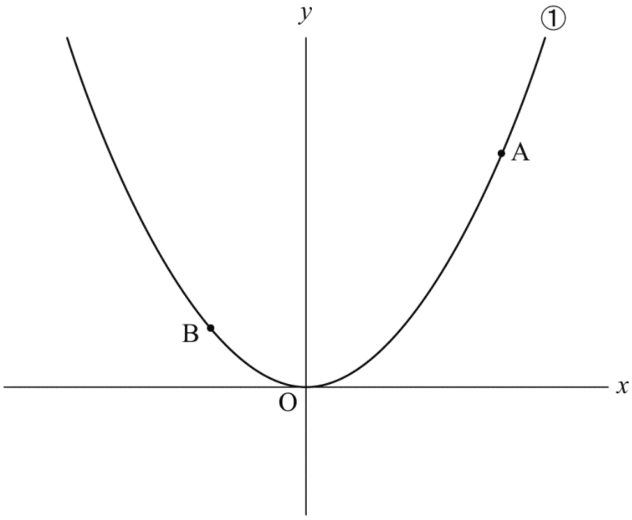
4. 二次関数と図形関連の複合問題　2015 年度出題

【問 1】

下の図のように，関数　$y=ax^2$ (a は正の定数) …①のグラフ上に，2 点 A，B があります。点 A の x 座標を 2，点 B の x 座標を-1 とします。点 O は原点とします。次の問いに答えなさい。

（北海道　2015 年度）



問1　点 A の y 座標と点 B の y 座標との差が 6 のとき，a の値を求めなさい。

問2　$a=\dfrac{1}{4}$ とします。線分 OA の長さを求めなさい。

問3　$a=1$ とします。点 A と x 座標が等しい x 軸上の点を C とします。△ABC と△OAB において，線分 AB を底辺としたときのそれぞれの高さの比を，もっとも簡単な整数の比で求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	〔計　算〕 答　△ABC の高さ:△OAB の高さ＝　　　:

解答

問1 $a=2$

問2 $\sqrt{5}$

問3

計算例

底辺ABが共通なので，△ABCと△OABの高さの比は，それぞれの面積の比に等しくなる。

△ABCの面積は，$\frac{1}{2}\times4\times3=6$ …①

点Bとx座標が等しいx軸上の点をDとすると

△OABの面積は，台形ABDCの面積から△OACと△OBDの面積をひいたものである。

△OABの面積は，

$\left(\frac{1}{2}\times1\times3+\frac{1}{2}\times4\times3\right)-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times1\times1=3$ …②

①，②より，

△ABCの面積:△OABの面積＝2:1 …③

答 △ABCの高さ:△OABの高さ＝2:1

解説

問1

点Aは$y=ax^2$上の点で，x座標は2より，$y=a\times2^2=4a$ A(2, 4 a)

点Bも$y=ax^2$上の点で，x座標は-1より，$y=a\times(-1)^2=a$ B(-1, a)

$4a-a=6$より

$3a=6$

$a=2$

問2

$a=\frac{1}{4}$のとき，A(2, 1)

三平方の定理を利用して$OA=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

問3

$a=1$のとき，A(2, 4)，B(-1, 1) またC(2, 0)

△ABC$=\frac{1}{2}\times4\times3=6$ Bからx軸に垂線をひき，交点をDとする。

△OAB＝台形ABDC－△OBD－△OAC

$=\frac{1}{2}\times(1+4)\times3-\frac{1}{2}\times1\times1-\frac{1}{2}\times2\times4$

$=\frac{15}{2}-\frac{1}{2}-4$

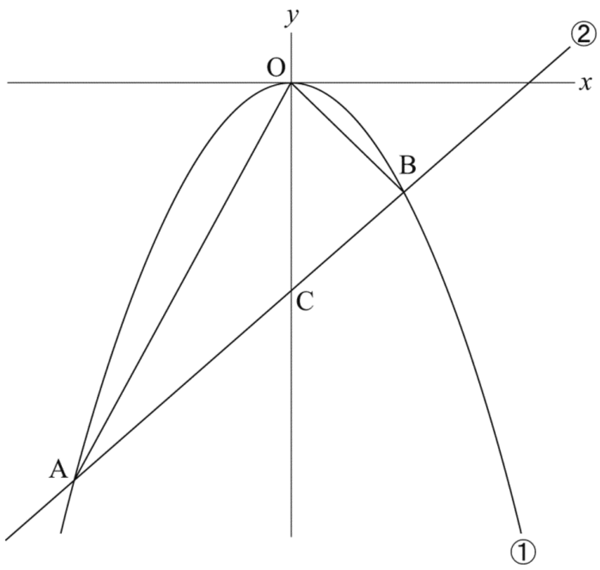
$=3$

△ABCと△OABの底辺を共通なABとするとその高さの比は6:3＝2:1

【問 2】

下の図で，①は関数 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフである。点 A，B は①上にあり，点 A の x 座標は -8，点 B の x 座標は 4 である。②は点 A，B を通る直線であり，y 軸との交点を C とする。次の問1～問4に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

（青森県　2015 年度）



問1　点 A の y 座標を求めなさい。

問2　直線②の式を求めなさい。

問3　△OAB の面積を求めなさい。

問4　点 Q を△OAB の辺上にとり，線分 CQ が△OAB の面積を 2 等分するとき，点 Q の座標を求めなさい。

解答欄

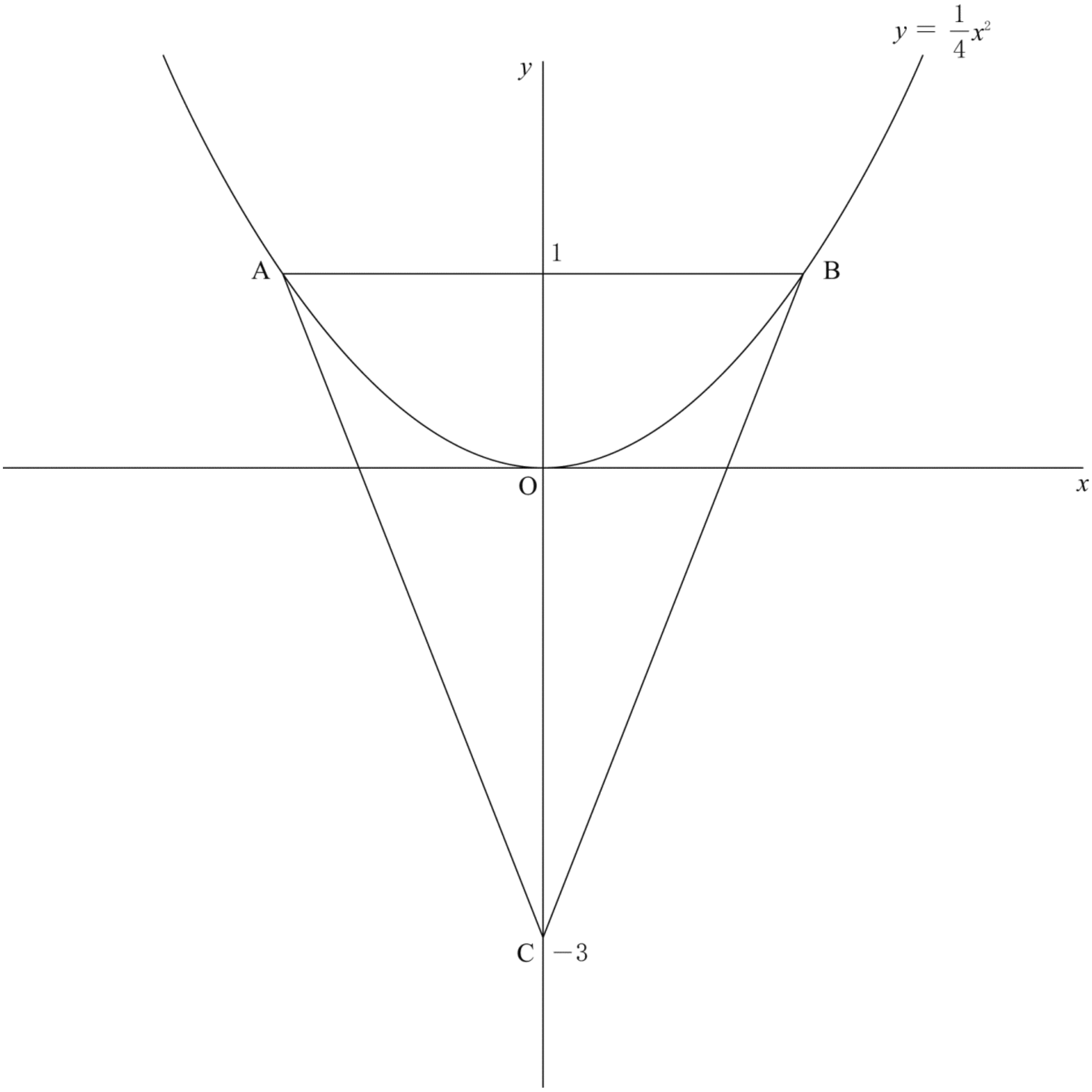
問1	
問2	
問3	cm^2
問4	

解答
問1　-16
問2　$y=x-8$
問3　48 cm^2
問4　$(-2,\ -4)$
解説
問1
点Aは$y=-\dfrac{1}{4}x^2$上の点で，x座標は-8より$y=-\dfrac{1}{4}\times(-8)^2=-16$
問2
点Bは$y=-\dfrac{1}{4}x^2$上の点で，x座標は4より$y=-\dfrac{1}{4}\times 4^2=-4$　B(4，-4)
直線ABを$y=ax+b$とする。A(-8，-16)，B(4，-4) を通るから，傾きaは$a=\dfrac{(-4)-(-16)}{4-(-8)}=1$
したがって$y=x+b$
この直線はA(-8，-16) を通るから$x=-8$，$y=-16$を代入して整理すると$b=-8$
よって求める式は$y=x-8$
問3
点Cは$y=x-8$とy軸との交点だからC(0，-8)
△OAB＝△OAC＋△OBC
$=\dfrac{1}{2}\times8\times8+\dfrac{1}{2}\times8\times4$
$=32+16$
$=48$
問4
点Cを通り△OABの面積を2等分する直線は辺OAと交わる。
このとき点Qのx座標を$t(t<0)$ とおくと
△OQC＋△OBC＝48÷2より
$\dfrac{1}{2}\times8\times(-t)+16=24$
$-4t=8$　$t=-2$
直線OAの式は原点を通る直線なので$y=px$とおく。
A(-8，-16) を通るので
$-16=-8p$
$p=2$
よって$y=2x$
点Qはこの直線上の点でx座標は-2より
$y=2\times(-2)=-4$
よってQ(-2，-4)

【問 3】

下の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があります。A，B の y 座標はどちらも 1 で，A の x 座標は B の x 座標より小さくなっています。また，点 C が y 軸上にあり，y 座標は -3 です。
このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（岩手県　2015 年度）



問1　点 A の x 座標を求めなさい。

問2　△ABC で，辺 BC を底辺とするときの高さを求めなさい。

解答欄

問1	
問2	

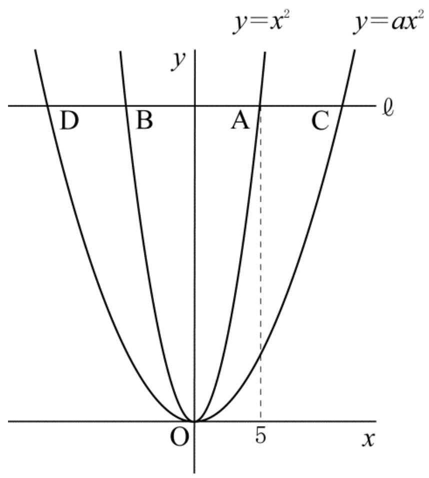
解答
問1　-2
問2　$\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$
解説
問1
点Aは $y=\dfrac{1}{4}x^2$ 上の点で y 座標が1より，$1=\dfrac{1}{4}x^2$　$x^2=4$　$x=\pm 2$
点Aの x 座標は負より，$x=-2$
問2
△ABCにおいて，AB＝4　ABを底辺としたときの高さは $1-(-3)=4$
$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 4\times 4=8$
B(2，1)，C(0，-3) より，三平方の定理を利用して，
$BC=\sqrt{(2-0)^2+(1+3)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
△ABCにおいて，BCを底辺としたときの高さを h とすると，
その面積は8より，$\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times h=8$
$h=\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$

