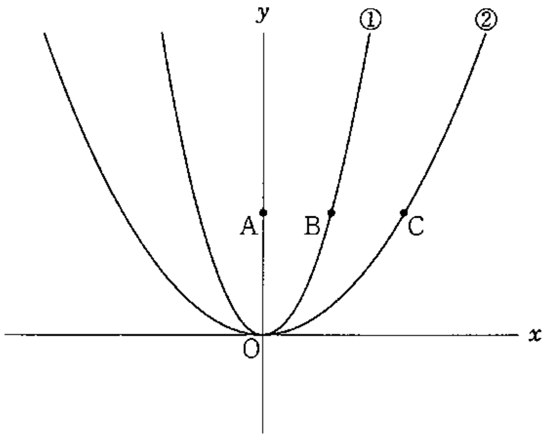
4.二次関数と図形関連の複合問題　2008 年度出題

【問 1】

図のように，2 つの関数 $y=x^2$ …①，$y=ax^2$ (a は正の定数) …② のグラフがあります。y 軸上に点 A，①のグラフ上に点 B，②のグラフ上に点 C があり，点 A，B，C の y 座標はいずれも 4 とします。点 O は原点とし，点 B，C の x 座標はともに正の数とします。

次の問いに答えなさい。

（北海道 2008 年度）



問1. 点 A を通り，傾きが $\dfrac{1}{6}$ である直線の式を求めなさい。

問2. AB:AC＝1:3 のとき，a の値を求めなさい。

問3. $a=\dfrac{1}{4}$ とします。線分 BC 上に点 D をとり，点 D の x 座標を t とします。点 D を通り，y 軸に平行な直線と①，②のグラフとの交点をそれぞれ E，F とします。△ACE と△AFB の面積が等しくなるとき，t の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	$a=$
問3	$t=$

解答

問1　$y=\frac{1}{6}x+4$

問2　$a=\frac{1}{9}$

問3　$t=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

解説

問1

A (0, 4) より，切片は 4

よって傾きが $\frac{1}{6}$ より $y=\frac{1}{6}x+4$

問2

点 B は $y=x^2$ 上の点より，$y=4$ を代入して，$4=x^2$

$x>0$ より

$x=2$　B (2, 4)

AB:AC＝1:3 より，2:AC＝1:3　AC＝6

よって C (6, 4) より，$y=ax^2$ に，$x=6$，$y=4$ を代入して，$4=36a$　$a=\frac{1}{9}$

問3

B (2, 4)，C (4, 4)，D (t, 4) だから E (t, t^2)，F$\left(t,\ \frac{1}{4}t^2\right)$

ED の長さは t^2-4…①

FD の長さは $4-\frac{1}{4}t^2$

$4\times(t^2-4)\times\frac{1}{2}=2\times\left(4-\frac{1}{4}t^2\right)\times\frac{1}{2}$

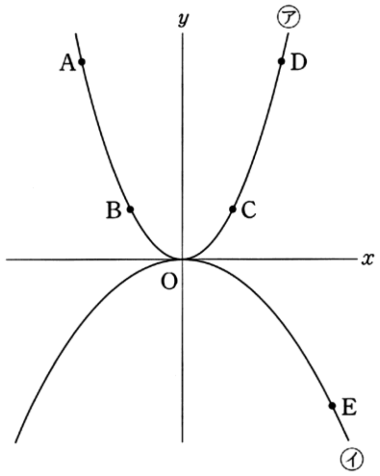
$9t^2=48$

$t>0$ より

$t=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【問 2】

図において，㋐は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$，㋑は関数 $y=ax^2(a<0)$のグラフである。4 点 A，B，C，D は㋐上の点であり，点 E は㋑上の点である。点 A と点 D の y 座標は等しく，3 点 B，C，E の x 座標はそれぞれ－2，2，6 である。



（秋田県 2008 年度）

(1) 点 B の y 座標を求めなさい。

(2) AD＝2BC となるとき，三角形 AOD の面積を求めなさい。

(3) 2 点 C，E を通る直線の傾きが－2 のとき，a の値を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	$a=$

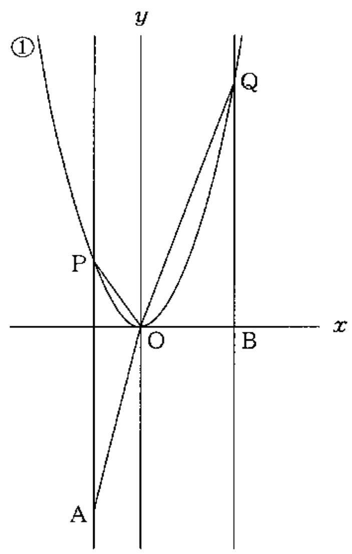
解答
(1) 2
(2) 32
(3) $a=-\frac{1}{6}$

解説
(2)
D の x 座標を t ($t>0$) とおくと A の x 座標は $-t$ と表せる。
よって AD＝$t+t=2t$
B(－2，2)，C(2，2)だから BC＝2＋2＝4
AD＝2BC より，$2t=2\times4$　$t=4$
よって，点 D の y 座標は $\frac{1}{2}\times4^2=8$
したがって，△AOD＝$\frac{1}{2}$×AD×点 D の y 座標＝$\frac{1}{2}\times8\times8=32$

【問 3】

図において，2 点 A, B の座標は，それぞれ $(-2,\ -9)$, $(4,\ 0)$ であり，①は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフである。点 A を通り y 軸に平行な直線と①との交点を P，点 B を通り y 軸に平行な直線と①との交点を Q とする。このとき，次の問いに答えなさい。

（山形県 2008 年度）



(1) 2 点 A, B を通る直線の傾きと切片を，それぞれ求めなさい。

(2) △OAP の面積と△OBQ の面積の比が 1:2 であるとき，a の値を求めなさい。

(3) (2)で求めた a の値を用い，関数 $y=ax^2$ について，x の値が -2 から -1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解答欄

(1)	傾き	切片
(2)		
(3)		

解答

(1) 傾き $\dfrac{3}{2}$，　切片 -6

(2) $\dfrac{3}{4}$

(3) $-\dfrac{9}{4}$

解説

(2)

直線 AP と x 軸との交点を H とすると，OH:OB＝2:4＝1:2

△OAP:△OBQ＝1:2 より，PA＝QB

2 点 P, Q は $y=ax^2$ 上の点より，P $(-2,\ 4a)$, Q $(4,\ 16a)$ とおくと，PA＝$4a+9$，QB＝$16a$ と表せるので

$4a+9=16a$　$12a=9$　$a=\dfrac{3}{4}$

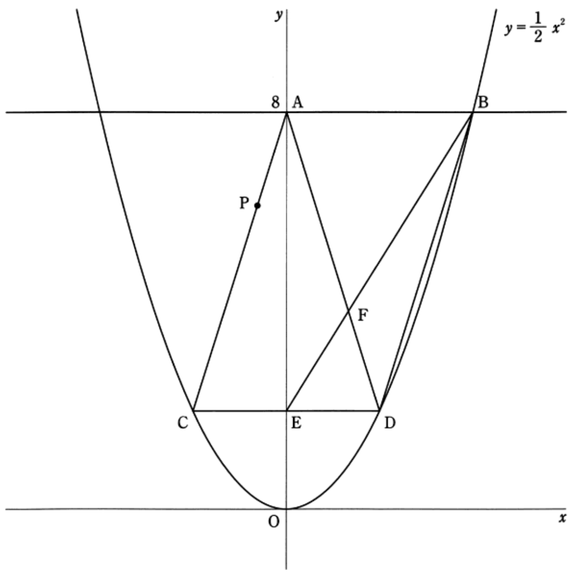
【問 4】

図のように，関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフと点 A (0, 8) がある。

A を通り x 軸に平行な直線と放物線との交点のうち，x 座標が正である点を B とし，四角形 ACDB が平行四辺形となるように放物線上に 2 点 C, D をとる。また，CD と y 軸との交点を E, 線分 AD と線分 BE との交点を F とする。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（福島県 2008 年度）



問1．点 B の x 座標を求めなさい。

問2．△AFB の面積を求めなさい。

問3．四角形 PCEF の面積が△AFB の面積と等しくなるように，線分 AC 上に点 P をとる。このとき，点 P の座標を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	P（　　　　，　　　　）

解答

問1　4

問2　8

問3　P $\left(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{13}{2}\right)$

解説

問2

A (0, 8)，B (4, 8)だから，AB＝4　四角形 ABCD は平行四辺形より，CD＝AB＝4

また，AB∥CD より，CD∥x 軸で，C，D は $y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点より，y 軸について対称な点だから，ED＝$\dfrac{\mathrm{CD}}{2}$＝2

D の x 座標は 2，y 座標は，$\dfrac{1}{2}\times 2^2=2$

よって D(2, 2)　AB∥ED より，AF:FD＝AB:ED＝4:2＝2:1

よって $\triangle\mathrm{AFB}=\dfrac{2}{3}\triangle\mathrm{ADB}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 4\times(8-2)=8$

問3

$\triangle\mathrm{EFD}=\dfrac{1}{3}\triangle\mathrm{AED}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times 2\times(8-2)=2$

△ACD＝△ADB＝12 だから四角形 PCEF＝△AFB＝8 のとき

△APF＝△ACD－△EFD－(四角形 PCEF)＝12－2－8＝2

△APF:△PDF＝2:1

2:△PDF＝2:1

△PDF＝1

よって△PCD＝12－2－1＝9

P から CD に垂線 PH をひくと $\triangle\mathrm{PCD}=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{CD}\times\mathrm{PH}=\dfrac{1}{2}\times 4\times\mathrm{PH}=2\mathrm{PH}$　2PH＝9　$\mathrm{PH}=\dfrac{9}{2}$

PH∥AE より，PH:AE＝CH:CE

$\dfrac{9}{2}:6=\mathrm{CH}:2$

6CH＝9

$\mathrm{CH}=\dfrac{3}{2}$

よって P の x 座標は $-2+\dfrac{3}{2}=-\dfrac{1}{2}$，$y$ 座標は $2+\dfrac{9}{2}=\dfrac{13}{2}$

P$\left(-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{13}{2}\right)$

【問 5】

図において,

①は関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$

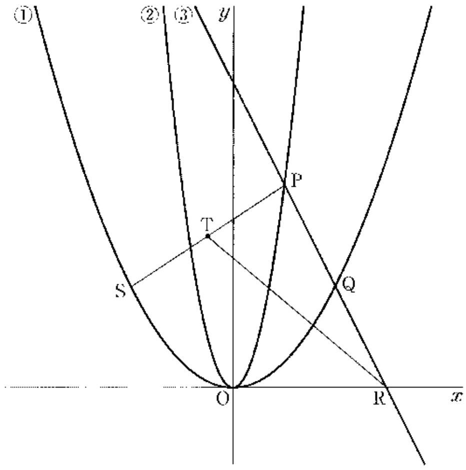
②は関数 $y=ax^2$ $(a>0)$

③は 1 次関数

のグラフであり, ②と③の交点 P の座標は (2, 8), ①と③の交点 Q の x 座標は 4 である。また③と x 軸の交点を R, 点 Q と y 軸について対称な点を S, 線分 PS の中点を T とする。

