6.証明以外 平面図形の複合問題【2021 年度出題】

【問 1】

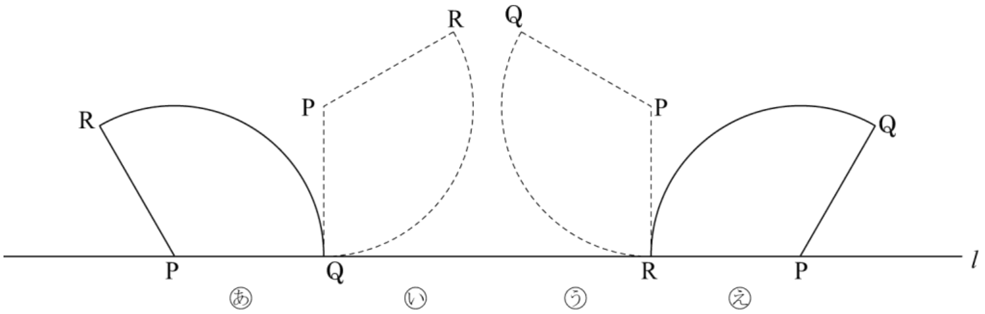
次の(1)，(2)に答えなさい。

（北海道 2021 年度）

(1) **図１**の㋐のように，直線 l 上に，半径 2 cm，中心角 120° のおうぎ形 PQR があります。おうぎ形 PQR に，次の **1** ～ **3** の操作を順に行うことによって，点 P がえがく線の長さを求めなさい。ただし，円周率は π を用いなさい。

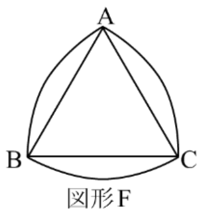
1	㋐から㋑まで，点 Q を中心として時計回りに 90° 回転移動させる。
2	㋑から㋒まで，弧 QR と直線 l が接するように，すべることなく転がす。
3	㋒から㋓まで，点 R を中心として時計回りに 90° 回転移動させる。

図１



(2) **図２**のように，正三角形 ABC の頂点 A，B，C をそれぞれ中心とし，1 辺の長さを半径とする円の弧 BC，弧 CA，弧 AB で囲まれた図形を F とします。**図３**の㋐のように，直線 l 上に図形 F があり，線分 BC と直線 l は垂直とします。図形 F に，次の **1** ～ **6** の操作を順に行うことによって，図形 F が㋐から㋑まで動いてできる図形に色をつけて表した図として，最も適当なものを，**ア**～**オ**から 1 つ選びなさい。

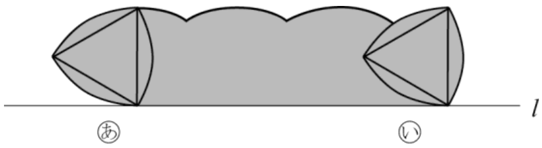
図２



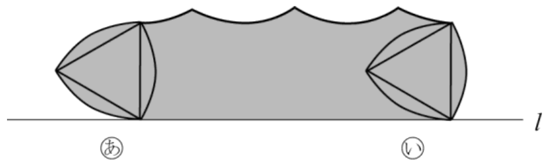
1	点 B を中心として時計回りに 60° 回転移動させる。
2	線分 CA と直線 l が垂直になるまで，弧 BC と直線 l が接するように，すべることなく転がす。
3	点 C を中心として時計回りに 60° 回転移動させる。
4	線分 AB と直線 l が垂直になるまで，弧 CA と直線 l が接するように，すべることなく転がす。
5	点 A を中心として時計回りに 60° 回転移動させる。
6	線分 BC と直線 l が垂直になるまで，弧 AB と直線 l が接するように，すべることなく転がす。

図３

ア



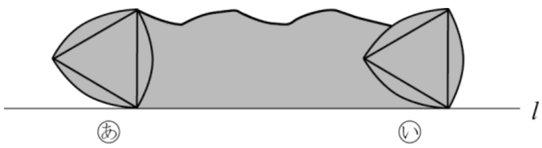
イ



ウ

エ

オ



解答欄

(1)	cm
(2)	

解答

(1) $\frac{10}{3}\pi$ cm

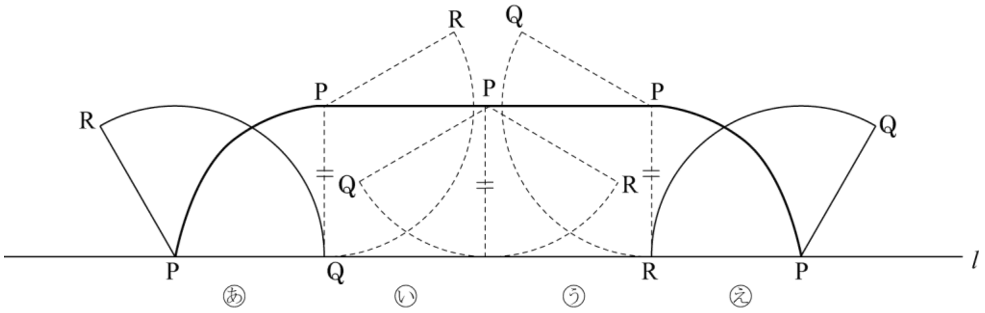
(2) ウ

解説

(1)

点Pがえがく線を図示すると，**図１**のようになる。①㋐から㋑までは，点Qを中心とする円弧をえがく。②㋑から㋒までは，おうぎ形PQRと直線ℓとの接点と，点Pとの距離が，つねにおうぎ形PQRの半径の長さを保つので，点Pは直線ℓと平行な直線をえがく。③㋒から㋓までは，点Rを中心とする円弧をえがく。

図１



①，③のときに点Pがえがく円弧の長さは，$2\pi \times 2 \times \frac{90}{360} = \pi$ (cm)

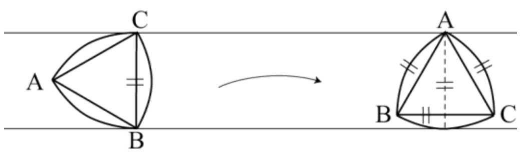
②のときに点Pがえがく直線の長さは，$\overset{\frown}{QR}$の長さに等しいので，$2\pi \times 2 \times \frac{120}{360} = \frac{4}{3}\pi$ (cm)

よって，点Pがえがく線の長さは，$\pi \times 2 + \frac{4}{3}\pi = \frac{10}{3}\pi$ (cm)

(2)

図形Fは，**図２**のように，つねにその幅が正三角形の１辺の長さに等しくなるので，1～6の操作を順に行ったときに，図形Fが動いてできる図形は，**ウ**のようになる。

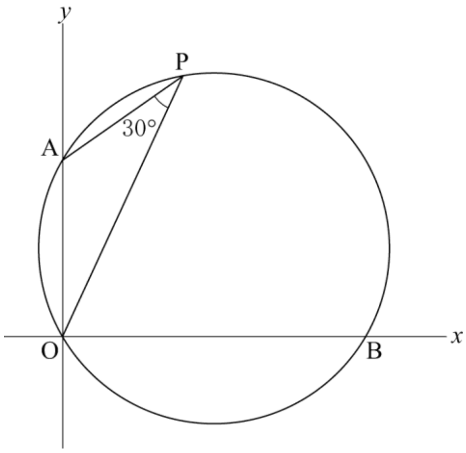
図２



【問 2】

下の図のように，座標平面上の原点 O を通る円がある。この円は，原点 O のほかに，y 軸と点 A (0，4) で，x 軸と点 B で交わる。この円の原点 O をふくまない方の$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$上に点 P をとると，∠OPA＝30° であった。このとき，この円の中心の座標を求めなさい。

（青森県 2021 年度）



解答欄

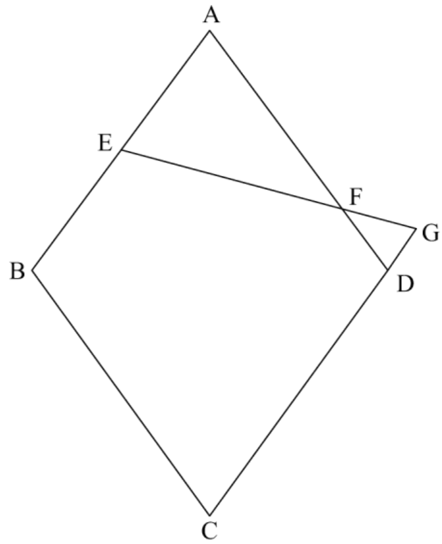
解答
$(2\sqrt{3}，2)$
解説
同じ弧に対する円周角の大きさは等しいので，∠APO＝∠ABO＝30°
また∠AOB＝90° なので，△OAB は辺の比が AO：AB：BO＝1：2：$\sqrt{3}$の直角三角形である。
したがって，OA＝4 より，OB＝$4\sqrt{3}$である。
また，∠AOB＝90° なので，AB はこの円の直径である。
よって，点 A（0，4）と B（$4\sqrt{3}$，0）の中点が中心の座標となるので，答えは（$2\sqrt{3}$，2）

【問 3】

右の図の四角形 ABCD は，1 辺の長さが 6 cm のひし形です。辺 AB の中点を E とし，辺 AD 上に DF＝2 cm となるように点 F をとります。

直線 CD，EF の交点を G とするとき，線分 DG の**長さ**を求めなさい。

（岩手県 2021 年度）



解答欄

	cm

解答

$\frac{3}{2}$ cm

解説

AF＝AD－DF＝6－2＝4(cm)

AE＝$\frac{1}{2}$AB＝$\frac{1}{2}$×6＝3(cm)

AE//GD より

△AFE と△DFG において

平行線と線分の比から，

AE : DG＝AF : DF

3 : DG＝4 : 2

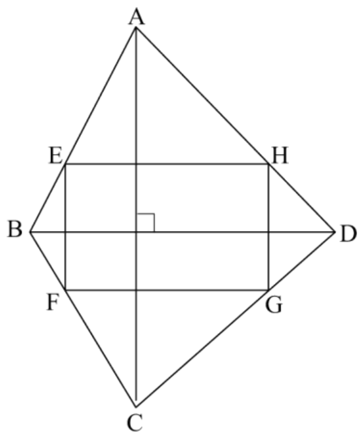
DG＝$\frac{3}{2}$(cm)

【問 4】

図３のように，四角形 ABCD があり，AC⊥BD である。点 E，F，G，H は，それぞれ辺 AB，BC，CD，DA 上の点であり，AE : EB＝CF : FB＝2 : 1，EH // BD，FG // BD である。四角形 ABCD の面積が 18 cm^2 のとき，四角形 EFGH の面積を求めなさい。