【問 4】

下の図のように，x 軸に平行な直線 ℓ が，関数 $y=x^2$ のグラフ，関数 $y=ax^2$ のグラフとそれぞれ 2 点で交わっています。直線 ℓ と関数 $y=x^2$ のグラフとの交点のうち，x 座標が正である点を A，負である点を B とし，直線 ℓ と関数 $y=ax^2$ のグラフとの交点のうち，x 座標が正である点を C，負である点を D とします。ただし，$0<a<1$ とします。

点 A の x 座標が 5 であるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（宮城県　2015 年度　前期）



(1) 点 B の座標を求めなさい。

(2) AD＝3AC となるとき，a の値を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1)　(−5，25)

(2)　$\dfrac{1}{4}$

解説

(1)

点 A は $y=x^2$ 上の点で，x 座標は 5 より，$y=5^2=25$　A(5，25)

点 B は点 A と y 軸について対称な点だから，B(−5，25)

(2)

AC＝t とすると，BD＝AC より，AD＝BD＋5×2＝t＋10

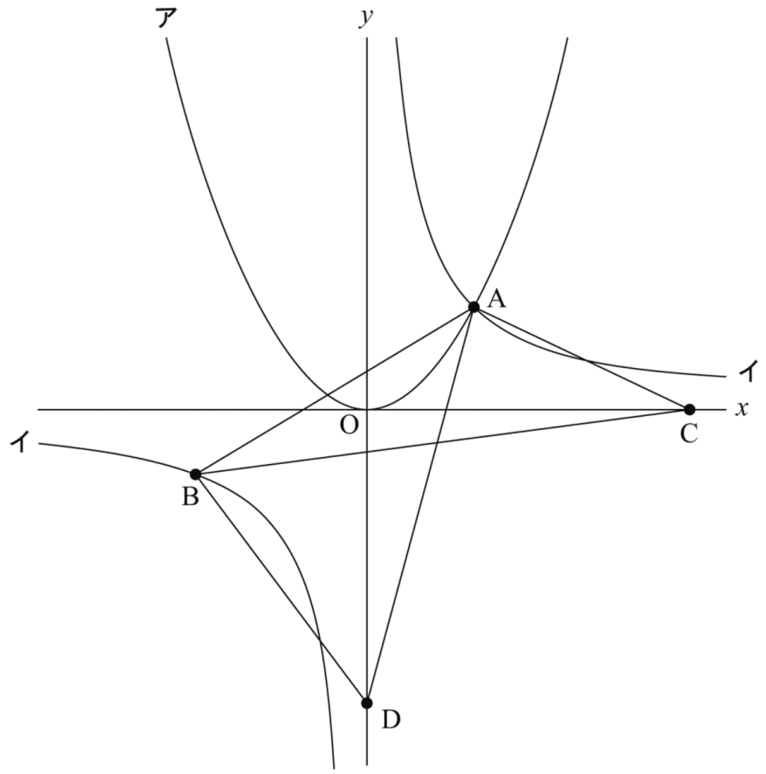
AD＝3AC だから，$t+10=3t$　$2t=10$　$t=5$

よって，点 C の座標は(10，25)　$y=ax^2$ に代入して，$25=100a$　$a=\dfrac{1}{4}$

【問 5】

下の図において，曲線アは関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフであり，曲線イは関数 $y=\frac{4}{x}$ のグラフである。曲線アと曲線イの交点を A とし，点 A の x 座標は 2 である。曲線イ上の点で x 座標が -3 である点を B とする。また，x 軸上に x 座標が 6 である点 C をとり，y 軸上に y 座標が負である点 D をとる。このとき，次の問1，問2に答えなさい。ただし，O は原点とする。

（茨城県　2015 年度）



問1　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で，x の変域が $-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の変域を求めなさい。

問2　△ABC と△ABD の面積が等しいとき，点 D の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$\leqq y \leqq$
問2	(　　　,　　　)

解答

問1　$0 \leqq y \leqq \dfrac{9}{2}$

問2　$(0,\ -4)$

解説

問1

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ において，$-3 \leqq x \leqq 2$ のとき，y の値は $x=0$ のとき最小で，$y=0$

$x=-3$ のとき最大で，そのとき，$y=\dfrac{1}{2}\times(-3)^2=\dfrac{9}{2}$

よって，$0 \leqq y \leqq \dfrac{9}{2}$

問2

底辺が AB で共通な三角形と見た場合，高さが等しくなればよい。

よって，AB // CD となる点 D の座標を求めればよい。

点 A は $y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点で，x 座標が 2 より，$y=\dfrac{1}{2}\times 2^2=2$　A$(2,\ 2)$

点 B は $y=\dfrac{4}{x}$ 上の点で，x 座標が -3 より，$y=-\dfrac{4}{3}$　B$\left(-3,\ -\dfrac{4}{3}\right)$

直線 AB の傾きを求めると，$\left(2+\dfrac{4}{3}\right)\div(2+3)=\dfrac{2}{3}$

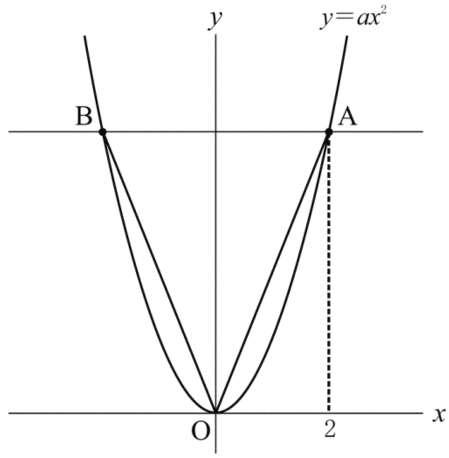
AB // CD のとき，△ABD＝△ABC となるので，直線 CD を $y=\dfrac{2}{3}x+b$ とおく。

C$(6,\ 0)$を通るので，$0=\dfrac{2}{3}\times 6+b$　$b=-4$

よって，直線 CD は $y=\dfrac{2}{3}x-4$　点 D はこの直線と y 軸との交点だから，D$(0,\ -4)$

【問 6】

右の図のように関数 $y=ax^2$ $(a>0)$ のグラフ上で，x 座標が 2 である点を A とする。また，点 A を通り x 軸に平行な直線が，関数 $y=ax^2$ のグラフと交わる点のうち，A と異なる点を B とする。このとき，△OAB の面積を a を用いて表しなさい。



（栃木県　2015 年度）

解答欄

解答
$8a$
解説
点 A は $y=ax^2$ 上の点より，A(2，$4a$)
点 B は点 A と y 軸について対称な点だから，B(-2，$4a$)
よって，$\triangle OAB=\frac{1}{2}\times4\times4a=8a$

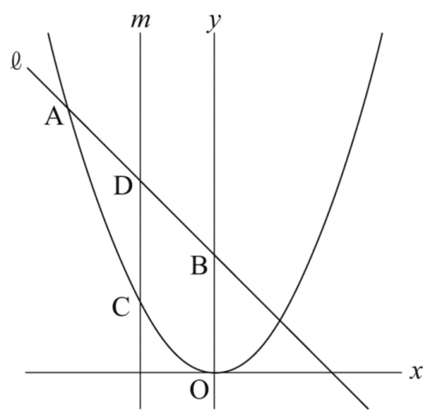
【問 7】

右の図で，曲線は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフです。
曲線上に x 座標が -6 である点 A をとり，点 A を通る直線 ℓ と y 軸との交点を B とします。ただし，点 B の y 座標は正とします。

また，曲線上に x 座標が -3 である点 C をとり，点 C を通って y 軸に平行な直線 m と直線 ℓ との交点を D とします。

四角形 DCOB が平行四辺形となるとき，直線 ℓ の式を求めなさい。

（埼玉県　2015 年度）



解答欄

$y=$

解答
$y=-x+6$
解説
A は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点で，x 座標が -6 より，$y=\frac{1}{3}\times(-6)^2=12$　A$(-6,\ 12)$
点 C も $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点で，x 座標が -3 より，$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$　C$(-3,\ 3)$
CO の傾きは，$\frac{-3}{3}=-1$　四角形 DCOB は平行四辺形より，DB // CO
よって，直線 DB の傾きも -1
求める式を $y=-x+b$ とおくと，A$(-6,\ 12)$ を通るので，$12=6+b$　$b=6$
したがって $y=-x+6$

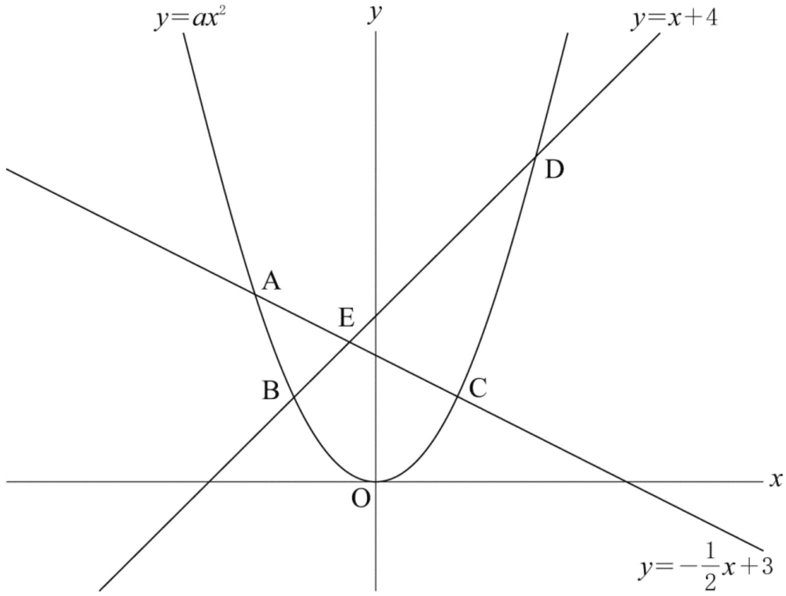
【問 8】

下の図1のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=x+4$ の交点を B，D，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+3$ の交点を A，C，直線 $y=x+4$ と直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+3$ の交点を E とする。

4 点 A，B，C，D の x 座標が，それぞれ -3，-2，2，4 であるとき，次の問1，問2に答えなさい。ただし，$a>0$ とする。また，原点 O から点 (1, 0) までの距離及び原点 O から点 (0, 1) までの距離をそれぞれ 1 cm とする。

（千葉県 2015 年度 前期）

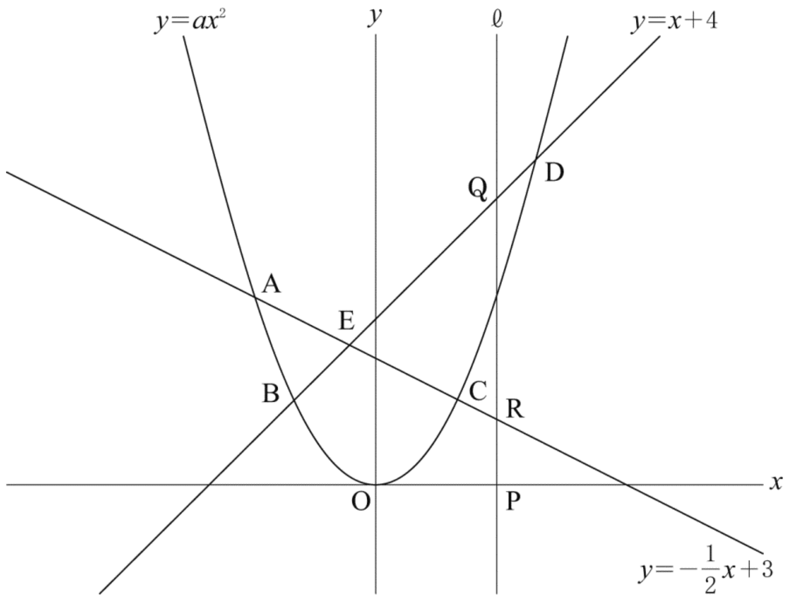
図1



問1 a の値を求めなさい。

問2　下の図2は，図1において，x 軸上に点 P をとり，点 P を通る y 軸に平行な直線 ℓ をひいたものである。この直線 ℓ が，関数 $y=ax^2$ のグラフ，直線 $y=x+4$，直線 $y=-\dfrac{1}{2}x+3$ と交わる点のうち，y 座標が最も大きい点を Q，最も小さい点を R とするとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

