

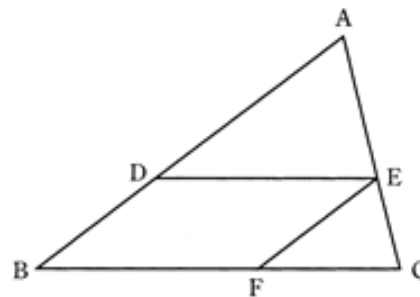
5. 合同・相似以外の証明・その他複合問題 【2004 年度出題】

【問 1】

右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 AB , AC 上に、それぞれ点 D , E を、 $DE \parallel BC$ となるようにとります。点 E を通り、辺 AB に平行な直線と辺 BC との交点を F とします。

次の問いに答えなさい。

(北海道 2004 年度)



問 1 $DE=10\text{cm}$ で、 $AD:DB=1:1$ のとき、辺 BC の長さを求めなさい。

問 2 $AE=DB$ のとき、 $\angle EAF = \angle BAF$ を証明しなさい。

解答欄

問1	度
問2	証明

解答

問1 20 cm

問2

(証明)

仮定から

$$AE = DB$$

四角形 DBFE は平行四辺形だから

$$DB = EF \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{よって } AE = EF \cdots \textcircled{2}$$

②から $\triangle AEF$ は二等辺三角形であるので

$$\angle EAF = \angle EFA \cdots \textcircled{3}$$

また $AB \parallel EF$ から

$$\angle BAF = \angle EFA \cdots \textcircled{4}$$

③, ④から

$$\angle EAF = \angle BAF$$

解説

問1

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ で

相似比が $1:2$ であるから

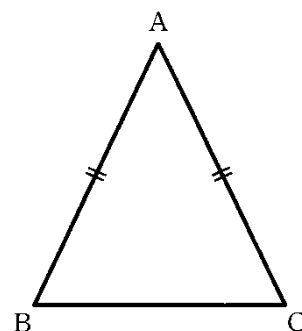
$$DE:BC = 1:2 \text{ となる。}$$

$$\text{よって } BC = 10 \times 2 = 20 \text{ cm}$$

【問 2】

「二等辺三角形の 2 つの底角は等しい」ことを右の図を使って証明しなさい。

(青森県 2004 年度)



解答欄

問1	度
問2	証明

解答

[証明]

∠A の二等分線をひき辺 BC との交点を D とする。

△ABD と△ACD において

AB=AC (仮定)

∠BAD=∠CAD

AD=AD (共通)

2 辺とそのはさむ角がそれぞれ等しいから

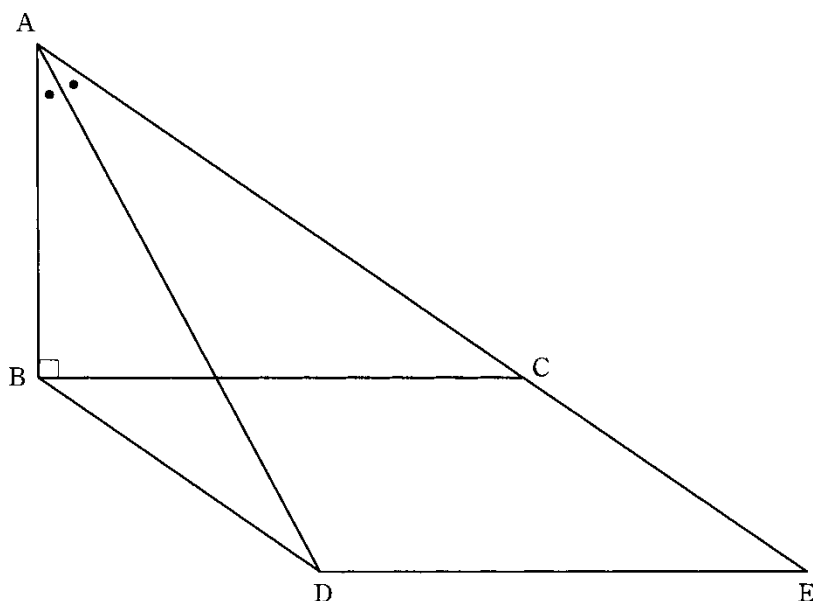
△ABD≡△ACD

したがって∠B=∠C

よって二等辺三角形の 2 つの底角は等しい。

【問 3】

下の図のように、 $\angle ABC = 90^\circ$ である直角三角形 ABC があります。いま、 $\angle BAC$ の二等分線と、点 B を通り辺 AC に平行な直線との交点を D とし、点 D を通り辺 BC に平行な直線と辺 AC の延長との交点を E とします。



このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(岩手県 2004 年度)

(1) 三角形 ABD は $BA = BD$ の二等辺三角形であることを証明しなさい。

(2) $AB = 3\text{cm}$, $AC = 5\text{cm}$ のとき、四角形 $ABDE$ の面積を求めなさい。

解答欄

問1	度
問2	証明

解答

(1)

(証明)

線分 AD は $\angle BAC$ の二等分線であるから

$$\angle BAD = \angle CAD \cdots \textcircled{1}$$

$BD \parallel AC$ で, 平行線の錯角は等しいから

$$\angle BDA = \angle CAD \cdots \textcircled{2}$$

①, ②から

$$\angle BAD = \angle BDA$$

したがって $\triangle ABD$ は $BA = BD$ の二等辺三角形である。

$$(2) \frac{66}{5} \text{ cm}^2$$

解説

(2)

点 D より BC に垂線 DF をひく。

$\triangle ABC \sim \triangle DFB$ より

$$AB : DF = 5 : 3$$

$$\text{よって } DF = \frac{9}{5}$$

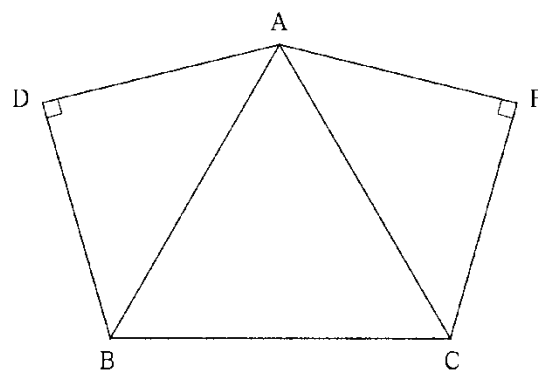
$$\text{四角形 ABDE} = \triangle ABC + \square BDEC = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 + 4 \times \frac{9}{5} = 6 + \frac{36}{5} = \frac{66}{5} \text{ cm}^2$$

【問 4】

図のように、正三角形 ABC の外側に、 $\angle D=90^\circ$ の直角二等辺三角形 ADB と、 $\angle E=90^\circ$ の直角二等辺三角形 CEA をつくります。

あとの 1～3 の問いに答えなさい。

(宮城県 2004 年度)



1 $\angle EAD$ の大きさを求めなさい。

2 点 C と点 D を結びます。 $\angle ACD = \angle BCD$ であることを証明しなさい。

3 点 D と点 E を結びます。

次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) $\angle CED$ の大きさを求めなさい。

(2) $BC=4\text{ cm}$ とするとき、線分 DE の長さを求めなさい。

解答欄

問1	度
問2	証明

解答

1 150 度

2

[証明]

$\triangle ACD$ と $\triangle BCD$ において

$AC=BC$ ($\triangle ABC$ は正三角形) …①

$AD=BD$ ($\triangle ADB$ は直角二等辺三角形) …②

$CD=CD$ …③

①, ②, ③より

3 辺がそれぞれ等しいから

$\triangle ACD \equiv \triangle BCD$

したがって $\angle ACD = \angle BCD$

3

(1) 75 度

(2) $2+2\sqrt{3}$ cm

解説

1

$\angle EAC = \angle DAB = 45^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$ だから

$\angle EAD = 45^\circ \times 2 + 60^\circ = 150^\circ$

3

(1)

$\triangle ADE$ は

$AD=AE$ の二等辺三角形だから

$\angle AED = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$

$\angle CED = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

(2)

AC と BE の交点を F とする。

$\angle EBD = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

$\angle EDB = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

よって $\triangle EDB$ は二等辺三角形。

したがって $ED=EB$

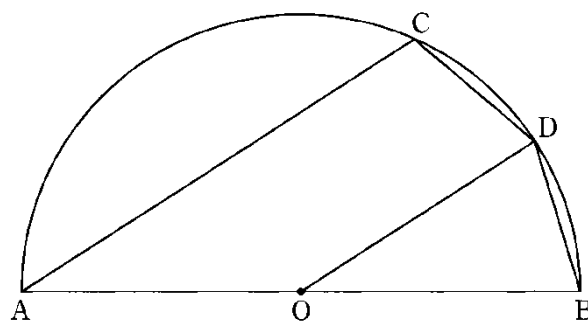
$EF=2$, $FB=2\sqrt{3}$ より

$DE=BE=2+2\sqrt{3}$ cm

【問 5】

図のように、線分 AB を直径とする半円があり、点 O は AB の中点である。 $\widehat{AB}$ 上に点 C をとり、さらに、弧 BC 上に $AC \parallel OD$ となるように点 D をとる。このとき、 $BD = CD$ となることを証明しなさい。

