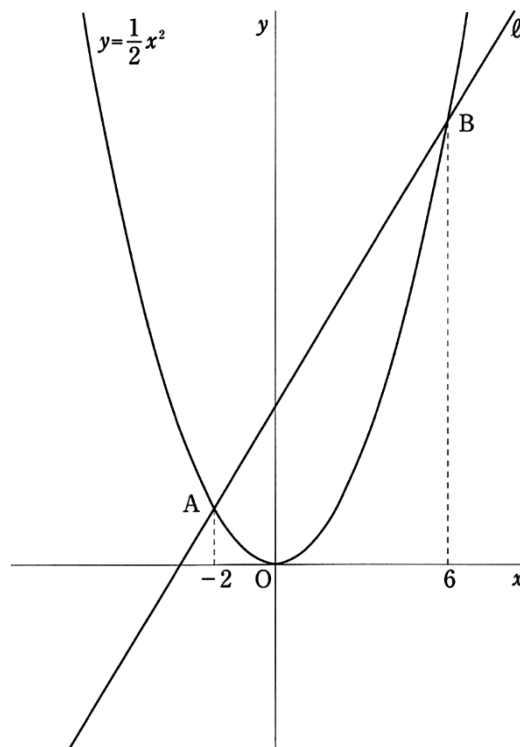
問1. 直線 ℓ の傾きを求めなさい。

問2. 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に、 x 座標がそれぞれ $t, -t$ である点 P, Q をとる。ただし、 $0 < t < 6$ とする。

P を通り y 軸に平行な直線と ℓ との交点を R とし、Q を通り y 軸に平行な直線と ℓ との交点を S とする。

(1) $t=4$ のとき、PR+QS の値を求めなさい。

(2) $PR+QS=9$ となる t の値をすべて求めなさい。



解答欄

問1				
問2	(1)		(2)	

解答

問1 2

問2

(1) 16

(2) $\sqrt{3}$, $\frac{9}{4}$

解説

問1

2点 A, B は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点より, それぞれの x 座標を代入して, y 座標を求めると

点 A の y 座標は $\frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$

点 B の y 座標は, $\frac{1}{2} \times 6^2 = 18$

直線 ℓ の傾きは変化の割合と等しいので $\frac{18-2}{6-(-2)} = 2$

問2

(1)

$t=4$ のとき, $PR+QS$ は R と S の y 座標の絶対値の和と一致する。

直線 ℓ を $y=2x+b$ とおく。

A(6, 18)を通るので $18=12+b$ $b=6$

よって, $y=2x+6$ R, S はこの直線上の点なので

それぞれの x 座標を代入して, 座標を求めると R(4, 14), S(-4, -2)

よって $PR+QS=14+2=16$

(2)

$x=t$ のとき, $P\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$, $Q\left(-t, -\frac{1}{2}t^2\right)$, $R(t, 2t+6)$, $S(-t, -2t+6)$ と表せる。

$0 < t < 2$ のとき, $PR+QS = \left(2t+6-\frac{1}{2}t^2\right) + \left(-2t+6-\frac{1}{2}t^2\right) = -t^2+12$

よって $-t^2+12=9$ $t^2=3$ $0 < t < 2$ より, $t=\sqrt{3}$

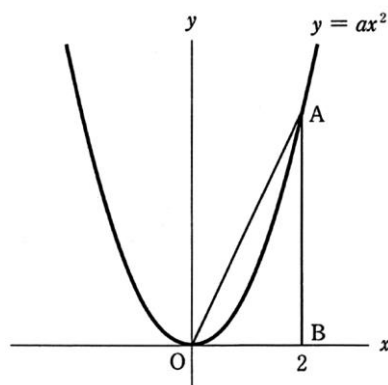
$2 \leq t < 6$ のとき $PR+QS = \left(2t+6-\frac{1}{2}t^2\right) + \left(\frac{1}{2}t^2+2t-6\right) = 4t$

よって $4t=9$ $t=\frac{9}{4}$

【問 8】

図のように、関数 $y=ax^2$ ($a>0$) のグラフ上の x 座標が 2 である点を A とし、点 A から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点を B とする。△OAB の面積が 6 のとき、 a の値を求めなさい。

(栃木県 2007 年度)



解答欄

$a=$

解答

$$a = \frac{3}{2}$$

解説

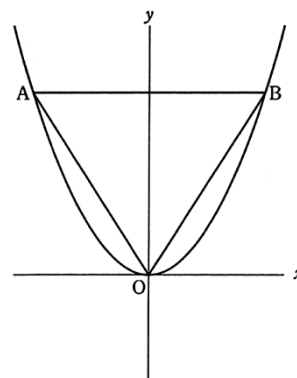
点 A の x 座標が 2 で、 $y=ax^2$ 上の点より $(2, 4a)$ とおく。

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times OB \times AB = 6 \text{ より, } \frac{1}{2} \times 2 \times 4a = 6 \quad a = \frac{3}{2}$$

【問 9】

図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A, B をとり、 $\triangle AOB$ が正三角形になるようにします。この正三角形の一辺の長さが $6\sqrt{3}$ cm になるとき、 a の値を求めなさい。ただし、 $a>0$ とし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

(埼玉県 2007 年度)



解答欄

解答

$$a = \frac{1}{3}$$

解説

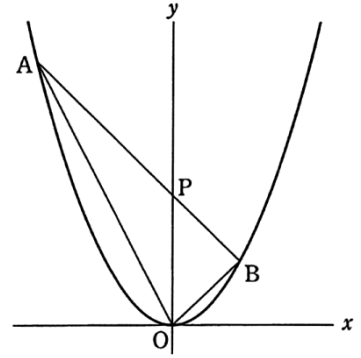
ABとy軸との交点をHとすると $HB = 6\sqrt{3} \div 2 = 3\sqrt{3}$

$\triangle OAB$ は正三角形より、 $\triangle OHB$ は $\angle OBH = 60^\circ$ の直角三角形。

よって $OH = \sqrt{3}$ $HB = \sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 9$ B $(3\sqrt{3}, 9)$ となるので

この値を $y=ax^2$ に代入して $9=a \times (3\sqrt{3})^2$ $a = \frac{1}{3}$

図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に x 座標が $-4, 2$ となる 2 点 A, B をとり、線分 AB と y 軸との交点を P とします。このとき、次の各問に答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。



(埼玉県 2007 年度)

問1. $\triangle OAP$ と $\triangle OBP$ の面積の比を求めなさい。

問2. 点 P を通り, $\triangle OAB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

問3. 線分 AB 上に点 Q をとり, $\triangle OAQ$ と $\triangle OBQ$ の周の長さが等しくなるとき, 線分 BQ の長さを求めなさい。ただし, 根号はつけたままで答えなさい。

解答欄

問1	$\triangle OAP : \triangle OBP =$:
問2	$y =$
問3	cm

解答

問1 $\triangle OAP:\triangle OBP=2:1$

問2 $y=2x+4$

問3 $2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ cm

解説

問1

$y = \frac{1}{2}x^2$ に $x = -4$ を代入して, $A(-4, 8)$, $x = 2$ を代入して, $B(2, 2)$

$\triangle OAP$ と $\triangle OBP$ は底辺 OP を共通にもつから、面積の比は高さの比と等しくなる。

$\triangle OAP$, $\triangle OBP$ の高さは点 A, B からそれぞれ y 軸に下ろした垂線の長さだから, $\triangle OAP : \triangle OBP = 4 : 2 = 2 : 1$

問2

$\triangle OAP:\triangle OBP=2:1$ より, OA の中点を M とすると, $\triangle PAM=\triangle POM=\triangle OBP$

また、MO の中点を N とすると、 $\triangle PMN = \triangle PNO$

よって、 $\triangle PAN = (\text{四角形 } PNOB)$ M の x 座標は、 $(-4+0) \div 2 = -2$, y 座標は $(8+0) \div 2 = 4$ より

M (-2, 4) 同様に, N (-1, 2) 直線 AB の式を求めると, $y = -x + 4$ より, P (0, 4)

よって、求める直線 PN は、 $y=mx+4$ に、N の座標を代入して、 $2=-m+4$ $m=2$ だから、 $y=2x+4$

問3

$\triangle OAQ$ と $\triangle OBQ$ の OQ は共通な辺だから、周の長さが 等しいとき、 $OA+AQ=OB+BQ$, $BQ=x$ cm とおく。

$$\text{OA} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}, \text{OB} = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}, \text{AB} = \sqrt{(2+4)^2 + (8-2)^2} = 6\sqrt{2}, \text{AQ} = 6\sqrt{2} - x \text{ cm}$$

