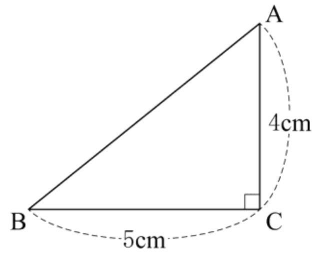
6.証明以外 平面図形の複合問題【2018 年度出題】

【問 1】

図のように，AC＝4 cm，BC＝5 cm，∠ACB＝90° の直角三角形 ABC があります。辺 AB の長さを求めなさい。

（北海道 2018 年度）



解答欄

cm

解答

$\sqrt{41}$cm

解説

△ABC において

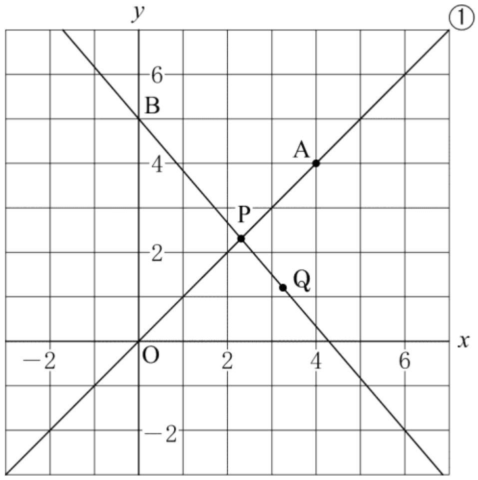
三平方の定理より AB＝$\sqrt{5^2+4^2}$ ＝$\sqrt{25+16}$ ＝$\sqrt{41}$ cm

【問 2】

右の図のように，関数　$y=x$……①　のグラフがあります。①のグラフ上に点 A (4, 4)　をとります。点 B の座標を　(0, 5)　とし，線分 OA 上に点 P をとり，直線 BP 上に△OAB と△OAQ の面積の比が 5:2 となるように点 Q をとります。ただし，点 Q の y 座標は，点 P の y 座標より小さいものとします。点 O は原点とします。

次の(1)，(2)に答えなさい。

（北海道　2018 年度）



(1)　点 P が点 O の位置にあるとき，点 Q の座標を求めなさい。

(2)　点 P が線分 OA を点 O から点 A まで動くとき，線分 PQ が動いてできる図形の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	Q (　　　　，　　　　)
(2)	〔計算〕 答

解答
(1)　Q (0，－2)
(2)
〔計算〕
△OAB の面積は$\frac{1}{2}$×5×4＝10
点 P が点 O の位置にあるとき点 Q を点 C とし
点 P が点 A の位置にあるとき点 Q を点 D とすると
△BOA∽△BCD だから
△BOA の面積：△BCD の面積＝5^2：7^2
よって△BCD＝$\frac{98}{5}$
したがって求める面積は$\frac{98}{5}$－10＝$\frac{48}{5}$

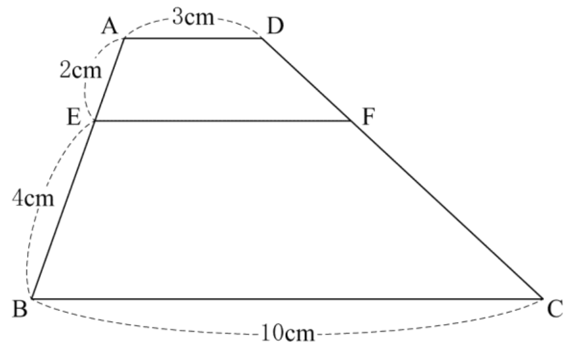
答　$\frac{48}{5}$
解説
(1)
点 P が点 O の位置にあるとき
直線 BP は y 軸と一致するから
点 Q も y 軸上にありその y 座標は負の数である。
よって△OAB の底辺を OB，△OAQ の底辺を OQ とすると
高さは等しいので OB：OQ＝△OAB：△OAQ＝5：2 だから
OQ＝2 であり
Q(0，－2)
(2)
△OAB の面積は$\frac{1}{2}$ ×5×4＝10
点 P が点 O の位置にあるときの点 Q を点 C とし
点 P が点 A の位置にあるときの点 Q を点 D とすると
(1)より BO：BC＝5：7
同様に考えて BA：BD＝5：7 であり∠OBA＝∠CBD だから
2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので
△BOA∽△BCD で
相似比は 5：7
よって△BOA：△BCD＝5^2：7^2＝25：49 だから
△BCD＝△OAB×$\frac{49}{25}$ ＝10×$\frac{49}{25}$ ＝$\frac{98}{5}$
線分 PQ が動いてできる図形は四角形 OCDA なので
その面積は△BCD－△OAB＝$\frac{98}{5}$ －10＝$\frac{48}{5}$

【問 3】

右の図で，四角形 ABCD は，AD // BC の台形です。

EF // BC のとき，線分 EF の長さを求めなさい。

（岩手県　2018 年度）



解答欄

cm

解答

$\dfrac{16}{3}$cm

解説

点 D を通り辺 AB に平行な直線と線分 EF，辺 BC との交点をそれぞれ G，H とする。

このとき EG＝BH＝3cm，HC＝7cm

EF // BC より

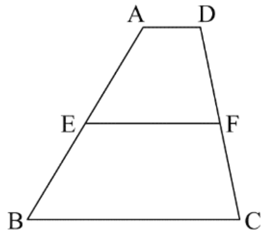
GF：HC＝DG：DH＝2：6＝1：3

よって GF$=\dfrac{1}{3}$HC$=\dfrac{7}{3}$ cm

したがって EF＝EG＋GF$=3+\dfrac{7}{3}=\dfrac{16}{3}$ cm

【問 4】

右の図において，四角形 ABCD は AD // BC の台形であり，点 E, F はそれぞれ辺 AB, CD の中点である。AD＝3 cm，BC＝11 cm のとき，線分 EF の長さを求めなさい。

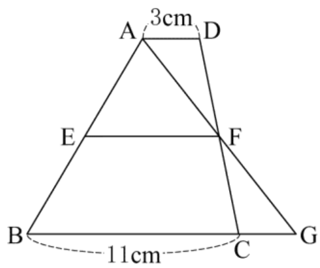


（秋田県　2018 年度）

解答欄

cm

解答
7 cm
解説
右の図のように 2 点 A, F を結ぶ線分を延長し辺 BC の延長との交点を G とする。



△AFD と△GFC で
仮定より DF＝CF
対頂角だから
∠AFD＝∠GFC
AD // CG で錯角だから
∠ADF＝∠GCF
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△AFD≡△GFC
よって AF＝GF で
点 F は線分 AG の中点になる。
△ABG で中点連結定理より，

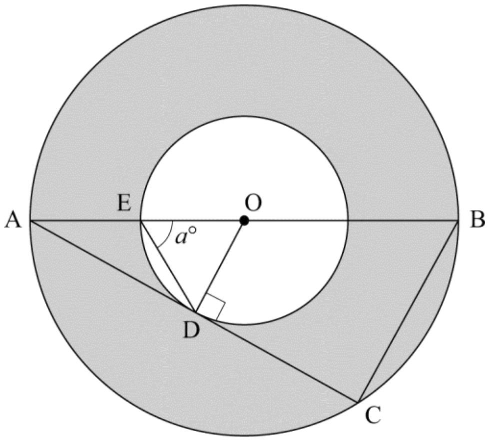
$$\mathrm{EF}=\frac{1}{2}\mathrm{BG}=\frac{1}{2}(\mathrm{BC}+\mathrm{CG})=\frac{1}{2}(\mathrm{BC}+\mathrm{DA})=\frac{1}{2}\times(11+3)=7\mathrm{cm}$$

【問 5】

右の図のように，点 O を中心とし AB を直径とする円周上に 2 点 A, B と異なる点 C をとり，点 O から AC に垂線 OD をひく。また，点 O を中心とし OD を半径とする円と線分 OA の交点を E とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（栃木県　2018 年度）



(1) ∠OED＝$a°$ とするとき，∠OBC の大きさを a を用いて表しなさい。

(2) AC＝12 cm，BC＝4 cm のとき，2 つの円で囲まれた色のついた部分（ の部分）の面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

解答欄

(1)	度
(2)	cm^2

解答

(1) 180－2a 度

(2) 36π　cm^2

解説

(1)

点 E は点 O を中心とする半径 OD の円の周上の点だから OD＝OE

よって△ODE は二等辺三角形であり∠ODE＝∠OED＝$a°$

したがって∠AOD＝180°－2$a°$

線分 AB を直径とする円において半円の弧に対する円周角は 90° だから∠ACB＝90°

よって∠ADO＝∠ACB だから同位角が等しいので OD∥BC

したがって同位角は等しいので∠ABC＝∠ACB＝∠OBC＝∠AOD＝180°－2$a°$

(2)

△ABC において

AO : OB＝1 : 1

OD∥BC だから

三角形と比の定理より OD : BC＝AO : AB＝1 : 2

よって OD＝$\frac{1}{2}$ ×BC＝$\frac{1}{2}$ ×4＝2cm

また△ABC において三平方の定理より AB＝$\sqrt{12^2+4^2}$ ＝$4\sqrt{10}$ cm

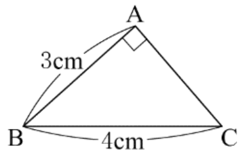
したがって OA＝$\frac{1}{2}$ ×AB＝$\frac{1}{2}$ ×$4\sqrt{10}$ ＝$2\sqrt{10}$ cm

よって求める面積は$(2\sqrt{10})^2\pi-2^2\pi=40\pi-4\pi=36\pi$　cm^2

【問 6】

右の図の直角三角形 ABC において，辺 AC の長さを求めなさい。

（群馬県 2018 年度 前期）



解答欄

cm

解答

$\sqrt{7}$cm

解説

AC＝x cm とすると

三平方の定理より

$x^2=4^2-3^2=16-9=7$

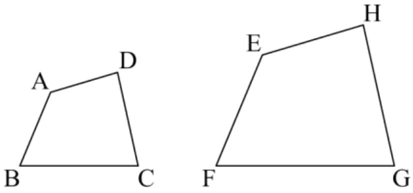
$x>0$ だから

$x=\sqrt{7}$ cm

【問 7】

右の図の四角形 ABCD と四角形 EFGH は相似であり，その相似比は $2:3$ である。四角形 ABCD の面積が $20\ \mathrm{cm}^2$ であるとき，四角形 EFGH の面積を求めなさい。

