

8. 規則性の問題 【2012 年度出題】

【問 1】

下の図のように、同じ長さの棒を並べて、1 番目、2 番目、3 番目と図形をつくった。この並べ方にしたがって、4 番目以降の図形をつくる時、次の(1)、(2)に答えなさい。

(青森県 2012 年度 後期)



1 番目



2 番目



3 番目

(1) 5 番目の図形をつくる時に必要な棒の本数を求めなさい。

(2) n 番目の図形をつくる時に必要な棒の本数を n を用いて表しなさい。

解答欄

(1)	本
(2)	本

解答

(1) 27 本

(2) $5n+2$ 本

解説

(1)

1 番目の棒は $2+5$

2 番目の棒は $2+5+5$

3 番目の棒は $2+5+5+5+\cdots$ と変化している。

よって 5 番目の棒の数は $2+5+5+5+5+5=2+5\times 5=27$ 本

(2)

n 番目の棒の数は $2+5\times n=5n+2$ 本

【問 2】

しんじさんは、美術の授業でデザインを考えました。

最初に、図1のように 3 つの白い正三角形と 1 つの黒い正三角形を組み合わせた模様をかきました。その後、以下に示す[作業]を何回かくり返して規則的な模様をつくりました。

[作業]

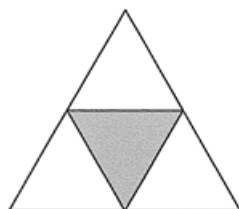
手順① 白い正三角形をすべてを見つける。

手順② 手順①で見つけたそれぞれの白い正三角形について、3 辺の中点を結んで新たに 4 つの合同な正三角形をつくる。

手順③ 手順②でつくられた正三角形のうち、最初にかいた黒い正三角形と同じ向きの正三角形をすべて黒く塗りつぶす。

次の図1～3は、最初にかいた模様と[作業]をくり返し行ってできた模様を表しています。

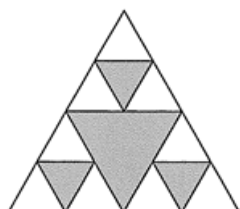
図1



最初にかいた模様

図2

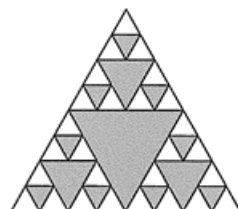
[作業]
→



[作業]が 1 回終わったときにできた模様

[作業]
→

図3



[作業]が 2 回終わったときにできた模様

.....

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(岩手県 2012 年度)

問1 [作業]が 4 回終わったときにできた模様には、黒い正三角形は全部で何個ありますか。

問2 [作業]が 4 回終わったときにできた模様にある黒い正三角形のなかで、最も小さな正三角形の面積を 1 cm^2 とします。すべての黒い正三角形の面積の和を求めなさい。

解答欄

問1	個
問2	cm^2

解答

問1 121 個

問2 781 cm

解説

問2

求める面積は $1 \times 3^4 + 4 \times 3^3 + 4^2 \times 3^2 + 4^3 \times 3 + 4^4 \times 1 = 781 \text{ cm}^2$

【問 3】

健司さんは、江戸時代の数学を紹介した本を読んで、「^{やくしざん}薬師算」に興味をもち、調べた内容を次のようなレポートにまとめました。

(秋田県 2012 年度)

薬師算のしくみ

薬師算は、相手が正方形の形に並べた^{いし}碁石の総数を、碁石を見ないで当てる方法です。その手順は次のとおりです。

- ① 相手に、碁石を図1のように、正方形の形に並べてもらう。ただし、1 辺の碁石の数は 5 個以上とする。
- ② 図2のように、図1の碁石を、各段の個数が正方形の 1 辺の碁石の数になるように、並べ替えてもらう。
- ③ 最後の段には、あまった碁石を並べてもらう。
- ④ あまりの数（最後の段に並べた碁石の個数）だけを覚えてもらう。
- ⑤ あまりの数を 4 倍して 12 をたすと、碁石の総数を当てることができる。

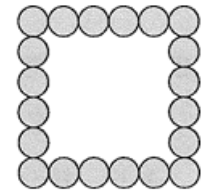
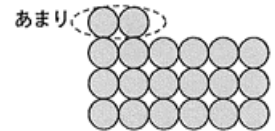


図2



(1) あまりの数が「2」のとき、薬師算の方法を使って、相手が並べた碁石の総数を求める式を書きなさい。

(2) このレポートには、「あまりの数を 4 倍して 12 をたす」と、碁石の総数を当てることができる理由も書かれています。次の内容が正しくなるように、ア、イには数を、ウ、エには最も適切な式を書きなさい。

図3

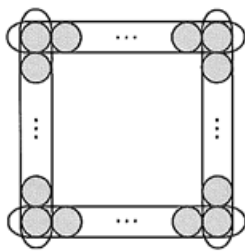
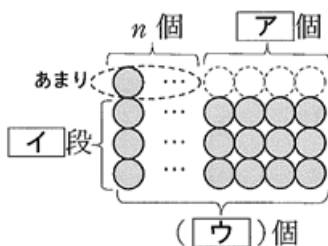


図4



〔理由〕

・図3のように、碁石を で囲んで考える。正方形の各頂点の碁石は重複しているので、正方形の形に並べられた碁石の総数は、1 辺の碁石の数の 4 倍より ア 個少ない。

・図3の碁石を図4のように並べ替えると、図3の正方形の 1 辺と同じ数の碁石が並ぶ段が イ 段と、正方形の 1 辺より ア 個少ない碁石が並ぶ段が 1 段できる。

あまりの数を n とすると、正方形の 1 辺の碁石の数は (ウ) 個となる。

このことから、碁石の総数を求める式は、

$$\begin{aligned}
 & (\text{ウ}) \times \text{イ} + n \\
 & = \text{エ}
 \end{aligned}$$

・したがって、碁石の総数は、あまりの数を 4 倍して 12 をたすと、当てることができる。

- (3) 健司さんのレポートを読んだ美咲さんは、「正五角形の形に並べられた基石についても同じようなことができるのではないか」と気づき、このことが正しいことを説明したいと考えました。
- オ〜キの□□に続きを書いて、説明を完成させなさい。

図5

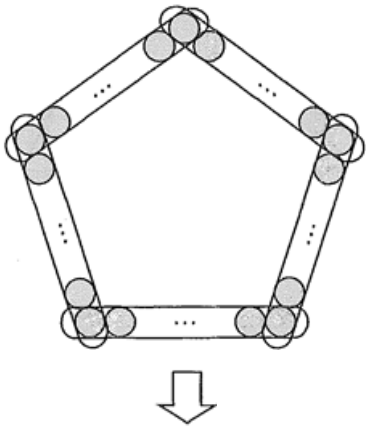
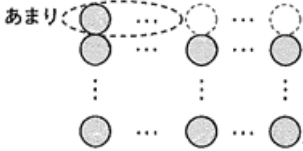


