

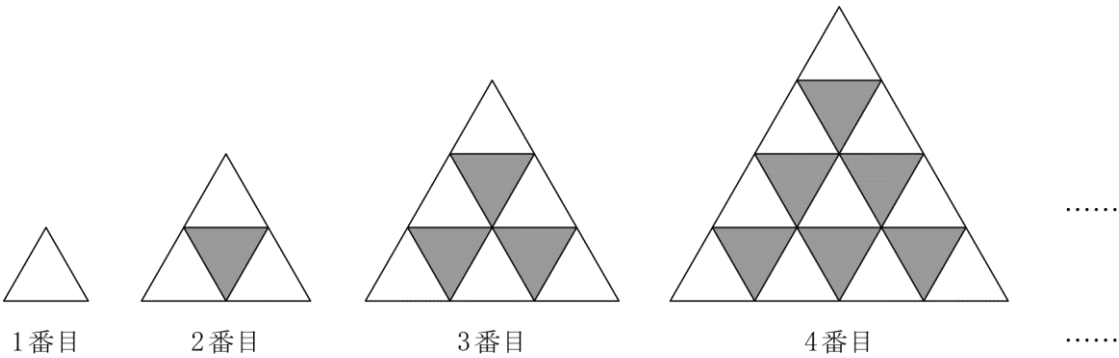
8. 規則性の問題 【2018 年度出題】

【問 1】

下の図のように、同じ大きさの正三角形の白いタイルと黒いタイルをすき間なくしきつめて、1 番目、2 番目、3 番目、4 番目、 $\cdots$ 、 n 番目までの正三角形をつくります。

このとき、次の各問に答えなさい。

(埼玉県 2018 年度)



問1 下の表は、1 番目、2 番目、3 番目、4 番目、 $\cdots$ 、 n 番目までの正三角形をつくるのに必要な白いタイルと黒いタイルの枚数についてまとめたものです。ア と イ にあてはまる数をそれぞれ書きなさい。

	1	2	3	4	$\cdots$	7	$\cdots$	n
白いタイル(枚)	1	3	6	10	$\cdots$	ア	$\cdots$	
黒いタイル(枚)	0	1	3	6	$\cdots$	イ	$\cdots$	
タイルの合計(枚)	1	4	9	16	$\cdots$		$\cdots$	

問2 n 番目の正三角形をつくるのに必要な黒いタイルの枚数を a 枚とすると、 a を n を使った式で表しなさい。

解答欄

問1	ア	
	イ	
問2	$a =$	

解答

問1

ア 28

イ 21

問2 $a = \frac{n^2 - n}{2}$

解説

問1

タイルの合計の枚数は

1 番目の図形で 1 枚, 2 番目の図形で 4 枚, 3 番目の図形で 9 枚…となっているので
 n 番目の図形で n^2 枚となる。

よって 7 番目の図形ではタイルの枚数の合計は $7^2 = 49$ 枚

ここで 1 つの図形の中で

白いタイルの枚数から黒いタイルの枚数を引いた差に注目すると

その差は

1 番目の図形で 1 枚

2 番目の図形で 2 枚

3 番目の図形で 3 枚…となっているので

7 番目の図形では黒いタイルの枚数は白いタイルの枚数より 7 枚少なくなる。

よって黒いタイルの枚数を x 枚とすると

白いタイルの枚数は $(x + 7)$ 枚となるから

$$x + (x + 7) = 49 \quad x = 21$$

よって白いタイルの枚数は $21 + 7 = 28$ 枚

黒いタイルの枚数は, 21 枚

問2

タイルの合計の枚数は

n 番目の図形で n^2 枚

n 番目の図形では黒いタイルの枚数は白いタイルの枚数より n 枚少なくなる。

よって黒いタイルの枚数を a 枚とすると

白いタイルの枚数は $(a + n)$ 枚となるから

$$a + (a + n) = n^2$$

$$2a = n^2 - n$$

$$a = \frac{n^2 - n}{2}$$

【問 2】

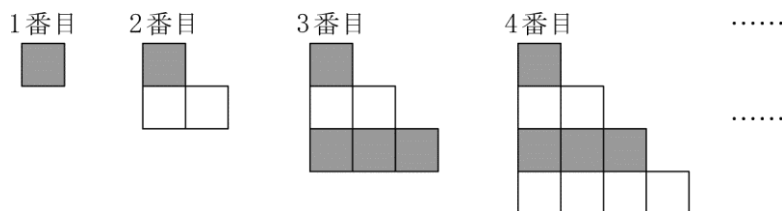
右の図1のように、同じ大きさの青紙と白紙がたくさんある。これらの青紙と白紙を、下の図2のように、交互に一定の規則にしたがって、1 番目、2 番目、3 番目、4 番目、……と並べて階段状の図形をつくっていく。下の表は、図2で、各図形をつくるときに使った青紙の枚数、白紙の枚数、紙の総枚数をまとめたものである。



このとき、あとの問1～問4に答えなさい。

(千葉県 2018 年 度前期)

図2



表

	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	6 番目	……
青紙の枚数	1	1	4	4	(ア)		……
白紙の枚数	0	2	2	6		(イ)	……
紙の総枚数	1	3	6	10			……

問1 表の(ア), (イ)に入る数をそれぞれ書きなさい。

問2 青紙の枚数がはじめて 36 枚になるのは何番目のときか、求めなさい。

問3 30 番目のとき、紙の総枚数は何枚になるか、求めなさい。

問4 紙の総枚数が 1275 枚のとき、白紙の枚数は何枚になるか、求めなさい。

解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	
問2	番目	
問3	枚	
問4	枚	

解答

問1

(ア) 9

(イ) 12

問2 11 番目

問3 465 枚

問4 650 枚

解説

問1

(ア) 5番目の青紙の枚数は4番目より5枚増えて $4+5=9$ 枚

(イ) 6番目の白紙の枚数は4番目より6枚増えて $6+6=12$ 枚

問2

青紙の枚数は奇数番目のときに増え偶数番目のときは増えない。

ここで1番目と2番目を1組, 3番目と4番目を2組, 5番目と6番目を3組...のように組をつくっていくと各組の青紙の枚数は $1^2(=1)$, $2^2(=4)$, $3^2(=9)$...と増えていく。

$36=6^2$ より

はじめて36枚になるのは6組の奇数番目だから $2 \times 6 - 1 = 11$ 番目

問3

問2と同様に考えると

30番目は15組になるから

青紙の枚数は $15^2=225$ 枚

また青紙と白紙の枚数を比べると

右の表のように白紙の枚数は

奇数番目のとき組の数と同じ枚数だけ青紙より少なく

偶数番目のとき組の数と同じ枚数だけ青紙より多くなる。

よって30番目の白紙の枚数は $225+15=240$ 枚

紙の総枚数は $225+240=465$ 枚

(別解)

紙の総枚数は2番目が $1+2$ 枚, 3番目が $1+2+3$ 枚, 4番目が $1+2+3+4$ 枚だから

求める紙の枚数は $1+2+3+4+5+6+\cdots+30=(1+30) \times 30 \div 2=465$ 枚

問4

n 番目の紙の総枚数を考える。

n が偶数のとき

n 番目は $\frac{n}{2}$ 組になるから青紙の枚数は $\left(\frac{n}{2}\right)^2$ 枚で白紙の枚数は $\left(\frac{n}{2}\right)^2 + \frac{n}{2}$ 枚

総枚数は $\left(\frac{n}{2}\right)^2 + \left(\frac{n}{2}\right)^2 + \frac{n}{2} = \frac{n^2+n}{2}$ 枚

n が奇数のとき

n 番目は $\frac{n+1}{2}$ 組になるから青紙の枚数は $\left(\frac{n+1}{2}\right)^2$ 枚で白紙の枚数は $\left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \frac{n+1}{2}$ 枚

総枚数は、 $\left(\frac{n+1}{2}\right)^2 + \left(\frac{n+1}{2}\right)^2 - \frac{n+1}{2} = \frac{n^2+n}{2}$ 枚

したがって n 番目の紙の総枚数は偶数, 奇数にかかわらず $\frac{n^2+n}{2}$ 枚となる。

$\frac{n^2+n}{2}=1275$ $n^2+n-2550=0$ $(n-50)(n+51)=0$ $n>0$ より

$n=50$

このとき白紙の枚数は $\left(\frac{50}{2}\right)^2 + \frac{50}{2}=650$ 枚

(別解)

n 番目の紙の総枚数は

$1+2+3+\cdots+n=(1+n) \times n \div 2 = \frac{n(n+1)}{2}$ 枚

よって $\frac{n(n+1)}{2}=1275$ を解くと

$n^2+n-2550=0$

$(n-50)(n+51)=0$

$n>0$ より

$n=50$

50番目の青紙の枚数は $50 \div 2=25$ より, $25^2=625$ 枚

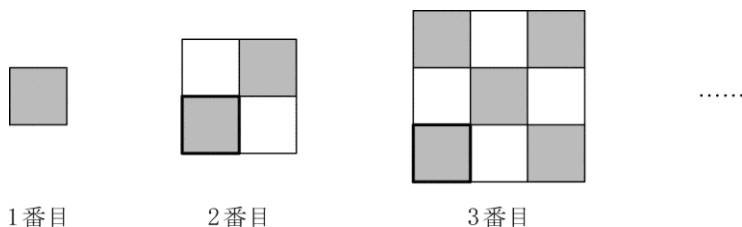
50番目の白紙の枚数は $1275-625=650$ 枚

組	1		2		3	
番目	1	2	3	4	5	6
青(枚)	1	1	4	4	9	9
白(枚)	0	2	2	6	6	12
総枚数	1	3	6	10	15	21
白-青	-1	1	-2	2	-3	3

