

2.平方根の大小 (自然数を求める問題ほか)

1.平方根の大小(自然数を求める問題ほか)

【問 1】

$\sqrt{12}$ と \sqrt{a} との積が自然数になるとき、もっとも小さい自然数 a の値を求めよ。

(東京都 2002 年度)

解答欄

解答

3

解説

$\sqrt{12} \times \sqrt{a} = \sqrt{12a} = 2\sqrt{3a}$ より、 $3a$ が整数の2乗になればよいから、 $a=3$

【問 2】

$2 < \sqrt{a} < b$ を満たす自然数 a の値の個数が全部で11個あるとき、自然数 b の値を求めよ。

(東京都 2002 年度)

解答欄

解答

4

解説

$2 < \sqrt{a}$ より、 $\sqrt{4} < \sqrt{a}$ だから、 $4 < a$ よって、 a にあてはまる自然数は5, 6, 7, ..., 15となり、 $b = \sqrt{16} = 4$

【問 3】

$\sqrt{175n}$ が自然数となるような自然数 n のうち、最も小さい n の値を求めなさい。

(神奈川県 2002 年度)

解答欄

解答

$n=7$

解説

$\sqrt{175n} = 5\sqrt{7n}$ が自然数になるとき、 $n=7 \times m^2$ (m は自然数)、最も小さい n の値は、 $m=1$ のときで、 $n=7$

【問 4】

$\sqrt{56n}$ が整数になるような自然数 n のうち、最も小さいものを求めなさい。

(長野県 2002 年度)

解答欄

解答

14

解説

$\sqrt{56n} = \sqrt{2^3 \times 7 \times n}$ 素因数の累乗の指数が偶数のとき $\sqrt{56n}$ は自然数になる。

$n=2 \times 7=14$ のとき、 $\sqrt{56n} = \sqrt{2^3 \times 7 \times 2 \times 7} = \sqrt{2^4 \times 7^2} = \sqrt{(2^2 \times 7)^2} = 2^2 \times 7 = 28$

【問 5】

次の の中に不等号を書き入れて、大小関係を示しなさい。

(鳥取県 2002 年度)

$x > 0$ のとき、 $5x$ $\sqrt{5}x$

解答欄

解答

$5x > \sqrt{5}x$

解説

$\sqrt{25} > \sqrt{5}$ より、 $5 > \sqrt{5}$ 両辺に正の数をかけても不等号の向きは変わらないから $5x > \sqrt{5}x$

【問 6】

次のア～エの数を、小さい順に左から記号で並べなさい。

(山口県 2002 年度)

ア $\sqrt{11}$

イ $\sqrt{(-3)^2}$

ウ $\frac{6}{\sqrt{3}}$

エ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

解答欄

--	--	--	--

解答

イアエウ

解説

$$\text{ア } \sqrt{11} \quad \text{イ } \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} \quad \text{ウ } \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12} \quad \text{エ } \frac{3\sqrt{5}}{2} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \sqrt{11\frac{1}{4}}$$

よってイ<ア<エ<ウ

【問 7】

$\frac{\sqrt{2n}}{3}$ の値が自然数になるような2けたの自然数 n をすべて求めなさい。

(徳島県 2002 年度)

解答欄

--

解答

18, 72

解説

$$\frac{\sqrt{2n}}{3} = \sqrt{\frac{2n}{9}} \text{ より } 2n = 9m^2 (m \text{ は整数}) \text{ という形で表される } n \text{ の値を求めればよい。}$$

$$n \text{ は } 2 \text{ けたの自然数だから } n = \frac{9}{2} m^2 \text{ より, } n = \frac{9}{2} \times 2^2 = 18 \text{ と } \frac{9}{2} \times 4^2 = 72$$

【問 8】

$\sqrt{\frac{20a}{3}}$ が整数になるような整数 a の値を2つ書きなさい。

(青森県 2003 年度)

解答欄

$a =$

解答

$a = 0, 15$ など

解説

20 を素因数分解すると $20 = 2^2 \times 5$ より、 $a = 5 \times 3 \times n^2$ (n は 0 または自然数) のとき $\sqrt{\frac{20a}{3}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 5 \times 5 \times 3 \times n^2}{3}} = 10n$

となるから整数となる。よって a の値は

例えば $a = 5 \times 3 \times 0 = 0$, $a = 5 \times 3 \times 1^2 = 15$, $a = 5 \times 3 \times 2^2 = 60$, $a = 5 \times 3 \times 3^2 = 135 \dots$ である。

【問 9】

$10\sqrt{2}$ より大きく、 $10\sqrt{3}$ より小さい整数をすべて求めなさい。

(茨城県 2003 年度)

解答欄

--

解答

15, 16, 17

解説

$10\sqrt{2} = \sqrt{200}$, $10\sqrt{3} = \sqrt{300}$ $\sqrt{196} < \sqrt{200} < \sqrt{225}$, $\sqrt{289} < \sqrt{300} < \sqrt{324}$ より $14 < 10\sqrt{2} < 15$,

$17 < 10\sqrt{3} < 18$ だから 15, 16, 17

【問 10】

$2 \leq \sqrt{n} \leq 2\sqrt{3}$ を満たす自然数 n の個数を求めなさい。

(群馬県 2003 年度)

解答欄

個

解答

9 個

解説

$2 \leq \sqrt{n} \leq 2\sqrt{3}$ より, $\sqrt{4} \leq \sqrt{n} \leq \sqrt{12}$ だから, $4 \leq n \leq 12$ よって, 4 から 12 までの 9 個

【問 11】

$\sqrt{45a}$ の値が自然数となるような a のうち, もっとも小さい自然数 a の値を求めなさい。

(富山県 2003 年度)

解答欄

$a =$

解答

$a = 5$

解説

$45 = 3^2 \times 5$ だから $a = 5$ のとき $\sqrt{45a} = \sqrt{(3^2 \times 5) \times 5} = \sqrt{3^2 \times 5^2} = \sqrt{(3 \times 5)^2} = 3 \times 5 = 15$

【問 12】

$2 < \sqrt{a} < 4$ となる正の整数 a は何個あるか, 求めなさい。

(三重県 2003 年度)

解答欄

個

解答

11 個

解説

$2 < \sqrt{a} < 4$ より, $4 < a < 16$ である整数は 5, 6, 7, ..., 14, 15 の 11 個

【問 13】

$\sqrt{2k-1}$ が整数となるような正の数 k を2つ求めなさい。

(山口県 2003 年度)

解答欄

$k=$,

解答

$$k=1, \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2}, 5 \text{ など} \right)$$

解説

$\sqrt{2k-1} = x$ とおくと、 $2k-1 = x^2$ だから、これにあてはまる x の値が整数のときの k の値を求めるとよい。

$$x=0 \text{ のとき } 2k-1=0^2=0, k=\frac{1}{2}$$

$$x=1 \text{ のとき } 2k-1=1^2=1, k=1$$

$$x=2 \text{ のとき } 2k-1=2^2=4, k=\frac{5}{2}$$

$$x=3 \text{ のとき } 2k-1=3^2=9 \text{ から } k=5$$

【問 14】

a を自然数とすると、 $2.3 < \sqrt{a} < 3$ をみたす自然数 a の値をすべて求めよ。

(鹿児島県 2003 年度)

解答欄

--

解答

6, 7, 8

解説

$2.3^2 < a < 3^2$ から、 $5.29 < a < 9$ だから、 $a=6, 7, 8$

【問 15】

下の数①, ②, ③を小さい順に左から並べてあるものを, 下記の解答群ア～カの中から1つ選ぶと である。

(沖縄県 2003 年度)

①. $\sqrt{3}$ ②. $\frac{2}{3}$ ③. 2

ア. ①②③ イ. ①③② ウ. ②①③
エ. ②③① オ. ③①② カ. ③②①

解答欄

解答

ウ

解説

①, ②, ③を根号を使って表すと ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{\frac{4}{9}}$ ③ $\sqrt{4}$

よって $\sqrt{\frac{4}{9}} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$ よりウ

【問 16】

次のア～エの数の大きさを比べ, 大きい順に記号で書きなさい。

(青森県 2004 年度)

ア $\sqrt{26}$ イ $3\sqrt{3}$ ウ $\frac{14}{\sqrt{7}}$ エ 5.2

解答欄

解答

ウ, エ, イ, ア

解説

$3\sqrt{3} = \sqrt{27}$ $\frac{14}{\sqrt{7}} = 2\sqrt{7} = \sqrt{28}$ $5.2 = \sqrt{27.04}$

よって $\frac{14}{\sqrt{7}} > 5.2 > 3\sqrt{3} > \sqrt{26}$

【問 17】

a, b が正の整数のとき、 $\sqrt{a}-\sqrt{b}=\sqrt{2}$ が成り立つような a, b の値の組を 1 つあげなさい。

(宮城県 2004 年度)

解答欄

解答

例 $a=8, b=2$

【問 18】

$\sqrt{18} \square \sqrt{2}$ の \square に, $+, -, \times, \div$ のそれぞれを入れて計算すると 4 つの数が得られる。その 4 つの数のうち、整数であるものをすべて書きなさい。

(秋田県 2004 年度)

解答欄

解答

6, 3

解説

$$\sqrt{18} \times \sqrt{2} = \sqrt{36} = 6 \quad \sqrt{18} \div \sqrt{2} = \sqrt{9} = 3$$

【問 19】

次の数を、小さい方から順に並べなさい。

(長野県 2004 年度)

$$\frac{1}{3}, \sqrt{0.3}, 0.3$$

解答欄

解答

$$0.3, \frac{1}{3}, \sqrt{0.3}$$

解説

$$\frac{1}{3} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{100}{900}} \quad \sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{3}{10}} = \sqrt{\frac{270}{900}} \quad 0.3 = \frac{3}{10} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \sqrt{\frac{81}{900}}$$

$$\text{よって } \sqrt{\frac{81}{900}} < \sqrt{\frac{100}{900}} < \sqrt{\frac{270}{900}}$$

$$\text{したがって } 0.3 < \frac{1}{3} < \sqrt{0.3}$$

【問 20】

n は 50 以下の自然数で、 $\sqrt{\frac{n+1}{3}}$ は自然数になるという。このような n をすべて求めよ。

(愛知県 2004 年度 A)