図6



[説明]

- 1 辺の基石の数は 6 個以上とする。
- 図5のように、基石を で囲んで考える。正五角形の各頂点の基石は重複しているので、正五角形の形に並べられた基石の総数は、1 辺の基石の数の オ 少ない。
- 図5の基石を図6のように並べ替えると、

カ

- したがって、基石の総数は、 キ と、当てることができる。

解答欄

(1)		
(2)	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
(3)	オ	
	カ	
	キ	

解答

(1)

例 $2 \times 4 + 12$

(2)

ア 4

イ 3

ウ $n + 4$

エ $4n + 12$

(3)

オ

例 5 倍より 5 個

カ

図5の正五角形の 1 辺と同じ数の基石が並ぶ段が 4 段と

正五角形の 1 辺より 5 個少ない基石が並ぶ段が 1 段できる。

あまりの数を n とすると, 正五角形の 1 辺の基石の数は $(n + 5)$ 個となる。

このことから基石の総数を求める式は

$$(n + 5) \times 4 + n = 5n + 20$$

キ あまりの数を 5 倍して 20 をたす

解説

(1)

(あまりの数) $\times 4 + 12$ より $2 \times 4 + 12$

【問 4】

下の図1のような、外周道路で囲まれた長方形の広い土地がある。

この長方形の土地に、外周道路をつなぐまっすぐな道路を横に n 本、縦に $(n+1)$ 本、それぞれ外周道路と平行になるようにつくり、次の①、②の規則にしたがって、信号機を設置する。

- ① つくった横と縦の道路が交わるところには、図2のように、それぞれ 4 基の信号機を設置する。
- ② つくった横または縦の道路が外周道路とつながるところには、図3のように、それぞれ 3 基の信号機を設置する。

このとき、設置した信号機の数調べることにする。

図1

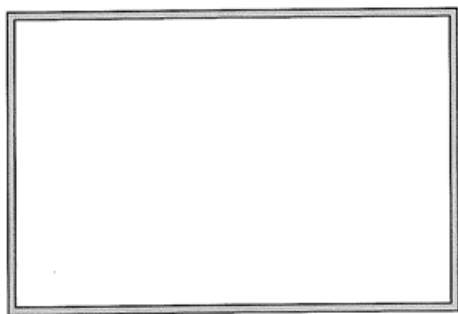


図2

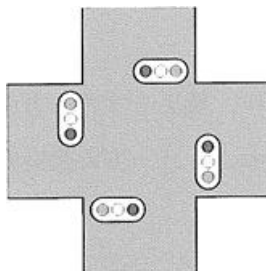
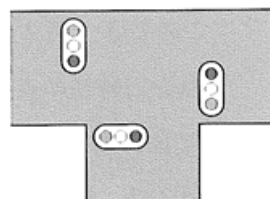


図3



下の表は、 $n=1$ 、 $n=2$ のときの道路の例と設置した信号機の数示したものである。

n の値	1	2
道路の例		
設置した信号機の数 (基)	26	54

このとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2012 年度)

問1 $n=3$ のとき、設置した信号機の数求めなさい。

問2 設置した信号機の数 314 基のとき、 n の値求めなさい。

解答欄

問1	基
問2	$n =$

解答

問1 90 基

問2 $n = 7$

解説

問1

$n = 3$ のとき横に 4 本, 縦に 5 本の道路があり信号を 4 基設置するのは $3 \times 4 = 12$ 箇所

3 基設置するのは $(3 + 4) \times 2 = 14$ 箇所だから

信号機の数 は $4 \times 12 + 3 \times 14 = 48 + 42 = 90$ 基

問2

信号を 4 基設置するのは $n(n + 1)$ 箇所

3 基設置するのは $\{n + (n + 1)\} \times 2 = 4n + 2$ 箇所だから

信号機の数 は $4n(n + 1) + 3(4n + 2) = 4n^2 + 16n + 6$ 基と表せる。

信号機の数 が 314 基のとき

$$4n^2 + 16n + 6 = 314$$

$$4n^2 + 16n - 308 = 0$$

$$n^2 + 4n - 77 = 0$$

$$(n + 11)(n - 7) = 0$$

$n > 0$ より

$$n = 7$$

【問 5】

正方形の形をした合同な白のタイルと黒のタイルを使い、 の手順で、下の図のように模様を作っていく。

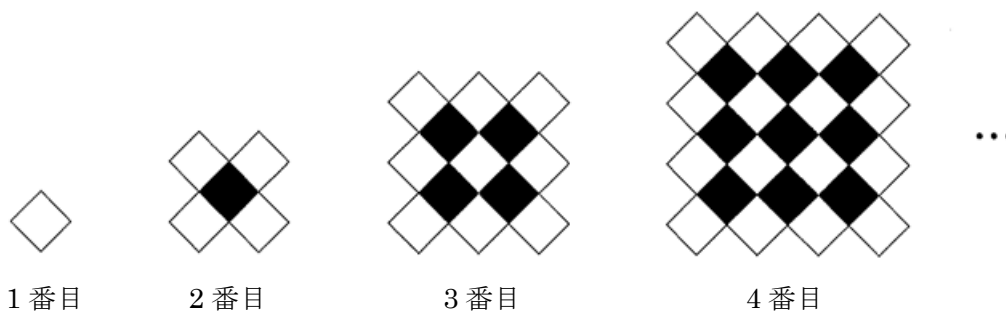
手順

ア 白のタイルを 1 個置いたものを 1 番目とする。

イ 白のタイルを頂点が重なるように、縦に 2 個ずつ 2 列に置き、白のタイルで囲まれた部分に黒のタイルを置いたものを 2 番目とする。

ウ 白のタイルを頂点が重なるように、縦に 3 個ずつ 3 列に置き、白のタイルで囲まれたすべての部分に黒のタイルを置いたものを 3 番目とする。

エ 以下、このような作業を繰り返して、4 番目、5 番目、…とする。



このとき、あとの問いに答えなさい。

(富山県 2012 年度)

問1 6 番目の模様について、白のタイルと黒のタイルの個数をそれぞれ求めなさい。

問2 n 番目の模様について、白のタイルと黒のタイルの個数をそれぞれ n を使った式で表しなさい。

問3 それぞれの模様において、タイルの総数は必ず奇数になる。このことを、問2を利用して証明しなさい。

問4 タイルの総数が 181 個になるのは、何番目の模様か求めなさい。

解答欄

問1	白 個	黒 個
問2	白 個	
	黒 個	
問3		
問4	番目	

解答

問1

白 36 個

黒 25 個

問2

白 n^2 個

黒 $(n-1)^2$ 個

問3

白のタイルと黒のタイルの総数は

$$n^2 + (n-1)^2$$

$$= n^2 + n^2 - 2n + 1$$

$$= 2n^2 - 2n + 1$$

$$= 2(n^2 - n) + 1$$

$n^2 - n$ は整数だから

$2(n^2 - n) + 1$ は奇数である。

したがってタイルの総数は必ず奇数になる。

問4 10 番目

解説

問4

n 番目の図形において総数が 181 個より

$$n^2 + (n-1)^2 = 181$$

整理して

$$2n^2 - 2n - 180 = 0$$

$$n^2 - n - 90 = 0$$

$$(n-10)(n+9) = 0$$

$n > 0$ より

$n = 10$ 番目

【問 6】

図1のように，自然数を並べた表がある。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

(石川県 2012年度)