(福島県 2004 年度)



解答欄

証明

解答

[証明]

例1

OC をひく。

$\triangle OBD$ と $\triangle OCD$ において

$$OB = OC \cdots (1)$$

$$OD = OD \cdots (2)$$

また $OA = OC$ から

$$\angle OAC = \angle OCA \cdots (3)$$

平行線の同位角, 平行線の錯角はそれぞれ等しいから

$$\angle OAC = \angle BOD \cdots (4)$$

$$\angle OCA = \angle COD \cdots (5)$$

$$(3), (4), (5) \text{ から } \angle BOD = \angle COD \cdots (6)$$

(1), (2), (6) から

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle OBD \equiv \triangle OCD$$

したがって $BD = CD$

[証明]

例2

AD, BC をひく。

$$OA = OD \text{ から } \angle BAD = \angle ODA$$

平行線の錯角は等しいから $\angle CAD = \angle ODA$

$$\text{したがって } \angle BAD = \angle CAD \cdots (1)$$

同じ弧に対する円周角は等しいから

$$\angle BCD = \angle BAD \cdots (2)$$

$$\angle CBD = \angle CAD \cdots (3)$$

$$(1), (2), (3) \text{ から } \angle BCD = \angle CBD$$

したがって $\triangle BCD$ は二等辺三角形であるから

$$BD = CD$$

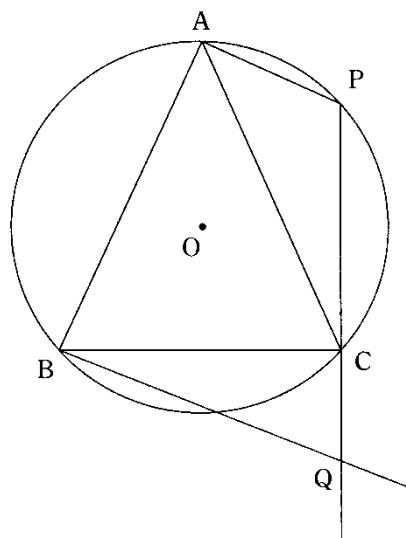
【問 6】

右の図のように、円 O の円周上に 3 点 A, B, C があり、 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形である。点 B を含まない弧 AC 上の点を P とし、点 B を通り線分 AP に平行な直線と線分 PC の延長との交点を Q とする。ただし、点 P は点 A, C と異なる点とする。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(千葉県 2004 年度)

(1) $\triangle PBQ$ が二等辺三角形であることを証明しなさい。



(2) $AP = 4\text{cm}$, $PQ = 7\text{cm}$, $\angle BCQ = 90^\circ$ のとき、 $\triangle PAQ$ の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	証明
(2)	cm^2

解答

(1)

$$\angle ABC = \angle ACB \text{ (仮定)} \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BAC = \angle BPC \text{ (}\widehat{BC} \text{ の円周角)} \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle APB = \angle ACB \text{ (}\widehat{AB} \text{ の円周角)} \cdots \textcircled{3}$$

$$\angle APB = \angle PBQ \text{ (} AP \parallel BQ \text{)} \cdots \textcircled{4}$$

①, ③, ④から

$$\angle ABC = \angle PBQ \cdots \textcircled{5}$$

②, ⑤より

残りの角も等しいから

$$\angle ACB = \angle PQB \cdots \textcircled{6}$$

したがって $\angle PBQ = \angle PQB$ であるから $\triangle PBQ$ は二等辺三角形である。

$$(2) \quad 2\sqrt{33} \text{ cm}^2$$

解説

(2)