（群馬県 2018 年度 前期）



解答欄

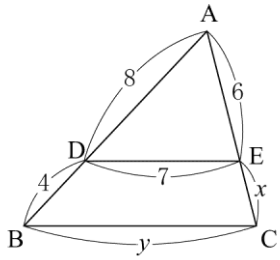
答　　　　cm^2

解答
四角形 ABCD と四角形 EFGH の相似比は $2:3$ であるから
それらの面積の比は
$2^2:3^2=4:9$ となる。
四角形 EFGH の面積を $x\ \mathrm{cm}^2$ とすると
$4:9=20:x$
$4x=180$
$x=45$
答 $45\mathrm{cm}^2$
解説
四角形 ABCD と四角形 EFGH の相似比は $2:3$ だから面積比は $2^2:3^2=4:9$
四角形 ABCD の面積が $20\mathrm{cm}^2$ だから四角形 EFGH の面積は $20\times\dfrac{9}{4}=45\mathrm{cm}^2$

【問 8】

右の図において，DE // BC であるとき，x，y の値をそれぞれ求めなさい。

（群馬県　2018 年度　後期）



解答欄

x＝　　　　　　　，y＝

解答

x＝3　，y＝$\dfrac{21}{2}$

解説

DE//BC より AD：DB＝AE：EC　8：4＝6：x　$8x$＝24　x＝3

また AD：AB＝DE：BC　8：(8＋4)＝7：y　$8y$＝84　y＝$\dfrac{21}{2}$

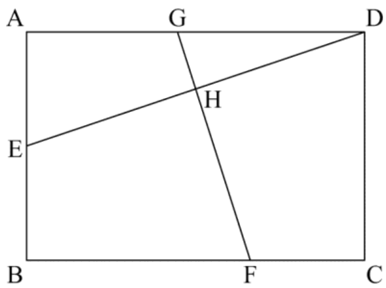
【問 9】

右の図のように，長方形 ABCD があり，辺 AB の中点を E とする。

また，辺 BC 上に点 F を BF：FC＝2：1 となるようにとり，辺 AD 上に点 G を，線分 DE と線分 FG が垂直に交わるようにとる。さらに，線分 DE と線分 FG との交点を H とする。

AB＝2 cm，BC＝3 cm のとき，線分 GH の長さを求めなさい。

（神奈川県　2018 年度）



解答欄

cm

解答

$\dfrac{\sqrt{10}}{6}$cm

解説

線分 DF，EF を引くと△CDF≡△BFE だから△DEF は DF＝EF，∠DFE＝90°の直角二等辺三角形である。

△CDF で三平方の定理より DF＝$\sqrt{1^2+2^2}$＝$\sqrt{5}$ cm だから DE＝$\sqrt{5}\times\sqrt{2}$＝$\sqrt{10}$ cm

△DFH≡△EFH だから

DH＝EH＝$\dfrac{1}{2}$DE＝$\dfrac{\sqrt{10}}{2}$ cm

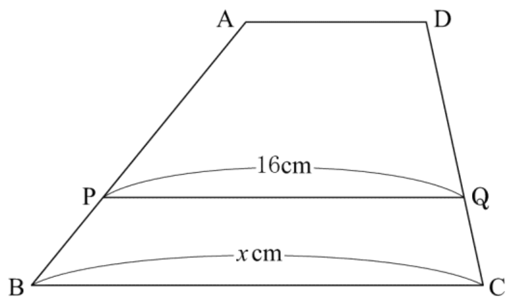
△AED∽△HGD で DH：GH＝DA：EA＝3：1 だから

GH＝DH×$\dfrac{1}{3}$＝$\dfrac{\sqrt{10}}{6}$ cm

【問 10】

図のように，AD // BC，AD:BC＝2:5 の台形 ABCD がある。辺 AB 上に，AP:PB＝2:1 となる点 P をとり，点 P から辺 BC に平行な直線を引き，辺 CD との交点を Q とする。PQ＝16 cm のとき，x の値を答えなさい。

（新潟県 2018 年度）



解答欄

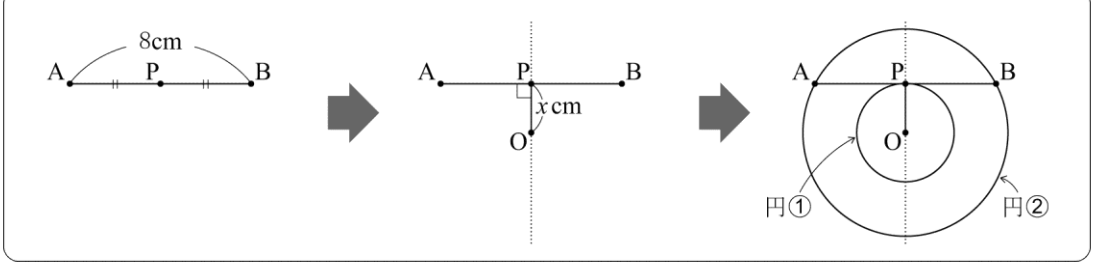
x＝

解答
x＝20
解説
A を通り DC に平行な直線を引いて線分 PQ，BC との交点をそれぞれ R，S とすると
四角形 ARQD，ASCD は平行四辺形になる。
AD:BC＝2:5 より AD＝$2y$ とおくと
BC＝$5y$，RQ＝SC＝$2y$　BS＝BC－SC＝$5y-2y=3y$
また△ABS で
PR//BC より
PR:BS＝AP:AB＝2:(2＋1)＝2:3
よって PR＝$\frac{2}{3}$BS＝$\frac{2}{3}\times 3y=2y$
PQ＝PR＋RQ＝$2y+2y=4y$
PQ＝16cm だから $4y=16$　$y=4$
したがって x＝BC＝5y＝5×4＝20

【問 11】

問1　図1のように，長さが 8 cm の線分 AB の中点を P とし，直線 AB の下側に，線分 AB の垂直二等分線上の点 O をとり，線分 OP の長さを x cm とする。点 O を中心として，点 P を通る円を円①，2 点 A，B を通る円を円②とする。

図 1



このとき，次の(1)～(4)に答えなさい。

（山梨県　2018 年度）

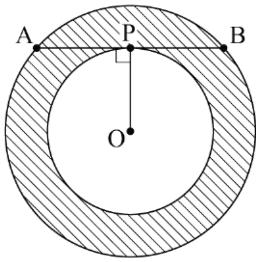
(1)　$x=3$ のとき，円①の面積を求めなさい。

(2)　円②の面積が $20\pi\,\mathrm{cm}^2$ であるとき，x の値を求めなさい。

(3)　解答欄の図において，OP＝AP となるように円②を作図しなさい。
ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

(4)　線分 AB の長さ 8 cm は変えずに x の値を変えると，それに伴って円①と円②の大きさも変わる。図2の斜線部分は，円②から円①を除いた部分である。その面積を $S\,\mathrm{cm}^2$ とするとき，S と x の関係について正しく述べているものを，次のア～エから 1 つ選び，その記号を書きなさい。

図2



ア　S は x の 1 次関数である。

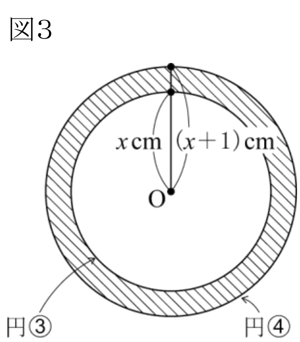
イ　S は x の 2 乗に比例する。

ウ　S は x に反比例する。

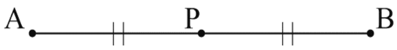
エ　S は x の値に関わらず，一定である。

問2　図3において，点 O を中心として，半径が x cm の円を円③，半径が $(x+1)$ cm の円を円④とする。図3の斜線部分は，円④から円③を除いた部分である。その面積を $T\,\mathrm{cm}^2$ とするとき，T は x の関数である。T を x の式で表しなさい。また，T と x の関係は，どのような関数であるといえるか書きなさい。

図3



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="4">問1</td><td>(1)</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>$x=$</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td></td></tr>
<tr><td>(4)</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td colspan="2">式　$T=$</td></tr>
<tr><td colspan="2">関数</td></tr>
</table>

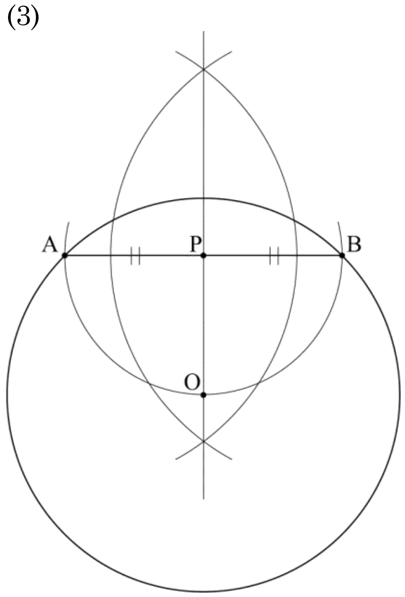
解答

問1

(1)　9π　cm^2

(2)　$x=2$

(3)



(4)　エ

問2

式　$T=2\pi x+\pi$

関数　T は x の 1 次関数である

解説

(1)

$\pi\times 3^2=9\pi$　cm^2

(2)

円②の半径は OA だから OA＝r cm とすると $\pi r^2=20\pi$　$r^2=20$

△OPA で

∠OPA＝90° だから

三平方の定理より

$AP^2+OP^2=OA^2$

よって $4^2+x^2=20$

$x^2=4$

$x>0$ だから

$x=2$

(3)

P を中心とする半径 PA の円と AB の垂直二等分線との交点を O とし O を中心とする半径 OA の円をかく。

(4)

(2)と同様に OA＝r cm とする。

$S=$円②－円①$=\pi r^2-\pi x^2=\pi(r^2-x^2)$

△OPA で

三平方の定理より

$OA^2=AP^2+OP^2$

よって $r^2=4^2+x^2$

これを S の式に代入すると

$S=\pi(4^2+x^2-x^2)=16\pi$

よって面積は 16π　cm^2 で

一定だから正しいのはエ

問2

$T=\pi(x+1)^2-\pi x^2=\pi(x^2+2x+1)-\pi x^2=\pi x^2+2\pi x+\pi-\pi x^2=2\pi x+\pi$