【問 11】

図において、曲線①は関数 $y=x^2$ のグラフであり、曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点 A は曲線①上の点で、その x 座標は -3 である。点 B は x 軸上の点で、線分 AB は y 軸に平行である。点 C は線分 AB と曲線②との交点で、 $AC:CB=2:1$ である。

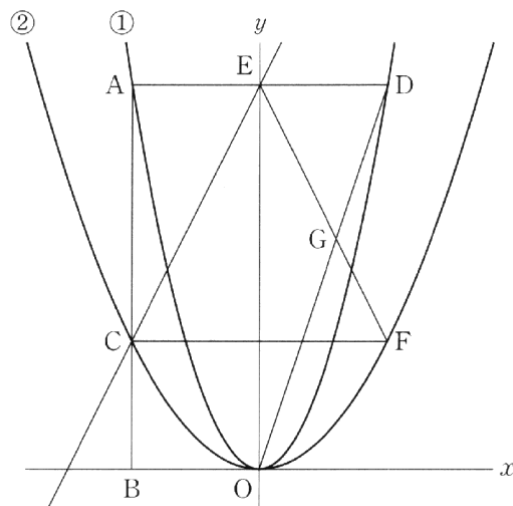
また、点 D は曲線①上の点で、線分 AD は x 軸に平行であり、点 E は線分 AD と y 軸との交点である。原点を O とするとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2007 年度)

問1. 曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

問2. 直線 CE の式を求め、 $y=mx+n$ の形で書きなさい。

問3. 点 F は曲線②上の点で、線分 CF は x 軸に平行である。線分 OD と線分 EF との交点を G とするとき、線分 OG と線分 GD の長さの比を最も簡単な整数の比で表しなさい。



解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	$OG:GD=$:

解答

問1 $a=\frac{1}{3}$ 問2 $y=2x+9$ 問3 $OG:GD=3:2$

解説

問3

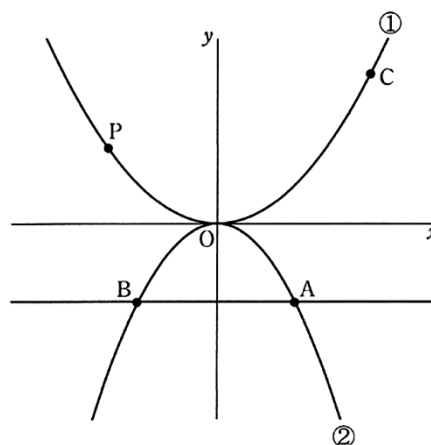
線分 EF は x 軸に平行で、 $y=3x^2$ 上の点より、点 F は点 C と y 軸について対称な点だから F(3, 3)

直線 CF を求めると $y=-2x+9$

この直線と x 軸との交点を P とすると、 $P\left(\frac{9}{2}, 0\right)$ ED // OP より、 $OG:GD=OP:DE=\frac{9}{2}:3=3:2$

図において、①は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ 、②は関数 $y = ax^2 (a < 0)$ のグラフである。②のグラフ上に点 A(2, -2) があり、点 A を通り x 軸に平行な直線と②のグラフとのもう 1 つの交点を B とする。また、①のグラフ上に x 座標が 4 の点 C をとる。

(石川県 2007 年度)



解答欄

問1	$a =$
問2	途中の計算 答

問1. $a = -\frac{1}{2}$ 問2. 途中の計算は解説欄参照 答 $(-2\sqrt{2}, 2)$

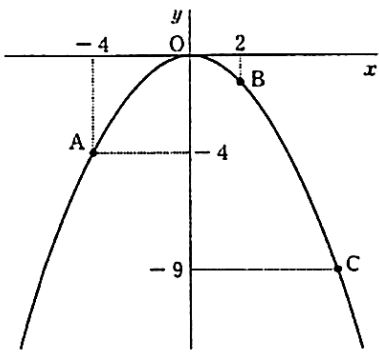
問2

それぞれの座標は、A(2, -2), B(-2, -2), C(4, 4) 直線 AC の式を $y = mx + n$ とおき、A, C の座標の値をそれぞれ代入すると、 $-2 = 2m + n \cdots \textcircled{1}$, $4 = 4m + n \cdots \textcircled{2}$ ①, ②を連立方程式として解くと、 $m = 3$, $n = -8$ よって、直線 AC の式は、 $y = 3x - 8$ この直線と x 軸との交点を D とする。 $y = 0$ を代入して、 $0 = 3x - 8$ $x = \frac{8}{3}$ D $\left(\frac{8}{3}, 0\right)$ よって、 $\triangle OAC = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times 4 + \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} \times 2 = 8$ 点 P の y 座標を t とおくと、 $\triangle ABP = \frac{1}{2} \times 4 \times (t + 2) = 2t + 4$ $\triangle ABP = \triangle OAC$ より、 $2t + 4 = 8$ $t = 2$ $y = 2$ を $y = \frac{1}{4}x^2$ に代入して、 $2 = \frac{1}{4}x^2$ $x^2 = 8$ $x < 0$ より、 $x = -2\sqrt{2}$ P($-2\sqrt{2}$, 2)

【問 13】

関数 $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に、3 点 $A(-4, -4)$, $B(2, b)$, $C(c, -9)$ がある。このとき、次の問いに答えよ。ただし、 $c > 0$ とする。

(福井県 2007 年度)



問1. b, c の値を求めよ。

問2. 直線 BC の傾きと直線 AC の式を求めよ。

問3. $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

問4. x 軸上に点 D を、 $\triangle ABC$ の面積と $\triangle BCD$ の面積が等しくなるようにとる。このときの点 D の座標をすべて求めよ。

解答欄

問1	$b =$, $c =$
問2	直線 BC の傾き
	直線 AC の式 $y =$
問3	
問4	

解答

問1 $b = -1, c = 6$

問2

直線 BC の傾き -2

直線 AC の式 $y = -\frac{1}{2}x - 6$

問3 30

問4 $(-6, 0), (9, 0)$

解説

問3

点 A, C から x 軸に垂線をひき, 点 B を通り x 軸に平行な直線と交わる点をそれぞれ, H, K とすると

$$\triangle ABC = (\text{台形 AHKC}) - \triangle AHB - \triangle BCK = \left(\frac{1}{2} \times AH \times HK + \frac{1}{2} \times CK \times HK \right) - \frac{1}{2} \times AH \times BH - \frac{1}{2} \times CK \times$$

$$BK = \frac{1}{2} \times 3 \times 10 + \frac{1}{2} \times 8 \times 10 - \frac{1}{2} \times 3 \times 6 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 30$$

問4

$\triangle ABC = \triangle BCD$ より, $AD \parallel BC$ よって, 直線 AD の傾きは BC の傾き -2 と一致するから

直線 AD を $y = -2x + t$ とおく。

点 A を通るので, $x = -4, y = -4$ を代入して, $-4 = -2 \times (-4) + t \quad t = -12$

よって, $y = -2x - 12$ この直線と x 軸との交点が求める点 D だから, $y = 0$ を代入して, $0 = -2x - 12 \quad t = -6$

よって, D $(-6, 0)$ また, 直線 BC と x 軸との交点を P とする。

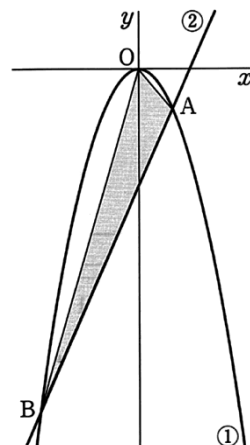
直線 BC を求めると, $y = -2x + 3$ より, $P\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

x 軸上で $PD = PD'$ となる点 D' をとると, $\triangle DBC = \triangle D'BC$ となる。

よって, D' の x 座標は $\frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2} + 6\right) = 9 \quad D'(9, 0)$

【問 14】

図において、①は関数 $y=ax^2$ ($a<0$)、②は 1 次関数のグラフである。①と②の交点をそれぞれ A, B とするとき、点 A の座標は(2, -2)、点 B の y 座標は-18 である。このとき、次の問1～問3に答えなさい。



(山梨県 2007 年度)

問1. a の値を求めなさい。

問2. $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。

問3. 線分 OB 上に点 C をとり、 $\triangle AOB$ と $\triangle AOC$ の面積の比が 4:1 となるとき、直線 AC の式を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	