【問 3】

灰色と白色の同じ大きさの正方形のタイルをたくさん用意した。これらのタイルを使って、下の図のように、灰色のタイルを 1 個おいて、1 番目の正方形とし、2 番目以降は、正方形の四隅のうち、左下隅に灰色のタイルをおいて、灰色のタイルと白色のタイルが縦横いずれも交互になるようにすき間なく並べて、大きな正方形をつくっていく。できあがった正方形の 1 辺に沿って並んだタイルの個数が 1 個、2 個、3 個、…のとき、それぞれできあがった正方形を、1 番目、2 番目、3 番目、…とする。このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(新潟県 2018 年度)



問1 5 番目の正方形には、灰色のタイルと白色のタイルがそれぞれ何個使われているか。その個数を答えなさい。

問2 次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) $2k-1$ 番目 (奇数番目) の正方形には、灰色のタイルと白色のタイルがそれぞれ何個使われているか。 k を用いて答えなさい。ただし、 k は自然数とする。

(2) $2k$ 番目 (偶数番目) の正方形には、灰色のタイルと白色のタイルがそれぞれ何個使われているか。 k を用いて答えなさい。ただし、 k は自然数とする。

問3 灰色のタイルを 221 個使ってできる正方形は、何番目の正方形か。求めなさい。

解答欄

問1	灰色	個	
	白色	個	
問2	(1)	灰色	個
		白色	個
	(2)	灰色	個
		白色	個
問3	[求め方]		
	答 番目		

解答

問1

灰色 13 個

白色 12 個

問2

(1)

灰色 $2k^2 - 2k + 1$ 個

白色 $2k^2 - 2$ 個

(2)

灰色 $2k^2$ 個

白色 $2k^2$ 個

問3

〔求め方〕

$2k - 1$ 番目の正方形の灰色のタイルの個数は $2k^2 - 2k + 1$ 個である。

$2k$ 番目の正方形の灰色のタイルの個数は $2k^2$ 個である。

灰色のタイルが全部で 221 個だから

$$2k^2 - 2k + 1 = 221 \cdots \textcircled{1}$$

$$2k^2 = 221 \cdots \textcircled{2}$$

①を解くと $k = 11$ なので

$2 \times 11 - 1 = 21$ 番目である。

②は k が自然数だから適さない。

答 21 番目

解説

問1

5 番目の正方形には $5^2 = 25$ 個のタイルが使われている。

左下隅に灰色のタイルをおいて灰色と白色が交互に並ぶから灰色のタイルのほうが 1 個だけ多くなる。

よって灰色のタイルが 13 個で白色のタイルが 12 個。

問2

(1)

奇数番目の正方形では灰色のタイルが白色のタイルより 1 個だけ多くなる。

$2k - 1$ 番目の正方形に使われるタイルの総枚数は

$$(2k - 1)^2 = 4k^2 - 4k + 1 = 2(2k^2 - 2k) + 1$$

よって灰色のタイルが $2k^2 - 2k + 1$ 個で白色のタイルが $2k^2 - 2k$ 個

(2)

偶数番目の正方形では、灰色のタイルと白色のタイルの個数は等しい。

$2k$ 番目の正方形に使われるタイルの総枚数は $(2k)^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$

よって灰色のタイルも白色のタイルも $2k^2$ 個

問3

この正方形が奇数番目である場合

$$2k^2 - 2k + 1 = 221$$

$$2k^2 - 2k - 220 = 0$$

$$k^2 - k - 110 = 0$$

$$(k + 10)(k - 11) = 0$$

$$k = -10, 11$$

k は自然数だから

$k = -10$ は問題にあわない。

$k = 11$ のとき

$2k - 1 = 2 \times 11 - 1 = 21$ 番目でこれは問題に合う。

この正方形が偶数番目である場合

$$2k^2 = 221$$

k は自然数だから

$2k^2$ は必ず偶数になる。

よってこれをみたす自然数 k はない。

【問 4】

同じ大きさの正方形の形をした黒のタイルと白のタイルを使い、 の手順で、下の図のように模様を作っていく。

また、下の表は、模様の番号、黒のタイルの枚数と白のタイルの枚数、白のタイルの枚数から黒のタイルの枚数を引いたときの差についてまとめたものである。

このとき、あとの問いに答えなさい。

ただし、表は、あてはまる数を一部省略している。

(富山県 2018 年度)

手順

ア 黒のタイルを 1 枚置いたものを 1 番目の模様とする。

イ 1 番目の模様の下に、左端をそろえて白のタイルをすき間なく 2 枚置いたものを 2 番目の模様とする。

ウ 2 番目の模様の下に、左端をそろえて黒のタイルをすき間なく 3 枚置いたものを 3 番目の模様とする。

エ 以下、このような作業を繰り返して、4 番目の模様、5 番目の模様、…とする。

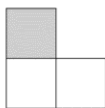
例えば、5 番目の模様であれば、一番下のタイルは必ず 5 枚置くことになる。

図

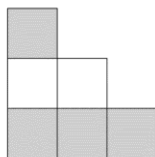
1 番目の模様



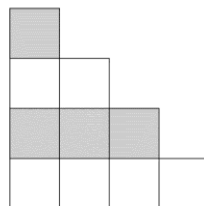
2 番目の模様



3 番目の模様



4 番目の模様



...

...

表

模様の番号(番目)	1	2	3	4	5	6	...
黒のタイルの枚数(枚)	1	1	4	4	A		...
白のタイルの枚数(枚)	0	2	2	6			...
差	-1	1	-2	2		B	...

問1 上の表のA、Bにあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

問2 差が 6 のとき、何番目の模様か求めなさい。また、そのときの黒のタイルの枚数を求めなさい。

問3 黒のタイルと白のタイルが、それぞれ 200 枚ずつある。

手順にしたがって、できるだけ多くのタイルを使って模様を作るとき、黒のタイルと白のタイルはそれぞれ何枚使うか求めなさい。

解答欄

問1	A	
	B	
問2	番目	
	黒のタイル	枚
問3	黒のタイル	枚
	白のタイル	枚

解答

問1

A 9

B 3

問2

12 番目

黒のタイル 36 枚

問3

黒のタイル 196 枚

白のタイル 182 枚

解説

問1

5 番目の模様は 4 番目の模様の下に黒のタイルを 5 枚置くから A は $4+5=9$

また 6 番目の模様は, 5 番目の模様の下に白のタイルを 6 枚置くから

白のタイルは $6+6=12$ 枚

黒のタイルは 5 番目と同じ 9 枚だから B は $12-9=3$

問2

差が正の数になるのは偶数番目の模様でそのときの差を表す数を n とすると

模様の番号は $2n$ 番目であり黒のタイルの枚数は n^2 枚となる。

よって差が 6 になるのは $2 \times 6 = 12$ 番目の模様でそのときの黒のタイルの枚数は $6^2 = 36$ 枚

問3

200 以下の整数で(整数)²の形で表される最大の数は $196(=14^2)$

黒のタイルを 196 枚使うのは $2 \times 14 = 28$ 番目の模様とその 1 つ前の 27 番目の模様となる。

28 番目の模様では差が 14 で白のタイルの枚数は $196 + 14 = 210$ 枚となり 200 枚をこえる。

27 番目の模様では差が -14 で白のタイルの枚数は $196 - 14 = 182$ 枚となり問題にあう。

よって黒のタイルが 196 枚, 白のタイルが 182 枚。

【問 5】

右の表1は、かけ算の九九を表にしたものである。太郎さんは、表1の太枠の中に書かれた 81 個の数字の合計を工夫して求めようとした。

次の問1, 問2に答えなさい。

(岐阜県 2018 年度)

問1 太郎さんは、表1の太枠の中から一部を取り出し、4 段 4 列の表2を作った。さらに、表2をもとに次のように表3, 表4, 表5をそれぞれ作り、表2に書かれた 16 個の数字の合計を考えた。

表1

		かける数								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

かけられる数

表3は、表2の数字を左右対称に並べ替えたもの。

表4は、表2の数字を上下対称に並べ替えたもの。

表5は、表2の数字を左右対称に並べ替え、さらに上下対称に並べ替えたもの。

表2

1	2	3	4
2	4	6	8
3	6	9	12
4	8	12	16

表3

4	3	2	1
8	6	4	2
12	ア	6	3
16	12	8	4

表4

4	8	12	16
3	6	9	12
2	4	6	8
1	2	3	4

表5

16	12	8	4
12	9	6	3
8	6	4	2
4	3	2	1

次の文章は、太郎さんの考えをまとめたものである。ア、イ、オ、カには数を、ウには b を使った式を、エには a を使った式を、それぞれ当てはまるように書きなさい。

表2, 表3, 表4, 表5について、各表の上から3 段目、左から2 列目に書かれた数字は、順に、6, ア, 4, 6 であり、合計は イ となる。同様に、他の位置に書かれた数字について、各表の上から a 段目、左から b 列目に書かれた数字を a, b を使って表すと、順に、 ab, a (ウ), (エ) b , (エ) (ウ) であり、合計すると オ となる。