問1 60 は上から何行目，左から何番目の数であるか，求めなさい。例えば，31 は上から 5 行目，左から 3 番目の数である。

図1

1行目	1	2	3	4	5	6	7
2行目	8	9	10	11	12	13	14
3行目	15	16	17	18	19	20	21
⋮	22	23	24	25	26	27	28
	29	30	31	32	33	⋯	⋯
	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯

図2

問2 図2のように，縦 2 つ横 3 つの 6 つの数を□で囲む。2 × 11 − 4 × 9 のように，□の中の左上の数と右下の数の積から，右上の数と左下の数の積をひく。このとき，その差は，□がどの位置にあっても −14 になる。文字を使って，このことが成り立つことの説明を完成させなさい。

1行目	1	2	3	4	5	6	7
2行目	8	9	10	11	12	13	14
3行目	15	16	17	18	19	20	21
⋮	22	23	24	25	26	27	28
	29	30	31	32	33	⋯	⋯
	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯	⋯

〔説明〕

したがって，左上の数と右下の数の積から，右上の数と左下の数の積をひくと，その差は −14 になる。

解答欄

問1	上から	行目，左から	番目
問2			

解答

問1 上から9行目, 左から4番目

問2

左上の数を a とおくと

右上の数は $a+2$, 左下の数は $a+7$

右下の数は $a+9$ と表せる。

したがって

$$a(a+9)-(a+2)(a+7)$$

$$=a^2+9a-(a^2+9a+14)$$

$$=-14$$

解説

問1

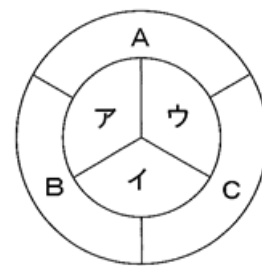
$$60 \div 7 = 8 \cdots 4 \text{ より}$$

60 は上から $8+1=9$ 行目の左から4番目の数である。

【問 7】

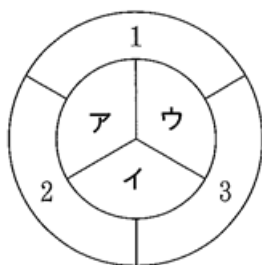
右の図1のように、円をA, B, Cとア, イ, ウの部分に分けた図がある。次の図2のように、図1のA, B, Cの部分に1から順に連続する3つの自然数を、A, B, Cの順に大きくなるように1つずつ書く。A, B, Cの部分に1, 2, 3を書いたものを第1グループ、4, 5, 6を書いたものを第2グループ、7, 8, 9を書いたものを第3グループとする。このような規則で第4グループ、第5グループ、…をつくっていく。

図1

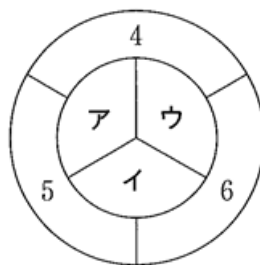


次に、下の図3のように、図2の第1グループ、第2グループ、第3グループそれぞれにおいて、AとBの部分に書いた自然数の和をアの部分に、BとCの部分に書いた自然数の和をイの部分に、AとCの部分に書いた自然数の和をウの部分に書く。同じようにして第4グループ、第5グループ、…のア, イ, ウの部分にも自然数の和を書いていく。

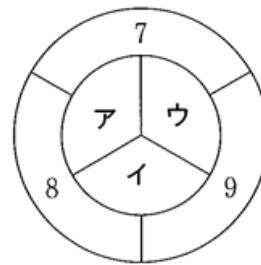
図2



第1グループ

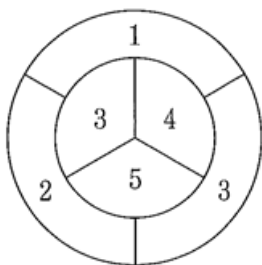


第2グループ

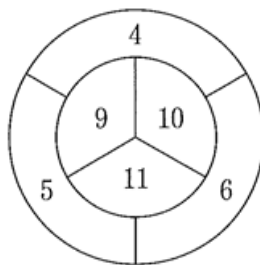


第3グループ

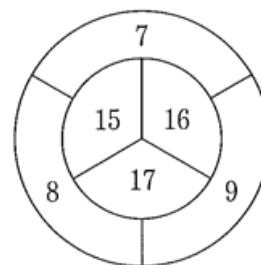
図3



第1グループ



第2グループ



第3グループ

このとき、下の問1・問2に答えよ。

(京都府 2012 年度)

問1 次の ① , ② に当てはまる数を書け。また, ③ に当てはまるものをA, B, Cから1つ選び, 記号で書け。

第5グループのAの部分に書く自然数は ① であり、A, B, Cの部分に書く自然数のうち、30は第 ② グループの ③ の部分に書く自然数である。

問2 次の ④ に当てはまる数を書け。また、 ⑤ に当てはまるものをア, イ, ウから 1 つ選び, 記号で書け。

ア, イ, ウの部分に書く数のうち, 737は第 ④ グループの ⑤ の部分に書く数である。

解答欄

問1	①		②		③	
問2	④		⑤			

解答

問1

① 13

② 10

③ C

問2

④ 123

⑤ イ

解説

問1

第 n グループのA, B, Cの数はそれぞれ $3n-2$, $3n-1$, $3n$ と表せる。

第 5 グループのAには $3 \times 5 - 2 = 13$ が入る。

また $30 = 3 \times 10$ より 30 は第 10 グループのCの部分に書く数である。

問2

第 n グループのア, イ, ウはそれぞれ $6n-3$, $6n-1$, $6n-2$ と表せる。

$737 = 6 \times 123 - 1$ より 737 は第 123 グループのイの部分に書く数である。

【問 8】

半径 1 cm の球が複数個ある。この球を、図1のように平らな床に順に積み重ねていく。このとき、1 個の球は、そのすぐ下の段の 4 個の球と接する。また、それぞれの段は、上から 1 段目、2 段目、3 段目…と数えると、図2のように、球の個数は、1 段目 1 個、2 段目 4 個、3 段目 9 個、…で、2 段目以降は 4 隅の球の中心を結ぶと正方形になる。