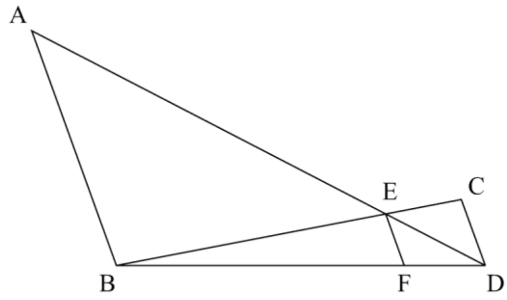
これは x の 1 次式だから T は x の 1 次関数である。

【問 12】

図2のように，AB，CD，EF が平行で，AB＝15 cm，EF＝3 cm の図形がある。CD の長さを求めなさい。

（長野県 2018 年度）

図2



解答欄

cm

解答

$\frac{15}{4}$cm

解説

△DAB について

AB∥EF だから

三角形と比の定理より

FD:DB＝EF:AB＝15:3＝5:1

よって DF:FB＝1:(5－1)＝1:4

AB∥CD だから

平行線と比の定理より

AB:CD＝BF:FD

15:CD＝4:1

CD＝$\frac{15}{4}$ cm

【問 13】

ある日の夜に，北の空に見えるカシオペヤ座の 5 つの星を，カメラを固定し時間をおいて 3 回撮影した。図4は，その写真を合成し，ある 1 つの星について，撮影した時刻ごとの位置を 3 点 A，B，C と表し，カシオペヤ座の 5 つの星を結ぶ線と星の動きを表す矢印をかき入れたものである。この写真上に北極星を表す点をかくとき，その点を P とする。なお，カシオペヤ座の 5 つの星は，それぞれ 24 時間で北極星を中心とした円周上を矢印の方向に 1 周するものとする。

（長野県 2018 年度）

図4

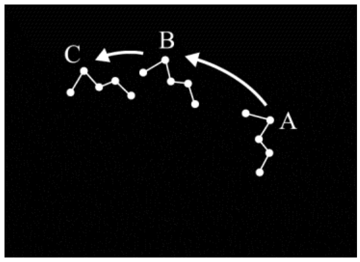
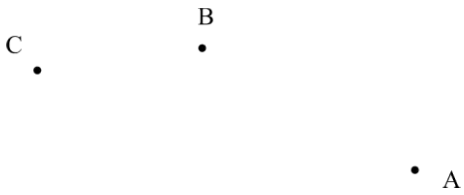


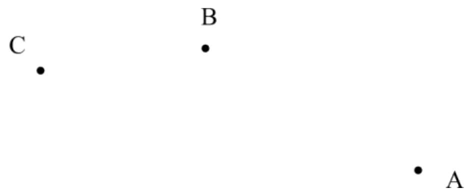
図5



(1) 図5は，図4の 3 点 A，B，C について位置関係を変えずに表したものである。図5に，点 P を，定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし，点 P を表す文字 P も書き，作図に用いた線は消さないこと。

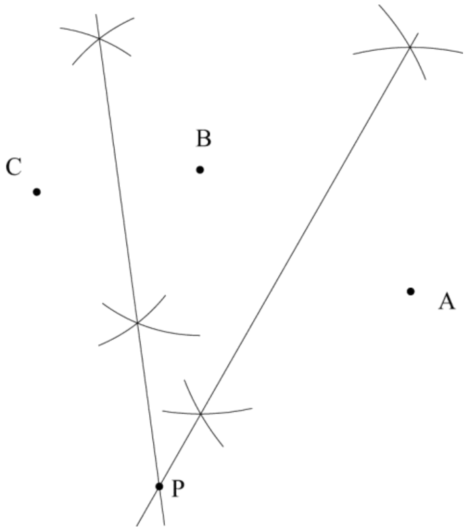
(2) さらに，半径 PA の長さが 7 cm のとき，点 B を通る弧 AC の長さが $\frac{35}{12}\pi$ cm であった。点 A の位置にあった星が点 C の位置に移動するまでにかかった時間を求めなさい。ただし，求める時間を x 時間として，x についての方程式または比例式と，途中の計算過程も書くこと。

解答欄

(1)	
(2)	よって,　　　　　時間

解答

(1)



(2)

$2\pi\times7\times\frac{x}{24}=\frac{35}{12}\pi$

$\frac{7}{12}x=\frac{35}{12}$

$x=5$

この解は問題にあっている。

よって，5 時間

解説

(1)

線分 AB の垂直二等分線と線分 BC の垂直二等分線との交点を点 P とすればよい。

(2)

弧 AC は点 P を中心とする円の一部だから

24 時間で 1 周することとあわせて

弧 AC の長さについて

$2\pi\times7\times\frac{x}{24}=\frac{35}{12}\pi$ だから

$\frac{7}{12}x=\frac{35}{12}$

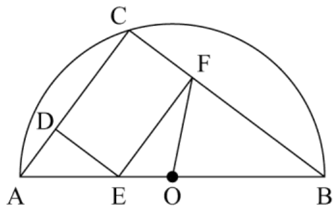
$x=5$ 時間となりこれは問題にあう。

【問 14】

図で，C は AB を直径とする半円 O の周上の点，D，E，F はそれぞれ線分 CA，AB，CB 上の点で，四角形 CDEF は長方形である。

CA＝6 cm，CB＝8 cm，CD：DE＝3：2 のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（愛知県 2018 年度 A）



(1) 線分 FE の長さは何 cm か，求めなさい。

(2) △FEO の面積は△ABC の面積の何倍か，求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	倍

解答

(1) 4cm

(2) $\frac{1}{9}$倍

解説

(1)

CD：DE＝3：2 だから CD＝$3x$ cm とすると DE＝$2x$ cm と表される。
また四角形 CDEF は長方形だから FE＝CD＝$3x$ cm，CF＝DE＝$2x$ cm となる。
△ABC で
FE // CA より
FE：CA＝BF：BC　$3x:6=(8-2x):8$　$24x=6(8-2x)$　$24x=48-12x$　$36x=48$　$x=\frac{4}{3}$

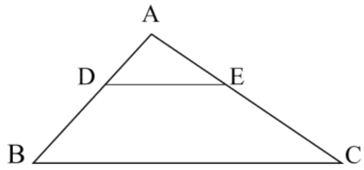
よって FE＝$3\times\frac{4}{3}$＝4cm

(2)

FE // CA より BE：BA＝FE：CA＝4：6＝2：3　よって AE：EB＝(3－2)：2＝1：2…①
また O は AB の中点だから AO：OB＝1：1…②
①より AE：EB＝2：4　②より AO：OB＝3：3　よって AE：EO：OB＝2：(4－3)：3＝2：1：3
よって△FEO：△FEB＝EO：EB＝1：4…③
ここで△FEB と△CAB は∠EBF＝∠ABC，∠EFB＝∠ACB＝90°より△FEB∽△CAB で
相似比は FE：CA＝4：6＝2：3 だから△FEB：△CAB＝$2^2:3^2$＝4：9…④
③，④より△FEO：△FEB：△CAB＝1：4：9
したがって△FEO の面積は△ABC の面積の$\frac{1}{9}$倍

【問 15】

図で，D，E はそれぞれ△ABC の辺 AB，AC 上の点で，DE // BC である。AD＝2 cm，BC＝10 cm，DE＝4 cm のとき，線分 DB の長さは何 cm か，求めなさい。



（愛知県 2018 年度 B）

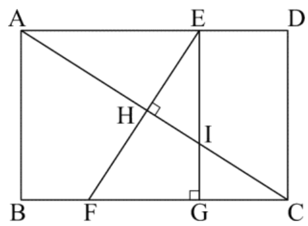
解答欄

cm

解答
3 cm
解説
DB＝x cm とする。
△ABC において
DE // BC より
三角形と比の定理から
AD : AB＝DE : BC
$2:(2+x)=4:10$
$4(2+x)=20$
$x+2=5$
$x=3$cm

【問 16】

図で，四角形 ABCD は長方形，E は辺 AD 上の点，F，G はともに辺 BC 上の点で，EF⊥AC，EG⊥BC である。また，H，I はそれぞれ線分 AC と EF，EG との交点である。



AB＝4 cm，AD＝6 cm，AE＝4 cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（愛知県 2018 年度 B）

(1) 線分 FG の長さは何 cm か，求めなさい。

(2) 四角形 HFGI の面積は長方形 ABCD の面積の何倍か，求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	倍

解答

(1) $\dfrac{8}{3}$cm

(2) $\dfrac{2}{13}$倍

解説

(1)

△ACDと△EFGにおいて
仮定より∠ADC＝∠EGF＝90°…①
仮定より∠BCD＝90°だから∠ACD＝90°－∠ACB…②
仮定より∠CHF＝90°だから∠EFG＝90°－∠ACB…③
②，③より∠ACD＝∠EFG…④
①，④より
2組の角がそれぞれ等しいので
△ACD∽△EFG
よってAD:EG＝CD:FG
6:4＝4:FG
FG＝$\dfrac{8}{3}$ cm

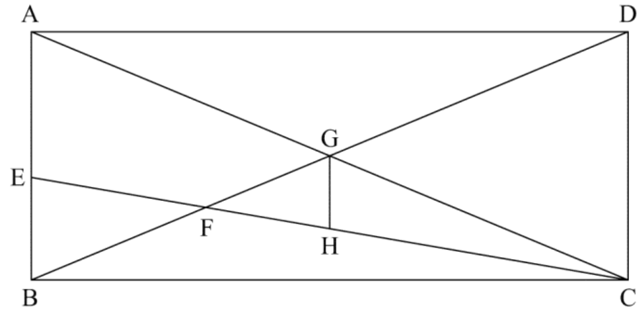
(2)

△AIEと△EFGにおいて
仮定より
AE＝EG…⑤
∠AEI＝∠EGF＝90°…⑥
△ACD∽△EFGより
∠EAI＝∠GEF…⑦
⑤，⑥，⑦より
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△AIE≡△EFG
よって△AIE＝△EFGだから
四角形HFGIの面積＋△EHI＝△AEH＋△EHI
四角形HFGIの面積＝△AEH
△ACDと△AEHにおいて
共通な角だから
∠CAD＝∠EAH…⑧
仮定より
∠ADC＝∠AHE＝90°…⑨
⑧，⑨より
2組の角がそれぞれ等しいので
△ACD∽△AEH
また△ACDにおいて
三平方の定理よりAC＝$\sqrt{6^2+4^2}$＝$2\sqrt{13}$ cm
△ACD:△AEH＝$(2\sqrt{13})^2:4^2$＝13:4だから
長方形ABCDの面積:△AEH＝13×2:4＝13:2
四角形HFGIの面積は△AEHの面積と等しいから
長方形ABCDの面積の$\dfrac{2}{13}$倍である。

