8. 規則性の問題 【2021 年度出題】

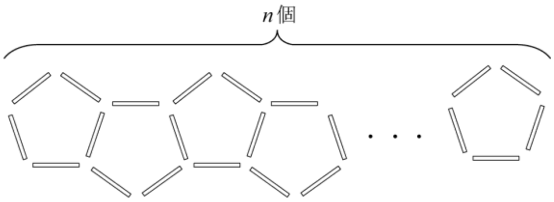
【問 1】

次の問いに答えなさい。

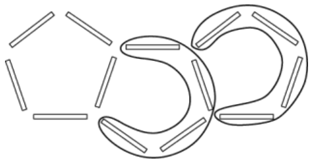
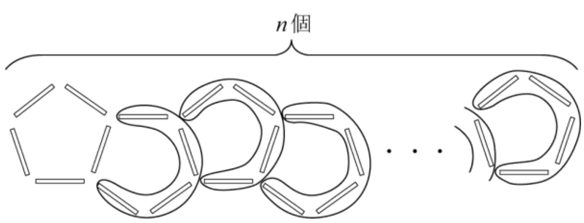
（北海道 2021 年度）

問１　太郎さんたちは，次の問題について考えています。

(問題)

> **図１**のように，同じ長さのストローを並べて，五角形を n 個つくるのに必要なストローの本数を，n を用いた式で表しなさい。
>
> 図１
>
> 
>

太郎さんはこの問題の考え方について，先生に確認しています。$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ に当てはまる数を，$\boxed{\text{エ}}$ に当てはまる式を，それぞれ書きなさい。

> 太郎さん　「**図１**を使って，ストローの本数を数えると，五角形を 1 個つくるのに必要なストローの本数は 5 本です。また，五角形を 2 個つくるのに必要なストローの本数は $\boxed{\text{ア}}$ 本，五角形を 3 個つくるのに必要なストローの本数は $\boxed{\text{イ}}$ 本です。」
>
> 先生　「そうですね。五角形が 1 個増えると，ストローの本数はどのように増えるのでしょうか。」
>
> 図２
>
> 
>
> 太郎さん　「**図２**のように，ストローを囲むと 1 つの囲みにストローが $\boxed{\text{ウ}}$ 本ずつあるので，五角形が 1 個増えると，ストローの本数は $\boxed{\text{ウ}}$ 本増えます。」
>
> 先生　「そうですね。では，五角形を n 個つくるのに必要なストローの本数を，n を使って表してみましょう。」
>
> 太郎さん　「**図２**と同じように考えて，ストローを囲むと，**図３**のようになります。
>
> 図３
>
> 
>
>
> 囲みの個数は，n を使って $\boxed{\text{エ}}$ 個と表すことができるので，五角形を n 個つくるのに必要なストローの本数を表す式は，$5+\boxed{\text{ウ}}\times(\boxed{\text{エ}})$ となります。」
>
> 先生　「そうですね。」

問２　**図４**は，２つの合同な正六角形を，１辺が重なるように並べて１つの図形にしたものです。**図５**のように，同じ長さのストローを並べて，**図４**の図形を n 個つくるのに必要なストローの本数を，n を用いた式で表しなさい。また，その考え方を説明しなさい。説明においては，図や表，式などを用いてもよい。

図４

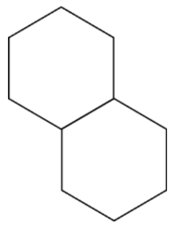
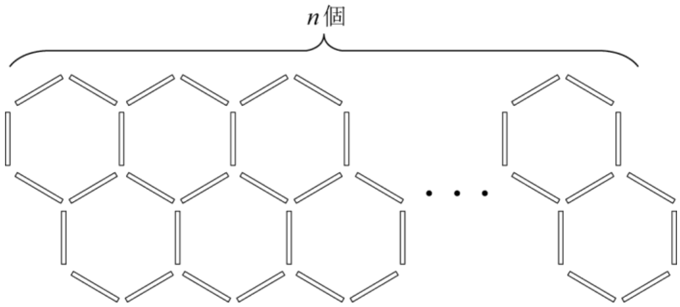


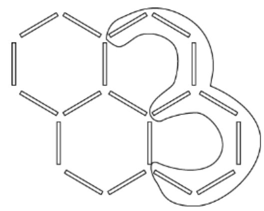
図５



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="4">問１</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td>エ</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td colspan="2">〔n を用いた式〕</td></tr>
<tr><td colspan="2">〔考え方〕</td></tr>
</table>

解答
問１
ア 9
イ 13
ウ 4
エ $n-1$
問２
〔n を用いた式〕
$11+8(n-1)$
〔考え方〕
図４にはストローが 11 本必要である。**図４**を n 個つくるとき，右の図のように 8 本ずつ囲むと，囲みの個数は $(n-1)$ 個である。
したがって，ストローの本数は
$11+8(n-1)$



解説
問１と同様な手順で考える。1 つめの図形をつくるのに必要なストローの本数が 11 本で，図形が 1 個増えると，ストローは 8 本増える。

【問２】

１から順に自然数が１つずつ書かれているカードがある。次の**表**のように，これらのカードを，書かれている数の小さい順に１行目の１列目から矢印に沿って並べていく。

（秋田県　2021 年度）

表

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目
1行目	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$	$\boxed{5}$
2行目	$\boxed{10}$	$\boxed{9}$	$\boxed{8}$	$\boxed{7}$	$\boxed{6}$
3行目					
4行目					
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

(1)　６行目の１列目のカードに書かれている数を求めなさい。

(2)　n 行目の３列目のカードに書かれている数を，n を用いた式で表しなさい。

解答欄

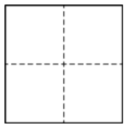
(1)	
(2)	

解答
(1) 30
(2) $5n-2$
解説
(1)
２行目の１列目は 10，４行目の１列目は 20 という規則性から，６行目の１列目は 30 であることが推測される。規則性だけで判断するのが不安であれば，実際に数えてみてもよいだろう。
(2)
３列目の数字に注目すると，3，8，13，18，…と，５ずつ大きくなる。また，１行目：$3=5\times\underline{1}-2$，２行目：$8=5\times\underline{2}-2$，３行目：$13=5\times\underline{3}-2$，４行目 $18=5\times\underline{4}-2$ と，５の倍数から２を引いた数となっている。よって，n 行目の３列目は，$5\times\underline{n}-2=5n-2$ と表すことができる。

【問３】

図１のような，４分割できる正方形のシートを25枚用いて，１から100までの数字が書かれたカードを作ることにした。そこで，**【作り方Ⅰ】**，**【作り方Ⅱ】**の２つの方法を考えた。

図１



【作り方Ⅰ】

図２のようにシートに数字を書き，図３のように１枚ずつシートを切ってカードを作る。

図２

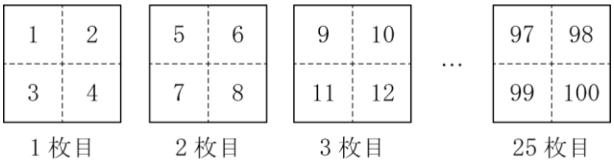
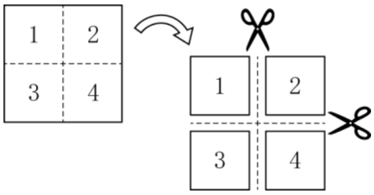


図３



【作り方Ⅱ】

図４のようにシートに数字を書き，図５のように１枚目から25枚目までを順に重ねて縦に切り，切った２つの束を重ね，横に切ってカードを作る。

図４

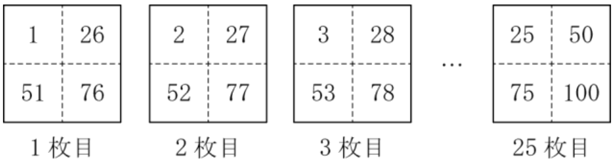
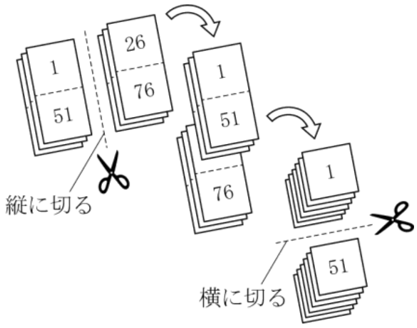


図５



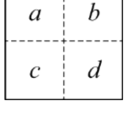
このとき，次の問１，問２，問３に答えなさい。

（栃木県 2021年度）

問１　**【作り方Ⅰ】**の７枚目のシートと**【作り方Ⅱ】**の７枚目のシートに書かれた数のうち，最も大きい数をそれぞれ答えなさい。

問２　**【作り方Ⅱ】**の x 枚目のシートに書かれた数を，図６のように a，b，c，d とする。$a+2b+3c+4d=ac$ が成り立つときの x の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

図６



問３　次の文の①，②に当てはまる式や数をそれぞれ求めなさい。

【作り方Ⅰ】の m 枚目のシートの４つの数の和と，**【作り方Ⅱ】**の n 枚目のシートの４つの数の和が等しくなるとき，n を m の式で表すと（　①　）となる。①を満たす m，n のうち，$m<n$ となる n の値をすべて求めると（　②　）である。ただし，m，n はそれぞれ25以下の正の整数とする。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問１</td><td colspan="2">【作り方Ⅰ】（　　　　　　　　　　）</td></tr>
<tr><td colspan="2">【作り方Ⅱ】（　　　　　　　　　　）</td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2">答え $\left(x= \qquad\qquad \right)$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問３</td><td>①</td><td>($n=$ 　　　　　　)</td></tr>
<tr><td>②</td><td>($n=$ 　　　　　　)</td></tr>
</table>

解答

問１

【作り方Ⅰ】　（　28　）

【作り方Ⅱ】　（　82　）

問２

$a=x$，$b=x+25$，$c=x+50$，$d=x+75$ と表される。

$a+2b+3c+4d=ac$ に代入して

$x+2(x+25)+3(x+50)+4(x+75)=x(x+50)$

$10x+500=x^2+50x$

$x^2+40x-500=0$

$(x+50)(x-10)=0$

$x=-50$，$x=10$

x は正の整数だから　$x=10$

答え $\left(\quad x=10 \quad\right)$

問３

①　(　$(n=)4m-39$　)

②　(　$(n=)17$，21，25　)