（秋田県 2021 年度）

図３



解答欄

cm^2

解答

8　cm^2

解説

四角形 EFGH は長方形なので（※1），面積は EF×EH である。

AE : EB＝CF : FB＝2 : 1 なので

$\mathrm{EF}=\frac{1}{3}\mathrm{AC}$，$\mathrm{EH}=\frac{2}{3}\mathrm{BD}$ である。

四角形 ABCD の面積が 18 なので，AC×BD＝36 である。

この等式の両辺に，$\left(\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\right)$をかけると

$\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\mathrm{AC}\times\mathrm{BD}=36\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}$

$\frac{1}{3}\mathrm{AC}\times\frac{2}{3}\mathrm{BD}=8$

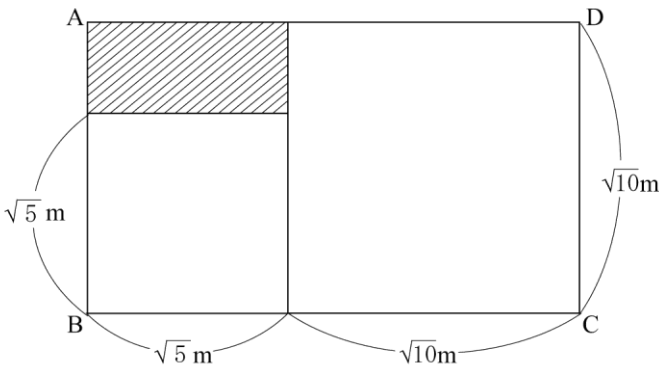
EF×EH＝8

よって，長方形 EFGH の面積は 8cm^2

【問 5】

下の**図**のように，長方形 ABCD の中に 1 辺の長さが$\sqrt{5}$m と$\sqrt{10}$m の正方形がある。

図



このとき，斜線部分の長方形の周の長さを求めなさい。

（茨城県 2021 年度）

解答欄

m

解答

$2\sqrt{10}$ (m)

解説

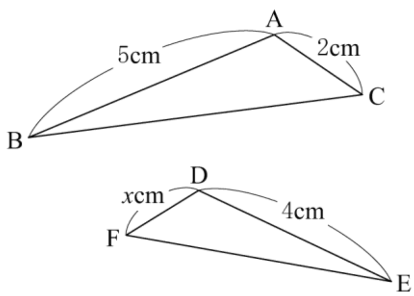
斜線部分の長方形の縦の長さは，$\sqrt{10}-\sqrt{5}$(m)，横の長さは，$\sqrt{5}$ m なので

周の長さは，$2(\sqrt{10}-\sqrt{5})+2\sqrt{5}=2\sqrt{10}$(m)

【問 6】

右の図で，△ABC∽△DEF であるとき，x の値を求めなさい。

（栃木県 2021 年度）



解答欄

$x=$

解答

($x=$) $\dfrac{8}{5}$

解説

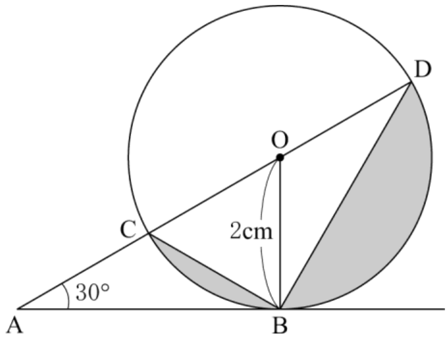
△ABC∽△DEF より，AB : DE＝AC : DF ⇒ 5 : 4＝2 : x ⇒ $x=\dfrac{8}{5}$

【問 7】

右の図のように，半径 2 cm の円 O があり，その外部の点 A から円 O に接線をひき，その接点を B とする。また，線分 AO と円 O との交点を C とし，AO の延長と円 O との交点を D とする。

∠OAB＝30° のとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（栃木県 2021 年度）



⑴　AD の長さを求めなさい。

⑵　B を含む弧 CD と線分 BC，BD で囲まれた色のついた部分（ の部分）の面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

解答欄

⑴	cm
⑵	cm^2

解答

⑴ 6　(cm)

⑵ $2\pi-2\sqrt{3}$　(cm^2)

解説

⑴

△OAB において，∠OAB＝30°，∠OBA＝90°だから

OB：OA＝1：2

2：OA＝1：2

OA＝4(cm)

よって，AD＝OA＋OD＝4＋2＝6(cm)

⑵

色のついた部分は，半円から△DCB を取り除いたものである。

半円の面積は $\pi\times2^2\times\frac{1}{2}=2\pi$ (cm^2)

△OAB において

∠OAB＝30°，∠OBA＝90°だから∠BOA=60°

円周角の定理より∠BDC＝$\frac{1}{2}$∠BOA＝30°

また，線分 CD は直径だから，∠DBC＝90°

よって，△DCB において，BC：CD＝1：2

⇒　BC：4＝1：2　⇒　BC＝2(cm)

BC：BD＝1：$\sqrt{3}$　⇒　2：BD＝1：$\sqrt{3}$　⇒　BD＝$2\sqrt{3}$(cm)

△DCB＝$2\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{3}$($cm^2$)

よって，求める面積は，$2\pi-2\sqrt{3}$(cm^2)

図 1

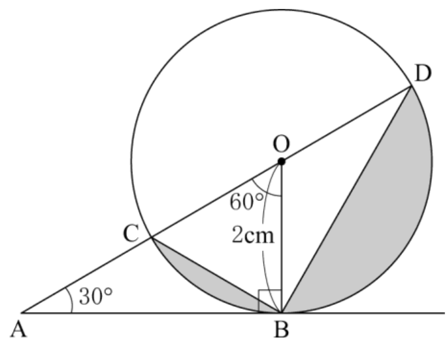
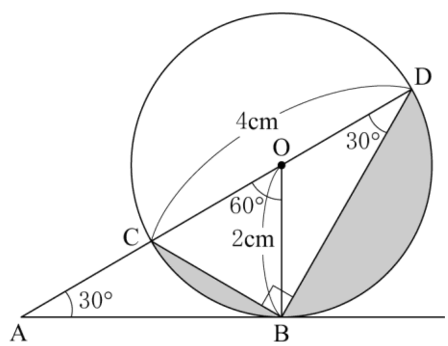


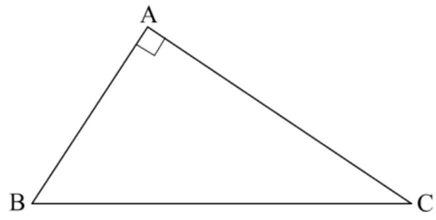
図 2



【問 8】

　右の図のような∠A＝90° の直角三角形 ABC において，AB＝2 cm，CA＝3 cm である。辺 BC の長さを求めなさい。

（群馬県 2021 年度 後期）



解答欄

cm

解答

$\sqrt{13}$　(cm)

【問 9】

A さんは，同じ大きさの 3 本の筒を**図 1** のように並べてひもで束ねようとしましたが，ひもの長さが足りませんでした。そこで，**図 2** のように並べかえたところ，ひもで束ねることができました。必要なひもの長さの違いに興味をもった A さんは，筒を並べてその周りにひもを巻いたものを上からみた様子を，下の**ア**，**イ**のように模式的に表しました。

円の半径を 2 cm，円周率を π とするとき，**ア**と**イ**のひもの長さの差を，途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。

ただし，必要なひもの長さは 1 周だけ巻いたときの最も短い長さとし，ひもの太さや結び目については考えないものとします。

（埼玉県 2021 年度）

図 1

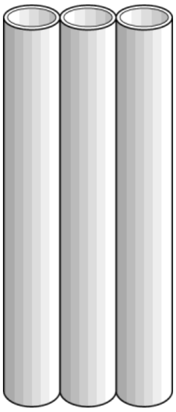
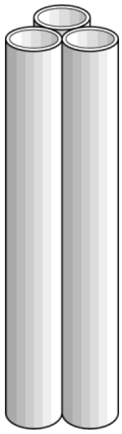
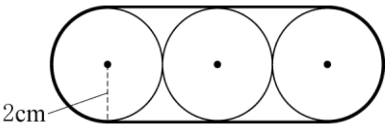


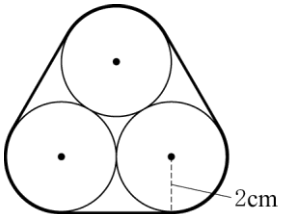
図 2



ア



イ

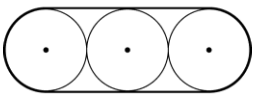


解答欄

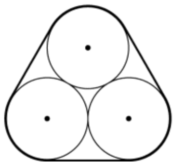
〔説明〕

答え　　　　　cm

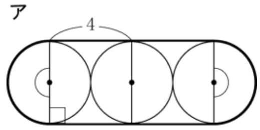
ア

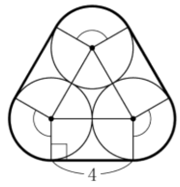


イ



解答
〔説明〕
右の図で，曲線部分の長さの和はともに 4π cm で等しいので
アと**イ**のひもの長さの差は，直線部分の差になる。
したがって，その差は
4×4－4×3＝4
(答え)　4　(cm)

ア


イ


【問 10】

A さんは，同じ大きさの 7 本の筒を**図 1** のように並べてひもで束ねようとしましたが，ひもの長さが足りませんでした。そこで，**図 2** のように並べかえたところ，ひもで束ねることができました。必要なひもの長さの違いに興味をもった A さんは，筒を並べてその周りにひもを巻いたものを上からみた様子を，下の**ア**，**イ**のように模式的に表しました。

円の半径を r cm，円周率を π とするとき，**ア**と**イ**のひもの長さの差を，途中の説明も書いて求めなさい。その際，解答用紙の図を用いて説明してもよいものとします。

ただし，必要なひもの長さは 1 周だけ巻いたときの最も短い長さとし，ひもの太さや結び目については考えないものとします。

（埼玉県 2021 年度）

図 1

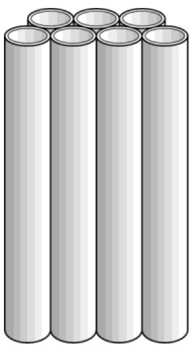
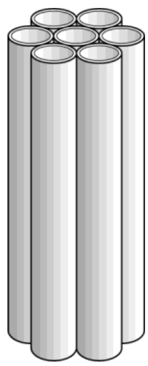
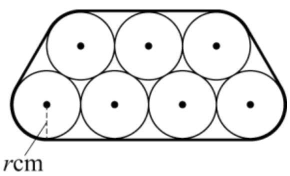