解答欄

解答

$$n=2, 11, 26, 47$$

解説

$\sqrt{\frac{n+1}{3}}$ が $\sqrt{1}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{16}$ になる 50 以下の自然数 n を求めればよい。

$$\frac{n+1}{3} = 1 \text{ より } n=2$$

$$\frac{n+1}{3} = 4 \text{ より } n=11$$

$$\frac{n+1}{3} = 9 \text{ より } n=26$$

$$\frac{n+1}{3} = 16 \text{ より } n=47$$

【問 21】

次の 4 つの数を、小さい方から順に左から書きなさい。

(岡山県 2004 年度)

$$4, 3\sqrt{2}, \sqrt{15}, \frac{7}{\sqrt{3}}$$

解答欄

解答

$$\sqrt{15}, 4, \frac{7}{\sqrt{3}}, 3\sqrt{2}$$

解説

4 つの数をそれぞれ 2 乗して比較する。

$$4^2=16, (3\sqrt{2})^2=18, (\sqrt{15})^2=15, \left(\frac{7}{\sqrt{3}}\right)^2=\frac{49}{3}=16\frac{1}{3}$$

小さい順に並べると $15 < 16 < 16\frac{1}{3} < 18$ である。

【問 22】

次の数を、小さい方から順に書きなさい。

(徳島県 2004 年度)

$$\frac{3}{\sqrt{5}}, \frac{3}{5}, \sqrt{\frac{3}{5}}$$

解答欄

解答

$$\frac{3}{5}, \sqrt{\frac{3}{5}}, \frac{3}{\sqrt{5}}$$

解説

2 乗して比較すればよい。

$$\left(\frac{3}{\sqrt{5}}\right)^2=\frac{9}{5}=\frac{45}{25}, \left(\frac{3}{5}\right)^2=\frac{9}{25}, \left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)^2=\frac{3}{5}=\frac{15}{25}$$

【問 23】

$\sqrt{56n}$ を 0 でない整数にしたい。できるだけ小さい整数 n の値を求めよ。

(香川県 2004 年度)

解答欄

解答

$$n=14$$

解説

$$56=2^2 \times 2 \times 7 \quad n=2 \times 7=14$$

【問 24】

$\sqrt{10-n}$ の値が自然数となるような、自然数 n は 個ある。

(沖縄県 2004 年度)

解答欄

解答

3 個

解説

$$n=1, 6, 9 \text{ の } 3 \text{ 個}$$

【問 25】

a を正の整数とします。 $\sqrt{a} < 5$ をみたすもっとも大きい a の値を求めなさい。

(宮城県 2005 年度)

解答欄

解答

24

解説

$$\sqrt{a} < 5 \text{ より } a < 25$$

よってもっとも大きい正の整数 a は 24

【問 26】

n を正の整数とします。 $\sqrt{360-12n}$ の値が整数となるような n の値をすべて求めなさい。

(宮城県 2005 年度)

解答欄

解答

3, 18, 27, 30

解説

$360-12n=12(30-n)$, $12=2^2 \times 3$ より $30-n=3 \times t^2 (t=0, 1, 2, 3, \dots)$ と表せる。

これにあてはまるのは $t=0$ のとき $n=30$, $t=1$ のとき $n=27$, $t=2$ のとき $n=18$, $t=3$ のとき $n=3$ の4つ

【問 27】

$\sqrt{30}$ より大きく, $\sqrt{80}$ より小さい整数をすべて書きなさい。

(秋田県 2005 年度)

解答欄

解答

6, 7, 8

解説

題意の整数を n とすると $30 < n^2 < 80$ より, $n=6, 7, 8$

【問 28】

$2 < \sqrt{a} < 3$ をみたす整数 a は全部で何個あるか。

(栃木県 2005 年度)

解答欄

解答

4 個

解説

$2 < \sqrt{a} < 3$ より, $4 < a < 9$

これを満たす整数 a は 5, 6, 7, 8 の4個

【問 29】

$\sqrt{3n}$ が自然数で、 $5 < \sqrt{3n} < 10$ を満たすとき、自然数 n の値をすべて求めなさい。

(群馬県 2005 年度)

解答欄

解答

$$n = 12, 27$$

解説

$5 < \sqrt{3n} < 10$ 両辺を2乗すると、 $25 < 3n < 100$ …① また、 $\sqrt{3n}$ が自然数になるには、 $n = 3m$ (m は素数)…②

①, ②より、 $25 < 9m^2 < 100$ $\frac{25}{9} < m^2 < \frac{100}{9}$ $m > 0$ より、 $\frac{5}{3} < m < \frac{10}{3}$ この条件を満たす m の値は 2, 3 よって、

求める自然数 n の値は $n = 3m^2 = 3 \times 2^2, 3 \times 3^2 = 12, 27$

【問 30】

$\sqrt{\frac{28n}{3}}$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(神奈川県 2005 年度)

解答欄

解答

$$n = 21$$

解説

$$\sqrt{\frac{28n}{3}} = \frac{\sqrt{84n}}{3} = \frac{2\sqrt{21n}}{3} \text{ より } \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times (3 \times 7) \times n = (2 \times 7)^2 \text{ よって } 3 \times 7 = 21$$

【問 31】

次の3つの数を小さい順に左から並べなさい。

(富山県 2005 年度)

$$\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}$$

解答欄

解答

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}$$

解説

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ より, 分子の大きさを比べて } \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}$$

【問 32】

4つの数 $2\sqrt{3}$, 5 , $3\sqrt{2}$, 2π を小さい順に左から並べよ。ただし, π は円周率である。

(愛知県 2005 年度 A)

解答欄

解答

$$2\sqrt{3}, 3\sqrt{2}, 5, 2\pi$$

解説

$$2\sqrt{3} = \sqrt{12}, 5 = \sqrt{25}, 3\sqrt{2} = \sqrt{18}$$

また $6 < 2\pi$ であるから

$$\text{小さい順に左から並べると } \sqrt{12} < \sqrt{18} < \sqrt{25} < 2\pi$$

$$\text{よって } 2\sqrt{3}, 3\sqrt{2}, 5, 2\pi$$

【問 33】

次の(ア)～(エ)を、数の小さい方から順に記号でかけ。ただし、答案用紙の左から小さい順にかくものとする。

(京都府 2005 年度)

$$(ア) \frac{5}{\sqrt{3}} \quad (イ) \frac{\sqrt{5}}{3} \quad (ウ) \frac{3}{\sqrt{5}} \quad (エ) \frac{\sqrt{3}}{5}$$

解答欄

解答

エ, イ, ウ, ア

解説

(ア)～(エ)の分母を 15 で統一すると (ア) $\frac{25\sqrt{3}}{15}$ (イ) $\frac{5\sqrt{5}}{15}$ (ウ) $\frac{9\sqrt{5}}{15}$ (エ) $\frac{3\sqrt{3}}{15}$

【問 34】

$a-1 < \sqrt{34} < a+3$ を満たす自然数 a は全部で何個あるか。

(佐賀県 2005 年度)

解答欄

解答

4 個

解説

$\sqrt{25} < \sqrt{34} < \sqrt{36}$ より、 $5 < \sqrt{34} < 6$ よって、 $a-1$ が 5 以下、 $a+3$ が 6 以上であればよいから、3, 4, 5, 6 の 4 個

【問 35】

$\sqrt{3n}$ の値が自然数となるような、100 以下の自然数 n は 個ある。

(沖縄県 2005 年度)

解答欄

個

解答

5 個

解説

$n=3k^2$ (k は自然数) のとき $\sqrt{3n}$ の値は自然数となる。

$3 \times 1^2 = 3 \dots, 3 \times 5^2 = 75, 3 \times 6^2 = 108$ だから求める個数は 5 個

【問 36】

$2\sqrt{7}$ より小さい正の整数をすべてあげなさい。

(宮城県 2006 年度)

解答欄

--

解答

1, 2, 3, 4, 5

解説

$$2\sqrt{7} = \sqrt{28}$$

$$\sqrt{5^2} < \sqrt{28} < \sqrt{6^2}$$

よって、5, 4, 3, 2, 1

【問 37】

$\sqrt{124-8a}$ が整数となるとき、自然数 a の値をすべて求めなさい。

(秋田県 2006 年度)

解答欄

--

解答

3, 11, 15

【問 38】

a と b は 1 けたの自然数で、 $\sqrt{10a+b}$ も 1 けたの自然数である。このとき、 $\sqrt{10b+a+1}$ も 1 けたの自然数となるような a と b の値を求めなさい。

(茨城県 2006 年度)

解答欄

解答

$$a=3, b=6$$

解説

a, b が 1 けたの自然数ならば、 $10a+b$ は 2 けたの自然数。

$\sqrt{10a+b}$ が 1 けたの自然数より 2 けたの自然数のうち正の平方根が 1 けたになるものを考える。

$$10a+b=16, 25, 36, 49, 64, 81 \text{ 順に計算してみると } 10b+a+1=62, 53, 64, 95, 47, 19$$

よって $\sqrt{10b+a+1}$ も 1 けたの自然数より $10b+a+1=64$ のときその正の平方根は 8 となり問題に合う。

$$\text{よって } a=3, b=6$$

【問 39】

$\sqrt{54a}$ の値が自然数となるような a のうち、最も小さい整数 a の値を求めなさい。

(富山県 2006 年度)

解答欄

解答

$$a=6$$

解説

$$\sqrt{54a} = \sqrt{2 \times 3^3 \times a} = 3\sqrt{2 \times 3 \times a} \text{ よって、} 2 \times 3 \times a \text{ が(自然数)}^2 \text{ になる最小の数は } a=2 \times 3=6$$

【問 40】

$\sqrt{51}$ より小さい正の整数の個数を求めなさい。

(岐阜県 2006 年度)

解答欄

解答

7 個

解説

$$\sqrt{49} < \sqrt{51} < \sqrt{64} \text{ より } 7 < \sqrt{51} < 8$$

よって $\sqrt{51}$ より小さい正の整数は 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 の 7 個。

【問 41】

自然数 n は 4 の倍数である。 $\sqrt{196-n}$ が自然数となる n は全部で何個あるか。

(愛知県 2006 年度 A)

解答欄

解答

6 個

【問 42】

m, n は、 $m < n$ である自然数とする。 $\sqrt{3mn}$ が整数となる (m, n) の組のうち、 $m+n$ の値を小さい順に並べて 4 番目となる組を求めなさい。

(山口県 2006 年度)

解答欄

解答

$$(m, n) = (3, 9)$$

解説

$\sqrt{3mn}$ が整数となるのは $mn = 3 \times (\text{自然数})^2$ のとき。

また $m < n$ よりその和が小さいものから並べると $(m, n) = (1, 3), (3, 4), (2, 6), (3, 9) \cdots$

よって (3, 9)

【問 43】

次の数を、小さい方から順に並べて書きなさい。

(佐賀県 2006 年度 前期)

$$\frac{3}{2}, \sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3}{\sqrt{2}}$$

解答欄

解答

$$\frac{\sqrt{3}}{2}, \sqrt{\frac{3}{2}}, \frac{3}{2}, \frac{3}{\sqrt{2}}$$

【問 44】

$\sqrt{3}$ より大きく、 $\sqrt{30}$ より小さい整数は 個ある。

(沖縄県 2006 年度)