したがって、表2に書かれた 16 個の数字の合計は $\frac{\text{オ} \times 16}{\text{カ}}$ で計算できる。

問2 表1の太枠の中に書かれた 81 個の数字の合計を求めなさい。

解答欄

問1	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
	オ	
	カ	
問2		

解答

問1

ア 9

イ 25

ウ $5-b$

エ $5-a$

オ 25

カ 4

問2 2025

解説

問1

表2, 表3, 表4, 表5について

各表の上から3段目左から2列目に書かれた数字は順に 6, 9, 4, 6 で合計は $6+9+4+6=25$ である。

同様に他の位置に書かれた数字について

各表の上から a 段目左から b 列目に書かれた数字を a, b を使って表す。

左右対称に並べ替えると b が $5-b$ になり

上下対称に並べ替えると a が $5-a$ になり

上下左右対称に並べ替えると a と b がそれぞれ $5-a$ と $5-b$ になるから

順に $ab, a(5-b), (5-a)b, (5-a)(5-b)$ であり

合計すると $ab+a(5-b)+(5-a)b+(5-a)(5-b)=ab+5a-ab+5b-ab+25-5b-5a+ab=25$ となる。

よって表2に書かれた16個の数字の合計は $(25 \times 16) \div 4 = 100$ である。

問2

問1と同様に考えると

$ab+a(10-b)+(10-a)b+(10-a)(10-b)=ab+10a-ab+10b-ab+100-10b-10a+ab=100$

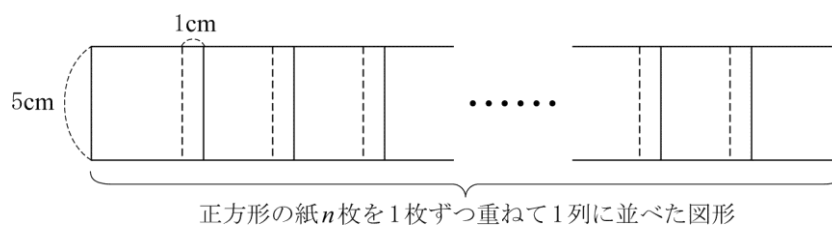
となるから $(100 \times 81) \div 4 = 2025$

【問 6】

次の図のように、1 辺の長さが 5 cm の正方形の紙 n 枚を、重なる部分がそれぞれ縦 5 cm, 横 1 cm の長方形となるように、1 枚ずつ重ねて 1 列に並べた図形をつくる。

正方形の紙 n 枚を 1 枚ずつ重ねて 1 列に並べた図形の面積を n を使って表しなさい。

(三重県 2018 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$20n + 5 \text{ cm}^2$$

解説

求める図形の面積は

1 辺の長さが 5 cm の正方形 1 個の面積と

縦の長さが 5cm で横の長さが 4cm の長方形 $(n-1)$ 個の面積の和だから

$$5 \times 5 + 5 \times 4 \times (n-1) = 20n + 5 \text{ cm}^2$$

【問 7】

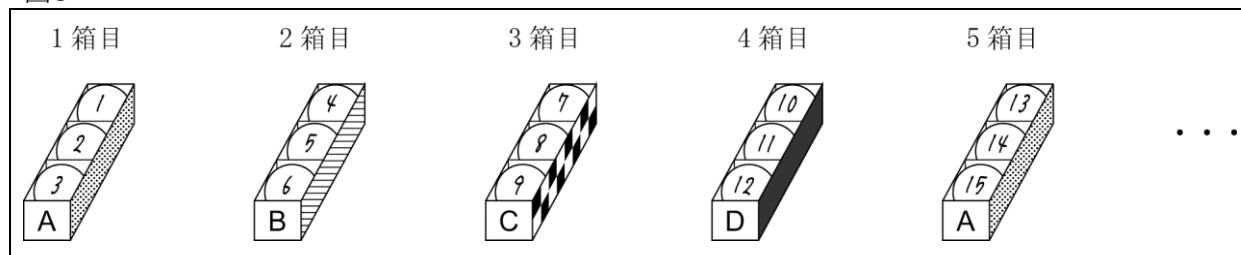
右の図1のような 1 から 23 までの自然数のうちいずれか 1 つが書かれた 23 種類の玉と、図2のようなA, B, C, Dの 4 種類の箱が、それぞれたくさんある。

最初に、①, ②, ③ の順に 3 個の玉を取り、Aの箱に入れる。次に、④, ⑤, ⑥ の順に 3 個の玉を取り、Bの箱に入れる。このように、書かれた自然数が連続するように玉を取り、3 個ごとに、A, B, C, Dの順に異なる種類の空の箱に入れることをくり返す。ただし、②③ の玉の次は ① の玉を取るものとする。

次の図3のように、最初に玉を入れた箱から順に、1 箱目、2 箱目、3 箱目、4 箱目、5 箱目、…とする。

下の表は箱の中の玉と箱の種類の組み合わせを表したものの一部である。たとえば、8 箱目には、②②, ②③, ① の 3 個の玉が入っており、その箱の種類はDである。また、① の玉を、1 回目に入れるのは 1 箱目、2 回目に入れるのは 8 箱目である。

図3



	1 箱目	2 箱目	3 箱目	4 箱目	5 箱目	6 箱目	7 箱目	8 箱目	9 箱目	...
箱の中の玉	①	④	⑦	⑩	⑬	⑯	⑱	②②	②	...
	②	⑤	⑧	⑪	⑭	⑰	⑲	②③	③	
	③	⑥	⑨	⑫	⑮	⑱	⑲	①	④	
箱の種類	A	B	C	D	A	B	C	D	A	...

このとき、次の問1～問3に答えよ。

(京都府 2018 年度 前期)

問1 ②③, ①, ② の 3 個の玉をはじめて同じ箱に入れるのは、何箱目か求めよ。また、その箱の種類を、A～D から 1 つ選べ。

問2 ① の玉を 8 回目に入れるのは、何箱目か求めよ。また、その箱の種類を、A～Dから 1 つ選べ。

問3 次の文章は、㊦の玉をAの箱に入れる場合について述べたものである。文章中の ア・イ に当てはまる数をそれぞれ求めよ。

㊦の玉をAの箱に1回目に入れるのは1箱目であり、㊦の玉をAの箱に2回目に入れるのは ア 箱目である。この続きを考えると、㊦の玉をAの箱に30回目に入れるのは イ 箱目である。

解答欄

問1	箱目 箱の種類 A B C D			
問2	箱目 箱の種類 A B C D			
問3	ア			
	イ			

解答

問1

16 箱目 箱の種類 (D)

問2

54 箱目 箱の種類 (B)

問3

ア 77

イ 913

解説

問1

m を自然数とすると (23), (1), (2) の 3 個が入っている箱の前には $23m+22$ 個の玉が使われている。

1 箱に玉が 3 個ずつ入っていることから $23m+22$ は 3 の倍数であり

そのような m のうち最も小さい値は $m=1$ のときである。

よって (23), (1), (2) の 3 個が入っている箱の前には $23 \times 1 + 22 = 45$ 個の玉が使われており

使われた箱は $45 \div 3 = 15$ 箱

よって求める箱は 16 箱目。

問2

8 回目に入れる (1) の玉は

全体で $23 \times 7 + 1 = 162$ 個目の玉である。

$162 \div 3 = 54$ より (1) の玉を 8 回目に入れる箱は 54 箱目。

箱は 4 種類あるので箱の番号を 4 でわった余りが 1 のとき A, 余りが 2 のとき B, 余りが 3 のとき C, 4 でわりきれるとき D だから $54 \div 4 = 13$ 余り 2 より B の箱。

問3

まず 2 回目に (1), (2), (3) の 3 個が同じ箱に入るのが何箱目かを考える。

n を自然数とすると (1), (2), (3) の 3 個が入っている箱の前には, $23n$ 個の玉が使われている。

1 箱に玉が 3 個ずつ入っていることから $23n$ は 3 の倍数であり

そのような n のうち最も小さい値は $n=3$ のときである。

よって (1), (2), (3) の 3 個が入っている箱の前には $23 \times 3 = 69$ 個の玉が使われており

使われた箱は, $69 \div 3 = 23$ 箱

よって 2 回目に (1), (2), (3) の 3 個が同じ箱に入るのは 24 箱目であり

このことから玉の入り方は 23 箱ごとに同じ並びを繰り返すことがわかる。

また箱の種類は 4 箱ごとに同じ並びを繰り返すので

$23 \times 4 = 92$ 箱ごとに玉の並びと箱の並びが同じ順に繰り返すことがわかる。

ここではじめの 23 箱について (1) が入っている箱は 1, 8, 16 箱目だから

23 箱ごとに玉の並びが同じになることに注意して

はじめの 92 箱について (1) が入っている箱は 1, 8, 16, 24, 31, 39, 47, 54, 62, 70, 77, 85 箱目

このうち箱の番号を 4 でわったあまりが 1 となるのは 1, 77, 85 箱目だから

(1) の玉を A の箱に 2 回目に入れるのは 77 箱目である。

(1) の玉を A の箱に入れることは 92 箱ごとに 3 回ずつ起きるので

30 回目に入れるのは, $92 \times 9 + 85 = 913$ 箱目である。

【問 8】

右の表のように、連続する自然数を 1 から順に規則的に書いていく。上の段から順に 1 段目, 2 段目, 3 段目, …, 左の列から順に 1 列目, 2 列目, 3 列目, …とする。たとえば, 8 が書かれているのは 3 段目の 2 列目である。

このとき, 次の問1～問3に答えよ。

(京都府 2018 年度 中)

問1 36 が書かれているのは何段目の何列目か求めよ。

問2 n 段目の n 列目に書かれている数を n を用いて表せ。

ただし, 答えは, かつこがあればかつこをはずし, 同類項があれば同類項をまとめて簡単にすること。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	…
1 段目	1	4	5	16	17	
2 段目	2	3	6	15	18	
3 段目	9	8	7	14		
4 段目	10	11	12	13		
5 段目						
⋮						