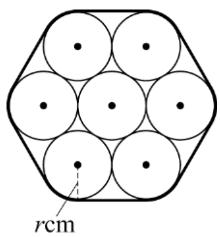
図 2



ア



イ

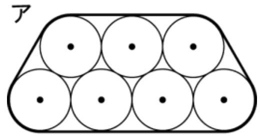


解答欄

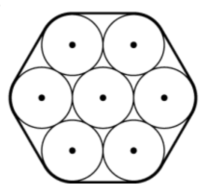
〔説明〕

答え　　　　cm

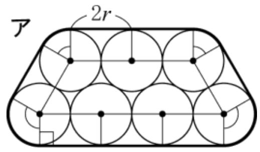
ア

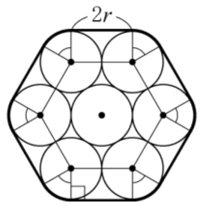


イ



解答
〔説明〕
右の図で，曲線部分の長さの和はともに $2\pi r$ cm で等しいので
アと**イ**のひもの長さの差は，直線部分の差になる。
したがって，その差は
$2r\times7-2r\times6=2r$
(答え)　$2r$　(cm)

ア


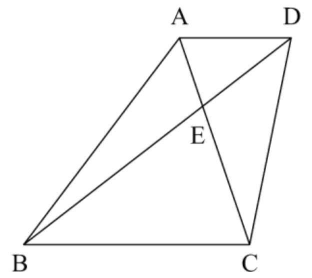
イ


【問 11】

図４は，AD // BC で，AD＝4 cm，BC＝8 cm，BD＝12 cm の台形 ABCD である。対角線の交点を E としたとき，BE の長さを求めなさい。

（長野県 2021 年度）

図４



解答欄

cm

解答

8　(cm)

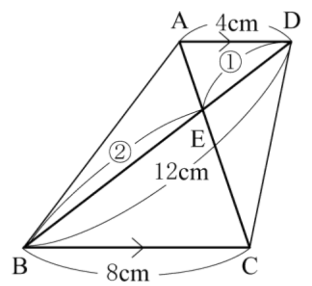
解説

AD//BC より，△AED と△CEB において

平行線と線分の比から

DE：BE＝AD：CB＝4：8＝1：2

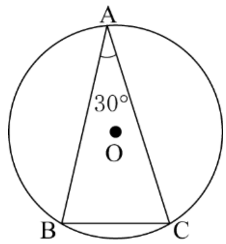
よって，BE＝$\frac{2}{3}$BD＝$\frac{2}{3}$×12＝8(cm)



【問 12】

図で，A，B，C は円 O の周上の点である。
円 O の半径が 6 cm，∠BAC＝30° のとき，線分 BC の長さは何 cm か，求めなさい。

（愛知県 A 2021 年度）

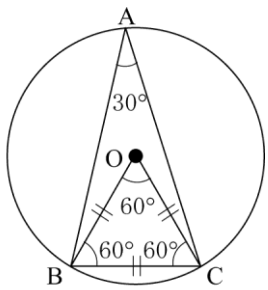


解答欄

cm

解答
6　cm
解説
円周角の定理より，∠BOC＝2∠BAC＝60°
円 O の半径だから，OB＝OC より，△OBC は二等辺三角形である。
底角は等しいから，∠OBC＝∠OCB＝(180°－60°)÷2＝60°(図２)
よって，△OBC は正三角形だから，BC＝OB＝6(cm)

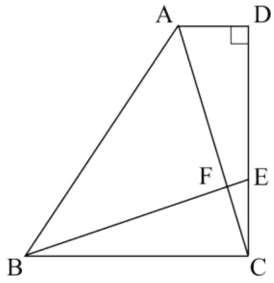
図２



【問 13】

図で，四角形 ABCD は，AD // BC，∠ADC＝90°の台形である。E は辺 DC 上の点で，DE : EC＝2 : 1 であり，F は線分 AC と EB との交点である。

AD＝2 cm，BC＝DC＝6 cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。



（愛知県 A 2021 年度）

(1)　線分 EB の長さは何 cm か，求めなさい。

(2)　△ABF の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^2

解答

(1) $2\sqrt{10}$　cm

(2) $\dfrac{63}{5}$　cm^2

解説

(1)

DE：EC＝2：1より

EC＝$\dfrac{1}{3}$DC＝2(cm)（図２）

AD//BC，∠ADC＝90°より

∠DCB＝90°だから

△EBCにおいて

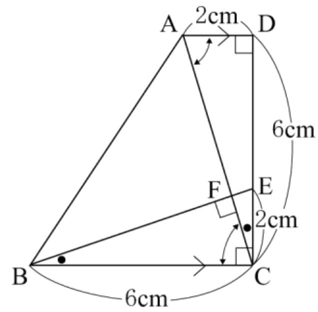
三平方の定理より

$EB^2=BC^2+EC^2=6^2+2^2=40$

EB＞0より

EB＝$2\sqrt{10}$(cm)

図２



(2)

△ACDと△EBCにおいて

∠ADC＝∠ECB＝90°，

AD＝EC＝2(cm)

CD＝BC＝6(cm)より

2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△ACD≡△EBC

よって，∠ACD＝∠EBC，AC＝EB＝$2\sqrt{10}$(cm)

また，△ACDと△CBFにおいて，AD//BCより錯角は等しいので，

∠DAC＝∠FCB

また，∠CBFは∠EBCと同一の角なので

∠ACD＝∠CBFより

2組の角がそれぞれ等しいので

△ACD∽△CBF

よって，∠CFB＝∠ADC＝90°

△ACD≡△EBC，△ACD∽△CBFより，△EBC∽△CBF

BE：BC＝BC：BF　⇒　$2\sqrt{10}$：6＝6：BF　⇒　BF＝$\dfrac{9\sqrt{10}}{5}$(cm)

BE：BC＝CE：FC　⇒　$2\sqrt{10}$：6＝2：FC　⇒　FC＝$\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$(cm)

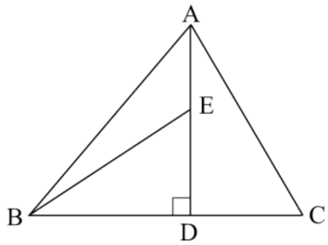
AF＝AC－FC＝$2\sqrt{10}-\dfrac{3\sqrt{10}}{5}=\dfrac{7\sqrt{10}}{5}$(cm)

△ABF＝BF×AF×$\dfrac{1}{2}=\dfrac{9\sqrt{10}}{5}\times\dfrac{7\sqrt{10}}{5}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{63}{5}$($cm^2$)

【問 14】

図で，D は△ABC の辺 BC 上の点で，BD : DC＝3 : 2，AD⊥BC であり，E は線分 AD 上の点である。

△ABE の面積が△ABC の面積の$\frac{9}{35}$倍であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。



（愛知県 A 2021 年度）

(1)　線分 AE の長さは線分 AD の長さの何倍か，求めなさい。

(2)　△ABE を，線分 AD を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積は，△ADC を，線分 AD を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積の何倍か，求めなさい。

解答欄

(1)	倍
(2)	倍

解答

(1)$\frac{3}{7}$　倍

(2)$\frac{27}{28}$　倍

解説

(1)

BD : DC＝3 : 2 より，$\triangle ABD=\frac{3}{5}\triangle ABC$

$\triangle ABE=\frac{AE}{AD}\times\triangle ABD=\frac{AE}{AD}\times\frac{3}{5}\triangle ABC$　よって，$\frac{AE}{AD}\times\frac{3}{5}\triangle ABC=\frac{9}{35}\triangle ABC$

$\Rightarrow$　$\frac{AE}{AD}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{35}$　$\Rightarrow$　$\frac{AE}{AD}=\frac{3}{7}$　$\Rightarrow$　$AE=\frac{3}{7}AD$　よって，$\frac{3}{7}$倍。

(2)

△ABE を，線分 AD を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を V_1，△ADC を，線分 AD を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を V_2，△ABD を，線分 AD を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を V_3，△EBD を，線分 AD を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を V_4 とする。

V_3 と V_2 は，互いに高さが等しい円錐の体積だから，それぞれの底面積の比が体積比となる。また，それぞれの底面である円は，その半径の比が 3 : 2 となっているので，面積比は，$3^2:2^2=9:4$

よって，$V_3:V_2=:9:4$

V_3 と V_4 は，互いに底面積が等しい円錐の体積だから，それぞれの高さの比が体積比となる。高さの比は(1)より，7 : 4 となっているので，体積比は，7 : 4