図1

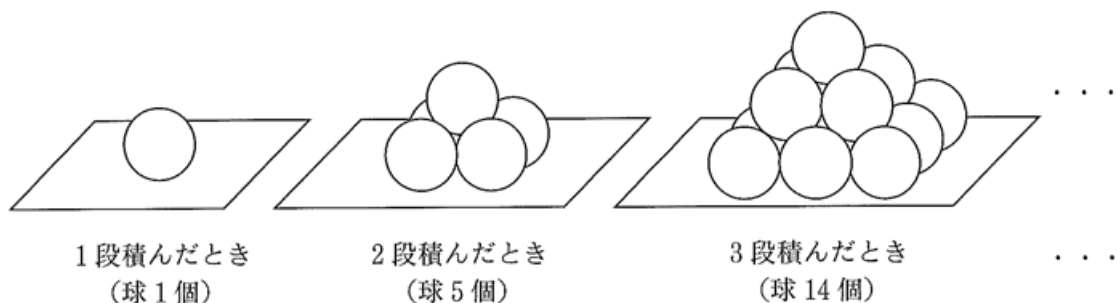
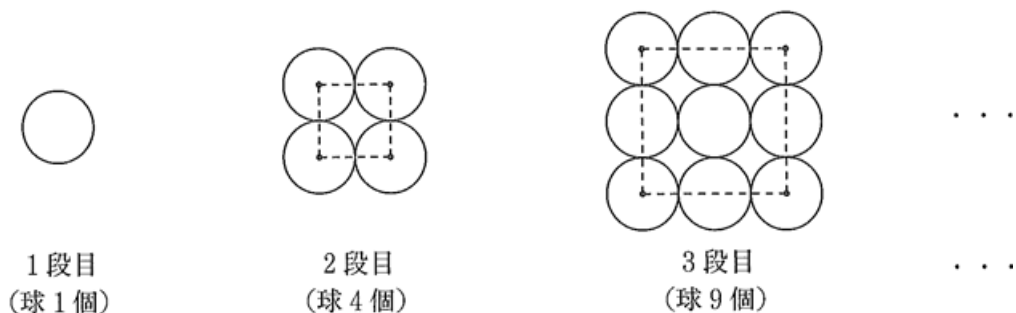


図2



次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(兵庫県 2012 年度)

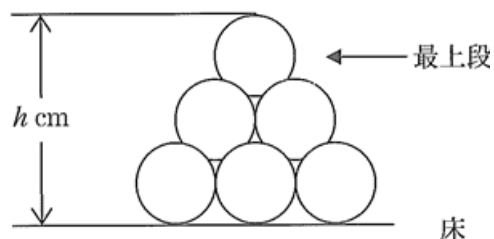
問1 5 段積んだとき、使った球の個数は全部で何個か、求めなさい。

問2 積み上げた球の体積の合計が、 $272\pi\text{ cm}^3$ になったとき、何段積み重ねたか、求めなさい。

問3 2 段積んだとき、5 個の球の中心を結んでできる正四角すいの体積は何 cm^3 か、求めなさい。

問4 10 段積んだときの高さは何 cm か、求めなさい。ただし、ここでいう「高さ」とは、床から最上段の球の上端までの高さで、例えば、図3は球を 3 段積んで正面から見た図であるが、この場合の「高さ」は、 $h\text{ cm}$ である。

図3



解答欄

問1	個
問2	段
問3	cm^3
問4	cm

解答

問1 55 個

問2 8 段

問3 $\frac{4\sqrt{2}}{3} \text{cm}^3$

問4 $9\sqrt{2} + 2 \text{cm}$

解説

問4

10 段積み上げたときの高さは等しい 2 辺が $10 \times 2 - 2 = 18 \text{cm}$

底辺が $18\sqrt{2} \text{cm}$ の直角二等辺三角形の高さにこの球の直径を加えた長さになる。

よって $h = 9\sqrt{2} + 2 \text{cm}$

【問 9】

図1のように、1 辺の長さが 1 cm の正方形①の上に、1 辺の長さが 1 cm の正方形②をかいて、2 辺の長さが 1 cm, 2 cm の長方形をつくる。

次に、図2のように、図1の長方形の長い方の辺を 1 辺とする正方形③を、その長方形の右にかいて、2 辺の長さが 2 cm, 3 cm の長方形をつくる。

次に、図3のように、正方形④を、図2の長方形の下にかいて、2 辺の長さが 3 cm, 5 cm の長方形をつくる。

さらに、図4のように、正方形⑤を、図3の長方形の左にかいて、2 辺の長さが 5 cm, 8 cm の長方形をつくる。

図1

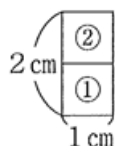


図2

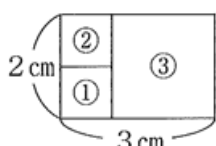


図3

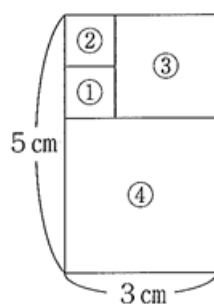
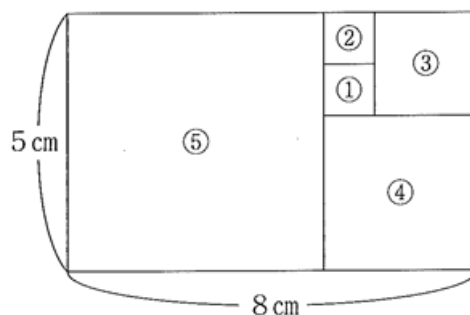


図4



このように、長方形の長い方の辺を 1 辺とする正方形⑥, 正方形⑦, 正方形⑧, 正方形⑨, ……を、それぞれの長方形の上, 右, 下, 左, ……と、時計回りになるようにかいて、長方形を順につくっていく。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(和歌山県 2012 年度)

問1 下の表は、上の規則に従って長方形をつくったときの、正方形の番号、正方形の 1 辺の長さ、長方形の周りの長さについてまとめたものである。

下の(1), (2)に答えなさい。

正方形の番号	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	…	△	★	☆	…
正方形の 1 辺の長さ (cm)	1	1	2	*	*	ア	*	*	…	a	b	c	…
長方形の周りの長さ (cm)	4	6	10	*	*	*	*	イ	…	*	*	*	…