図2



(1) 直線 ℓ が点 E を通るとき，線分 QR の長さを求めなさい。

(2) $-3 \leqq x \leqq 4$ のとき，線分 QR の長さが 3 cm となる点 P の x 座標をすべて求めなさい。

解答欄

問1	$a=$	
問2	(1)	cm
	(2)	

解答

問1 $a=\frac{1}{2}$

問2

(1) $\frac{28}{9}$ cm

(2) $-\frac{8}{3}$, -1

解説

問1

点Dに注目すると，Dは，$y=x+4$ 上の点で，x 座標は4より，$y=4+4=8$　D(4, 8)

点Dは $y=ax^2$ 上の点でもあるから，$8=a\times4^2$　$16a=8$　$a=\frac{1}{2}$

問2

(1)

点Eは，$y=x+4$…①と $y=-\frac{1}{2}x+3$…②との交点より

①，②を連立方程式として解くと，$x=-\frac{2}{3}$, $y=\frac{10}{3}$　$E\left(-\frac{2}{3},\ \frac{10}{3}\right)$

直線 ℓ が点Eを通るとき，点Qは点Eと一致するから，$Q\left(-\frac{2}{3},\ \frac{10}{3}\right)$

Rは $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で，x 座標が $-\frac{2}{3}$ より，$y=\frac{1}{2}\times\left(-\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{9}$　$R\left(-\frac{2}{3},\ \frac{2}{9}\right)$

したがって $QR=\frac{10}{3}-\frac{2}{9}=\frac{28}{9}$ cm

(2)

直線 ℓ を $x=t$ とおく。

$t=-3$ のとき $QR=-\frac{1}{2}\times(-3)+3-(-3+4)=\frac{7}{2}$ cm

$t=-2$ のとき $QR=-\frac{1}{2}\times(-2)+3-(-2+4)=2$cm

$t=-\frac{2}{3}$ のとき $QR=\frac{28}{9}$ cm

$t=0$ のとき $QR=4$

$t=2$ のとき，$QR=2+4-\frac{1}{2}\times2^2=4$cm

$t=4$ のとき $QR=4+4-\left(-\frac{1}{2}\times4+3\right)=7$cm

よって QR＝3 cm となるのは $-3\leqq t\leqq-2$ のときと $-2\leqq t\leqq-\frac{2}{3}$ のとき。

$-3\leqq t\leqq-2$ のとき $-\frac{1}{2}t+3-(t+4)=3$　これを解いて $t=-\frac{8}{3}$

$-2\leqq t\leqq-\frac{2}{3}$ のとき $-\frac{1}{2}t+3-\frac{1}{2}t^2=3$　これを解いて $t=-1,\ 0$

$-2\leqq t\leqq-\frac{2}{3}$ より $t=-1$

よって $t=-\frac{8}{3}$, -1

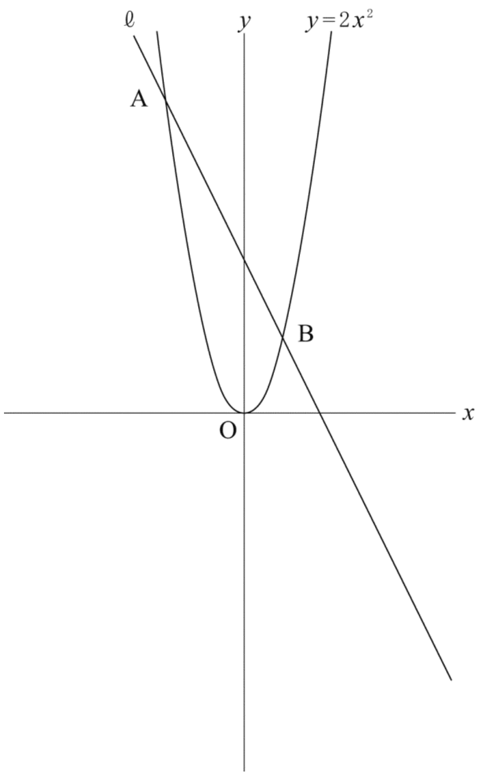
【問 9】

図1のように，関数 $y=2x^2$ のグラフと直線 ℓ が 2 点 A，B で交わっている。2 点 A，B の x 座標が，それぞれ−2，1 であるとき，次の問1，問2に答えなさい。

（千葉県　2015 年度　後期）

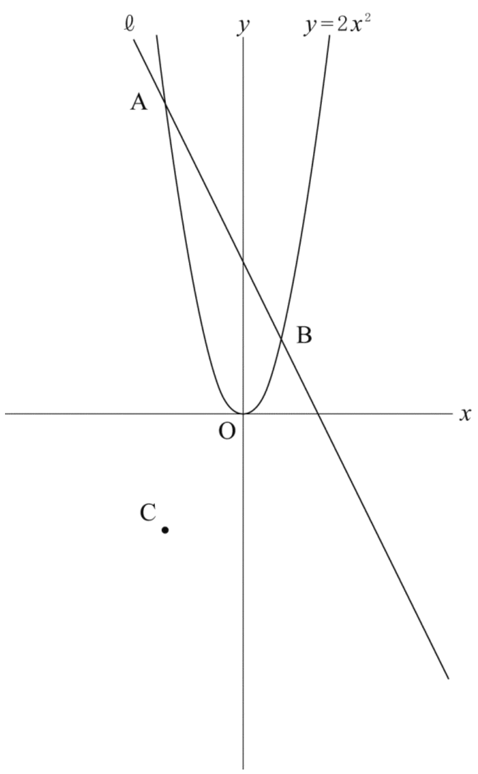
問1　直線 ℓ の式を求めなさい。

図1



問2　下の図2のように，図1において点 C (−2，−3) をとる。y 軸を対称の軸として，点 C を対称移動した点を D とし，線分 CD を 1 辺とする正方形 CDEF を，点 E，F の y 座標が負となるようにかく。この正方形 CDEF の周上に点 P をとり，点 P と 2 点 A，B を結んで，△ABP をつくる。△ABP の面積が，原点 O と 2 点 A，B を結んでできる△ABO の面積の 3 倍になるような点 P は 2 つある。この 2 つの点の座標を，それぞれ求めなさい。

図2



解答欄

問1		
問2	(　　　,　　　)	(　　　,　　　)

解答
問1　$y=-2x+4$
問2　$\left(-\dfrac{1}{2},\ -7\right)$　$(-2,\ -4)$
解説
問1
点Aは $y=2x^2$ 上の点で，x 座標は -2 より，$y=2\times(-2)^2=8$
よって，A$(-2,\ 8)$
同様に，B$(1,\ 2)$
求める直線 ℓ の式を $y=ax+b$ とする。
A$(-2,\ 8)$，B$(1,\ 2)$ を通るから，傾き a は，$a=\dfrac{2-8}{1-(-2)}=-2$
したがって，$y=-2x+b$　直線 ℓ は A$(-2,\ 8)$ を通るから，$x=-2$，$y=8$ を代入して整理すると，$b=4$
よって求める式は $y=-2x+4$
問2
点 C$(-2,\ -3)$ と y 軸について対称な点は D$(2,\ -3)$ で
正方形 CDEF を E，F が負の数になるようにとるとき，E$(2,\ -7)$，F$(-2,\ -7)$ となる。
ここで，直線 ℓ の $y=-2x+4$ と y 軸との交点 K は $(0,\ 4)$ となり，
y 軸上の負の範囲で，MK$=3$OK となる点 M は $(0,\ -8)$ となる。
この点 M を通り，直線 ℓ に平行な直線 r 上の点を Q とすると，△ABQ$=3$△ABO となる。
したがって，この直線 r は，$y=-2x-8$
直線 r と正方形 CDEF との交点が求める点 P で，線分 CF との交点と線分 EF との交点の 2 点がある。
線分 CF との交点は $x=-2$ より，$y=4-8=-4$
よって P$(-2,\ -4)$
線分 EF との交点は $y=-7$ より，$-7=-2x-8$　$2x=-1$　$x=-\dfrac{1}{2}$
よってもう 1 点は P$\left(-\dfrac{1}{2},\ -7\right)$

【問 10】

右の図において，直線①は関数 $y=2x+8$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

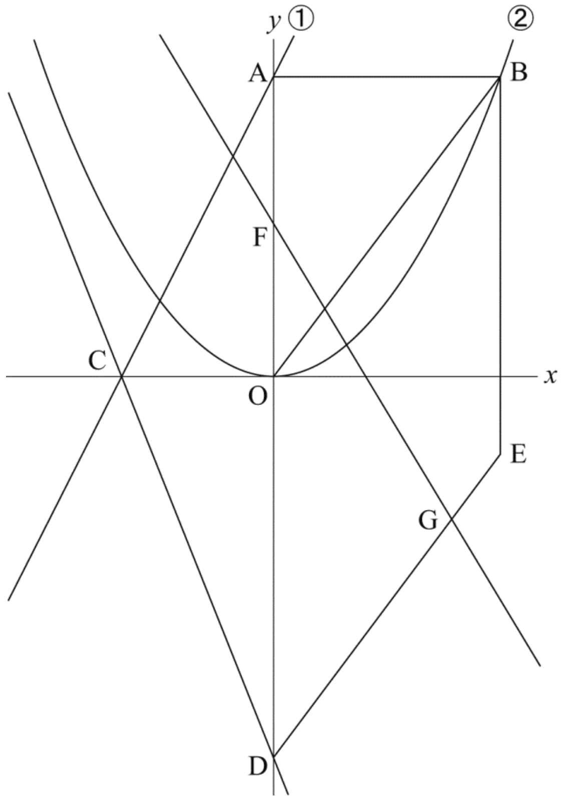
点 A は直線①と y 軸との交点である。点 B は曲線②上の点で，その x 座標は 6 であり，線分 AB は x 軸に平行である。点 C は直線①と x 軸との交点である。

また，原点を O とするとき，点 D は y 軸上の点で，OB＝OD であり，その y 座標は負である。

さらに，点 E は OD＝BE となる点で，線分 BE は y 軸に平行であり，その y 座標は負である。

このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2015 年度）



問1　曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

問2　直線 CD の式を求め，$y=mx+n$ の形で書きなさい。

問3　点 F は線分 OA の中点であり，点 G は線分 DE 上の点である。直線 FG が四角形 ODEB の面積を 2 等分するとき，点 G の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	G(,)

解答

問1 $a=\dfrac{2}{9}$

問2 $y=-\dfrac{5}{2}x-10$

問3 $\mathrm{G}\left(\dfrac{14}{3},\ -\dfrac{34}{9}\right)$

解説

問1

点Bのx座標は6 また，AB // x軸で，A(0，8) より，点B(6，8)

点Bは$y=ax^2$上の点より$8=36a$

よって$a=\dfrac{2}{9}$

問2

点Cは$y=2x+8$とx軸との交点より，$y=0$を代入して，$0=2x+8$　$2x=-8$　$x=-4$

よって，C(−4，0)

三平方の定理よりOB$=\sqrt{6^2+8^2}=10$

OB＝ODよりD(0，−10)

D(0，−10) を通るので，直線CDを$y=mx-10$とおく。

これがC(−4，0) を通るので$0=-4m-10$　$m=-\dfrac{5}{2}$

よって求める式は$y=-\dfrac{5}{2}x-10$

問3

OD＝BE，OD // BEより，四角形ODEBは平行四辺形である。

よって，E(6，−2)　対角線の交点をKとすると

点KはOEの中点と一致するので，K(3，−1)

点Kを通る直線は，平行四辺形ODEBの面積を2等分する。

よって，点Kと，F(0，4) を通る直線の式を求めると$y=-\dfrac{5}{3}x+4$…①

また，直線EDは直線OBと平行で，切片は−10より$y=\dfrac{4}{3}x-10$…②

点Gは①，②の交点だから

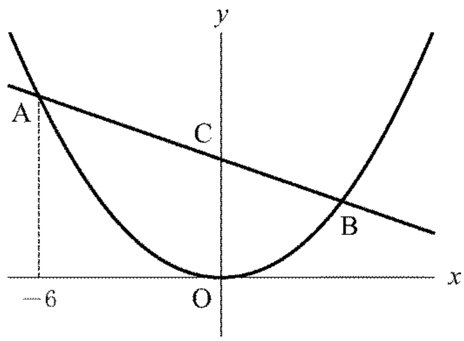
①，②を連立方程式として解くと，$x=\dfrac{14}{3}$，$y=-\dfrac{34}{9}$