よって，$V_3:V_4=7:4$　$\Rightarrow$　$V_1=V_3-V_4$ より，$V_3:V_1=7:3$

$V_3:V_2=9:4=63:28$，$V_3:V_1=7:3=63:27$ より，$V_1:V_2=27:28$

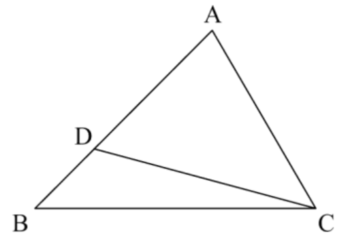
よって，$\frac{27}{28}$倍。

【問 15】

図で，D は△ABC の辺 AB 上の点で，∠DBC＝∠ACD である。

AB＝6 cm，AC＝5 cm のとき，線分 AD の長さは何 cm か，求めなさい。

（愛知県 B 2021 年度）



解答欄

cm

解答

$\frac{25}{6}$ cm

解説

△ABC と△ACD において

仮定より

∠ABC＝∠ACD

共通な角だから

∠BAC＝∠CAD

よって，2 組の角がそれぞれ等しいので

△ABC∽△ACD

したがって，AB : AC＝AC : AD

6 : 5＝5 : AD

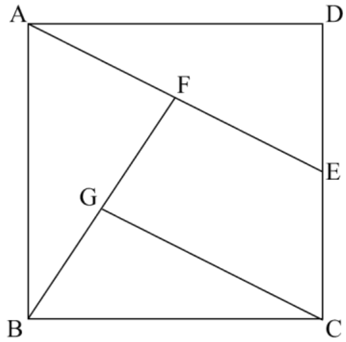
AD＝$\frac{25}{6}$（cm）

【問 16】

図で，四角形 ABCD は正方形であり，E は辺 DC の中点，F は線分 AE の中点，G は線分 FB の中点である。

AB＝8 cm のとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（愛知県 B 2021 年度）



⑴　線分 GC の長さは何 cm か，求めなさい。

⑵　四角形 FGCE の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

解答欄

⑴	cm
⑵	cm^2

解答
⑴ $3\sqrt{5}$　cm
⑵ 20　cm^2
解説
⑴

図２

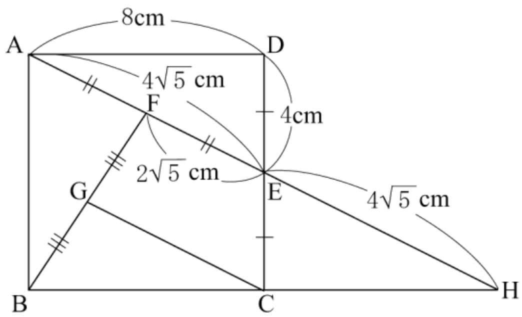


図２のように，直線 AE，BC の交点を H とする。△AED において，三平方の定理より，$AE^2＝AD^2＋DE^2＝8^2＋4^2＝80$
⇒　AE＞0 より，AE＝$4\sqrt{5}$(cm)
また，△EAD≡△EHC より，
⇒　HE＝AE＝$4\sqrt{5}$(cm)，HC＝AD＝8(cm)
FE＝$\frac{1}{2}$AE＝$2\sqrt{5}$(cm)より，
FH＝FE＋HE＝$6\sqrt{5}$(cm)
BG＝GF，BC＝CH＝8(cm)より，中点連結定理から，
GC//FH，GC＝$\frac{1}{2}$FH＝$3\sqrt{5}$(cm)
⑵
△ECH＝$\frac{1}{2}$×HC×EC＝$\frac{1}{2}$×8×4＝16(cm^2)
FH：EH＝$6\sqrt{5}$：$4\sqrt{5}$＝3：2 より，△FCH：△ECH＝3：2　⇒　△FCH＝$\frac{3}{2}$△ECH＝$\frac{3}{2}$×16＝24(cm^2)
BH：CH＝2：1 より，△FBH：△FCH＝2：1　⇒　△FBH＝2△FCH＝2×24＝48(cm^2)
GC//FH より，△GBC∽△FBH だから，相似比は，BC：BH＝1：2，
面積比は，△GBC：△FBH＝1^2：2^2＝1：4
(四角形 FGCH)：△FBH＝3：4　⇒　(四角形 FGCH)＝$\frac{3}{4}$△FBH＝$\frac{3}{4}$×48＝36(cm^2)
(四角形 FGCE)＝(四角形 FGCH)－△ECH＝36－16＝20(cm^2)

【問 17】

つばささんとあおいさんは，**写真**のような折り紙を折ったときにできた星形の模様を見て，**図１**の図形に興味をもった。

次の [ ] は，２人が**図１**の図形について調べ，話し合いをしている場面である。

写真

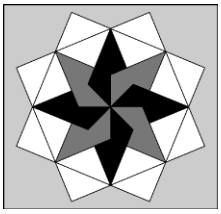
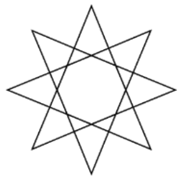


図１



つばさ：**図１**の図形は星形正八角形というみたいだね。調べていたら，星形正 n 角形のかき方を見つけたよ。

＜星形正 n 角形 ($n≧5$) のかき方＞

円周を n 等分する点をとり，１つの点から出発して，すべての点を通ってもとの点に戻るように，同じ長さの線分で点と点を順に結ぶ。このかき方でかいた図形が正 n 角形になる場合があるが，正 n 角形は星形正 n 角形ではない。

あおい：最初に，星形正五角形をかいてみよう。**図２**のように，円周を５等分する点をとり，１つの点から出発して隣り合う点を順に結ぶと，正五角形になるから，星形正五角形ではないね。また，**図３**のように，１つの点から点を２つ目ごとに結んでみよう。すべての点を通ってもとの点に戻るから，この図形は星形正五角形だね。

図２

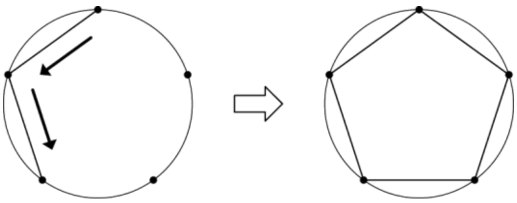
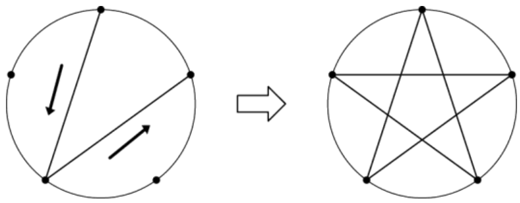


図３



つばさ：１つの点から点を３つ目ごとに結んでも，星形正五角形がかけるね。４つ目ごとに結ぶと，正五角形になるから，星形正五角形ではないね。

あおい：次は，星形正六角形をかいてみよう。円周を６等分する点を，１つの点から２つ目ごとに結ぶと，もとの点に戻ったときに**図４**のようになって，すべての点を通っていないからかけないね。３つ目ごとに結ぶと**図５**のようになって，4つ目ごとに結ぶと**図４**のようになるから，星形正六角形はかけないね。

図４

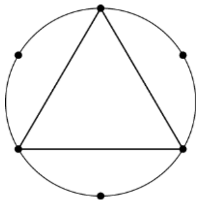
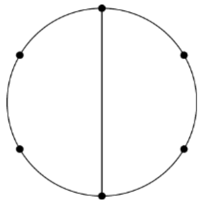


図５



つばさ：星形正七角形は円周を７等分する点を，１つの点から２つ目ごとに結んでも，３つ目ごとに結んでもかけるね。この２つは形が異なる図形だね。

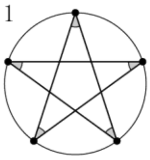
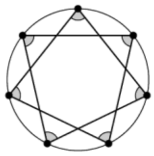
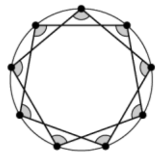
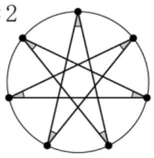
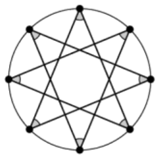
あおい：点を４つ目ごとに結ぶと，３つ目ごとに結んだときと同じ形の図形がかけるね。５つ目ごとに結ぶと　……

つばさ：点を２つ目ごとに結んだときと同じ形の図形がかけるはずだよ。

あおい：そうだね。同じ形の図形は１種類として数えると，円周を７等分する点をとった場合，星形正七角形は２種類かけるね。

2 人はその他にも星形正 n 角形をかき，その一部を**表**にまとめた。

表　星形正 n 角形

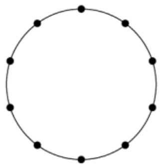
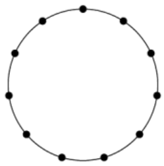
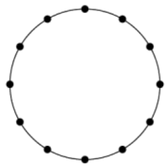
点の結び方	円周を5等分	円周を6等分	円周を7等分	円周を8等分	円周を9等分
2つ目ごと	＊1 	×		×	
3つ目ごと	*1と同じ	×	＊2 		×
4つ目ごと	×	×	*2と同じ	×	

※　円周を n 等分する点を結んで星形正 n 角形がかけないとき，×としている。

次の問いに答えなさい。

（兵庫県　2021 年度）

問 1　次の**ア**～**ウ**のうち，円周を n 等分する点をとり，その点を２つ目ごとに結んで星形正 n 角形をかくことができる場合はどれか，１つ選んでその符号を書きなさい。

ア　円周を10等分する点をとる	**イ**　円周を11等分する点をとる	**ウ**　円周を12等分する点をとる
		

問２　円周を７等分する点を，２つ目ごとに結んでできる星形正七角形の先端部分の７個の角の和の求め方を，つばささんは次のように説明した。$\boxed{\text{①}}$ と $\boxed{\text{②}}$ にあてはまる数をそれぞれ求めなさい。

図６

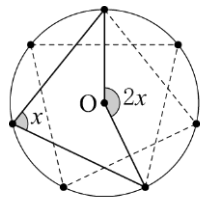


図７

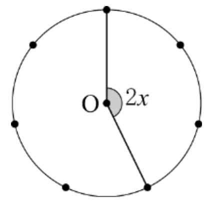


図６，**図７**の点Oは円の中心

図６のように，先端部分の１個の角の大きさを x 度として，先端部分の７個の角の和 $7x$ 度を求めます。円周角の大きさが x 度の弧に対する中心角の大きさは $2x$ 度で，おうぎ形の弧の長さは中心角の大きさに比例するので，**図７**から，

$\boxed{\text{①}}:7=2x:360$

比例式の性質を用いて $7x$ を求めると，

$7\times2x=\boxed{\text{①}}\times360$

$7x=\boxed{\text{②}}$

したがって，先端部分の７個の角の和は $\boxed{\text{②}}$ 度です。

問３　円周を n 等分する点を，２つ目ごとに結んでできる星形正 n 角形の先端部分の n 個の角の和は何度か，n を用いて表しなさい。ただし，n は５以上の整数で，星形正 n 角形がかけない n は除くものとする。

問４　円周を24等分する点をとった場合，星形正二十四角形は何種類かくことができるか，求めなさい。また，それらの先端部分の1個の角について，その大きさが最も小さいものは何度か，求めなさい。ただし，同じ形の図形は１種類として数えることとする。

解答欄

問１		
問２	(1)	
	(2)	
問３	度	
問４	種類	
	度	

解答

問１イ

問２

(1)3

(2)540

問３180(n−4)　(度)

問４

3　(種類)

15　(度)

解説

問１

問題文の**表**より，２つ目ごとに結んで図形が書けるのは，n が奇数のときであることが推測される。あくまでもこの時点では推測でしかないので，11 等分した図に実際に書き込んでみて確認するとよいだろう。

