

5.二次方程式の解法 (a の値・もう一つの解を求める問題ほか)

a の値・もう一つの解を求める問題ほか

【問 1】

二次方程式 $x^2 - ax - 6 = 0$ の解の1つが $x = 6$ のとき、 a の値ともう1つの解を求めなさい。解き方も書くこと。

(山形県 2002 年度)

解答欄

解き方

答 $a =$, もう1つの解 $x =$

解答

$a = 5, x = -1$

解説

$x^2 - ax - 6 = 0$ に $x = 6$ を代入して、 $6^2 - 6a - 6 = 0$ $-6a = -30$ $a = 5$ よって、
 $x^2 - 5x - 6 = 0$ $(x + 1)(x - 6) = 0$ $x = -1, 6$ だから、もう1つの解は、 -1

【問 2】

二次方程式 $x^2 + ax - 12 = 0$ の解の1つが -4 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(長野県 2002 年度)

解答欄

a の値	他の解
--------	-----

解答

a の値 1, 他の解 3

解説

$x^2 + ax - 12 = 0$ に $x = -4$ を代入すると、 $(-4)^2 + a \times (-4) - 12 = 0$ これを解くと、
 $a = 1$ $a = 1$ をもとの方程式に代入すると、 $x^2 + x - 12 = 0$ 左辺を因数分解すると、
 $(x + 4)(x - 3) = 0$ よって、 $x = -4, x = 3$ 他の解は $x = 3$ である。

【問 3】

x についての2次方程式 $x^2+ax+10=0$ の解の1つが 2 のとき、 a の値を求めよ。

(高知県 2002 年度)

解答欄

$a=$

解答

$$a=-7$$

解説

$$x^2+ax+10=0 \text{ に } x=2 \text{ を代入して, } 4+2a+10=0 \quad a=-7$$

【問 4】

二次方程式 $x^2+ax-15=0$ の解の1つが 3 のとき、 a の値を求めなさい。

(北海道 2003 年度)

解答欄

$a=$

解答

$$a=2$$

解説

$$x^2+ax-15=0 \text{ に } x=3 \text{ を代入して, } 3^2+a \times 3-15=0, 9+3a-15=0, 3a=6, a=2$$

【問 5】

2次方程式 $x^2-x+p=0$ の解の1つが、 -3 であるとき、

① p の値を求めなさい。

② もう1つの解を求めなさい。

(群馬県 2003 年度)

解答欄

①	$p=$
②	もう1つの解 $x=$

解答

$$\textcircled{1} p=-12, \textcircled{2} x=4$$

解説

$$\textcircled{1} \quad x^2-x+p=0 \text{ に } x=-3 \text{ を代入, } (-3)^2-(-3)+p=0, 12+p=0, p=-12$$

$$\textcircled{2} \quad x^2-x-12=0 \text{ を解く。}(x+3)(x-4)=0 \text{ より, } x=-3, 4 \text{ よってもう 1 つの解は } x=4$$

【問 6】

二次方程式 $x^2 - x - a = 0$ の解の 1 つが -3 であるとき、他の解を求めなさい。

(鳥取県 2003 年度)

解答欄

$x =$

解答

$x = 4$

解説

$x^2 - x - a = 0$ に $x = -3$ を代入して、 $9 + 3 - a = 0$, $a = 12$, もとの方程式は,
 $x^2 - x - 12 = 0$ $(x + 3)(x - 4) = 0$ $x = -3, 4$ 他の解は, $x = 4$

【問 7】

2 次方程式 $x^2 + ax + 6 = 0$ の 2 つの解のうちの 1 つは -2 であり、もう 1 つは 2 次方程式 $x^2 - 2x + b = 0$ の解になっている。このとき、 a, b の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

(栃木県 2004 年度)

解答欄

途中の計算

答 $a =$, $b =$

解答

$a = 5, b = -15$

解説

$x = -2$ は $x^2 + ax + 6 = 0$ の解だから $(-2)^2 + a \times (-2) + 6 = 0$ よって $a = 5$

この方程式は $x^2 + 5x + 6 = 0$ これを解くと $(x + 3)(x + 2) = 0$ $x = -3, -2$

よって、もう 1 つの解は -3 $x = -3$ は $x^2 - 2x + b = 0$ の解だから $(-3)^2 - 2 \times (-3) + b = 0$ よって、 $b = -15$