【問 17】

右の図のような長方形 ABCD があり，AD＝12 cm，BD＝13 cm である。辺 AB 上に点 E を BE＝2 cm となるようにとり，2 点 C，E を通る直線と対角線 BD との交点を F とする。また，長方形 ABCD の対角線の交点を G とし，点 G を通り直線 AB に平行な直線と直線 CE との交点を H とする。

このとき，次の問1・問2に答えよ。



（京都府 2018 年度 中）

問1 辺 AB の長さを求めよ。また，EF:FH を最も簡単な整数の比で表せ。

問2 2 点 D，E を通る直線と対角線 AC との交点を I とするとき，四角形 EFGI の面積を求めよ。

解答欄

問1	AB＝ cm
	EF:FH＝ :
問2	cm^2

解答

問1

AB＝5 cm

EF：FH＝4：3

問2 $\dfrac{135}{28}\text{cm}^2$

解説

問1

三平方の定理より AB＝$\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$ cm

△AEC で

GH // AE だから

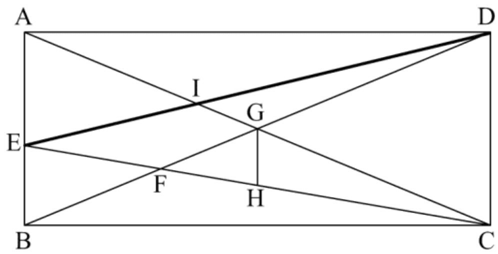
GH：AE＝CG：CA＝1：2

よって GH＝$\dfrac{1}{2}$AE＝$\dfrac{1}{2}\times(5-2)=\dfrac{3}{2}$cm

また EB // GH より

EF：HF＝BE：GH＝2：$\dfrac{3}{2}$＝4：3

問2



四角形 EFGI＝△ABG－△AEI－△EBF

AI：CI＝AE：CD＝3：5 だから△AEI＝$\dfrac{3}{8}$△AEC

EF：CF＝EB:CD＝2：5 だから△EBF＝$\dfrac{2}{7}$△EBC

よって四角形 EFGI の面積は

$5\times12\times\dfrac{1}{4}-\dfrac{3}{8}\times\dfrac{1}{2}\times3\times12-\dfrac{2}{7}\times\dfrac{1}{2}\times2\times12$

$=15-\dfrac{27}{4}-\dfrac{24}{7}=\dfrac{135}{28}$ cm²

【問 18】

卒業前にクラスでお楽しみ会をすることになり，AさんとBさんが飾りつけの係になった。画用紙などを使っていろいろな形の飾りを作る相談をしている。次の問1～問3に答えなさい。

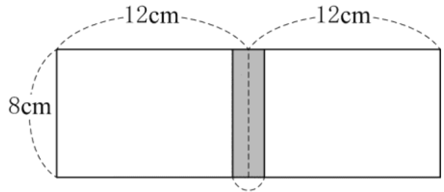
（島根県　2018 年度）

問1　画用紙から縦 8 cm，横 12 cm の長方形を切り取ってカードを作り，クラス 35 人に 1 人ずつメッセージを書いてもらい，そのカードを重ねずに横につなげて，壁に飾ることにした。次の会話を読んで，次の(1)，(2)に答えなさい。

会話

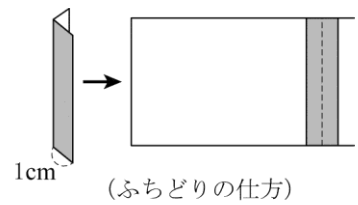
Aさん「カードを幅 2 cm のテープでつなげようよ。」

Bさん「カードをつなぐときは，つなぎめがテープの真ん中にくるようにして，表面にだけ貼ろう。つながない辺には，このテープを表面に 1 cm 見えるように折り曲げて貼って，ふちどりをしたらきれいになるね。」



（2 枚をつなげた図）

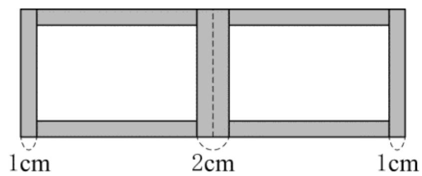
Aさん「いいね。2 枚だけカードをつなぎ，ふちどりもするとしたら，長さ 8 cm のテープが $\boxed{\text{ア}}$ 本，長さ 12 cm のテープが 4 本必要になるね。」



（ふちどりの仕方）

Bさん「それだとテープが重なるから，重ならないように隙間なく貼って，テープをなるべく節約しようよ。」

Aさん「そうだね。じゃあ，縦は長さ 8 cm のテープで貼っておいて，横は長さ $\boxed{\text{イ}}$ cm のテープで貼れば，テープは重ならず隙間なく貼れるね。そうすると，テープの長さは合計で $8\times\boxed{\text{ア}}+\boxed{\text{イ}}\times 4=64$ (cm) 必要だね。」



（2 枚をつなげて，ふちどりをした図）

Aさん「同じようにして，n 枚のカードをつなぎ，ふちどりもするときに必要なテープの長さを求めてみようよ。」

Bさん「2 枚のときを参考にして考えると，n 枚の場合は，縦は長さ 8 cm のテープが（$\boxed{\text{ウ}}$）本，横は長さ $\boxed{\text{イ}}$ cm のテープが $\boxed{\text{エ}}$ 本だから，テープの長さは合計で
$8\times(\boxed{\text{ウ}})+\boxed{\text{イ}}\times\boxed{\text{エ}}=\boxed{\text{オ}}$ (cm) 必要だね。」

Aさん「じゃあ，この方法で 35 枚のカードをつなげるとき，長さ 10 m のテープで足りるかな？」

(1)　会話の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ にあてはまる数または式を答えなさい。

(2)　会話の下線部について，長さ 10 m のテープで足りるかどうか，必要なテープの長さを示して説明しなさい。

問2　画用紙から半径が 12 cm である円 O を切り取って飾りを作ることにした。図1のように，中心角の大きさが 120° となるよう半径 OP，OQ で切り取り，おうぎ形1とおうぎ形2を作った。次におうぎ形1とおうぎ形2から，それぞれ半径 OP と OQ を合わせて，図2のような円錐（えんすい）の形をした立体1と立体2を作った。円錐の底面にあたる部分を立体1，立体2の底面とするとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

図1

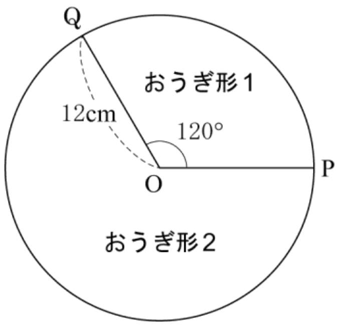
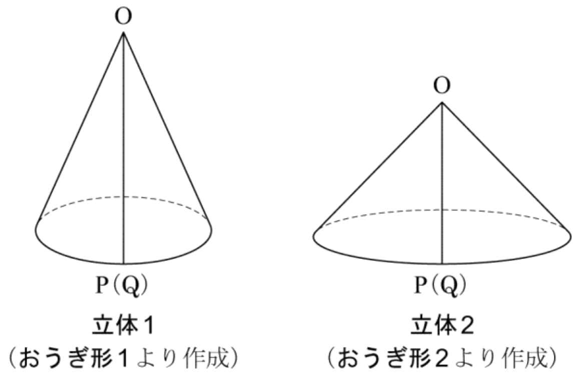


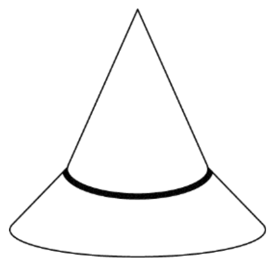
図2



(1)　立体1の底面の円周の長さを求めなさい。

(2)　図3のように，立体2の上に立体1を，お互いの底面が平行になるように乗せて小さな帽子を作ることにした。立体1と立体2を接着するときのつなぎめにできる線を，解答欄のおうぎ形2に定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないでおくこと。

図3

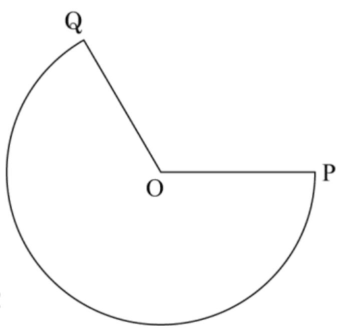


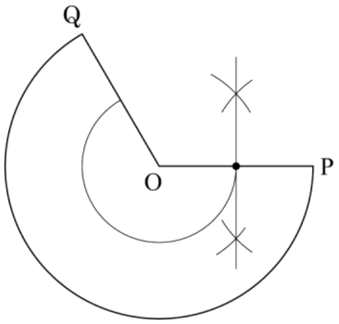
問3　Aさんたちはお店に行き，画用紙 7 枚とテープ 2 本を買ったら 515 円だった。さらに別の飾りを作るためにもう一度お店に行き，同じ画用紙 10 枚とテープ 1 本を買ったら 420 円だった。次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　画用紙 1 枚の値段を x 円，テープ 1 本の値段を y 円として連立方程式を作りなさい。

(2)　画用紙 1 枚とテープ 1 本の値段をそれぞれ求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="6">問1</td><td rowspan="5">(1)</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td>エ</td><td></td></tr>
<tr><td>オ</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">〔説明〕</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">
おうぎ形２</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問3</td><td>(1)</td><td colspan="2">{</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td colspan="2">画用紙１枚　円</td></tr>
<tr><td colspan="2">テープ１本　円</td></tr>
</table>

解答
問1
(1)
ア　3
イ　10
ウ、エ　$n+1$，$2n$
オ　$28n+8$
(2)
28×35＋8＝988 cm より，9.88 m あればよいので，長さ 10 m のテープで足りる。
問2
(1)　8π　cm
(2)