解答

問1 $a = -\frac{1}{2}$

問2 24

問3 $y = \frac{5}{7}x - \frac{24}{7}$

解説

問3

$\triangle AOB : \triangle AOC = 4:1$ より、 $OB:OC=4:1$ 点 B, C から y 軸に垂線 BH, CK をひく。

CK // BH より、 $OK:OH=OC:OB$ $OK:18=1:4$ $4OK=18$ $OK=\frac{9}{2}$

よって点 C の y 座標は $-\frac{9}{2}$ また $CK:BH=OC:OB$ より、 $CK:6=1:4$ $CK=\frac{3}{2}$

よって、点 C の x 座標は $-\frac{3}{2}$ 、2 点 A(2, -2)、 $C\left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$ を通る直線の式を $y=mx+n$ とおく。

それぞれの座標を代入して、 $-2=2m+n \cdots ①$ $-\frac{9}{2}=-\frac{3}{2}m+n \cdots ②$

①、②を連立方程式として解くと、 $m=\frac{5}{7}$ 、 $n=-\frac{24}{7}$ よって、求める直線の式は、 $y=\frac{5}{7}x-\frac{24}{7}$

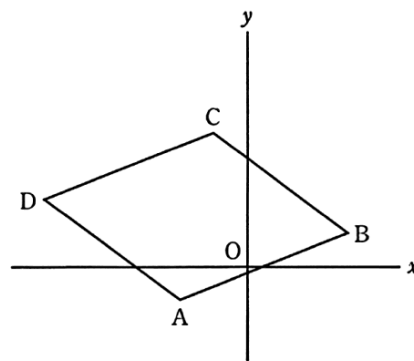
【問 15】

図の平行四辺形 ABCD で、頂点 A, B, C の座標は $A(-2, -1)$, $B(3, 1)$, $C(-1, 4)$ である。

(長野県 2007 年度)

(1) 辺 AB の長さを求めなさい。

(2) 頂点 D の座標を求めなさい。



解答欄

(1)	
(2)	D (,)

解答

(1) $\sqrt{29}$

(2) D $(-6, 2)$

解説

(1)

三平方の定理より, $AB = \sqrt{\{3 - (-2)\}^2 + \{1 - (-1)\}^2} = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29}$

(2)

AC の中点の x 座標は, $\{-1 + (-2)\} \div 2 = -\frac{3}{2}$, y 座標は, $\{4 + (-1)\} \div 2 = \frac{3}{2}$

点 D(x, y) とおくと, BD の中点の x 座標は $\frac{x+3}{2}$, y 座標は $\frac{y+1}{2}$

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるので

この 2 点は一一致するから, $\frac{x+3}{2} = -\frac{3}{2} \cdots (\text{i})$, $\frac{y+1}{2} = \frac{3}{2} \cdots (\text{ii})$

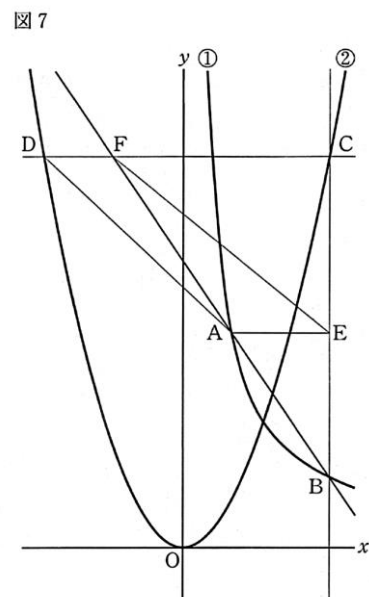
(i) より, $x = -6$, (ii) より, $y = 2$

よって D $(-6, 2)$

図 7 において、点 A の座標は(2, 9)であり、①は、点 A を通り、 x の変域が $x > 0$ であるときの反比例のグラフである。また、②は、関数 $y = ax^2$ ($a > 0$) のグラフである。

(静岡県 2007 年度)

問2. x の変域が、 $-3 \leq x \leq 4$ であるとき、関数 $y = ax^2$ の y の変域を、 a を用いて表しなさい。



問3. 曲線①上で座標が(6, 3)である点を B とする。点 B を通り y 軸に平行な直線と放物線②との交点を C とし、点 C から y 軸にひいた垂線の延長と放物線②との交点を D とする。点 A から直線 CB に垂線をひき、直線 CB との交点を E とする。また、直線 BA と直線 DC との交点を F とする。四角形 DAEF が平行四辺形となるときの、 a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

問1	$y =$
問2	$\leq y \leq$
問3	求める過程 答

解答

問1 $y = \frac{18}{x}$

問2 $0 \leq y \leq 16a$

問3.

求める過程

A(2, 9), B(6, 3)より

E(6, 9), C(6, 36a), D(-6, 36a)

四角形 DAEF は平行四辺形より $DF = AE = 6 - 2 = 4$

よって点 F の x 座標は $-6 + 4 = -2$

F(-2, 36a)

直線 AB の式を $y = mx + n$ とおき

点 A, B の座標の値を代入して

$$9 = 2m + n \cdots \textcircled{1}$$

$$3 = 6m + n \cdots \textcircled{2}$$

①②を連立方程式として値を求めると $m = -\frac{3}{2}$, $n = 12$

よって, $y = -\frac{3}{2}x + 12$ F(-2, 36a)は直線 AB 上の点だから,

$$\text{座標の値を代入すると } 36a = -\frac{3}{2} \times (-2) + 12 \quad a = \frac{5}{12}$$

解説

問3

A(2, 9), B(6, 3)より, E(6, 9), C(6, 36a), D(-6, 36a)

四角形 DAEF は平行四辺形より $DF = AE = 6 - 2 = 4$

よって点 F の x 座標は $-6 + 4 = -2$ F(-2, 36a)

ここで, 直線 AB の式を $y = mx + n$ とおき点 A, B の座標の値を代入して

$$9 = 2m + n \cdots \textcircled{1}$$

$$3 = 6m + n \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として値を求めると, $m = -\frac{3}{2}$, $n = 12$

$$\text{よって, } y = -\frac{3}{2}x + 12$$

F(-2, 36a)は直線 AB 上の点だから, 座標の値を代入すると $36a = -\frac{3}{2} \times (-2) + 12 \quad a = \frac{5}{12}$

【問 17】

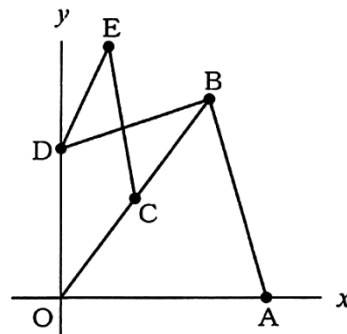
図で、 $\triangle OAB$ は $AO=AB$ の二等辺三角形で、 A は x 軸上の点、 C は線分 BO の中点である。点 B, D, E の座標がそれぞれ $(6, 8), (0, 6), (2, a)$ のとき、次の(1), (2)の問いに答えよ。

ただし、 a は定数で、正の数とする。

(愛知県 2007 年度 B)

(1) $\triangle OBD$ の面積と四角形 $OCED$ の面積とが等しいとき、 a の値を求めよ。

(2) 点 A の座標を求めよ。



解答欄

(1)	$a =$
(2)	(,)

解答

(1) $a = \frac{32}{3}$

(2) $\left(\frac{25}{3}, 0\right)$

解説

(1)

C は OB の中点より、その x 座標は $\frac{6}{2} = 3$, y 座標は $\frac{8}{2} = 4$ $C(3, 4)$

$$\triangle OBD = \triangle OCD + \triangle BCD$$

$$\text{四角形 } OCED = \triangle OCD + \triangle ECD$$

$$\text{条件より } \triangle OBD = \text{四角形 } OCED \text{ だから } \triangle BCD = \triangle ECD$$

よって $CD \parallel BE$ 直線 CD の傾きと、直線 BE の傾きが等しくなるので

$$\frac{6-4}{0-3} = \frac{a-8}{2-6} \quad -\frac{2}{3} = -\frac{a}{4} + 2 \quad \frac{a}{4} = \frac{8}{3} \quad a = \frac{32}{3}$$

(2)