このとき, 次の問1～問3に答えなさい。

（山梨県 2008 年度）



問1. a の値を求めなさい。

問2. ③の直線の式を求めなさい。

問3. △PTR の面積を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	

解答

問1. $a=2$　　問2. $y=-2x+12$　　問3. 16

解説

問2

点 Q は $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上の点より, $x=4$ を代入して, $y=\dfrac{1}{4}\times4^2=4$ Q (4, 4)

③の直線を $y=mx+n$ とおくと, 点 P (2, 8), 点 Q (4, 4) を通るので, 座標の値を代入して, $8=2m+n$…(ⅰ) $4=4m+n$…(ⅱ) (ⅰ), (ⅱ) を連立方程式として解くと, $m=-2$, $n=12$ よって, $y=-2x+12$

問3

R は③と x 軸との交点だから, 問2で求めた式に $y=0$ を代入して, $0=-2x+12$ $x=6$ R (6, 0) 点 S を通り y 軸に平行な直線 ℓ , 点 R を通り y 軸に平行な直線 m, 点 P を通り x 軸に平行な直線 n をひき, ℓ と n の交点を A, ℓ と x 軸の交点を B, m と n の交点を C とする。

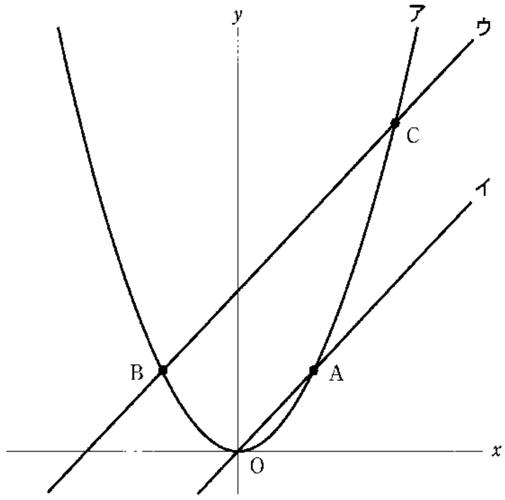
△SPR＝(四角形 ABRC)－△ASP－△SBR－△PCR＝$10\times8-\dfrac{1}{2}\times6\times4-\dfrac{1}{2}\times10\times4-\dfrac{1}{2}\times4\times8=80-12-20-16=32$　ST＝PT より, △PTR＝$\dfrac{1}{2}$△SPR＝$\dfrac{1}{2}\times32=16$

【問 6】

図において，曲線アは関数$y=\frac{1}{3}x^2$のグラフであり，直線イは関数 $y=x$ のグラフである。曲線アと直線イとの交点のうち，x 座標が 3 である点を A とする。また，曲線ア上に，x 座標が負で y 座標が点 A と等しい点 B をとる。さらに，点 B を通り，直線イに平行な直線をウとし，曲線アと直線ウとの交点のうち，点 B と異なる点を C とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。ただし，O は原点，座標の目盛りの単位は cm とする。

（茨城県　2008 年度）



問1．直線ウの式を求めなさい。

問2．△OAC の面積を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	cm^2

解答
問1　$y=x+6$
問2　$9cm^2$
解説
問2
点 C は$y=\frac{1}{3}x^2$と$y=x+6$との交点なので，yを消去して

$\frac{1}{3}x^2=x+6$　$x^2-3x-18=0$　$(x+3)(x-6)=0$　$x=-3,\ 6$

点 B の x 座標が-3なので，点 C の x 座標は 6　y 座標は$y=6+6=12$　C (6, 12)

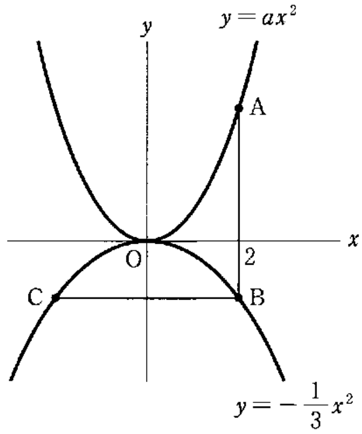
点 C から x 軸に垂線 CH をひく。

$\triangle OAC=\triangle COH-\triangle AOH-\triangle ACH=\frac{1}{2}\times6\times12-\frac{1}{2}\times6\times3-\frac{1}{2}\times12\times(6-3)=36-9-18=9cm^2$

【問 7】

図は，2 つの関数 $y=ax^2(a>0)$，$y=-\dfrac{1}{3}x^2$ のグラフである。それぞれのグラフ上の，x 座標が 2 である点を A，B とする。また，B を通り x 軸に平行な直線と，$y=-\dfrac{1}{3}x^2$ のグラフとの交点のうち B と異なる点を C とする。AB＝BC が成り立つとき，a の値を求めなさい。

（栃木県 2008 年度）



解答欄

$a=$

解答

$a=\dfrac{2}{3}$

解説

点 A の x 座標が 2 のとき，A$(2,\ 4a)$，B$\left(2,-\dfrac{4}{3}\right)$，C$\left(-2,-\dfrac{4}{3}\right)$とおける。

AB$=4a+\dfrac{4}{3}$　BC$=2+2=4$　AB＝BC より，$4a+\dfrac{4}{3}=4$　$4a=\dfrac{8}{3}$　$a=\dfrac{2}{3}$

【問 8】

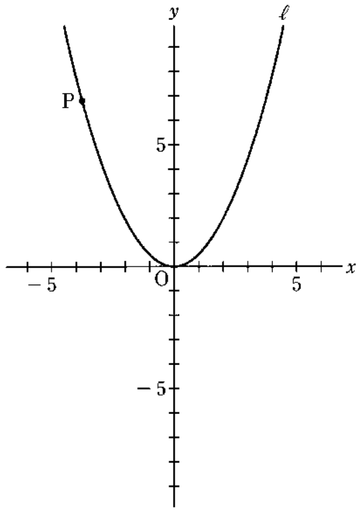
図 1 で，点 O は原点，曲線ℓ は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。
曲線ℓ 上にある点を P とする。
次の各問に答えよ。

（東京都 2008 年度）

問1. 点 P の x 座標を a，y 座標を b とする。a のとる値の範囲が $-3\leqq a\leqq 1$ のとき，b のとる値の範囲を不等号を使って，

$\boxed{} \leqq b\leqq \boxed{}$ で表せ。

図 1

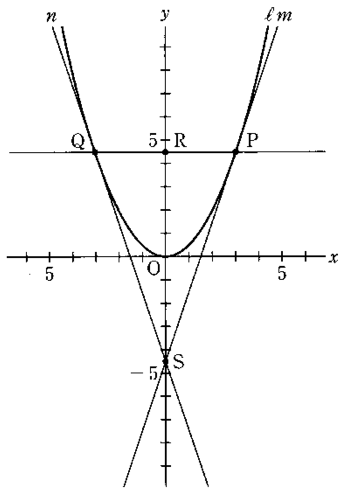


問2. 図 2 は，図 1 において，点 P の x 座標が正の数のとき，点 P を通り x 軸に平行な直線をひき，曲線ℓとの交点のうち x 座標が負の数である点を Q，y 軸との交点を R，x 軸を対称の軸として点 R と線対称な点を S とし，2 点 P, S を通る直線を m，2 点 Q, S を通る直線を n とした場合を表している。
次の(1)，(2)に答えよ。

(1) 直線 m が点(0，−8)を通るとき，点 P の座標を求めよ。

(2) 2 点 O, P を通る直線と直線 n との交点を T とした場合を考える。点 P の x 座標が 2 のとき，線分 QT の長さと線分 TS の長さの比をもっとも簡単な整数の比で表せ。

図 2



解答欄

問1		$\leqq b\leqq$
問2	(1)	
	(2)	QT：TS＝　　　：

解答

問1　$0 \leqq b \leqq \dfrac{9}{2}$

問2

(1)　(4，8)

(2)　QT：TS＝2：1

解説

問2

(1)

直線 m が点 (0，－8) を通ることから，点 S (0，－8)，点 R (0，8)

よって，点 P の y 座標は 8　$y=\dfrac{1}{2}x^2$ に代入して，$8=\dfrac{1}{2}x^2$　$x^2=16$　$x=\pm 4$

点 P の x 座標は正だから，$x=4$

したがって P (4，8)

(2)

点 P の x 座標が 2 のとき

P (2，2)

Q (－2，2)

R (0，2)

S (0，－2)

となる。

直線 OP を $y=cx$ とする。P の座標の値を代入して，$2=2c$　$c=1$

よって直線 OP は $y=x$…(ⅰ)

直線 QS を $y=dx-2$ とする。

点 Q の座標の値を代入して，$2=-2d-2$　$2d=-4$　$d=-2$

よって直線 QS は $y=-2x-2$…(ⅱ)

点 T は(ⅰ)と(ⅱ)の交点より，連立方程式を利用して交点の座標を求めると $\mathrm{T}\left(-\dfrac{2}{3},\ -\dfrac{2}{3}\right)$

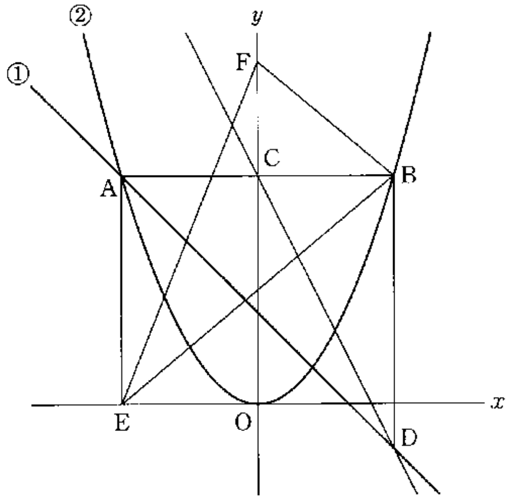
T から QP に垂線 TH をひくと $\mathrm{H}\left(-\dfrac{2}{3},\ 2\right)$

TH $/\!/$ y 軸より QT：TS＝QH：HR＝$\left\{-\dfrac{2}{3}-(-2)\right\}:\left\{0-\left(-\dfrac{2}{3}\right)\right\}=\dfrac{4}{3}:\dfrac{2}{3}=2:1$