表中の△, ★, ☆は、連続する3つの番号を表し、*は、あてはまる数を省略したことを表している。

(1) 上の表中の **ア** , **イ** にあてはまる数をかきなさい。

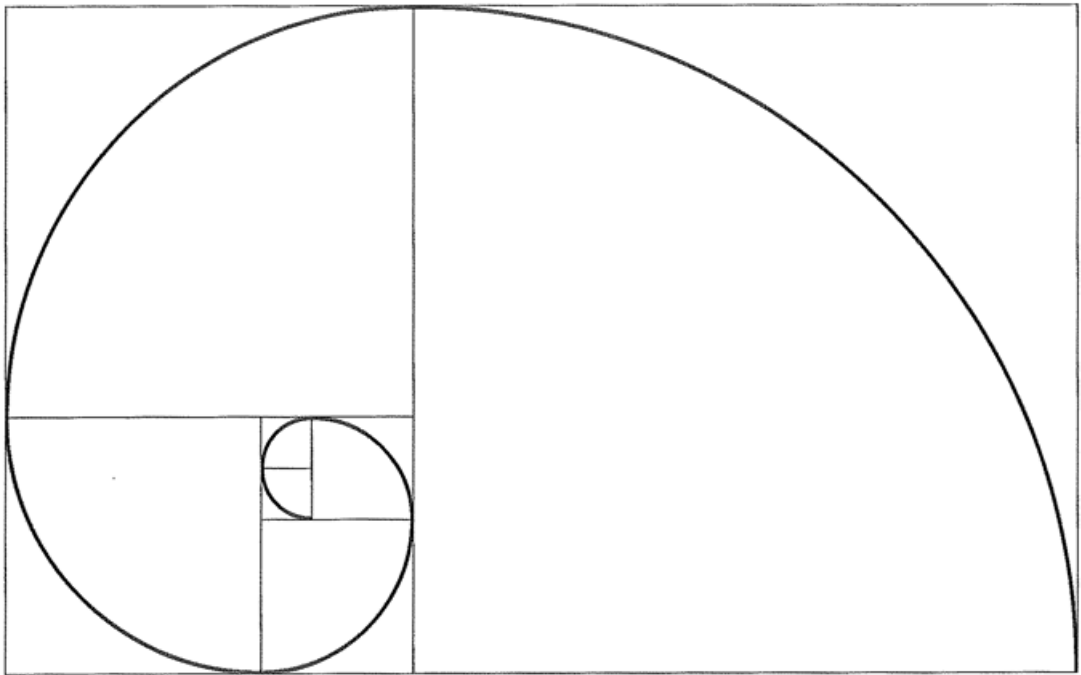
(2) 上の表中の a , b , c の関係を等式に表しなさい。

問2 正方形㊟をかいて長方形をつくと、長方形の周の長さが 466 cm 増えた。このとき、正方形㊟の 1 辺の長さを求めなさい。

問3 図5のように、正方形㉗までかいて長方形をつくる。次に、それぞれの正方形の 1 辺を半径とする中心角 90° のおうぎ形の弧をつないで曲線をつくる。

このとき、その曲線（太線の部分）の長さを求めなさい。ただし、円周率は π とする。

図5



解答欄

問1	(1)	ア	
		イ	
	(2)		
問2	cm		
問3	cm		

解答

問1

(1)

ア 8

イ 110

(2) $a+b=c$

問2 233 cm

問3 $\frac{33}{2} \pi$ cm

解説

問2

正方形㊾の1辺の長さを x cm とする。

もとの長方形と正方形㊾をかき加えた長方形について1辺の長さは等しい。

長さの違う辺の長さの差は $x+(x-1)-(x-1)=x$ cm だから増えた分の周の長さは $2x$ cm と表せる。

よって $2x=466$ より

$x=233$ cm

問3

求める弧の長さの和は

$$\begin{aligned} & 2\pi \times 1 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 1 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 2 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 3 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 5 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 8 \times \frac{90}{360} + \\ & 2\pi \times 13 \times \frac{90}{360} \\ & = 2\pi \times \frac{90}{360} \times (1+1+2+3+5+8+13) = 2\pi \times \frac{1}{4} \times 33 = \frac{33}{2} \pi \text{ cm} \end{aligned}$$

【問 10】

いくつかの選手団が参加するスポーツ大会の開会式で、入場行進を行う。180 人からなる選手団は、数字 1, 2, 3, …… , 180 が 1 つずつ書かれたゼッケンをつけて、次の手順1, 2で行進をする。

手順1

入場門では、図1のように、180 人の選手が、ゼッケンに書かれた数の小さい順に、1列目から、各列、左から右へ9人並ぶ。

たとえば、ゼッケンに書かれた数が22の選手の位置は、3列目の左から4番目となる。

図1

	↑ 行進の向き								
1列目	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2列目	10	11	12	13	14	15	16	17	18
3列目	19	20	21	22	23	24	25	26	27
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20列目	172	173	174	175	176	177	178	179	180
	↑左から1番目	↑左から2番目	↑左から3番目						↑左から9番目

手順2

図2のように、入場門から行進を始め、矢印の向きに進む。◆の位置で左に曲がり、トラックの内側に進む。

トラックの内側では、図3のように、180 人の選手が、ゼッケンに書かれた数の小さい順に、1列目から、各列、左から右へ3人並ぶ。

図2

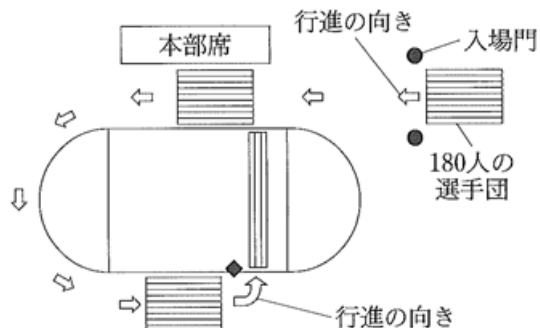


図3

	↑ 行進の向き		
1列目	1	2	3
2列目	4	5	6
3列目	7	8	9
4列目	10	11	12
⋮	⋮	⋮	⋮

次の問1～問3に答えなさい。

(山口県 2012 年度)

問1 図1のように並んでいるとき、ゼッケンに書かれた数が 50 の選手の位置は、何列目の左から何番目か。求めなさい。

問2 図1において、

15	16
24	25

のように並んだ 4 つの数の組を

a	b
c	d

 とするとき、すべての組について、 $bc - ad = 9$ の関係が成り立つ。

このことを、 b, c, d をそれぞれ a を使った式で表して説明しなさい。

問3 図1のように並んでいるときに、Aさんは、ある列の左から3番目にいた。トラックの内側で図3のように並びかえたところ、Aさんは、はじめに並んでいた列より30列後ろに下がった。Aさんのゼッケンに書かれた数を求めなさい。