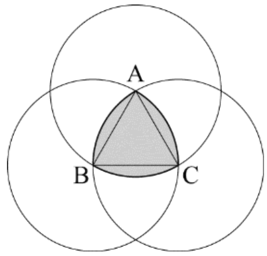
おうぎ形２
問3
(1) $\begin{cases} 7x+2y=515 \\ 10x+y=420 \end{cases}$
(2)
画用紙 1 枚　25 円
テープ 1 本　170 円

解説
問1
(1)
2枚だけカードをつなぎふちどりもする場合
長さ8cmのテープは，つなぎめに1本，ふちどりに2本，合計3本必要になる。
横のテープを縦のテープと重ならないように貼(は)る場合
カードの横の長さから左右それぞれ1cm短くすればよいので
横のテープの長さは$12-1\times2=10$cmとすればよい。
n枚のカードをつなぎふちどりもする場合
長さ8cmのテープは，つなぎめに$(n-1)$本，もっとも端となる2枚のカードのふちどりに2本
合わせて$(n+1)$本必要になる。
また長さ10cmのテープはカード1枚につき2本ずつ必要だから合わせて$2n$本必要になる。
よってテープの長さは合計で
$8\times(n+1)+10\times2n=28n+8$cm必要である。
(2)
(1)よりn枚のカードをつなぎふちどりもする場合テープは$28n+8$cm必要である。
よって$n=35$を代入すると$28\times35+8=988$より988cm＝9.88m必要である。
これは10m未満だから足りるといえる。
問2
(1)
立体1の底面の円周の長さはおうぎ形1の弧PQの長さと等しいので
$2\pi\times12\times\dfrac{120}{360}=8\pi$ cm
(2)
つなぎめにできる線の長さは(1)より8π cmだから
おうぎ形2の内側に中心角240°，弧の長さが8πcmのおうぎ形を作図すればよい。
このとき作図するおうぎ形の半径をr cmとすると
$2\pi r\times\dfrac{240}{360}=8\pi$
$r=6$だから
点Oを中心とし線分OPの中点を通る円の弧を作図すればよい。
線分OPの中点はこの線分の垂直二等分線を作図することで見つける。
問3
(1)
1回目の買い物の代金について$7x+2y=515$…①
2回目の買い物の代金について$10x+y=420$…②が成り立つ。
(2)
(1)より①，②を連立方程式として解く。
②×2－①より$13x=325$　$x=25$
$x=25$を②に代入して$10\times25+y=420$　$y=170$
よって画用紙1枚の値段は25円，テープ1本の値段は170円である。

【問 19】

図のような，1 辺の長さが 1 cm の正三角形 ABC と，各頂点を中心とする半径 1 cm の円がある。このとき，弧 AB，弧 BC，弧 CA で囲まれた色がついた図形の周の長さを求めなさい。

（岡山県　2018 年度）



解答欄

cm

解答

π cm

解説

$\overset{\frown}{AB}$は C を中心とする半径 1cm，中心角 60° のおうぎ形の弧だから

その長さは $2\pi\times1\times\frac{60}{360}=\frac{1}{3}\pi$ cm

$\overset{\frown}{BC}$，$\overset{\frown}{CA}$も長さは等しいから図形の周の長さは$\frac{1}{3}\pi\times3=\pi$ cm

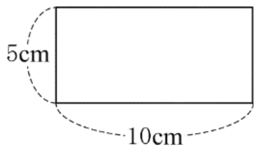
【問 20】

図1のような，となり合う 2 辺の長さが 5 cm，10 cm の長方形のカードがいくつかある。

次の問1，問2に答えなさい。

（山口県　2018 年度）

図1



問1　カードを何枚か使って，【操作 1】を行うとき，下の(1)，(2)に答えなさい。

【操作1】

次の①～③によって，ページ番号を表す数字を書いた 1 冊の冊子を作る。

①　図2のように，カードを重ねて真ん中で折った冊子を作り，折り目の線が左にくるように机の上に置く。さらに，最初のページ（最も上にあるページ）に数字 1 を書く。

②　ページを 1 枚めくり，図3のように，左側のページに数字 2，右側のページに数字 3 を書く。

③　同じように，ページを 1 枚めくるごとに，最後のページ（最も下にあるページ）まで，それぞれのページに 4，5，6，…と数字を 1 つずつ順に書く。

例えば，カードが 10 枚の場合，それぞれのページに 1 から 40 までの数字を 1 つずつ順に書く。このとき，カードを重ねたまま広げ，数字 1 を書いた面を上にして置くと，図4のように，カードに数字が書いてある。

図2

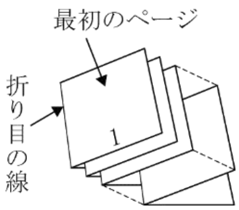


図3

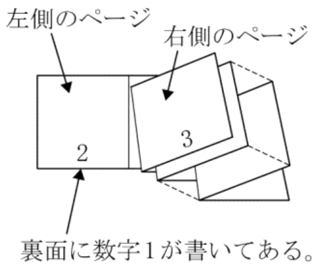
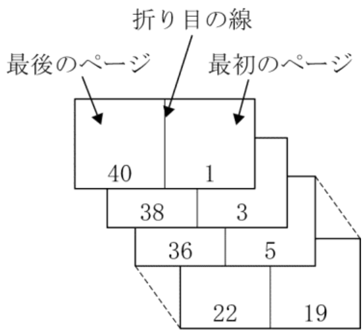


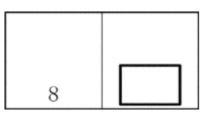
図4



(1)　カードを n 枚使って 1 冊の冊子を作るとき，この冊子の最後のページに書いてある数を n を使った式で表しなさい。

(2)　カードを何枚か使って 1 冊の冊子を作り，図5のように，数字 8 を書いたカードを取り出して広げ，数字 8 を書いた面を上にして置く。このとき，図5中の にあてはまる数字が，次のア～オの中に 1 つある。それを選び，記号で答えなさい。また，この冊子を作るのに使ったカードは何枚か。求めなさい。

図5



ア　55　　イ　56　　ウ　57　　エ　58　　オ　59

問2　カードを2枚使って，【操作2】を行う。使う2枚のカードを長方形ABCD，長方形EFGHで表し，AB＝EF＝10 cm，BC＝FG＝5 cmとする。

【操作2】

次の①，②によって，2枚のカードを回転移動させる。

① 図6のように，直線ℓ上に辺BC，辺FGがくるように2枚のカードを置く。このとき，2点C，F間の距離をd cmとし，$0<d<5$とする。

② 図7のように，2枚のカードを，点C，点Gを中心に，矢印の向きに同じ角度だけ，それぞれ回転移動させる。

図6

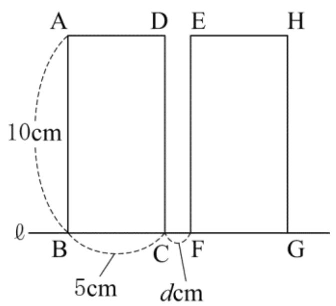
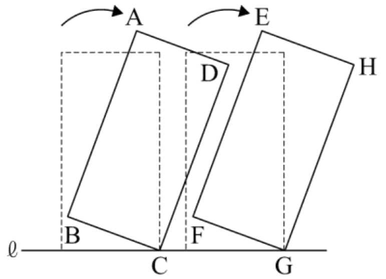


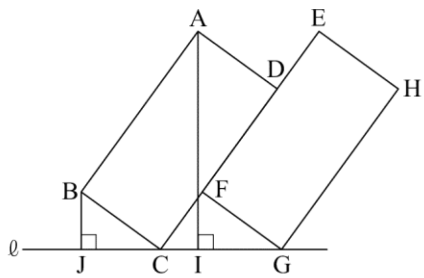
図7



【操作2】で2枚のカードを回転移動させて，図8のように，辺CDの一部と辺EFの一部が重なるようにする。このとき，2点A，Bから直線ℓにそれぞれ垂線AI，BJをひく。

BJ＝3 cm，CJ＝4 cmのとき，線分AIの長さと，図6中のdの値をそれぞれ求めなさい。

図8



解答欄

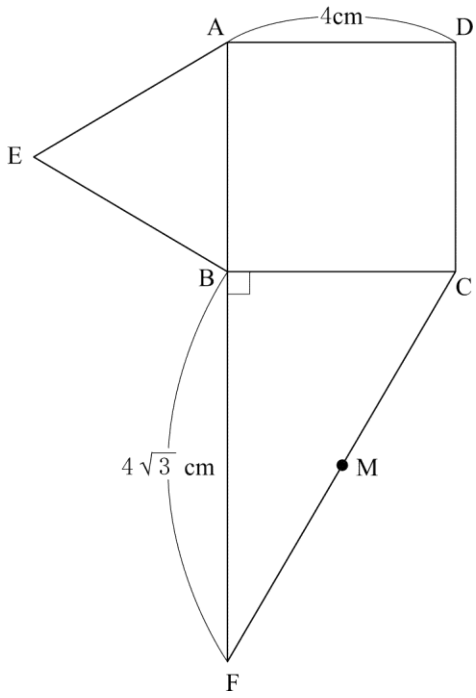
問1	(1)	
	(2)	記号
		使ったカードの枚数　　　　　枚
問2	線分AIの長さ　　　　　　cm	
	d＝	

解答
問1
(1)　$4n$
(2)
記号　ウ
使ったカードの枚数　16 枚
問2
線分 AI の長さ　11cm
$d=\frac{5}{4}$
解説
問1
(1)
1 枚のカードに書く数字は 4 個だから n 枚のカードに書く数字は $4n$ 個である。
よって冊子の最後のページに書いてある数は $4n$ である。
(2)
カードの左側のページに書かれている数字と
右側のページに書かれている数字の和は奇数で
その数字から 1 をひいた数は 4 の倍数である。
この条件を満たす数字はウの 57 だけである。
ウが 57 のときカードの枚数を n とすると
$8+57-1=4n$
$64=4n$
$n=16$ 枚
問2
辺 AB を頂点 B の方向に延長した直線と直線ℓとの交点を K とする。
BJ＝3cm，CJ＝4cm だから
△CBJ は 3 つの辺の比が 3:4:5 の直角三角形である。
$\triangle BKJ \backsim \triangle CBJ$ より
BK:BJ＝5:4 だから
BK:3＝5:4
$BK=\frac{15}{4}$cm
BJ // AI より
KB:KA＝BJ:AI だから
$\frac{15}{4}:\frac{15}{4}+10=3:AI$
$AI=\frac{55}{4}\times3\times\frac{4}{15}=11$cm
$\triangle GCF \backsim \triangle CBJ$ より
GC:GF＝5:4 だから
$GC=\frac{25}{4}$cm
また $GC=d+5$ より
$d+5=\frac{25}{4}$　$d=\frac{5}{4}$cm