【問 9】

図において，直線①は関数 $y=-x+2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。点 A は直線①と曲線②との交点で，その x 座標は-3 である。点 B は曲線②上の点で，線分 AB は x 軸に平行であり，点 C は線分 AB と y 軸との交点である。また，点 D は直線①上の点で，線分 BD は y 軸に平行である。原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2008 年度）



問1. 曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

問2. 直線 CD の式を求め，$y=mx+n$ の形で書きなさい。

問3. 点 E は x 軸上の点で，線分 AE は y 軸に平行である。点 F は y 軸上の点で，その y 座標は正である。三角形 AEB と三角形 BFE の面積が等しくなるとき，点 F の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	F(　　　,　　　)

解答

問1. $a=\frac{5}{9}$

問2. $y=-2x+5$

問3. F $\left(0,\ \frac{15}{2}\right)$

解説

問3

点 F の y 座標は正より，△AEB＝△FEB となるのは AF∥EB のときだから

直線 AF の傾きと直線 EB の傾きは等しくなる。

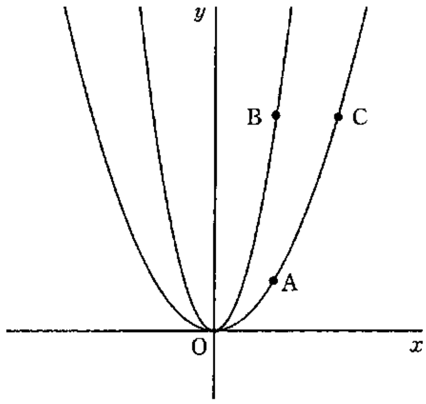
F $(0, f)$ とすると，$\frac{f-5}{3}=\frac{5}{6}$　$2(f-5)=5$　$2f-10=5$　$2f=15$　$f=\frac{15}{2}$

よって，F $\left(0,\ \frac{15}{2}\right)$

【問 10】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，C，関数 $y=4x^2$ のグラフ上に点 B があり，次の条件ア～ウをみたしている。

> 条件
>
> ア　3 点 A，B，C の x 座標は正である。
>
> イ　点 A，B の x 座標は等しい。
>
> ウ　点 B，C の y 座標は等しい。



このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県　2008 年度）

問1．点 A の座標が A(1，1)のとき，他の 2 点の座標は B(1，4)，C(2，4)となる。このとき，2 点 A，C を通る直線の式を求めなさい。

問2．点 A の x 座標が 3 のとき，点 C の座標を求めなさい。

問3．点 A の x 座標を a とする。3 点 A，B，C を結んでできる△ABC が二等辺三角形になるとき，a の値を求めなさい。

解答欄

問1	$y=$
問2	（　　　，　　　）
問3	$a=$

解答

問1　$y=3x-2$　　問2　(6，36)　　問3　$a=\frac{1}{3}$

解説

問3

点 A の x 座標が a のとき，A $(a,\ a^2)$，B $(a,\ 4a^2)$，C $(2a,\ 4a^2)$ と表せる。

∠ABC＝90° より，△ABC が二等辺三角形であるとき AB＝BC

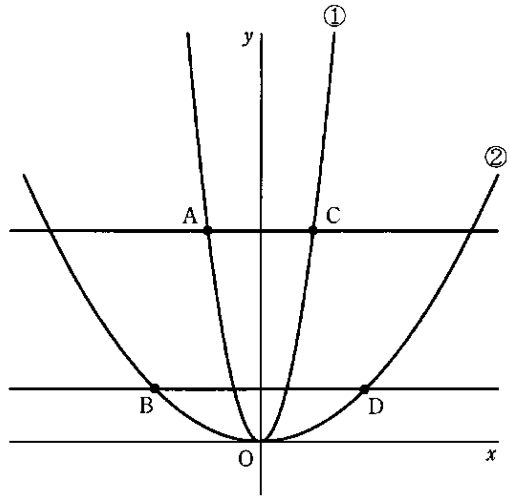
AB＝$4a^2-a^2=3a^2$，BC＝$2a-a=a$ より，$3a^2=a$，　$3a^2-a=0$　$a(3a-1)=0$　$a=0,\ \frac{1}{3}$　$a>0$ より，$a=\frac{1}{3}$

【問 11】

図において，①は関数 $y=2x^2$，②は関数 $y=\dfrac{1}{8}x^2$ のグラフである。①のグラフ上の x 座標が -2 である点を A，②のグラフ上の x 座標が -4 である点を B とする。また，点 A を通り x 軸に平行な直線と①のグラフとのもう 1 つの交点を C，点 B を通り x 軸に平行な直線と②のグラフとのもう 1 つの交点を D とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（石川県　2008 年度）



問1．関数 $y=\dfrac{1}{8}x^2$ について，x の変域が $-4 \leqq x \leqq 1$ のときの y の変域を求めなさい。

問2．点 A を通り四角形 ABDC の面積を 2 等分する直線が，x 軸と交わる点の座標を求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

解答欄

問1	
問2	途中の計算 答

解答

問1　$0 \leqq y \leqq 2$

問2　$\left(\frac{10}{3},\ 0\right)$

解説

問2

それぞれの座標は，A $(-2,\ 8)$，B $(-4,\ 2)$，C $(2,\ 8)$，D $(4,\ 2)$

台形 ABDC の面積は△ACD＋△ABD であり

その底辺をそれぞれ AC，BD とすると

面積の比は，△ACD：△ABD＝4：8

$(4+8)\div 2=6$ より，BD 上に BK＝6 となる点 K をとると，K $(2,\ 2)$ となり

直線 AK は台形 ABDC の面積を 2 等分する。

直線 AK の傾きは $(8-2)\div(-2-2)=-\frac{3}{2}$ より，式を $y=-\frac{3}{2}x+b$ とおく。

K の座標の値を代入して $2=-3+b$　$b=5$

よって，$y=-\frac{3}{2}x+5$

この直線と x 軸との交点は，$y=0$ を代入して，$0=-\frac{3}{2}x+5$　$x=\frac{10}{3}$

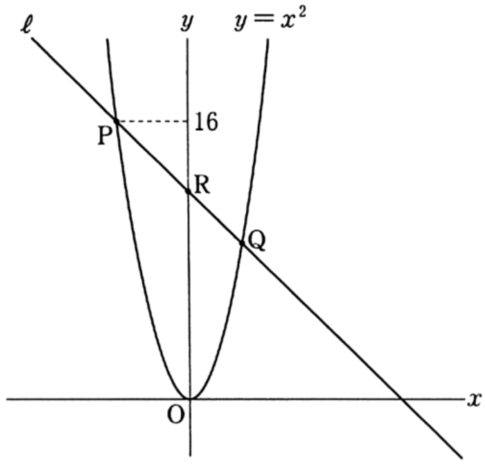
したがって求める点の座標は $\left(\frac{10}{3},\ 0\right)$

【問 12】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフと直線ℓ との交点を，それぞれ，P，Q とし，直線ℓ と y 軸との交点を R とする。また，点 P の y 座標は 16 で，△OPR と△OQR の面積比は 4:3 とする。

このとき，次の問いに答えよ。

（福井県 2008 年度）



問1．2 点 P，Q の座標を求めよ。また，直線ℓ の式を求めよ。

問2．線分 PQ の長さを求めよ。

問3．原点 O から直線ℓ に垂線をひき，直線ℓ との交点を H とするとき，OH の長さを求めよ。

問4．△OPQ を，直線ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

解答欄

問1	P（　　，　　）　Q（　　，　　）	
	直線ℓ の式　$y=$	
問2		
問3		
問4		

解答
問1　P $(-4,\ 16)$, Q $(3,\ 9)$, 直線ℓ の式　$y=-x+12$
問2　$7\sqrt{2}$
問3　$6\sqrt{2}$
問4　$168\sqrt{2}\ \pi$
解説
問1
点 P は $y=x^2$ 上の点より, $y=16$ を代入して $16=x^2$　$x<0$ だから, $x=-4$　よって, P $(-4,\ 16)$
△OPR と△OQR は OR を共通な底辺とすると, 高さの比は面積の比と等しい。
P から y 軸までの距離:Q から y 軸までの距離＝4:3
P から y 軸までの距離は 4 だから, Q から y 軸までの距離は 3
よって, 点 Q の x 座標は 3　点 Q も $y=x^2$ 上の点より, $x=3$ を代入して, $y=9$　よって, Q $(3,\ 9)$
直線ℓの傾きは$(9-16)\div(3+4)=-1$
直線ℓ を $y=-x+b$ とおく。
点 Q の座標の値を代入して $9=-3+b$　$b=12$
よって求める直線の式は $y=-x+12$
問3
$\triangle\mathrm{OPQ}=\triangle\mathrm{OPR}+\triangle\mathrm{OQR}=\frac{1}{2}\times12\times4+\frac{1}{2}\times12\times3=42\cdots$①
また, $\triangle\mathrm{OPQ}=\frac{1}{2}\times\mathrm{PQ}\times\mathrm{OH}=\frac{1}{2}\times7\sqrt{2}\times\mathrm{OH}=\frac{7\sqrt{2}}{2}\mathrm{OH}\cdots$②
①と②は等しいので$\frac{7\sqrt{2}}{2}\mathrm{OH}=42$　$\mathrm{OH}=6\sqrt{2}$
問4
三平方の定理を利用して
$\mathrm{OQ}=\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}$
$\mathrm{QH}=\sqrt{(3\sqrt{10})^2-(6\sqrt{2})^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
求める体積は△POH を 1 回転させたものから△QOH を 1 回転させたものをひいたものだから
$\frac{1}{3}\times\pi\times(6\sqrt{2})^2\times(7\sqrt{2}+3\sqrt{2})-\frac{1}{3}\times\pi\times(6\sqrt{2})^2\times3\sqrt{2}=168\sqrt{2}\ \pi$

【問 13】

図 4 において, ①は関数 $y=ax^2$ ($a>0$) のグラフであり, ②は関数 $y=-2x^2$ のグラフである。2 点 A, B は, それぞれ放物線①, ②上の点で, その x 座標はともに 2 である。