$AP \parallel BQ$ だから

等積変形より

$$\triangle PAQ = \triangle PAB$$

$\angle BCQ = 90^\circ$ より BP は直径となり $\angle BAP = 90^\circ$ である。

$$(1) \text{より } PB = PQ = 7 \text{ cm}$$

$$AB = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33} \text{ cm}$$

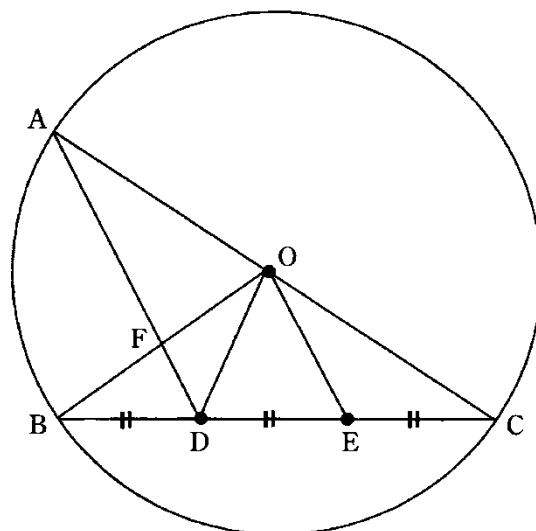
$$\triangle PAQ = \triangle PAB = 4 \times \sqrt{33} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{33} \text{ cm}^2$$

【問 7】

右の図のように、円 O の周上に点 A, B, C がある。 BC 上に $BD=DE=EC$ となる点 D, E があり、 AC は円 O の直径である。

次の問いに答えなさい。

(富山県 2004 年度)



(1) $OD=OE$ であることを証明しなさい。

(2) AD と OB の交点を F とするとき、 AF の長さは OD の長さの何倍になるかを求めなさい。

(3) この円の半径を 2cm 、 $BD=1\text{cm}$ とする。中心 O から AD に垂線をひき、 AD との交点を H とする。
このとき、 OH の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	[証明]
(2)	倍
(3)	$OH =$ cm

解答

(1)

[証明]

$\triangle OBD$ と $\triangle OCE$ において

仮定より

$$BD = CE \cdots \textcircled{1}$$

円の半径は等しいから

$$OB = OC \cdots \textcircled{2}$$

②より $\triangle OBC$ は二等辺三角形で二等辺三角形の底角は等しいから

$$\angle OBD = \angle OCE \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle OBD \equiv \triangle OCE$$

合同な三角形の対応する辺は等しいから

$$OD = OE$$

$$(2) \quad \frac{3}{2} \text{ 倍}$$

$$(3) \quad OH = \frac{\sqrt{14}}{4} \text{ cm}$$

解説

(2)

$\triangle CAD$ で中点連結定理より

$$AD \parallel OE, AD = 2OE$$

$$AD = AF + FD \text{ より}$$

$$AF + FD = 2OE$$

$$AF = 2OE - FD \cdots \textcircled{1}$$

また $\triangle BEO$ において

$$BD = DE, FD \parallel OE \text{ より}$$

$$FD = \frac{1}{2} OE \cdots \textcircled{2}$$

②を①に代入し

$$AF = 2OE - \frac{1}{2} OE = \frac{3}{2} OE$$

$$OD = OE \text{ より}$$

$$AF = \frac{3}{2} OD$$

(3)

中心 O から BC に垂線をひき BC との交点を I とする。

$$OC = OA = 2 \text{ cm}, CI = CE + \frac{1}{2} DE = \frac{3}{2} \text{ cm} \text{ より}$$

$$OI = \sqrt{2^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2} \text{ cm}$$

$$\text{また} \triangle ODI \text{ で三平方の定理より } OD = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \sqrt{2} \text{ cm}$$

$AH = x \text{ cm}$ とおくと

$$\triangle OAH \text{ で三平方の定理より } OH^2 = 2^2 - x^2$$

$$\text{同様に} \triangle ODH \text{ で三平方の定理より } OH^2 = (\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2} - x)^2$$

$$\text{よって } 2^2 - x^2 = (\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{2} - x)^2 \text{ これを解き } x = \frac{5\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{したがって } OH = \sqrt{2^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{14}}{4} \text{ cm}$$

【問 8】

右の図で、円 O の $\widehat{AB}$ に対する円周角 $\angle APB$ と中心角 $\angle AOB$ の大きさについて、 $\angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$ という関係が成り立つ。このことを、次のように証明した。

下の (1), (2) に答えなさい。

(石川県 2004 年度)