【問 21】

図のように，正方形 ABCD の外側に，正三角形 ABE と∠CBF＝90°の直角三角形 BCF をつくる。辺 CF の中点を M とし，BF＝$4\sqrt{3}$ cm であるとき，(1)・(2)に答えなさい。

（徳島県 2018 年度）



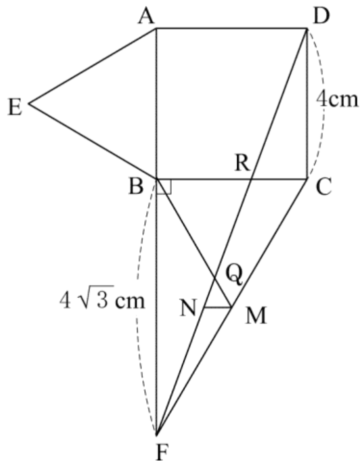
(1) △BDE の面積を求めなさい。

(2) 線分 BM と線分 DF の交点を Q とするとき，BQ：QM を求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	BQ：QM＝ ：

解答
(1)　$4+4\sqrt{3}\text{cm}^2$
(2)　BQ : QM $=2\sqrt{3}:1$
解説
(1)
$\triangle BDE=\triangle ABE+\triangle ABD-\triangle AED$
点 E から AB に垂線 EG をひくと
△AEG は 60°の角をもつ直角三角形だから
$AE:EG=2:\sqrt{3}$
$4:EG=2:\sqrt{3}$
$EG=2\sqrt{3}\text{cm}$
$\triangle ABE=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\text{cm}^2$
$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times4\times4=8\text{cm}^2$
また $AG=\dfrac{1}{2}AE=\dfrac{1}{2}\times4=2\text{cm}$ で
△AED は AD を底辺としたときの高さが AG になるから
$\triangle AED=\dfrac{1}{2}\times4\times2=4\text{cm}^2$
よって$\triangle BDE=4\sqrt{3}+8-4=4+4\sqrt{3}\text{cm}^2$
(2)
右の図のように線分 DF と辺 BC の交点を R とする。



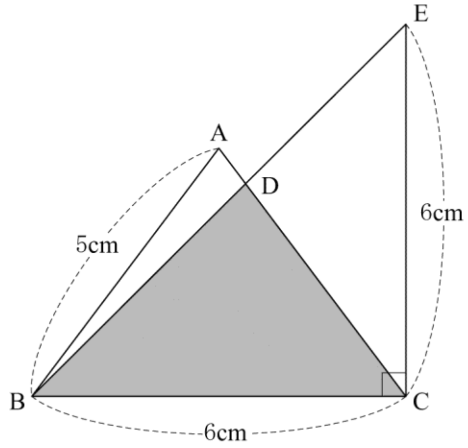
BF//DC より
$BR:RC=BF:DC=4\sqrt{3}:4=\sqrt{3}:1$…①
また線分 RF の中点を N とすると
△FCR で中点連結定理より
$NM//RC,\ NM=\dfrac{1}{2}RC$
よって $RC:NM=1:\dfrac{1}{2}$…②
①, ②より
$BR:NM=\sqrt{3}:\dfrac{1}{2}=2\sqrt{3}:1$
BR//NM より
$BQ:QM=BR:NM=2\sqrt{3}:1$

【問 22】

右の図のような，AB＝AC の二等辺三角形 ABC がある。辺 AC 上に 2 点 A，C と異なる点 D をとり，点 C を通り辺 BC に垂直な直線をひき，直線 BD との交点を E とする。

AB＝5 cm，BC＝CE＝6 cm であるとき，△BCD の面積は何 cm^2 か。

（香川県 2018 年度）



解答欄

cm^2

解答

$\dfrac{72}{7}$ cm^2

解説

三角形 ABC は AB＝AC の二等辺三角形だから

∠BAC の二等分線と辺 BC との交点を M とすると

二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に 2 等分するので

BM＝CM＝3cm

∠AMC＝90°

AMC において

三平方の定理より AM＝$\sqrt{5^2-3^2}$ ＝4cm

点 D から辺 BC に引いた垂線と辺 BC との交点を N とすると

△BCE は直角二等辺三角形だから

三角形 BND も直角二等辺三角形で BN＝DN

ここで BN＝x cm とする。

AM // DN より

CN：CM＝DN：AM

CN：3＝x：4

CN＝$\dfrac{3}{4}x$ cm

BN＋CN＝BC で

$x+\dfrac{3}{4}x=6$

$x=\dfrac{24}{7}$

よって△BCD＝$\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{24}{7}=\dfrac{72}{7}$ cm^2

【問 23】

下の図1のような，長方形 ABCD の紙㋐があり，AB＝8 cm，BC＝6 cm である。また，下の図2のような，直角三角形 EFG の紙㋑があり，∠EGF＝90°，EG＝12 cm，FG＝6 cm である。

図1

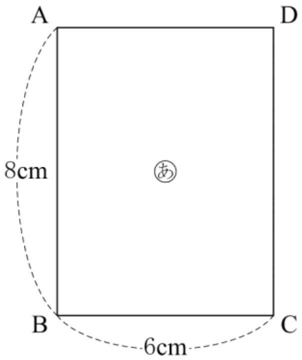
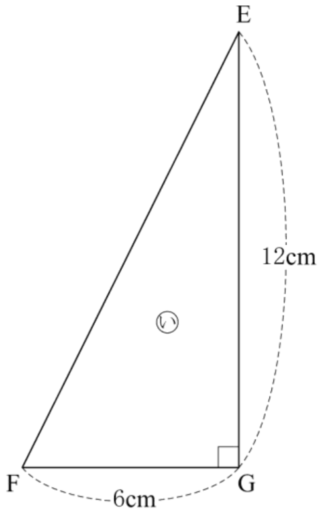


図2

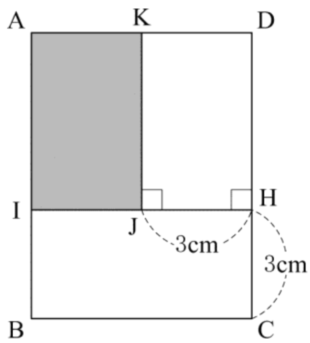


これについて，あとの(1)～(3)の問いに答えよ。

（香川県　2018 年度）

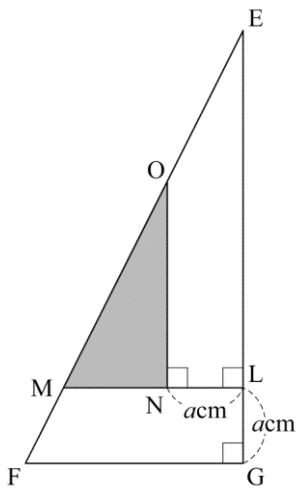
(1) 右の図3のように，長方形の紙㋐から CH＝3 cm の長方形 IBCH を切り取り，さらに，HJ＝3 cm の長方形 KJHD を切り取る。このとき，残った長方形 AIJK の面積は何 cm^2 か。

図3



(2) 右の図4のように，直角三角形の紙㋑から，GL＝a cm の台形 MFGL を切り取り，さらに，LN＝a cm の台形 ONLE を切り取る。
$0<a<4$ とするとき，残った直角三角形 OMN の辺 ON の長さと，辺 MN の長さはそれぞれ何 cm か。a を使った式で表せ。

図4



(3) 図4において，$0<a<4$ とするとき，直角三角形 OMN の面積が，長方形 ABCD の面積の$\dfrac{3}{16}$倍になるのは，a の値がいくらのときか。a の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。

解答欄

(1)	cm^2	
(2)	辺 ON の長さ　　cm	
	辺 MN の長さ　　cm	
(3)	〔a の値を求める過程〕 答　a の値	

解答

(1) 15cm^2

(2)

辺 ON の長さ $12-3a$ cm

辺 MN の長さ $6-\dfrac{3}{2}a$ cm

(3)

〔a の値を求める過程〕

(2)の結果より，ON＝$(12-3a)$ cm

MN＝$\left(6-\dfrac{3}{2}a\right)$cm だから

直角三角形 OMN の面積は

$\dfrac{1}{2}(12-3a)\left(6-\dfrac{3}{2}a\right)\text{cm}^2$ である。

また長方形 ABCD の面積は $6\times8=48\ \text{cm}^2$ である。

したがって$\dfrac{1}{2}(12-3a)\left(6-\dfrac{3}{2}a\right)=48\times\dfrac{3}{16}$

整理すると

$a^2-8a+12=0$

$(a-2)(a-6)=0$

よって $a=2$ または $a=6$

$0<a<4$ だから

$a=2$ は問題にあうが $a=6$ は問題にあわない。

答 a の値 2

解説

(1)

AI＝AB－IB＝AB－HC＝8－3＝5cm，AK＝AD－KD＝AD－JH＝6－3＝3cm だから

長方形 AIJK の面積は $5\times3=15\text{cm}^2$

(2)

FG∥ML より

EG : EL＝FG : ML　$12:(12-a)=6:\text{ML}$　$12\text{ML}=6(12-a)$　ML＝$6-\dfrac{1}{2}a$ cm

よって MN＝$6-\dfrac{1}{2}a-a=6-\dfrac{3}{2}a$ cm

△EFG∽△OMN で

EG : FG＝12 : 6＝2 : 1

よって ON＝2MN＝$2\left(6-\dfrac{3}{2a}\right)=12-3a$ cm

(3)