問３

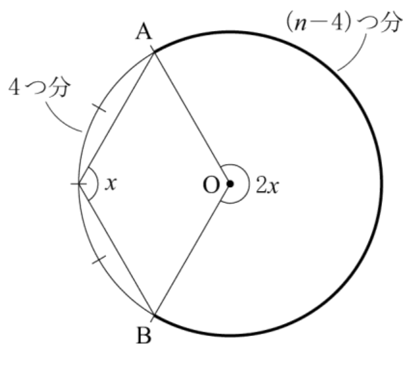
n 等分した図について，**問２**と同じように考えていく（**図１**）。

星型正 n 角形の 1 つの角の大きさを $x°$ とする。２つ目ごとに結んでいるので，短い方の$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$の長さは円周を n 等分したうちの 4 つ分である。よって，長い方の$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$の長さは，$n$ 等分したうちの(n−4)つ分である。よって，**問２**と同様に，（円周の長さの比）＝（中心角の比）となるので，

$(n-4):n=2x:360$　$2nx=360(n-4)$　$nx=180(n-4)$

x が 1 つの角の大きさなので，nx は n 個の角の和となる。よって答えは，180(n−4)

図１

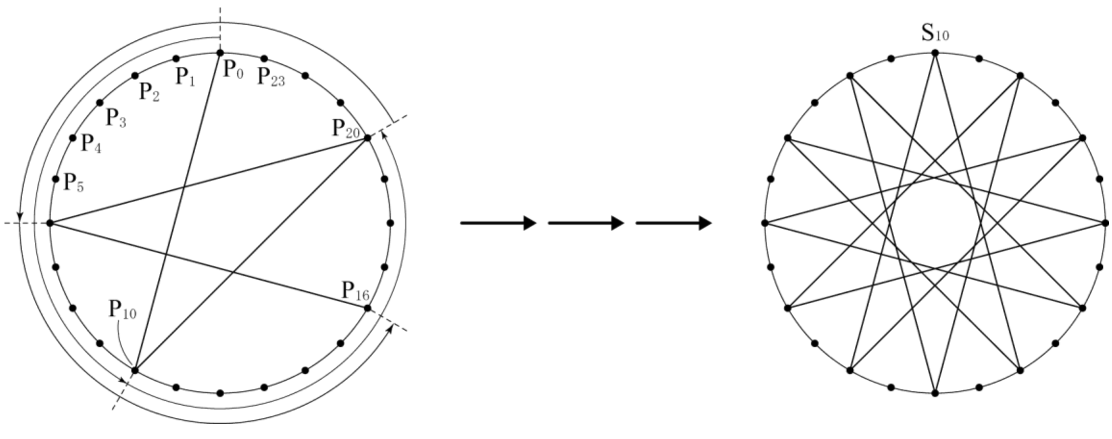


問４

24 等分された円において，k 個目ごとに結んでできる図形を S_k と表す。このとき，S_1 から S_{23} までの全 23 種類が考えられる。これらのうち，円周を 5 等分したときに 2 つ目ごとに結んだ図形と 3 つ目ごとに結んだ図形が同じになるように，S_1 から S_{23} の中にも，同じ図形になるものが存在する。S_1 と S_{23}，S_2 と S_{22} のように，和が 24 になる 2 数ごとに結んだものは同じ図形になる…（☆）。さらに，問題文の**図４，５**からもわかるように，『24 の約数個』目ごとに結んだ図形は，全ての点を通ることなく，円周を 1 周回った時点で最初に出発した点に戻ってしまうため，星型正二十四角形は成立しない。これと（☆）の性質から判断して，S_1 から S_{23} のうち，この段階で星型正二十四角形が成立する可能性のあるものは，S_5，S_7，S_9，S_{10}，S_{11}，S_{13}，S_{14}，S_{15}，S_{17}，S_{19} の 10 種類に絞られる。さらに，（☆）の考え方より，S_5 と S_{19} などは同じものなので，答えの候補は S_5，S_7，S_9，S_{10}，S_{11} の 5 つに絞られる。さらにこのうち，円周上を 1 周回った以降に全ての点を通らずに最初に出発した点に戻ってしまうものについて考える。このとき，24 等分された円弧を何個分移動するかに着目する（**図２**）。

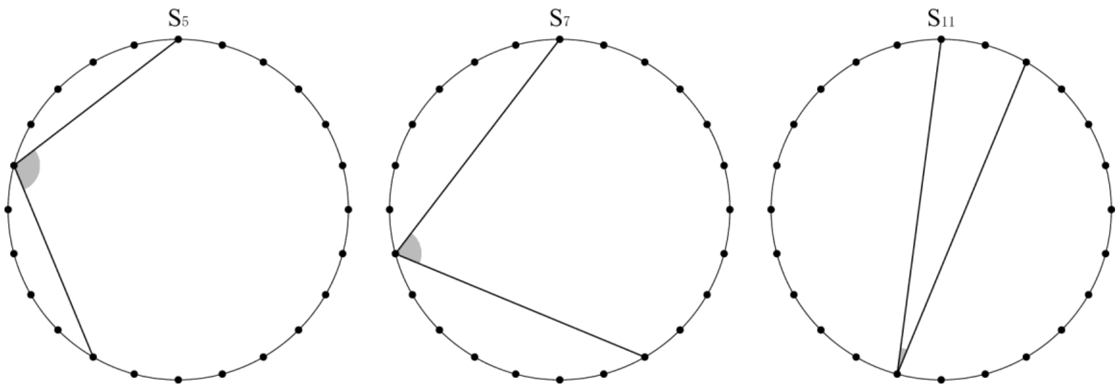
円周上の 24 個の点を P_0 から P_{23} で区別する。例えば，**図２**左で S_{10} に関して結ぶ点の位置を考えると，最初に出発した点を起点（＝P_0）として，次の点は 10 個分移動した点 P_{10}，その次は 20 個分移動した点 P_{20}，その次は 30 個分移動した点 P_6，その次は 40 個分移動した点 P_{16}，…と続く。この考え方において，『出発した点 P_0 に戻る』という事象は，『ちょうど 24 の倍数個分移動する』という事象に相当する。したがって S_{10} では，24 の倍数であるちょうど 120 個分（＝10 個分×12 回）移動すると，結ぶ点は出発した点 P_0 に戻ってしまう。つまり，12 回の移動で最初の P_0 に戻ってしまい，星型正二十四角形は成立しない（**図２**右）。同様に，S_9 においても，72 個分（9 個分×8 回）移動すると，最初に出発した点に戻ってしまうため，星型正二十四角形は成立しない。よって，5 つのうち S_9 と S_{10} が排除され，星型正十二四角形となっているものは S_5，S_7，S_{11} の 3 種類である。

図２



これら 3 種類の星型正二四角形の一部を実際に書いてみると，1 つの角が最も小さいものは S_{11} であることが分かる（**図３**）。このとき，**問２**で用いた円周の長さと円周角の比より，$2 : 24 = x : 360$　$x = 15°$

図３



【問 18】

2 点 A (1，7)，B (3，2) の間の距離を求めなさい。

（広島県 2021 年度）

解答欄

解答

$\sqrt{29}$

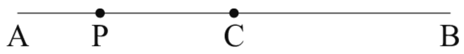
解説

三平方の定理を利用する。$\sqrt{(3-1)^2+(7-2)^2}=\sqrt{2^2+5^2}=\sqrt{4+25}=\sqrt{29}$

【問 19】

下の図のように，線分 AB 上に点 C があり，AC＝CB＝3 cm です。線分 AC 上に点 P をとります。このとき，AP を 1 辺とする正方形の面積と PB を 1 辺とする正方形の面積の和は，PC を 1 辺とする正方形の面積と CB を 1 辺とする正方形の面積の和の 2 倍に等しくなります。このことを，線分 AP の長さを x cm として，x を使った式を用いて説明しなさい。ただし，点 P は点 A，C と重ならないものとします。

（広島県 2021 年度）



解答欄

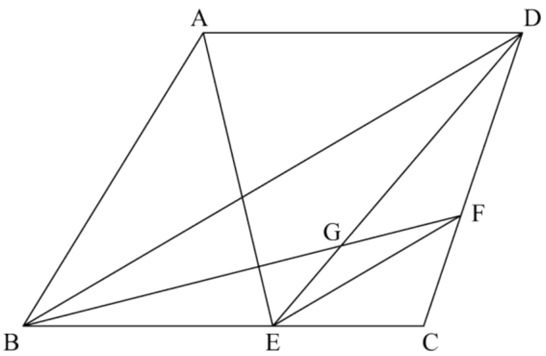
解答

AP を 1 辺とする正方形の面積は x^2 cm^2…①
PB を 1 辺とする正方形の面積は
$(6-x)^2=x^2-12x+36$　(cm^2)…②
①，②より，AP を 1 辺とする正方形の面積と PB を 1 辺とする正方形の面積の和は
$x^2+x^2-12x+36=2x^2-12x+36$…③
PC を 1 辺とする正方形の面積は
$(3-x)^2=x^2-6x+9$　(cm^2)…④
CB を 1 辺とする正方形の面積は 9 cm^2…⑤
④，⑤より，PC を 1 辺とする正方形の面積と
CB を 1 辺とする正方形の面積の和の 2 倍は
$(x^2-6x+9+9)\times 2=2x^2-12x+36$…⑥
③，⑥より，AP を 1 辺とする正方形の面積と PB を 1 辺とする正方形の面積の和は，PC を 1 辺とする正方形の面積と CB を 1 辺とする正方形の面積の和の 2 倍に等しくなる。

【問 20】

下の図のように，AD // BC の台形 ABCD があります。辺 BC 上に点 E，辺 CD 上に点 F を，BD // EF となるようにとります。また，線分 BF と線分 ED との交点を G とします。BG : GF＝5 : 2 となるとき，△ABE の面積 S と△GEF の面積 T の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

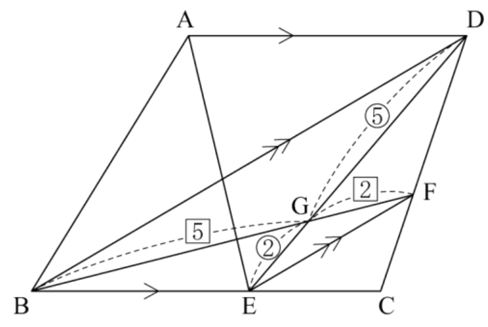
（広島県 2021 年度）



解答欄

$S : T＝$　　　　　:

解答
($S : T＝$)　35 : 4
解説
BD//EF より錯角が等しいから，∠BDG＝∠FEG,
∠DBG＝∠EFG
2 組の角がそれぞれ等しいので，△GDB∽△GEF
BG : GF＝5 : 2 より，相似比は 5 : 2 だから
面積比は，△GDB : △GEF＝$5^2 : 2^2$＝25 : 4 より，
△GEF＝$\frac{4}{25}$△GDB
また，△GDB と△GEB は高さが共通だから，
△GDB : △GEB＝GD : GE＝5 : 2
よって，△GEB＝$\frac{2}{5}$△GDB