$\triangle OAB$ は $AO=AB$ の二等辺三角形で、点 C は OB の中点より $\angle OCA = 90^\circ$

よって $\triangle OAC$ において三平方の定理より

$$OA^2 = OC^2 + AC^2 \quad A(a, 0) \text{ とおくと}$$

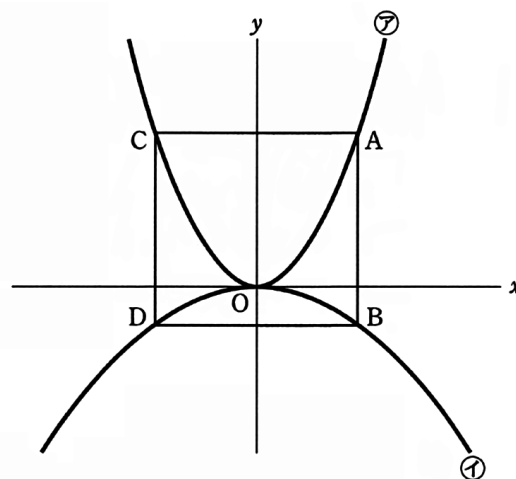
$$a^2 = 3^2 + 4^2 + (a-3)^2 + (0-4)^2$$

$$a = \frac{25}{3}$$

$$\text{よって } A\left(\frac{25}{3}, 0\right)$$

【問 18】

図のように、関数 $y=ax^2 \cdots \textcircled{7}$ のグラフと関数 $y=-\frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{1}$ のグラフがある。関数 $\textcircled{7}$ のグラフ上にあり、 x 座標が正である点 A から x 軸に垂線をひき、関数 $\textcircled{1}$ のグラフと交わる点を B とする。また、点 A, B からそれぞれ y 軸に垂線をひき、これらが関数 $\textcircled{7}$, $\textcircled{1}$ のグラフと再び交わる点をそれぞれ C, D とする。関数 $\textcircled{7}$ のグラフが点(2, 12)を通るとき、次の各問いに答えなさい。



(三重県 2007 年度)

(1) a の値を求めなさい。

(2) 関数 $\textcircled{1}$ について、 x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

(3) 四角形 ACDB が正方形になるとき、点 A の座標を求めなさい。

解答欄

(1)	$a =$
(2)	$\leq y \leq$
(3)	A (,)

解答

(1) $a = 3$ (2) $-8 \leq y \leq 0$ (3) $A\left(\frac{4}{7}, \frac{48}{49}\right)$

解説

(1) $y = ax^2$ のグラフが、(2, 12) を通るので、座標の値を代入して、 $12 = a \times 2^2$ $4a = 12$ $a = 3$

(2) $y = -\frac{1}{2}x^2$ において、 $-4 \leq x \leq 2$ のとき、 $x = -4$ で y の値は最小になり、その値は $y = -\frac{1}{2} \times (-4)^2 = -8$ $x = 0$ で y の値は最大になり、その値は $y = 0$ よって、 y の変域は、 $-8 \leq y \leq 0$

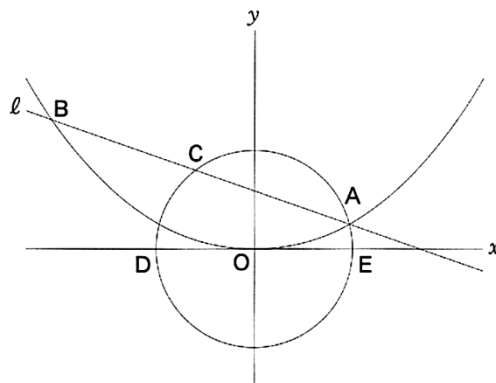
(3) $A(t, 3t^2)$ とおくと、 $C(-t, 3t^2)$, $B\left(t, -\frac{1}{2}t^2\right)$ とおける。 $AC = 2t$, $AB = 3t^2 - \left(-\frac{1}{2}t^2\right) = \frac{7}{2}t^2$ 四角形 ACDB

は正方形だから、 $AC = AB$ よって、 $2t = \frac{7}{2}t^2$ $7t^2 - 4t = 0$ $t(7t - 4) = 0$ $t = 0$, $\frac{4}{7}$ $t > 0$ より、 $t = \frac{4}{7}$ よって、点

A の x 座標は $\frac{4}{7}$, y 座標は $3 \times \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{48}{49}$ $A\left(\frac{4}{7}, \frac{48}{49}\right)$

【問 19】

図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 ℓ が 2 点 A, B で交わっている。点 A の座標は(3, 1), 点 B の x 座標は -6 である。また、原点 O を中心とし、点 A を通る円の周上にある点 C, D, E のうち、点 C は直線 ℓ と円の交点であり、2 点 D, E は x 軸上の点である。ただし、点 D の x 座標は負であり、点 E の x 座標は正である。



このとき、次の問い1～3に答えよ。

(京都府 2007 年度)

問1. a の値を求めよ。また、直線 ℓ の式を求めよ。

問2. 点 D の座標を求めよ。

問3. $\widehat{AE} : \widehat{CD}$ を最も簡単な整数の比で表せ。ただし、 $\widehat{AE}$, $\widehat{CD}$ に対する中心角は、ともに 180° 以下とする。

解答欄

問1	$a =$	直線 ℓ の式 $y =$
問2	D(,)	
問3	$\widehat{AE} : \widehat{CD} =$	:

解答

問1 $a = \frac{1}{9}$, 直線 ℓ の式 $y = -\frac{1}{3}x + 2$

問2 D($-\sqrt{10}$, 0)

問3 $\widehat{AE} : \widehat{CD} = 1 : 3$

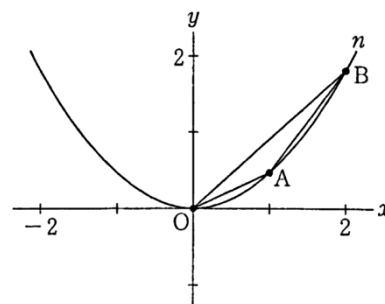
解説

問3

放物線と円との交点のうち、点 A と y 軸について対称な点を F とし、AF と y 軸との交点を H とする。また直線 ℓ と y 軸との交点を G とする。それぞれの座標は、F (-3 , 1), H (0, 1), G (0, 2) $\triangle AGH$ と $\triangle AOH$ で、AH は共通 $OH = GH = 1$ また、 $\angle AHG = \angle AHO = 90^\circ$ より、2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle AGH \equiv \triangle AOH$ よって、 $\angle GAH = \angle OAH \cdots \textcircled{1}$ また、 $AH \parallel OE$ より、錯角は等しいので、 $\angle OAH = \angle AOE \cdots \textcircled{2}$ $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より、 $\angle GAH = \angle CAF = \angle AOE$ 円周角の定理より、 $\angle COF = 2\angle CAF = 2\angle AOE$ 弧 $DF =$ 弧 AE より、 $\angle DOF = \angle AOE$ $\angle COD = \angle COF + \angle DOF = 2\angle AOE + \angle AOE = 3\angle AOE$ よって、弧 $AE : \text{弧 } CD = \angle AOE : 3\angle AOE = 1 : 3$

【問 20】

図において、 n は $y=ax^2$ のグラフを表す。 a は正の定数である。 O は原点である。 A 、 B は n 上の点であり、その x 座標はそれぞれ 1、2 である。 O と A 、 A と B 、 B と O とをそれぞれ結んで $\triangle OAB$ をつくる。このとき、 $\triangle OAB$ の面積は何 cm^2 ですか。 a を用いて表しなさい。求め方も書くこと。ただし、座標軸の 1 目もりの長さは 1 cm であるとする。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。



(大阪府 2007 年度 後期)

解答欄

求め方

答 cm^2

解答

求め方

$A(1, a)$ 、 $B(2, 4a)$ だから

$C(1, 0)$ 、 $D(2, 0)$ 、 $E(2, a)$ とすると

$\triangle OAB = \triangle ODB - (\triangle OCA + \triangle AEB + \text{長方形 ACDE})$

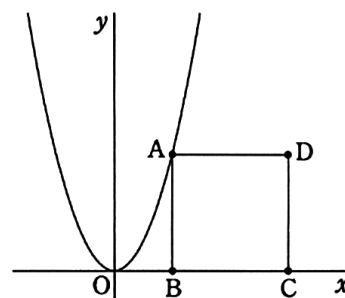
$$= \frac{1}{2} \times OD \times BD - \left(\frac{1}{2} \times OC \times AC + \frac{1}{2} \times AE \times BE + AC \times CD \right) = a \text{ cm}^2$$