解答欄

解答

4 個

解説

$1 < \sqrt{3} < 2$, $5 < \sqrt{30} < 6$ より $\sqrt{3}$ より大きく $\sqrt{30}$ より小さい整数は、2, 3, 4, 5 の 4 個。

【問 45】

3 つの数 $\frac{7}{2}$, $\sqrt{11}$, $2\sqrt{3}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。

(宮城県 2007 年度)

解答欄

解答

$$\sqrt{11} < 2\sqrt{3} < \frac{7}{2}$$

解説

$$\frac{7}{2} = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{49}{4}} \quad 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}, \quad 11 < 12 < \frac{49}{4} \text{ より } \sqrt{11} < \sqrt{12} < \sqrt{\frac{49}{4}} \text{ したがって } \sqrt{11} < 2\sqrt{3} < \frac{7}{2}$$

【問 46】

2けたの自然数 a と 3けたの自然数 b について、 $a:b=3:4$ であり、 $\sqrt{a+b}$ の値が自然数となるとき、 a, b の値を求めなさい。

(秋田県 2007 年度)

解答欄

$a=$, $b=$

解答

$$a=84, b=112$$

解説

$$a:b=3:4 \text{ より } b=\frac{4}{3}a \quad \sqrt{a+b} = \sqrt{a+\frac{4}{3}a} = \sqrt{\frac{7}{3}a}$$

よって $a=3 \times 7 \times n^2$ (n は自然数) となるから

a は 2 桁の自然数より $n=1, 2$ で、 $a=21, 84$

$a=21$ のとき $b=28$

b は 3 桁の自然数だから問題に合わない。 $a=84$ のとき $b=112$

【問 47】

$\frac{7}{3}$ より大きく $\sqrt{29}$ より小さい整数をすべて求めなさい。

(群馬県 2007 年度)

解答欄

--

解答

3, 4, 5

【問 48】

$\sqrt{96n}$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(神奈川県 2007 年度)

解答欄

$n=$

解答

$$n=6$$

解説

$96=2^5 \times 3=2^2 \times 2^2 \times 2 \times 3$ より $\sqrt{96n}$ が自然数になる最も小さい n は、 $2 \times 3=6$

【問 49】

次の文中の あ , い , う に入れるのに適している数を書きなさい。

(大阪府 2007 年度 前期)

三つの数 $\frac{9}{2}$, $2\sqrt{5}$, $\sqrt{21}$ を小さい方から順に並べると, あ < い < う となる。

解答欄

解答

あ $2\sqrt{5}$ い $\frac{9}{2}$ う $\sqrt{21}$

解説

$$\frac{9}{2} = \sqrt{\frac{81}{4}}, \quad 2\sqrt{5} = \sqrt{20} \quad 20 < \frac{81}{4} < 21 \text{ より } \sqrt{20} < \sqrt{\frac{81}{4}} < \sqrt{21}$$

$$\text{よって } 2\sqrt{5} < \frac{9}{2} < \sqrt{21}$$

【問 50】

$4 < \sqrt{a} < 5$ にあてはまる正の整数 a はいくつあるか。

(奈良県 2007 年度)

解答欄

解答

8 個

解説

$$4 < \sqrt{a} < 5 \text{ より } 16 < a < 25$$

a は正の整数より $a = 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24$ の 8 つ

【問 51】

3つの数 5 , $3\sqrt{2}$, $\frac{6}{\sqrt{3}}$ の大小を, 不等号を使って表せ。

(高知県 2007 年度)

解答欄

解答

$$\frac{6}{\sqrt{3}} < 3\sqrt{2} < 5$$

解説

$$5 = \sqrt{25}, 3\sqrt{2} = \sqrt{18}, \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12} \quad 12 < 18 < 25 \text{ より } \sqrt{12} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$$

$$\text{よって } \frac{6}{\sqrt{3}} < 3\sqrt{2} < 5$$

【問 52】

$3 < \sqrt{a} < 4$ にあてはまる自然数 a は全部で何個あるか。

(佐賀県 2007 年度 前期)

解答欄

解答

6 個

解説

$$3 < \sqrt{a} < 4 \text{ より } 3^2 < a < 4^2 \quad 9 < a < 16$$

a は自然数より $a = 10, 11, 12, 13, 14, 15$ の 6 個

【問 53】

$\sqrt{24n}$ の値が自然数となるような自然数 n のうち, 最も小さいものを求めなさい。

(佐賀県 2007 年度 後期)

解答欄

解答

6

【問 54】

−2.9 より大きく $\sqrt{21}$ より小さい整数の個数を次のように求めた。ア, イ には連続する整数を, ウ には自然数を入れて, 文を完成しなさい。

(熊本県 2007 年度)

$\sqrt{21}$ の値について ア $< \sqrt{21} <$ イ である。
したがって −2.9 より大きく $\sqrt{21}$ より小さい整数は, ウ 個ある。

解答欄

ア		イ		ウ	
---	--	---	--	---	--

解答

ア 4 イ 5 ウ 7

【問 55】

$3 < \sqrt{a} < \sqrt{13}$ をみたす自然数 a の個数は全部でいくつあるかを求めなさい。

(大分県 2007 年度)

解答欄

個

解答

3 個

【問 56】

3 つの数 $6, 3\sqrt{5}, \sqrt{35}$ の中で最も小さい数は である。

(沖縄県 2007 年度)

解答欄

--

解答

$\sqrt{35}$

【問 57】

絶対値が $\sqrt{7}$ 以下の整数をすべて書きなさい。

(青森県 2008 年度)

解答欄

解答

-2, -1, 0, 1, 2

【問 58】

$8 < \sqrt{a} < 8.2$ を満たす自然数 a の値をすべて求めなさい。

(石川県 2008 年度)

解答欄

解答

65, 66, 67

解説

$(\sqrt{a})^2 = a$ より 2 乗して考える。

$8^2 = 64$, $8.2^2 = 67.24$ より自然数 a は, 65, 66, 67

【問 59】

$\frac{4}{\sqrt{2}}$ より大きく $4\sqrt{2}$ より小さい整数をすべて答えなさい。

(静岡県 2008 年度)

解答欄

解答

3, 4, 5

解説

$\frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} = \sqrt{8}$, $4\sqrt{2} = \sqrt{32}$

$\sqrt{8} < x < \sqrt{32}$ にあてはまる整数 x を考える。

$x = 3, 4, 5$

【問 60】

a を自然数とすると、 $\sqrt{4950a}$ の値が自然数となるような最も小さい a の値を求めなさい。

(大阪府 2008 年度 後期)

解答欄

解答

22

【問 61】

次のア～エの数を、小さい順に左から記号で並べなさい。

(山口県 2008 年度)

ア $2\sqrt{5}$

イ $\sqrt{(-4)^2}$

ウ $\sqrt{13}$

エ $\frac{6}{\sqrt{2}}$

解答欄

解答

ウ, イ, エ, ア

【問 62】

次の 3 つの数を、小さい方から順に並べなさい。

(徳島県 2008 年度)

$2\sqrt{2}$, 3 , $\sqrt{7}$

解答欄

解答

$\sqrt{7}$, $2\sqrt{2}$, 3

【問 63】

$3 < \sqrt{n} < 4$ となるような自然数 n の個数を求めよ。

(高知県 2008 年度)

解答欄

個

解答

6 個

解説

$3 = \sqrt{9}$, $4 = \sqrt{16}$ より $9 < n < 16$ n は自然数だから $n = 10, 11, 12, 13, 14, 15$ の 6 個

【問 64】

次の数の大小を, 不等号を使って表せ。

(長崎県 2008 年度)

$$7, 5\sqrt{2}, \frac{12}{\sqrt{3}}$$

解答欄

$<$ $<$

解答

$$\frac{12}{\sqrt{3}} < 7 < 5\sqrt{2}$$

【問 65】

3 つの数 $2\sqrt{6}$, 5 , $\sqrt{23}$ の中で最も小さい数は である。

(沖縄県 2008 年度)

解答欄

--

解答

$$\sqrt{23}$$

解説

$2\sqrt{6} = \sqrt{2^2 \times 6} = \sqrt{24}$, $5 = \sqrt{5^2} = \sqrt{25}$ $\sqrt{23} < \sqrt{24} < \sqrt{25}$ より最も小さいのは $\sqrt{23}$

【問 66】

$\sqrt{2x} + \sqrt{3y}$ を 2 乗すると自然数になるような 1 けたの自然数 x, y は何組あるか, 求めなさい。

(秋田県 2009 年度)

解答欄

組

解答

10 組

【問 67】

a を自然数とすると、 $\sqrt{8-a}$ の値が自然数となるような a の値をすべて求めなさい。

(福島県 2009 年度)

解答欄

--

解答

4, 7

【問 68】

$\sqrt{25-n} + 2\sqrt{n}$ が整数となる自然数 n をすべて求めなさい。

(群馬県 2009 年度)

解答欄

--

解答

$n = 9, 16, 25$

解説

$\sqrt{25-n} + 2\sqrt{n}$ が整数になるとき $25-n$ も n も (自然数)² である。

よって $n = 1, 4, 9, 16, 25$ のときを考える。

$n = 1, 4$ のとき $\sqrt{25-n}$ は整数にならない。

よって $n = 9, 16, 25$

【問 69】

$\sqrt{3} < \sqrt{x} < 3$ を満たす自然数 x の個数を、次のア～エのうちから 1 つ選び、符号で答えなさい。

(千葉県 2009 年度)

ア 2 個 イ 3 個 ウ 4 個 エ 5 個

解答欄

解答

エ

解説

$\sqrt{3} < \sqrt{x} < 3$ を書き換えると $\sqrt{3} < \sqrt{x} < \sqrt{9}$
 x は自然数より $x=4, 5, 6, 7, 8$ の 5 個
よって選択肢エとなる

【問 70】

$\sqrt{\frac{45}{2}}n$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(神奈川県 2009 年度)

解答欄

解答

$n=10$

【問 71】

次の数を大きい順に左から並べなさい。

(岐阜県 2009 年度)

$2\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$, 3

解答欄

解答

3, $2\sqrt{2}$, $\sqrt{7}$

【問 72】

$\sqrt{18} - \sqrt{a} = \sqrt{8}$ を満たす自然数 a の値を求めよ。

(愛知県 2009 年度 A)

解答欄

$a =$

解答

$a = 2$

【問 73】

3つの数 $\frac{2}{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$ のうち、最も小さい数はどれか。

(奈良県 2009 年度)

解答欄

--

解答

$$\frac{\sqrt{3}}{3}$$

解説

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{\sqrt{16}}{6}, \quad \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{12}}{6}, \quad \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{18}}{6}$$
$$\frac{\sqrt{16}}{6}, \frac{\sqrt{12}}{6}, \frac{\sqrt{18}}{6} \text{ のうち最も小さいのは } \frac{\sqrt{12}}{6} \text{ だから } \frac{\sqrt{3}}{3}$$