解説

問１

【作り方Ⅰ】において，各シートに書かれた数のうち，最も大きい数は，右下に書かれている。そこにのみ着目すると，1 枚目は 4，2 枚目は 8，3 枚目は 12，……となっているので，x 枚目では $4x$ となっていることがわかる。よって，7 枚目では $4\times7=28$

【作り方Ⅱ】において，各シートに書かれた数のうち，最も大きい数は，右下に書かれている。そこにのみ着目すると，1 枚目は 76，2 枚目は 77，3 枚目は 78，……となっているので，x 枚目では $x+75$ となっていることがわかる。よって，7 枚目では $7+75=82$

問２

【作り方Ⅱ】において，x 枚目のシートに書かれた数は，**図１**のようになる。

問３

【作り方Ⅰ】において，x 枚目のシートに書かれた数は，**図２**のようになる。

このことから，**【作り方Ⅰ】**の m 枚目のシートの 4 つの数の和は，

$4m-3+4m-2+4m-1+4m=16m-6$

また，**問２**より，**【作り方Ⅱ】**の n 枚目のシートの 4 つの数の和は，

$n+n+25+n+50+n+75=4n+150$

よって，$16m-6=4n+150 \quad\Rightarrow\quad n=4m-39$

$0<m<n\leqq25$ であることに注意して，この式を満たす自然数 m，n を考えると，

$(m,\ n)=(14,\ 17)$，$(15,\ 21)$，$(16,\ 25)$ の 3 組のみになる。

よって，$n=17$，21，25

図１

x	$x+25$
$x+50$	$x+75$

図２

$4x-3$	$4x-2$
$4x-1$	$4x$

【問 4】

下の**表**のように，連続する自然数を 1 から順に，次の**規則**にしたがって並べていく。

表

	A 列	B 列	C 列	D 列
1 段目	1	2	3	4
2 段目	6	7	8	5
3 段目	11	12	9	10
4 段目	16	13	14	15
5 段目	17	18	…	…
…				

規則

① 1 段目には，自然数 1，2，3，4 を A 列→B 列→C 列→D 列の順に並べる。

② 2 段目以降は，1 つ前の段に並べた自然数に続く，連続する 4 つの自然数を次の順に並べる。

1 つ前の段で最後に並べた自然数が

・D 列にあるときは，D 列→A 列→B 列→C 列の順

・C 列にあるときは，C 列→D 列→A 列→B 列の順

・B 列にあるときは，B 列→C 列→D 列→A 列の順

・A 列にあるときは，A 列→B 列→C 列→D 列の順

このとき，次の**問 1**～**問 3**に答えなさい。

（千葉県 2021 年度）

問 1　下の**説明**は，各段に並べた数について述べたものである。（ア），（イ）にあてはまる式を書きなさい。

説明

各段の最大の数は 4 の倍数となっていることから，n 段目の最大の数は n を用いて（ア）と表される。

したがって，n 段目の最小の数は n を用いて（イ）と表される。

問 2　m 段目の最小の数と，n 段目の 2 番目に大きい数の和が 4 の倍数となることを，m，n を用いて説明しなさい。

問 3　m，n を 20 未満の自然数とする。m 段目の最小の数と，n 段目の 2 番目に大きい数がともに B 列にあるとき，この 2 数の和が 12 の倍数となる m，n の値の組み合わせは何組あるか求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問１</td><td>（ア）</td><td></td></tr>
<tr><td>（イ）</td><td></td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="2">組</td></tr>
</table>

解答
問１
（ア）$4n$
（イ）$4n-3$
問２
m 段目の最小の数は $4m-3$,
n 段目の２番目に大きい数は $4n-1$ と表される。
この２数の和は,
$(4m-3)+(4n-1)=4m+4n-4$
$=4(m+n-1)$
$m+n-1$ は整数であるから,
$4(m+n-1)$ は４の倍数である。
したがって，m 段目の最小の数と,
n 段目の２番目に大きい数の和は,
４の倍数となる。
問３７　(組)
解説
問１
各段の最大の数と最小の数について，まずは具体例を挙げて考える。

段数		最大の数		最小の数
1段目		4		1
2段目		8		5
3段目	$\times 4$	12	-3	9
4段目		16		13
⋮		⋮		⋮
n段目		$4n$		$4n-3$

このように，段数と最大の数の関係を考えると，（最大の数）＝（段数）×4 であることがわかる。
また，最大の数と最小の数の関係を考えると，（最小の数）＝（最大の数）－3 であることがわかる。
よって，n 段目の最大の数は，$4n$，最小の数は，$4n-3$
問３
最小の数が B 列にあるのは，4，8，12，16，20，…段目と，（4 の倍数）段目であることがわかる。
よって，$m=4$，8，12，16
また，2 番目に大きい数が B 列にあるのは，2，6，10，14，18，22，…段目と，（4 で割ると 2 余る数）段目であることがわかる。よって，$n=2$，6，10，14，18
この m，n の値の中で，m 段目の最小の数と，n 段目の 2 番目に大きい数の和が 12 の倍数となるものを見つける。
m 段目の最小の数と，n 段目の 2 番目に大きい数の和は，**問２**より，$4(m+n-1)$であり，これが 12 の倍数となるには，$m+n-1$ が 3 の倍数であればよい。
$m=4$ のとき，$m+n-1$ が 3 の倍数となる n は，$n=6$，18
同様に，$m=8$ のとき，$n=2$，14，$m=12$ のとき，$n=10$，$m=16$ のとき，$n=6$，18
よって，m，n の値の組み合わせは 7 組。

【問 5】

S さんのクラスでは，先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

（東京都 2021 年度）

［先生が示した問題］

a を正の数，n を自然数とする。
右の**図１**のように，１辺の長さが $2a$ cm の正方形に，各辺の中点を結んでできた四角形を描いたタイルがある。正方形と描いた四角形で囲まれてできる，■ で示された部分の面積について考える。

図１のタイルが縦と横に n 枚ずつ正方形になるように，このタイルを並べて敷（し）き詰（つ）める。右の**図２**は，$n=2$ の場合を表している。

図１のタイルを縦と横に n 枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形で，■ で示される部分の面積を P cm^2 とする。
また，**図１**のタイルと同じ大きさのタイルを縦と横に n 枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形と同じ大きさの正方形で，各辺の中点を結んでできる四角形を描いた別のタイルを考える。右の**図３**は，$n=2$ の場合を表している。

図１と同様に，正方形と描いた四角形で囲まれてできる部分を ■ で示し，その面積を Q cm^2 とする。
$n=5$ のとき，P と Q をそれぞれ a を用いて表しなさい。

図１

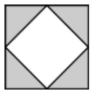


図２

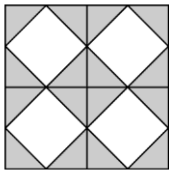
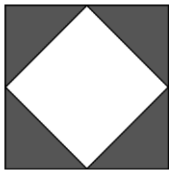


図３



問１　次の $\boxed{①}$ と $\boxed{②}$ に当てはまる式を，下の**ア**～**エ**のうちからそれぞれ選び，記号で答えよ。

［先生が示した問題］で，$n=5$ のとき，P と Q をそれぞれ a を用いて表すと，

P＝ $\boxed{①}$ ，Q＝ $\boxed{②}$ となる。

$\boxed{①}$　**ア**　$\dfrac{25}{2}a^2$　　**イ**　$50a^2$　　**ウ**　$75a^2$　　**エ**　$100a^2$

$\boxed{②}$　**ア**　$\dfrac{25}{2}a^2$　　**イ**　$25a^2$　　**ウ**　$50a^2$　　**エ**　$75a^2$

Sさんのグループは，［先生が示した問題］をもとにして，正方形のタイルの内部に描いた四角形を円に変え，正方形と描いた円で囲まれてできる部分の面積を求める問題を考えた。

［Sさんのグループが作った問題］

aを正の数，nを自然数とする。

右の**図4**のように，1辺の長さが$2a$ cmの正方形に，各辺に接する円を描いたタイルがある。正方形と描いた円で囲まれてできる，で示された部分の面積について考える。

図4のタイルが縦と横にn枚ずつ正方形になるように，このタイルを並べて敷き詰める。右の**図5**は，$n=2$の場合を表している。

図4のタイルを縦と横にn枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形で，で示される部分の面積をX cm^{2}とする。

また，**図4**のタイルと同じ大きさのタイルを縦と横にn枚ずつ並べ敷き詰めてできる正方形と同じ大きさの正方形で，各辺に接する円を描いた別のタイルを考える。右の**図6**は，$n=2$の場合を表している。

図4と同様に，正方形と描いた円で囲まれてできる部分をで示し，その面積をY cm^{2}とする。

図4のタイルが縦と横にn枚ずつ並ぶ正方形になるように，このタイルを敷き詰めて，正方形と円で囲まれてできる部分の面積X，Yをそれぞれ考えるとき，X＝Yとなることを確かめてみよう。

図4

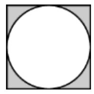


図5

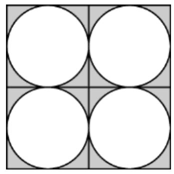
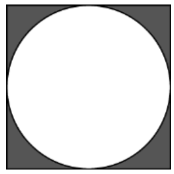


図6



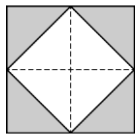
問2　［Sさんのグループが作った問題］で，X，Yをそれぞれa，nを用いた式で表し，X＝Yとなることを証明せよ。

ただし，円周率はπとする。

解答欄

問１	①	㋐　㋑　㋒　㋓
	②	㋐　㋑　㋒　㋓
問２	〔証明〕 X＝Y	

解答
問１
①イ
②ウ
問２
〔証明〕
１辺の長さが $2a$ cm の正方形の面積は $(2a)^2$ cm^2,
この正方形の各辺に接する円の面積は πa^2 cm^2 で,
タイルが n^2 枚あるから,
$X=\{(2a)^2-\pi a^2\}\times n^2$
$=(4a^2-\pi a^2)\times n^2$
$=(4-\pi)a^2n^2$ … (1)
タイルを縦と横に n 枚ずつ並べてできる正方形と同じ大きさの正方形の１辺の長さは $2an$ cm，この正方形の各辺に接する円の半径は an cm であるから,
$Y=(2an)^2-\pi\times(an)^2$
$=4a^2n^2-\pi a^2n^2$
$=(4-\pi)a^2n^2$ … (2)
(1)，(2)より,
$(X=Y)$
解説
問１
問題文中の**図１**のタイルの色で塗られた部分の面積は，タイルの面積の半分だから,