問3 87 段目の 93 列目に書かれている数を求めよ。

解答欄

問1	段目の	列目
問2		
問3		

解答

問1 1 段目の 6 列目

問2 $n^2 - n + 1$

問3 8551

解説

問1

表より 1 段目の偶数列目はその偶数の平方が書かれている。36 = 6² より 36 は 1 段目の 6 列目に書かれている。

問2

表より奇数段目の 1 列目はその奇数の平方が書かれている。

n が偶数のとき n 段目の n 列目に書かれている数は(1 段目の n 列目の数) - $(n - 1) = n^2 - n + 1$

また n が奇数のとき n 段目の n 列目に書かれている数は(n 段目の 1 列目の数) - $(n - 1) = n^2 - n + 1$

よって n 段目の n 列目に書かれている数は $n^2 - n + 1$ である。

問3

1 段目の 92 列目に書かれている数は $92^2 = 8464$

よって 1 段目の 93 列目に書かれている数は $8464 + 1 = 8465$

奇数列はその奇数と同じ段までは段数が 1 増えると書かれている数も 1 増えていくから

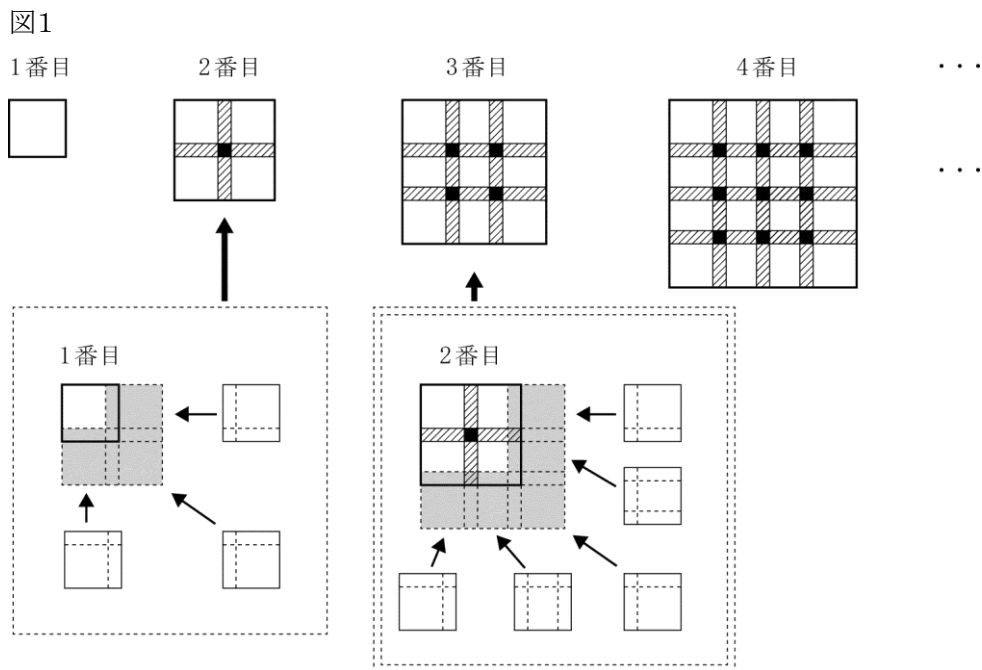
87 段目の 93 列目に書かれている数は $8465 + (87 - 1) = 8465 + 86 = 8551$

【問 9】

1 辺 5 cm の正方形の折り紙を、規則的に貼り合わせて、大きさの違う正方形をつくっていく。正方形のつくり方は、図1のように、まず 1 番目として、折り紙を 1 枚置く。

2 番目として、 内のように、1 番目の正方形に、3 枚の折り紙を 1 cm ずつ重ねて貼り合わせ、正方形をつくる。次に、3 番目として、 内のように、2 番目の正方形に、5 枚の折り紙を 1 cm ずつ重ねて貼り合わせ、正方形をつくる。このように、折り紙を貼り合わせ、正方形を規則的につくっていく。

ただし、図1中の  と  は、2 枚の折り紙の重なりと 4 枚の折り紙の重なりをそれぞれ表している。



次の表は、この規則に従って正方形をつくったときの順番と、折り紙の枚数、正方形の 1 辺の長さ、4 枚の折り紙の重なり  の個数についてまとめたものである。

このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(和歌山県 2018 年度)

順番 (番目)	1	2	3	4	5	6	...
折り紙の枚数 (枚)	1	4	9	16	25	36	...
正方形の1辺の長さ (cm)	5	9	13	17	ア	25	...
4枚の折り紙の重なり  の個数 (個)	0	1	4	9	16	イ	...

問1 上の表中の  ,  にあてはまる数をかきなさい。

問2 9 番目の正方形をつくるとき、8 番目の正方形に何枚の折り紙を貼り合わせればよいか、求めなさい。

問3 4 番目の正方形で、折り紙が 2 枚以上重なっている部分の面積の和を求めなさい。

問4 図2は、貼り合わせてつくった正方形の 1 辺の長さを求めるために、図1の各順番における 1 番上に貼り合わせた折り紙の一部を、それぞれ切り取って表したものである。

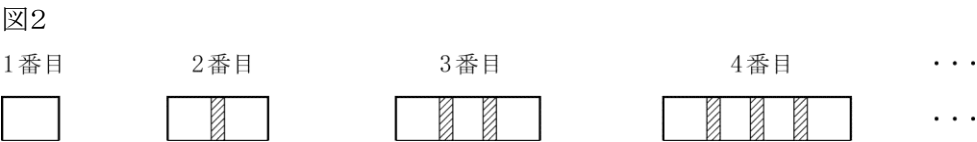


図2から、2 枚の折り紙の重なり  の個数は、2 番目では 1 個、3 番目では 2 個、4 番目では 3 個であることがわかる。

このことから、 n 番目の正方形の 1 辺の長さを n の式で表しなさい。

ただし、その過程がわかるようにかきなさい。

解答欄

問1	ア	
	イ	
問2	枚	
問3	cm ²	
問4	〔過程〕	
	n 番目の正方形の 1 辺の長さ cm	

解答

問1

ア 21

イ 25

問2 17 枚

問3 93cm^2

問4

〔過程〕

n 番目では 1 番上に貼り合わせた 1 辺 5 cm の折り紙は n 枚である。

また 2 枚の折り紙の重なりはそれぞれ 1 cm で

その個数は $(n-1)$ 個である。

よって n 番目の正方形の 1 辺の長さは

$$5 \times n - 1 \times (n-1) = 4n + 1\text{ cm}$$

n 番目の正方形の 1 辺の長さ $4n + 1\text{ cm}$

解説

問1

表から順番が 1 増えると正方形の 1 辺の長さは 4cm ずつ増えるから

5 番目の正方形の 1 辺の長さは $17 + 4 = 21$ ア

また 4 枚の折り紙の重なり■の個数は $(\text{順番} - 1)^2$ となるから

6 番目の 4 枚の折り紙の重なり■の個数は $(6 - 1)^2 = 25$ イ

問2

9 番目の正方形をつくるのに必要な折り紙の枚数は $9^2 = 81$ で

8 番目の正方形をつくるのに必要な折り紙の枚数は $8^2 = 64$ だから

8 番目の正方形に $81 - 64 = 17$ 枚の折り紙を貼り合わせればよい。

問3

求める面積の和は $(1 \times 17) \times 6 - (1 \times 1) \times 9 = 93\text{cm}^2$

問4

2 枚の折り紙の重なる部分の個数は n 番目で $(n-1)$ 個である。

よって n 番目の正方形の 1 辺の長さは $5 \times n - (n-1) \times 1 = 4n + 1\text{ cm}$

【問 10】

自然数を 2 乗, 3 乗, 4 乗, …したときの一の位の数を考える。例えば, 3 を 3 乗すると $3^3=27$ になるので, 一の位の数 は 7 である。このようにして調べた一の位の数を表のようにまとめた。次の(1)～(3)に答えなさい。

(島根県 2018 年度)

表 自然数を 2 乗, 3 乗, 4 乗, …したときの一の位の数

自然数	1	2	3	4	5	6	……
2 乗	1	4	9	6	5	6	……
3 乗	1	8	7	4	5	…	……
4 乗	1	工	1	6	5	…	……
5 乗	1	2	3	4	5	…	……
…	…	…	…	…	…	…	……

(1) 表の

工

 にあてはまる数を答えなさい。

(2) 1 または 5 のように, 2 乗, 3 乗, 4 乗, …したときの一の位の数がいずれも同じである自然数はいろいろ考えられる。このような自然数のうち, 1, 5 以外の自然数を 2 つ答えなさい。

(3) 表に現れる数の規則性を考えて, 3 を 30 乗したときの一の位の数求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	と
(3)	

解答

(1) 6

(2) 6 と 10

(3) 9

解説

(1)

$2^4=16$ より, エは 6 である。

また n 乗したときの一の位の数は

$\{(n-1)\text{乗したときの一の位の数}\} \times (\text{もとの自然数})\text{の一の位の数}$ となるので

$8 \times 2=16$ より 6 としてもよい。

(2)

$\underline{6^2=36}$, $\underline{10^2=100}$ のように

ある自然数を 2 乗したときの一の位の数と

もとの自然数の一の位の数が等しければ

それ以降も一の位の数は等しくなる。

6 と 10 以外にも 11, 15, 16, 20…などが考えられる。

(3)

もとの自然数を 3 とするとき

表に現れる数は上から順に 3, 9, 7, 1, 3…となっており

3, 9, 7, 1 の 4 つの数がこの順に繰り返し現れる。

よって 3 を 30 乗するところまで考えると

$30 \div 4 = 7$ あまり 2 より

3, 9, 7, 1 が 4 回並んだあと

3, 9 と並ぶので

3 を 30 乗したときの一の位の数は 9 である。

【問 11】

卒業前にクラスでお楽しみ会をすることになり、AさんとBさんが飾りつけの係になった。画用紙などを使っているいろいろな形の飾りを作る相談をしている。次の問1～問3に答えなさい。

(島根県 2018 年度)

問1 画用紙から縦 8 cm、横 12 cm の長方形を切り取ってカードを作り、クラス 35 人に 1 人ずつメッセージを書いてもらい、そのカードを重ねずに横につなげて、壁に飾ることにした。次の会話を読んで、次の(1)、(2)に答えなさい。