よって$\left(\dfrac{14}{3},\ -\dfrac{34}{9}\right)$

【問 11】

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{6}x^2$ のグラフ上に，x 座標が -6 となる点 A と，x 座標が正である点 B をとり，2 点 A，B を通る直線と y 軸との交点を C とする。AC : CB＝3 : 2 となるとき，点 B の座標を求めなさい。

（新潟県　2015 年度）



解答欄

〔求め方〕

答 $\left(\qquad , \qquad \right)$

解答

〔求め方〕

点 A，点 B から x 軸に垂線をひき，交点をそれぞれ K，H とする。

AK // CO // BH より

KO : OH＝AC : CB となるから

6 : OH＝3 : 2

OH＝4

よって，点 B の x 座標は 4 で

$y=\frac{1}{6}x^2$ 上の点だから

$y=\frac{1}{6}\times 4^2=\frac{8}{3}$　B$\left(4,\ \frac{8}{3}\right)$

答 $\left(4,\ \frac{8}{3}\right)$

解説

点 A，点 B から x 軸に垂線をひき，交点をそれぞれ K，H とする。

AK // CO // BH より，KO : OH＝AC : CB となるから，6 : OH＝3 : 2　OH＝4

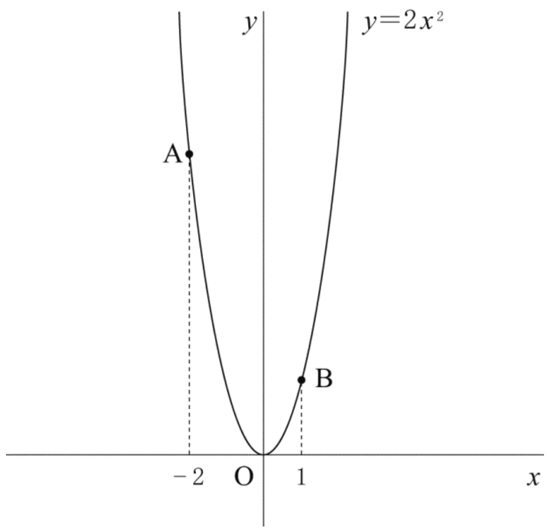
よって点 B の x 座標は 4 で $y=\frac{1}{6}x^2$ 上の点だから $y=\frac{1}{6}\times 4^2=\frac{8}{3}$　B$\left(4,\ \frac{8}{3}\right)$

【問 12】

右の図は，関数 $y=2x^2$ のグラフである。このグラフ上に 2 点 A，B があり，x 座標はそれぞれ－2，1 である。

このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県　2015 年度）



問1　関数 $y=2x^2$ において，x の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のときの y の変域を求めなさい。

問2　線分 AB の長さを求めなさい。

問3　点 B を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

問1	$\leqq y\leqq$
問2	
問3	

解答

問1　$0\leqq y\leqq 8$

問2　$3\sqrt{5}$

問3　$y=-x+3$

解説

問1

$y=2x^2$ において，$-2\leqq x\leqq 1$ のとき，y の値は $x=0$ のとき $y=0$ で最小となり

$x=-2$ のとき $y=2\times(-2)^2=8$ で最大となる。よって，y の変域は，$0\leqq y\leqq 8$

問2

点 A は $y=2x^2$ 上の点で，x 座標は－2 より，$y=2\times(-2)^2=8$　よって，A$(-2,\ 8)$

点 B も $y=2x^2$ 上の点で，x 座標は 1 より，$y=2\times 1^2=2$　B$(1,\ 2)$

したがって，三平方の定理より，$\mathrm{AB}=\sqrt{(1+2)^2+(2-8)^2}=3\sqrt{5}$

問3

点 B を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線は，点 B と OA の中点$(-1,\ 4)$ を通る直線である。

求める式を $y=px+q$ とすると，点 B の座標を代入して，$2=p+q$…①

$(-1,\ 4)$ の座標を代入して，$4=-p+q$…②

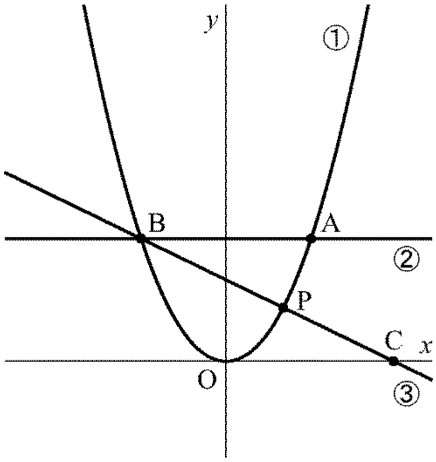
①，②を連立方程式として解くと，$p=-1$，$q=3$　よって，求める式は，$y=-x+3$

【問 13】

右の図において，①は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$，②は x 軸に平行な直線のグラフである。①と②のグラフの交点のうち，x 座標が正のものを A，負のものを B とする。また，C は x 軸上を動く点で，2 点 B，C を通る直線のグラフを③とし，①と③のグラフの交点のうち，B でない方を P とする。ただし，点 C の x 座標は正である。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（石川県　2015 年度）



問1　点 A の x 座標が 3 のとき，△OAB の面積を求めなさい。

問2　点 B の x 座標を－4，点 C の x 座標を 12 とするとき，直線 BC の式を求めなさい。

問3　点 B の y 座標を 4 とする。△OPB と△OCP の面積が等しいとき，△OCB を，x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。なお，途中の計算も書くこと。

解答欄

問1	
問2	
問3	〔計算〕 答

解答

問1　$\dfrac{27}{2}$

問2　$y=-\dfrac{1}{2}x+6$

問3

〔計算〕

△OPB＝△OCP より　BC：PC＝2：1

B$(-2\sqrt{2}\ ,\ 4)$ であるから P$(2,\ 2)$, C$(4+2\sqrt{2}\ ,\ 0)$

したがって, 求める立体の体積は

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times4^2\times(4+4\sqrt{2}\ )-\dfrac{1}{3}\times\pi\times4^2\times2\sqrt{2}$

$=\dfrac{64+32\sqrt{2}}{3}\pi$

答　$\dfrac{64+32\sqrt{2}}{3}\pi$

解説

問1

点Aの x 座標は 3 で, $y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点より, $y=\dfrac{1}{2}\times3^2=\dfrac{9}{2}$

よって, 点A, 点Bの座標はそれぞれ$\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$, $\left(-3,\ \dfrac{9}{2}\right)$となる。

したがって, $\triangle OAB=\dfrac{1}{2}\times(3+3)\times\dfrac{9}{2}=\dfrac{27}{2}$

問2

点Bの x 座標は -4 で, $y=\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点より, $y=\dfrac{1}{2}\times(-4)^2=8$　よって, B$(-4,\ 8)$

直線BCを $y=ax+b$ とすると, B$(-4,\ 8)$, C$(12,\ 0)$ を通るから, 傾き a は, $a=\dfrac{0-8}{12-(-4)}$

したがって, $y=-\dfrac{1}{2}x+b$

この直線は C$(12,\ 0)$ を通るから, $x=12$, $y=0$ を代入して整理すると, $b=6$

よって, 求める式は, $y=-\dfrac{1}{2}x+6$

問3

点B, 点Pから x 軸にそれぞれ垂線をひき, 交点をH, Kとする。

点Bの y 座標が 4 より, $4=\dfrac{1}{2}x^2$　$x^2=8$　$x<0$ より, $x=-2\sqrt{2}$

よって, B$(-2\sqrt{2}\ ,\ 4)$

△OPB＝△OCP より, BP＝CP

△CBHで PK // BH より, CK＝KH　PK$=\dfrac{1}{2}$BH$=\dfrac{1}{2}\times4=2$

点Pの y 座標が 2 より, $2=\dfrac{1}{2}x^2$　　$x^2=4$

$x>0$ より, $x=2$　P$(2,\ 2)$

CK＝KH$=2+2\sqrt{2}$ だから, 点Cの x 座標は, $2+2\sqrt{2}+2=4+2\sqrt{2}$　C$(4+2\sqrt{2}\ ,\ 0)$

△OCBを x 軸を軸として回転させてできる立体は,

△CBHを x 軸を軸に 1 回転してできる立体から△OBHを x 軸に 1 回転してできる立体を除いたものだから,

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times4^2\times(4+4\sqrt{2})-\dfrac{1}{3}\times\pi\times4^2\times2\sqrt{2}$

$=\dfrac{64}{3}\pi+\dfrac{64\sqrt{2}}{3}\pi-\dfrac{32\sqrt{2}}{3}\pi$

$=\dfrac{64+32\sqrt{2}}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

【問 14】

下の図1, 2において, ①は関数 $y=ax^2$, ②は $y=\dfrac{1}{2}x+3$ のグラフである。点 A, B は①と②の交点で, x 座標はそれぞれ -2, 3 である。このとき, 次の問1〜問3に答えなさい。

（山梨県　2015 年度）

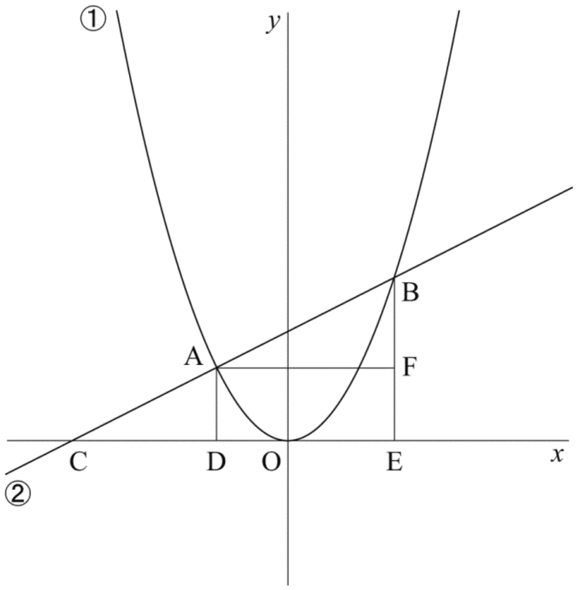
問1　a の値を求めなさい。

問2　図1のように, ②と x 軸との交点を C とし, 点 A, B から x 軸に垂線をひき, その交点をそれぞれ D, E とする。また, 点 A から直線 BE に垂線をひき, その交点を F とする。このとき, 次の(1), (2)に答えなさい。

(1)　△BAF∽△ACD となることを証明しなさい。

(2) BA：AC を最も簡単な整数の比で表しなさい。

図1

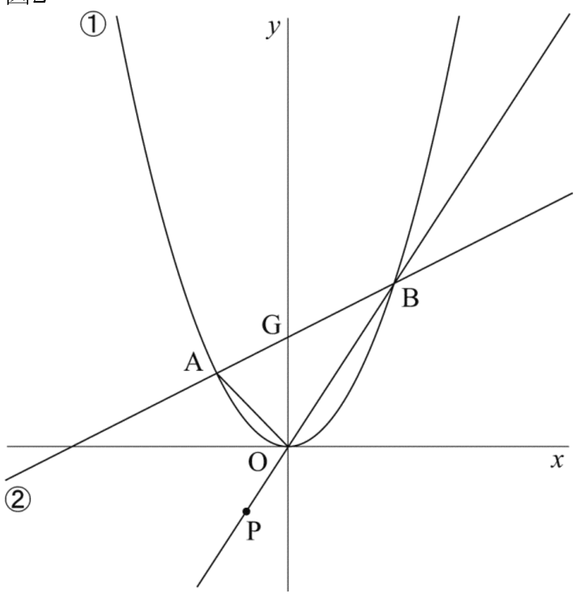


問3　図2のように, ②と y 軸との交点を G とする。また, 直線 OB 上を動く点 P を考える。このとき, 次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 3 点 B, G, P を頂点とする三角形の面積が, △AOB の面積に等しくなるときの点 P の座標をすべて求めなさい。

(2)　直線 GP が△AOB の面積を 2 等分するとき, 直線 GP の式を求めなさい。

図2



解答欄

問1	$a=$	
問2	(1)	〔証明〕
	(2)	:
問3	(1)	
	(2)	

解答

問1　$a=\dfrac{1}{2}$

問2

(1)

〔証明〕

△BAFと△ACDにおいて

仮定から

∠AFB＝∠CDA＝90°…①

仮定から

∠AFB＝∠CEB＝90°

よって，同位角が等しいから

AF // CE

平行線の同位角は等しいから

∠BAF＝∠ACD…②

①，②より，2組の角がそれぞれ等しいから

△BAF∽△ACD

(2)　5:4

問3

(1)　(−2，−3)，(8，12)　　(2)　$y=-\dfrac{9}{2}x+3$

解説

問1

点Aは$y=\dfrac{1}{2}x+3$上の点で，x座標は−2より，$y=\dfrac{1}{2}\times(-2)+3=2$　よって，A(−2，2)