【問 74】

次の大小関係にあてはまる自然数 a はいくつあるか、求めなさい。

(和歌山県 2009 年度)

$$2.5 < \sqrt{a} < 3.5$$

解答欄

個

解答

6 個

【問 75】

$\sqrt{2009-(7n)^2}$ が整数となるような自然数 n をすべて求めなさい。

(山口県 2009 年度)

解答欄

$n =$

解答

$n = 4, 5$

解説

$$2009 - (7n)^2 = 7^2 \times 41 - 7^2 \times n^2 = 7^2 \times (41 - n^2)$$

$\sqrt{2009-(7n)^2}$ が整数になるとき $41 - n^2 = (\text{自然数})^2 (0 \leq 41 - n^2 \leq 41)$ であればよい。

よって $(\text{自然数})^2 = 0, 1, 4, 9, 16, 25, 36$

それぞれを代入し n が自然数であることを考えると問題に合うのは $n = 4, 5$ のとき

【問 76】

$4 < \sqrt{n} < 3\sqrt{2}$ となるような、自然数 n の値を求めよ。

(香川県 2009 年度)

解答欄

$n =$

解答

$n = 17$

解説

$$4 < \sqrt{n} < 3\sqrt{2} \text{ を変形すると } \sqrt{4^2} < \sqrt{n} < \sqrt{3^2 \times 2} \quad \sqrt{16} < \sqrt{n} < \sqrt{18}$$

よって n は自然数だから $n = 17$

【問 77】

$\sqrt{\frac{45n}{2}}$ の値が整数になるような自然数 n のうち、最も小さいものを求めよ。

(長崎県 2009 年度)

解答欄

解答

10

解説

$$\frac{45}{2} = \frac{3^2 \times 5}{2} \text{ より}$$

n は自然数だから $\sqrt{\frac{45n}{2}}$ が整数になる最も小さい $n=2 \times 5=10$

【問 78】

$\sqrt{\frac{72}{n}}$ の値が整数となるような自然数 n をすべて求めなさい。

(大分県 2009 年度)

解答欄

解答

2, 8, 18, 72

解説

$\frac{\sqrt{72}}{n}$ が整数になるには $\frac{72}{n}$ を約分して (自然数)² になればよい。

$$72 = 2^2 \times 3^2 \times 2 \text{ より}$$

$$n = 2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2, 2 \times 2^2 \times 3^2 = 2, 8, 18, 72$$

【問 79】

$\frac{6}{\sqrt{3}}$ より小さい自然数は 個ある。

(沖縄県 2009 年度)

解答欄

個

解答

3 個

解説

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{12}, \sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16} \quad 3 < \sqrt{12} < 4 \text{ だから}$$

この数字より小さい自然数は 1, 2, 3 で 3 個

【問 80】

$\sqrt{\frac{72}{n}}$ が自然数となる時の自然数 n の値をすべて求めなさい。

(青森県 2010 年度 前期)

解答欄

$n =$

解答

2, 8, 18, 72

解説

$$72 = 2^3 \times 3^2 \text{ より } \sqrt{\frac{72}{n}} \text{ が整数になる自然数は } n = 2, 2^3, 2 \times 3^2, 2^3 \times 3^2 = 2, 8, 18, 72$$

【問 81】

一の位が 0 でない 2 けたの自然数 A があり、この数の十の位の数字と一の位の数字を入れかえた数を B とする。
 $\sqrt{A+B}$ と $\sqrt{A-B}$ がともに自然数になるとき、 A の値を求めなさい。

(秋田県 2010 年度)

解答欄

--

解答

65

解説

2 けたの自然数を $10x+y$ とおくと、十の位の数字と一の位の数字を入れかえた数は $10y+x$ と表せる。

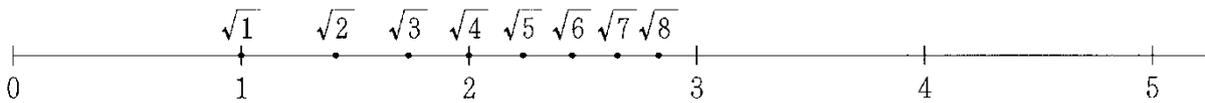
$\sqrt{A+B} = \sqrt{11(x+y)}$, $\sqrt{A-B} = \sqrt{9(x-y)} = 3\sqrt{x-y}$ x, y は 1 桁の自然数だから $2 \leq x+y \leq 18$, $0 \leq x-y \leq 8$
 $\sqrt{11(x+y)}$ が自然数より, $x+y=11 \cdots \textcircled{1}$ $3\sqrt{x-y}$ が自然数より, $x-y=1$ または $4 \cdots \textcircled{2}$

①, ②を連立方程式として解くと $(x, y) = (6, 5)$, $(\frac{15}{2}, \frac{7}{2})$ x, y は自然数だから $(x, y) = (6, 5)$ よって $A=65$

【問 82】

a を自然数とし、 \sqrt{a} に対応する点を数直線上に表していくと、下のように、 $1 < \sqrt{a} < 2$ となるような自然数 a は、
 2, 3 の 2 個であることがわかる。あとの問いに答えなさい。

(山形県 2010 年度)



(1) $4 < \sqrt{a} < 5$ となるような自然数 a をすべて求めなさい。

(2) n を自然数とすると、 $n < \sqrt{a} < n+1$ となるような自然数 a の個数を、 n を使って表しなさい。

解答欄

(1)	
(2)	個

解答

(1) 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24

(2) $2n$ 個

解説

(2) $n < \sqrt{a} < n+1$ $n^2 < a < (n+1)^2$ n は自然数なので a は n^2+1 から $(n+1)^2-1$ までの自然数となる。
 よってその個数は $(n+1)^2-1-(n^2+1)+1=2n$ 個

【問 83】

$\sqrt{45(n+1)}$ の値が自然数となるような自然数 n のうち、もっとも小さいものを求めよ。

(福井県 2010 年度)

解答欄

解答

4

解説

$45=3^2 \times 5$ より、 $\sqrt{45(n+1)}$ が自然数になるのは $n+1=5 \times (\text{自然数})^2$ になるとき。
最も小さい n を求めるので $n+1=5 \times 1^2$ $n=4$

【問 84】

$\frac{\sqrt{7}}{2}$ より大きく $2\sqrt{5}$ より小さい整数をすべて求めよ。

(奈良県 2010 年度)

解答欄

解答

2, 3, 4

解説

$$\left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2 = \frac{7}{4} \quad 1 < \frac{7}{4} < 4 \text{ より } 1 < \frac{\sqrt{7}}{2} < 2$$

$$\text{また } 2\sqrt{5} = \sqrt{20} \quad 16 < 20 < 25 \text{ より } 4 < 2\sqrt{5} < 5$$

よって $\frac{\sqrt{7}}{2}$ より大きく $2\sqrt{5}$ より小さい整数は 2, 3, 4

【問 85】

n を自然数とする。 $3 < \sqrt{2n} < 4$ をみたす n の個数を求めよ。

(長崎県 2010 年度)

解答欄

解答

3 個

【問 86】

$\frac{\sqrt{75n}}{2}$ の値が整数となるような自然数 n のうち、最も小さいものを求めなさい。

(熊本県 2010 年度)

解答欄

$n =$

解答

$$n = 12$$

【問 87】

$3.4 < \sqrt{a} < 4$ となるときの整数 a の値をすべて求めなさい。

(青森県 2011 年度 後期)

解答欄

$a =$

解答

$$a = 12, 13, 14, 15$$

解説

$3.4 < \sqrt{a} < 4$ より $\sqrt{(3.4)^2} < \sqrt{a} < \sqrt{4^2}$ よって $11.56 < a < 16$ a は整数より $a = 12, 13, 14, 15$

【問 88】

a, b, c は連続する 3 つの奇数で、 $0 < a < b < c < 100$ である。 $\sqrt{a+b+c}$ が正の整数となる a のうち、最も大きなものを求めなさい。

(秋田県 2011 年度)

解答欄

$a =$

解答

$$a = 73$$

解説

a, b, c は連続する奇数より順に $2n-1, 2n+1, 2n+3$ (n は自然数) とおく。

$$\sqrt{a+b+c} = \sqrt{(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)} = \sqrt{6n+3} = \sqrt{3(2n+1)}$$

$\sqrt{a+b+c}$ は正の整数より $2n+1 = 3 \times (\text{自然数})^2$

また $2n+1 = b$ は奇数より $2n+1 = 3 \times (\text{奇数})^2$ $0 < a < b < c < 100$ より最も大きい $2n+1 = 3 \times 5^2 = 75$

よって $a = 75 - 2 = 73$

【問 89】

$3\sqrt{2}$ を小数で表したとき、その整数部分の値を求めなさい。

(岐阜県 2011 年度)

解答欄

解答

4

解説

$$3\sqrt{2} = \sqrt{18} \quad \sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25} \quad \text{だから } 4 < 3\sqrt{2} < 5$$

よって $3\sqrt{2}$ の整数部分は 4

【問 90】

次のアからエまでの 4 つの数の中で、最も大きい数と最も小さい数をそれぞれ選んで、そのかな符号を答えなさい。

(愛知県 2011 年度 A)

ア $\sqrt{26}$

イ $\sqrt{(-5)^2}$

ウ $2\sqrt{6}$

エ $\frac{7}{\sqrt{2}}$

解答欄

最も大きい数 (), 最も小さい数 ()

解答

最も大きい数 (ア) 最も小さい数 (ウ)

解説

$$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} \quad 2\sqrt{6} = \sqrt{24} \quad \frac{7}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{49}{2}} = \sqrt{24.5} \quad \sqrt{24} < \sqrt{24.5} < \sqrt{25} < \sqrt{26} \quad \text{より}$$

最も大きいのは $\sqrt{26}$ 最も小さいのは $\sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

【問 91】

3 つの数 3 , $\sqrt{10}$, $\frac{22}{7}$ のうち, 最も大きい数はどれか。

(奈良県 2011 年度)

解答欄

解答

$$\sqrt{10}$$

【問 92】

$\sqrt{n} + \sqrt{12} = \sqrt{75}$ の等式を成り立たせる正の整数 n の値を求めなさい。

(山口県 2011 年度)

解答欄

解答

$$n=27$$

解説

$$\sqrt{n} + \sqrt{12} = \sqrt{75}$$

$$\sqrt{n} = \sqrt{75} - \sqrt{12} = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$$

$$n=27$$

【問 93】

$\sqrt{\frac{84}{a}}$ が自然数となるような自然数 a のうち, 最も小さい数を求めよ。

(香川県 2011 年度)

解答欄

解答

$$a=21$$

【問 94】

$\sqrt{\frac{540}{n}}$ の値が整数になるような自然数 n のうち、最も小さいものを求めよ。

(長崎県 2011 年度)