AD//BC より△ABE＝△DBE，また，△DBE＝△GDB＋△GEB だから，
△ABE : △GEF＝$S : T$＝$\left(△GDB+\frac{2}{5}△GDB\right) : \frac{4}{25}△GDB＝\frac{7}{5}△GDB : \frac{4}{25}△GDB＝\frac{35}{25}△GDB : \frac{4}{25}△GDB$

【問 21】

図１のような，点 O を中心とする半径４の円 O と，図２のような，点 O′を中心とする半径２の円 O′がある。

次の問１～問３に答えなさい。

（山口県 2021 年度）

図１

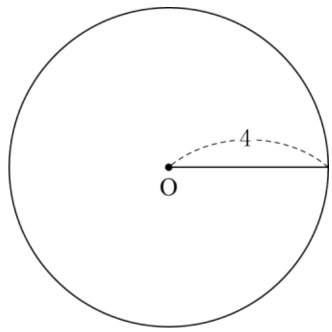
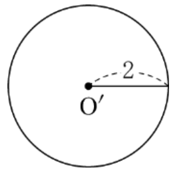


図２



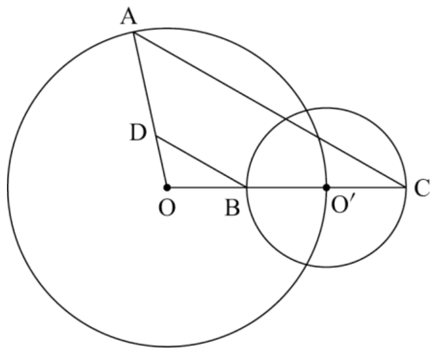
問１　次の $\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい。

円 O と円 O′の面積比は，$\boxed{}$: 1 である。

問２　図３において，２点 O′，A は円 O の周上にあり，２点 B，C は直線 OO′と円 O′の交点である。

線分 OA 上に，AC // DB となるような点 D をとったとき，線分 AD の長さを求めなさい。

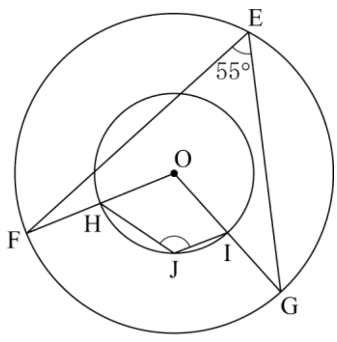
図３



問３　図４において，点 O と点 O′は同じ位置にあり，３点 E，F，G は円 O の周上にある。また，２点 H，I は，それぞれ線分 OF，OG と円 O′の交点であり，点 J は弧 HI 上にある。

∠GEF＝55° であるとき，∠HJI の大きさを求めなさい。

図４



※点 O′は点 O と重なっている。

解答欄

問１	
問２	
問３	

解答

問１4

問２$\frac{8}{3}$

問３125°

解説

問１

すべての円は相似だから，円Ｏと円Ｏ´の相似比は，４：２＝２：１なので，その面積比は，$2^2:1^2=4:1$

問２

右の図１において，AC//DB より，△OAC において，平行線と線分の比から，OD：AD＝OB：CB　⇒　OD：AD＝２：４＝１：２

⇒　$AD=\frac{2}{3}OA=\frac{2}{3}\times 4=\frac{8}{3}$

問３

右の図２において，半径４の円Ｏにおいて，点Ｅを含まない$\overset{\frown}{GF}$に対する円周角の定理より，

$\angle GOF=2\angle GEF=2\times 55°=110°$

半径２の円Ｏ´において，点Ｊを含まない$\overset{\frown}{HI}$に対する中心角は，360°－110°＝250°だから，その弧に対する円周角の定理より，

$\angle HJI=\frac{1}{2}\times 250°=125°$

図１

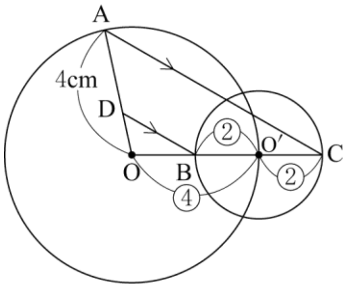
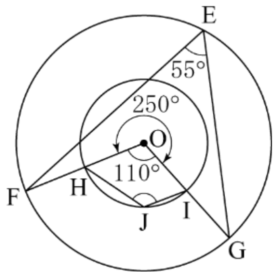


図２



【問 22】

Y さんのクラスでは文化祭で，集めた空き缶を並べて大きな長方形の絵にする空き缶アートをつくることになった。

Y さんは，空き缶アートの大きさや，並べる空き缶の個数を確認するため，**図 1** のように，空き缶を底面が直径 6.6 cm の円で高さが 12.2 cm の円柱として考えることにした。また，2 個の空き缶を縦に並べると，**図 2** のように 0.3 cm 重なった部分ができた。

この空き缶を**図 3** のように並べて空き缶アートにし，正面から見たものを長方形 ABCD と表す。

図 1

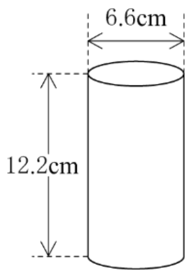


図 2

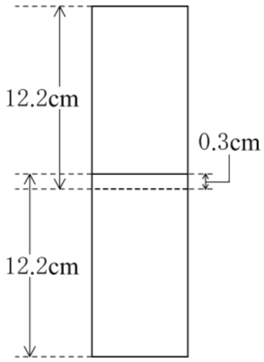
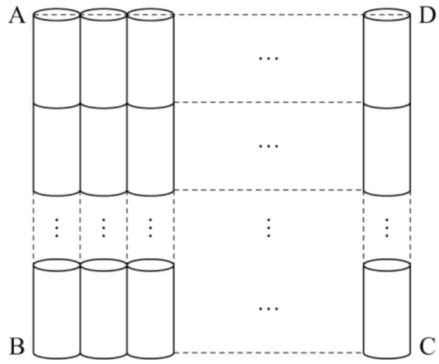


図 3

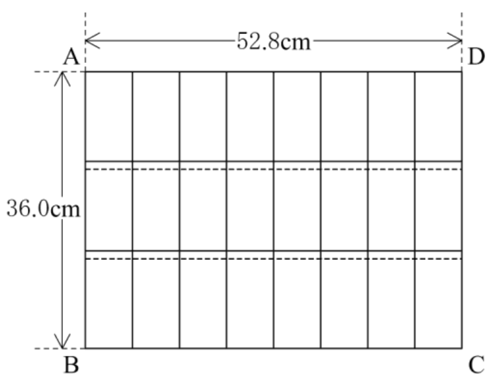


例えば，**図 4** のように，縦に 3 個，横に 8 個の空き缶を並べると，並べる空き缶の個数の合計は 24 個であり，長方形 ABCD の縦の長さ AB は 36.0 cm，横の長さ AD は 52.8 cm となる。

次の**問 1** ～**問 3** に答えなさい。

（山口県 2021 年度）

図 4



問 1 縦に 20 個の空き缶を並べるとき，横に並べる空き缶の個数に比例しないものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア 並べる空き缶の個数の合計

イ 長方形 ABCD の横の長さ

ウ 長方形 ABCD の 4 辺の長さの合計

エ 長方形 ABCD の面積

問 2 横に 105 個の空き缶を並べ，横の長さ AD が，縦の長さ AB より 300 cm 長い空き缶アートをつくる。

このとき，縦に並べる空き缶の個数を x 個として一次方程式をつくり，縦に並べる空き缶の個数を求めなさい。ただし，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

問３　Y さんは，余った空き缶と，文字を書いた長方形の用紙を使い，案内板をつくることにした。
図５のように，長方形の用紙 PQRS を，３個の空き缶が互いに接するように並べて縦に重ねたものに巻きつける。線分 PQ が空き缶の底面に垂直になるように巻きつけると，用紙の左右の端が 2.0 cm 重なった。**図６**は，巻きつける様子を真上から見たものである。
このとき，**図５**の長方形の用紙 PQRS の横の長さ PS を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

図５

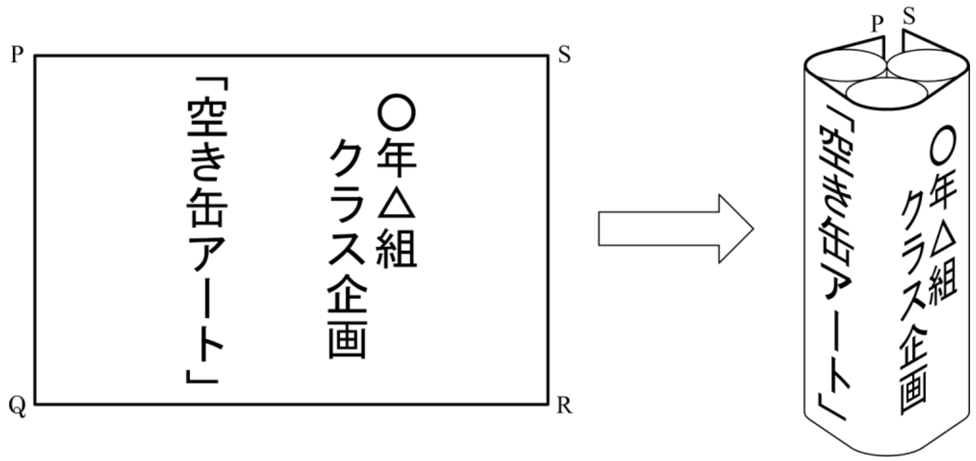
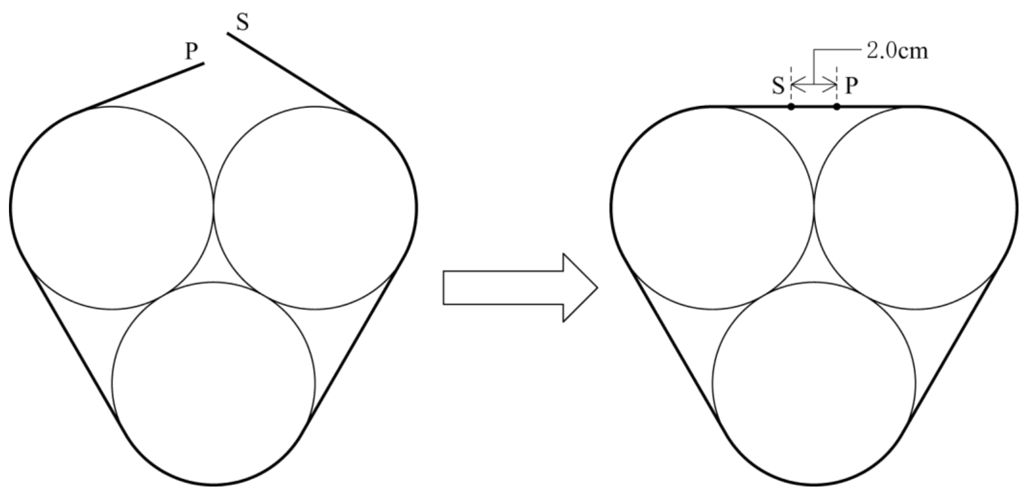