会話

Aさん 「カードを幅 2 cm のテープでつなげようよ。」

Bさん 「カードをつなぐときは、つなぎめがテープの真ん中にくるようにして、^{おもて}表面にだけ^は貼ろう。つながない辺には、このテープを表面に 1 cm 見えるように折り曲げて貼って、ふちどりをしたらきれいになるね。」

Aさん 「いいね。2 枚だけカードをつなぎ、ふちどりもするとしたら、長さ 8 cm のテープが ア 本、長さ 12 cm のテープが 4 本必要になるね。」

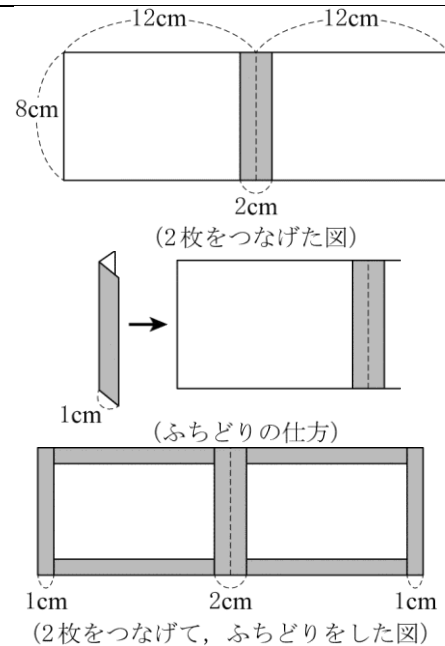
Bさん 「それだとテープが重なるから、重ならないように隙間なく貼って、テープをなるべく節約しようよ。」

Aさん 「そうだね。じゃあ、縦は長さ 8 cm のテープで貼っておいて、横は長さ イ cm のテープで貼れば、テープは重ならず隙間なく貼れるね。そうすると、テープの長さは合計で $8 \times$ ア $+$ イ $\times 4 = 64$ (cm) 必要だね。」

Aさん 「同じようにして、 n 枚のカードをつなぎ、ふちどりもするときに必要なテープの長さを求めてみようよ。」

Bさん 「2 枚のときを参考にして考えると、 n 枚の場合は、縦は長さ 8 cm のテープが (ウ) 本、横は長さ イ cm のテープが エ 本だから、テープの長さは合計で $8 \times$ (ウ) $+$ イ $\times$ エ $=$ オ (cm) 必要だね。」

Aさん 「じゃあ、この方法で 35 枚のカードをつなげるとき、長さ 10 m のテープで足りるかな？」



(1) 会話の ア ～ オ にあてはまる数または式を答えなさい。

(2) 会話の下線部について、長さ 10 m のテープで足りるかどうか、必要なテープの長さを示して説明しなさい。

解答欄

(1)	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
	オ	
(2)	〔説明〕	

解答

(1)

ア 3

イ 10

ウ, エ $n+1, 2n$

オ $28n+8$

(2)

〔説明〕

$28 \times 35 + 8 = 988 \text{ cm}$ より 9.88 m あればよいので長さ 10 m のテープで足りる。

解説

(1)

2枚だけカードをつなぎふちどりもする場合

長さ 8 cm のテープはつなぎめに1本, ふちどりに2本, 合計3本必要になる。

横のテープを縦のテープと重ならないように貼る場合

カードの横の長さから左右それぞれ 1 cm 短くすればよいので

横のテープの長さは $12 - 1 \times 2 = 10 \text{ cm}$ とすればよい。

n 枚のカードをつなぎふちどりもする場合

長さ 8 cm のテープはつなぎめに $(n-1)$ 本

もっとも端となる2枚のカードのふちどりに2本

合わせて $(n+1)$ 本必要になる。

また長さ 10 cm のテープはカード1枚につき2本ずつ必要だから合わせて $2n$ 本必要になる。

よってテープの長さは合計で $8 \times (n+1) + 10 \times 2n = 28n + 8 \text{ cm}$ 必要である。

(2)

(1)より n 枚のカードをつなぎふちどりもする場合テープは $28n + 8 \text{ cm}$ 必要である。

よって $n = 35$ を代入すると $28 \times 35 + 8 = 988$ より $988 \text{ cm} = 9.88 \text{ m}$ 必要である。

これは 10 m 未満だから足りるといえる。

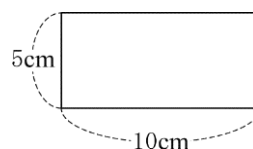
【問 12】

図1のような、となり合う 2 辺の長さが 5 cm, 10 cm の長方形のカードがいくつかある。

次の問1, 問2に答えなさい。

(山口県 2018 年度)

図1



問1 カードを何枚か使って, 【操作 1】を行うとき, 下の(1), (2)に答えなさい。

【操作1】

次の①～③によって, ページ番号を表す数字を書いた 1 冊の冊子を作る。

- ① 図2のように, カードを重ねて真ん中で折った冊子を作り, 折り目の線が左にくるように机の上に置く。さらに, 最初のページ (最も上にあるページ) に数字 1 を書く。
- ② ページを 1 枚めくり, 図3のように, 左側のページに数字 2, 右側のページに数字 3 を書く。
- ③ 同じように, ページを 1 枚めくるごとに, 最後のページ (最も下にあるページ) まで, それぞれのページに 4, 5, 6, …と数字を 1 つずつ順に書く。

例えば, カードが 10 枚の場合, それぞれのページに 1 から 40 までの数字を 1 つずつ順に書く。このとき, カードを重ねたまま広げ, 数字 1 を書いた面を上にして置くと, 図4のように, カードに数字が書いてある。

図2

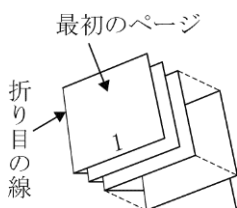


図3

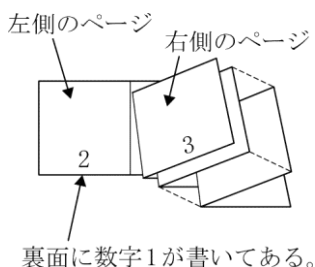
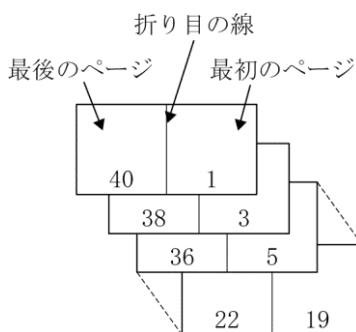


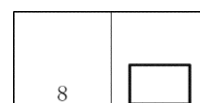
図4



(1) カードを n 枚使って 1 冊の冊子を作るとき, この冊子の最後のページに書いてある数を n を使った式で表しなさい。

(2) カードを何枚か使って 1 冊の冊子を作り, 図5のように, 数字 8 を書いたカードを取り出して広げ, 数字 8 を書いた面を上にして置く。このとき, 図5中の にあてはまる数字が, 次のア～オの中に 1 つある。それを選び, 記号で答えなさい。また, この冊子を作るのに使ったカードは何枚か。求めなさい。

図5



ア 55 イ 56 ウ 57 エ 58 オ 59

問2 カードを2枚使って、【操作2】を行う。使う2枚のカードを長方形ABCD, 長方形EFGHで表し, $AB=EF=10\text{ cm}$, $BC=FG=5\text{ cm}$ とする。

【操作2】

次の①, ②によって, 2枚のカードを回転移動させる。

① 図6のように, 直線 ℓ 上に辺BC, 辺FGがくるように2枚のカードを置く。このとき, 2点C, F間の距離を $d\text{ cm}$ とし, $0 < d < 5$ とする。

② 図7のように, 2枚のカードを, 点C, 点Gを中心に, 矢印の向きに同じ角度だけ, それぞれ回転移動させる。

図6

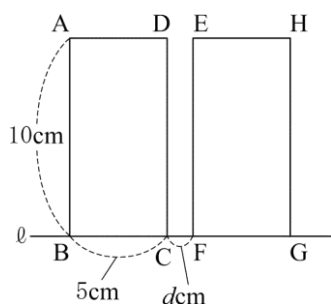
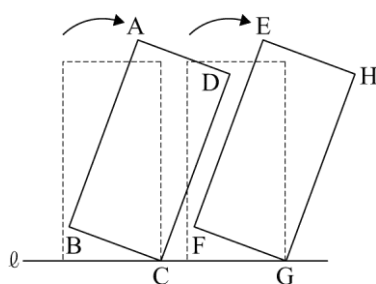


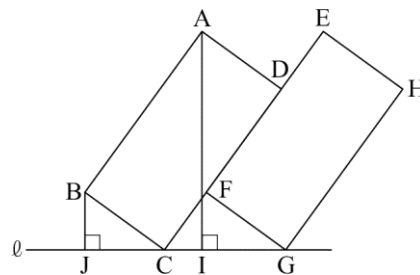
図7



【操作2】で2枚のカードを回転移動させて, 図8のように, 辺CDの 図8

一部と辺EFの一部が重なるようにする。このとき, 2点A, Bから直線 ℓ にそれぞれ垂線AI, BJをひく。

$BJ=3\text{ cm}$, $CJ=4\text{ cm}$ のとき, 線分AIの長さと, 図6中の d の値をそれぞれ求めなさい。



解答欄

問1	(1)	
	(2)	記号
		使ったカードの枚数 枚
問2	線分 AI の長さ cm	
	$d=$	

解答

問1

(1) $4n$

(2)

記号 ウ

使ったカードの枚数 16 枚

問2

線分 AI の長さ 11cm

$$d = \frac{5}{4}$$

解説

問1

(1)

1 枚のカードに書く数字は 4 個だから

n 枚のカードに書く数字は $4n$ 個である。

よって冊子の最後のページに書いてある数は $4n$ である。

(2)