解答欄

問1	列目の左から	番目
問2	〔説明〕	
問3		

解答

問1 6列目の左から5番目

問2

〔説明〕

$b=a+1$, $c=a+9$, $d=a+10$ と表せるから

$$bc-ad$$

$$=(a+1)(a+9)-a(a+10)$$

$$=a^2+10a+9-a^2-10a$$

$$=9$$

したがって、

$$bc-ad=9$$

の関係が成り立つ。

問3 138

解説

問3

Aさんは図1のとき x 列の左から3番目にいたとすると
図3ように並べ替えると

$3(x-1)+1$ 列目 の左から3番目に移動する。

この列の差が30より

$$3(x-1)+1-x=30$$

$$x=16$$

よって Aさんのゼッケンに書かれた数は

$$9 \times (16-1) + 3 = 138$$

【問 11】

1 辺の長さが 1 cm の正方形 A と、1 辺の長さが 2 cm の正方形 B と、1 辺の長さが 3 cm の正方形 C がある。これらを何個か使って横 1 列に並べていき、そのときにできる図形の周囲の長さについて考える。例えば、正方形 A を 1 個、正方形 B を 1 個使って、下の図1のように並べたときにできる図形の周囲の長さは、10 cm である。

このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2012 年度)

問1 下の図2のように、正方形 A, B, C を 1 個ずつ並べたときにできる図形の周囲の長さを求めよ。

問2 下の図3のように、図2の図形を横 1 列に並べていくとき、

(1) 図2の図形を 4 個並べたときにできる図形の周囲の長さを求めよ。

(2) 図2の図形を n 個並べたときにできる図形の周囲の長さを、 n を使って表せ。

問3 下の図4のように、正方形 A, B, C を、左から A, B, C, C, B, A, A, B, C, C, B, A, A, B, …の順に並べていく。ちょうど 10 個目の B を並べたときにできる図形の周囲の長さを求めよ。

図1

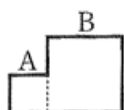


図2

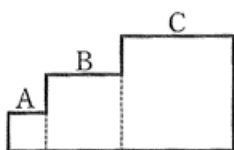


図3

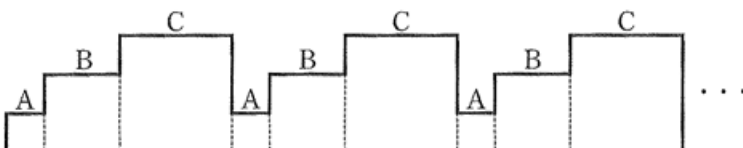
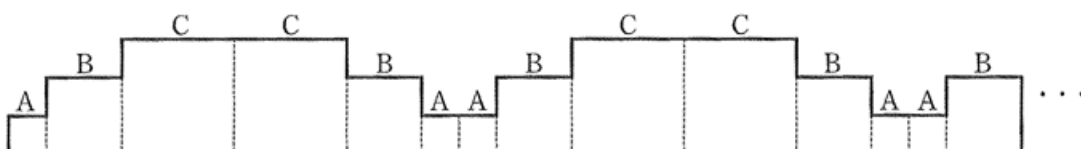


図4



解答欄

問1	cm	
問2	(1)	cm
	(2)	cm
問3	cm	

解答

問1 18 cm

問2

(1) 66 cm

(2) $16n + 2$ cm

問3 140 cm

解説

問2

(2)

横の辺と縦の辺に分けて考える。

図2の図形を n 個並べたときの周の長さは

$$(1+2+3) \times 2 \times n + 2 \times 2 \times n + 2 = 16n + 2 \text{ cm}$$

問3

A, B, C, C, B, A を 1 かたまりと考えると

1 かたまりに B は 2 個あるので

$$10 \div 2 = 5 \text{ より}$$

10 個目の B は A, B, C, C, B, A の 1 かたまりを 4 つとあと A, B, C, C, B とわかる。

よって求める周の長さは

$$\{(1+2+3+3+2+1) \times 2 + 2 \times 2\} \times 4 + (1+2+3+3+2) \times 2 + 1 + 5 \\ = 140 \text{ cm}$$

【問 12】

[図1]のような正方形の折り紙と白黒 2 色の丸いシールが、たくさんある。この折り紙を[図2], [図3]のように、すき間なく重ならないように並べて正方形をつくり、折り紙の縦の辺どうしをつなぐときは白のシール、横の辺どうしをつなぐときは黒のシールをはる。ただし、シールは折り紙の片方の面だけにはることとする。

正方形を順に大きくしていくとき、(1)～(4)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2012 年度 特色)

[図1]

正方形の折り紙



白のシール

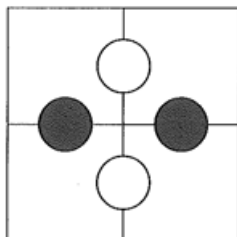


黒のシール



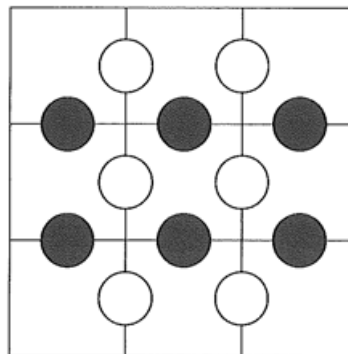
[図2]

縦横 2 枚ずつ合計 4 枚の
折り紙をつなぐとき



[図3]

縦横 3 枚ずつ合計 9 枚の
折り紙をつなぐとき



- (1) 縦横 4 枚ずつ合計 16 枚の折り紙をつなぐとき、使用する黒のシールは何枚か、求めなさい。
- (2) 縦横 7 枚ずつ合計 49 枚の折り紙をつなぐとき、使用するシールは白黒あわせて何枚か、求めなさい。
- (3) 縦横 n 枚ずつ合計 n^2 枚の折り紙をつなぐとき、使用するシールは白黒あわせて何枚か、 n を用いて表しなさい。
- (4) 何枚かの折り紙をつないで正方形をつくると、使用したシールは白黒あわせて 144 枚であった。このとき、つないだ折り紙は合計何枚だったか、求めなさい。

解答欄

(1)	枚
(2)	枚
(3)	枚
(4)	枚

解答

(1) 12 枚

(2) 84 枚

(3) $2n(n-1)$ 枚

(4) 81 枚

解説

(3)