Aは$y=ax^2$上の点でもあるから，$2=a\times(-2)^2$　$4a=2$　$a=\dfrac{1}{2}$

問2

(1)　仮定や平行線で同位角が等しくなることを利用して，相似を導く。

(2)　点Cは$y=\dfrac{1}{2}x+3$とx軸との交点より，$0=\dfrac{1}{2}x+3$　$x=-6$

よって，C(−6，0)，D(−2，0)，E(3，0)

AD // BEより，BA:AC＝ED:DC＝(3＋2):(−2＋6)＝5:4

問3

(1) B$\left(3,\ \dfrac{9}{2}\right)$より，直線OBの式を求めると，$y=\dfrac{3}{2}x$

点Pのx座標が負のとき，△BGPと△AOBで，△BOGの部分が共通なので，

△POG＝△AOGとなれば△BGP＝△AOBとなる。

よって，線分APとy軸が平行のとき，△POG＝△AOGだから，

点Pのx座標は点Aのx座標と同じ−2になり，点Pはこの$y=\dfrac{3}{2}x$上の点だから，$y=\dfrac{3}{2}\times(-2)=-3$

よって，P(−2，−3)

また，点Pのx座標が正のときQ(−2，−3)とすると，BP＝BQのとき，△BGP＝△BGQ＝△AOBとなる。

よって，Pのx座標は3＋(3＋2)＝8で，y座標は，$y=\dfrac{3}{2}\times8=12$となり，P(8，12)

(2)　△AOG＞△BOGだから，Gを通り△OABの面積を2等分する直線は線分OBと交わり，この点がPである。

点Pのx座標をtとすると，△AOG＋△POG＝$\dfrac{1}{2}$△AOBより，

$\dfrac{1}{2}\times3\times2+\dfrac{1}{2}\times3\times t=\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{1}{2}\times3\times2+\dfrac{1}{2}\times3\times3\right)$　$3+\dfrac{3}{2}t=\dfrac{1}{2}\left(3+\dfrac{9}{2}\right)$　$t=\dfrac{1}{2}$

よって，Pのx座標は$\dfrac{1}{2}$，$y=\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{4}$で，P$\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{3}{4}\right)$　直線PGを$y=bx+3$とすると，点Pを通るので，$\dfrac{3}{4}$

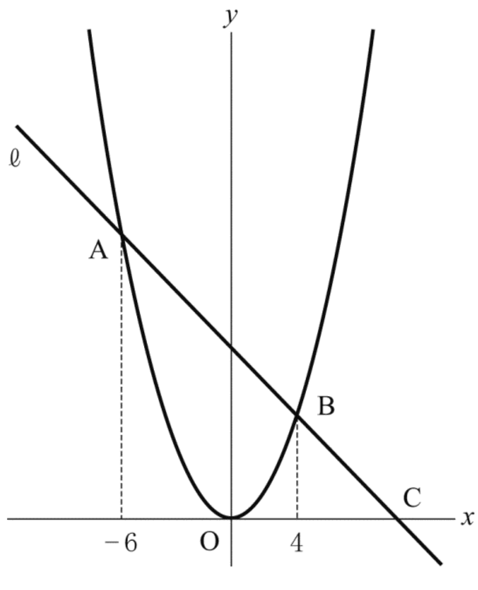
$=\dfrac{1}{2}b+3$　$b=-\dfrac{9}{2}$　よって，求める式は，$y=-\dfrac{9}{2}x+3$

【問 15】

右の図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと直線 ℓ が，2 点 A，B で交わっている。A，B の x 座標はそれぞれ－6，4 である。

また，直線 ℓ と x 軸との交点を C とする。次の問1～問3に答えなさい。

（岐阜県　2015 年度）



問1　関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ で，x の変域が $-6 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域を求めなさい。

問2　直線 ℓ の式を求めなさい。

問3　線分 AB の長さは線分 BC の長さの何倍であるかを求めなさい。

解答欄

問1	
問2	$y=$
問3	倍

解答
問1　$0 \leqq y \leqq 18$
問2　$y = -x + 12$
問3　$\dfrac{5}{4}$倍
解説
問1
$y = \dfrac{1}{2}x^2$において，$-6 \leqq x \leqq 4$のとき，yの値は$x = 0$のとき$y = 0$で最小となり
$x = -6$で$y = \dfrac{1}{2} \times (-6)^2 = 18$で最大となる。
よって求める変域は$0 \leqq y \leqq 18$
問2
$y = \dfrac{1}{2}x^2$において，$x = -6$のとき$y = 18$，$x = 4$のとき$y = 8$より，A$(-6, 18)$，B$(4, 8)$
直線ABを$y = ax + b$とすると，A$(-6, 18)$，B$(4, 8)$を通るから，傾きaは$a = \dfrac{8-18}{4-(-6)} = -1$
したがって$y = -x + b$
この直線は点$(-6, 18)$ を通るから，$x = -6$，$y = 18$を代入して整理すると$b = 12$
よって求める式は$y = -x + 12$
問3
Cは$y = -x + 12$とx軸との交点より，$y = 0$を代入して，$0 = -x + 12$　$x = 12$　C$(12, 0)$
点A，点Bからx軸に垂線をひき，交点をそれぞれK，Hとすると
AK // BHより
AB : BC ＝ KH : HC ＝ $(4+6) : (12-4) = 10 : 8 = 5 : 4$
よって線分ABは線分BCの$\dfrac{5}{4}$倍。

【問 16】

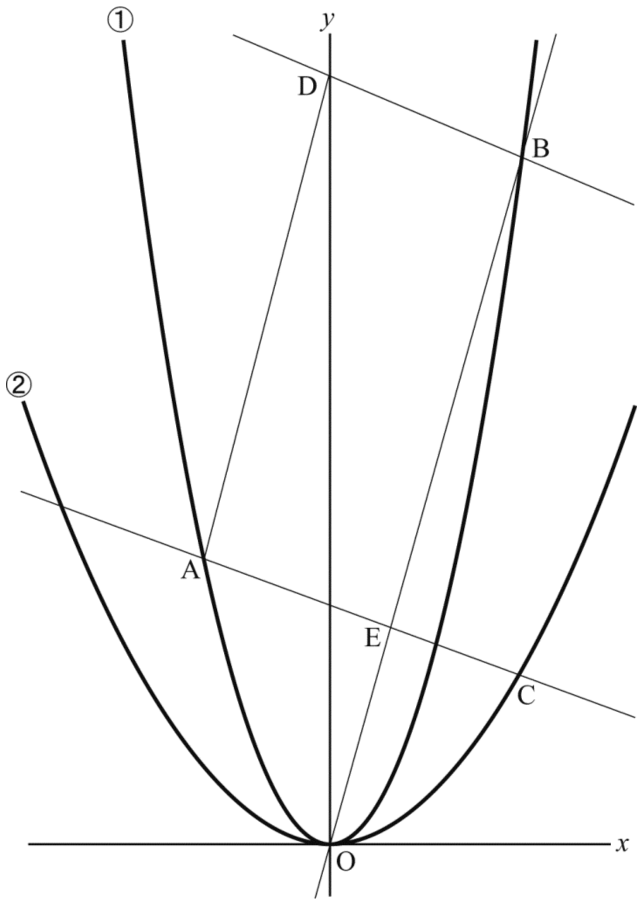
図において，①は関数 $y=ax^2\ (a>\frac{1}{3})$ のグラフであり，②は関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフである。

点 A は，放物線①上の点であり，その x 座標は -2 である。また，2 点 B，C は，それぞれ放物線①，②上の点であり，その x 座標はともに 3 である。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（静岡県　2015 年度）

図



問1　x の変域が $-1\leqq x\leqq 6$ であるとき，

関数 $y=\frac{1}{3}x^2$ の y の変域を求めなさい。

問2　点 C を通り，直線 $y=-2x+4$ に平行な直線の式を求めなさい。

問3　点 B を通り，直線 CA に平行な直線と y 軸との交点を D とし，直線 CA と直線 OB との交点を E とする。四角形 DAEB が平行四辺形となるときの，a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	〔求める過程〕 答　$a=$

解答
問1 $0 \leqq y \leqq 12$
問2 $y=-2x+9$
問3
〔求める過程〕
点A, Bは$y=ax^2$上の点で, x座標はそれぞれ-2, 3より, A$(-2,\ 4a)$, B$(3,\ 9a)$ と表せ
OBの傾きは, $\dfrac{9a}{3}=3a$となる。
また, D$(0,\ d)$ とおくと
DAの傾きは, $\dfrac{d-4a}{0-(-2)}=\dfrac{d-4a}{2}$
BE // DAより, $\dfrac{d-4a}{2}=3a$ $d-4a=6a$ $d=10a$
よってD$(0,\ 10a)$
DBの傾きは$\dfrac{9a-10a}{3-0}=-\dfrac{a}{3}$
ACの傾きは$\dfrac{3-4a}{3-(-2)}=\dfrac{3-4a}{5}$となり
DB // ACより$-\dfrac{a}{3}=\dfrac{3-4a}{5}$
これを解いて$a=\dfrac{9}{7}$
答 $a=\dfrac{9}{7}$
解説
問1
$y=\dfrac{1}{3}x^2$において, $-1 \leqq x \leqq 6$のとき, yの値は$x=0$で最小値$y=0$, $x=6$で最大値$y=\dfrac{1}{3}\times 6^2=12$をとる。
よって求める変域は$0 \leqq y \leqq 12$
問2
点Cは$y=\dfrac{1}{3}x^2$上の点で, x座標は3より, $y=\dfrac{1}{3}\times 3^2=3$ C$(3,\ 3)$
求める直線は$y=-2x+4$に平行だから傾きが等しくなるので, $y=-2x+b$とおく。
この直線が点Cを通るので, $3=-2\times 3+b$ $b=9$
よって, 求める式は, $y=-2x+9$
問3
点A, Bは$y=ax^2$上の点で, x座標はそれぞれ-2, 3より, A$(-2,\ 4a)$, B$(3,\ 9a)$ と表せ
OBの傾きは, $\dfrac{9a}{3}=3a$となる。
また, D$(0,\ d)$ とおくとDAの傾きは$\dfrac{d-4a}{0-(-2)}=\dfrac{d-4a}{2}$
BE // DAより, $\dfrac{d-4a}{2}=3a$ $d-4a=6a$ $d=10a$
よって, D$(0,\ 10a)$
DBの傾きは$\dfrac{9a-10a}{3-0}=-\dfrac{a}{3}$
ACの傾きは$\dfrac{3-4a}{3-(-2)}=\dfrac{3-4a}{5}$となり
DB // ACより$-\dfrac{a}{3}=\dfrac{3-4a}{5}$
これを解いて$a=\dfrac{9}{7}$

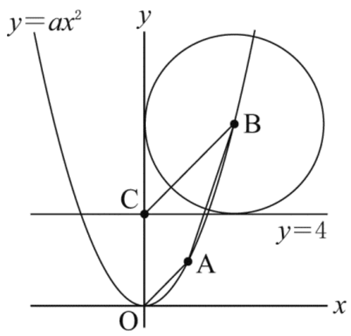
【問 17】

図で，O は原点，A，B は関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフ上の点，C は直線 $y=4$ と y 軸との交点である。

点 A の座標が (2, 2) で，点 B を中心とする円が直線 $y=4$ と y 軸とに接しているとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

ただし，点 B の x 座標は点 A の x 座標より大きいものとする。

（愛知県 2015 年度 A）



(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 B を通り，四角形 BCOA の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	$y=$

解答

(1) $a=\frac{1}{2}$

(2) $y=\frac{7}{4}x+1$

解説

(1)

点 A(2, 2)が $y=ax^2$ 上の点であることから $2=a\times 2^2$　$4a=2$　$a=\frac{1}{2}$

(2)

点 B の x 座標を t とすると, y 座標は $t+4$ と表せる。

また B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点でもあるので

$t+4=\frac{1}{2}t^2$　$t^2-2t-8=0$　$(t-4)(t+2)=0$　$t=4,\ -2$　$t>0$ より, $t=4$

よって B(4, 8)

また点 B から x 軸に垂線をひき交点を H とすると

H(4, 0)　A(2, 2), C(0, 4)より

四角形 BCOA＝台形 OCBH－△AOH－△ABH

$=\frac{1}{2}\times(4+8)\times 4-\frac{1}{2}\times 4\times 2-\frac{1}{2}\times 8\times 2$