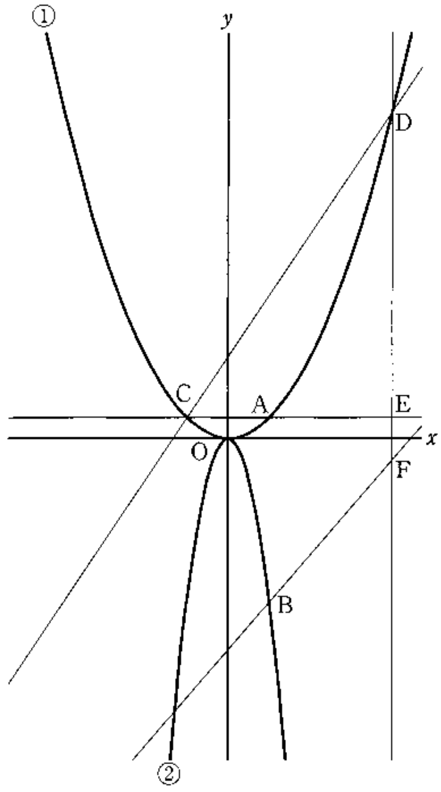
このとき, 次の問1, 問2に答えなさい。

（静岡県 2008 年度）

問1. x の変域が $-3\leqq x\leqq 1$ であるとき, 関数 $y=-2x^2$ の y の変域を求めなさい。

問2. 点 A から y 軸にひいた垂線の延長と放物線①との交点を C とする。点 C を通り傾きが正である直線と放物線①との交点を D とする。点 D を通り y 軸に平行な直線と直線 AC との交点を E とする。また, 点 E と x 軸について対称な点を F とする。CA:CE ＝2:5 で, 直線 CD と直線 BF が平行となるときの, a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

図 4



解答欄

問1	
問2	求める過程 答　$a=$

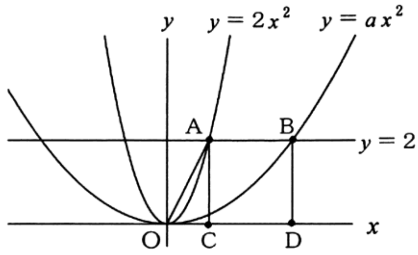
解答
問1　$-18 \leqq y \leqq 0$
問2
求める過程
点 A は $y=ax^2$ 上の点より，A$(2,\ 4a)$とおく。
点 C は点 A と y 軸について対称な点だから
C $(-2,\ 4a)$
AC＝2×2＝4
CA : CE＝2 : 5 より，4 : CE＝2 : 5　2CE＝20　CE＝10
よって点 E の x 座標は 10－2＝8　E $(8,\ 4a)$
その他の座標は B $(2,\ -8)$で，F $(8,\ -4a)$，D $(8,\ 64a)$ と表せる。
CD∥BF より，CD と BF の変化の割合は等しいので
$(64a-4a)\div(8+2)=(-4a+8)\div(8-2)$
$6a=-\dfrac{2}{3}a+\dfrac{4}{3}$　$20a=4$　$a=\dfrac{1}{5}$
答　$a=\dfrac{1}{5}$

【問 14】

図で，O は原点，A，B はそれぞれ，直線 $y=2$ と 2 つの関数 $y=2x^2$，$y=ax^2$（a は定数，$a>0$）のグラフとの交点のうち，x 座標が正である点である。また，C，D は x 軸上の点で，四角形 ACDB は正方形である。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

（愛知県 2008 年度 B）



(1) a の値を求めよ。

(2) 点 C を通り，台形 AODB の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	$y=$

解答

(1) $a=\dfrac{2}{9}$

(2) $y=\dfrac{4}{3}x-\dfrac{4}{3}$

解説

(1)

点 A は $y=2x^2$ 上の点で，y 座標は 2 だから，$2=2x^2$　$x^2=1$　$x>0$ より，$x=1$　A (1, 2)　四角形 ACDB は正方形より，AB＝AC＝2　よって，点 B の x 座標は，$1+2=3$　B (3, 2)　点 B は $y=ax^2$ 上の点より，$2=9a$　$a=\dfrac{2}{9}$

(2)

台形 AODB の面積は，$\triangle AOD+\triangle ADB=\dfrac{1}{2}\times3\times2+\dfrac{1}{2}\times2\times2=5$　点 C を通り，台形 AODB の面積を 2 等分する直線が AB と交わる点を P (t, 2) とおくと，(台形 AOCP)＝$\triangle AOC+\triangle ACP=\dfrac{1}{2}\times1\times2+\dfrac{1}{2}\times(t-1)\times2=t$　台形 AODB の面積の半分だから $\dfrac{5}{2}$　よって，$t=\dfrac{5}{2}$　$P\left(\dfrac{5}{2},\ 2\right)$　直線 CP を $y=mx+n$ とおくと，C (1, 0) を通るので，$0=m+n$…(ア)　P を通るので，$2=\dfrac{5}{2}m+n$…(イ)

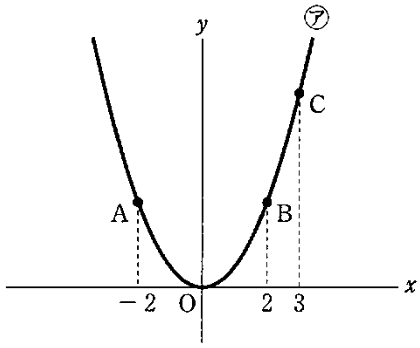
(ア)，(イ)を連立方程式として解くと，$m=\dfrac{4}{3}$，$n=-\dfrac{4}{3}$　よって，求める直線の式は，$y=\dfrac{4}{3}x-\dfrac{4}{3}$

【問 15】

図のように，関数 $y=x^2$…㋐のグラフ上に，3 点 A，B，C があり，それらの x 座標はそれぞれ-2，2，3 である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（三重県 2008 年度）



(1) 点 B の座標を求めなさい。

(2) 関数㋐について，次のア～エのうち，変化の割合が最も大きくなるものを 1 つ選び，その記号を書きなさい。また，そのときの変化の割合を求めなさい。

ア. x の値が-2 から 0 まで増加するときの変化の割合
イ. x の値が 0 から 2 まで増加するときの変化の割合
ウ. x の値が 0 から 3 まで増加するときの変化の割合
エ. x の値が 2 から 3 まで増加するときの変化の割合

(3) 直線 AC の式を求めなさい。

(4) x 軸上に x 座標が 3 より大きい点 T $(t,\ 0)$ をとり，△ATC をつくる。△ATC の面積が 30 になるとき，t の値を求めなさい。

解答欄

(1)	B (　　　　，　　　)	
(2)	記号	変化の割合
(3)	$y=$	
(4)	$t=$	

解答

(1)B (2，4)　　(2) 記号 エ，変化の割合 5　　(3)$y=x+6$　　(4)$t=6$

解説

(3)

A $(-2,\ 4)$，C $(3,\ 9)$ を通る直線の式を $y=ax+b$ とおく。点 A の座標の値を代入して，$4=-2a+b$…(ⅰ) 点 C の座標の値を代入して，$9=3a+b$…(ⅱ) (ⅰ)，(ⅱ) を連立方程式として解くと，$a=1$，$b=6$ よって，$y=x+6$

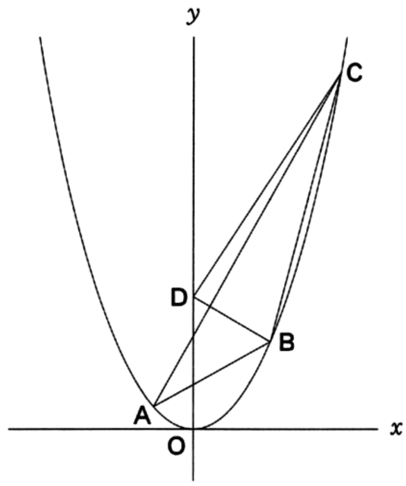
(4) A から x 軸にひいた垂線を AH とおく。△ATC＝△AHC＋△CHT－△ATH＝$\frac{1}{2}\times4\times(3+2)+\frac{1}{2}\times(t+2)\times9-\frac{1}{2}\times4\times(t+2)=\frac{5}{2}t+15$ この値が 30 だから，$\frac{5}{2}t+15=30$　　$\frac{5}{2}t=15$　$t=6$

【問 16】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 3 点 A，B，C がある。点 A の座標は (−2，1)，点 B，C の x 座標はそれぞれ 4，8 である。また，y 軸上の $y>0$ の範囲に，△ABC＝△BCD となるように点 D をとる。

このとき，次の問1・問2に答えよ。

（京都府 2008 年度）



問1．a の値を求めよ。また，点 B の y 座標を求めよ。

問2．直線 AD の式を求めよ。

解答欄

問 1	$a=$	y 座標
問2	$y=$	

解答

問 1

a の値　$a=\dfrac{1}{4}$，　y 座標　4

問2　$y=3x+7$

解説

問2

△ABC＝△DBC より，AD // BC

よって直線 AD の傾きは BC の傾きと等しくなる。

B (4，4)，C (8，16)より，その傾きは，(16−4)÷(8−4)＝3

直線 AD を $y=3x+b$ とおく。

A (−2，1) を通るので座標の値を代入して $1=-6+b$　$b=7$

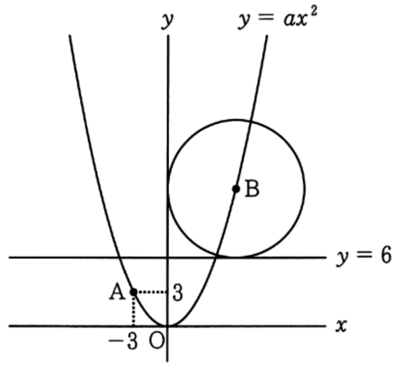
よって求める式は $y=3x+7$

【問 17】

図のように，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ上に 2 点 A，B がある。点 A の座標は $(-3,\ 3)$ で，点 B を中心とする円が y 軸と直線 $y=6$ に接している。

次の問いに答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さは 1 cm とする。

（兵庫県 2008 年度）



問1. a の値を求めなさい。

問2. 点 B を中心とする円の半径を求めなさい。

問3. 点 B を中心とする円の周上に点 P をとり，線分 AP の長さがもっとも長くなるようにする。このとき，AP の長さを求めなさい。

解答欄

問1	
問2	cm
問3	cm

解答

問1　$\dfrac{1}{3}$

問2　6cm

問3　$6+9\sqrt{2}$ cm

解説

問3

線分 AP がもっとも長くなるのは，AP が円の中心 B を通るときである。

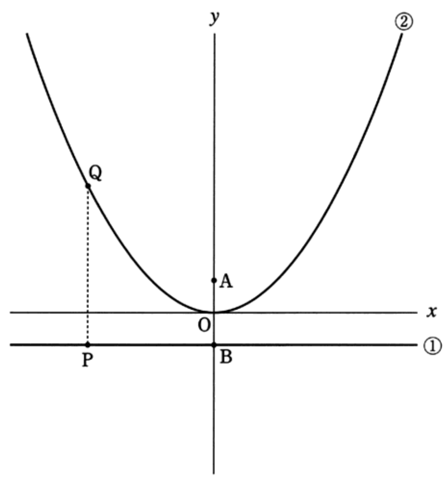
A $(-3,\ 3)$，B $(6,\ 12)$ だから AB$=\sqrt{(6+3)^2+(12-3)^2}=9\sqrt{2}$　BP$=6$ だから，AP$=6+9\sqrt{2}$ cm