(2)より ON＝$(12-3a)$cm，MN＝$\left(6-\dfrac{3}{2a}\right)$cm だから

直角三角形 OMN の面積は$\dfrac{1}{2}(12-3a)\left(6-\dfrac{3}{2a}\right)\text{cm}^2$ である。

また長方形 ABCD の面積は $6\times8=48\text{cm}^2$ である。

直角三角形 OMN の面積が長方形 ABCD の面積の$\dfrac{3}{16}$ 倍になるので

$\dfrac{1}{2}(12-3a)\left(6-\dfrac{3}{2a}\right)=48\times\dfrac{3}{16}$

展開して整理すると

$a^2-8a+12=0$　$(a-2)(a-6)=0$　$a=2,\ 6$

$0<a<4$ だから

$a=2$ は問題にあうが $a=6$ は問題にあわない。

よって $a=2$

【問 24】

次の①～④のことがらの中から逆が正しいものをすべて選び，番号を書きなさい。

（佐賀県 2018 年度 一般）

① 整数 a，b で，a も b も偶数ならば，ab は偶数である。

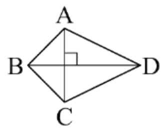
② △ABC で，AB＝AC ならば，∠B＝∠C である。

③ 2 つの直線 ℓ，m に別の 1 つの直線が交わるとき，ℓ と m が平行ならば，同位角は等しい。

④ 四角形 ABCD がひし形ならば，対角線 AC と BD は垂直に交わる。

解答欄

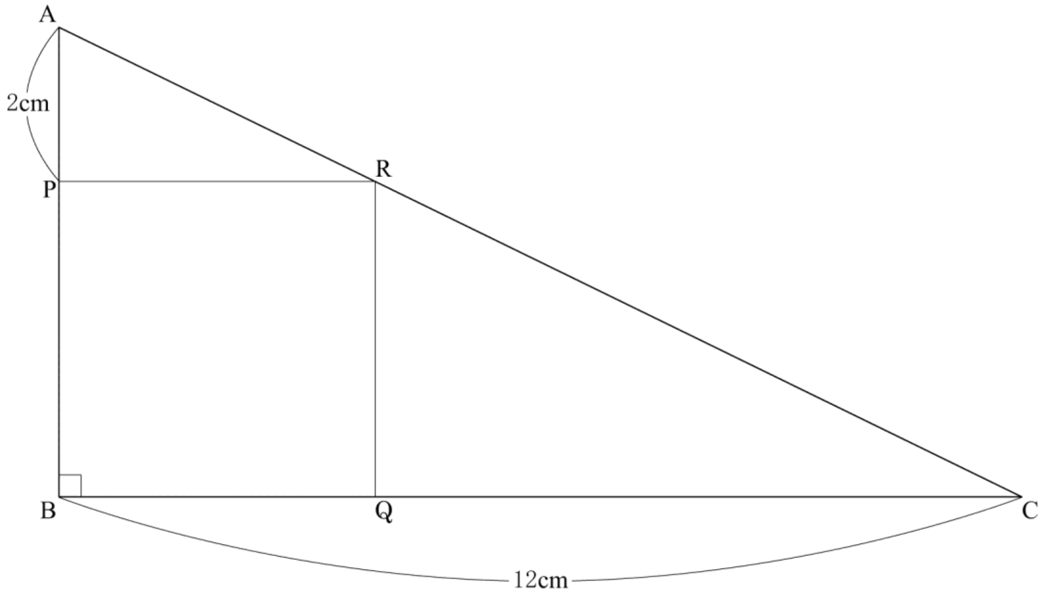
解答
①，③
解説
逆はそれぞれ次のようになる。
① 整数 a，b で ab が偶数ならば a も b も偶数である。 正しくない。反例…a＝2，b＝1
② △ABC で∠B＝∠C ならば AB＝AC である。 正しい。
③ 2 つの直線 ℓ，m に別の 1 つの直線が交わるとき同位角が等しければ ℓ と m は平行である。 正しい。
④ 四角形 ABCD で対角線 AC と BD が垂直に交わるならば四角形 ABCD はひし形である。 正しくない。反例…右の図



よって，正しいのは②，③

【問 25】

下の図のように，∠ABC＝90°，BC＝12 cm の直角三角形 ABC があり，辺 AB 上に点 P，辺 BC 上に点 Q，辺 CA 上に点 R を，四角形 PBQR が正方形となるようにとると，AP＝2 cm であった。



このとき，(1)，(2)の問いに答えなさい。

（佐賀県 2018 年度 一般）

(1) △APR∽△ABC より AP：AB＝ $\boxed{}$ が成り立つ。$\boxed{}$ にあてはまるものを次の①～④の中から 1 つ選び，番号を書きなさい。

① AC：AR　② PR：QC　③ PR：BC　④ AR：RC

(2) 正方形 PBQR の 1 辺の長さを求めなさい。
ただし，正方形 PBQR の 1 辺の長さを x cm として x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	
(2)	正方形 PBQR の 1 辺の長さは　　　　　　cm

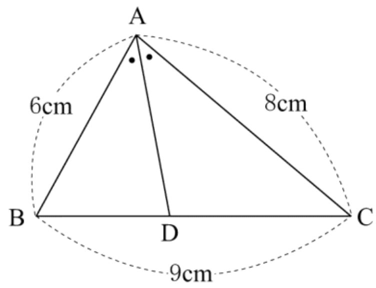
解答
(1)　③
(2)
△APR∽△ABC より
AP:AB＝PR:BC だから
$2:(x+2)=x:12$
$x(x+2)=24$
$x^2+2x-24=0$
$(x+6)(x-4)=0$
$x=-6,\ 4$
$0<x<12$ だから
$x=-6$ は問題にあわない。
$x=4$ のときこれは問題にあっている。
正方形 PBQR の 1 辺の長さは　4cm
解説
(1)
対応する辺の比になっているのは③の PR:BC
(2)
2 次方程式を解いたあと解が問題にあっているかどうか確かめることが必要。
x の値は辺の長さだから 0 より大きく
また BC 以上になることはないので 12 未満。
よって $0<x<12$

【問 26】

図1のように，AB＝6 cm，BC＝9 cm，CA＝8 cm の△ABC がある。∠A の二等分線が辺 BC と交わる点を D とするとき，線分 BD の長さは何 cm か。

（長崎県 2018 年度）

図1



解答欄

cm

解答

$\frac{27}{7}$cm

解説

BD：DC＝AB：AC＝6：8＝3：4 より

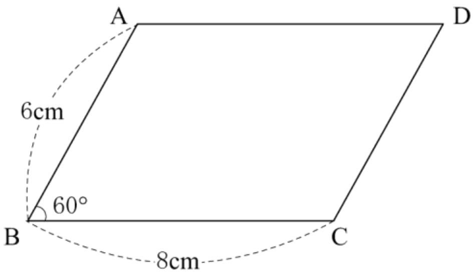
BD＝$\frac{3}{7}\times 9=\frac{27}{7}$cm

【問 27】

図1～図3のように，AB＝6 cm，BC＝8 cm，∠ABC＝60°の平行四辺形 ABCD がある。このとき，次の問いに答えなさい。

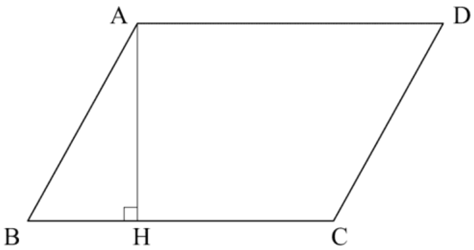
（長崎県 2018 年度）

図1



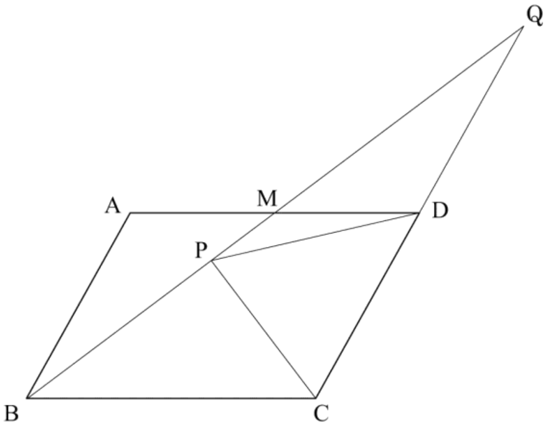
問1 図2のように，点 A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を H とするとき，線分 AH の長さは何 cm か。

図2



問2 平行四辺形 ABCD の面積は何 cm^2 か。

図3



問3 図3のように，辺 AD の中点を M とし，線分 BM 上に DC＝DP となる点 P をとる。また，線分 BM の延長と辺 CD の延長との交点を Q とする。このとき，次の(1)～(3)に答えよ。

(1) 線分 QD の長さは何 cm か。

(2) ∠CPD＝x，∠DPM＝y とする。このとき，∠CPM＝90° である理由を x，y を使って説明せよ。ただし，説明は解答用紙の「∠CPD＝x，∠DPM＝y とすると，」に続けて完成させよ。

(3) 線分 PC の長さは何 cm か。

解答欄

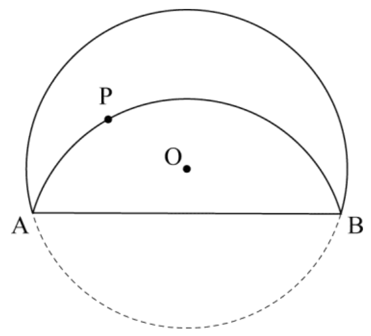
問1		cm
問2		cm^2
問3	(1)	cm
	(2)	∠CPD＝x, ∠DPM＝y とすると,
	(3)	cm

解答
問1　$3\sqrt{3}$cm
問2　$24\sqrt{3}\text{cm}^2$
問3
(1)　6cm
(2)
∠CPD＝x，∠DPM＝yとすると
△CDPはDC＝DPの二等辺三角形なので
∠CPD＝∠PCD＝x…①
△DPQはDP＝DQの二等辺三角形なので
∠DPM＝∠DQM＝y…②
△CPQにおいて，内角の和は180°なので
①，②より，$x+x+y+y=180°$
$x+y=90°$
∠CPM＝∠CPD＋∠DPMなので
∠CPM＝90°
(3)　$\dfrac{12\sqrt{57}}{19}$cm
解説
問1
△ABHは3つの角が30°，60°，90°の直角三角形だからAB:AH＝2:$\sqrt{3}$より，AH＝$3\sqrt{3}$cm
問2
平行四辺形の面積は$8\times3\sqrt{3}=24\sqrt{3}\text{cm}^2$
問3
(1)
△ABMと△DQMについて
仮定より，AM＝DM…①
対頂角は等しいから∠AMB＝∠DMQ…②
平行線の錯角は等しいから∠BAM＝∠QDM…③
①，②，③より
1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ABM≡△DQM
合同な三角形の対応する辺の長さは等しいから
QD＝BA＝6cm
(2)
仮定よりDC＝DPだから∠PCD＝∠CPD＝x…④
(1)よりQD＝DC＝だからQD＝DP
よって△DQPは二等辺三角形だから∠DQP＝∠DPM＝y
∠QPC＋∠QCP＋∠CQP＝$x+y+x+y=2(x+y)=180°$だから
$x+y=90°$
したがって∠CPM＝90°
(3)
点Mから辺BCに垂線を下ろし辺BCとの交点をIとするとHI＝AM＝4cm，BH＝3cm
よってBI＝3＋4＝7cm
またBM＝$\sqrt{\text{BI}^2+\text{M}^2}=\sqrt{7^2+(3\sqrt{3})^2}=2\sqrt{19}$cm
△BCM＝$\dfrac{1}{2}$×平行四辺形ABCDの面積＝$12\sqrt{3}$だから
△BCM＝$\dfrac{1}{2}\text{BM}\times\text{CP}=\sqrt{19}\text{CP}=12\sqrt{3}$
よってCP＝$\dfrac{12\sqrt{57}}{19}$cm