$(2a)^2\times\dfrac{1}{2}=2a^2(\text{cm}^2)$
よって，$n=5$ のとき，そのタイルが $5\times5=25$(枚) あるから,
$P=2a^2\times25=50a^2(\text{cm}^2)$
同様に，問題文中の**図３**のタイルの色で塗られた部分の面積も，タイルの面積の半分だから,
$n=5$ のとき，$Q=(10a)^2\times\dfrac{1}{2}=50a^2(\text{cm}^2)$

【問 6】

下の図のように，1 から 10 の数が書かれたカードを，次の手順にしたがって並べていく。

手順

・1 段目は 1 枚，2 段目は 3 枚，3 段目は 5 枚，…とする。

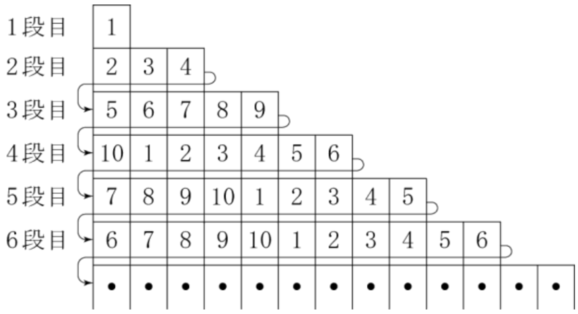
・カードに書かれた数が 1，2，…，10，1，2，…，10，…となるように繰り返し並べる。

・1 段目は 1 の数が書かれたカードとし，2 段目以降は左端から右端へ並べ，右端に並べたら，矢印のように次の段の左端から並べるものとする。

このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県 2021 年度）

問１　1 段目から 7 段目の右端までのカードは全部で何枚あるか求めなさい。
また，7 段目の右端のカードに書かれた数を求めなさい。



問２　**段の右端に並ぶ 6 の数が書かれたカードだけ考える**と，1 回目に 6 の数が書かれたカードが並ぶのは 4 段目であり，2 回目に並ぶのは 6 段目である。
3 回目に並ぶのは何段目か求めなさい。

問３　カードに書かれた 1 から 10 の数のうち，段の右端に並ばない数を**すべて**答えなさい。

解答欄

問１	枚
	カードに書かれた数
問２	段目
問３	

解答
問１
49　枚
カードに書かれた数９
問２14　段目
問３2，３，７，８
解説
問１
1 段目から 7 段目までに並ぶカードについてまとめると，右の表のようになる。
1 段目から 7 段目の右端までのカードの枚数は，49 枚。
また，カードに書かれた数は，10 枚並べるごとに 1 に戻るので，並べた枚数が 10 の倍数のときは 10，10 でわってあまりがあるときはあまりの数と同じになる。
よって，49 枚目のカードに書かれた数は，49÷10＝4 あまり 9 より，9。

段	段に並ぶカードの枚数	1 段目から段の右端までのカードの枚数	右端のカードに書かれた数
1 段目	1	1	1
2 段目	3	4	4
3 段目	5	9	9
4 段目	7	16	6
5 段目	9	25	5
6 段目	11	36	6
7 段目	13	49	9

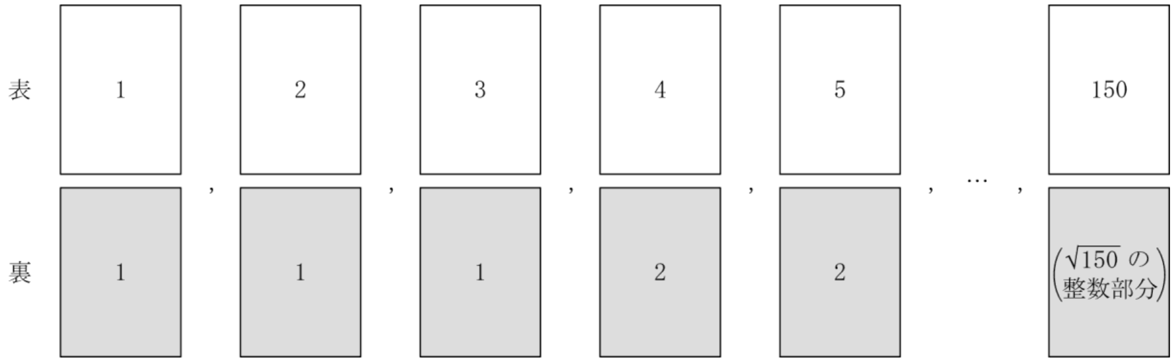
問２
n 段目の右端のカードは 1 段目から数えて n^2 枚目のカードであるから，書かれた数が 6 となるのは，n^2 を 10 でわったあまりが 6 になるときである。
n の一の位の数と n^2 の一の位の数の関係は右の表のようになるので，n^2 を 10 でわったあまりが 6 になるのは，n の一の位の数が 4，6 のときである。
よって，3 回目に 6 の数が書かれたカードが右端に並ぶのは，14 段目である。

$n \to n^2$	$n \to n^2$
$1 \to 1$	$6 \to 6$
$2 \to 4$	$7 \to 9$
$3 \to 9$	$8 \to 4$
$4 \to 6$	$9 \to 1$
$5 \to 5$	$0 \to 0$

問３
右の表より，右端に並ぶカードに書かれた数は，1，4，5，6，9，10 のどれかである。よって，並ばない数は，2，3，7，8。

【問 7】

150 枚のカードがある。これらのカードは下の図のように，表には，1 から 150 までの自然数が 1 つずつ書いてあり，裏には，表の数の，正の平方根の整数部分が書いてある。

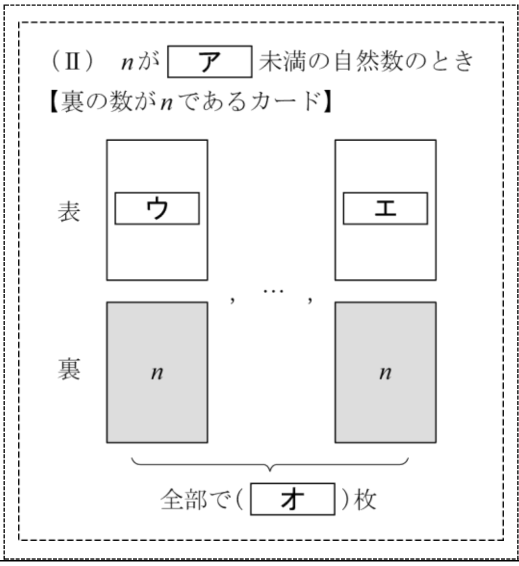


次の問１～問４に答えなさい。

（岐阜県 2021 年度）

問１　表の数が 10 であるカードの裏の数を求めなさい。

問２　次の文章は，裏の数が n であるカードの枚数について，花子さんが考えたことをまとめたものである。**ア**，**イ**には数を，**ウ**～**オ**には n を使った式を，それぞれ当てはまるように書きなさい。

> 表の数が 150 であるカードの裏の数は $\boxed{\text{ア}}$ であるので，裏の数 n は $\boxed{\text{ア}}$ 以下の自然数になる。
>
> (Ⅰ)　n が $\boxed{\text{ア}}$ のとき
>
> 裏の数が $\boxed{\text{ア}}$ であるカードは，全部で $\boxed{\text{イ}}$ 枚ある。
>
> (Ⅱ)　n が $\boxed{\text{ア}}$ 未満の自然数のとき
>
> 裏の数が n であるカードの表の数のうち，最も小さい数は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，最も大きい数は $\boxed{\text{エ}}$ である。
>
> よって，裏の数が n であるカードは，全部で ($\boxed{\text{オ}}$) 枚ある。
>
> 
>

問３　裏の数が 9 であるカードは全部で何枚あるかを求めなさい。

問４　150 枚のカードの裏の数を全てかけ合わせた数を P とする。P を 3^m で割った数が整数になるとき，m に当てはまる自然数のうちで最も大きい数を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="5">問２</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td>エ</td><td></td></tr>
<tr><td>オ</td><td></td></tr>
<tr><td>問３</td><td colspan="2">枚</td></tr>
<tr><td>問４</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

解答
問１ 3
問２
ア 12
イ 7
ウ n^2
エ n^2+2n
オ $2n+1$
問３ 19　(枚)
問４ 65
解説
問１
$3<\sqrt{10}<4$ より，3
問２
ア　表の数が 150 であるカードの裏の数は，$12<\sqrt{150}<13$ より，12 である。
イ　裏に 12 が書かれているカードの中で，表に書かれている数が最小なのは，$12^2=144$ である。よって，裏に 12 が書かれているカードの枚数は，$150-144+1=7$(枚)
ウ　**イ**と同様に，裏に n が書かれているカードの中で，表に書かれている数が最小なのは，n^2 である。
エ　**ウ**と同様に，裏に $n+1$ が書かれているカードの中で，表に書かれている数が最小なのは，
$(n+1)^2=n^2+2n+1$ だから，その 1 つ前の数が，裏に n が書かれているカードの中で，表に書かれている数が最大のものである。よって，$n^2+2n+1-1=n^2+2n$
オ　**ウ**，**エ**より，裏に n が書かれているカードの枚数は，$n^2+2n-n^2+1=2n+1$(枚)
問３
問２の**オ**より，$n=9$ を代入すると，$2n+1=19$(枚)
問４
P を 3^m で割った数が整数になるような最大の自然数 m は，P を素因数分解したときに素因数 3 が何個かけられているかでわかる。$P=1^3\times2^5\times3^7\times4^9\times\cdots\cdots$ と考えていき，素因数 3 に関係するものだけを取り出すと，$3^7\times6^{13}\times9^{19}\times12^7$ となる。**問２**の**ア**より，裏に 12 が書かれているカードの枚数が 7 枚であることと，$9=3^2$ であることに注意すると，素因数 3 は，$7+13+19\times2+7=65$(個)かけられている。よって，$m=65$

【問 8】

次の文章は，連続する 2 つの自然数の間にある，分母が 5 で分子が自然数である分数の和について述べたものである。

文章中の $\boxed{\text{Ⅰ}}$ ，$\boxed{\text{Ⅱ}}$ ，$\boxed{\text{Ⅲ}}$ にあてはまる数をそれぞれ書きなさい。また，$\boxed{\text{Ⅳ}}$ にあてはまる式を書きなさい。