解答欄

解答

15

解説

$$\sqrt{\frac{540}{n}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 3 \times 5}{n}} = 2 \times 3 \times \sqrt{\frac{3 \times 5}{n}}$$

よって $3 \times 5 = 15$

【問 95】

a, b は自然数で、 $2 < \sqrt{a} < 3$ であり、 $ab - a = 28$ である。このとき、 a, b の値を求めなさい。

(熊本県 2011 年度)

解答欄

解答

$a=7, b=5$

解説

$ab - a = a(b - 1)$ $28 = 2^2 \times 7$ $2 < \sqrt{a} < 3$ より $4 < a < 9$ a は自然数より $a = 5, 6, 7, 8$

b も自然数 このとき、 $a(b - 1) = 28$ になる組み合わせは $(a, b - 1) = (7, 4)$

よって $a = 7, b = 5$

【問 96】

$\sqrt{2000 - 50n}$ の値が整数となるような自然数 n のうち、最も小さいものを求めなさい。

(大分県 2011 年度)

解答欄

解答

8

【問 97】

$\sqrt{10}$ の値に最も近い自然数は、 である。

(沖縄県 2011 年度)

解答欄

解答

3

【問 98】

連続する 2 つの自然数 m, n がある。 $\sqrt{m+n+3}$ が自然数となるような m, n のうち、もっとも小さい数をそれぞれ求めなさい。ただし、 $m < n$ とする。

(青森県 2012 年度 前期)

解答欄

$m =$
$n =$

解答

$m = 6, n = 7$

解説

m, n は連続する自然数で、 $m < n$ より、 $n = m + 1$ とおける。

$m + n + 3 = m + m + 1 + 3 = 2m + 4 = 2(m + 2)$ より $m + 2 = 2 \times (\text{自然数})^2$ になるとき $\sqrt{m+n+3}$ が自然数になる。

$m + 2 = 2 \times 1^2, 2 \times 2^2, 2 \times 3^2 \dots = 2, 8, 18 \dots$ より $m = 0, 6, 16 \dots$ と考えられるが

m は自然数より最も小さい m は 6

したがって $n = 7$

【問 99】

$\sqrt{28n}$ が自然数となるような自然数 n のうち、もっとも小さい数を求めなさい。

(青森県 2012 年度 後期)

解答欄

解答

$n = 7$

解説

$28 = 2^2 \times 7$ より、 $\sqrt{28n}$ が自然数になるには $n = 7 \times (\text{自然数})^2$ であればよい。よって最も小さい $n = 7 \times 1^2 = 7$

【問 100】

$\sqrt{3n}$ が自然数となる 2 けたの自然数 n のうち、最も小さい n の値を求めなさい。

(栃木県 2012 年度)

解答欄

$n =$

解答

$$n = 12$$

解説

$\sqrt{3n}$ が自然数となるとき $n = 3 \times (\text{自然数})^2$ である。

よって $n = 3 \times 1^2, 3 \times 2^2, 3 \times 3^2, = 3, 12, 27$

n は 2 けたの自然数で最も小さいので $n = 12$

【問 101】

$\frac{\sqrt{50-2n}}{3}$ が自然数になるとき、自然数 n の値を求めなさい。

(千葉県 2012 年度 前期)

解答欄

$n =$

解答

$$n = 7$$

【問 102】

$\sqrt{\frac{48}{5}}n$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(神奈川県 2012 年度)

解答欄

$n =$

解答

$$n = 15$$

【問 103】

$-\frac{7}{3}$ より大きく $\sqrt{11}$ より小さい整数は何個あるか。

(奈良県 2012 年度)

解答欄

個

解答

6 個

解説

$-\frac{7}{3} = -2.333\cdots$ $\sqrt{9} < \sqrt{11} < \sqrt{16}$ だから $3 < \sqrt{11} < 4$ よって $-\frac{7}{3}$ より大きく $\sqrt{11}$ より

小さい整数は $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ の 6 個

【問 104】

$6 < \sqrt{n} < 7$ となるような自然数 n の個数を求めよ。

(高知県 2012 年度 後期)

解答欄

個

解答

12 個

解説

$6 < \sqrt{n} < 7$ $6^2 < n < 7^2$ $36 < n < 49$ よって自然数 n の個数は $48 - 36 = 12$ 個

【問 105】

次の $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に自然数を入れて等式が成り立つようにしたい。 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ に当てはまる自然数の組を 1 つ求めなさい。

(熊本県 2012 年度)

$$\sqrt{12} + \sqrt{\boxed{\text{ア}}} = \sqrt{\boxed{\text{イ}}}$$

解答欄

ア		イ	
---	--	---	--

解答

ア 3, イ 27

解説

$\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ より, $\sqrt{\text{ア}}$ と $\sqrt{\text{イ}}$ も $a\sqrt{3}$ (a は自然数) の形になるものとなる。

よってアには $3 \times (\text{自然数})^2$ となる数 3, 12, 27, ... が入り順にイには 27, 48, 75... があてはまる。

【問 106】

3, $\sqrt{7}$, $2\sqrt{2}$ のうち、最も小さい数は である。

(沖縄県 2012 年度)

解答欄

解答

$$\sqrt{7}$$

解説

$3 = \sqrt{9}$, $2\sqrt{2} = \sqrt{8}$ $\sqrt{7} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$ より, $\sqrt{7} < 2\sqrt{2} < 3$ よって最も小さい数は $\sqrt{7}$

【問 107】

3 つの数 $\sqrt{7}$, 3, $\frac{6}{\sqrt{6}}$ の大小を, 不等号を使って表しなさい。

(宮城県 2013 年度 後期)

解答欄

解答

$$\frac{6}{\sqrt{6}} < \sqrt{7} < 3$$

解説

$3 = \sqrt{9}$, $\frac{6}{\sqrt{6}} = \frac{6\sqrt{6}}{6} = \sqrt{6}$ $\sqrt{6} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ より $\frac{6}{\sqrt{6}} < \sqrt{7} < 3$

【問 108】

$\sqrt{a} < 3$ にあてはまる正の整数 a の個数を求めなさい。

(岐阜県 2013 年度)

解答欄

解答

8 個

解説

$\sqrt{a} < 3$ $a < 9$ a は正の整数だから 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 の 8 個

【問 109】

$2 < \sqrt{a} < \frac{10}{3}$ をみたす正の整数 a は何個あるか。

(奈良県 2013 年度)

解答欄

個

解答

7 個

解説

$2 < \sqrt{a} < \frac{10}{3}$ $4 < a < \frac{100}{9}$ $4 < a < 11.111\cdots$ よって $a=5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ の 7 個

【問 110】

$2 < \sqrt{n} < 3$ にあてはまる自然数 n を、すべて求めなさい。

(島根県 2013 年度)

解答欄

--

解答

5, 6, 7, 8

解説

$2 < \sqrt{n} < 3$ のとき, $2^2 < n < 3^2$ $4 < n < 9$ n は自然数だから $n=5, 6, 7, 8$

【問 111】

$\sqrt{25+a}$ が自然数となるような, 50 以下の自然数 a の値をすべて求めよ。

(香川県 2013 年度)

解答欄

--

解答

11, 24, 39

解説

a は 50 以下の自然数より $\sqrt{25} < \sqrt{25+a} \leq \sqrt{75}$

$\sqrt{25+a}$ が自然数になるとき $25+a=36, 49, 64$ $a=11, 24, 39$

【問 112】

一の位が 0 でない 2 けたの自然数 P があり、 P の十の位の数と一の位の数を入れかえた数を Q とする。 $P - Q = 45$ であり、 $\sqrt{P+Q}$ が自然数となるとき、 P の値を求めなさい。

(熊本県 2013 年度)

解答欄

P=

解答

$$P=83$$

解説

$P=10x+y$ とすると $Q=10y+x$ と表せる。

$$P-Q=45 \text{ より } (10x+y)-(10y+x)=45 \quad 9x-9y=45$$

$$x-y=5 \cdots \textcircled{1}$$

$\sqrt{P+Q}$ が自然数より、 $(10x+y)+(10y+x)=(\text{自然数})^2$ $11(x+y)=(\text{自然数})^2$ だから、

$x+y$ は 11×1^2 , 11×2^2 , 11×3^2 , \cdots などが考えられる。 $2 \leq x+y \leq 18$ だから、 $x+y=11 \cdots \textcircled{2}$

よって

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を連立方程式として解くと } x=8, y=3$$

よって $P=83$

【問 113】

$\frac{2}{5}$, -0.9 , -3 , $\sqrt{6}$ の中で、絶対値が最も大きい数を選べ。

(鹿児島県 2013 年度)

解答欄

--

解答

$$-3$$

解説

$\frac{2}{5}=0.4$ $2 < \sqrt{6} < 3$ よって、 $\frac{2}{5}$, -0.9 , -3 , $\sqrt{6}$ の中で、絶対値が最も大きいのは -3

【問 114】

$\sqrt{\frac{1000}{ab}}$ が自然数になるような 1 けたの自然数 a, b は何組あるか, 求めなさい。

(秋田県 2014 年度)

解答欄

組

解答

4 組

解説

$1000=2^3 \times 5^3$ より $\sqrt{\frac{1000}{ab}}$ が自然数になるような 1 けたの a と b の組は
 $ab=2 \times 5$ または 5×8 より
 $(a, b)=(2, 5), (5, 2), (5, 8), (8, 5)$ の 4 組ある。

【問 115】

$\sqrt{90n}$ の値が自然数となるような自然数 n のうち, もっとも小さいものを求めよ。

(福井県 2014 年度)

解答欄

$n=$

解答

$n=10$

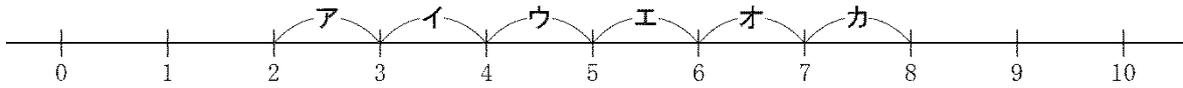
解説

$\sqrt{90n} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5 \times n}$ より, $n=2 \times 5 \times (\text{自然数})^2$ になるとき $\sqrt{90n}$ は自然数になる。
よって最も小さい n は $n=2 \times 5 \times 1^2=10$

【問 116】

$\sqrt{26}$ は、次の数直線上のア～カで示されている範囲のうち、どの範囲に入っているか。一つ選び、記号を書きなさい。

(大阪府 2014 年度 前期)



解答欄

解答

エ

解説

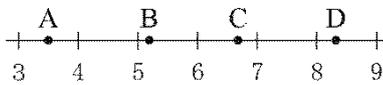
$\sqrt{25} < \sqrt{26} < \sqrt{36}$ だから $5 < \sqrt{26} < 6$ よってエ