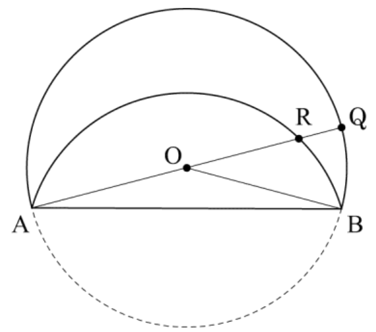
【問 28】

平面上に円 O がある。円 O の周上に 2 点 A, B があり, 弦 AB に関して円 O を折り返した。次の問1, 問2に答えなさい。

（鹿児島県 2018 年度）



問1　右の図のように, 折り返した$\overset{\frown}{AB}$上に点 P をとる。$\overset{\frown}{AP}$を円周の一部とする円 C を, 定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし, 円 C の中心を示す点と文字 C も書き入れ, 作図に用いた線も残しておくこと。

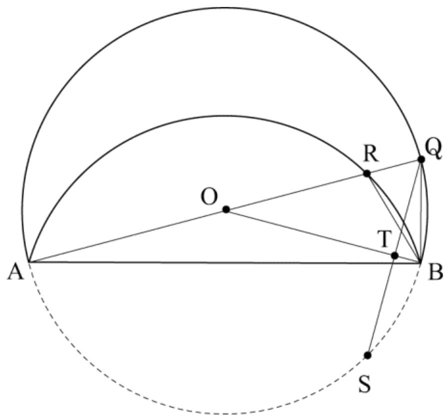


問2　右の図のように, 円 O の直径 AQ と, 折り返した$\overset{\frown}{AB}$との交点を R とする。∠BAQ＝15°, AQ＝12 cm であるとき, 次の(1)～(3)の問いに答えよ。ただし, 円周率は π とする。

(1)　∠AOB の大きさは何度か。

(2)　$\overset{\frown}{BR}$の長さは何 cm か。

(3) 「$\triangle$RBQ の面積は何 cm^2 か」の問いに対する解答を，の中に途中まで示してある。$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{エ}$ を適当にうめ，解答を完成させよ。ただし，$\boxed{エ}$ には$\triangle$RBQ の面積を求める計算過程の続きを書くこと。



右の図のように，円 O を折り返す前の点 R の位置にある点を S とし，線分 OB と線分 QS の交点を T とする。

2 点 R と S は線分 AB に関して対称だから，AB$\perp$RS

AQ が円 O の直径より$\angle$ABQ＝90°

よって，RS $\boxed{ア}$ QB …①

$\angle$BAQ＝$\angle$BAS より円周角が等しいから$\overset{\frown}{BQ}=\overset{\frown}{BS}$

これより，$\angle$QAS＝30° となるから$\angle$QOS＝60°

さらに，OQ＝OS だから，$\boxed{イ}$ は正三角形 …②

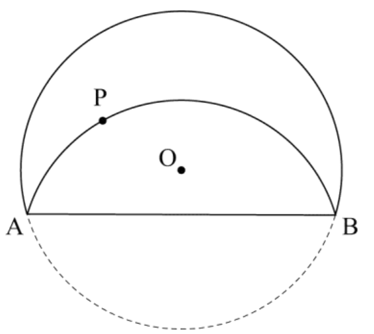
また，$\boxed{イ}$ において，$\angle$TOQ＝$\angle$TOS＝30°

よって，OB は線分 QS の垂直二等分線 …③

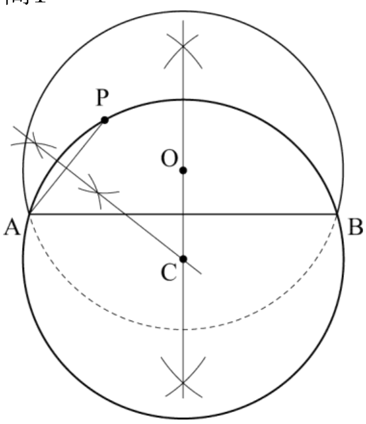
①より，$\triangle$RBQ の面積は $\boxed{ウ}$ の面積と等しいから

エ 答　　　　　cm^2

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="3">
</td></tr>
<tr><td rowspan="6">問2</td><td>(1)</td><td colspan="2">度</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="4">(3)</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td>エ</td><td>答　　　　　　cm^2</td></tr>
</table>

解答
問1



問2
(1)　150 度
(2)　π　cm
(3)
ア　//
イ　△OQS
ウ　△SBQ
エ

$\triangle RBQ = \triangle SBQ = \dfrac{1}{2} \times QS \times BT$

②より QS＝6 cm
②，③より
△OQT は 3 つの角が 30°，60°，90° の直角三角形であるから

$OT = \dfrac{\sqrt{3}}{2} OQ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$cm

これより OB＝6 cm であるから

$BT = OB - OT = 6 - 3\sqrt{3}$cm

よって$\triangle RBQ = \dfrac{1}{2} \times 6 \times (6 - 3\sqrt{3})$

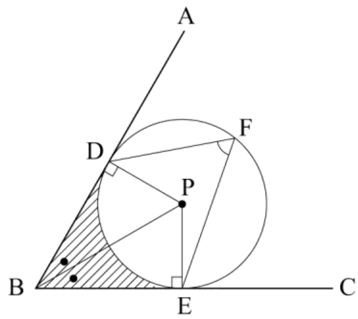
$= 18 - 9\sqrt{3}$

答　$18 - 9\sqrt{3}$cm^2

解説
問1
円の中心は弦の垂直二等分線上にあるので
線分 AB, AP の垂直二等分線をそれぞれ作図し
2 本の垂直二等分線の交点を C とすればよい。
問2
(1)
円の半径だから OA＝OB より△OAB は二等辺三角形である。
よって$\angle$OAB＝$\angle$OBA＝15°だから$\angle$AOB＝180°－15°－15°＝150°
(2)
$\overset{\frown}{\mathrm{AP}}$を円周の一部とする円の中心 C について
点 C と点 B, 点 C と点 R をそれぞれ結ぶと
CB＝CR＝AQ÷2＝6cm
円 C において
円周角の定理より円周角はその弧に対する中心角の半分だから
$\angle$BCR＝2$\angle$BAR＝2×15°＝30°
よって$\overset{\frown}{\mathrm{BR}}=2\pi\times 6\times\dfrac{30}{360}=\pi$ cm
(3)
2 点 R と S は線分 AB に関して対称だから AB⊥RS
線分 AQ は円 O の直径であり半円の弧に対する円周角は 90° だから$\angle$ABQ＝90°
よって RS∥QB…①
2 点 R と S は線分 AB に関して対称だから$\angle$BAR＝$\angle$BAS
したがって$\angle$BAQ＝$\angle$BAS であり
円 O において円周角が等しいから$\overset{\frown}{\mathrm{BQ}}=\overset{\frown}{\mathrm{BS}}$
これより$\angle$QAS＝30°となり
円 O において円周角の定理より
円周角はその弧に対する中心角の半分だから
$\angle$QOS＝2$\angle$QAS＝2×30°＝60°
さらに OQ＝OS だから△OQS は頂角が 60°の二等辺三角形であり
$\angle$OQS＝$\angle$OSQ＝(180°－60°)÷2＝60°だから
△OQS は正三角形…②
また△OQS において$\angle$TOQ＝30°, $\angle$TOS＝60°－30°＝30°
よって直線 OB は線分 QS の垂直二等分線…③
①より△RBQ の面積は△SBQ の面積と等しいから
△RBQ＝△SBQ＝$\dfrac{1}{2}$×QS×BT
②より QS＝OQ＝6cm
②, ③より△OQT は 3 つの角が 30°, 60°, 90°の直角三角形であるから
OT＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ OQ＝$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$ cm
OB＝6cm だから BT＝OB－OT＝$6-3\sqrt{3}$ cm
よって△RBQ＝$\dfrac{1}{2}\times 6\times(6-3\sqrt{3})=18-9\sqrt{3}$ cm^2

【問 29】

∠ABC の二等分線上に点 P をとり，点 P から線分 BA, BC に垂線をひき，その交点をそれぞれ D, E とする。また，点 P を中心として線分 PD を半径とする円の周上に，下の図のように点 F をとる。PD＝1 cm，PB＝2 cm とするとき，次の問いに答えなさい。



（沖縄県 2018 年度）

(1) 線分 BD の長さを求めなさい。

(2) $\overset{\frown}{\mathrm{DE}}$に対する円周角∠DFE の大きさを求めなさい。

(3) 図の斜線部分の面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

解答欄

(1)	cm
(2)	∠DFE＝ °
(3)	cm^2

解答

(1)$\sqrt{3}$ cm

(2)∠DFE＝60°

(3)$\sqrt{3}-\frac{1}{3}\pi$ cm^2

解説

(1)

△PDB について三平方の定理より $BD^2=PB^2-PD^2=4-1=3$ BD＞0 より BD＝$\sqrt{3}$cm

(2)

△PDB は 3 つの辺の比が PD:PB:BD＝1:2:$\sqrt{3}$の直角三角形だから∠BPD＝60°

また△PDB≡△PEB より∠BPE＝60° だから円周角の定理より∠DFE＝$\frac{1}{2}$∠DPE＝60°

(3)

斜線部分の面積は四角形 PDBE の面積からおうぎ形 PDE の面積をひいたものだから

求める面積は$\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}\times2-\pi\times1^2\times\frac{120°}{360°}=\sqrt{3}-\frac{1}{3}\pi$ cm^2