（愛知県 B 2021 年度）

> 1 から 2 までの間にある分数の和は $\frac{6}{5}+\frac{7}{5}+\frac{8}{5}+\frac{9}{5}=6$
>
> 2 から 3 までの間にある分数の和は $\boxed{\text{Ⅰ}}$
>
> 3 から 4 までの間にある分数の和は $\boxed{\text{Ⅱ}}$
>
> 4 から 5 までの間にある分数の和は $\boxed{\text{Ⅲ}}$
>
> また，n が自然数のとき，n から $n+1$ までの間にある分数の和は $\boxed{\text{Ⅳ}}$ である。

解答欄

Ⅰ	
Ⅱ	
Ⅲ	
Ⅳ	

解答

Ⅰ 10

Ⅱ 14

Ⅲ 18

Ⅳ $4n+2$

解説

2 から 3 までの間にある，分母が 5 で分子が自然数である分数の和は，$\frac{11}{5}+\frac{12}{5}+\frac{13}{5}+\frac{14}{5}=10$

3 から 4 までの間にある分数の和は，$\frac{16}{5}+\frac{17}{5}+\frac{18}{5}+\frac{19}{5}=14$

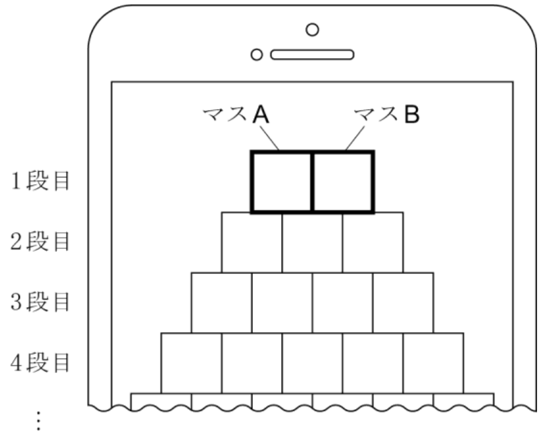
4 から 5 までの間にある分数の和は，$\frac{21}{5}+\frac{22}{5}+\frac{23}{5}+\frac{24}{5}=18$

以上のことから，n から $n+1$ までの間にある分数の和は，$4n+2$ と推測できる。

【問 9】

プログラミング教室で，規則的に数を表示するプログラムをつくった。右の**図１**は，スマートフォンでこのプログラムを実行すると，初めに表示される画面の一部を表している。上の段から順に１段目，２段目，３段目，…とし，１段目には２個，２段目には３個，３段目には４個，…というように，n 段目には $(n+1)$ 個の正方形のマスが，左右対称となるように表示されている。１段目の左のマスをマスＡ，１段目の右のマスをマスＢとする。マスＡとマスＢに数をそれぞれ入力すると，次の〈**規則**〉に従って，２段目以降のマスに数が表示される。

図１



〈規則〉

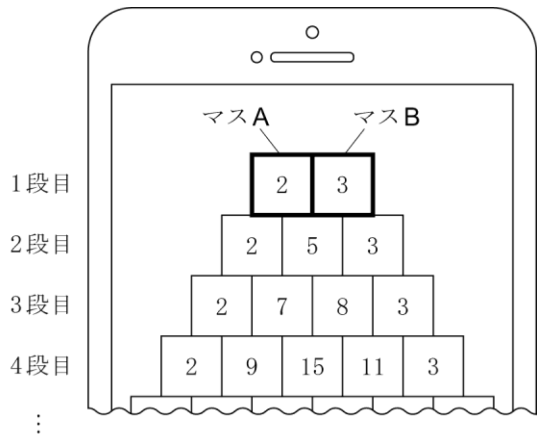
- ２段目以降の左端のマスには，マスＡに入力した数と同じ数が表示される。
- ２段目以降の右端のマスには，マスＢに入力した数と同じ数が表示される。
- 同じ段の隣り合う２つのマスに表示されている数の和が，その両方が接している１つ下の段のマスに表示される。

右の**図２**のように，たとえば，マスＡに２，マスＢに３を入力すると，４段目の左から３番目のマスには，３段目の左から２番目のマスに表示されている７と，３段目の左から３番目のマスに表示されている８の和である 15 が表示される。

このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。ただし，すべてのマスにおいて，マスに表示された数字を画面上で確認することができるものとする。

（京都府 2021 年度　前期）

図２



問１　マスＡに３，マスＢに４を入力すると，４段目の左から２番目のマスに表示される数を求めよ。

問２　３段目の左から２番目のマスに 32，３段目の左から３番目のマスに－８が表示されているとき，マスＡに入力した数と，マスＢに入力した数をそれぞれ求めよ。

問３　マスＡに 22，マスＢに－２を入力したとき，m 段目の左から m 番目のマスに表示されている数の２乗が，$2m$ 段目の左から２番目のマスに表示されている数と一致した。このときの m の値を**すべて**求めよ。

解答欄

問１	
問２	マスＡに入力した数
	マスＢに入力した数
問３	$m=$

解答

問１ 13

問２

マスＡに入力した数 24

マスＢに入力した数 -16

問３ (m＝)　5，30

解説

問１

表示結果は**図１**のようになる。

問２

マスＡに入力した数を x，マスＢに入力した数を y とすると，表示結果は**図２**のようになる。

よって，$2x+y=32$，$x+2y=-8$ を解いて，$x=24$，$y=-16$

問３

表示結果は**図３**のようになる。

各段の右から２番目の数に着目すると，１段目は 22, ２段目は 20, ３段目は 18, ４段目は 16, ……と変化している。段が１つ進むごとに２ずつ数が減っていることがわかるので, m 段目の右から２段目の数は，$-2(m-1)+22=-2m+24$ と表せることがわかる。

また, 各段の左から２番目の数に着目すると，１段目は -2，２段目は 20，３段目は 42，４段目は 64，……と変化している。段が１つ進むごとに 22 ずつ数が増えていることがわかるので，m 段目の左から２段目の数は，$22(m-1)-2=22m-24$ と表せることがわかる。

よって，$(-2m+24)^2=22\times 2m-24$，$4m^2-96m+576=44m-24$，$m^2-35m+150=0$

$(m-5)(m-30)=0$，$m=5$，30

図１

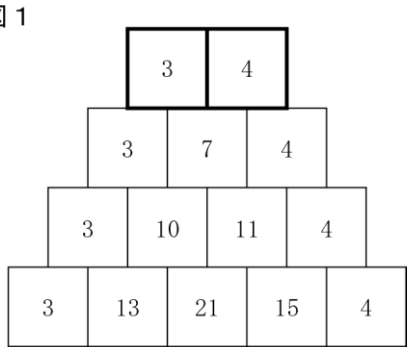


図２

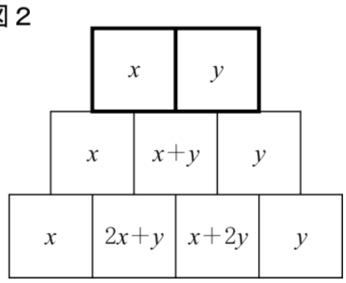
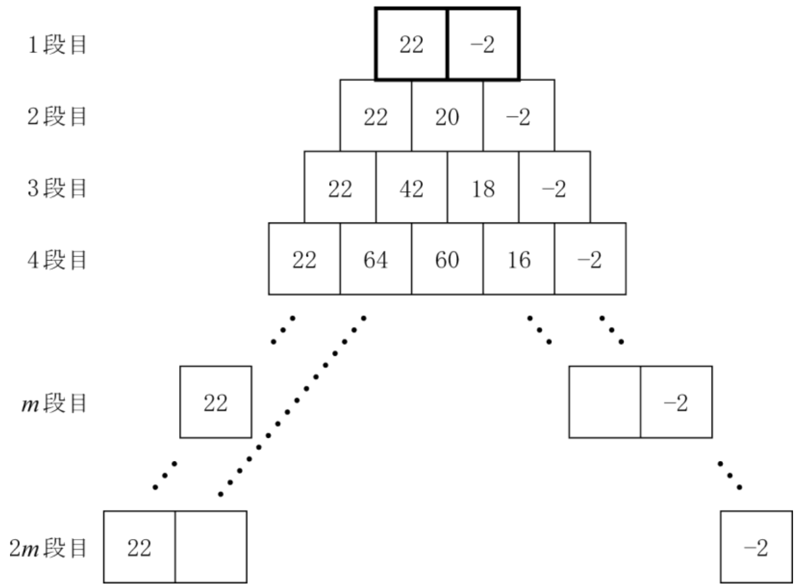


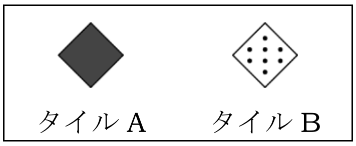
図３



【問 10】

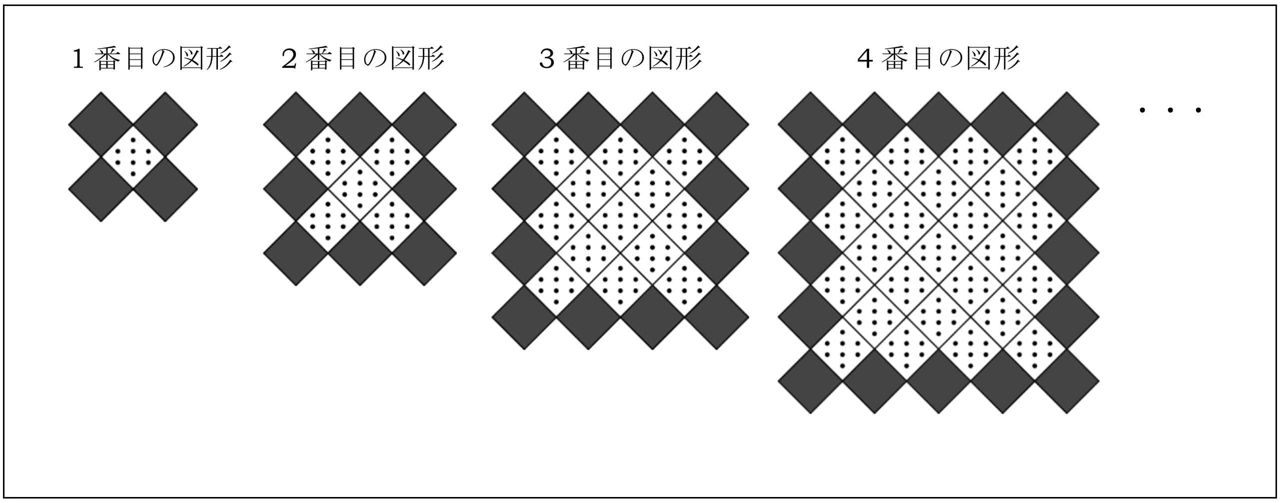
右の**図１**のような，タイルＡとタイルＢが，それぞれたくさんある。タイルＡとタイルＢを，次の**図２**のように，すき間なく規則的に並べたものを，１番目の図形，２番目の図形，３番目の図形，…とする。