図６



解答欄

問１	
問２	〔解〕 答え　$\boxed{\quad\quad 個}$
問３	cm

解答
問１ウ
問２
〔解〕
横の長さ AD が，縦の長さ AB より 300 cm 長いので，
AB＝6.6×105－300＝393…①
また，縦の長さ AB を，x を用いて表すと，
AB＝12.2×x－0.3×(x－1)…②
①，②より
12.2×x－0.3×(x－1)＝　393
11.9x＝ 392.7
x＝　　33
したがって，縦に並べる空き缶の個数は 33 個である。
答え $\boxed{33\ \text{個}}$
問３6.6π＋21.8　cm
解説
問１
横に並べる空き缶の個数を x 個とすると，
ア　並べる空き缶の個数の合計は，20x(個)なので，x に比例する。
イ　長方形 ABCD の横の長さは，6.6x(cm)なので，x に比例する。
ウ　長方形 ABCD の 4 辺の長さの合計は，13.2x＋476.6(cm)なので，x に比例しない。
エ　長方形 ABCD の面積は，238.3×6.6x(cm^2)なので，x に比例する。
問３
用紙の左右の端が重なったところを考えずに，図形の周の長さを求めていく。
図１のように，図形の周のうち，曲線となっている部分をあわせると，空き缶 1 個分の円周の長さと等しくなる。よって，その長さは，6.6π(cm)
図２のように，図形の周のうち，直線となっている部分をあわせると，3 つの円の中心どうしを結んでできる，正三角形の周の長さと等しくなる。よって，その長さは，6.6×3＝19.8(cm)
したがって，求める図形の周の長さは，6.6π＋19.8(cm)
用紙の左右の端が 2.0 cm 重なっているので，用紙の横の長さ PS は，図形の周の長さよりも 2.0cm 長い。
よって，6.6π＋19.8＋2.0＝6.6π＋21.8(cm)

図１

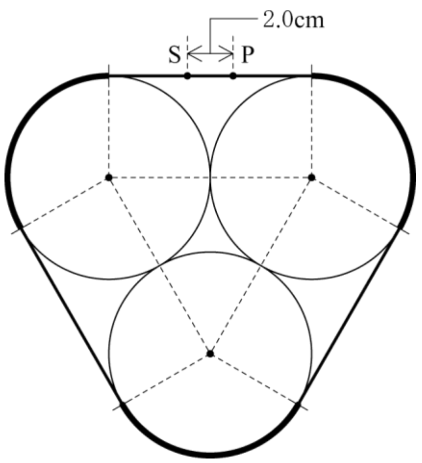
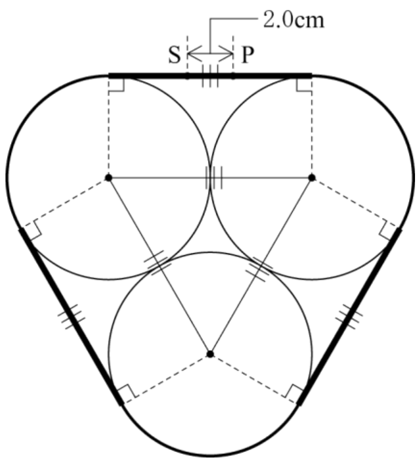


図２



【問 23】

あゆみさんの中学校では，体育祭で学年ごとにクラス対抗の応援合戦が行われる。**問１・問２**に答えなさい。

（徳島県 2021 年度）

問１　３年生の応援合戦は，A 組，B 組，C 組，D 組の４クラスが１クラスずつ順に行う。応援合戦を行う順序のうち，A 組が B 組より先になるような場合は何通りあるか，求めなさい。

問２　あゆみさんのクラスでは，**図１**のように，おうぎ形に切った厚紙を応援合戦で使うことにした。これは，**図２**のように，半径 24 cm，中心角 120° のおうぎ形 OAB の厚紙に，おうぎ形 OAB から半径 12 cm，中心角 120° のおうぎ形 OCD を取り除いた図形 ABDC を色画用紙で作って貼ったものである。(1)・(2)に答えなさい。

(1)　あゆみさんたちは，**図２**の$\overset{\frown}{AB}$に沿って飾りをつけることにした。$\overset{\frown}{AB}$の長さは何 cm か，求めなさい。ただし，円周率はπとする。

(2)　あゆみさんたちは，図形 ABDC をぴったり切り抜くことができる長方形の大きさを調べてみることにした。**図３**のように，図形 ABDC の$\overset{\frown}{AB}$が辺 EH に接し，点 A が辺 HG 上，点 B が辺 EF 上，２点 C，D が辺 FG 上にそれぞれくるように，長方形 EFGH をかくとする。長方形 EFGH の EF，FG の長さは，それぞれ何 cm か，求めなさい。

図１

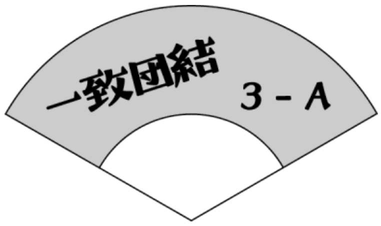


図２

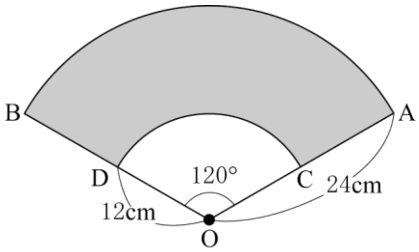
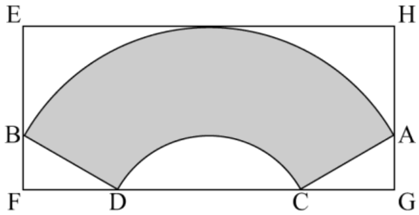


図３

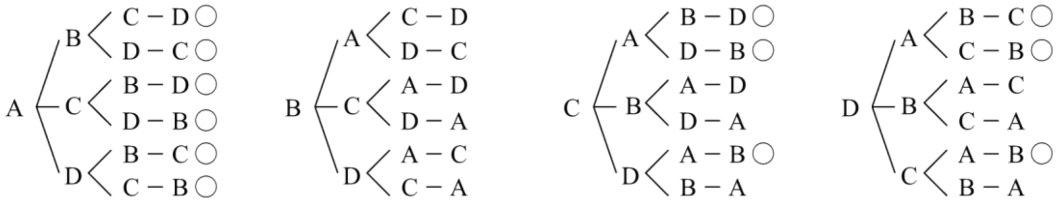


解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="2">通り</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問２</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>EF　　cm</td></tr>
<tr><td>FG　　cm</td></tr>
</table>

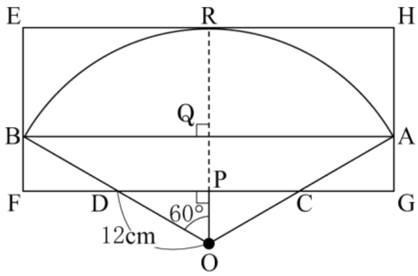
解答
問１ 12　(通り)
問２
(1) 16π　(cm)
(2)
EF 18(cm)
FG $24\sqrt{3}$(cm)
解説
問１
A，B，C，D が応援合戦を行う順序の数は，下の**図２**の通りである。このうち，A が B よりも先になるような順序は，○をつけた 12 通りである。

図２



問２
(1)
$$2\times\pi\times24\times\frac{120}{360}=16\pi\,(\text{cm})$$
(2)
点 P，Q，R を**図３**のように定義する。EF の長さは RP の長さと等しい。ここで△ODP は３つの内角の大きさがそれぞれ 30°，60°，90° の辺の比が決まった直角三角形なので，DO＝12cm より，OP＝6cm である。よって，RP＝OR－OP＝24－6＝18(cm)　よって，EF＝18cm
FG の長さは，AB の長さと等しい。△OBQ も３つの内角の大きさがそれぞれ 30°，60°，90° の辺の比が決まった直角三角形なので，BO＝24cm より，BQ＝$12\sqrt{3}$cm である。AB＝2BQ＝$24\sqrt{3}$cm なので，FG＝$24\sqrt{3}$cm

図３

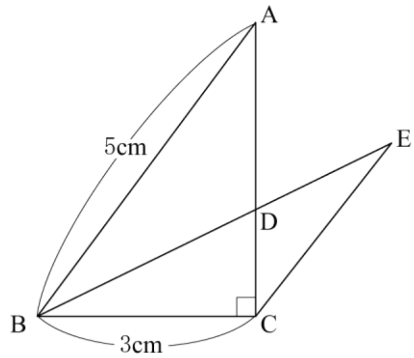


【問 24】

右の図のような，∠ACB＝90°の直角三角形 ABC がある。∠ABC の二等分線をひき，辺 AC との交点を D とする。また，点 C を通り，辺 AB に平行な直線をひき，直線 BD との交点を E とする。

AB＝5 cm，BC＝3 cm であるとき，線分 BE の長さは何 cm か。

（香川県 2021 年度）



解答欄

cm

解答

$\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$ cm

解説

△ABC において，三平方の定理より，

$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 5^2 - 3^2 = 16$

AC＞0 より，AC＝4(cm)

また，線分 BD は，∠ABC の二等分線だから

AD：DC＝AB：CB＝5：3

よって，$DC = \dfrac{3}{8}AC = \dfrac{3}{8} \times 4 = \dfrac{3}{2}$ (cm)

△DBC において，三平方の定理より，$BD^2 = BC^2 + DC^2$

$= 3^2 + \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{45}{4}$

BD＞0 より，$BD = \dfrac{3\sqrt{5}}{2}$ (cm)

AB//EC だから，△ABD と△CED において，

平行線と線分の比から，BD：ED＝AD：CD＝5：3 より，

$BE = \dfrac{8}{5}BD = \dfrac{8}{5} \times \dfrac{3\sqrt{5}}{2} = \dfrac{12\sqrt{5}}{5}$ (cm)