【問 18】

図は，直線 $y=-1$ ①，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ ②，のグラフである。また，点 A(0, 1)，B(0, −1)がある。点 P，Q は，それぞれ，①，②のグラフ上にあり，P と Q の x 座標は等しいものとする。

次の問1～問4に答えなさい。

（和歌山県 2008 年度）



問1. 関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の値が 2 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問2. P の x 座標が−6 のとき，AQ の長さを求めなさい。

問3. P の x 座標が−4 のとき，4 点 P，Q，A，R を結んでできる四角形がひし形になるように，点 R をとる。このとき，R の座標を求めなさい。

問4. P の x 座標が 4 のとき，A を通り，四角形 ABPQ の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	AQ＝
問3	
問4	R(　　　,　　　)

解答

問1　$\frac{3}{2}$

問2　AQ＝10

問3　R (0, －4)

問4　$y=-\frac{1}{8}x+1$

解説

問2

点 P の x 座標が－6 のとき，$y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点 Q の x 座標も－6 だから

$x=-6$ を代入して $y=\frac{1}{4}\times(-6)^2=9$

Q(－6, 9)　A(0, 1)より，三平方の定理を利用して $AQ=\sqrt{(0+6)^2+(9-1)^2}=10$

問3

点 P の x 座標が－4 のとき P(－4, －1)，Q(－4, 4)

$PQ=5$，$AP=\sqrt{4^2+(1+1)^2+}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$AQ=\sqrt{4^2+(4-1)^2}=5$　より

PQ＝AQ だから，4 点 P，Q，A，R を結んでできる四角形がひし形になるとき，その四角形はひし形 AQPR となる。

QP∥AR，QP＝AR＝5 より R の x 座標は 0，y 座標は $1-5=-4$　よって R(0, －4)

問4

点 P の x 座標が 4 のとき，P (4, －1)，Q (4, 4)

AB＝1＋1＝2，BP＝4，PQ＝4＋1＝5 より

四角形 ABPQ の面積は，$\triangle ABP+\triangle PQA=\frac{1}{2}\times2\times4+\frac{1}{2}\times5\times4=14$

点 A を通る四角形 ABPQ の面積を 2 等分する直線が PQ と交わる点を K (4, k)　とすると

$\triangle AQK=\frac{1}{2}$(四角形 ABPQ)＝7 より，$\frac{1}{2}\times(4-k)\times4=7$　$4-k=\frac{7}{2}$　$k=\frac{1}{2}$

よって $K\left(4,\ \frac{1}{2}\right)$

直線 AK を $y=ax+1$ とおく。

$x=4$，$y=\frac{1}{2}$ を代入して，$\frac{1}{2}=4a+1$　$4a=-\frac{1}{2}$　$a=-\frac{1}{8}$

よって求める直線の式は $y=-\frac{1}{8}x+1$

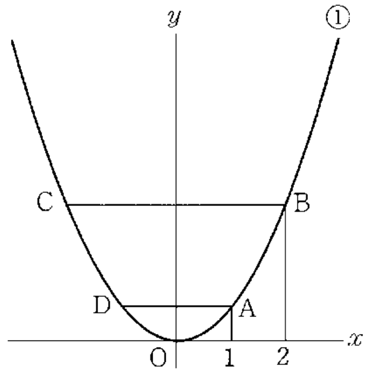
【問 19】

図において，①は関数 $y=ax^2$ のグラフを表す。点 A，B は①上の点であり，その x 座標は，それぞれ 1，2 である。また，点 C，D も①上の点であり，線分 AD，BC は，それぞれ x 軸と平行である。

4 点 A，B，C，D を頂点とする四角形 ABCD の面積が 6 となるとき，a の値を求めなさい。

（鳥取県 2008 年度）

図



解答欄

$a=$

解答

$a=\dfrac{2}{3}$

解説

A，B は $y=ax^2$ 上の点より，A $(1,\ a)$，B $(2,\ 4a)$とおくと

台形 ABCD＝△CDA＋△ABC＝$\dfrac{1}{2}\times(1\times2)\times(4a-a)+\dfrac{1}{2}\times(2\times2)\times(4a-a)=3a+6a=9a$

これが 6 より，$9a=6$　$a=\dfrac{2}{3}$

【問 20】

図 1 のように, 関数 $y=ax^2$ のグラフの上に点 A (−2, 2) と点 B (4, 8) がある。

次の問1～問5に答えなさい。

（島根県 2008 年度）

問1. a の値を求めなさい。

問2. 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

問3. △OAB の面積を求めなさい。

問4. 図 2 のように, 線分 AB 上を動く点 P をとり, その x 座標を t とし, △OAP の面積を S とする。t の変域を $t \geqq 0$ とするとき, S を t の式で表し, そのグラフをかきなさい。

問5. 図 3 のように, 直線 AB と y 軸の交点を C とし, 線分 OB 上に, 四角形 OACD が台形になるように点 D をとる。次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 点 D の座標を求めなさい。

(2) 四角形 OACD を, y 軸を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。

図 1

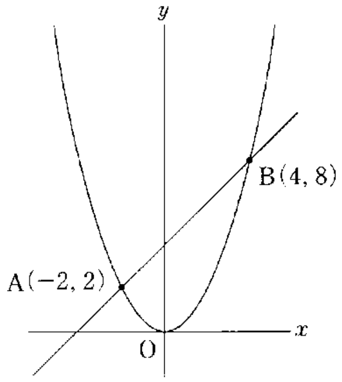


図 2

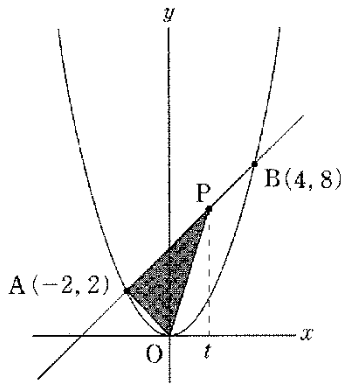
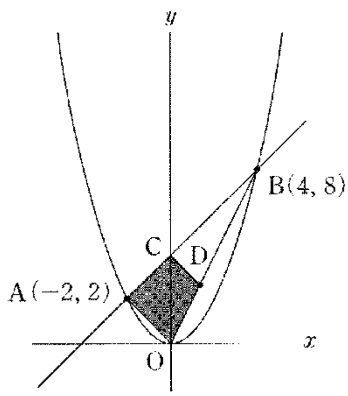
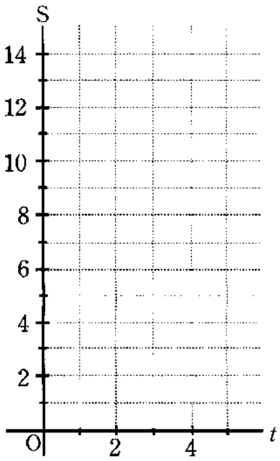


図 3



解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">$a=$</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問4</td><td colspan="2">S＝</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問5</td><td>(1)</td><td>(　　　　　,　　　　　)</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
</table>

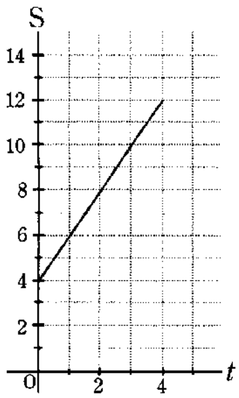
解答

問1　$a=\frac{1}{2}$

問2　$y=x+4$

問3　12

問4　S$=2t+4$



問5　(1)　$\left(\frac{4}{3},\ \frac{8}{3}\right)$　　(2)　$\frac{16}{3}\pi$

解説

問3

直線 AB と y 軸との交点を C とする。

$\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{OAC}+\triangle\mathrm{OBC}=\frac{1}{2}\times4\times2+\frac{1}{2}\times4\times4=4+8=12$

問4

$\mathrm{S}=\triangle\mathrm{OAC}+\triangle\mathrm{OPC}=4+\frac{1}{2}\times4t=2t+4$

問5

(1)

四角形 OACD が台形になるには CD∥AO

よって，(直線 CD の傾き)＝(直線 AO の傾き)$=-\frac{2}{2}=-1$

直線 CD の式は，$y=-x+4$…①

直線 OB の傾きは $\frac{8}{4}=2$ だから，直線 OB の式は，$y=2x$…②

①，②を連立方程式として解くと，$x=\frac{4}{3}$，$y=\frac{8}{3}$

よって，D$\left(\frac{4}{3},\ \frac{8}{3}\right)$

(2)

点 D と y 軸について対称な点は D′$\left(-\frac{4}{3},\ \frac{8}{3}\right)$で

この点を直線 AB の式 $y=x+4$ に代入すると成り立つので，D′ は AC 上にある。

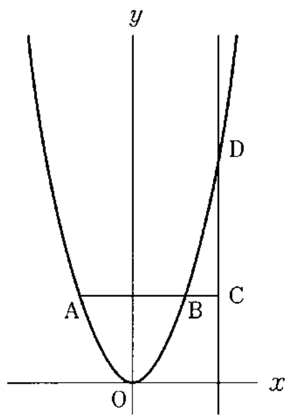
よって，求める体積は△OAC を y 軸を軸として 1 回転させたものと同じだから

$\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times2\times2=\frac{16}{3}\pi$

【問 21】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，線分 AB は y 軸に垂直です。線分 AB の延長上に BC＝1 となるように点 C をとります。点 C を通り y 軸に平行な直線と，関数が $y=x^2$ のグラフとの交点を D とします。このとき，AC＝CD となります。このわけを，点 B の x 座標を a として，a を使った式を用いて説明しなさい。ただし，$a>0$ とします。

（広島県 2008 年度）



解答欄

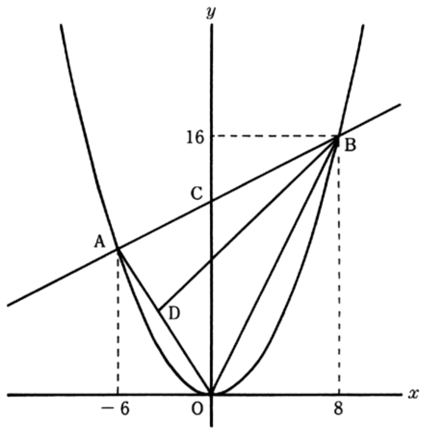
解答

点 B の座標は$(a,\ a^2)$である。
関数 $y=x^2$ のグラフは y 軸について線対称であるから
AB＝$2a$ であり，BC＝1 であるから，AC＝$2a+1$ である。
また点 C の座標は $(a+1,\ a^2)$ であるから
点 D の y 座標は $(a+1)^2=a^2+2a+1$ であり
CD＝$(a^2+2a+1)-a^2=2a+1$ である。
したがって AC＝CD となる。