図１



たとえば，２番目の図形において，タイルＡは８枚，タイルＢは５枚である。

図２



このとき，次の**問１**～**問３**に答えよ。

（京都府 2021 年度 中期）

問１　５番目の図形について，タイルＡの枚数を求めよ。

問２　９番目の図形について，タイルＢの枚数を求めよ。

問３　タイルＡの枚数がタイルＢの枚数よりちょうど 1009 枚少なくなるのは，何番目の図形か求めよ。

解答欄

問１	枚
問２	枚
問３	番目の図形

解答
問１20　枚
問２145　枚
問３24　番目の図形
解説
問１
タイルＡの枚数の増え方に注目すると，１番目の図形では４枚，２番目の図形では８枚，３番目の図形では12枚，４番目の図形では16枚，……というように，n番目の図形では$4n$(枚)となることがわかる。よって，５番目の図形では$4\times5=20$(枚)
問２
４番目の図形におけるタイルＢの枚数について，数え方を工夫してみる。**図１**と**図２**のように，
$4\times4=16$(枚)と，$3\times3=9$(枚)とに分けて数えることができることに注目すると，n番目の図形におけるタイルＢの枚数は，$n^2+(n-1)^2$(枚)となることがわかる。
よって，９番目の図形では，$9^2+8^2=145$(枚)

図１

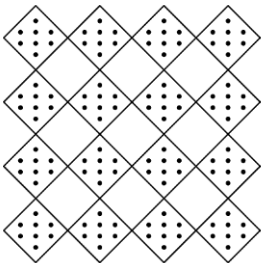
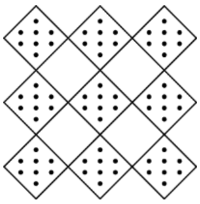


図２



問３
問１，**問２**より，n番目の図形におけるタイルＡとタイルＢの枚数がそれぞれ，$4n$枚，
$\{n^2+(n-1)^2\}$枚と表せることがわかったので，
$n^2+(n-1)^2-4n=1009 \Rightarrow n^2-3n-504=0 \Rightarrow (n-24)(n+21)=0 \Rightarrow n>0$より，$n=24$
よって，24番目の図形。

【問 11】

正夫さんと和歌子さんは，1 辺の長さが 1 cm の正方形の白と黒のタイルを規則的に並べていった。

タイルの並べ方は，**図 1** のように，まず 1 番目として白タイルを 1 枚置き，1 段目とする。

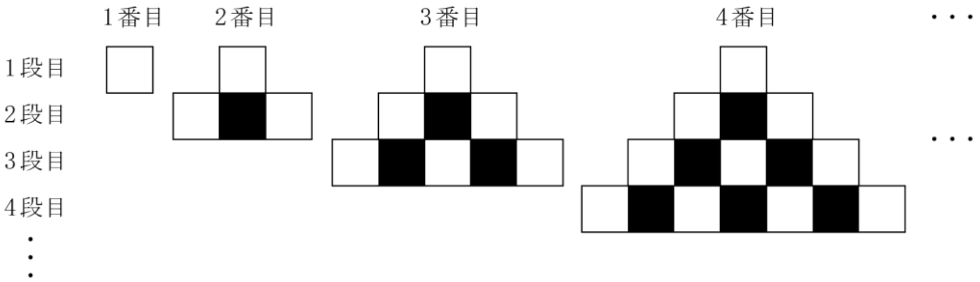
2 番目は，1 番目のタイルの下に 2 段目として，左側から白と黒のタイルが交互になるように，白タイルを 2 枚，黒タイルを 1 枚置く。3 番目は，2 段目のタイルの下に 3 段目として，左側から白と黒のタイルが交互になるように，白タイルを 3 枚，黒タイルを 2 枚置く。

このように，1 つ前に並べたタイルの下に，左側から白と黒のタイルが交互になるように，段と同じ数の枚数の白タイルと，その白タイルの枚数より 1 枚少ない枚数の黒タイルを置いていく。

下の**問 1**，**問 2** に答えなさい。

（和歌山県 2021 年度）

図 1



問 1　次の**表 1** は，上の規則に従って並べたときの順番と，タイルの枚数についてまとめたものである。

下の(1)，(2)に答えなさい。

表 1

順番(番目)	1	2	3	4	5	6	7	8	…	n	…
白タイルの枚数(枚)	1	3	6	10	15	$\boxed{ア}$	＊	＊	…	x	…
黒タイルの枚数(枚)	0	1	3	6	10	＊	＊	$\boxed{イ}$	…	＊	…
タイルの合計枚数(枚)	1	4	9	16	25	＊	＊	＊	…	＊	…

＊は，あてはまる数や式を省略したことを表している。

(1)　**表 1** 中の $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ にあてはまる数をかきなさい。

(2)　正夫さんは，n 番目の白タイルの枚数を n の式で表すことを考えた。次の文は，正夫さんの考え方をまとめたものである。正夫さんは，どのような考え方で n 番目の白タイルの枚数を n の式で表したのか，その考え方の続きを解答欄の $\boxed{}$ にかき，完成させなさい。

表１において，各順番の白タイルの枚数から黒タイルの枚数をひくと，各順番の黒タイルの枚数は白タイルの枚数より，順番の数だけ少ないことから，n 番目の白タイルの枚数を x 枚とおくと，黒タイルの枚数は $(x-n)$ 枚と表すことができる。

また，各順番のタイルの合計枚数は，1，4，9，16，25 となり，それぞれ 1^2，2^2，3^2，4^2，5^2 と表すことができる。このことから，n 番目のタイルの合計枚数を，n の式で表すと，

n 番目の白タイルの枚数＿＿＿＿＿＿＿枚

問２　和歌子さんは，図１で並べた各順番のタイルを１つの図形と見て，それらの図形の周の長さを調べた。

次の表２は，各順番における図形の周の長さについてまとめたものである。

下の(1)，(2)に答えなさい。

表２

順番（番目）	1	2	3	4		…	☆	★		…
周の長さ（cm）	4	10	16	22		…	a	b		…

表２中の☆，★は，連続する２つの順番を表している。

(1)　表２中の a，b の関係を等式で表しなさい。

(2)　和歌子さんは，順番が大きくなったときの，図形の周の長さを求めるために，5 番目の図形を例に，下のような方法を考えた。

和歌子さんの考え方を参考にして，50 番目の図形の周の長さは何 cm になるか，求めなさい。

〈和歌子さんが考えた方法〉

図２のように，5 番目の図形で， で示したそれぞれのタイルの縦の辺を，左矢印 と右矢印 に従って，5 段目の の延長線上にそれぞれ移動させる。

また，**図３**のように，各段の で示したそれぞれのタイルの横の辺を，上矢印 に従って，1 段目の の延長線上に移動させる。

このように考えると，**図４**のように，もとの図形の周の長さとその図形を囲む長方形の周の長さは等しいことがわかる。

この考え方を使うと，どの順番の図形の周の長さも，その図形を囲む長方形の周の長さと同じであることがわかる。

図２

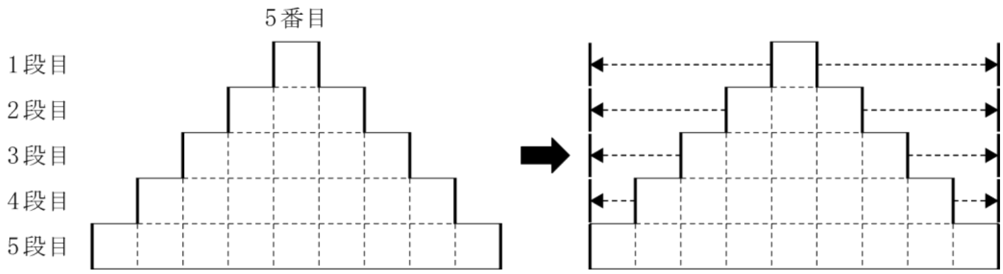


図３

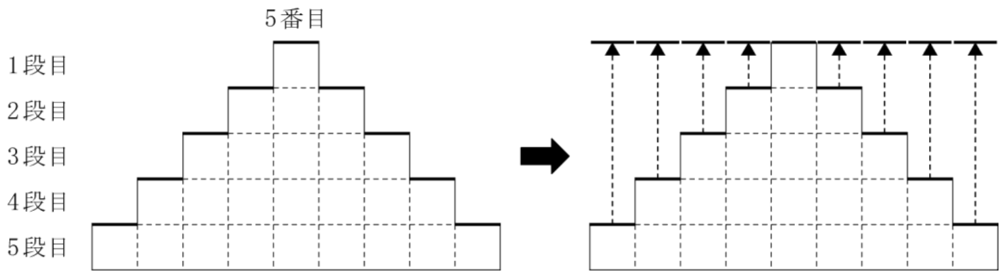
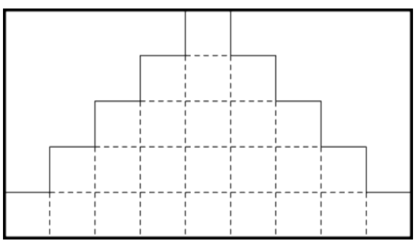


図４



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問１</td><td rowspan="2">(1)</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">n 番目の白タイルの枚数　　　　　枚</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">cm</td></tr>
</table>

解答

問１

(1)

ア 21

イ 28

(2)

n^2 枚になる。

よって，$x+(x-n)=n^2$

$2x=n^2+n$

$x=\dfrac{n^2+n}{2}$

n 番目の白タイルの枚数　$\dfrac{n^2+n}{2}$　枚

問２

(1) $a+6=b$

(2) 298　(cm)

解説

問１

(1)

白タイルの枚数について，**図１**のように，タイルの枚数の増え幅が 1 ずつ増えていくという規則性が見つかる。

図１

$$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+4} 10 \xrightarrow{+5} 15 \xrightarrow{+6} \cdots\cdots$$