図３

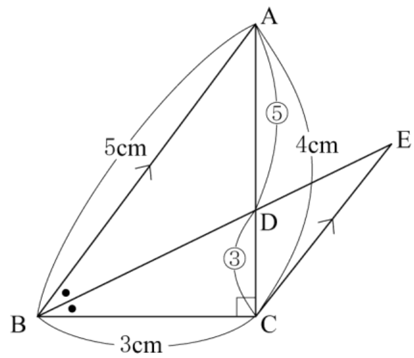
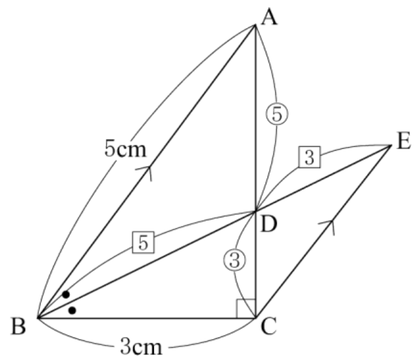


図４



【問 25】

△ABC において，∠A＝90°，AB＝6 cm，BC＝10 cm のとき，辺 AC の長さを求めよ。

（福岡県 2021 年度）

解答欄

cm

解答

8　cm

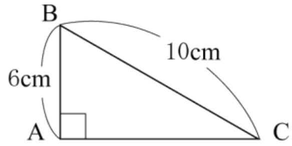
解説

△ABC は図３のような直角三角形だから，

三平方の定理より，$AC^2＝BC^2－AB^2＝10^2－6^2＝64$

よって，AC＞0 より，AC＝8（cm）

図３



【問 26】

三角形と長方形がある。三角形は高さが底辺の長さの 3 倍であり，長方形は横の長さが縦の長さよりも 2 cm 長い。

このとき，(1)～(3)の各問いに答えなさい。

（佐賀県 2021 年度 一般）

(1) 長方形の縦の長さが 3 cm のとき，長方形の面積を求めなさい。

(2) 三角形の面積が 6 cm^2 のとき，三角形の底辺の長さを求めなさい。

(3) 三角形の底辺の長さと，長方形の縦の長さが等しいとき，三角形の面積が長方形の面積より 6 cm^2 大きくなった。このとき，三角形の底辺の長さを求めなさい。
ただし，三角形の底辺の長さを x cm として x についての方程式をつくり，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm
(3)	三角形の底辺の長さは cm

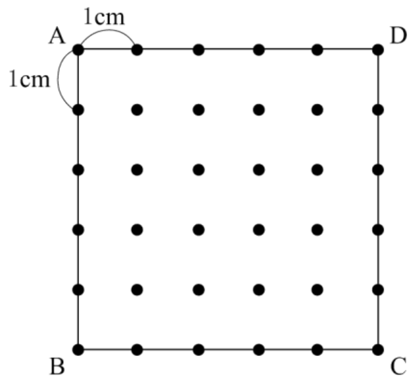
解答
(1) 15　cm^2
(2) 2　cm
(3)
$x\times 3x\times\frac{1}{2}=x(x+2)+6$
$x^2-4x-12=0$
$(x+2)(x-6)=0$
$x=-2,\ 6$
$x>0$ だから，$x=-2$ は問題にあわない。
$x=6$ のとき，これは問題にあっている。
(答)　三角形の底辺の長さは　6　cm
解説
(1)
長方形の縦の長さが 3cm のとき，横の長さは，$3+2=5$(cm) なので，長方形の面積は $3\times 5=15$(cm^2)
(2)
三角形の底辺の長さを a cm とすると，高さは，$3a$ cm なので，三角形の面積は
$a\times 3a\times\frac{1}{2}=6$　⇒　$a^2=4$　⇒　$a>0$ より，$a=2$(cm)

【問 27】

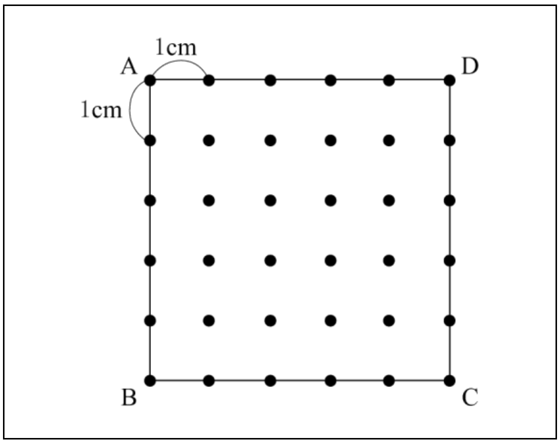
図３のように，正方形 ABCD の周上と内部に，点●が縦，横 1 cm の間隔で並んでいる。4 つの点●を頂点とする正方形を作るとき，面積が $10\ \mathrm{cm}^2$ となる正方形の 1 つを，解答用紙の**図３**に作図せよ。

（長崎県 2021 年度）

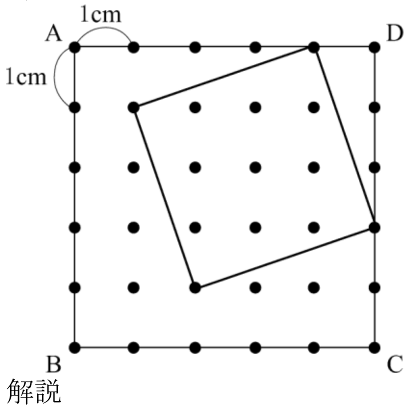
図３



解答欄



解答



解説

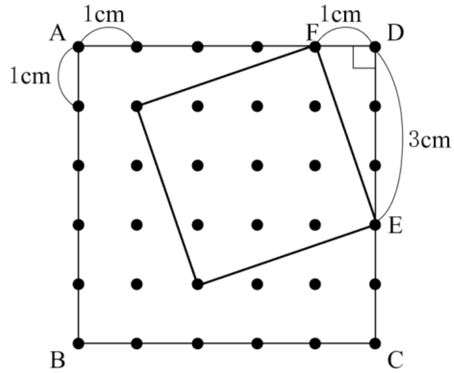
面積が $10\ \mathrm{cm}^2$ となる正方形の 1 辺の長さは，$\sqrt{10}$ cm である。

図の△DEF のように，直角をはさむ 2 辺の長さが，

1 cm，3 cm となるような直角三角形を考えると，三平方の定理より，$EF^2 = DF^2 + DE^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \quad \Rightarrow \quad EF > 0$ より，

$EF = \sqrt{10}$ (cm) となる。よって，EF と同じ長さを 1 辺とする正方形を作図すればよい。

図



【問 28】

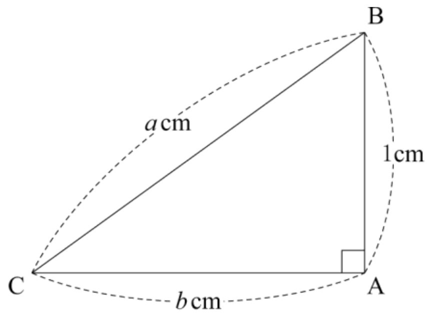
右の図のように，3 辺の長さが a cm，b cm，1 cm ($a>b>1$)である直角三角形 ABC がある。

直角三角形 ABC を，直線 AB，AC，BC を軸としてそれぞれ 1 回転したときにできる立体を P，Q，R とするとき，3 つの立体の体積の大小関係を考える。

次の問 1 〜問 4 に答えなさい。

（大分県 2021 年度）

図



問 1　直線 AB を軸として 1 回転したときにできる P の体積を，b を使って表しなさい。

問 2　直線 AC を軸として 1 回転したときにできる Q の体積は，P の体積の何倍か，b を使って表しなさい。

問 3　直線 BC を軸として 1 回転したときにできる R の体積は，P の体積の何倍か，a を使って表しなさい。

問 4　体積の**小さい順**に，P，Q，R を並べなさい。

解答欄

問 1	(cm^3)
問 2	(倍)
問 3	(倍)
問 4	，　，

解答

問１$\dfrac{1}{3}\pi b^2$　(cm^3)

問２$\dfrac{1}{b}$　(倍)

問３$\dfrac{1}{a}$　(倍)

問４R，Q，P

解説

問１

(P の体積)$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times AC^2)\times AB=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times b^2)\times 1=\dfrac{1}{3}\pi b^2$ (cm^3)

問２

(Q の体積)$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times AB^2)\times AC=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times 1^2)\times b=\dfrac{1}{3}\pi b$

よって，Q は P の，$\dfrac{1}{3}\pi b\div\dfrac{1}{3}\pi b^2=\dfrac{1}{3}$(倍)

問３

点 A から BC に垂線 AH を下ろす（**図１**）。

△ABC の面積は，$\dfrac{1}{2}\times AC\times AB$ とも表せるし

$\dfrac{1}{2}\times BC\times AH$ とも表すことができる。

よって，$\dfrac{1}{2}\times AC\times AB=\dfrac{1}{2}\times BC\times AH$　$\dfrac{1}{2}\times b\times 1$

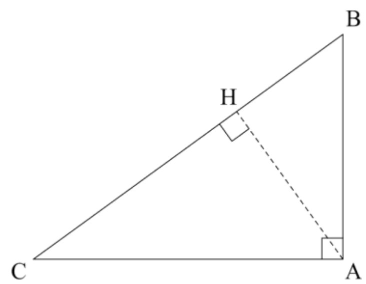
$=\dfrac{1}{2}\times a\times AH$　$AH=\dfrac{b}{a}$(cm)と表すことができる。

ここで，(R の体積)$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times AH^2)\times BH+\dfrac{1}{3}\times(\pi\times AH^2)\times HC$

$=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times AH^2)\times(\underline{BH+HC})=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times AH^2)\times\underline{BC}$

$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times\left(\dfrac{b}{a}\right)^2\times a=\dfrac{\pi b^2}{3a}$　よって，R は P の$\dfrac{\pi b^2}{3a}\div\dfrac{1}{3}\pi b^2=\dfrac{1}{a}$(倍)

図１



問４

3 つの体積を比で表すと

$P:Q:R=\dfrac{1}{3}\pi b^2:\dfrac{1}{3}\pi b:\dfrac{\pi b^2}{3a}=1:\dfrac{1}{b}:\dfrac{1}{a}$

ここで，$a>b>1$ より

$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}<1$ であるので，体積を小さい順に並べると，R，Q，P となる。