カードの左側のページに書かれている数字と右側のページに書かれている数字の和は奇数で

その数字から 1 をひいた数は 4 の倍数である。

この条件を満たす数字はウの 57 だけである。

ウが 57 のときカードの枚数を n とすると

$$8 + 57 - 1 = 4n$$

$$64 = 4n$$

$$n = 16 \text{ 枚}$$

問2

辺 AB を頂点 B の方向に延長した直線と直線 l との交点を K とする。

$BJ = 3\text{cm}$, $CJ = 4\text{cm}$ だから

$\triangle CBJ$ は 3 つの辺の比が 3:4:5 の直角三角形である。

$\triangle BKJ \sim \triangle CBJ$ より

$BK:BJ = 5:4$ だから

$$BK:3 = 5:4$$

$$BK = \frac{15}{4}\text{cm}$$

$BJ \parallel AI$ より

$KB:KA = BJ:AI$ だから

$$\frac{15}{4} : \frac{15}{4} + 10 = 3 : AI$$

$$AI = \frac{55}{4} \times 3 \times \frac{4}{15} = 11\text{cm}$$

$\triangle GCF \sim \triangle CBJ$ より

$GC:GF = 5:4$ だから

$$GC = \frac{25}{4}\text{cm}$$

また $GC = d + 5$ より

$$d + 5 = \frac{25}{4}$$

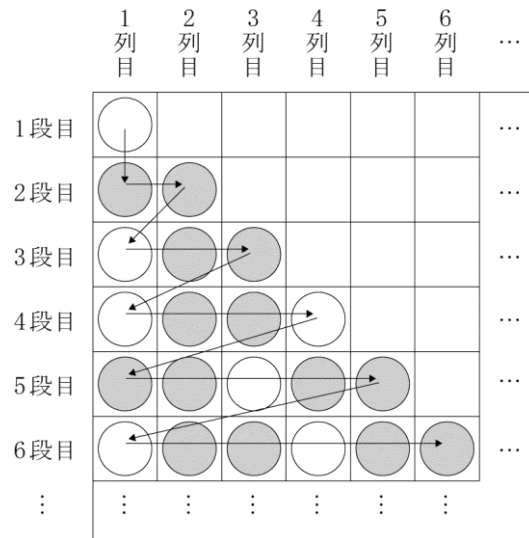
$$d = \frac{5}{4}\text{cm}$$

【問 13】

白い碁石と黒い碁石がたくさんある。これらの碁石を、下の図のように、白、黒、黒、白、黒、黒、・・・と、白 1 個、黒 2 個の順で、1 段目には 1 個、2 段目には 2 個、3 段目には 3 個、・・・を、矢印の方向に規則的に置いていく。

このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2018 年度)



問1 8 段目に置かれている碁石のうち、白い碁石は全部で何個か。

問2 1 段目から 15 段目までに置かれている碁石のうち、3 列目に置かれている白い碁石は全部で何個か。

問3 n 段目から $(n+2)$ 段目までに置かれている碁石の個数は、白と黒を合わせると全部で ア 個であり、
そのうち、白い碁石の個数は イ 個である。ア、イに当てはまる数を、それぞれ n を使って表せ。

問4 x 段目に置かれている碁石のうち、白い碁石の個数が全部で 20 個となるときの、 x の値を全て求めよ。

解答欄

問1	個			
問2	個			
問3	ア		イ	
問4	$x=$			

解答

問1 2 個

問2 4 個

問3

ア $3n+3$ イ $n+1$

問4 $x=58, 60, 62$

解説

問1

8 段目に置かれている基石は「●●○●●○●●」だから白い基石は 2 個。

問2

3 列目は 3 段目から順番に「●●⑤●●⑧●●⑪●●⑭●」のように基石が置かれており
白い基石は 5, 8, 11, 14 段目の 4 個。

問3

n 段目は n 個

$(n+1)$ 段目は $(n+1)$ 個

$(n+2)$ 段目は $(n+2)$ 個

の基石が置かれているから

n 段目から $(n+2)$ 段目までに置かれている基石の個数は

$n+(n+1)+(n+2)=3n+3$ 個 ア

そのうち 3 個に 1 個が白い基石だから

白い基石の個数は $(3n+3) \div 3 = n+1$ 個 イ

問4

$3(n-1)$ 段目は $(n-1)$ 個

$(3n-2)$ 段目は n 個

$(3n-1)$ 段目は $(n-1)$ 個

$3n$ 段目は n 個

$(3n+1)$ 段目は $(n+1)$ 個

$(3n+2)$ 段目は n 個の白い基石が置かれている。

$n=20$ のとき

$(3n-2)$ 段目

$3n$ 段目

$(3n+2)$ 段目

の白い基石の個数が 20 個となるから

58 段目, 60 段目, 62 段目である。

【問 14】

与えられた自然数について、次の[ルール]に従って繰り返し操作を行う。

[ルール]

- ・その自然数が偶数ならば 2 でわる。
- ・その自然数が奇数ならば 3 をたす。

例えば、与えられた自然数が 10 のとき

10 $\longrightarrow$ 5 $\longrightarrow$ 8 $\longrightarrow$ 4 $\longrightarrow$ 2 $\longrightarrow$ 1 $\longrightarrow$. . .
1回目 2回目 3回目 4回目 5回目 6回目
の操作 の操作 の操作 の操作 の操作 の操作

となり、5 回目の操作のあとではじめて 1 が現れる。

このとき、(1)～(4)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2018 年度 一般)

- (1) 与えられた自然数が 7 のとき、何回目の操作のあとで、はじめて 1 が現れるか求めなさい。
- (2) 1 から 9 までの自然数の中で、何回操作を行っても 1 が現れない自然数をすべて求めなさい。
- (3) 与えられた自然数が 4 のとき、8 回目の操作のあとで現れる自然数を求めなさい。
- (4) 与えられた自然数が 4 のとき、何回目の操作のあとで、25 回目の 1 が現れるか求めなさい。

解答欄

(1)	回目
(2)	
(3)	
(4)	回目

解答

(1) 6 回目

(2) 3, 6, 9

(3) 1

(4) 74 回目

解説

(1)

7 は奇数だから 1 回目の操作で $7+3=10$ となる。

このあとは問題文の例と同じように進むから

あと 5 回の操作を行うとはじめて 1 が現れる。

よって $1+5=6$ 回目

(2)

問題文の例と(1)より

2, 4, 5, 7, 8 は操作を繰り返すと 1 が現れることがわかるので

残りの数 1, 3, 6, 9 について調べる。

1 のとき $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ で 1 が現れる。

3 のとき $3 \rightarrow 6 \rightarrow 3$ でもとにもどり以降は 6 と 3 を繰り返すので 1 は現れない。

したがって 6 のときも 1 は現れない。

9 のとき $9 \rightarrow 12 \rightarrow 6$ となり以降は 3 と 6 を繰り返すので 1 は現れない。

(3)

$4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$ と 3 回操作するごとに 4 にもどるから

$3 \times 2 = 6$ 回目の操作のあとで 4

7 回目のあとで 2, 8 回目のあとで 1 となる。

(4)

$3 \times 24 + 2 = 74$ 回目

【問 15】

1 から n までのすべての自然数の積を $\langle n \rangle$ と表す。

例えば, $\langle 2 \rangle = 1 \times 2 = 2$, $\langle 5 \rangle = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ である。

このとき, 次の問1～問5に答えなさい。

(佐賀県 2018 年度 一般 追加問題)

問1 $\sqrt{\langle 4 \rangle \times a}$ の値が自然数となるような自然数 a のうち, 最も小さいものを求めなさい。

問2 $\langle 6 \rangle$ を素因数分解して, 次のように表したとき, $\boxed{\text{(ア)}}$, $\boxed{\text{(イ)}}$ にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

$$\langle 6 \rangle = 2 \boxed{\text{(ア)}} \times 3 \boxed{\text{(イ)}} \times 5$$

問3 $\langle 10 \rangle$ の末尾に連続して並ぶ 0 の個数を求めなさい。

ただし, 末尾に連続して並ぶ 0 の個数とは, 例えば 10000 の場合は 4 個, 102000 の場合は 3 個である。

問4 $\langle n \rangle$ の末尾に連続して並ぶ 0 の個数が 6 個となるような自然数 n のうち, 最も小さいものを求めなさい。

問5 $\langle 15 \rangle$ の千の位の数を求めなさい。

解答欄

問1	$a =$			
問2	(ア)		(イ)	
問3	個			
問4	$n =$			
問5				

解答

問1 $a=6$

問2

(ア) 4 (イ) 2

問3 2 個

問4 $n=25$

問5 8

解説

問1

$\langle 4 \rangle \times a$ の値が自然数の 2 乗になるような最小の a を求めればよい。

$$\langle 4 \rangle = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 2^3 \times 3$$

これに $2 \times 3 = 6$ をかけると $2^4 \times 3^2 = (2^2 \times 3)^2$ となるから $a=6$

問2

$$\langle 6 \rangle = \langle 4 \rangle \times 5 \times 6 = 2^3 \times 3 \times 5 \times (2 \times 3) = 2^4 \times 3^2 \times 5$$

よって(ア)は 4, (イ)は 2

問3

末尾に連続して並ぶ 0 の個数は

因数として $10 (= 2 \times 5)$ が何個あるかによって決まる。

$$\langle 10 \rangle = \langle 6 \rangle \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^4 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) = 2^6 \times 3^4 \times 7 \times (2 \times 5)^2$$

よって 2 個。

問4

$\langle 10 \rangle$ は因数として 10 が 2 個あり

それ以外に 2 が 6 個あるので

さらに 5 が 4 個あれば 2×5 が 4 個増えることになる。

したがって $15 (= \underline{5} \times 3)$, $20 (\underline{5} \times 4)$, $25 (\underline{5} \times \underline{5})$ までかければよいから