答 $a \text{ cm}^2$

【問 21】

図で、放物線は関数 $y=x^2$ のグラフであり、四角形 ABCD は正方形である。点 A はこの放物線上にありその座標は(2, 4)である。また、2 点 B, C は x 軸上にある。各問いに答えよ。

(奈良県 2007 年度)



問1. 関数 $y=x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のときの y の変域を求めよ。

問2. この放物線上に点 P をとり、 $\triangle PAD$ の面積が正方形 ABCD の面積の $\frac{1}{2}$ になるようにする。このとき、点 P の x 座標をすべて求めよ。

問3. 関数 $y=ax^2$ のグラフが点 D を通るとき、このグラフが線分 AB と交わる点を E とする。 a の値と線分 BE の長さをそれぞれ求めよ。

解答欄

問1	
問2	
問3	a の値 $a=$
	線分 BE の長さ

解答

問1 $0 \leq y \leq 9$

問2 $-2\sqrt{2}$, 0, $2\sqrt{2}$

問3 a の値 $a=\frac{1}{9}$ 線分 BE の長さ $\frac{4}{9}$

解説

問2

$\triangle PAD = \frac{1}{2}$ (正方形 ABCD) より、 $\triangle PAD = \triangle BAD$ AD が共通なので、高さが AB と等しく 4 となり、 $y=x^2$ 上にあ
る点が求める点 P である。

よって、 $y=4-4=0$, $y=4+4=8$ を $y=x^2$ に代入する。 $y=0$ のとき $x=0$, $y=8$ のとき $8=x^2$ $x=\pm 2\sqrt{2}$

問3

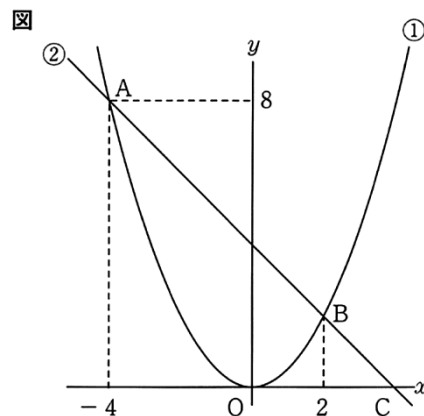
四角形 ABCD は 1 辺が 4 の正方形だから、D(6, 4) $y=ax^2$ にこの座標の値を代入して、 $4=36a$ $a=\frac{1}{9}$

よって、 $y=\frac{1}{9}x^2$ 点 E は AB 上の点より $x=2$ だから、 $y=\frac{1}{9} \times 2^2 = \frac{4}{9}$ $BE = \frac{4}{9}$

【問 22】

図の①は、関数 $y=ax^2$ 、②は、①と 2 点 A, B で交わる直線のグラフである。点 A の座標は $(-4, 8)$ 、点 B の x 座標は $x=2$ である。また、②と x 軸との交点を C とする。このとき、次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2007 年度)



問1. a の値を求めなさい。

問2. ①の関数 $y=ax^2$ について、 x の値が -2 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問3. 点 B を通り、 $\triangle OAB$ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

問4. $\triangle OAC$ を、②の直線を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	$y=$
問4	

解答

問1 $a = \frac{1}{2}$

問2 2

問3 $y = -\frac{1}{2}x + 3$

問4 $\frac{64\sqrt{2}}{3}\pi$

解説

問3

OA の中点を M とすると、 $\triangle BAM = \triangle BOM$ となる。

M の x 座標は $-4 \div 2 = -2$, y 座標は $8 \div 2 = 4$ で、M(-2 , 4)

B の y 座標は $y = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$ より、B(2, 2)

直線 BM が求める式だから $y = mx + n$ とおいてそれぞれの座標を代入すると

$$4 = -2m + n \cdots \textcircled{1}$$

$$2 = 2m + n \cdots \textcircled{2}$$

①②を連立方程式として解くと

$$m = -\frac{1}{2}, n = 3$$

よって $y = -\frac{1}{2}x + 3$

問4

直線 AB を $y = ax + b$ とおき、A(-4 , 8), B(2, 2)を代入し、連立方程式を利用して求めると、 $a = -1$, $b = 4$

よって $y = -x + 4$

この直線は $y = 0$ のとき、 $x = 4$ だから、C(4, 0)

$$OB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$BC = 2\sqrt{2}$$

$$OC = 4 \text{ より}$$

$$OB:BC:OC = 1:1:\sqrt{2} \text{ だから } \angle OBC = 90^\circ$$

$$AB = \sqrt{(2+4)^2 + (8-2)^2} = 6\sqrt{2}$$

求める体積は、底面の円の半径が OB、高さが AB と BC の 2 つの円すいをあわせたものだから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 \times 6\sqrt{2} + \frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 \times 2\sqrt{2} = \frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 \times (6\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) = \frac{64\sqrt{2}}{3} \pi$$

【問 23】

図のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 A (−2, 4), x 軸上に点 B (5, 0), y 軸上に点 C (0, a)があります。線分 BC と関数 $y=x^2$ のグラフとの交点を D とします。ただし、 $a>0$ とします。

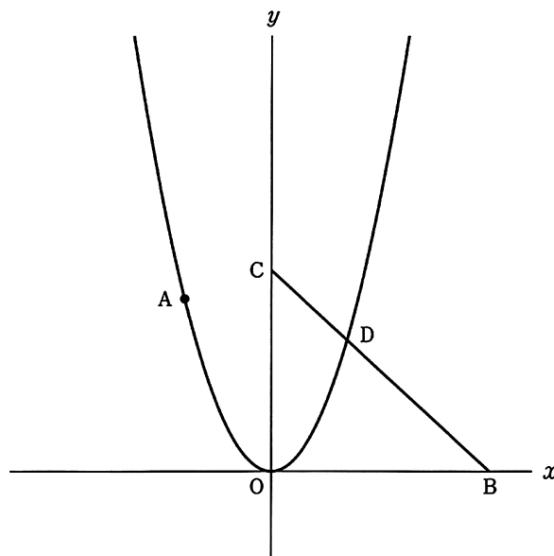
これについて、次の問1～問3に答えなさい。

(広島県 2007 年度)

問1. $a=8$ のとき、2 点 A, C を通る直線の傾きを求めなさい。

問2. 線分 AD が y 軸に垂直となるとき、 a の値を求めなさい。

問3. $\triangle BDO$ の面積が $\triangle COD$ の面積の 2 倍となるとき点 D の y 座標を求めなさい。



解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 2 問2 $\frac{20}{3}$ 問3 $\frac{25}{9}$

解説

問2

AD が y 軸と垂直になるとき、D は A と y 軸について対称な点となるから D (2, 4) B, D を通る直線の式を $y=mx+n$ とおく。

B (5, 0) を通るので、 $0=5m+n$ …① D (2, 4) を通るので、 $4=2m+n$ …② ①, ②を連立方程式として解くと、
 $m=-\frac{4}{3}$, $n=\frac{20}{3}$ よって、直線 BD は $y=-\frac{4}{3}x+\frac{20}{3}$ a はこの直線の切片と一致するから、 $a=\frac{20}{3}$

問3

$\triangle BDO:\triangle COD=2:1$ より、 $BD:DC=2:1$ D から x 軸に垂線 DH をひくと、 $DH\parallel CO$ より、 $OH:OB=CD:CB$
 $OH:5=1:3$ $3OH=5$ $OH=\frac{5}{3}$ よって点 D の x 座標は $\frac{5}{3}$ 点 D は $y=x^2$ 上の点より y 座標は $\left(\frac{5}{3}\right)^2=\frac{25}{9}$

【問 24】

図のように、2 つの関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ と、 $y = ax^2$ ($a > \frac{1}{4}$) のグラフがある。それぞれのグラフ上には、 x 座標が 2 である 2 点 A, B がある。

点 B を通り x 軸に平行な直線と、関数 $y = ax^2$ のグラフとの交点のうち点 B と異なる点を C、点 A を通り x 軸に平行な直線と、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフとの交点のうち点 A と異なる点を D とする。