【問 8】

2 次方程式 $x^2 - ax + 6 = 0$ の 1 つの解が $x = 2$ であるとき、 $a = \boxed{}$ でありまた、他の解は $x = \boxed{}$ である。

(沖縄県 2004 年度)

解答欄

a の値	他の解
--------	-----

解答

$$a = 5, x = 3$$

解説

$x = 2$ は、方程式を満たすので、 $4 - 2a + 6 = 0$ より、 $a = 5$
 $a = 5$ のとき、 $x^2 - 5x + 6 = 0$ だから、 $(x - 2)(x - 3) = 0$ 、 $x = 2, 3$

【問 9】

二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が、 $x = 4$ の 1 つだけとなるとき a, b の値を求めなさい。

(青森県 2005 年度)

解答欄

$a =$	$b =$
-------	-------

解答

$$a = -8, b = 16$$

解説

二次方程式の解が 1 つだけであるということより、 $x^2 + ax + b = (x - 4)^2$ が成り立つ。
 $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$ であるから $a = -8, b = 16$

【問 10】

x についての方程式 $x^2 - 3x + a = 0$ の 1 つの解が 4 であるとき、 a の値を求めなさい。

(千葉県 2005 年度)

解答欄

$a =$

解答

$$a = -4$$

解説

$x^2 - 3x + a = 0$ に $x = 4$ を代入して、 $4^2 - 3 \times 4 + a = 0$ 、 $16 - 12 + a = 0$ 、 $a = -4$

【問 11】

二次方程式 $x^2+ax-8=0$ の解の1つが 2 であるとき、他の解を求めなさい。

(鳥取県 2005 年度)

解答欄

他の解 $x=$

解答

$$x=-4$$

解説

$x=2$ を代入すると, $2^2+a\times 2-8=0$, $4+2a-8=0$, $2a=8-4$, $2a=4$, $a=2$
よって, 二次方程式は $x^2+2x-8=0$ これを解くと, $(x-2)(x+4)=0$ $x=-4$

【問 12】

二次方程式 $x^2+ax-16=0$ の解の1つが $x=2$ のとき, $a=$ である。

(島根県 2005 年度)

解答欄

$a=$

解答

$$x=6$$

解説

$x=2$ を代入, $2^2+a\times 2-16=0$, $4+2a-16=0$, $2a=-4+16=12$, $a=6$

【問 13】

x についての二次方程式 $x^2+2ax+a^2-4=0$ の1つの解が2であるとき, a の値をすべて求めなさい。

(佐賀県 2005 年度)

解答欄

$a=$

解答

$$a=-4, 0$$

解説

$x=2$ を代入すると, $4+4a+a^2-4=0$, $a^2+4a=0$, $a(a+4)=0$, $a=0$, -4

【問 14】

二次方程式 $x^2 - ax - 15 = 0$ の解の 1 つが -3 のとき、 a の値を求めなさい。

(佐賀県 2006 年度 後期)

解答欄

$a =$

解答

2

解説

$x^2 - ax - 15 = 0$ に $x = -3$ を代入して、 $(-3)^2 - a \times (-3) - 15 = 0$ $9 + 3a - 15 = 0$ $3a = 6$ $a = 2$

【問 15】

二次方程式 $(x+1)^2 = a$ (a は定数) の解の 1 つが 3 であるとき、 a の値を求めなさい。また、もう 1 つの解を求めなさい。

(熊本県 2006 年度)

解答欄

$a =$	もう 1 つの解
-------	----------

解答

$a = 16$

もう 1 つの解 -5

【問 16】

x の 2 次方程式 $x^2 - (a-b)x + b = 0$ の解が $-2, 1$ であるとき, a, b の値を求めなさい。

(群馬県 2007 年度)