よって，6 番目の白タイルの枚数は，15＋6＝21(枚)である。

また，黒タイルの枚数についても，同様の規則性が見つかるので，6 番目は，10＋5＝15(枚)，7 番目は，15＋6＝21(枚)，8 番目は，21＋7＝28(枚)である。

問２

(1)

周の長さは 6cm ずつ増えているので，$a+6=b$

(2)

図形を囲む長方形の縦の長さと横の長さについて，規則性を見つけよう。

長方形の縦の長さと横の長さの変化を表に表すと，**表１**のようになる。

表１

順番 (番目)	1	2	3	4	5	…	n
縦の長さ (cm)	1	2	3	4	5	…	n
横の長さ (cm)	1	3	5	7	9	…	$2n-1$

縦の長さは，順番と同じ数字になっているので，n 番目の長さは n cm である。

横の長さは，順番の数字に 2 をかけて 1 をひいた数になっているので，n 番目の長さは $(2n-1)$ cm である。

よって，n 番目の図形の周の長さは，$2n+2(2n-1)=6n-2$(cm)

したがって，50 番目の図形の周の長さは，6×50－2＝298(cm)

【問 12】

1，4，7，10，13，16，…のように1から3ずつ増える整数を**図**のように並べていく。下の(1)，(2)に答えなさい。

（島根県 2021年度）

図

	1列目	2列目	3列目	4列目	5列目
1行目	1	4	7	10	13
2行目	16	19	22	25	28
3行目	31	34	37	40	43
⋮	…	…	…	…	…

(1) 太郎さんは，**図**の2行目の5つの数の和を計算し，

$16+19+22+25+28=110=5\times22$

となった結果から，次のことが成り立つと**予想**した。

予想　**「各行の5つの数の和は，その行の3列目の数の5倍である。」**

このことを，花子さんが，次のように説明した。$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ に適する式を書きなさい。また，$\boxed{\text{ウ}}$ にその説明の続きを書き，**説明**を完成させなさい。

説明

ある行の1列目の整数を n とすると，5つの数は小さい順に

n，$\boxed{\text{ア}}$，$n+6$，$n+9$，$\boxed{\text{イ}}$

と表せるわね。だから，

$\boxed{\text{ウ}}$

したがって，

「各行の5つの数の和は，その行の3列目の数の5倍である。」

という予想は正しそうね。

(2) 20行目の5つの数の和を求めなさい。

解答欄

(1)	ア	
	イ	
	ウ	
(2)		

解答
(1)
ア $n+3$
イ $n+12$
ウ
この 5 つの数の和を計算すると
$n+(n+3)+(n+6)+(n+9)+(n+12)$
$=5n+30$
$=5(n+6)$
となり，3 列目の数 $n+6$ の 5 倍である。
(2) 1460
解説
(2)
20 行目の 5 つの数の和は，(1) より，その行の 3 列目の数の 5 倍だから，20 行目の 3 列目の数がわかれば，その和を求めることができる。
各行の 3 列目の数に注目すると，7，22，37，……と 15 ずつ増えていることから，m 行目の 3 列目の数は，$15m-8$ であることがわかる。よって，20 行目の 3 列目の数は，$15\times20-8=292$
したがって，20 行目の 5 つの数の和は，$292\times5=1460$

【問 13】

下の**図１**のような，１面だけ黒く塗られた，１辺の長さが１ cm の立方体がたくさんある。この立方体を，黒く塗られた面をすべて上にして，すきまなく組み合わせ，いろいろな形の四角柱をつくる。たとえば，下の**図２**の四角柱は，**図１**の立方体をそれぞれ３個，４個，６個，27 個組み合わせたものである。

図１

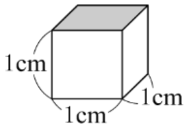
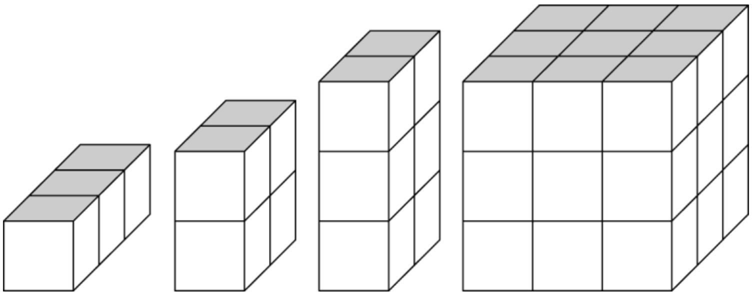


図２



このとき，高さが等しく，上の面の黒い長方形が合同な四角柱は，同じ形の四角柱だとみなす。たとえば，下の**図３**の２つの四角柱は，高さが２ cm で等しく，上の面の黒い長方形が合同であるから，同じ形の四角柱だとみなす。したがって，**図１**の立方体を４個組み合わせた四角柱をつくるとき，下の**図４**のように，異なる形の四角柱は，全部で４通りできる。

図３

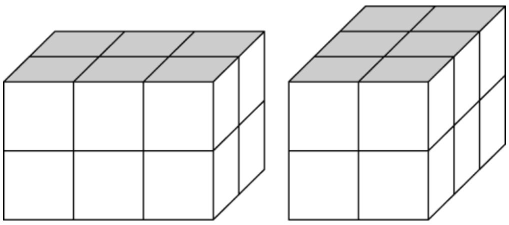
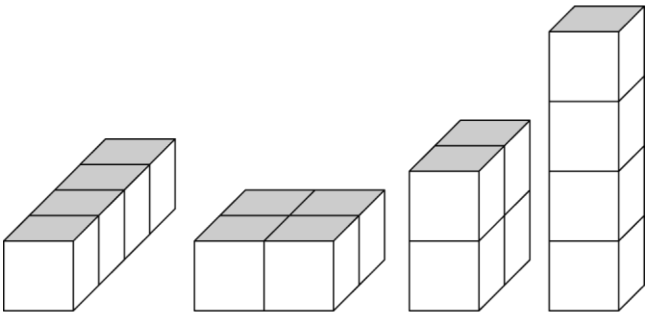


図４



下の表は，**図１**の立方体を n 個組み合わせた四角柱をつくるとき，異なる形の四角柱が全部で m 通りできるとして，n と m の値をまとめようとしたものである。

四角柱をつくるために組み合わせた**図１**の立方体の数 n (個)	2	3	4	5	6	7	8	9	…
異なる形の四角柱の数 m (通り)	2	2	4	2	p	2	6	4	…

これについて，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

（香川県 2021 年度）

(1)　表中の p の値を求めよ。

(2)　$m=4$ となる n のうち，２けたの数を１つ求めよ。

解答欄

(1)	p＝
(2)	

解答

(1)p＝5

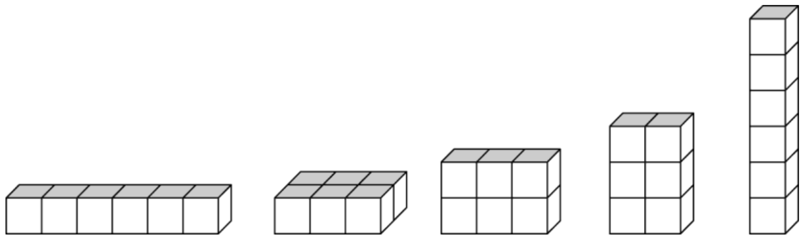
(2)25，49 から 1 つ

解説

(1)

1 辺の長さが 1cm の立方体を 6 個使ってつくることができる四角柱は，**図 1** のような 5 通り。

図 1



(2)

m＝4 となる n を考える上で，問題文中の表を利用しよう。表中で m＝4 となるのは，n＝4，9 のときであるから，n が平方数のときに m＝4 となるのではないかという推測できる。

n＝16 のとき，高さが 1cm の四角柱は，底面の長方形の縦と横の長さが，それぞれ 1cm と 16cm，2cm と 8cm，4cm と 4cm の 3 通り，高さが 2cm の四角柱は，底面の長方形の縦と横の長さが，それぞれ 1cm と 8cm，2cm と 4cm の 2 通りなので，この時点で m の値は 4 を超えるため，不適。

n＝25 のとき，高さが 1cm の四角柱は，底面の長方形の縦と横の長さが，それぞれ 1cm と 25cm，5cm と 5cm の 2 通り，高さが 5cm の四角柱は，底面の長方形の縦と横の長さが，それぞれ 1cm と 5cm の 1 通り，高さが 25cm の四角柱は，底面の長方形の縦と横の長さが，それぞれ 1cm と 1cm の 1 通りなので，m＝4 となる。

なお，n が平方数のときに m＝4 となると推測したが，n＝16 のとき，$m \neq 4$ だったからそれは誤りで，正しくは，n が素数の平方であるときに m＝4 となる。n をある素数 p を用いて，$n = p^2$ と表すと，高さが 1cm の四角柱は，底面の長方形の縦と横の長さが，それぞれ 1cm と p^2 cm，p cm と p cm の 2 通り，高さが p cm の四角柱は，底面の長方形の縦と横の長さが，それぞれ 1cm と p cm の 1 通り，高さが p^2 cm の四角柱は，底面の長方形の縦と横の長さが，それぞれ 1cm と 1cm の 1 通りなので，m＝4 となる。

【問 14】

次の会話文は，太郎さんが，夏休みの自由研究で作ったロボットについて，花子さんと話をしたときのものである。

太郎さん：このロボットは，リモコンのボタンを 1 回押すと，まっすぐ 10 cm 進み，その位置で，進んだ方向に対して，右回りに $x°$ だけ回転し，次に進む方向を向いて止まるよ。止まるたびにボタンを押すと，ロボットは同じ動きを繰り返して，やがてスタート位置に戻ってくるよ。また，このロボットにはペンが付いていて，進んだ跡が残るよ。スタート位置に戻ってきたら，その後はボタンを押さず，進んだ跡を見てみるよ。最初に，x の値を 0 より大きく 180 より小さい範囲の整数から 1 つ決め，ロボットをスタートさせるよ。

花子さん：面白そうね。 x の値を 60 にしてボタンを押してみるよ。

(ボタンを合計 6 回押すと，ロボットはスタート位置に戻り，**図１**のような跡を残した。)