最も小さいのは $\langle 25 \rangle$ で $n=25$

問5

$\langle 15 \rangle$ の末尾には 0 が連続して 3 個並ぶ。

よって $\langle 15 \rangle$ の千の位の数 は 1 から 15 までの自然数の積を 1000 でわったときの一の位の数になる。

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 1 & \times & 2 & \times & 3 & \times & 4 & \times & 5 & \times & 6 & \times & 7 & \times & 8 & \times & 9 & \times & 10 & \times & 11 & \times & 12 & \times & 13 & \times & 14 & \times & 15 \\ \hline & 7 & & 3 \\ & \end{array}$$

1000

着目するのは一の位の数なので

かける数も積も一の位だけ考えればよい。

$$\underline{1} \times \underline{3} = \underline{3}$$

$$3 \times \underline{4} = \underline{12}$$

$$2 \times \underline{6} = \underline{12}$$

$$2 \times \underline{7} = \underline{14}$$

$$4 \times \underline{8} = \underline{32}$$

$$2 \times \underline{9} = \underline{18}$$

$$8 \times \underline{1} = 8$$

$$8 \times \underline{2} = \underline{16}$$

$$6 \times \underline{3} = \underline{18}$$

$$8 \times \underline{7} = \underline{56}$$

$$6 \times \underline{5} = \underline{30}$$

よって $\langle 15 \rangle$ の千の位の数 は 8

【問 16】

【問題A】

点 $(0, 1)$, 点 $(2, 3)$ のように x 座標, y 座標がともに整数である点を格子点 (こうしてん) という。

図1のように, 4 つの格子点 $O(0, 0)$, $A(2n, 0)$, $B(2n, n)$, $C(0, n)$ を頂点とする長方形 $OABC$ の周上および内部にある格子点の個数について, 次の問いに答えなさい。ただし, n は正の整数とする。

(長崎県 2018 年度)

問1 図2, 図3は, それぞれ $n=1$, $n=2$ のときに長方形 $OABC$ の周上および内部にある格子点を●で表したものである。また, 下の表は $n=1, 2, 3, 4$ のときの長方形 $OABC$ の周上および内部にある格子点の個数についてまとめたものである。表の中の(あ), (い)にあてはまる数を答えよ。

表

n	1	2	3	4
周上にある格子点の個数(個)	6	12	(あ)	24
内部にある格子点の個数(個)	0	3	(い)	21
周上および内部にある格子点の個数(個)	6	15	28	45

図1

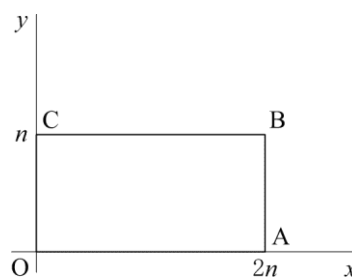


図2

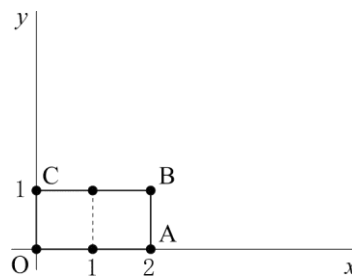
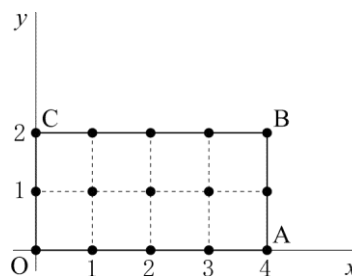


図3



問2 長方形 $OABC$ の周上および内部にある格子点の個数について, の ① ~ ③ にあてはまる n の式を答えよ。

辺 OC 上には, 頂点 O, C も含め (①) 個の格子点があり, 辺 OA 上には頂点 O, A を除き $(2n-1)$ 個の格子点があるので, 長方形 $OABC$ の周上には (②) 個の格子点がある。

また, 長方形 $OABC$ の周上および内部にある格子点の個数は (③) 個である。

問3 長方形 $OABC$ の内部にある格子点の個数が 78 個のとき, 点 B の座標を求めよ。

解答欄

問1	(あ)	
	(い)	
問2	①	
	②	
	③	
問3	B (,)	

解答

問1

(あ) 18 (い) 10

問2

① $n+1$ ② $6n$ ③ $2n^2+3n+1$

問3 B (14, 7)

解説

問1

(あ)

表より周上にある格子点の個数は 6 の倍数になっているから

$n=3$ のとき周上にある格子点の個数は $6 \times 3 = 18$ 個

(い)

$n=3$ のとき内部にある格子点の個数は $28 - 18 = 10$ 個

問2

①

辺 OC 上には $(n+1)$ 個の格子点がある。

②

長方形 OABC の縦には $(n+1)$ 個の格子点が並んでいる。

また横には $(2n+1)$ 個の格子点が並んでいる。

よって長方形 OABC の周上には重複して数えた 4 つの点(点 O, A, B, C)を除いて

$2(n+1) + 2(2n+1) - 4 = 6n$ 個の格子点がある。

③

求める格子点の個数は $(n+1)(2n+1) = 2n^2 + 3n + 1$ 個

問3

長方形 OABC の内部にある格子点の個数は $(2n^2 + 3n + 1) - 6n = 2n^2 - 3n + 1$ でこれが 78 個のときだから

$$2n^2 - 3n + 1 = 78$$

$$2n^2 - 3n - 77 = 0$$

$$n = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 2 \times (-77)}}{2 \times 2} = \frac{3 \pm \sqrt{625}}{4} = \frac{3 \pm 25}{4}$$

$$n = 7, -\frac{11}{2}$$

n は正の整数より $n = 7$

よって B(14, 7)

【問 17】

【問題B】

点 $(0, 1)$, 点 $(2, 3)$ のように, x 座標, y 座標がともに整数である点を格子点 (こうしてん) という。

原点を O とし, $A(2n, 0)$, $B(2n, n)$, $C(0, n)$ とするとき, 次の問いに答えなさい。ただし, n は正の整数とする。

(長崎県 2018 年度)

問1 図1のように, 4 点 O, A, B, C を頂点とする長方形 $OABC$ の周上および内部にある格子点の個数について, 次の(1), (2)に答えよ。

- (1) 図2, 図3は, それぞれ $n=1, n=2$ のときに長方形 $OABC$ の周上および内部にある格子点を ● で表したものである。また, 下の表は $n=1, 2, 3, 4$ のときの長方形 $OABC$ の周上および内部にある格子点の個数についてまとめたものである。表の中の(あ), (い)にあてはまる数を答えよ。

表

n	1	2	3	4
周上にある格子点の個数(個)	6	12	(あ)	24
内部にある格子点の個数(個)	0	3	(い)	21
周上および内部にある格子点の個数(個)	6	15	28	45

- (2) 長方形 $OABC$ の周上および内部にある格子点の個数について,

□ の ① ~ ③ にあてはまる n の式を答えよ。

辺 OC 上には, 頂点 O, C も含め (①) 個の格子点があり,
 辺 OA 上には頂点 O, A を除き $(2n-1)$ 個の格子点があるので, 長方形 $OABC$ の周上には (②) 個の格子点がある。
 また, 長方形 $OABC$ の内部にある格子点の個数は (③) 個である。

図1

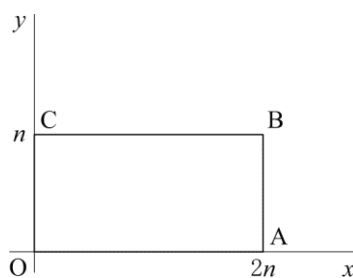


図2

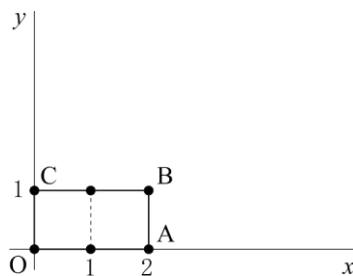


図3

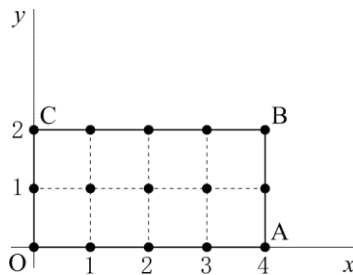
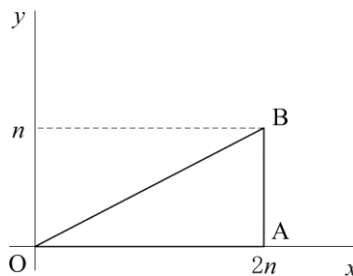


図4



問2 図4のように, 3 点 O, A, B を頂点とする $\triangle OAB$ の周上および内部にある格子点の個数を n の式で表せ。

解答欄

問1	(1)	(あ)	
		(い)	
	(2)	①	
		②	
		③	
問2			

解答

問1

(1)

(あ) 18

(い) 10

(2)

① $n+1$

② $6n$

③ $2n^2-3n+1$

問2 n^2+2n+1

解説

問1

(1)

(あ)

表より周上にある格子点の個数は6の倍数になっているから

$n=3$ のとき周上にある格子点の個数は $6 \times 3 = 18$ 個

(い)

$n=3$ のとき内部にある格子点の個数は $28 - 18 = 10$ 個

(2)

①

辺 OC 上には $(n+1)$ 個の格子点がある。

②

長方形 OABC の縦には $(n+1)$ 個の格子点が並んでいる。

また横には $(2n+1)$ 個の格子点が並んでいる。

よって長方形 OABC の周上には重複して数えた4つの点(点 O, A, B, C)を除いて

$2(n+1) + 2(2n+1) - 4 = 6n$ 個の格子点がある。

③ 求める格子点の個数は $(n+1)(2n+1) - 6n = 2n^2 - 3n + 1$

問2

OB 上の点の数は OC 上の点の数と等しいから $(n+1)$ 個

($\triangle OAB$ の周上の格子点の個数) + (内部にある格子点の個数)は

$\{(2n^2 + 3n + 1) + (n + 1)\} \div 2 = n^2 + 2n + 1$ 個

【問 18】

健太^{けんた}さんと優子^{ゆうこ}さんと大輔^{だいすけ}さんは、数学の授業で、次の課題に取り組んだ。

(課題)