解答欄

$a =$	$b =$
-------	-------

解答

2 次方程式の解が $-2, 1$ だから $\begin{cases} 4 + 2(a-b) + b = 0 \\ 1 - (a-b) + b = 0 \end{cases}$ よって $\begin{cases} 2a - b = -4 \cdots \text{①} \\ -a + 2b = -1 \cdots \text{②} \end{cases}$

① $\times 2$ + ② より

$$\begin{array}{rcl} 4a - 2b & = & -8 \\ +) & -a + 2b & = -1 \\ \hline 3a & = & -9 \end{array}$$

よって, $a = -3$, ①に代入して, $b = -2$, $\begin{cases} (a) = -3 \\ (b) = -2 \end{cases}$

解説

$x^2 - (a-b)x + b = 0$ に $x = -2$ を代入して, $4 + 2(a-b) + b = 0$ $2a - b = -4 \cdots \text{①}$ $x = 1$ を代入して, $1 - (a-b) + b = 0$ $-a + 2b = -1 \cdots \text{②}$ ①, ②を連立方程式として解く。① + ② $\times 2$ より, $3b = -6$ $b = -2$ これを②に代入して, $-a - 4 = -1$ $-a = 3$ $a = -3$

【問 17】

x についての 2 次方程式 $x^2 + ax + 16 = 0$ の 1 つの解が 2 であるとき, a の値を求めなさい。また, もう 1 つの解を求めなさい。

(静岡県 2007 年度)

解答欄

$a =$	もう 1 つの解
-------	----------

解答

a の値 -10 , もう 1 つの解 8

解説

$x^2 + ax + 16 = 0$ に $x = 2$ を代入して, $4 + 2a + 16 = 0$ $2a = -20$ $a = -10$ よって, もとの式は, $x^2 - 10x + 16 = 0$ $(x-8)(x-2) = 0$ $x = 8, 2$ よって, もう 1 つの解は $x = 8$

【問 18】

二次方程式 $x^2 - ax - 18 = 0$ の解の 1 つが -2 であるとき、 a の値を求めよ。また、他の解を求めよ。

(京都府 2007 年度)

解答欄

$a =$	他の解 $x =$
-------	-----------

解答

$a = 7$, 他の解 $x = 9$

【問 19】

x についての二次方程式 $x^2 - nx + 12 = 0$ の 2 つの解が、どちらも正の整数となるとき、 n の値をすべて求めなさい。

(鳥取県 2007 年度)

解答欄

$n =$

解答

$n = 7, 8, 13$

【問 20】

次のア～エの二次方程式のうち、1 が解であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

(熊本県 2007 年度)

ア $x^2 - 5x = 6$

イ $(x - 2)^2 = 1$

ウ $x(x - 1) = 4(x - 1)$

エ $(x + 1)(x - 1) = 3$

解答欄

--

解答

イ, ウ

【問 21】

二次方程式 $x^2+ax-10=0$ の 1 つの解が 2 のとき, a の値と他の解を求めなさい。

(青森県 2008 年度)

解答欄

$a=$	他の解
------	-----

解答

$$a=3, \quad x=-5$$

解説

$x^2+ax-10=0$ に $x=2$ を代入して, $4+2a-10=0$ $2a=6$ $a=3$ これをもとの式に代入する, $x^2+3x-10=0$ ($x+5$)($x-2$) $=0$ $x=-5, 2$ よって他の解は, $x=-5$

【問 22】

2 次方程式 $x^2-7x+a=0$ の解の 1 つは -3 であり, もう 1 つは x の 1 次方程式 $2x+a+5b=0$ の解になっている。このとき, a, b の値を求めなさい。ただし, 途中の計算も書くこと。

(栃木県 2008 年度)

解答欄

答 $a=$, $b=$
--

解答

$x=-3$ は $x^2-7x+a=0$ の解だから $(-3)^2-7 \times (-3)+a=0$ よって $a=-30$

この方程式は $x^2-7x-30=0$

これを解くと $(x+3)(x-10)=0$

$$x=-3, 10$$

よって, もう 1 つの解は 10

$x=10$ は $2x+a+5b=0$ の解だから

$$2 \times 10 + (-30) + 5b = 0 \quad \text{よって} \quad b=2$$

$$\text{答} \quad a=-30, \quad b=2$$

【問 23】

2 次方程式 $x^2+x+a=0$ の 1 つの解が -5 のとき、もう 1 つの解を求めなさい。ただし、 a は定数とする。

(滋賀県 2008 年度)