花子さん：すごいね。進んだ跡は正六角形になったよ。x の値を変えると，いろいろな跡が残りそうね。

太郎さん：そうなんだよ。正四角形，つまり正方形になるには，x の値を 90 にして，ボタンを合計 $\boxed{\text{ア}}$ 回押せばいいし，正三角形になるには，x の値を $\boxed{\text{イ}}$ にして，ボタンを合計 3 回押せばいいよ。

花子さん：本当だ。それなら，正五角形になるには…。分かった。x の値を $\boxed{\text{ウ}}$ にして，ボタンを合計 5 回押せばいいのよ。

太郎さん：確かに正五角形になるね。よし，今度は x の値を $\boxed{\text{エ}}$ にして，ボタンを合計 5 回押してみるよ。

(ロボットは**図２**のような跡を残した。)

花子さん：不思議だね。正多角形でない図形になることもあるのね。

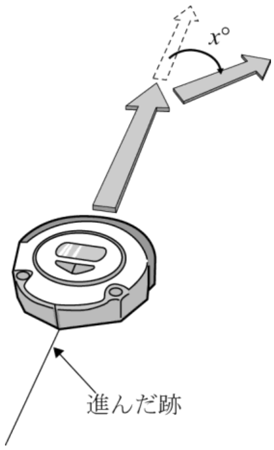


図１　(x＝60 のとき)

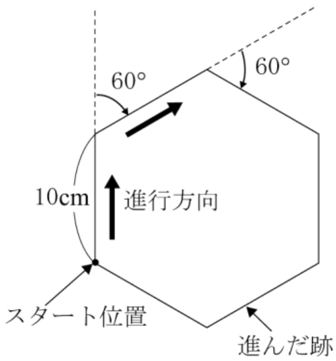
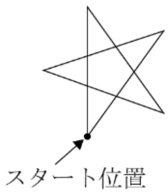


図２



このとき，次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2021 年度)

問１　会話文中の**ア**～**エ**に当てはまる数を書け。

問２　ロボットの進んだ跡が正多角形となるような x の値は，全部で何個か求めよ。ただし，x は 0 より大きく 180 より小さい整数とする。なお，360 の正の約数は 24 個ある。

解答欄

問１	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
問２	個	

解答
問１
ア 4
イ 120
ウ 72
エ 144
問２ 22　(個)
解説
問１
イ，**ウ**：正三角形の 1 つの内角は 60°，正五角形の 1 つの内角は 108° だが，このロボットの動きを考えると，外角である 120° や 72° が答えとなることに注意したい。
エ：**図１**で，図形の色を付けたところの角度の和は 180° である(※１)。さらに，ロボットの動く角度は 5 つとも同じなので，色を付けた 5 つの角度は全て同じであり，1 つの角の大きさは，180° ÷5＝36° である。よって，ロボットの動きを考慮すると，x の値は，180° −36° ＝144°
※１：星型の図形の角度の和が 180° となることの説明
星型の図形の角と頂点をそれぞれ**図２**のようにおく。
△APD の外角の性質に注目すると，$\angle \mathrm{APB} = \angle a_2 + \angle d$…①
△APC の外角の性質に注目すると，$\angle \mathrm{APE} = \angle a_1 + \angle c$…②
△BEP の外角の性質に注目すると，$\angle \mathrm{EPD} = \angle b + \angle e$…③
$\angle \mathrm{APB} + \angle \mathrm{APE} + \angle \mathrm{EPD} = 180°$ であり，これに①～③を代入すると，$(\angle a_2 + \angle d) + (\angle a_1 + \angle c) + (\angle b + \angle e) = 180°$
並び替えると，$\angle a_1 + \angle a_2 + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180°$
よって，星型の図形の色を付けた部分の角度の和は 180° となる。実際に問題を解くときには，定理の 1 つとしてこれを覚えておいた方がよいだろう。

図１

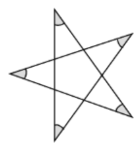
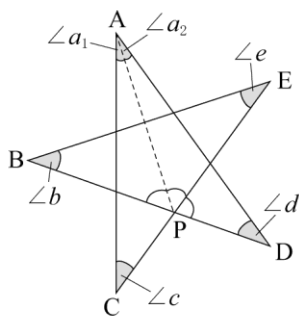


図２

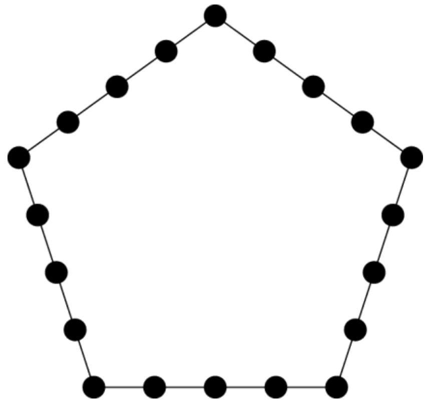


問２
n 回ボタンを押して，ロボットがスタート位置に戻ってくるとき，x の値が正多角形の外角であることに着目すると，$x \times n = 360°$ である。この式を満たす（x，n）の組は，n が正の整数であることと 360 の正の約数が 24 個あることを考慮すると，
(1，360)，(2，180)，(3，120)，(4，90)，…，(180，2)，(360，1)　の計 24 組ある。
問題文の条件より，x の値は 0 より大きく 180 より小さいので，（x，n）＝(180，2)，(360，1)の組は問題に合わない。よって答えは，24－2＝22(個)

【問 15】

正多角形のそれぞれの辺上に，頂点から頂点まで碁石を等間隔に並べる。例えば，右の図のように，正五角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ 5 個となるように碁石を並べると，20 個の碁石が必要であった。

（熊本県 2021 年度）



(1) 正六角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ 6 個となるように碁石を並べるときに必要な碁石の個数を求めなさい。

(2) n を 3 以上の自然数とする。正 n 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ n 個となるように碁石を並べる。このときに必要な碁石の個数を n を使った式で表しなさい。

解答欄

(1)	個
(2)	個

解答

(1) 30　個

(2) n^2-n　個

解説

(1)

正五角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ 5 個となるように碁石を並べたときの碁石の個数は，**図２**のように，「碁石 4 個を 1 セットとし，それを 5 セット並べた」とすると，4×5＝20(個)

正六角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ 6 個となるように碁石を並べたとき同様にして，**図３**のように，「碁石 5 個を 1 セットとし，それを 6 セット並べた」と考えて，5×6＝30(個)

(2)

(1)と同様にして，正 n 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ n 個となるように碁石を並べたときの碁石の個数は，「碁石 $(n-1)$ 個を 1 セットとし，それを n セット並べた」と考えられるので，$(n-1)\times n=n^2-n$(個)

図２

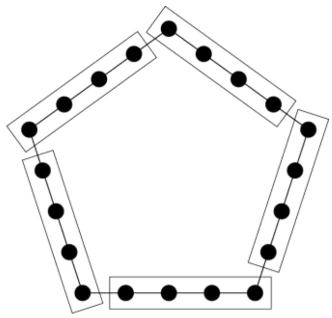
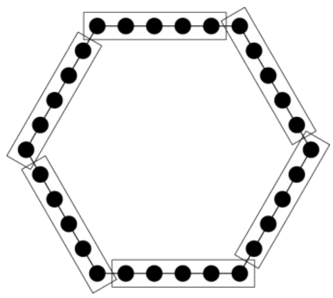


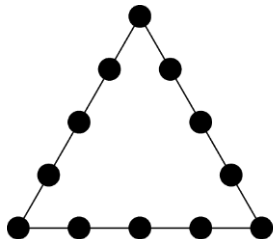
図３



【問 16】

正多角形のそれぞれの辺上に，頂点から頂点まで碁石を等間隔に並べる。例えば，右の図のように，正三角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ 5 個となるように碁石を並べると，12 個の碁石が必要であった。

（熊本県 2021 年度）



(1) a，b を 3 以上の自然数とする。正 a 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ b 個となるように碁石を並べる。このときに必要な碁石の個数を a，b を使った式で表しなさい。

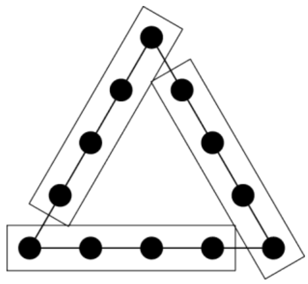
(2) n を 3 以上の自然数とする。正 n 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ n 個となるように碁石を並べるときに必要な碁石の個数が，正 $(n+2)$ 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ $(n+1)$ 個となるように碁石を並べるときに必要な碁石の個数よりも 24 個少なかった。
このとき，n の値を求めなさい。

解答欄

(1)	個
(2)	$n=$

解答
(1) $ab-a$　個
(2) $n=8$
解説
(1)

図 2



正三角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ 5 個となるように碁石を並べたときの碁石の個数は，図 2 のように，「碁石 4 個を 1 セットとし，それを 3 セット並べた」とすると，$4\times3=12$(個)
正 a 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ b 個となるように碁石を並べたときも同様にして，「碁石 $(b-1)$ 個を 1 セットとし，それを a セット並べた」と考えて，$(b-1)\times a=ab-a$(個)
(2)
(1) と同様にして，正 n 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ n 個となるように碁石を並べたときの碁石の個数は，「碁石 $(n-1)$ 個を 1 セットとし，それを n セット並べた」と考えられるので，$(n-1)\times n=n^2-n$(個)　また，正 $(n+2)$ 角形の辺上に，碁石の個数がそれぞれ $(n+1)$ 個となるように碁石を並べたときの碁石の個数は，「碁石 n 個を 1 セットとし，それを $(n+2)$ セット並べた」と考えられるので，$n\times(n+2)=n^2+2n$(個)
よって，n^2-n(個) は，n^2+2n(個) よりも 24 個少なかったので，$(n^2+2n)-(n^2-n)=24$
⇒　$3n=24$　⇒　$n=8$