$=24-4-8$

$=12$

よってこの四角形を 2 等分したときの 1 つの面積は $12\div 2=6$

$\triangle\mathrm{OCB}=\frac{1}{2}\times 4\times 4=8$

$6<8$ より, 点 B を通り, 四角形 BCOA の面積を 2 等分する直線は辺 CO と交わる。

このとき, この直線と辺 CO との交点を K とすると

$\frac{1}{2}\times\mathrm{CK}\times 4=6$

$\mathrm{CK}=3$

よって $\mathrm{OK}=4-3=1$ より

K(0, 1)

直線 BK を $y=bx+1$ とおくと

B(4, 8) を通るので

$8=4b+1$

$4b=7$

$b=\frac{7}{4}$

したがって求める式は $y=\frac{7}{4}x+1$

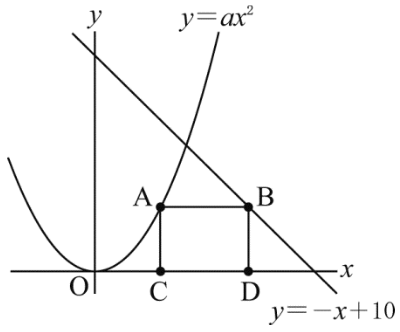
【問 18】

図で，O は原点，A は関数 $y=ax^2$ (a は定数)のグラフ上の点，B は直線 $y=-x+10$ 上の点である。また，C，D は x 軸上の点であり，四角形 ACDB は長方形である。

ただし，点 C，D の x 座標はともに正で，点 C の x 座標は点 D の x 座標より小さいものとする。

関数 $y=ax^2$ は x の値が 3 から 6 まで増加するときの変化の割合が 3 である。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。



（愛知県 B　2015 年度）

(1) a の値を求めなさい。

(2) CD＝4 のとき，点 B の座標を求めなさい。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	(　　　　,　　　　)

解答

(1)　$a=\dfrac{1}{3}$

(2)　(7，3)

解説

(1)

$y=ax^2$ において，x の値が 3 から 6 まで増加するとき

変化の割合は $\dfrac{36a-9a}{6-3}=9a$

この値が 3 より

$9a=3$

$a=\dfrac{1}{3}$

(2)

点 B の x 座標を $t(t>0)$ とすると点 B は $y=-x+10$ 上の点だから $\mathrm{BD}=-t+10$

また点 A の x 座標は $t-4$ と表せ $y=\dfrac{1}{3}x^2$ 上の点より $\mathrm{AC}=\dfrac{1}{3}(t-4)^2$

四角形 ACDB は長方形より AC＝BD

よって $\dfrac{1}{3}(t-4)^2=-t+10$

$t^2-8t+16=-3t+30$

$t^2-5t-14=0$

$(t-7)(t+2)=0$

$t=7,\ -2$

$t>0$ より

$t=7$

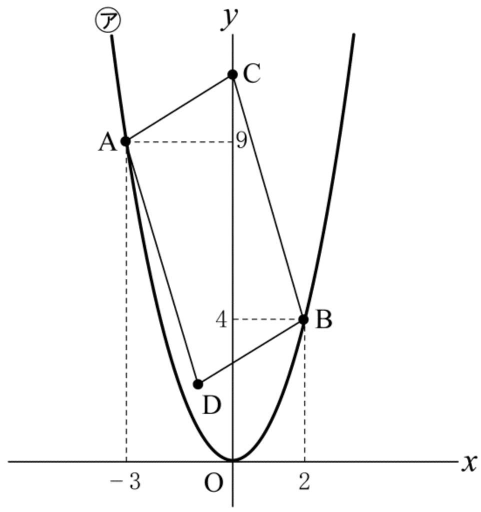
よって B(7，3)

【問 19】

右の図のように，関数 $y=x^2$…㋐のグラフ上に 2 点 A，B がある。y 軸上に点 C をとり，四角形 ADBC が平行四辺形となるように点 D をとる。

点 A $(-3,\ 9)$，点 B $(2,\ 4)$ のとき，次の各問いに答えなさい。ただし，点 C の y 座標は，点 A の y 座標より大きいものとする。

（三重県　2015 年度）



(1) 関数㋐について，x の値が－1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(2) 2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

(3) 平行四辺形 ADBC の面積が 24 cm^2 となるとき，点 D の座標を求めなさい。ただし，座標の 1 目もりを 1 cm とする。

解答欄

(1)	
(2)	$y=$
(3)	D$\left(\qquad , \qquad \right)$

解答

(1)　3

(2)　$y=-x+6$

(3)　D$\left(-1,\ \dfrac{11}{5}\right)$

解説

(1)

$y=x^2$ について x の値が -1 から 4 まで増加するときの変化の割合は $\dfrac{4^2-(-1)^2}{4-(-1)}=\dfrac{15}{5}=3$

(2)

求める直線の式を $y=mx+n$ とする。A$(-3,\ 9)$，B$(2,\ 4)$ を通るから

傾き m は $m=\dfrac{4-9}{2-(-3)}=-1$

したがって $y=-x+n$

この直線は A$(-3,\ 9)$を通るから $x=-3$，$y=9$ を代入して整理すると $n=6$

よって求める式は $y=-x+6$

(3)

直線 AB と y 軸との交点を E とすると E$(0,\ 6)$

また点 C の y 座標を s とすると

$\triangle$ABC$=\triangle$ACE$+\triangle$BCE$=\dfrac{1}{2}\times(\mathrm{s}-6)\times3+\dfrac{1}{2}\times(\mathrm{s}-6)\times2=\dfrac{5}{2}(\mathrm{s}-6)$

$\triangle$ABC の面積は $24\div2=12\mathrm{cm}^2$ より $\dfrac{5}{2}(\mathrm{s}-6)=12$

これを解いて $\mathrm{s}=\dfrac{54}{5}$ となり C$\left(0,\ \dfrac{54}{5}\right)$

ここで点 A と点 C を通る直線の傾きを求めると $\left(\dfrac{54}{5}-9\right)\div\{0-(-3)\}=\dfrac{3}{5}$

同様に点 B と点 C を通る直線の傾きを求めると $-\dfrac{17}{5}$

よって点 A を通り，直線 BC に平行な直線の式を $y=-\dfrac{17}{5}x+p$ とおくと

$9=-\dfrac{17}{5}\times(-3)+p$ より $p=-\dfrac{6}{5}$

また点 B を通り，直線 AC に平行な直線の式を $y=\dfrac{3}{5}x+q$ とおくと

$4=\dfrac{3}{5}\times2+q$ より $q=\dfrac{14}{5}$

したがって求める点 D は $y=-\dfrac{17}{5}x-\dfrac{6}{5}$ と，$y=\dfrac{3}{5}x+\dfrac{14}{5}$ の交点になるから

これらを連立方程式として解くと $x=-1$，$y=\dfrac{11}{5}$

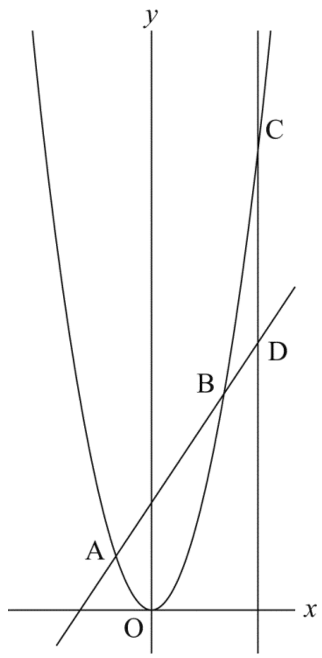
よって D$\left(-1,\ \dfrac{11}{5}\right)$

【問 20】

右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 3 点 A，B，C があり，点 A の座標は $(-2,\ 3)$，点 B，C の x 座標はそれぞれ 4，6 である。また，点 C を通り y 軸に平行な直線と，2 点 A，B を通る直線との交点を D とする。

このとき，次の問1～問3に答えよ。ただし，円周率は π とする。

（京都府 2015 年度　中期）



問1　a の値を求めよ。また，2 点 A，B を通る直線の式を求めよ。

問2　△ADC を，直線 CD を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

問3　線分 AC 上に点 E をとる。△ABE と四角形 BDCE の面積の比が 3:5 となるとき，点 E の座標を求めよ。

解答欄

問1	$a=$
	$y=$
問2	
問3	E (　　　　,　　　　)

解答

問1　$a=\frac{3}{4}$　, $y=\frac{3}{2}x+6$

問2　256π

問3　E (2, 15)

解説

問1

A(−2, 3)は $y=ax^2$ 上の点より，$3=a\times(-2)^2$　$4a=3$　$a=\frac{3}{4}$

B は $y=\frac{3}{4}x^2$ 上の点で，x 座標が 4 より，$y=\frac{3}{4}\times4^2=12$　B(4, 12)

求める直線の式を $y=mx+n$ とする。

A(−2, 3)，B(4, 12)を通るから，傾き m は $m=\frac{12-3}{4-(-2)}=\frac{3}{2}$

したがって $y=\frac{3}{2}x+n$

この直線は A(−2, 3) を通るから，$x=-2$，$y=3$ を代入して整理すると $n=6$

よって求める式は $y=\frac{3}{2}x+6$

問2

点 C，D の座標を求めると C(6, 27)，D(6, 15)

A から直線 CD に垂線をひき，交点を H とすると H(6, 3)

求める体積は

△CAH を直線 CD を軸に 1 回転してできる円すいから

△DAH を直線 CD を軸に 1 回転してできる円すいの体積をひけばよい。

よって $\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times24-\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times12$

$=512\pi-256\pi=256\pi\,\mathrm{cm}^3$

問3

平行線と比の性質を利用して AB:BD＝(4＋2):(6−4)＝6:2＝3:1

よって△ABE:△EBD＝3:1

△ABE:(四角形 BDCE)＝3:5 より

△ABE:△EBD:△EDC＝3:1:4

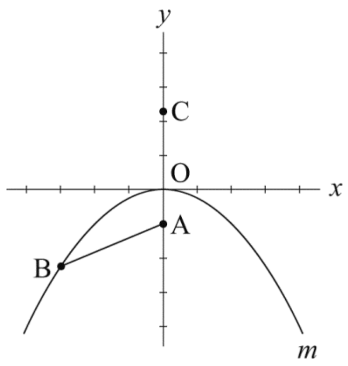
よって△EAD:△EDC＝4:4＝1:1

したがって E は AC の中点となるので E(2, 15)

【問 21】

右図において，m は $y=-\frac{1}{4}x^2$ のグラフを表す。A は y 軸上の点であり，A の y 座標は -1 である。B は m 上の点であり，B の x 座標は -3 である。A と B とを結ぶ。C は y 軸上の点であり，C の y 座標は A の y 座標より大きく，CA＝BA である。このとき，C の y 座標を求めなさい。求め方も書くこと。ただし，x 軸の 1 目もりの長さと y 軸の 1 目もりの長さとは等しいものとする。

（大阪府　2015 年度　後期）



解答欄

〔求め方〕

C の y 座標

解答
〔求め方〕
Bのy座標は$-\dfrac{1}{4}\times(-3)^2=-\dfrac{9}{4}$

Bからy軸にひいた垂線とy軸との交点をDとするとD$\left(0,\ -\dfrac{9}{4}\right)$

よってAD$=-1-\left(-\dfrac{9}{4}\right)=\dfrac{5}{4}$

BD$=0-(-3)=3$
BA^2=AD^2+BD^{2}だから
BA$=d$とすると

$d^2=\left(\dfrac{5}{4}\right)^2+3^2=\dfrac{169}{16}$

$d>0$より

$d=\dfrac{13}{4}$

Cのy座標はAのy座標より大きく，CA=BAだから

Cのy座標は$-1+\dfrac{13}{4}=\dfrac{9}{4}$

Cのy座標　$\dfrac{9}{4}$

解説

Bは$y=-\dfrac{1}{4}x^2$上の点でx座標は-3より$y=-\dfrac{1}{4}\times(-3)^2=-\dfrac{9}{4}$

よってB$\left(-3,\ -\dfrac{9}{4}\right)$

Bからy軸に垂線をひき，交点をDとするとD$\left(0,\ -\dfrac{9}{4}\right)$

AD$=\dfrac{9}{4}-1=\dfrac{5}{4}$，BD$=3$で$\angle$ADB$=90^\circ$よりBA$=\sqrt{\left(\dfrac{5}{4}\right)^2+3^2}=\dfrac{13}{4}$