〔証明〕

直径 PK をひき、 $\angle OAP = \angle a$, $\angle OBP = \angle b$ とすると、

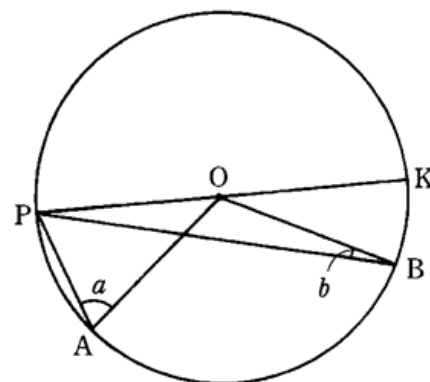
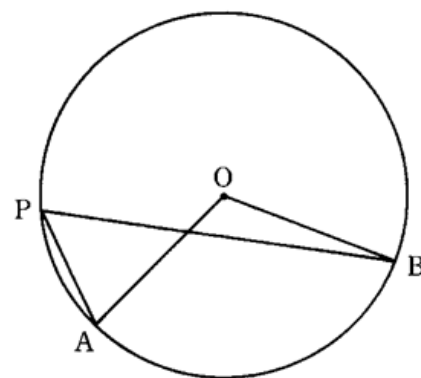
$\triangle OPA$ で、 $OP = OA$ だから $\angle OPA = \angle a$

$\angle AOK$ は $\triangle OPA$ の外角だから

$\angle AOK = \angle OPA + \angle OAP = 2 \angle a$

(1) $\angle OPA = \angle a$ について、その根拠となっている二等辺三角形の性質を書きなさい。

(2) の部分には証明の続きが入ります。それを書きなさい。



解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) 二等辺三角形の底角は等しい

(2)

$\angle BOK$ は $\triangle OPB$ の外角だから

$$\angle BOK = \angle OPB + \angle OBP = 2\angle b$$

$$\text{したがって } \angle AOB = \angle AOK - \angle BOK = 2\angle a - 2\angle b = 2(\angle a - \angle b)$$

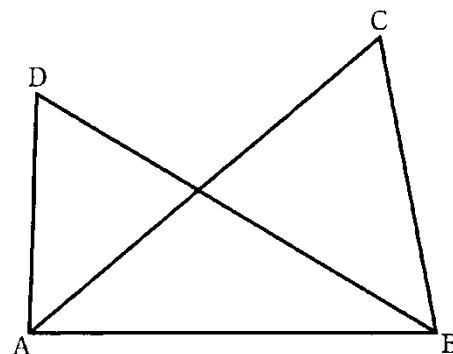
$$\angle APB = \angle OPA - \angle OPB = \angle a - \angle b$$

$$\text{よって } \angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$

【問 9】

図は、底辺 AB が共通の 2 つの三角形、 $\triangle ABC$ と $\triangle ABD$ である。
 辺 AB , BC , AD の中点をそれぞれ P , Q , R とするとき、次の 1, 2 に答えなさい。

(山梨県 2004 年度)



- 1 $AC=BD$ のとき、 $\triangle PQR$ はどんな三角形になるか書きなさい。また、そうなることを証明しなさい。

- 2 辺 AB , BC , CA , AD , DB のいずれか 2 辺の間に、ある関係が成り立つとき、 $\angle QPR=90^\circ$ となる。どの 2 辺の間に、どんな関係が成り立つときか書きなさい。

解答欄

1	$\triangle PQR$ は()になる。 (証明)
2	

解答

1 $\triangle PQR$ は、二等辺三角形になる。

(証明)

$\triangle ABC$ において

P, Q はそれぞれ AB, BC の中点であるから

$$PQ = \frac{1}{2} AC \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle ABD$ においても同様にして