縦に n 枚つなぐときつなぎ目に貼る黒のシールは $(n-1)$ 枚。

よって縦横 n^2 枚つなぐときに必要な黒のシールは $(n-1) \times n = n(n-1)$ 枚

白のシールも横に n 枚つなぐときは $(n-1)$ 枚

縦横 n^2 枚つなぐときには $n(n-1)$ 枚必要なので

白黒あわせたシールの枚数は $2n(n-1)$ 枚

(4)

$$2n(n-1)=144 \text{ より}$$

$$n(n-1)=72$$

$$n^2-n-72=0$$

$$(n-9)(n+8)=0$$

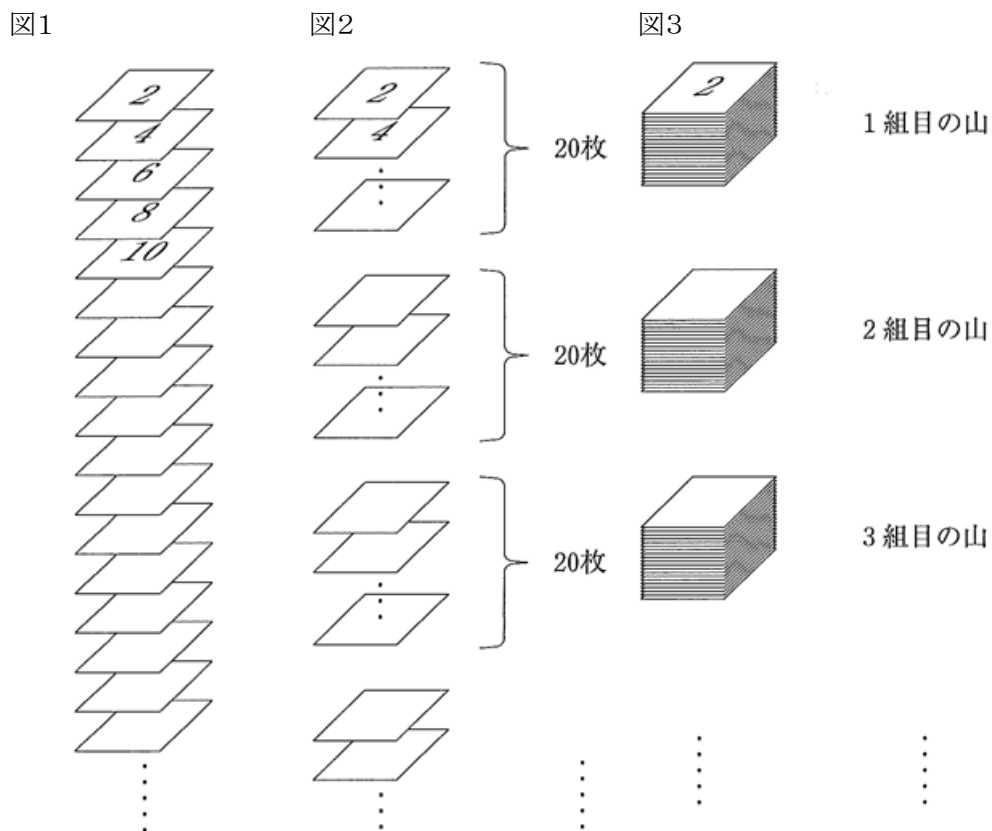
$$n>0 \text{ より}$$

$$n=9$$

よってつないだ折り紙は $9^2=81$ 枚

【問 13】

図1のように、2, 4, 6, …と連続する偶数が書かれたカードが順に重ねてある。このカードを、図2のように、重ねてあるカードの一番上から順に 20 枚ずつ取り出し、図3のように、取り出した順に、1 組目の山, 2 組目の山, 3 組目の山, …とする。



このとき、(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2012 年度 一般)

(1) 3 組目の山の一番下にあるカードに書かれた数字を求めなさい。

(2) n 組目の山の一番上にあるカードに書かれた数字を、 n を用いて表しなさい。

(3) 次の①, ②にあてはまる数を求めなさい。

234 と書かれたカードは、 ① 組目の山の一番上から ② 枚目にある。

解答欄

(1)		
(2)		
(3)	①	
	②	

解答

(1) 120

(2) $40n - 38$

(3)

① 6

② 17

解説

(2)

$(n-1)$ 組目の山の一番下にあるカードの数は $40(n-1)$ だから

n 組目の山の一番上にあるカードの数は $40(n-1) + 2 = 40n - 38$

【問 14】

1, 2, 3, 4 の数字が 1 つずつ書かれた 4 枚のカードと、図1のような、四隅のマス目が  で塗られた 4 段 4 列のマス目を用いて、次のようにして得点を決めることにする。

図1

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目
1 段目				
2 段目				
3 段目				
4 段目				

図2

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目
1 段目				
2 段目	○	○	○	
3 段目	○	○	○	
4 段目	○	○	○	

- ・ 4 枚のカードをよくきって、カードを 1 枚取り出し、取り出したカードに書かれている数を確認した後、もとにもどす。もう一度、4 枚のカードをよくきって、カードを 1 枚取り出す。最初に取り出したカードに書かれている数を a 、次に取り出したカードに書かれている数を b とする。
- ・ a 段目と a 段目より下のすべての段について、それぞれの段の 1 列目から b 列目までのマス目に、○を 1 個ずつ記入する。
- ・  のマス目に記入された○は 1 個につき 2 点、その他のマス目に記入された○は 1 個につき 1 点とし、マス目に記入された○の点数の合計を得点とする。

例えば、 $a=2$ 、 $b=3$ のとき、図2のように○が記入され、得点は10点となる。

(熊本県 2012 年度)

(1) $a=3$ 、 $b=3$ のときの得点を求めなさい。

(2) 得点が奇数となる確率を求めなさい。ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

解答欄

(1)	点
(2)	

解答

(1) 7 点

(2) $\frac{5}{16}$

【問 15】

図1のような、縦が 3 cm、横が 1 cm の長方形のタイルAと、1 辺が 2 cm の正方形のタイルBがたくさんある。雄太さんは、図2のように、タイルAを、重ならないようにすき間なく、1 枚ずつ横に並べていく。春子さんは、図3のように、タイルAとタイルBを、重ならないようにすき間なく、交互に横に並べていく。2 人が並べて作った図形について、タイルを n 枚並べたものを、それぞれ「 n 番目の図形」と呼ぶことにする。また、図2、図3の太線（——）はそれぞれの図形の周を表しており、表1は図形の周の長さについて、表2はタイルAの枚数について、2 人が 1 番目の図形から順にまとめたものである。

このとき、次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2012 年度）

図1

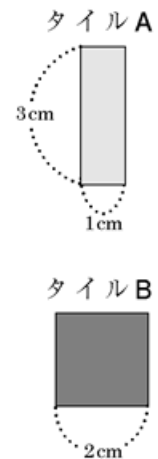


図2【雄太さんの並べ方】

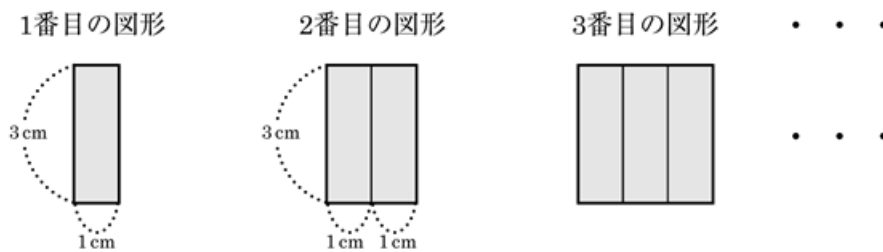


図3【春子さんの並べ方】

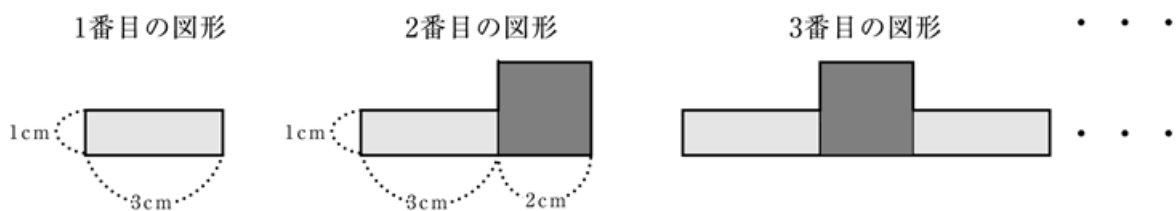


表1 【図形の周の長さについて】

図形の番号 (番目)	1	2	3	4	...
雄太さんが作った図形 (cm)	8	10	12	ア	...
春子さんが作った図形 (cm)	8	14	20	26	...