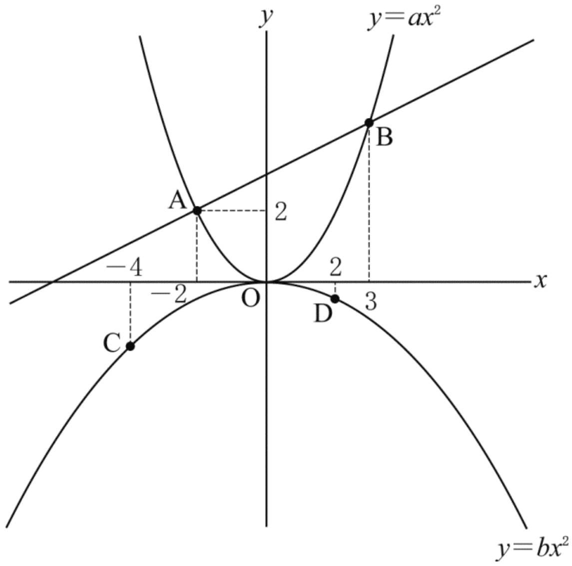
CA=BAよりCのy座標は$\dfrac{13}{4}-1=\dfrac{9}{4}$

【問 22】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A，B があり，関数 $y=bx^2$ のグラフ上に 2 点 C，D がある。点 A の座標は$(-2, 2)$，3 点 B，C，D の x 座標はそれぞれ 3，-4，2 である。

次の問いに答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さは 1 cm とする。

（兵庫県　2015 年度）



問1　a の値を求めなさい。

問2　直線 AB の式を求めなさい。

問3　次の文は，$y=bx^2$ の x の値が-4 から 2 まで増加するときの変化の割合について述べたものである。

① にあてはまるものを，あとのア～エから，② にあてはまるものを，あとのオ～クからそれぞれ 1 つ選んで，その記号を書きなさい。

関数 $y=bx^2$ の x の値が-4 から 2 まで増加するときの変化の割合を，b を使って表すと ① なので，$b<0$ の範囲では，この変化の割合は ②

ア　b　　イ　$-2b$　　ウ　$6b$　　エ　$-10b$

オ　b の値が増加するにつれて，増加してから減少する。

カ　b の値が増加しても一定である。

キ　b の値が減少するにつれて増加する。

ク　b の値が減少するにつれて減少する。

問4　AB // CD のとき，四角形 ACDB の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

解答欄

問1	$a=$			
問2				
問3	①		②	
問4	cm^2			

解答

問1 $a=\frac{1}{2}$

問2 $y=\frac{1}{2}x+3$

問3 ① イ　　② キ

問4 $\frac{55}{2}\mathrm{cm}^2$

解説

問1

A$(-2,\ 2)$は $y=ax^2$ 上の点より，$2=a\times(-2)^2$　$4a=2$　$a=\frac{1}{2}$

問2

点 B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で，x 座標は 3 より，$y=\frac{1}{2}\times3^2=\frac{9}{2}$　B$\left(3,\ \frac{9}{2}\right)$

直線 AB を $y=mx+n$ とおく。

点 A を通るので，$2=-2m+n$…①　点 B を通るので，$\frac{9}{2}=3m+n$…②

①，②を連立方程式として解くと，$m=\frac{1}{2}$，$n=3$

よって，求める式は $y=\frac{1}{2}x+3$

問3

$y=bx^2$ の x の値が -4 から 2 まで増加するときの変化の割合は，$\frac{b\times2^2-b\times(-4)^2}{2-(-4)}=\frac{-12b}{6}=-2b$

よって，①の選択肢はイ。

$-2b$ において，b が増加すると減少し，減少すると増加する。

よって，②の選択肢はキ。

問4

AB // CD のとき，問2，問3より $-2b=\frac{1}{2}$ がいえ，$b=-\frac{1}{4}$

よって，C$(-4,\ -4)$，D$(2,\ -1)$　E$(3,\ -4)$，F$\left(4,\ \frac{9}{2}\right)$とおくと，

四角形 ACDB の面積は，四角形 FCEB－△ABF－△ACF－△BDE－△CDE で求めることができるから

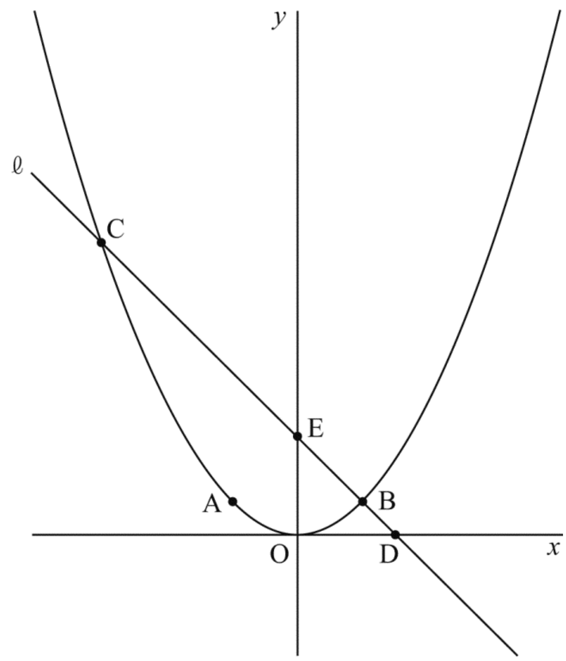
$\frac{17}{2}\times7-\frac{1}{2}\times7\times\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{17}{2}\times2-\frac{1}{2}\times\frac{17}{2}\times1-\frac{1}{2}\times7\times3$

$=\frac{119}{2}-\frac{35}{4}-\frac{17}{2}-\frac{17}{4}-\frac{21}{2}$

$=\frac{55}{2}\mathrm{cm}^2$

【問 23】

右の図で，放物線は関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフであり，点 O は原点である。2 点 A，B は放物線上の点であり，その x 座標はそれぞれ -2，2 である。点 C は放物線上を動く点であり，その x 座標は -2 より小さい。また，2 点 B，C を通る直線を ℓ とし，直線 ℓ と x 軸，y 軸との交点をそれぞれ D，E とする。各問いに答えよ。



（奈良県　2015 年度）

問1　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域を求めよ。

問2　四角形 AOBE がひし形になるとき，点 E の y 座標を求めよ。

問3　直線 ℓ の式を $y=ax+b$ とする。点 C の x 座標が小さくなると，それにともなって小さくなるものを，次のア～オの中から全て選び，その記号を書け。

ア　a の値　　イ　b の値

ウ　点 C の y 座標　　エ　点 D の x 座標

オ　△ADB の面積

問4　点 C の x 座標が -8 のとき，x 軸上に点 P をとり，四角形 CAOE の面積と△CPE の面積が等しくなるようにする。このとき，点 P の x 座標を全て求めよ。

解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	

解答
問1　$0 \leqq y \leqq 4$
問2　2
問3　ア，エ
問4　-2，$\dfrac{22}{3}$
解説
問1
$y=\dfrac{1}{4}x^2$ について $-1 \leqq x \leqq 4$ のとき
y の値は，$x=0$ のとき $y=0$ で最小となり，$x=4$ のとき $y=\dfrac{1}{4}\times 4^2=4$ で最大となる。
よって求める変域は $0 \leqq y \leqq 4$
問2
点 A，B の座標を求めると，A$(-2,\ 1)$，B$(2,\ 1)$
EO⊥AB だから，四角形 AOBE がひし形になるとき
AB と EO の交点を H とすると EH＝OH＝1
よって E の y 座標は 2
問3
点 C の x 座標が小さくなるとき，$y=ax+b$ の傾き a は小さくなり，切片 b は大きくなる。
点 C の y 座標は大きくなり，点 D の x 座標は小さくなる。
△ADB の面積は一定である。
よって小さくなるのはアとエ。
問4
C$(-8,\ 16)$，B$(2,\ 1)$を通る直線の式を $y=ax+b$ とすると
傾き a は，$a=\dfrac{1-16}{2-(-8)}=-\dfrac{3}{2}$ となるから $y=-\dfrac{3}{2}x+b$
この直線は B$(2,\ 1)$ を通るので $x=2$，$y=1$ を代入して整理すると $b=4$
よって $y=-\dfrac{3}{2}x+4$
したがって E$(0,\ 4)$　直線 CO を求めると $y=-2x$
A$(-2,\ 1)$ を通り，直線 CO に平行な直線を $y=-2x+c$ とする。
点 A の座標を代入して $1=-2\times(-2)+c$　$c=-3$
よって $y=-2x-3$
この直線と y 軸との交点を F とすると F$(0,\ -3)$
AF // CO より
△CFO＝△CAO
よって四角形 CAOE＝△CFE
点 F を通り $y=-\dfrac{3}{2}x+4$ と平行な直線である $y=-\dfrac{3}{2}x-3$ と，x 軸との交点を P とすると
△CPE＝△CFE となる。
よって P$(-2,\ 0)$
また EF＝EG となる点 G を y 軸上にとると G$(0,\ 11)$
点 G を通り直線 $y=-\dfrac{3}{2}x+4$ と平行な直線である $y=-\dfrac{3}{2}x+11$ と x 軸との交点を Q とすると
△CQE＝△CFE となる。
よって，この点 Q$\left(\dfrac{22}{3},\ 0\right)$も求める点 P である。
したがって P の x 座標は -2，$\dfrac{22}{3}$

【問 24】

図1のように,

$y=x^2$ …①

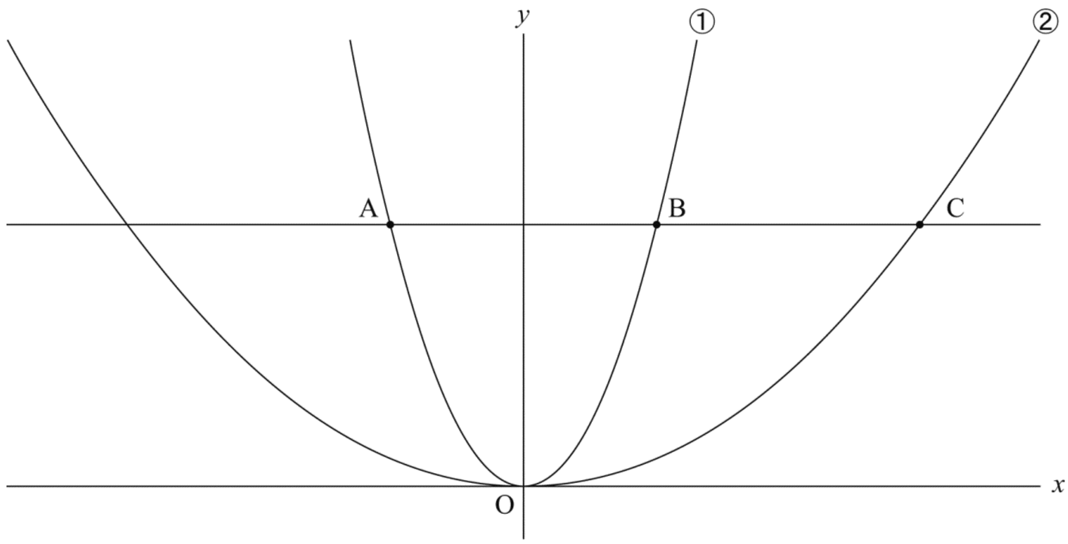
$y=ax^2(0<a<1)$ …②

のグラフがある。①のグラフ上の点 A $(-2,\ 4)$ を通り, x 軸に平行な直線をひく。この直線と①, ②との交点のうち, x 座標が正の数である点を, それぞれ B, C とする。

次の問1～問4に答えなさい。

（和歌山県 2015 年度）

図1



問1 関数 $y=x^2$ について, x の変域が $-1\leqq x\leqq 2$ のとき, y の変域を求めなさい。

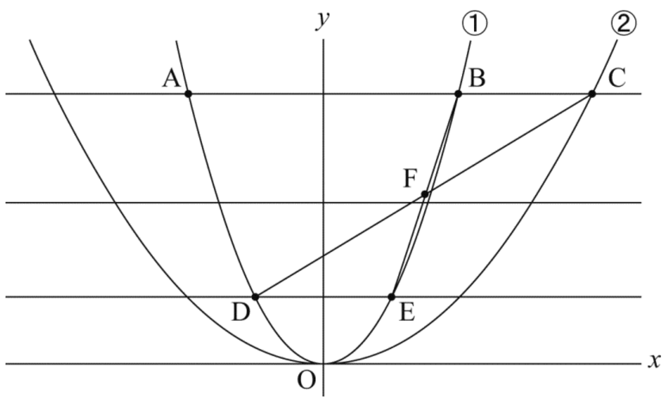
問2 直線 OC の傾きが $\dfrac{2}{3}$ となるとき, a の値を求めなさい。