解答欄

--

解答

4

解説

$x^2+x+a=0$ に $x=-5$ を代入して、 $(-5)^2+(-5)+a=0$ $25-5+a=0$ $a=-20$ 元にもどして、 $x^2+x-20=0$ $(x+5)(x-4)=0$ $x=-5, 4$ よって他の解は $x=4$

【問 24】

2 次方程式 $x^2+ax+10=0$ の解の 1 つが 2 であるとき、 a の値を求めなさい。また、他の解を求めなさい。

(大分県 2008 年度)

解答欄

$a=$	他の解 $x=$
------	----------

解答

$a=-7$, $x=5$

解説

$x^2+ax+10=0$ に $x=2$ を代入して、 $4+2a+10=0$ $a=-7$ $x^2-7x+10=0$
 $(x-2)(x-5)=0$ $x=2, 5$ よって、他の解は、 $x=5$

【問 25】

2 次方程式 $(x-1)^2=ax+3$ の解の 1 つが -2 であるとき、

(1) a の値を求めなさい。

(2) もう 1 つの解を求めなさい。

(群馬県 2009 年度)

解答欄

(1)	$a=$
(2)	もう 1 つの解 $x=$

解答

(1) $a=-3$ (2) $x=1$

【問 26】

二次方程式 $x^2 - 3x - 2a = 0$ の解の 1 つが -2 であるとき、定数 a の値を求めよ。

(愛知県 2009 年度 A)

解答欄

$a =$

解答

$$a = 5$$

解説

$$x^2 - 3x - 2a = 0 \text{ に } x = -2 \text{ を代入, } (-2)^2 - 3 \times (-2) - 2a = 0 \quad -2a = -10 \quad a = 5$$

【問 27】

二次方程式 $x^2 + ax - 21 = 0$ の解の 1 つが 7 であるとき、 a の値を求めよ。また、他の解を求めよ。

(京都府 2009 年度)

解答欄

$a =$	他の解 $x =$
-------	-----------

解答

$$a = -4, \text{ 他の解 } x = -3$$

解説

$$x^2 + ax - 21 = 0 \text{ に } x = 7 \text{ を代入して, } 49 + 7a - 21 = 0 \quad 7a = -28 \quad a = -4 \quad \text{これをもとの式に代入して, } x^2 - 4x - 21 = 0 \quad (x - 7)(x + 3) = 0 \quad x = 7, -3 \quad \text{よって, 他の解は } x = -3$$

【問 28】

x についての 2 次方程式 $x^2 - 4x + a = 0$ の解の 1 つが 1 のとき、 a の値を求めよ。

(香川県 2009 年度)

解答欄

$a =$

解答

$$a = 3$$

解説

$$x^2 - 4x + a = 0 \text{ の解が 1 つより, } x \text{ の係数に注目して, } (x - b)^2 = 0 \text{ の形にすると, } x^2 - 2 \times 2 \times x + 2^2 = 0 \quad (x - 2)^2 = 0 \text{ だから, } a = 2^2 = 4$$

【問 29】

二次方程式 $x^2 - ax - 3 = 0$ の解の 1 つが -1 であるとき、 a の値は ① である。また、他の解は ② である。このとき、①、②にあてはまる数を求めなさい。

(佐賀県 2009 年度 後期)

解答欄

①	
②	

解答

① 2 ② 3

【問 30】

x についての二次方程式 $x^2 + ax + 2 = a$ の 1 つの解が -2 のとき、他の解を求めなさい。

(千葉県 2010 年度)

解答欄

他の解

解答

0
 解説
 $x^2 + ax + 2 = a$ の解の 1 つが -2 より、 $x = -2$ を代入して、 $(-2)^2 + a \times (-2) + 2 = a$ $4 - 2a + 2 = a$ $-3a = -6$
 $a = 2$ もとに戻して、 $x^2 + 2x + 2 = 2$ $x^2 + 2x = 0$ $x(x + 2) = 0$ $x = 0$ 、 -2 よって、他の解は $x = 0$