【問 117】

図1で、数直線上の4つの点 A, B, C, D のうち、1つは $3\sqrt{5}$ を表している。その点の記号を書け。

(奈良県 2014 年度)

図1



解答欄

解答

C

解説

$(3\sqrt{5})^2 = 45$ $6^2 < (3\sqrt{5})^2 < 7^2$ よって C

【問 118】

$\sqrt{5} < n < \sqrt{13}$ となるような自然数 n を求めよ。

(高知県 2014 年度 前期)

解答欄

$n =$

解答

$$n = 3$$

解説

$$2 < \sqrt{5} < 3, 3 < \sqrt{13} < 4 \quad \sqrt{5} < n < \sqrt{13} \text{ のとき } n = 3$$

【問 119】

n を 1 けたの自然数とする。 $\sqrt{n+18}$ が整数となるような n の値を求めよ。

(鹿児島県 2014 年度)

解答欄

$n =$

解答

$$n = 7$$

解説

n は自然数で $1 \leq n \leq 9$ より, $19 \leq n + 18 \leq 27$

よって $\sqrt{n+18}$ が整数になるとき $n + 18 = 25 \quad n = 7$

【問 120】

$\sqrt{3a}$ が 1 けたの自然数になるような自然数 a の値をすべて求めなさい。

(秋田県 2015 年度)

解答欄

$a =$

解答

$$a = 3, 12, 27$$

解説

$\sqrt{3a}$ が自然数になるとき $a = 3 \times (\text{自然数})^2$ である。

$a = 3 \times 1^2 = 3$ のとき, $\sqrt{3a} = 3$ $a = 3 \times 2^2 = 12$ のとき, $\sqrt{3a} = 6$ $a = 3 \times 3^2 = 27$ のとき, $\sqrt{3a} = 9$ $a = 3 \times 4^2 = 48$
のとき, $\sqrt{3a} = 12$

よって $\sqrt{3a}$ は 1 けたの自然数だから $a = 3, 12, 27$

【問 121】

$\sqrt{2} < x < \sqrt{19}$ を満たす整数 x を、小さい順にすべて書きなさい。

(群馬県 2015 年度)

解答欄

解答

2, 3, 4

解説

$1 < \sqrt{2} < 2, 4 < \sqrt{19} < 5$ だから $\sqrt{2} < x < \sqrt{19}$ を満たす整数 $x=2, 3, 4$

【問 122】

n を 50 以下の正の整数とする。 $\sqrt{3n}$ が整数となるような n の個数を求めなさい。

(千葉県 2015 年度 前期)

解答欄

解答

4 個

解説

n は整数より、 $\sqrt{3n}$ が整数ならば、 $n=3 \times (\text{自然数})^2$

$n \leq 50$ より $n=3 \times 1^2, 3 \times 2^2, 3 \times 3^2, 3 \times 4^2=3, 12, 27, 48$

よって 4 個

【問 123】

$\sqrt{5} < \sqrt{a} < 2\sqrt{2}$ に当てはまる自然数 a を、すべて求めなさい。

(長野県 2015 年度)

解答欄

解答

6, 7

解説

$\sqrt{5} < \sqrt{a} < 2\sqrt{2} \quad \sqrt{5} < \sqrt{a} < \sqrt{8} \quad 5 < a < 8 \quad a$ は自然数より $a=6, 7$

【問 124】

次の数の中からもっとも大きい数を選び、ア～エの記号で答えなさい。

(鳥取県 2015 年度)

ア $\frac{2}{\sqrt{3}}$ イ $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ウ $\sqrt{\frac{2}{3}}$ エ $\frac{2}{3}$

解答欄

解答

ア

解説

ア… $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{12}}{3}$ ウ… $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ エ… $\frac{2}{3} = \frac{\sqrt{4}}{3}$ よって、 $\frac{\sqrt{2}}{3} < \frac{\sqrt{4}}{3} < \frac{\sqrt{6}}{3} < \frac{\sqrt{12}}{3}$ となり

最も大きいのは $\frac{\sqrt{12}}{3} = \frac{2}{\sqrt{3}}$ のア。

【問 125】

n を自然数とする。 $3 < \sqrt{3n} < 5$ をみたす n の個数を求めよ。

(長崎県 2015 年度)

解答欄

解答

5 個

解説

$3 < \sqrt{3n} < 5$ のとき $9 < 3n < 25$ n は自然数より $n=4, 5, 6, 7, 8$ の 5 個

【問 126】

a は自然数で、 $8 < \sqrt{a} < 9$ である。このとき、 a に当てはまる数の個数を求めなさい。

(熊本県 2015 年度)

解答欄

個

解答

16 個

解説

$8 < \sqrt{a} < 9$ のとき、 $64 < a < 81$

よって自然数 a は 65 から 80 の自然数だからその個数は $80 - 65 + 1 = 16$ 個

【問 127】

$\frac{n}{15}$ と $\sqrt{3n}$ がともに整数となるような最も小さい自然数 n の値を求めよ。

(鹿児島県 2015 年度)

解答欄

$n =$

解答

$n = 75$

解説

$\frac{n}{15}$ が整数になるとき、 n は $15 \times (\text{自然数}) = 3 \times 5 \times (\text{自然数})$ である。

また $\sqrt{3n}$ が整数になるとき n は $3 \times (\text{自然数})^2$ である。

よって両方が整数になる最も小さい自然数 $n = 3 \times 5 \times 5 = 75$

【問 128】

$\frac{\sqrt{72n}}{7}$ が自然数となるような整数 n のうち、最も小さい値を求めなさい。

(秋田県 2016 年度)

解答欄

$n =$

解答

$$n=98$$

解説

$72 = 6\sqrt{2}$ なので $\frac{\sqrt{72n}}{7}$ が自然数になる n の最も小さい値は $n = 7^2 \times 2 = 98$

【問 129】

$\sqrt{2016n}$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(神奈川県 2016 年度)

解答欄

$n =$

解答

$$n=14$$

解説

2016 を素因数分解すると $2016 = 2^5 \times 3^2 \times 7$

したがって $n = 2 \times 7 = 14$ とすると $\sqrt{2016n}$ はもっとも小さい自然数となる。

【問 130】

絶対値が $\sqrt{3}$ より小さい整数 n をすべて求めなさい。

(愛知県 2016 年度 B)

解答欄

$n =$

解答

$$n = -1, 0, 1$$

解説

$$|n| < \sqrt{3} \text{ より } n = -1, 0, 1$$

【問 131】

次の(ア)～(ウ)を、値の小さいものから順に記号で書け。

(京都府 2016 年度 前期)

(ア) 7 (イ) $5\sqrt{2}$ (ウ) $4\sqrt{3}$

解答欄

() → () → ()

解答

ウ→ア→イ

解説

$7^2=49$, $(5\sqrt{2})^2=50$, $(4\sqrt{3})^2=48$ より, $4\sqrt{3} < 7 < 5\sqrt{2}$ であるから(ウ)→(ア)→(イ)

【問 132】

$3 < \sqrt{7a} < 5$ を満たす自然数 a を全て求めよ。

(奈良県 2016 年度)

解答欄

--

解答

2, 3

解説

各数を 2 乗すると $9 < 7a < 25$

よって $\frac{9}{7} < a < \frac{25}{7}$ よりこれを満たす自然数 a は, 2, 3

【問 133】

$2 < \sqrt{n} < 3$ となる自然数 n をすべて求めなさい。

(鳥取県 2016 年度)

解答欄

--

解答

5, 6, 7, 8

解説

$2 < \sqrt{n} < 3$ より $4 < n < 9$ よって $n=5, 6, 7, 8$

【問 134】

$\sqrt{51-7a}$ が自然数となるような自然数 a のうち、最も小さい数を求めよ。

(香川県 2016 年度)

解答欄

$a =$

解答

$$a = 5$$

解説

$51-7a$ が自然数の2乗になる自然数 a を $a=1$ から順に調べていくと $a=5$ のとき
 $\sqrt{51-7a} = \sqrt{51-7 \times 5} = \sqrt{51-35} = \sqrt{16} = 4$

【問 135】

$3 < \sqrt{\frac{n}{2}} < 4$ をみたす自然数 n の個数を求めよ。

(鹿児島県 2016 年度)

解答欄

個

解答

13 個

解説

不等式より $3^2 < \frac{n}{2} < 4^2$ これより $18 < n < 32$

この不等式を満たす整数の個数は $31 - 18 = 13$ 個

【問 136】

n を正の整数とする。 $\sqrt{45n}$ が整数となる n の値のうち、最も小さい n の値を求めなさい。

(栃木県 2017 年度)

解答欄

$n =$

解答

$$n = 5$$

解説

$\sqrt{45n} = \sqrt{3^2 \times 5 \times n} = 3\sqrt{5 \times n}$ だから $n = 5$

【問 137】

$\sqrt{10}$ より小さい自然数をすべて書きなさい。

(大阪府 2017 年度 A)

解答欄

解答

1, 2, 3

解説

$3^2=9$, $4^2=16$ より $3 < \sqrt{10} < 4$ となるから $\sqrt{10}$ より小さい自然数は 1, 2, 3

【問 138】

$\sqrt{\frac{180}{n}}$ が整数となるような自然数 n の値を全て求めよ。

(奈良県 2017 年度)

解答欄

解答

$n=5, 20, 45, 180$

解説

A を整数とすると $\frac{180}{n} = A^2$ となるとき $\sqrt{\frac{180}{n}}$ は整数になる。

またこのとき $180 = A^2 n$ となるから根号の中が 2 乗の形で表すことができ、その 2 乗の数が 180 の約数となる数を見つければよい。

180 の約数は 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 30, 36, 45, 60, 90, 180

この中で 2 乗の形で表すことができるのは 1, 4, 9, 36

それぞれのときの n の値を求めると $\frac{180}{n} = 1^2 = 1$ のとき $n = 180$

$\frac{180}{n} = 2^2 = 4$ のとき $n = 45$

$\frac{180}{n} = 3^2 = 9$ のとき $n = 20$

$\frac{180}{n} = 6^2 = 36$ のとき $n = 5$ となるから

$n = 5, 20, 45, 180$

【問 139】

次の大小関係にあてはまる自然数 n は何個あるか、求めなさい。

(和歌山県 2017 年度)

$$\sqrt{10} < n < \sqrt{38}$$

解答欄

個

解答

3 個

解説

$$\sqrt{10} < n < \sqrt{38}$$

$$\sqrt{10} < \sqrt{n^2} < \sqrt{38}$$

$$10 < n^2 < 38$$

n は 4 以上 6 以下の自然数だから 3 個。

【問 140】

$7 < \sqrt{m} < 6\sqrt{2}$ にあてはまる自然数 m の個数を求めなさい。

(山口県 2017 年度)