【問 17】

右の**図１**のように，横，右上がり，右下がりの３つの方向にそれぞれ平行な竹を，等間隔になるように編む「六ッ目編み」という編み方がある。

下の**図２**のように，横に置いた４本の竹は増やさずに，右上がり，右下がりの斜め方向に竹を加えて編んでいくことによってできる正六角形の個数について考える。

横に置いた４本の竹と，斜め方向の４本の竹の合計８本を編むと正六角形が１個できる。これを１番目とする。

１番目の斜め方向の竹の右側に，斜め方向の竹を２本加えて合計 10 本を編んだものを２番目とする。

以下，同じように，斜め方向の竹を２本加えて編む作業を繰り返し，３番目，４番目，…とする。

なお，**図２**では竹を直線で表し，太線は新しく加えた竹を表している。

図１

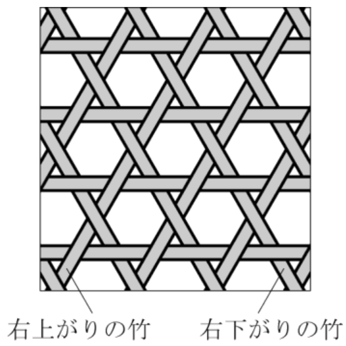
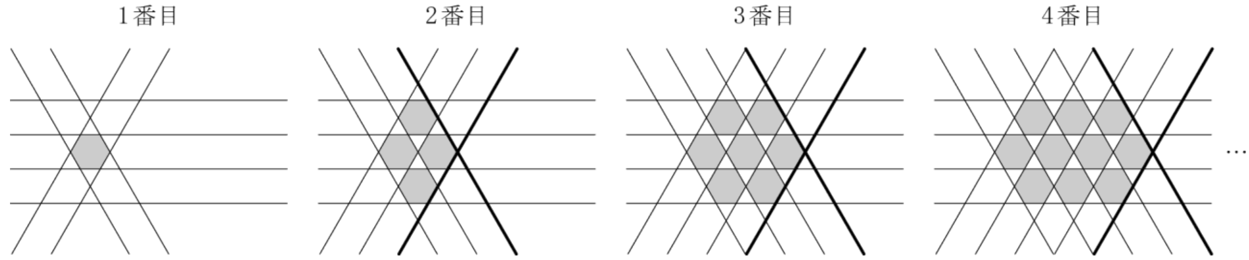


図２



次の**問１**～**問３**に答えなさい。

（大分県 2021 年度）

問１　６番目の正六角形の個数を求めなさい。

問２　n 番目の正六角形の個数を n を使って表しなさい。

問３　正六角形を 100 個つくるとき，必要な竹は全部で何本か，求めなさい。

解答欄

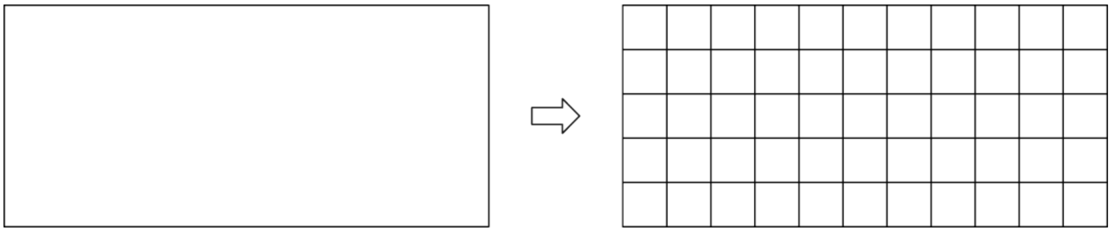
問１	(個)
問２	(個)
問３	(本)

解答
問１16　(個)
問２$3n$－２　(個)
問３74　(本)
解説
問１
正六角形は３個ずつ増えていく。１番目は１個なので，６番目の正六角形の個数は,
1＋3＋3＋3＋3＋3＝1＋3×5＝16(個)
問２
問１の考え方を使うと n 番目の正六角形の個数は，1＋3＋3＋…＋3＝1＋3(n－1)＝3n－2(個)
問３
正六角形の個数が 100 個となるのは，3n－2＝100　 n＝34(番目)である。次に 34 番目の竹の本数について考える。竹の本数は２本ずつ増えていき，１番目に竹は８本あるので 34 番目の竹の本数は,
8＋2＋2＋…＋2＝8＋2×(34－1)＝74(本)

【問 18】

A さんは，長方形を**図１**のように<u>**同じ正方形**</u>で埋めつくすことについて考えてみた。

図１



例えば，縦の長さが 6 cm，横の長さが 8 cm の長方形は，**図２－１**のように『1 辺の長さが 1 cm の正方形』や**図２－２**のように『1 辺の長さが 2 cm の正方形』などで埋めつくすことができる。

図２－１

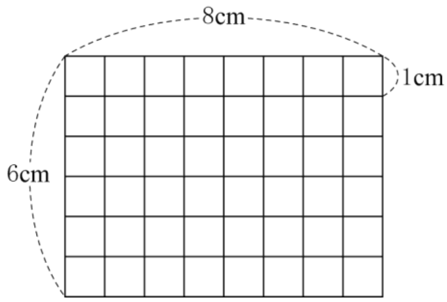
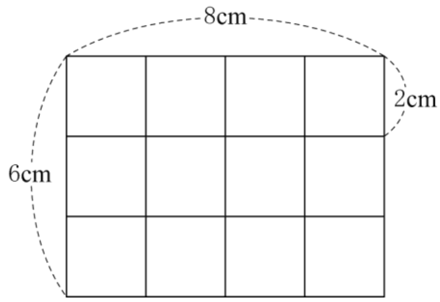


図２－２



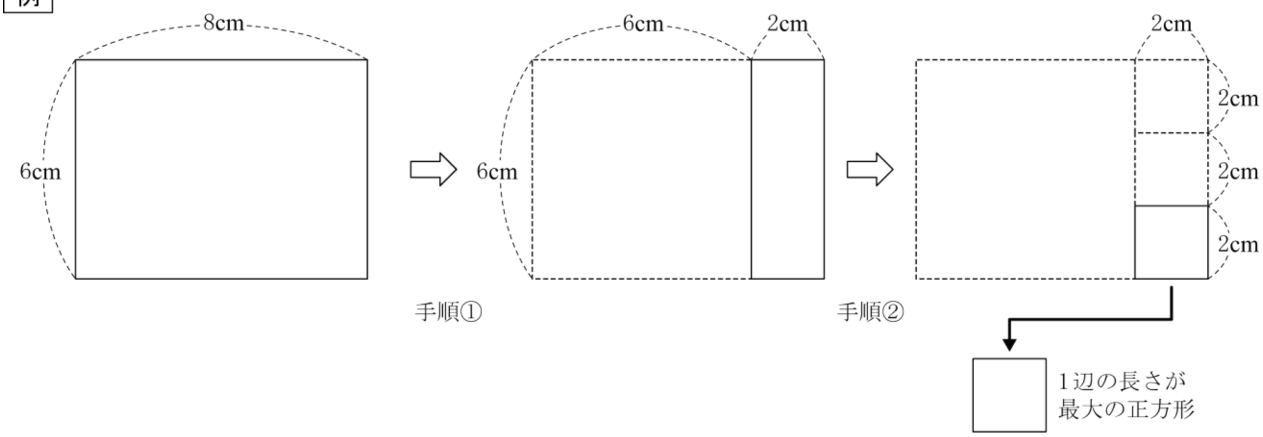
A さんが調べたところ，長方形を埋めつくすことができる正方形のうち，1 辺の長さが最大のものは以下の手順で見つけられることがわかった。ただし，長方形の辺のうち長い辺を長辺，短い辺を短辺と呼ぶ。

手順①　長方形から，短辺を 1 辺とする正方形を切り取る。 手順②　残った図形が長方形なら手順①を繰り返し，正方形なら終わりとする。

上の手順で最後に残った正方形が，はじめの長方形を埋めつくすことができる正方形のうち，1 辺の長さが最大の正方形である。

$\boxed{\text{例}}$ のように，縦の長さが 6 cm，横の長さが 8 cm の長方形を埋めつくすことができる正方形のうち，1 辺の長さが最大のものは，1 辺の長さが 2 cm の正方形である。

$\boxed{\text{例}}$



このとき，次の各問いに答えなさい。

（沖縄県 2021 年度）

問１　縦の長さが 8 cm，横の長さが 12 cm の長方形を埋めつくすことができる正方形のうち，1 辺の長さが最大のものは，1 辺の長さが何 cm の正方形であるか求めなさい。

問２　縦の長さが 21 cm，横の長さが n cm の長方形を，1 辺の長さが 7 cm の正方形 15 個で埋めつくすことができる。このとき，n の値を求めなさい。

問３　縦の長さが 221 cm，横の長さが 299 cm の長方形を埋めつくすことができる正方形のうち，1 辺の長さが最大のものは，1 辺の長さが何 cm の正方形であるか求めなさい。

解答欄

問１	cm
問２	$n=$
問３	cm

解答
問１4　cm
問２n＝35
問３13　cm
解説
問１
問題文中の手順の通りに調べると，図１のようになる。
長方形を埋めつくすことができる正方形のうち，1 辺の長さが最大のものは，1 辺の長さが 4cm の正方形である。
問２
長方形の縦の長さが 21cm であることから，1 辺の長さが 7cm の正方形は，縦に 3 つ並ぶことになる。よって，図２のように，横に 5 つ並ぶと，全部で 15 個の正方形で埋めつくすことになる。よって，長方形の横の長さは，n＝7×5＝35(cm)
問３
問題文中の手順の通りに調べるため，まず，長方形の縦の長さ 221cm と同じ長さを 1 辺とする正方形を切り取る。そして，残った長方形の短い方の辺の長さ 78cm と同じ長さを 1 辺とする正方形を切り取ると，図３のようになる。
また，図３の斜線部分の長方形に注目して，同様の手順で調べると，図４のようになる。よって，長方形を埋めつくすことができる正方形のうち，1 辺の長さが最大のものは，1 辺の長さが 13cm の正方形である。

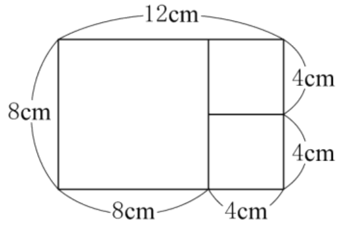
図１


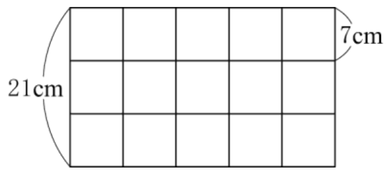
図２


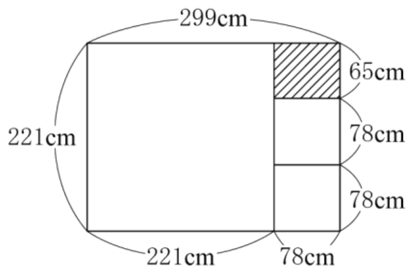
図３


図４