表2 【タイルAの枚数について】

図形の番号 (番目)	1	2	3	4	...
雄太さんが作った図形 (枚)	1	2	3	4	...
春子さんが作った図形 (枚)	1	1	2	イ	...

問1 表1のア、表2のイに当てはまる数を求めなさい。

問2 雄太さんと春子さんは、表1から、それぞれが作った1番目の図形の周の長さの和は16、2番目の図形の周の長さの和は24、3番目の図形の周の長さの和は32であることが分かった。このことから、それぞれが作った n 番目の図形の周の長さの和は8の倍数になると予想し、この予想が正しいことを次のように説明した。次の ウ , エ には n を使った式を入れ、オ には説明の続きを書いて、説明を完成しなさい。

〔説明〕

雄太さんが作った n 番目の図形の周の長さは (ウ) cm,

春子さんが作った n 番目の図形の周の長さは (エ) cm と表されるので,

オ

したがって、それぞれが作った n 番目の図形の周の長さの和は8の倍数になる。

問3 雄太さんが作った a 番目の図形と春子さんが作った b 番目の図形について、それぞれの図形の周の長さは等しかった。また、雄太さんが作った a 番目の図形に並べられたタイルAの枚数は、春子さんが作った b 番目の図形に並べられたタイルAの枚数の5倍より7枚多かった。このような a 、 b の値の組は2つある。その2つの組を求めなさい。

解答欄

問1	ア		イ	
問2	ウ		エ	
	オ			
問3	$a=$, $b=$		$a=$, $b=$	

解答

問1

ア 14

イ 2

問2

ウ $2n+6$

エ $6n+2$

オ

n 番目の図形の周の長さの和は

$$(2n+6)+(6n+2)=8n+8$$

$$=8(n+1)$$

$n+1$ は自然数だから $8(n+1)$ は 8 の倍数である。

問3

$$a=52, b=18$$

$$a=67, b=23$$

解説

問3

雄太さんの a 番目の図形の周の長さは $2a+6$ cm

タイル A の枚数は a 枚と表せる。

また春子さんの b 番目の図形の周の長さは $6b+2$ cm

タイル A の枚数は b が奇数のとき $\frac{b+1}{2}$ 枚, 偶数のとき $\frac{b}{2}$ 枚と表せる。

周の長さが等しいことから

$$2a+6=6b+2$$

整理して

$$a-3b=-2\cdots\textcircled{1}$$

タイルの枚数の関係より

$$b \text{ が奇数のとき } a=\frac{b+1}{2}\times 5+7$$

整理して

$$2a-5b=19\cdots\textcircled{2}$$

b が偶数のとき

$$a=\frac{b}{2}\times 5+7$$

整理して

$$2a-5b=14\cdots\textcircled{3}$$

①, ②を連立方程式として解くと

$$(a, b)=(67, 23)$$

①, ③を連立方程式として解くと

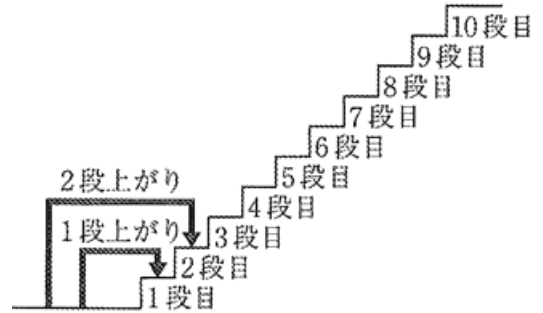
$$(a, b)=(52, 18)$$

【問 16】

右の図のように 10 段からなる階段がある。一步で 1 段上がる「1 段上がり」と一步で 2 段上がる「2 段上がり」の一方、または両方を用いて階段を昇る。

このとき、下の【会話】を読んで、 ア ~ エ に最も適する数を入れなさい。

(沖縄県 2012年度)



【会話】

先 生:この階段の昇り方が全部で何通りあるか考えてみよう。

翔さん:まず 1 段目までは、「1 段上がり」の 1 通りしかないね。

舞さん:2 段目までは、「1 段上がり」だけの昇り方と、「2 段上がり」の 2 通りがあるわ。

翔さん:じゃあ、3 段目までだったら、まず「1 段上がり」だけの昇り方がある。

そして、「1 段上がり」「2 段上がり」の順の昇り方と、「2 段上がり」「1 段上がり」の順の昇り方があるね。だから、3 段目までの昇り方は全部で ア 通りだ。

先 生:では、3 段目までを参考に、今度は 4 段目までを考えてみようか。

翔さん:4 段目までは、最初に「1 段上がり」をすると、それ以降は階段を 3 段目まで昇るのと同じだよ。

舞さん:じゃあ、最初に「2 段上がり」をしたら、それ以降は 2 段目まで昇るのと同じね。

翔さん:ということは、4 段目までの昇り方は、3 段目までの昇り方と 2 段目までの昇り方を合わせたものだ。だから、 イ 通りだ！

舞さん:同じように考えれば、5 段目までは全部で ウ 通りになりそうね。

先 生:そうだね。じつは昇り方には規則怪があるんだよ。これまでのことを表にまとめて考えていけば、10 段目までの昇り方が全部で何通りあるか分かるね。

段数 (段目)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
昇り方 (通り)	1	2								

翔・舞さん:分かった！10 段目までは全部で エ 通りだ！

解答欄

ア	通り
イ	通り
ウ	通り
エ	通り

解答

ア 3 通り

イ 5 通り

ウ 8 通り

エ 89 通り

解説

1 段のとき 1 通り

2 段のとき 2 通り

3 段のとき 3 通り

4 段のとき $3+2=5$ 通り

5 段のとき $5+3=8$ 通り

6 段のとき $8+5=13$ 通り

7 段のとき $13+8=21$ 通り

8 段のとき $21+13=34$ 通り

9 段のとき $34+21=55$ 通り

10 段のとき $55+34=89$ 通り