解答欄

個

解答

22 個

解説

$$7 < \sqrt{m} < 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{49} < \sqrt{m} < \sqrt{72}$$

$$49 < m < 72$$

50 から 71 までの自然数があてはまるからその個数は $71 - (50 - 1) = 22$ 個

【問 141】

$\sqrt{24a}$ の値が整数となるような自然数 a のうち、最も小さいものを求めなさい。

(佐賀県 2017 年度 特色)

解答欄

解答

6

解説

$\sqrt{24a} = \sqrt{2^3 \times 3 \times a} = 2\sqrt{2 \times 3 \times a}$ だから最も小さい a の値は $2 \times 3 = 6$

【問 142】

$\sqrt{306 - 3n}$ が自然数となるような整数 n のうち、最も大きい値を求めなさい。

(秋田県 2018 年度)

解答欄

解答

$n = 99$

解説

$\sqrt{306 - 3n} = \sqrt{3(102 - n)}$ これが自然数となるのは、 $102 - n = 3a^2$ (a は自然数) の形になるとき。

$n = 102 - 3a^2$ より、最も大きい n の値は $a = 1$ のときで、 $n = 102 - 3 \times 1^2 = 99$

【問 143】

$\sqrt{28n}$ が自然数になるような自然数 n のうちで、もっとも小さい値を求めなさい。

(福島県 2018 年度)

解答欄

解答

7

解説

$28 = 2^2 \times 7$ だから、 $\sqrt{28n}$ が自然数になるような最小の自然数 n は 7

【問 144】

$\sqrt{53-2n}$ が整数となるような正の整数 n の個数を求めなさい。

(神奈川県 2018 年度)

解答欄

解答

4 個

解説

n は正の整数だから、 $53-2n$ は奇数であり、 $\sqrt{53-2n}$ が整数になるのは、 $53-2n$ が(奇数)²の形で表されるときだけである。また、 $53-2n$ は 53 より小さいから、 $53-2n=1^2, 3^2, 5^2, 7^2$ つまり、 $1, 9, 25, 49$ のときだけである。よって、これらに対応する n の値は、 $n=26, 22, 14, 2$ の 4 通りである。

【問 145】

n は自然数で、 $\sqrt{24n}$ がある自然数になる。このような n のうちで最も小さい数を求めなさい。

(愛知県 2018 年度 A)

解答欄

解答

$n=6$

解説

$24=2^2 \times 6$ だから $\sqrt{24n}=2\sqrt{6n}$

これが自然数になるような最も小さい自然数 n は $n=6$

【問 146】

$\sqrt{24n}$ の値が自然数となるような自然数 n の値のうち、もっとも小さいものを求めなさい。

(滋賀県 2018 年度)

解答欄

解答

6

解説

$24 = 2^2 \times 6$ だから、 $\sqrt{24n} = \sqrt{2^2 \times 6n} = 2\sqrt{6n}$
よって求める n の値は 6

【問 147】

$5 < \sqrt{a} < 6$ を満たす自然数 a は何個あるか。

(奈良県 2018 年度)

解答欄

解答

10 個

解説

$\sqrt{25} < \sqrt{a} < \sqrt{36}$ だから $25 < a < 36$
これを満たす自然数 a は 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35 の 10 個。

【問 148】

$\sqrt{60n}$ の値が整数となるような自然数 n のうち、最も小さいものを求めなさい。

(和歌山県 2018 年度)

解答欄

解答

$n = 15$

解説

$60 = 2^2 \times 15$ より、 $\sqrt{60n} = 2\sqrt{15n}$
よって、求める自然数は $n = 15$

【問 149】

無理数 $2\sqrt{7}$ と 2 つの整数の大小を表した不等式について、正しいのはア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。

(岡山県 2018 年度 特別)

ア $3 < 2\sqrt{7} < 4$ イ $4 < 2\sqrt{7} < 5$ ウ $5 < 2\sqrt{7} < 6$ エ $6 < 2\sqrt{7} < 7$

解答欄

解答

ウ

解説

$2\sqrt{7} = \sqrt{28}$ で、 $25 < 28 < 36$ だから、 $\sqrt{25} < \sqrt{28} < \sqrt{36}$

よって、 $5 < 2\sqrt{7} < 6$ より、ウが正しい。

【問 150】

n を 50 以下の正の整数とすると、 $\sqrt{5n}$ の値が整数となるような n の値をすべて求めよ。

(鹿児島県 2018 年度)

解答欄

解答

$n = 5, 20, 45$

解説

$n = 5 \times (\text{自然数})^2$ となればよい。 $n = 5 \times 1^2, 5 \times 2^2, 5 \times 3^2, 5 \times 4^2, \dots = 5, 20, 45, 80, \dots$ であり、 n は 50 以下の正の整数だから、 $n = 5, 20, 45$

【問 151】

$\sqrt{24n}$ の値が整数となる自然数 n のうち、もっとも小さい値は である。

(沖縄県 2018 年度)

解答欄

解答

6

解説

$24 = 2^2 \times 6$ より、 $\sqrt{24n} = \sqrt{2^2 \times 6 \times n} = 2\sqrt{6 \times n}$ となるから
 $n = 6$ が $\sqrt{24n}$ の値が整数となる最小の自然数である。

【問 152】

n を自然数とすると、 $4 < \sqrt{n} < 10$ をみたす n の値は何個あるか求めなさい。

(茨城県 2019 年度)

解答欄

解答

83 (個)

解説

$4 < \sqrt{n} < 10$ ……①の各辺を 2 乗すると $16 < n < 100$ で
この不等式をみたす n の値は $99 - 16 = 83$ (個)だから
①の不等式をみたす n の値は 83 個である。

【問 153】

$2 < \sqrt{a} < 3$ を満たす自然数 a を、小さい順にすべて書きなさい。

(群馬県 2019 年度 後期)

解答欄

解答

5, 6, 7, 8

解説

$2 = \sqrt{2^2} = \sqrt{4}$, $3 = \sqrt{3^2} = \sqrt{9}$ より、 $\sqrt{4} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$ となる。
これを満たす自然数 a は小さい順に $a = 5, 6, 7, 8$ である。

【問 154】

3つの数 $5\sqrt{3}$, 8 , $\sqrt{79}$ の大小を不等号を使って表しなさい。

(神奈川県 2019 年度)

解答欄

解答

$$8 < 5\sqrt{3} < \sqrt{79}$$

解説

$$5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \times 3} = \sqrt{75}, \quad 8 = \sqrt{64} \text{で}$$

$64 < 75 < 79$ だから

$$\sqrt{64} < \sqrt{75} < \sqrt{79}$$

$$\text{よって } 8 < 5\sqrt{3} < \sqrt{79}$$

【問 155】

n は自然数で, $8.2 < \sqrt{n+1} < 8.4$ である。このような n をすべて求めなさい。

(愛知県 B 2019 年度)

解答欄

解答

$$n = 67, 68, 69$$

解説

$$8.2^2 = 67.24, \quad 8.4^2 = 70.56 \text{ だから, } 67.24 < n+1 < 70.56 \quad 66.24 < n < 69.56$$

n は自然数だから, $n = 67, 68, 69$

【問 156】

次のア～カの式のうち、三つの数 $\sqrt{31}$ 、 $\frac{8}{\sqrt{2}}$ 、5.5の大小関係を正しく表しているものはどれですか。一つ選び、記号を○で囲みなさい。

ア $\sqrt{31} < \frac{8}{\sqrt{2}} < 5.5$

イ $\sqrt{31} < 5.5 < \frac{8}{\sqrt{2}}$

ウ $\frac{8}{\sqrt{2}} < \sqrt{31} < 5.5$

エ $\frac{8}{\sqrt{2}} < 5.5 < \sqrt{31}$

オ $5.5 < \sqrt{31} < \frac{8}{\sqrt{2}}$

カ $5.5 < \frac{8}{\sqrt{2}} < \sqrt{31}$

(大阪府 C 2019 年度)

解答欄

解答

オ

解説

$$\frac{8}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{8^2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{64}{2}} = \sqrt{32}, \quad 5.5 = \sqrt{5.5^2} = \sqrt{30.25} \quad 30.25 < 31 < 32 \text{ だから, } \sqrt{30.25} < \sqrt{31} < \sqrt{32}$$

よって、 $5.5 < \sqrt{31} < \frac{8}{\sqrt{2}}$ で、正しいのはオ。

【問 157】

3つの数 3.3、 $\frac{10}{3}$ 、 $\sqrt{11}$ のうち、最も大きい数はどれか。

(奈良県 2019 年度)

解答欄

解答

$$\frac{10}{3}$$

解説

3.3 と $\frac{10}{3}$ について、 $\frac{10}{3} = 3.33\cdots > 3.3$ だから、 $\frac{10}{3}$ のほうが大きい。

$\frac{10}{3}$ と $\sqrt{11}$ について、 $\frac{10}{3} = \sqrt{\frac{100}{9}} = \sqrt{11.11\cdots} > \sqrt{11}$ だから、 $\frac{10}{3}$ のほうが大きい。

よって、最も大きい数は $\frac{10}{3}$

【問 158】

$2.4 < \sqrt{a} < 3$ となる自然数 a を、すべて求めなさい。

(徳島県 2019 年度)

解答欄

$a =$

解答

$a = 6, 7, 8$

解説

$\sqrt{2.4^2} < \sqrt{a} < \sqrt{3^2}$ より、 $\sqrt{5.76} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$ $5.76 < a < 9$ これをみたす自然数 a は、6, 7, 8

【問 159】

$\frac{9}{2} < \sqrt{n} < 5$ となるような自然数 n の個数を求めよ。

(高知県 A 2019 年度)

解答欄

個

解答

4 個

解説

$\left(\frac{9}{2}\right)^2 < n < 5^2$ より、 $\frac{81}{4} < n < 25$ $\frac{81}{4} = 20\frac{1}{4}$ だから、あてはまる自然数 n は、21, 22, 23, 24 の 4 個。

【問 160】

$\sqrt{67-2n}$ の値が整数になるような自然数 n のうち、最も小さいものを求めよ。

(長崎県 2019 年度)

解答欄

解答

9

解説

$\sqrt{67-2n}$ が整数になるのは、 $67-2n$ が(整数)²の形になるとき。
また、 n は自然数だから、 $67-2n$ の値は67より小さい奇数になる。
したがって、 $67-2n$ の値として条件をみたすのは、
 $1(=1^2)$, $9(=3^2)$, $25(=5^2)$, $49(=7^2)$
・ $67-2n=1$ のとき $n=33$
・ $67-2n=9$ のとき $n=29$
・ $67-2n=25$ のとき $n=21$
・ $67-2n=49$ のとき $n=9$
よって、あてはまる n の値のうち、最も小さいのは 9