次のように、1 行目には 2 の倍数から 1 引いた自然数を、2 行目には 3 の倍数から 1 引いた自然数を、3 行目には 5 の倍数から 1 引いた自然数を、それぞれ小さい方から順に並べています。このとき、①～③の問題を解きなさい。

1 行目 1, 3, 5, 7, 9, 11, ……

2 行目 2, 5, 8, 11, 14, 17, ……

3 行目 4, 9, 14, 19, 24, 29, ……

- ① 1 行目と 2 行目に共通する自然数を、小さい方から 3 つ求めなさい。
- ② 1 行目と 2 行目と 3 行目に共通する自然数を、小さい方から 3 つ求めなさい。
- ③ 1 行目と 2 行目に共通する自然数のうち、2 けたの自然数の個数を求めなさい。

次は、3 人が話し合いながら課題に取り組んでいる場面である。会話文をよく読んで、あとの各問いに答えなさい。

(熊本県 2018 年度)

健太:①は、共通する自然数の 5 と 11 が見えているから、3 番目を探すといいね。それぞれ書き並べていくと、3 番目は とわかったよ。でも、②は、3 つの行に共通する自然数が 1 つも見えていないから、どうしよう。書き並べていくしかないのかな。

優子:書き並べてもわかると思うけど、公倍数を考えたらどうかな。

大輔:わかった。例えば、①では、2 と 3 の公倍数を考えるとよさそうだね。2 と 3 の最小公倍数は 6 だから、6 の倍数から 1 引いた自然数が、①の答えになっているね。同じように考えると、2 と 3 と 5 の最小公倍数は だから、 の倍数から 1 引いた自然数を考えると求めることができそうだね。

健太:②が解けたよ。同じように考えて、③も解けるかな。

優子:1 行目と 2 行目に共通する自然数を小さい方から順に並べたとき、 n 番目の自然数を n で表すことができるから、③も解くことができそうね。

大輔:③を解いたら、この課題を使って違う問題を作り、それも解いてみようよ。

問1 , に当てはまる数を入れて、会話文を完成しなさい。

問2 ②の問題の答えとなる 3 つの自然数を求めなさい。

問3 下線部について、優子さんは③の問題を次のように解いた。次の ウ には n を使った式を、
エ , オ , カ には当てはまる数を入れて、文章を完成しなさい。

1 行目と 2 行目に共通する自然数を小さい方から順に並べたとき、 n 番目の自然数は ウ と表すことができる。よって、2 けたの自然数となる n の値は、 $n =$ エ から $n =$ オ までであり、求める自然数の個数は カ 個である。

問4 大輔さんは、課題を使って、次の④の問題を作った。この問題に答えなさい。

④ 1 行目と 2 行目に共通する自然数で、小さい方から 100 番目までのうち、3 行目にはない自然数の個数を求めなさい。

解答欄

問1	ア		イ	
問2				
問3	ウ			
	エ		オ	カ
問4	個			

解答

問1

ア 17

イ 30

問2

29, 59, 89

問3

ウ $6n-1$

エ 2

オ 16

カ 15

問4 80 個

解説

問1

ア

$$6 \times 1 - 1 = 5, 6 \times 2 - 1 = 11, 6 \times 3 - 1 = 17$$

よって 3 番目は 17

イ

2, 3, 5 はどれも素数だから

最小公倍数は $2 \times 3 \times 5 = 30$

問2

$$30 \times 1 - 1 = 29$$

$$30 \times 2 - 1 = 59$$

$$30 \times 3 - 1 = 89$$

問3

ウ

$$6 \times n - 1 = 6n - 1$$

エ

$6n-1$ の値は

$n=1$ のとき 5

$n=2$ のとき 11 だから

2 けたの自然数となる n の最小値は 2

オ

$$(100+1) \div 6 = 16 \text{ 余り } 5 \text{ だから}$$

2 けたの自然数となる n の最大値は 16

カ

2 から 16 までの自然数の個数は

$$16 - 2 + 1 = 15 \text{ 個}$$

問4

1 行目と 2 行目に共通する自然数で

$$\text{小さい方から } 100 \text{ 番目の数は } 6 \times 100 - 1 = 599$$

また 1 から 599 までの自然数のうち

30 の倍数から 1 をひいた数の個数は

$$(599+1) \div 30 = 20 \text{ より } 20 \text{ 個。}$$

よって求める自然数の個数は $100 - 20 = 80$ 個

【問 19】

$\frac{3}{7}=0.42857142857142\cdots$ である。この数の小数部分を左から順にみていくと、3 番目にある 8 は 1 回目の 8、7 番目にある 4 は 2 回目の 4 となる。

このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(宮崎県 2018 年度)

(1) 3 回目の 1 が出てくるのは左から数えて何番目か求めなさい。

(2) n 回目の 8 が出てくるのは左から数えて何番目か、 n を使って表しなさい。

(3) この数の小数部分に表される数字を左から順に

$$4+2+8+5+7+1+4+2+\cdots$$

とたしていく。

このとき、その和が 400 をはじめて越えるのは、左から数えて何番目までをたしたときか求めなさい。

解答欄

(1)	番目
(2)	番目
(3)	番目

解答

(1) 18 番目

(2) $6n-3$ 番目

(3) 89 番目

解説

(1)

1 が出てくるのは 6 の倍数番目だから 3 回目の 1 が出てくるのは左から数えて $6 \times 3 = 18$ 番目である。

(2)

小数部分は 4, 2, 8, 5, 7, 1 の 6 つの数字を繰り返している。

1 が出てくるのは 6 の倍数番目だから n 回目の 1 が出てくるのは左から数えて $6n$ 番目である

8 が出てくるのは 1 の 3 つ前だから n 回目の 8 が出てくるのは左から数えて $(6n-3)$ 番目である。

(3)

$4+2+8+5+7+1=27$ で $400 \div 27 = 14$ あまり 22 である。

よって $(4+2+8+5+7+1) \times 14 + (4+2+8+5) = 378 + 19 = 397$,

$(4+2+8+5+7+1) \times 14 + (4+2+8+5+7) = 378 + 26 = 404$ だから

和が 400 をはじめて越えるのは左から数えて $6 \times 14 + 5 = 89$ 番目までをたしたときである。

【問 20】

同じ大きさの立方体の積木^{つみき}がある。

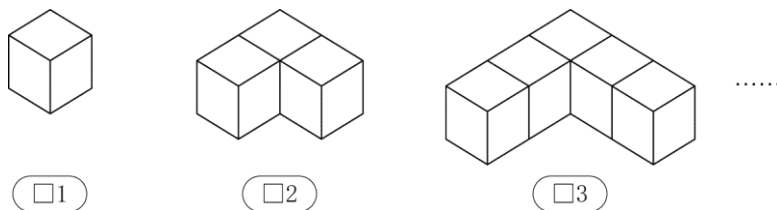
このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2018 年度)

問1 積木を、図1のように □1 は 1 個、□2 は 3 個、□3 は 5 個、…と規則的に置いていく。

□5 をつくるときに必要な積木の個数を求めなさい。

図1



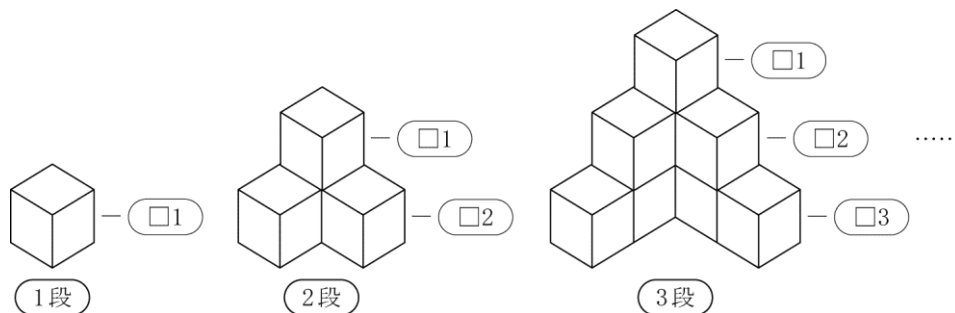
問2 下の図2のように、図1の積木を

1段 は □1 の 1 段
 2段 は □1 と □2 の 2 段
 3段 は □1 と □2 と □3 の 3 段

⋮

と規則的に積み上げる。

図2



このとき、次の問いに答えなさい。

(1) □5 をつくるときに必要な積木の個数を求めなさい。

(2) □ n 段 をつくるときに必要な積木の個数を、文字式の表し方にしたがって n を使った式で表しなさい。

(3) 積木が全部で 2018 個あるとき、最大 □① 段まで積み上げることができ、□② 個あまる。

□① , □② にあてはまる数を求めなさい。

解答欄

問1	個		
問2	(1)	個	
	(2)	個	
	(3)	①	段
		②	個

解答

問1 9 個

問2

(1) 25 個

(2) n^2 個

(3)

① 44 段

② 82 個

解説

問1

積み木は 2 個ずつ増えていくから $\boxed{\square}5$ をつくるときに必要な積み木の個数は 9 個。

問2

(1)

各段をつくるときに必要な積み木の個数は

その段数の平方数であるから

5 段をつくるときに必要な積み木の個数は $5^2=25$ 個。

(2)

n 段をつくるときに必要な積み木の個数は n^2 個。

(3)

2018 を超えないで 2018 に一番近い平方数は $44^2=1936$, $45^2=2025$ より 1936 である。

よって最大 44 段まで積み上げることができ $2018-1936=82$ 個あまる。