また、直線 DB と関数 $y = ax^2$ のグラフとの交点のうち点 B と異なる点を E とする。次の問1～問4に答えなさい。

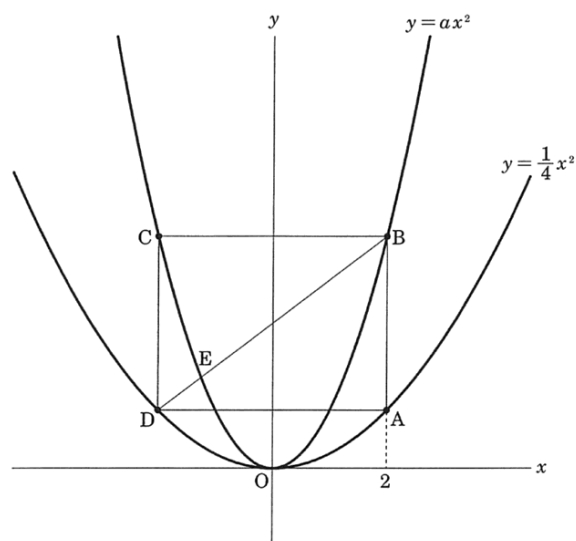
(徳島県 2007 年度)

問1. 点 A の座標を求めなさい。

問2. 四角形 ABCD が正方形になるとき、 a の値を求めなさい。

問3. $a = 1$ のとき、直線 DB の式を求めなさい。

問4. 線分 DE と線分 EB の長さの比が 1:5 になるとき、 a の値を求めなさい。



解答欄

問1	(,)
問2	
問3	
問4	

解答

問1 (2, 1)

問2 $\frac{5}{4}$

問3 $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$

問4 $\frac{3}{4}$

解説

問2

四角形 ABCD が正方形となるときの、 $AB=AD=4$ となるから、点 B の y 座標は $1+4=5$

よって B(2, 5) の座標の値を $y=ax^2$ に代入して $5=4a$ $a=\frac{5}{4}$

問3

$a=1$ のとき、点 B の y 座標は $2^2=4$

よって、B(2, 4) 点 B と D(-2, 1) を通る直線の式を $y=mx+n$ とおき、それぞれの座標を代入すると

$$4=2m+n \cdots \textcircled{1}$$

$$1=-2m+n \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として解くと、 $m=\frac{3}{4}$, $n=\frac{5}{2}$

よって求める直線の式は $y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}$

問4

E から BA, DA に垂線 EK, EH をひく。

EH // BA より、 $DH:DA=DE:DB=1:(1+5)$

$$DH:4=1:6 \quad DH=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

よって点 E の x 座標は $-2+\frac{2}{3}=-\frac{4}{3}$

$y=ax^2$ 上の点より、 $E\left(-\frac{4}{3}, \frac{16}{9}a\right)$, B(2, $4a$) とおく。

$$\text{EH} // \text{BA} \text{ より } BK:KA=BE:ED, \left(4a-\frac{16}{9}a\right):\left(\frac{16}{9}a-1\right)=5:1 \quad 5\left(\frac{16}{9}a-1\right)=4a-\frac{16}{9}a \quad a=\frac{3}{4}$$

【問 25】

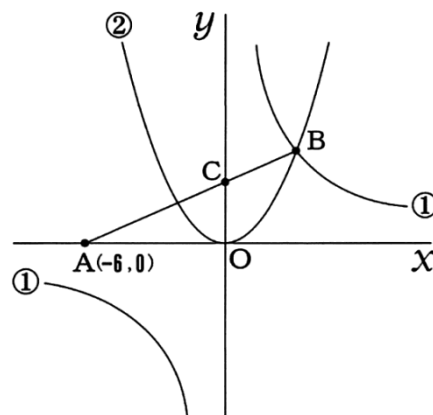
図で、点 O は原点であり、点 A の座標は $(-6, 0)$ である。双曲線①は反比例 $y = \frac{12}{x}$ のグラフであり、放物線②は関数 $y = ax^2$ のグラフで、 $a > 0$ である。点 B は、双曲線①と放物線②との交点であり、線分 AB と y 軸との交点を C とする。

これについて、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(香川県 2007 年度)

- (1) 反比例 $y = \frac{12}{x}$ のグラフ上の点で、 x 座標と y 座標がともに整数となる点は、全部で何個あるか。

- (2) $AC:CB=2:1$ であるとき、 a の値を求めよ。



解答欄

(1)	個
(2)	$a =$

解答

(1) 12 個

(2) $a = \frac{4}{9}$

解説

(2)

点 B から x 軸に垂線 BH をひく。

$CO \parallel BH$ より、 $AO:OH=AC:CB=2:1$

点 B の x 座標を t とすると $6:t=2:1$ $2t=6$ $t=3$

点 B は $y = \frac{12}{x}$ 上の点より、 $x=3$ を代入して、 $y = \frac{12}{3} = 4$

点 $B(3, 4)$ の座標の値を $y = ax^2$ に代入して $4 = 9a$ $a = \frac{4}{9}$

【問 26】

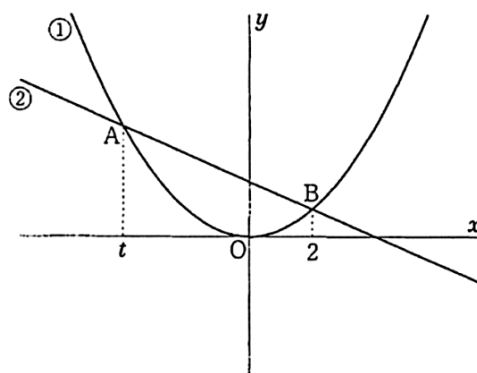
図において、①は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフで、②は右下がりの直線である。①と②は 2 点 A, B で交わり、点 A, B の x 座標はそれぞれ $t, 2$ である。このとき、次の 1～3 の問いに答えなさい。

(高知県 2007 年度)

問1. 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 5$ のときの y の変域を求めよ。

問2. $t = -4$ のとき、線分 AB の長さを求めよ。

問3. ②と x 軸との交点を C とし、点 A から x 軸に引いた垂線と x 軸との交点を D とする。 $CD = 4AD$ となるときの t の値を求めよ。



解答欄

問1	$\leq y \leq$
問2	
問3	$t =$

解答

問1. $0 \leq y \leq \frac{25}{4}$ 問2. $3\sqrt{5}$ 問3. $t = -3$

解説

問1

$y = \frac{1}{4}x^2$ において、 $-1 \leq x \leq 5$ より、 $x = 0$ のとき y の値は最小になり、その値は $y = 0$ $x = 5$ のとき y の値は最大となり、その値は $y = \frac{1}{4} \times 5^2 = \frac{25}{4}$ よって、 y の変域は、 $0 \leq y \leq \frac{25}{4}$

問2

点 A の x 座標 $t = -4$ のとき、点 A の y 座標は $y = \frac{1}{4}x^2$ に代入して、 $y = \frac{1}{4} \times (-4)^2 = 4$ よって、 $A(-4, 4)$ 同様に $B(2, 1)$ 三平方の定理を利用して、 $AB = \sqrt{(2+4)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

問3

$CD = 4AD$ で、②は右下がりの直線だから、直線②の傾きは $-\frac{1}{4}$ $y = -\frac{1}{4}x + b$ とおくと、 $B(2, 1)$ を通るので $x = 2, y = 1$ を代入して、 $1 = -\frac{1}{2} + b$ $b = \frac{3}{2}$ よって、直線②は $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$ 、点 A はこの直線上の点であり、また、 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点でもあるから、 $x = t$ のときの y の値が一致するので、 $-\frac{1}{4}t + \frac{3}{2} = \frac{1}{4}t^2$ $t^2 + t - 6 = 0$ ($t + 3)(t - 2) = 0$ $t = -3, 2$ $t < 0$ より、 $t = -3$

【問 27】

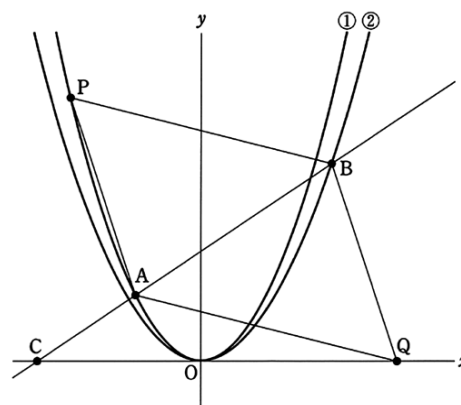
図で、①は関数 $y=x^2$ ，②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。また、点 $A(-1, 1)$ は①上の点、点 $B(2, 3)$ は②上の点、点 C は直線 AB と x 軸との交点である。

このとき、次の1～3の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2007 年度 後期)

問1. a の値を求めなさい。

問2. 直線 AB の式を求めなさい。



問3. ①上に点 P を、 x 軸上に点 Q をとり、四角形 $AQBP$ が平行四辺形となるようにする。ただし、点 P の x 座標は -1 より小さいものとする。