【問 22】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフがある。2 点 A，B は関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点であり，点 A の x 座標は -6 で，点 B の座標は (8, 16)である。また，直線 AB と y 軸との交点を C とし，原点を O とする。このとき，次の問1，問2の $\boxed{}$ に適当な数または式を書き入れなさい。

（岡山県　2008 年度）



問1．a の値は $\boxed{(ア)}$ であり，直線 AB の式は $y=$ $\boxed{(イ)}$ である。

問2．直線 OB の式は $y=$ $\boxed{(ア)}$ である。また，点 O と点 A を結ぶ。点 D を，線分 OA 上に，△OBD の面積が△OBC の面積と等しくなるようにとる。このとき，点 D の x 座標は $\boxed{(イ)}$ である。

解答欄

問1	(ア)	
	(イ)	$y=$
問2	(ア)	$y=$
	(イ)	

解答

問1 (ア) $\frac{1}{4}$　(イ) $y=\frac{1}{2}x+12$　　問2 (ア) $y=2x$　　(イ) $-\frac{24}{7}$

解説

問2

直線 OB は比例のグラフだから，その傾きは $\frac{16}{8}=2$ より，$y=2x$

△OBD＝△OBC で，D は線分 OA 上の点より，DC∥OB

よって，直線 CD の傾きは直線 OB の傾きと等しくなり，C (0, 12) を通るのでその式は $y=2x+12$…(ア)

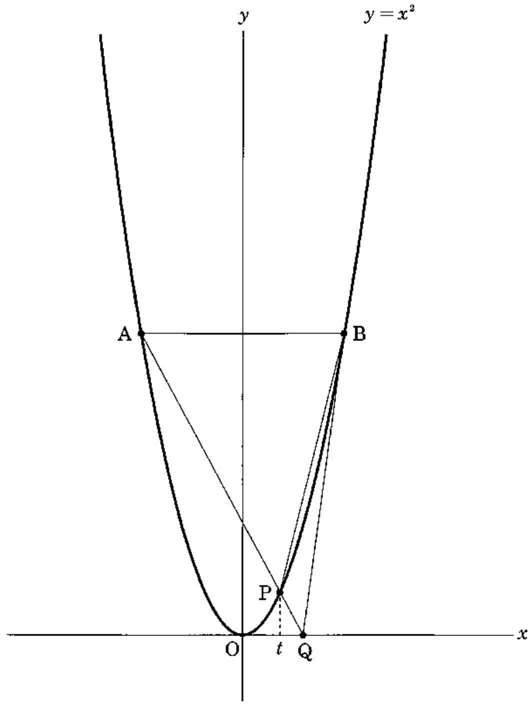
直線 OA は比例のグラフで，A (-6, 9) より，その傾きは $-\frac{9}{6}=-\frac{3}{2}$ だから，式は $y=-\frac{3}{2}x$…(イ)

(ア)，(イ) の交点が求める点 D だから，(ア)，(イ) を連立方程式として x の値を求めると，$x=-\frac{24}{7}$

【問 23】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフがある。関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B を，線分 AB が x 軸に平行で長さが 6 であるようにとる。また，関数 $y=x^2$ のグラフ上に x 座標が t である点 P をとり，直線 AP が x 軸と交わる点を Q とする。なお，t は正の数であり，点 P は点 B と異なる点とする。次の問1～問4に答えなさい。

（徳島県 2008 年度）



問1. 点 B の座標を求めなさい。

問2. $t=2$ のとき，直線 AP の傾きを求めなさい。

問3. $t=4$ のとき，線分 PA と線分 AQ の長さの比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

問4. △APB の面積が 24 になる t の値を，すべて求めなさい。

解答欄

問1	(　　　　　,　　　　　)
問2	
問3	PA:AQ=　　　　　:
問4	

解答

問1　$(3,\ 9)$

問2　-1

問3　$PA:AQ=7:9$

問4　1 と $\sqrt{17}$

解説

問3

$t=4$ のとき，$P(4,\ 16)$　$A(-3,\ 9)$ より，直線 AP の傾きは，$(16-9)\div\{4-(-3)\}=1$

よって，直線 AP を $y=x+b$ とおき，点 P の座標の値を代入すると，$16=4+b$　$b=12$

直線 AP は，$y=x+12$

この直線 AP 上の点 Q の y 座標は 0 より，$y=0$ を代入して，$0=x+12$　$x=-12$　　$Q(-12,\ 0)$

P, A から x 軸に垂線 PH, AK をひく。

△QPH において AK∥PH だから $PA:AQ=HK:KQ=(4+3):(-3+12)=7:9$

問4

△APB の底辺を AB としたときの高さを h とすると△APB＝24 より，$\dfrac{1}{2}\times6\times h=24$　$h=8$

よって P の y 座標は $9\pm8=17,\ 1$

P の y 座標が 17 のとき $y=x^2$ に $x=t$, $y=17$ を代入して，$17=t^2$　$t=\pm\sqrt{17}$　$t>0$ より，$t=\sqrt{17}$

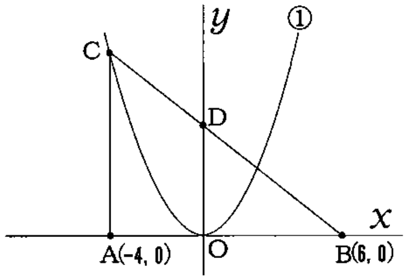
P の y 座標が 1 のとき同様にして $1=t^2$　$t=\pm1$　$t>0$ より，$t=1$

【問 24】

図で，点 O は原点であり，点 A，B の座標はそれぞれ（－4，0），(6，0)

である。放物線①は関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 A を通り，y 軸に平行な直線をひき，放物線①との交点を C とする。また，線分 BC と y 軸との交点を D とする。

これについて，次の(1)～(3)の問いに答えよ。



（香川県　2008 年度）

(1) 2 点 A，B 間の距離を求めよ。

(2) 関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ で，x の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域を求めよ。

(3) 線分 AC 上に点 P をとり，その y 座標を a とする。点 P と点 O を結ぶ。∠PCD＝∠DOP であるとき，a の値を求めよ。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	$a=$

解答

(1) 10　　(2) $0\leqq y\leqq 2$　　(3) $a=\dfrac{16}{5}$

解説

(3)

CA // DO より，同位角は等しいので，∠PCD＝∠ODB…①　条件より，∠PCD＝∠DOP…②

①，②より，∠DOP＝∠ODB

よって，錯角が等しいので CD // PO

向かい合う 2 組の辺が平行なので四角形 CPOD は平行四辺形

したがって，CP＝DO…③　直線 BC を $y=ax+b$ とする。

B (6，0)を通るので，$0=6a+b$…(ⅰ)　C (－4，8) を通るので，$8=-4a+b$…(ⅱ)

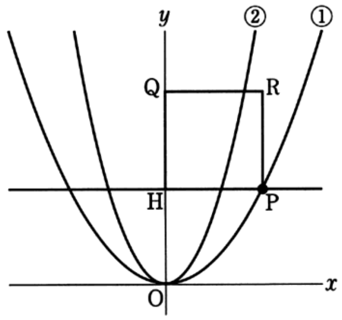
(ⅰ)，(ⅱ)を連立方程式として解くと，$a=-\dfrac{4}{5}$，$b=\dfrac{24}{5}$

よって直線 BC は $y=-\dfrac{4}{5}x+\dfrac{24}{5}$　$D\left(0,\ \dfrac{24}{5}\right)$　$CP=8-a$，$DO=\dfrac{24}{5}$ を③に代入して，$8-a=\dfrac{24}{5}$　$a=\dfrac{16}{5}$

【問 25】

図において，放物線①，②はそれぞれ関数 $y=\dfrac{1}{3}x^2$，$y=x^2$ のグラフである。また，点 P は放物線①上の $x\geqq 0$ の範囲を動く点である。点 P を通り x 軸に平行な直線と y 軸との交点を H とし，線分 PH を 1 辺とする正方形 PHQR を，直線 PH について原点 O と反対側につくる。点 P の x 座標を t，正方形 PHQR の面積を S とする。ただし，$t=0$ のとき，$S=0$ とする。

このとき，次の問いに答えなさい。



（愛媛県　2008 年度）

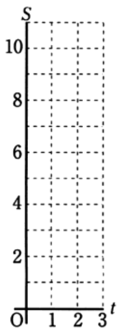
問1．S を t の式で表し，そのグラフをかけ。

問2．$t>0$ とする。正方形 PHQR の頂点 R が放物線②上にあるとき，

(1)　t の値を求めよ。

(2)　原点 O を通る直線が正方形 PHQR の面積を二等分するとき，この直線の傾きを求めよ。

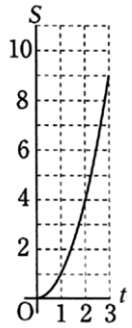
解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td colspan="2">式　$S=$</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>$t=$</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td></td></tr>
</table>

解答

問1

式　$S=t^2$



(1)　$t=\dfrac{3}{2}$　　(2)　2

解説

問1

点 P の x 座標は t だから, $PH=t$　四角形 PHQR は正方形より, $S=PH^2=t^2$

問2

(1)

点 P は $y=\dfrac{1}{3}x^2$ 上の点より, $P\left(t,\ \dfrac{1}{3}t^2\right)$とおく。

また, RP は y 軸に平行なので, R の x 座標も t とおくと, $y=x^2$ 上の点より, $R\ (t,\ t^2)$

四角形 PHQR は正方形より, $PH=PR$, $PH=t$, $PR=t^2-\dfrac{1}{3}t^2=\dfrac{2}{3}t^2$ だから

$t=\dfrac{2}{3}t^2$　$2t^2-3t=0$　$t(2t-3)=0$　$t>0$ より, $t=\dfrac{3}{2}$

(2)

$t=\dfrac{3}{2}$ のとき, $P\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{3}{4}\right)$, $R\left(\dfrac{3}{2},\ \dfrac{9}{4}\right)$だから, $Q\left(0,\ \dfrac{9}{4}\right)$