$$PR = \frac{1}{2} BD \cdots \textcircled{2}$$

仮定から $AC = BD \cdots \textcircled{3}$

①, ②, ③より

$$PQ = PR$$

したがって $\triangle PQR$ は二等辺三角形になる。

2 辺 AC と辺 BD が垂直のとき

解説

2

$\triangle ABC$ において

点 P, 点 Q は AB, BC の中点だから

$\triangle ABC \sim \triangle PBQ$ である。…①

$\triangle ABD$ においても同様にして

$\triangle ABD \sim \triangle APR$ の関係が成り立つ。…②

①より $CA \parallel QP$

②より $BD \parallel PR$

したがって PQ, BD, CA, PR によって囲まれる四角形は平行四辺形になる。

BD と CA の交点を S とすると

$$\angle QPR = \angle BSA$$

したがって $\angle QPR = 90^\circ$ のときは $\angle BSA = 90^\circ$ となり

辺 AC と辺 BD は直交する。

【問 10】

図のように、正方形 $ABCD$ の対角線 AC の延長上に点 E をとり、 DE を 1 辺とする正方形 $DEFG$ をつくる。

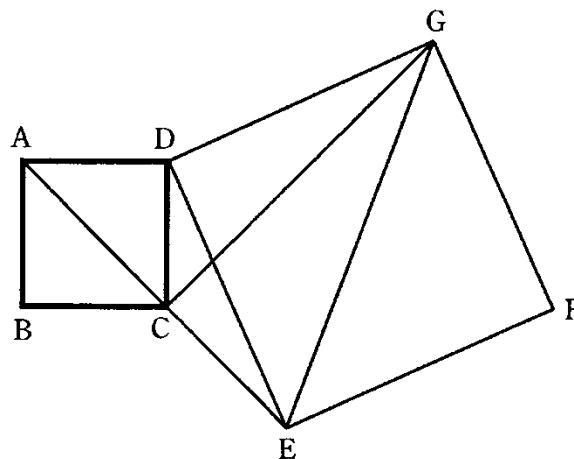
次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(岐阜県 2004 年度)

(1) $AE = CG$ であることを証明しなさい。

(2) $\angle DCG$ の大きさを求めなさい。

(3) $AB = 1\text{ cm}$, $AC = CE$ のとき、 $\triangle CEG$ の面積は何 cm^2 であるかを求めなさい。



解答欄

(1)	証明
(2)	度
(3)	cm^2

解答

(1)

証明

$\triangle DAE$ と $\triangle DCG$ で

四角形 $ABCD$ が正方形だから

$$DA=DC\cdots\textcircled{1}$$

四角形 $DEFG$ が正方形だから

$$DE=DG\cdots\textcircled{2}$$

正方形の 1 つの内角は 90° で

$\angle CDE$ が共通の角だから

$$\angle ADE = \angle ADC + \angle CDE$$

$$= \angle EDG + \angle CDE$$

$$= \angle CDG\cdots\textcircled{3}$$

①, ②, ③から

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle DAE \equiv \triangle DCG$$

合同な図形で、対応する辺は等しいので

$$AE=CG$$

(2) 45°

(3) 2 cm^2

解説

(1)

四角形 $ABCD$ と四角形 $DEFG$ が正方形であることを利用して

$\triangle DAE$ と $\triangle DCG$ が合同であることを証明すればよい。

(2)

$\triangle DAE \equiv \triangle DCG$ より

$$\angle DCG = \angle DAE = \frac{1}{2} \angle DAB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

(3)

$AB=BC=1\text{ cm}$, $\angle ABC=90^\circ$ より

$\triangle ABC$ は辺の比が $1:1:\sqrt{2}$ の直角三角形

よって $AB:AC=1:\sqrt{2}$ より $AC=\sqrt{2}\text{ cm}$

$$CE=AC=\sqrt{2}\text{ cm}$$

$\triangle DAE \equiv \triangle DCG$ より

$$CG=AE=2\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$\angle DCG = \angle DAE = 45^\circ$$

また $\angle DCA=45^\circ$ であるから

$$\angle GCE = 180^\circ - (\angle DCG + \angle DCA) = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$$

$$\text{よって } \triangle CEG = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 2\text{ cm}^2$$

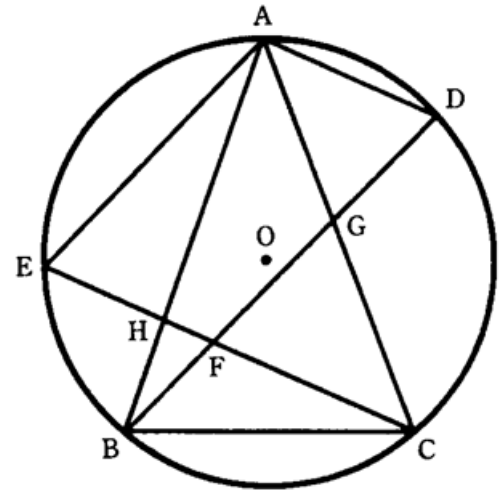
【問 11】

図において、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形であり、頂点 A , B , C は円 O の円周上にある。 $\widehat{AC}$ 上に点 D をとり、点 A を通り BD に平行な直線と円 O との交点を E とする。 BD と CE , CA との交点をそれぞれ F , G とし、 CE と AB との交点を H とする。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(静岡県 2004 年度)

(1) 四角形 $AEFD$ は平行四辺形であることを証明しなさい。



(2) 円 O の半径が 3 cm で、 $\angle EAD=117^\circ$ のとき、 $\widehat{BC}$ に対する中心角の大きさを求めなさい。また、 $\widehat{BC}$ の長さを求めなさい。ただし、円周率は、 π とする。

解答欄

(1)	(証明)
(2)	中心角 度 , $\widehat{BC}$ の長さ cm

解答

(1)

(証明)