このとき、次の(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1) 点 P の y 座標を求めなさい。

(2) $\triangle ABQ$ の面積は $\triangle ACQ$ の面積の何倍か。

(3) ②上に点 R をとり、 $\triangle CQR$ の面積が平行四辺形 $AQBP$ の面積と等しくなるようにする。このとき、点 R の座標を求めなさい。ただし、点 R の x 座標は 0 より大きいものとする。

解答欄

問1		
問2		
問3	(1)	
	(2)	倍
	(3)	R (,)

解答

問1 $\frac{3}{4}$

問2 $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$

問3

(1) 4 (2) 2 倍 (3) $R \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}, 4 \right)$

解説

問3

(1)

AB の中点を M とする。平行四辺形になるとき、対角線はそれぞれの中点で交わる。

M の y 座標は、 $(1+3) \div 2 = 2$

また、点 P の y 座標を s とすると、点 Q の y 座標は 0 より

M の y 座標は $(s+0) \div 2 = \frac{s}{2}$

よって $\frac{s}{2} = 2 \quad s = 4$

(3)

$\triangle ABQ = 2\triangle ACQ$ だから、平行四辺形 $AQBP = 2\triangle ABQ = 4\triangle ACQ$

よって $\triangle CQR = 4\triangle ACQ$

また $\triangle CQR$ は $\triangle ACQ$ と底辺 CQ が共通なので、面積は高さに比例する。

よって点 R の y 座標 $= 4 \times$ 点 A の y 座標 $= 4 \times 1 = 4$

$y = \frac{3}{4}x^2$ に $y = 4$ を代入して、 $4 = \frac{3}{4}x^2 \quad x^2 = \frac{16}{3}$

$x > 0$ より

$x = \frac{4\sqrt{3}}{3}$

$R \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}, 4 \right)$

【問 28】

図 1 のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 $A(3, 9)$, $B(-1, 1)$ がある。原点を O として、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2007 年度)

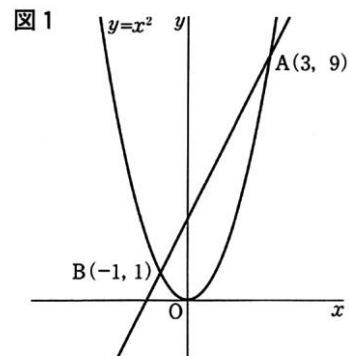
問1. 関数 $y=x^2$ について、 $x=-2$ のときの y の値を求めよ。

問2. 関数 $y=x^2$ について、 x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域を求めよ。

問3. 直線 AB の式を求めよ。

問4. 三角形 OAB の面積を求めよ。

問5. 図 2 のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上と直線 AB 上にそれぞれ x 座標が t である点 P , Q をとる。このとき、 $PQ=3$ となるような t の値をすべて求めよ。ただし、 $-1 \leq t \leq 3$ とする。



解答欄

問1	$y=$
問2	$\leq y \leq$
問3	$y=$
問4	
問5	

解答

問1. $y=4$ 問2. $0 \leq y \leq 9$ 問3. $y=2x+3$ 問4. 6 問5. 0, 2

解説

問5

点 P は $y=x^2$ 上の点より、 $P(t, t^2)$ とおく。

点 Q は $y=2x+3$ 上の点より、 $Q(t, 2t+3)$ とおく。

$-1 \leq t \leq 3$ の範囲では $2t+3 > t^2$ だから、 $PQ=2t+3-t^2$

この値が 3 より、 $2t+3-t^2=3$ $t^2-2t=0$ $t(t-2)=0$ $-1 \leq t \leq 3$ より、 $t=0, 2$

【問 29】

平面上に原点 O と x 軸, y 軸を定め, x 座標と y 座標がともに 0 以上の整数である点をすべて $\bullet$ で表す。また, 座標軸の 1 目盛りを 1 cm とする。なお, 図 1 ～図 3 は, 点 $\bullet$ の x 座標と y 座標がともに 5 以下の場合を示している。このとき, x 軸上にある点 $\bullet$ のうち, O を除いたものの中から 1 つを選んで A とし, x 軸上にない点 $\bullet$ の中から 1 つを選んで B として, 辺 OA を底辺とする三角形 OAB をつくる。ただし, 2 点 A, B は $\angle OAB$ の大きさが 90° 以下となるようにとるものとする。

なお, 図 1 は, 点 $(4, 0)$ を A , 点 $(3, 4)$ を B として三角形 OAB をつくった場合を示している。

ここで, 「底辺 OA の長さ」と「高さ」をそれぞれ 1 つ決めたときにできるすべての三角形 OAB のうち, 合同なものを 1 つとして数えたときの三角形の数を M とする。

例えば, 底辺 OA の長さを 4cm , 高さを 2cm と決めたとき, 三角形 OAB は図 2 のように全部で 5 つある。この中で, B が点 $(0, 2)$ である三角形と点 $(4, 2)$ である三角形は合同なので 1 つと数える。同様に, B が点 $(1, 2)$ と点 $(3, 2)$ である 2 つの三角形も合同なので 1 つと数える。さらに B が点 $(2, 2)$ である三角形が 1 つあるので, $M=3$ となる。

このようにして定める三角形 OAB と M の値について, 次の問いに答えなさい。

(長崎県 2007 年度)

問1. 底辺 OA の長さが 3 cm , 高さが 2 cm であるすべての三角形 OAB を, 図 2 にならって解答用紙の図 3 にかき。また, このときの M の値を求めよ。

問2. 面積が 12 cm^2 高さが 4 cm である三角形 OAB について M の値を求めよ。

問3. 面積を 1 つ決めたときの三角形 OAB は, 底辺 OA の長さが高さの組が何通りか考えられ, 各組においてそれぞれ M の値を求めることができる。このときのすべての M の値の和を T とする。

例えば, 面積が 2cm^2 である三角形 OAB の底辺 OA の長さ, 高さ, M の値の組は, 右の表のように全部で 3 組あり, $T=1+2+3=6$ となる。	底辺 OA の長さ(cm)	1	2	4
	高さ(cm)	4	2	1
	M	1	2	3

このとき, 次の(1), (2)に答えよ。

図 1

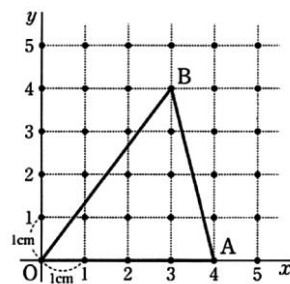


図 2

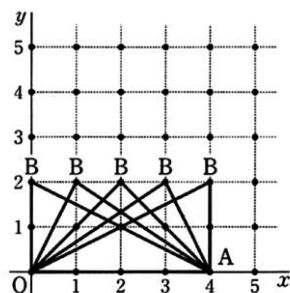
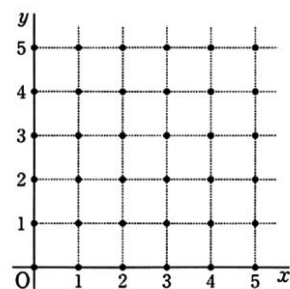


図 3



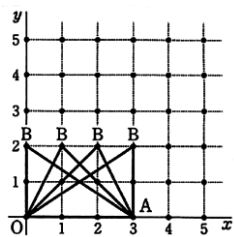
- (1) 面積が 5 cm^2 である三角形 OAB について、次の①, ②に答えよ。
- ① 底辺 OA について、考えられる長さをすべて求めよ。
- ② T の値を求めよ。
- (2) n を 3 以上の素数とする。面積が $n\text{ cm}^2$ である三角形 OAB について、 T を n の式で表せ。

解答欄

問1	図 3		
	M=		
問2	M=		
問3	(1)	①	
		②	T=
	(2)	T=	

解答

問1



$$M=2$$

問2 $M=4$

問3

(1)

① 1 cm, 2 cm, 5 cm, 10 cm ② $T=12$

(2) $T = \frac{3n+9}{2}$

解説

問3

(2)