正方形の対角線の交点を通る直線はその面積を二等分する。

また, 正方形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

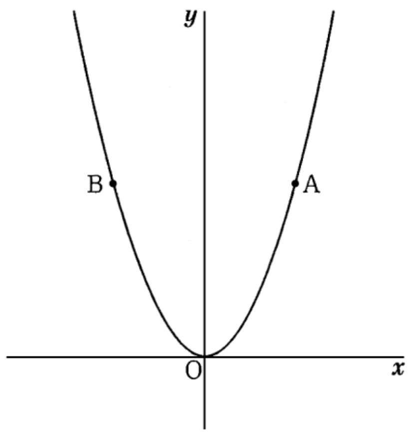
PQ の中点を M とすると, M の x 座標は$\dfrac{3}{2}\div 2=\dfrac{3}{4}$, y 座標は, $\dfrac{3}{4}+(\dfrac{9}{4}-\dfrac{3}{4})\div 2=\dfrac{3}{2}$　$M\left(\dfrac{3}{4},\ \dfrac{3}{2}\right)$

よって直線 OM の傾きは$\dfrac{3}{2}\div\dfrac{3}{4}=2$

【問 26】

図は，関数 $y=ax^2$ のグラフで，点 A，B はこのグラフ上にある。点 A の座標は(4，8)であり，点 B は点 A と y 軸について対称である。このとき，次の問1・問2に答えなさい。

（高知県 2008 年度）



問1．定数 a の値を求めよ。

問2．y 軸上に点 C をとり，四角形 OACB がひし形となるようにするとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

(1) 2 点 A，C を通る直線の式を求めよ。

(2) 線分 AC 上に点 D をとり，三角形 OAD と四角形 ODCB の面積の比が 1：3 のとき，点 D の座標を求めよ。

解答欄

問1	$a=$	
問2	(1)	
	(2)	（　　　，　　　）

解答

問1　$a=\frac{1}{2}$　　　問2　(1)　$y=-2x+16$　　　(2)　(2 ，12)

解説

問2

(1)

AB の中点を M とする。A (4，8)で，B は A と y 軸について対称な点だから B (−4，8) より，M (0，8) ひし形の対角線はそれぞれの中点で垂直に交わるから，OM＝CM で，C は y 軸上の点になる。よって，C (0，16) 直線 AC の傾きは，$(8-16)\div(4-0)=-\frac{8}{4}=-2$ したがって，直線 AC の式は，$y=-2x+16$

(2)

△OAD：(四角形 ODCB)＝1：3，△OAC：△OBC＝1：1＝2：2 より，△OAC：△OAD＝2：1 よって，△OAD：△OCD＝1：1 したがって，D は線分 AC の中点となる。

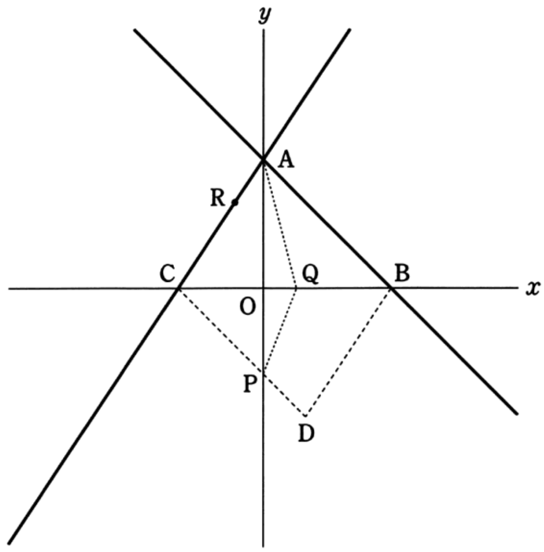
D の x 座標は，$\frac{4}{2}=2$，y 座標は，$8+(16-8)\div2=12$　D (2，12)

【問 27】

図のように，2 点 A (0, 3)，B (3, 0) がある。点 A を通り，傾き$\dfrac{3}{2}$の直線と x 軸との交点を C とする。また，四角形 ACDB が平行四辺形となるように点 D をとる。

このとき，次の問1～問5に答えなさい。

（佐賀県 2008 年度 後期）



問1．2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

問2．点 C の座標を求めなさい。

問3．点 D の座標を求めなさい。

問4．線分 CD と y 軸との交点を P とし，線分 CB 上に四角形 ACPQ の面積が$\dfrac{15}{2}$となるように点 Q をとる。このとき，点 Q の座標を求めなさい。

問5．問4のとき，線分 AC 上に点 R をとり，△CPR と△CPQ の面積が等しくなるようにする。このとき，点 R の x 座標を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	C (　　　,　　　)
問3	D (　　　,　　　)
問4	Q (　　　,　　　)
問5	

解答

問1　$y=-x+3$

問2　C $(-2,\ 0)$

問3　D $(1,\ -3)$

問4　Q $(1,\ 0)$

問5　$-\dfrac{4}{5}$

解説

問5

△CPR＝△CQR で，R は線分 AC 上にあるから，CP∥RQ

よって直線 RQ の傾きは CP の傾きと同じ-1

直線 RQ を $y=-x+b$ とおくと Q $(1,\ 0)$ を通るので座標の値を代入して $0=-1+b$　$b=1$

直線 RQ は $y=-x+1$…①

R は直線 AC：$y=\dfrac{3}{2}x+3$…②と直線①の交点だから

①，②を連立方程式として解くと $x=-\dfrac{4}{5}$，$y=\dfrac{9}{5}$

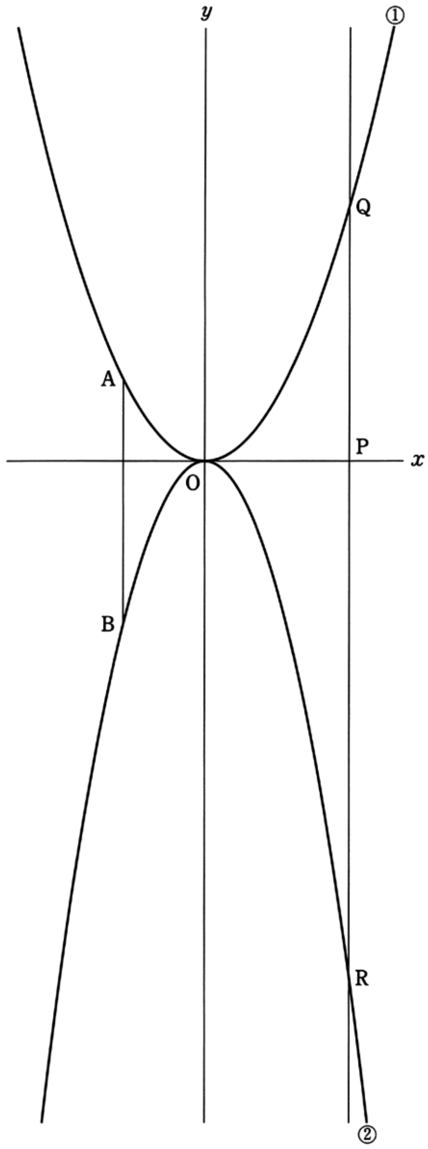
よって点 R の x 座標は$-\dfrac{4}{5}$

【問 28】

図のように，2 つの関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$…①，$y=-x^2$…② のグラフがあり，点 A，B はそれぞれ①，②上の点で x 座標はともに -2 である。また，x 軸上の点 P $(t,\ 0)$ を通り y 軸に平行な直線と①，②との交点をそれぞれ Q，R とする。ただし，$t>0$ とする。

このとき，次の問1～問4に答えなさい。

（佐賀県 2008 年度 後期）



問1. AB の長さを求めなさい。

問2. $t=1$ のとき，四角形 ABRQ の面積を求めなさい。

問3. PQ＝2OP であるとき，t の値を求めなさい。

問4. 問3のとき，直線 AR と直線 BQ の交点を C とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) AR の長さを求めなさい。

(2) AC と BC の長さの比は，AC：BC＝$\boxed{}$ ：1 となる。$\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい。

解答欄

問1		
問2		
問3		
問4	(1)	
	(2)	

解答

問1　6

問2　$\dfrac{45}{4}$

問3　4

問4

(1)　$6\sqrt{10}$　　　(2)　$\sqrt{2}$

解説

問4

(1)

A $(-2,\ 2)$, R $(4,\ -16)$ より三平方の定理を利用して $\mathrm{AR}=\sqrt{(4+2)^2+(2+16)^2}=6\sqrt{10}$

(2)

B $(-2,\ -4)$, Q $(4,\ 8)$ より $\mathrm{BQ}=\sqrt{(4+2)^2+(8+4)^2}=6\sqrt{5}$

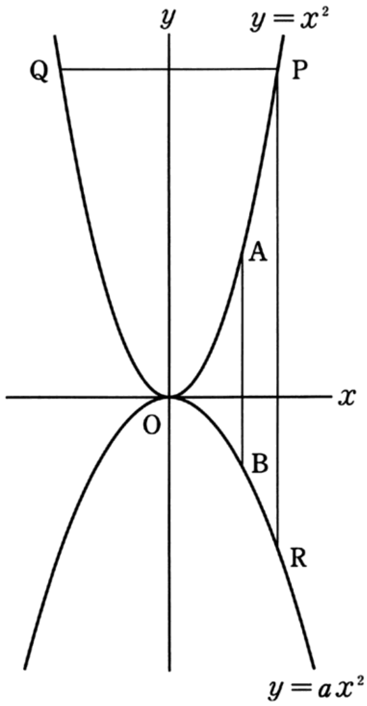
AB // QR より, $\mathrm{AC}:\mathrm{CR}=\mathrm{BC}:\mathrm{CQ}=\mathrm{AB}:\mathrm{QR}=(2+4):(8+16)=6:24=1:4$

よって, $\mathrm{AC}=\dfrac{1}{5}\mathrm{AR}$, $\mathrm{BC}=\dfrac{1}{5}\mathrm{BQ}$　$\mathrm{AC}:\mathrm{BC}=\dfrac{1}{5}\mathrm{AR}:\dfrac{1}{5}\mathrm{BQ}=\mathrm{AR}:\mathrm{BQ}=6\sqrt{10}:6\sqrt{5}=\sqrt{2}:1$

【問 29】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 A，関数 $y=ax^2\,(a<0)$ のグラフ上に点 B があり，線分 AB は y 軸に平行である。点 A，B の x 座標はともに正で，y 座標はそれぞれ 4，-2 である。次の問1～問3に答えなさい。

（大分県 2008 年度）



問1. a の値を求めなさい。

問2. 点 A を通り，△OAB の面積を二等分する直線の式を求めなさい。

問3. $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 P，Q があり，線分 PQ は x 軸に平行である。また，$y=ax^2$ のグラフ上に点 R があり，点 P，R の x 座標はともに t ($t>0$)である。線分 PQ と線分 PR の長さの比が 1:2 になるとき，t の値を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	$t=$