【問 161】

$\sqrt{45}$ に最も近い自然数は、 である。

(沖縄県 2019 年度)

解答欄

解答

7

解説

$6=\sqrt{36}<\sqrt{45}<\sqrt{49}=7$ さらに $6.5=\sqrt{6.5^2}=\sqrt{42.25}$, $6.5=\sqrt{42.25}<\sqrt{45}<\sqrt{49}=7$ だから、
 $\sqrt{45}$ に最も近い自然数は 7 である。

【問 162】

$\sqrt{120+a^2}$ が整数となる自然数 a は全部で何個あるか、求めなさい。

(秋田県 2020 年度)

解答欄

個

解答

4 個

解説

$N = \sqrt{120+a^2}$ (N は正の整数) とおくと、両辺を 2 乗して、 $N^2 = 120+a^2$ 整理すると、
 $N^2 - a^2 = 120$ $(N+a)(N-a) = 120 = 2^3 \times 3 \times 5$ $N+a$ と $N-a$ の差は $2a$ だから、
 $N+a$ と $N-a$ の差が偶数になるような 2 数の積を見つければよいから、
 $(N+a, N-a) = (60, 2), (30, 4), (20, 6), (12, 10)$
それぞれについて $(N+a) + (N-a) = 2N = 62, 34, 26, 22$ となり、すべて条件を満たす。よって、4 個。

【問 163】

次のア～オのうち、絶対値が最も大きい数を選び、記号で答えなさい。

ア 3.2 イ $-\frac{7}{2}$ ウ $2\sqrt{2}$ エ $\frac{10}{3}$ オ -3

(群馬県 2020 年度 後期)

解答欄

--

解答

イ

解説

ア～オのそれぞれについて絶対値を考えると、

ア 3.2 イ $\frac{7}{2}$ ウ $2\sqrt{2}$ エ $\frac{10}{3}$ オ 3 であり、

イ $\frac{7}{2} = 3.5$ エ $\frac{10}{3} = 3.333\cdots$ なので $3 < 3.2 < \frac{10}{3} < \frac{7}{2}$ である。

またウ $(2\sqrt{2})^2 = 8 < 3^2 \Rightarrow 2\sqrt{2} < 3$ だから $2\sqrt{2} < 3 < 3.2 < \frac{10}{3} < \frac{7}{2}$ である。

よって最も絶対値が大きい数はイ

【問 164】

$\frac{5880}{n}$ が自然数の平方となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(神奈川県 2020 年度)

- 1 $n=6$ 2 $n=10$ 3 $n=30$ 4 $n=210$

解答欄

解答

3

解説

5880 を素因数分解すると、 $5880=2^3 \times 3 \times 5 \times 7^2$ なので、

$\frac{5880}{n} = \frac{2^3 \times 3 \times 5 \times 7^2}{n}$ となり、これを自然数の平方とする最も小さい n の値は $n=2 \times 3 \times 5=30$

【問 165】

$5 < \sqrt{n} < 6$ をみたす自然数 n の個数を求めよ。

(京都府 2020 年度 中期)

解答欄

解答

10 個

【問 166】

n を自然数とすると、 $\sqrt{189n}$ の値が自然数となるような最も小さい n の値を求めなさい。

(大阪府 B 2020 年度)

解答欄

解答

21

解説

$\sqrt{189n}$ の値が自然数となるには、 $189n$ の値が自然数の 2 乗となればよい。

189 を素因数分解すると $189=3^3 \times 7=3^2 \times 3 \times 7$ と表せるように、

すでに 3^2 については自然数の平方になっているので、

残る 3 と 7 についてもそれぞれの平方となれば、全体として自然数の平方となる。

よって 189 に $n=3 \times 7=21$ をかければ、 $189n=(3^2 \times 3 \times 7) \times (3 \times 7)=(3^2 \times 7)^2$ というように自然数の平方となる。

よって、求める値は $n=21$

【問 167】

$\sqrt{10-n}$ の値が自然数となるような自然数 n を、すべて求めなさい。

(和歌山県 2020 年度)

解答欄

解答

$n=1, 6, 9$

【問 168】

$\sqrt{45n}$ が整数になるような自然数 n のうち、最も小さい数を求めなさい。

(山口県 2020 年度)

解答欄

解答

5

【問 169】

$\sqrt{180a}$ が自然数となるような自然数 a のうち、最も小さい数を求めよ。

(香川県 2020 年度)

解答欄

$a =$

解答

$a = 5$

解説

$180a = 5 \times 3^2 \times 2^2 \times a = n^2$ (n は自然数) となるような最小の a だから、 $n^2 = (2 \times 3 \times 5)^2$ より、 $a = 5$

【問 170】

$\sqrt{7}$ より大きく、 $\sqrt{31}$ より小さい整数をすべて書け。

(鹿児島県 2020 年度)

解答欄

解答

3, 4, 5

解説

$\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$ つまり、 $2 < \sqrt{7} < 3$ である。

同様に、 $5 < \sqrt{31} < 6$ であり、 $\sqrt{7}$ と $\sqrt{31}$ の間にある整数は 3, 4, 5 である。

【問 171】

n は自然数である。 $10 < \sqrt{n} < 11$ を満たし、 $\sqrt{7n}$ が整数となる n の値を求めなさい。

(秋田県 2021 年度)

解答欄

$n =$

解答

$$n = 112$$

解説

$$10 < \sqrt{n} < 11 \text{ より, } \sqrt{100} < \sqrt{n} < \sqrt{121} \quad 100 < n < 121$$

つまり、 n は 100 より大きく、121 より小さい自然数である。

また、 $\sqrt{7n}$ が自然数となるためには、 $n = 7 \times (\text{自然数の 2 乗})$ であればよい。

よって、100 より大きく 121 より小さい自然数のうち 7 の倍数は、105, 112, 119。

このうち、 $7 \times (\text{自然数の 2 乗})$ となっているのは、112

【問 172】

-3 と $-2\sqrt{2}$ の大小を、不等号を使って表しなさい。

(福島県 2021 年度)

解答欄

解答

$$-3 < -2\sqrt{2}$$

【問 173】

n を自然数とする。 $\sqrt{24n}$ が自然数となるような n のうち、最も小さい数を求めなさい。

(群馬県 2021 年度 後期)

解答欄

$n =$

解答

$$(n =) 6$$

解説

$\sqrt{24n} = 2\sqrt{6n}$ $n = 6k^2$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) の形の場合に限り $\sqrt{24n} = 12k$ で、最小の n は、 $k = 1$ のときの 6

【問 174】

$\sqrt{\frac{540}{n}}$ が自然数となるような、最も小さい自然数 n の値を求めなさい。

(神奈川県 2021 年度)

解答欄

解答

$$n = 15$$

解説

$\sqrt{\frac{540}{n}}$ が自然数となるには、 $\frac{540}{n}$ がある自然数の 2 乗となればよい。

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$ だから、 $n = 3 \times 5 = 15$ のときに、 $\frac{540}{n} = 2^2 \times 3^2 = 6^2$ となり、 $\sqrt{\frac{540}{n}}$ が自然数となる。

【問 175】

$4 < \sqrt{n} < 5$ をみたす自然数 n の個数を求めなさい。

(石川県 2021 年度)

解答欄

解答

8 個

解説

$4 = \sqrt{16}$, $5 = \sqrt{25}$ より、 $\sqrt{16} < \sqrt{n} < \sqrt{25}$ を満たす自然数 n は、 $n = 17, 18, \dots, 24$ だからその個数は、 $24 - 17 + 1 = 8$ (個)

【問 176】

絶対値が $\sqrt{10}$ より小さい整数は全部で何個あるか求めよ。

(京都府 2021 年度 前期)

解答欄

個

解答

7 (個)

解説

$\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ すなわち、 $3 < \sqrt{10} < 4$ より、絶対値が $\sqrt{10}$ より小さい整数は、 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ の 7 個

【問 177】

n を 2 けたの自然数とするとき、 $\sqrt{300-3n}$ の値が偶数となる n の値をすべて求めなさい。

(大阪府 C 2021 年度)

解答欄

--

解答

52, 88

解説

n は 2 けたの自然数なので、 $n=10, 11, 12, \dots, 99$ である。

よって、 $n=10$ のとき、 $300-3n=270$ 、 $n=99$ のとき、 $300-3n=3$ だから、 $3 \leq 300-3n \leq 270$

また、 $\sqrt{300-3n}$ が偶数となるのは、 $300-3n$ が偶数の 2 乗であるときである。

さらに、 $300-3n=3(100-n)$ より、 $300-3n$ は 3 の倍数なので、 $300-3n$ は 6 の倍数の 2 乗である。

よって、 $300-3n=36, 144$ なので、それぞれから n の値を求めると、 $n=88, 52$

【問 178】

次のア～エの数の中で絶対値が最も大きいものを1つ選び、記号で答えなさい。

ア	2	イ	$\sqrt{3}$	ウ	$-\frac{7}{3}$	エ	0
---	---	---	------------	---	----------------	---	---

(島根県 2021 年度)

解答欄

解答

ウ

解説

$$2 = \sqrt{4} \text{より, } 0 < \sqrt{3} < 2 < \frac{7}{3}$$

よって絶対値が最も大きいものは $-\frac{7}{3}$

【問 179】

$4 < \sqrt{a} < \frac{13}{3}$ に当てはまる整数 a の値を全て求めなさい。

(広島県 2021 年度)

解答欄

解答

17, 18

解説

$4 < \sqrt{a} < \frac{13}{3}$ より, $\sqrt{4^2} < \sqrt{a} < \sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2}$, $\sqrt{16} < \sqrt{a} < \sqrt{\frac{169}{9}}$ が成り立つ。 $\frac{169}{9} = 18.7\cdots$ より, $16 < a < 18.7\cdots$ を満たす a を求めればよいので, $a = 17, 18$

【問 180】

$\frac{336}{n}$ の値が、ある自然数の 2 乗となるような自然数 n のうち、最も小さいものを求めなさい。

(徳島県 2021 年度)

解答欄

解答

21

解説

$336=2^4 \times 3 \times 7$ である。自然数の 2 乗になるということは

$\frac{336}{n}$ が $\square^2 \times \triangle^2 \times \square^2 \times \dots$ の形になればよい。

$n=3 \times 7=21$ のとき $\frac{336}{n}=2^2 \times 2^2$ となり自然数の 2 乗になる。

【問 181】

28 にできるだけ小さい自然数 n をかけて、その積がある自然数の 2 乗になるようにしたい。このとき、 n の値を求めよ。

(鹿児島県 2021 年度)

解答欄

解答

$n=7$

解説

$28 \times n = 2^2 \times 7 \times n$ だから $n=7$ のとき $28 \times n = 2^2 \times 7^2$ となり自然数の 2 乗になる。