$AB=AC$ より

$\widehat{AB}=\widehat{AC}$

$\angle AEF=\angle ADF$ ($\widehat{AC}$ の円周角, $\widehat{AB}$ の円周角)…①

EA の延長上に点 I をとる。

$\angle AEF=\angle EFB=\angle FDA=\angle IAD$ ($AE \parallel BD$)

$\angle EAD=180^\circ - \angle IAD=180^\circ - \angle EFB=\angle EFD$ …②

①, ②より

2組の対角がそれぞれ等しいので

四角形 AEFD は平行四辺形である。

(2) 中心角 108 度, $\widehat{BC}$ の長さ $\frac{9}{5}\pi$ cm

解説

(2)

$\angle ADB=180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$

$\widehat{AB}$ の円周角より

$\angle ADB=\angle ACB$

$\triangle ABC$ は二等辺三角形より

$\angle ABC=\angle ACB$

よって $\angle BAC=180^\circ - 63^\circ \times 2=54^\circ$

$\angle BOC=54^\circ \times 2=108^\circ$

$\widehat{BC}$ の長さは

$$3 \times 2 \times \frac{108}{360} \times \pi = \frac{9}{5} \pi \text{ cm}$$

【問 12】

四角形 ABCD の 4 辺 AB, BC, CD, DA の中点を, それぞれ, P, Q, R, S とすると, 四角形 PQRS は平行四辺形であることを証明したい。ア, イ をうめて証明を完成せよ。

(愛知県 2004 年度 B)

(証明) A と C を結ぶと, $\triangle ABC$ で, 点 P, Q は, それぞれ, 辺 AB, BC の中点だから,

$$PQ \parallel AC, PQ = \frac{1}{2} AC$$

同様に, $\triangle ADC$ で

ア,

イ

したがって, $PQ \parallel SR, PQ = SR$

四角形 PQRS で, 1組の向かい合う辺が, 等しくて平行であるので, 四角形 PQRS は平行四辺形である。

解答欄

ア	
イ	

解答

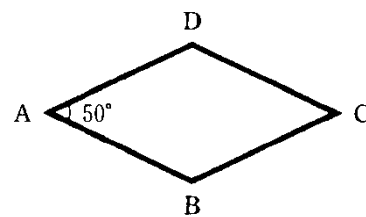
ア ($SR \parallel AC$)

イ ($SR = \frac{1}{2} AC$)

【問 13】

右の図のような $\angle DAB = 50^\circ$ のひし形 $ABCD$ について、次のア～オから正しいものをすべて選び、その記号を書きなさい。

(三重県 2004 年度)



ア. $AD = BD$ である。

イ. $\angle BCD = 50^\circ$ である。

ウ. $AB \perp BC$ である。

エ. $AB \parallel DC$ である。

オ. $\triangle ACD \sim \triangle BCD$ である。

解答欄

--

解答

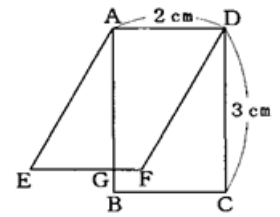
イ, エ

【問 14】

図1のように、 $AD=2\text{cm}$ 、 $CD=3\text{cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。同じ平面上に、 $AB=AE$ となるように点 E をとり、平行四辺形 $AEFD$ をつくる。このとき、後の(1)～(4)の問いに答えなさい。

(滋賀県 2004 年度)

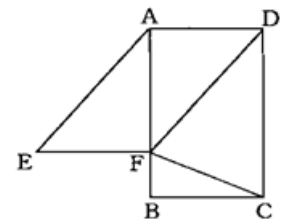
図1



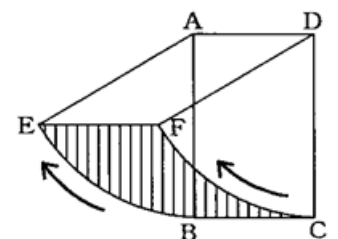
- (1) $\angle BAE=30^\circ$ のとき、辺 AB と辺 EF の交点を G とする。線分 EG の長さを求めなさい。

- (2) $\angle BAE=45^\circ$ となるように、辺 AE をコンパスと定規を使って作図しなさい。ただし、辺 AE と辺 CD は交わらないものとし、作図に使った線は消さないこと。

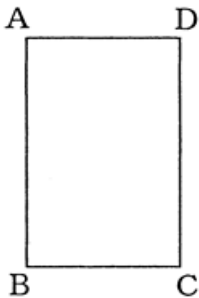
- (3) 図2のように、点 F が辺 AB 上にあるとき、 $\angle DFC=\angle BFC$ であることを証明しなさい。