【問 31】

$x^2 + ax - 10 = 0$ の解の 1 つが 5 のとき、 a の値ともう 1 つの解を求めよ。

(高知県 2010 年度 前期)

解答欄

a の値	a =
もう 1 つの解	x =

解答

$a = -3$, もう 1 つの解 -2

【問 32】

二次方程式 $x^2 - 2x + a = 0$ の 2 つの解が $x = -3, b$ であるとき, a, b の値を求めなさい。

(青森県 2011 年度 後期)

解答欄

$a =$
$b =$

解答

$a = -15$, $b = 5$

【問 33】

x についての 2 次方程式 $x(x+1) = a$ の解の 1 つは 2 である。このとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(秋田県 2011 年度)

(1) a の値を求めなさい。

(2) もう 1 つの解を求めなさい。

解答欄

(1)	$a =$
(2)	$x =$

解答

(1) $a = 6$ (2) $x = -3$

【問 34】

2 次方程式 $x^2+2x-2=0$ を解いたとき、1 つの解は $0<x<1$ の範囲にある。もう 1 つの解が含まれる範囲を下のア～エの中から選び、その記号を書きなさい。

(山梨県 2011 年度)

ア $-4<x<-3$

イ $-3<x<-2$

ウ $-2<x<-1$

エ $-1<x<0$

解答欄

解答

イ

解説

$$x^2+2x-2=0 \text{ を解の公式を使って解くと, } x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{3}}{2} = -1 \pm \sqrt{3}$$

$1 < \sqrt{3} < 2$ より, $0 < -1 + \sqrt{3} < 1$, $-3 < -1 - \sqrt{3} < -2$ よって, イ

【問 35】

x についての二次方程式 $x^2-ax-27=0$ の解の 1 つが -3 であるとき、 a の値を求めよ。

(愛媛県 2012 年度)

解答欄

解答

$$a=6$$

【問 36】

解の 1 つが -1 である x についての二次方程式を 1 つつくりなさい。

(和歌山県 2013 年度)

解答欄

解答

$$x^2 - 1 = 0$$

解説

$(x+1)(x-\square)=0$ の $\square$ に適当な数を入れて展開すると

$x = -1$, $\square$ を解にもつ二次方程式ができる。

【問 37】

次のア～エの方程式で、解の 1 つが 1 であるものをすべて選び、記号で答えなさい。

(島根県 2013 年度)

ア $\frac{1}{2}x^2 - 3 = -\frac{5}{2}x$

イ $x^2 - 2x = 1$

ウ $(x-2)^2 = 1$

エ $(x+1)(x-1) = 2$

解答欄

解答

ア, ウ

解説

等式の左辺と右辺に $x=1$ を代入して、等号が成り立つものを選ぶと、アとウ

【問 38】

x についての 2 次方程式 $x^2 - x + a = 0$ の解の 1 つが -2 のとき、 a の値を求めよ。

(香川県 2013 年度)

解答欄

$a =$

解答

$$a = -6$$

解説

$x^2 - x + a = 0$ の解の 1 つが -2 より、 $x = -2$ を代入して、 $(-2)^2 - (-2) + a = 0$ $4 + 2 + a = 0$ $a = -6$

【問 39】

2 次方程式 $x^2 + ax + 10 = 0$ の 2 つの解がともに整数のとき、 a の値をすべて求めよ。

(高知県 2013 年度 前期)

解答欄

$a =$

解答

$$a = \pm 7, \pm 11$$

解説

$x^2 + ax + 10 = 0$ の 2 つの解がともに整数になるのは、かけて 10 になる 2 数が整数のとき。

その 2 数の和が a となるので、 $a = 1 + 10, 2 + 5, (-1) + (-10), (-2) + (-5) = 11, 7, -11, -7$

【問 40】

x についての 2 次方程式 $x^2 - ax + 2a = 0$ の解の 1 つが 3 であるとき、 a の値を求めなさい。また、もう 1 つの解を求めなさい。