$OA \times \text{高さ} \div 2 = n$ より, $OA \times \text{高さ} = 2n$

n は 3 以上の素数より

$OA=1$ のとき $h=2n$ で $M=1$

$OA=2$ のとき $h=n$ で $M=2$

$OA=n$ のとき $h=2$ で $M = \frac{n+1}{2}$

$OA=2n$ のとき $h=1$ で $M=n+1$

よって $T = 1 + 2 + \frac{n+1}{2} + n + 1 = \frac{3n+9}{2}$

【問 30】

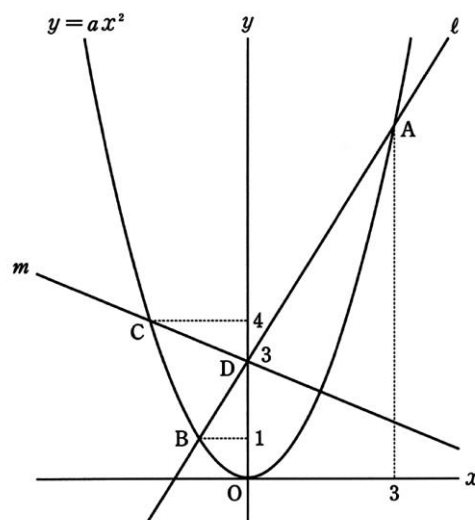
図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフと 2 直線 ℓ , m があり、その交点のうち、3 つの点を A, B, C とする。2 直線は点 D(0, 3) で交わり、直線 ℓ の傾きは 2 であるとき、次の 1～3 の問いに答えなさい。ただし、点 A の x 座標は 3、点 B, C の y 座標はそれぞれ 1, 4 である。

(大分県 2007 年度)

問1. 点 A の y 座標を求めなさい。

問2. 直線 m の式を求めなさい。

問3. $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。



解答欄

問1	
問2	$y =$
問3	

解答

問1 9

問2 $y = -\frac{1}{2}x + 3$

問3 10

解説

問3

B を通り x 軸に平行な直線に、A, C からそれぞれ垂線 AH, CK をひく。

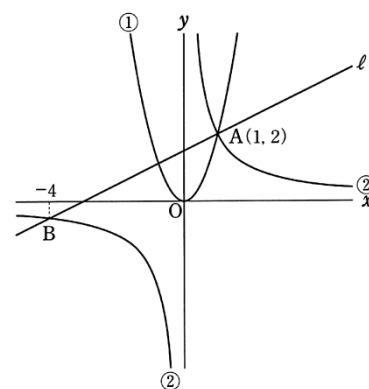
A(3, 9), B(-1, 1), C(-2, 4), H(3, 1), K(-2, 1) だから

$CK = 4 - 1 = 3$ $AH = 9 - 1 = 8$ $HK = 3 - (-2) = 5$ $BH = 3 - (-1) = 4$ $BK = -1 - (-2) = 1$

$\triangle ABC = \text{台形 ACKH} - \triangle ABH - \triangle CBK = \frac{1}{2} \times (3 + 8) \times 5 - \frac{1}{2} \times 8 \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = 10$

【問 31】

図のように、2 つの関数、 $y=2x^2\cdots①$ ， $y=\frac{a}{x}\cdots②$ のグラフと直線 ℓ がある。①のグラフは、②のグラフと点 A で交わり、点 A の座標は(1, 2)である。また、直線 ℓ は②のグラフと 2 点 A, B で交わり点 B の x 座標は -4 である。このとき、次の1～4の問いに答えなさい。



(宮崎県 2007 年度)

問1. a の値を求めなさい。

問2. 点 B の座標を求めなさい。

問3. 直線 ℓ の式を求めなさい。

問4. 点(0, 4)を通り、 x 軸に平行な直線を m とする。直線 m が①のグラフと交わる 2 点のうち、 x 座標が正である点を P とする。また、直線 ℓ と m との交点を Q, 直線 ℓ と y 軸との交点を R とする。このとき、 $\triangle PQR$ を、 y 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

解答欄

問1	$a=$
問2	(,)
問3	
問4	

解答

問1 $a=2$

問2 $\left(-4, -\frac{1}{2}\right)$

問3 $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$

問4 $\frac{115}{6}\pi$

解説

問3

直線 ℓ の式を $y=bx+c$ とすると, $A(1, 2)$, $B\left(-4, -\frac{1}{2}\right)$ を通るので, それぞれの座標の値を代入して

$$2=b+c\cdots\textcircled{1}$$

$$-\frac{1}{2}=-4b+c\cdots\textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として解くと $b=\frac{1}{2}$, $c=\frac{3}{2}$

$$\text{よって } y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$$

問4

直線 m と y 軸との交点を H とおくと, $H(0, 4)$

P は $y=2x^2$ 上の点より, $y=4$ を代入して, $4=2x^2$ $x^2=2$ $x=\pm\sqrt{2}$ $x>0$ より, $x=\sqrt{2}$ よって $P(\sqrt{2}, 4)$

Q は $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ 上の点より, $y=4$ を代入して, $4=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ $\frac{1}{2}x=\frac{5}{2}$ $x=5$ よって $Q(5, 4)$

点 R は $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ と y 軸との交点より, $R\left(0, \frac{3}{2}\right)$

求める体積は $\triangle HQR$ を回転させたものから $\triangle HPR$ を回転させたものを除いたものだから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times HQ^2 \times HR - \frac{1}{3} \times \pi \times HP^2 \times HR$$

$$HQ=5, HP=\sqrt{2}, HR=4-\frac{3}{2}=\frac{5}{2} \text{ より, } \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times \frac{5}{2} - \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{2})^2 \times \frac{5}{2} = \frac{115}{6} \pi \text{ cm}^3$$

【問 32】

図のように、放物線 $y=x^2$ 上に 2 点 A と B を、放物線 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上に 2 点 C と D をとる。

ただし、線分 AB と線分 CD は x 軸に平行で、線分 AD と線分 BC は y 軸に平行である。

(沖縄県 2007 年度)

問1. 点 A の x 座標が 2 のとき、次の各問いに答えな

さい。

(1) 点 A の y 座標を求めなさい。

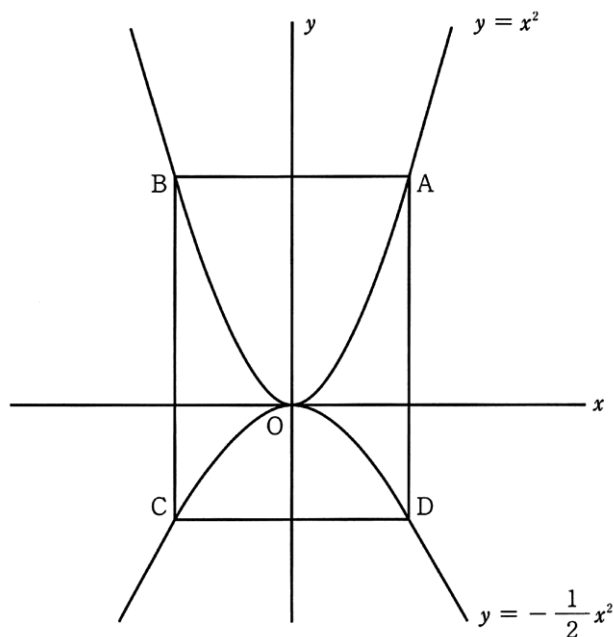
(2) 四角形 ABCD の対角線の交点の座標を求めなさい。

(3) 点(1, 3)を通り、四角形 ABCD の面積を二等分する直線の式を求めなさい。

問2. 点 A の x 座標を a (ただし、 $a>0$)とすると、次の各問いに答えなさい。

(1) 線分 AD の長さを a を用いた式で表しなさい。

(2) 四角形 ABCD が正方形となるような a の値を求めなさい。



解答欄

問1	(1)	(2 ,)
	(2)	(,)
	(3)	$y=$
問2	(1)	$AD=$
	(2)	$a=$

解答

問1

(1) $(2, 4)$

(2) $(0, 1)$

(3) $y=2x+1$

問2

(1) $AD=\frac{3}{2}a^2$

(2) $a=\frac{4}{3}$

解説

問2

(1)

点 A は $y=x^2$ 上の点より A (a, a^2) , 点 D は $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上の点より D $(a, -\frac{1}{2}a^2)$ とおける。

よって, $AD=a^2-\left(-\frac{1}{2}a^2\right)=\frac{3}{2}a^2$

(2)

点 B の x 座標は $-a$ だから, $AB=a-(-a)=2a$

正方形の 4 つの辺はすべて等しいから, $\frac{3}{2}a^2=2a$ $3a^2-4a=0$ $a(3a-4)=0$ $a=0, \frac{4}{3}$ $a>0$ より, $a=\frac{4}{3}$