解答

問1 $a=-\dfrac{1}{2}$　　問2 $y=5x-6$　　問3 $t=\dfrac{8}{3}$

解説

問3

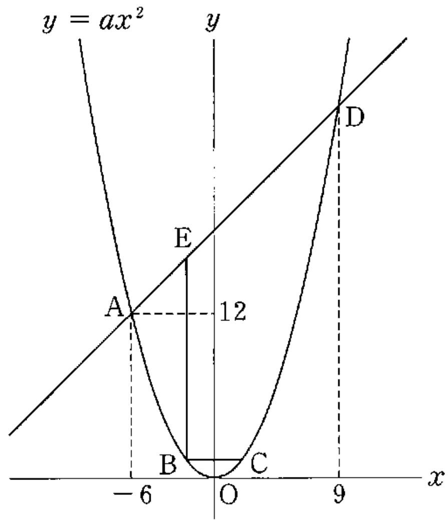
点 P (t , t^2)，Q ($-t$, t^2)，R$\left(t,\ -\dfrac{1}{2}t^2\right)$とおくと，PQ$=2t$，PR$=t^2+\dfrac{1}{2}t^2=\dfrac{3}{2}t^2$

PQ:PR$=1:2$ より，$2t:\dfrac{3}{2}t^2=1:2$　$\dfrac{3}{2}t^2=4t$　$3t^2-8t=0$　$t(3t-8)=0$　$t>0$ より，$t=\dfrac{8}{3}$

【問 30】

図のように，関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフ上に 4 点 A，B，C，D がある。A の座標は (−6，12) で，D の x 座標は 9 である。線分 BC は x 軸に平行で，長さは 4 であり，C の x 座標は正である。また，直線 AD 上に点 E があり，線分 BE は y 軸に平行である。このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2008 年度）



問1．a の値を求めなさい。

問2．直線 AD の式を求めなさい。

問3．線分 BE の長さを求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	

解答

問1　$a=\frac{1}{3}$　　　問2　$y=x+18$　　　問3　$\frac{44}{3}$

解説

問3

BC は x 軸に平行で，長さが 4 より，点 B の x 座標は−2

$y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点より y 座標は，$\frac{1}{3}\times(-2)^2=\frac{4}{3}$

点 E は x 座標が B と同じ−2 で，$y=x+18$ 上の点だから，y 座標は$-2+18=16$

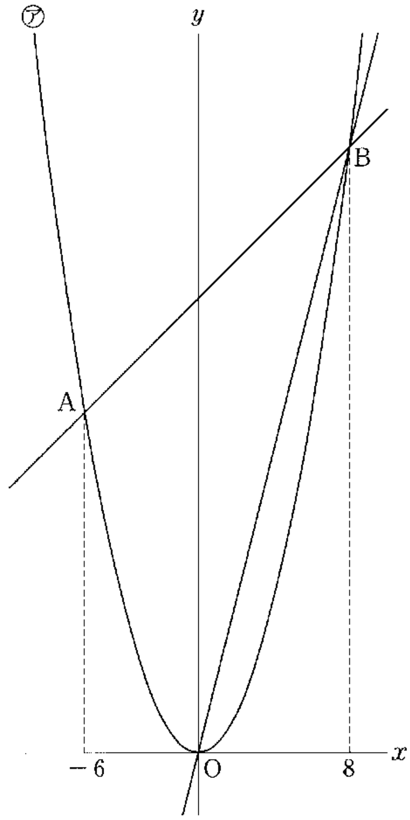
よって $\mathrm{BE}=16-\frac{4}{3}=\frac{44}{3}$

【問 31】

図のように，関数 $y=ax^2$ (a は定数) …㋐のグラフ上に 2 点 A，B があり，A の x 座標は -6，B の x 座標は 8 である。また，点 O は原点であり，直線 OB の傾きは直線 AB の傾きより 3 だけ大きい。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2008 年度）



問1．a の値を求めなさい。

問2．関数㋐のグラフ上において，2 点 O，B の間に点 P をとる。また，関数㋐のグラフ上に，P とは異なる点 Q を，線分 PQ が x 軸に平行になるようにとり，線分 PQ の長さを t とする。さらに，線分 PQ と直線 OB との交点を R とし，直線 AB 上に点 S を，線分 RS が y 軸に平行になるようにとる。

(1) 線分 RS の長さを，t を使った式で表しなさい。

(2) RS：QR＝3：1 となるときの t の値を求めたい。t についての方程式をつくり，t の値を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$	
問2	(1)	
	(2)	方程式
		$t=$

解答

問1　$a=\dfrac{1}{2}$

問2

(1)　$-\dfrac{3}{32}t^2+24$

(2)　方程式　$-\dfrac{3}{32}t^2+24=3\left\{\dfrac{1}{32}t^2-\left(-\dfrac{1}{2}t\right)\right\}$　　　$t=8$

解説

問2

(1)

点Pの x 座標は $\dfrac{\mathrm{PQ}}{2}$ より，$\dfrac{t}{2}$

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点より $y=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{t^2}{2}=\dfrac{t^2}{8}$

$\mathrm{P}\left(\dfrac{t}{2},\ \dfrac{t^2}{8}\right)$

Rの y 座標はPと同じ $\dfrac{t^2}{8}$ で，$y=4x$ 上の点より，$\dfrac{t^2}{8}=4x$　$x=\dfrac{t^2}{32}$　$\mathrm{R}\left(\dfrac{t^2}{32},\ \dfrac{t^2}{8}\right)$

Sの x 座標はRと同じ $\dfrac{t^2}{32}$ で，$y=x+24$ 上の点より，$y=\dfrac{t^2}{32}+24$　$\mathrm{S}\left(\dfrac{t^2}{32},\dfrac{t^2}{32}+24\right)$

よって，$\mathrm{RS}=\dfrac{t^2}{32}+24-\dfrac{t^2}{8}=-\dfrac{3}{32}t^2+24$

【問 32】

図Ⅰのように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフと直線ℓ が，2 点 A，B で交わり，点 A，B の x 座標はそれぞれ，4，-2 である。このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（宮崎県 2008 年度）

問1．点 A の y 座標を求めなさい。

問2．直線ℓ の式を求めなさい。

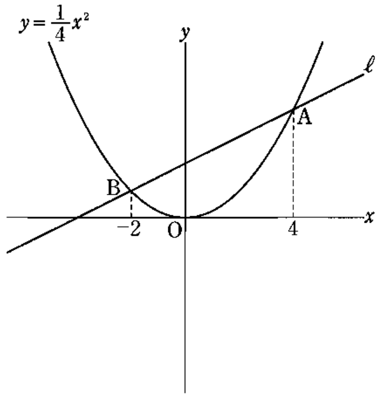
問3．図Ⅱは，図Ⅰにおいて原点 O を中心とし，点 A を通る円をかいたものであり，点 C は円周と直線ℓ との交点で，x 座標は負，点 D は円周と x 軸との交点で，x 座標は正である。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

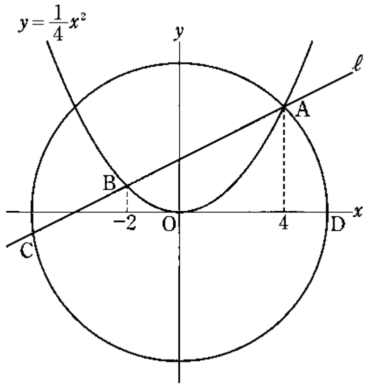
(1) 円周上に，y 座標が負である点 E を，∠ACE＝54° となるようにとる。このとき，∠DOE の大きさを求めなさい。

(2) 点 D を含む$\overset{\frown}{AC}$上に，x 座標が正である点 F を，△ABO＝△ABF となるようにとる。このとき，点 F の x 座標を求めなさい。

図Ⅰ



図Ⅱ



解答欄

問1		
問2		
問3	(1)	∠DOE＝　　　　度
	(2)	

解答

問1　4

問2　$y=\frac{1}{2}x+2$

問3

(1)　∠DOE＝63 度　　(2)　$\frac{8\sqrt{10}}{5}$

解説

問3

(1)

円周角の定理より∠AOE＝2∠ACE＝2×54°＝108°

A から x 軸に垂線 AH をひくと AH＝OH＝4 より，∠AOD＝45°

よって∠DOE＝108°－45°＝63°

(2)

点 O を通り，AB に平行な直線と弧 AC との交点のうち x 座標が正である点が求める点 F である。

直線 OF を求めると $y=\frac{1}{2}x$

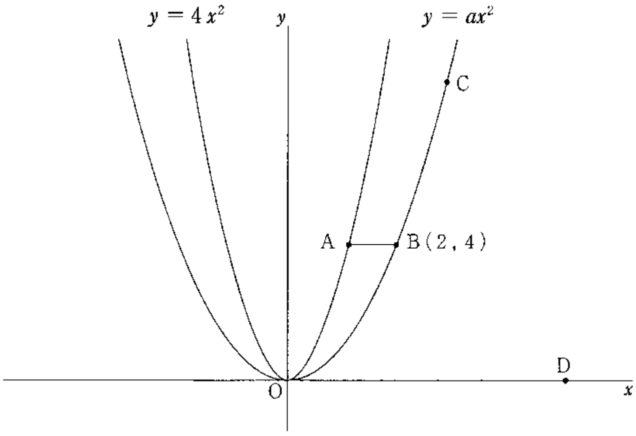
$F\left(t,\ \frac{1}{2}t\right)$ とおくと OF＝OA より $OF^2=OA^2$

三平方の定理を利用して $t^2+\left(\frac{1}{2}t\right)^2=4^2+4^2$　$\frac{5}{4}t^2=32$　$t^2=\frac{128}{5}$　$t>0$ より $t=\frac{8\sqrt{10}}{5}$

【問 33】

図のように，放物線$y=4x^2$上に点 A をとり，放物線$y=ax^2$上に 2 点 B, C をとる。ただし，点 B の座標は(2, 4) であり，線分 AB は x 軸に平行である。また，点 D は x 軸上の点である。このとき，次の問いに答えなさい。

（沖縄県　2008 年度）



問1. a の値を求めなさい。

問2. △ABC の面積が△OAB の面積の 3 倍であるとき，点 C の座標を求めなさい。ただし，点 C の x 座標は 2 より大きいとする。

問3. △OBD が辺 OD を斜辺とする直角三角形であるとき，点 D の x 座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	C（　　　　,　　　　）
問3	D（　　　　,　0　）

解答

問1　$a=1$

問2　C（4 , 16）

問3　D（10 ,　0）

解説

問2

辺を AB とすると，△OAB の高さは 4　△ABC の高さは(点 C の y 座標)－4

△ABC＝3△OAB より，△ABC の高さ＝3(△OAB の高さ)

(点 C の y 座標)－4＝3×4

(点 C の y 座標)＝16

点 C は$y=x^2$上の点より，$16=x^2$　$x>2$ より，$x=4$

よって C (4, 16)