(静岡県 2014 年度)

解答欄

a の値	$a =$
もう 1 つの解	$x =$

解答

a の値 9 , もう 1 つの解 6

解説

$x^2 - ax + 2a = 0$ に $x = 3$ を代入して、 $9 - 3a + 2a = 0$ $a = 9$ もとの式に $a = 9$ を代入して、 $x^2 - 9x + 18 = 0$ $(x - 3)(x - 6) = 0$ $x = 3, 6$ よって、もう 1 つの解は $x = 6$

【問 41】

2 つの方程式 $3x + y = 11$ と $x + 3y = 1$ の両方にあてはまる x, y の値の組がある。

このとき、 $x^2 - y^2$ の値を求めなさい。

(和歌山県 2014 年度)

解答欄

--

解答

15

解説

$3x + y = 11 \cdots \textcircled{1}$, $x + 3y = 1 \cdots \textcircled{2}$ とおく。① + ② より、 $4x + 4y = 12$ $x + y = 3$

① - ② より、 $2x - 2y = 10$ $x - y = 5$ $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$ より、 $x^2 - y^2 = 3 \times 5 = 15$

【問 42】

方程式 $x^2 + ax + 8 = 0$ の解の 1 つが 4 のとき、 a の値を求めなさい。また、もう 1 つの解も求めなさい。計算の過程も書きなさい。

(秋田県 2015 年度)

解答欄

過程

答 $a =$, もう 1 つの解 $x =$

解答

過程

$x = 4$ を方程式に代入すると、

$$4^2 + 4a + 8 = 0$$

これを解いて、 $a = -6$

方程式は

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

となり、因数分解すると、

$$(x - 4)(x - 2) = 0$$

$$x = 4, 2$$

答 $a = -6$, もう 1 つの解 $x = 2$

解説

解の 1 つが 4 なので、与式に $x = 4$ を代入して、 $16 + 4a + 8 = 0$ $4a = -24$ $a = -6$

これをもとの式に代入して、 $x^2 - 6x + 8 = 0$ $(x - 4)(x - 2) = 0$ $x = 4, 2$ よって、もう 1 つの解は $x = 2$

【問 43】

x についての 2 次方程式 $x^2 + ax - 12 = 0$ の解の 1 つが -2 であるとき、もう 1 つの解を求めなさい。

(滋賀県 2015 年度)

解答欄

もう 1 つの解 $x =$

解答

$$x = 6$$

解説

$$x^2 + ax - 12 = 0 \quad x \text{ に } -2 \text{ を代入して、} (-2)^2 + a \times (-2) - 12 = 0 \quad 4 - 2a - 12 = 0 \quad 2a = -8 \quad a = -4$$

もとの式に代入して、 $x^2 - 4x - 12 = 0$ $(x - 6)(x + 2) = 0$ $x = 6, -2$ よって、もう 1 つの解は $x = 6$

【問 44】

2 次方程式 $x^2 - x + a = 0$ の解の 1 つが 3 のとき、 a の値を求めなさい。

(石川県 2016 年度)

解答欄

$a =$

解答

$$a = -6$$

解説

$x^2 - x + a = 0$ に $x = 3$ を代入して、 $3^2 - 3 + a = 0$ より、 $a = -6$

【問 45】

x についての方程式 $3x - 10 + a^2 = 0$ の解が $x = -2$ であるとき、 a の値を求めよ。

(京都府 2016 年度 前期)

解答欄

$a =$

解答

$$a = \pm 4$$

解説

$3x - 10 + a^2 = 0$ に $x = -2$ を代入して、 $3 \times (-2) - 10 + a^2 = 0$ 、 $a^2 = 16$ 、 $a = \pm 4$

【問 46】

x についての二次方程式 $(x+1)(x-2) = a$ (a は定数) の解の 1 つが 4 である。

(熊本県 2016 年度)