- (4) 図3は、同じ平面上において、辺 EF が辺 BC と重なった位置から動いたあとにできる図形を  で表している。辺 EF がさらに動いて、点 E がはじめて直線 AD 上にくるとき、 の部分の面積を求めなさい。



解答欄

(1)	cm
(2)	
(3)	【証明】
(4)	cm ²

(1) $\frac{3}{2}$ cm

$$EG = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

E は、A を中心とする半径 AB の円周上を B から円周の $\frac{1}{4}$ だけ動く。

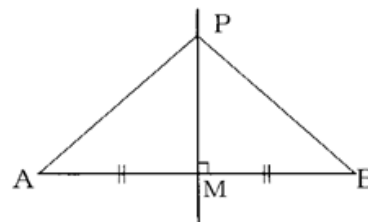
F は、D を中心とする半径 DC の円周上を C から円周の $\frac{1}{4}$ だけ動く。

$$2 \times 3 = 6 \text{ cm}^2$$

【問 15】

右の図のように、線分 AB の垂直二等分線上に点 P をとる。このとき、 $PA=PB$ であることを証明しなさい。

(鳥取県 2004 年度)



証明 $\triangle PAM$ と $\triangle PBM$ で、

PM は線分 AB の垂直二等分線だから、



よって、 $PA=PB$

解答欄

解答

(例)

$AM=BM$ (仮定) …①

$PM=PM$ (共通) …②

$\angle PMA=\angle PMB=90^\circ$ …③

①, ②, ③より

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle PAM \equiv \triangle PBM$

【問 16】

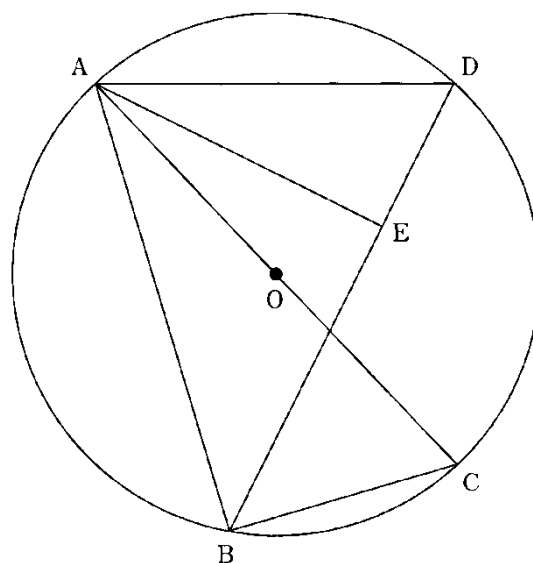
図のように、円 O の円周上に 4 点 A, B, C, D があり、 AC は円 O の直径とします。また、線分 BD 上に点 E があり、 $AE \perp BD$ とします。

これについて、次の (1), (2) に答えなさい。

(広島県 2004 年度)

(1) $\angle BAC = \angle DAE$ であることを証明しなさい。

(2) 円 O の半径が 6cm 、 $\angle ACB = 65^\circ$ のとき、 $\widehat{AB}$ の長さを求めなさい。ただし、ここでいう $\widehat{AB}$ は小さい方の弧をさすものとし、円周率は π とします。



解答欄

(1)	〔仮定〕 図において、4 点 A, B, C, D は円 O の円周上にある点、AC は円 O の直径、$AE \perp BD$ 〔結論〕 $\angle BAC = \angle DAE$ 〔証明〕	
	(2)	cm

解答

(1)

〔証明〕

$\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において

$\widehat{AB}$ に対する円周角であるから

$$\angle ACB = \angle ADE \cdots \textcircled{1}$$

直径に対する円周角は 90° であるから

$$\angle ABC = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$AE \perp BD$ であるから

$$\angle AED = 90^\circ \cdots \textcircled{3}$$

②, ③より

$$\angle ABC = \angle AED \cdots \textcircled{4}$$

①, ④より

2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \sim \triangle AED$$

$$\text{よって } \angle BAC = \angle DAE$$

$$(2) \quad \frac{13}{3} \pi \text{ cm}$$

解説

(2)

$$\angle AOB = 2\angle ACB = 2 \times 65^\circ = 130^\circ$$

$$\text{よって } \widehat{AB} = 2 \times \pi \times 6 \times \frac{130}{360} = \frac{13}{3} \pi \text{ cm}$$