(1) a の値を求めなさい。

(2) この方程式のもう 1 つの解を求めなさい。

解答欄

(1)	$a =$	(2)	もう 1 つの解
-----	-------	-----	----------

解答

(1) $a = 10$ (2) -3

解説

(1) $(x+1)(x-2) = a$ の 1 つの解が 4 であるから、 $x = 4$ を代入すると $5 \times 2 = a$ $a = 10$

(2) $(x+1)(x-2) = 10$ より $x^2 - x - 12 = 0$ $(x-4)(x+3) = 0$ より、 $x = 4$ 以外では $x = -3$

【問 47】

a, b を定数とする。二次方程式 $x^2+ax+15=0$ の解の 1 つは -3 で、もう 1 つの解は一次方程式 $2x+a+b=0$ の解でもある。このとき、 a, b の値を求めなさい。

(愛知県 B 2019 年度)

解答欄

$a=$, $b=$

解答

$a=8, b=2$

解説

二次方程式 $x^2+ax+15=0$ の 1 つの解が -3 だから、 $x^2+ax+15=0$ に $x=-3$ を代入して、
 $(-3)^2+a(-3)+15=0$ $-3a+24=0$ $a=8$ よって、二次方程式は $x^2+8x+15=0$ だから、
 $(x+3)(x+5)=0$ $x=-3, -5$ なので、もう 1 つの解は -5
一次方程式 $2x+a+b=0$ に $x=-5, a=8$ を代入して、 $2(-5)+8+b=0$ $-2+b=0$ $b=2$

【問 48】

x についての二次方程式 $x^2-5x+a=0$ の解の 1 つが 2 であるとき、 a の値を求めよ。

(愛媛県 2019 年度)

解答欄

$a=$

解答

$a=6$

解説

方程式に $x=2$ を代入して、 $2^2-5 \times 2+a=0$ $a=6$

【問 49】

2 次方程式 $x^2 - ax - 12 = 0$ の解の 1 つが 2 のとき、 a の値ともう 1 つの解を求めよ。ただし、答えを求める過程がわかるように、途中の式も書くこと。

(高知県 A 2019 年度)

解答欄

解答

$x^2 - ax - 12 = 0 \cdots \textcircled{1}$ の解が 2 より、

①に $x=2$ を代入して、

$$2^2 - 2a - 12 = 0$$

$$a = -4 \cdots \textcircled{2}$$

②を①に代入して

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$(x+6)(x-2) = 0$$

$$x = -6, 2$$

したがって、もう 1 つの解は -6

解説

まず、解の 1 つを 2 次方程式に代入して、 a についての方程式を解く。

次に a の値を 2 次方程式に代入して、改めて 2 次方程式を解く。

【問 50】

x についての方程式 $x^2 - 2ax + 3 = 0$ の解の 1 つが -1 であるとき、もう 1 つの解を求めなさい。

(秋田県 2020 年度)

解答欄

$$x =$$

解答

$$x = -3$$

解説

$$x = -1 \text{ を左辺に代入して整理すると, } 2a + 4 = 0 \quad a = -2$$

$$\text{これを方程式に代入して } x^2 + 4x + 3 = 0 \quad (x+3)(x+1) = 0$$

よって、もう 1 つの解は $x = -3$

【問 51】

次の にあてはまる数を求めなさい。

(山口県 2021 年度)

二次方程式 $x^2 - 2x + a = 0$ の解の 1 つが $1 + \sqrt{5}$ であるとき、 $a =$ である。

解答欄

解答

－4

解説

$x^2 - 2x + a = 0$ に $x = 1 + \sqrt{5}$ を代入すると、 $(1 + \sqrt{5})^2 - 2(1 + \sqrt{5}) + a = 0$

$1 + 2\sqrt{5} + 5 - 2 - 2\sqrt{5} + a = 0 \Rightarrow 4 + a = 0 \Rightarrow a = -4$

別解として、 $x = 1 + \sqrt{5}$ を変形した式、 $x - 1 = \sqrt{5}$ の両辺を 2 乗することで、 $(x - 1)^2 = (\sqrt{5})^2$

$x^2 - 2x + 1 = 5 \Rightarrow x^2 - 2x - 4 = 0$ この方程式が、 $x^2 - 2x + a = 0$ と一致すればよいから、 $a = -4$