問3 $a=\dfrac{1}{16}$ のとき, y 軸上に点 P をとり△APC の面積が 10 となるような P の座標をすべて求めなさい。

問4 図2のように, ①のグラフ上の点 D$(-1,\ l)$ を通り, x 軸に平行な直線と, ①との交点のうち, x 座標が正の数である点を E とする。また, 線分 BE と CD の交点を F とする。

BC＝DE であるとき, △BDF の面積は, 四角形 ADEC の面積の何倍になるか, 求めなさい。

図2



解答欄

問1	
問2	$a=$
問3	
問4	倍

解答
問1 $0\leqq y\leqq 4$
問2 $a=\dfrac{1}{9}$
問3 (0, 2), (0, 6)
問4 $\dfrac{1}{8}$ 倍
解説
問1
$y=x^2$ において，$-1\leqq x\leqq 2$ のとき，y の値は $x=0$ のとき $y=0$ で最小となり
$x=2$ のとき $y=2^2=4$ で最大となる。
よって求める変域は $0\leqq y\leqq 4$
問2
直線 OC は傾きが $\dfrac{2}{3}$ より，$y=\dfrac{2}{3}x$　直線 AB は $y=4$　よって，$4=\dfrac{2}{3}x$ より，$x=6$　C(6, 4)
点 C は $y=ax^2$ 上の点より，$4=a\times 6^2$　$36a=4$　$a=\dfrac{1}{9}$
問3
$a=\dfrac{1}{16}$ のとき $y=\dfrac{1}{16}x^2$
点 C の y 座標は 4 より，$4=\dfrac{1}{16}x^2$　$x^2=64$　$x>0$ より，$x=8$ となるから，点 C の座標は，(8, 4)
点 P から直線 AC にひいた垂線の長さを h とすると，AC＝10 で
△APC＝10 より $\dfrac{1}{2}\times 10\times h=10$　$h=2$
よって点 P の y 座標は $4+2=6$ と $4-2=2$ となるから点 P の座標は(0, 2)と(0, 6)
問4
D(−1, 1) のとき，E(1, 1)
AC // DE で，BC＝DE より CF＝FD
△BDF＝S とすると△BFC＝△BDF＝S
よって△CDE＝△DCB＝$2S$
また，AB：BC＝4：2＝2：1 より△DAB＝2△DCB＝$2\times 2S=4S$ となるから
四角形 ADEC＝△CDE＋△DCB＋△DAB＝$2S+2S+4S=8S$
これより△BDF：四角形 ADEC＝$S:8S=1:8$
したがって△BDF の面積は四角形 ADEC の $\dfrac{1}{8}$

【問 25】

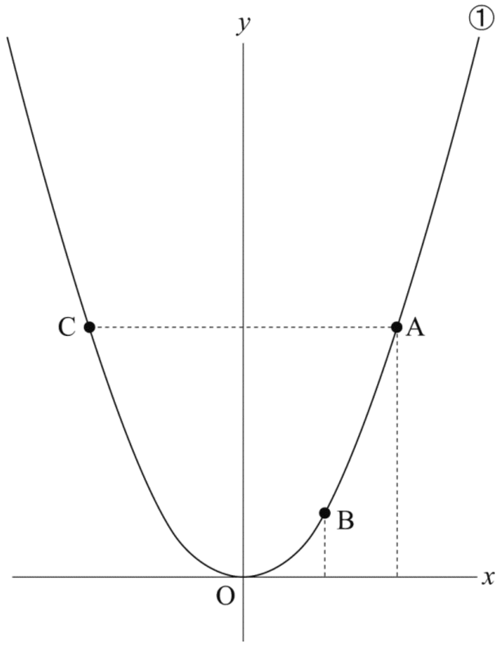
右の図のように,

関数 $y=ax^2$ …①

のグラフ上に 3 点 A, B, C がある。点 A の座標は (4, 8), 点 B の x 座標は 2 であり, 点 C の y 座標は点 A の y 座標と等しい。このとき, 次の各問いに答えなさい。

（鳥取県 2015 年度）

図



問1 a の値を求めなさい。

問2 x の変域が $-2 \leqq x \leqq 6$ のときの y の変域を求めなさい。

問3 △ABC の面積を求めなさい。

問4 y 軸を対称の軸として点 B と線対称である点を D とし, 四角形 ABDC をつくる。四角形 ABDC の面積と等しくなるように△PAC をつくるとき, 点 P の座標を求めなさい。ただし, 点 P は, 関数①のグラフ上にあるものとする。

問5 線分 AC 上に点 E, 線分 BO 上に点 F を, AB // EF となるようにとる。点 E の座標が (2, 8) であるとき, 四角形 AEFB の面積を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	
問4	
問5	

解答

問1 $a=\frac{1}{2}$

問2 $0\leqq y\leqq 18$

問3 24

問4 $(\sqrt{34}, 17)$, $(-\sqrt{34}, 17)$

問5 $\frac{21}{2}$

解説

問1

A(4, 8)は $y=ax^2$ 上の点より $8=a\times 4^2$　$16a=8$　$a=\frac{1}{2}$

問2

$y=\frac{1}{2}x^2$ において $-2\leqq x\leqq 6$ のとき, y の値は $x=0$ のとき最小となり $y=0$

また $x=6$ のとき最大となり $y=\frac{1}{2}\times 6^2=18$

よって y の変域は $0\leqq y\leqq 18$

問3

点 C は点 A(4, 8) と y 座標が同じなので, 点 A と y 軸について対称な点なので C(−4, 8)

B の x 座標は 2 より, $y=\frac{1}{2}\times 2^2=2$

よって B(2, 2)　B から AC に垂線をひき, 交点を H とする。

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times AC\times BH=\frac{1}{2}\times(4+4)\times(8-2)=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24$

問4

点 B と y 軸について対称な点より, D(−2, 2)　四角形 ABDC は台形だから

その面積は $\frac{1}{2}\times(BD+AC)\times BH=\frac{1}{2}\times(4+8)\times 6=36$

△PAC の P から AC にひいた垂線の長さを h とすると

△PAC＝(四角形 ABDC の面積)より

$\frac{1}{2}\times 8\times h=36$

$4h=36$

$h=9$

よって P の y 座標は $8\pm 9=17,\ -1$

P の y 座標は 0 以上より y 座標は 17

よって $17=\frac{1}{2}x^2$ より

$x^2=34$

$x=\pm\sqrt{34}$

したがって P$(\sqrt{34}, 17)$, $(-\sqrt{34}, 17)$

問5

△CAB において, EF // AB より

$\triangle CEF \backsim \triangle CAB$

$CE:CA=6:8=3:4$ より

$\triangle CEF:\triangle CAB=9:16$

よって $\triangle CEF:24=9:16$　$16\triangle CEF=24\times 9$　$\triangle CEF=\frac{27}{2}$

よって四角形 AEFB の面積は $24-\frac{27}{2}=\frac{21}{2}$

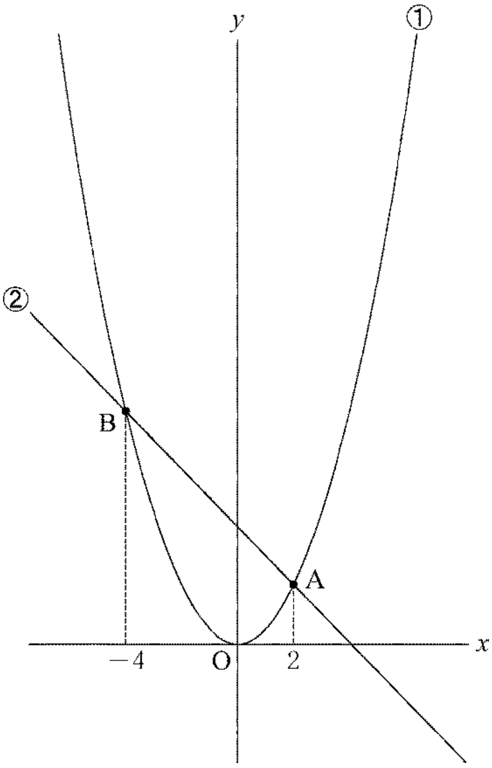
【問 26】

図のように，関数 $y=ax^2$…① と $y=-x+b$…② のグラフが，2 点 A，B で交わっている。2 点 A，B の x 座標はそれぞれ，2，-4 である。

次の問1，問2に答えなさい。

（島根県　2015 年度）

図



問1 次の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ク}$ にあてはまる数を答えなさい。

> 点 A は，①のグラフ上にあるので，座標は (2，$\boxed{ア}a$)と表すことができる。
> 同様に，点 B も①のグラフ上にあるので，
> 座標は (−4，$\boxed{イ}a$) と表すことができる。
> さらに，点 A は②のグラフ上の点であるから，
> $\boxed{ア}a=\boxed{ウ}+b$ …③ が成り立つ。
> 同様に，点 B も②のグラフ上の点であるから，
> $\boxed{イ}a=\boxed{エ}+b$ …④ が成り立つ。
> ③と④から，a，b の値を求めると，
> $a=\boxed{オ}$，$b=\boxed{カ}$ となる。
> したがって，関数①の x の変域が $-4\leqq x\leqq 2$ のときの y の変域を求めると，$\boxed{キ}\leqq y\leqq\boxed{ク}$ となる。

問2 △OAB と△OAP の面積が等しくなるような点 P を関数①のグラフ上にとる。ただし，点 P は点 B とは異なる点である。

次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 点 P の位置は，どのように決めればよいか，「平行」ということばを用いて説明しなさい。

(2) 直線 AB と y 軸の交点を Q とし，直線 BP と y 軸との交点を R とする。△OAQ と△BQR の面積の比を，最も簡単な整数の比で答えなさい。

解答欄

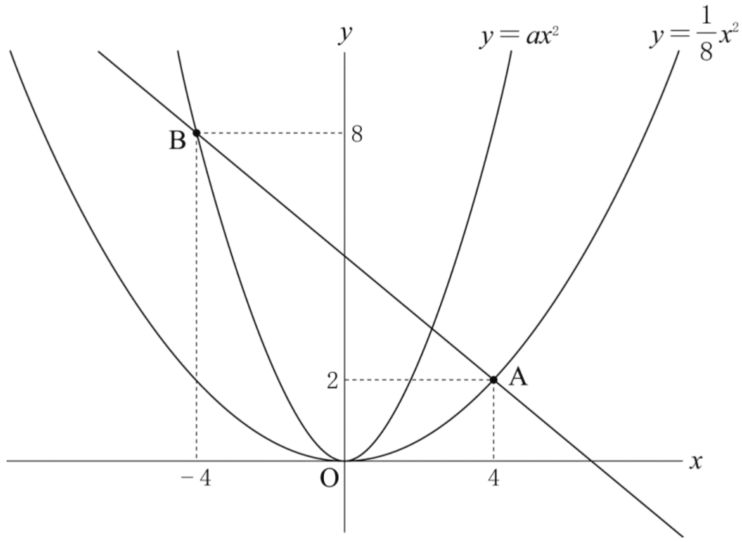
<table>
<tr><td rowspan="8">問1</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td>エ</td><td></td></tr>
<tr><td>オ</td><td></td></tr>
<tr><td>カ</td><td></td></tr>
<tr><td>キ</td><td></td></tr>
<tr><td>ク</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>〔説明〕</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>△OAQ:△BQR＝　　　:</td></tr>
</table>

解答
問1
ア 4
イ 16
ウ -2
エ 4
オ $\frac{1}{2}$
カ 4
キ 0
ク 8
問2
(1)
〔説明〕
点 B を通り，OA に平行な直線をひく。
この直線と①のグラフとの交点のうち，B でない方を P とする。
(2)
△OAQ : △BQR＝1 : 4
解説
問1
点 A は $y=ax^2$…①のグラフ上の点で，x 座標は 2 より，$y=a\times2^2=4a$
よって A(2，$4a$)
同様に，点 B も①のグラフ上の点で，x 座標は -4 より，$y=a\times(-4)^2=16a$
よって B(-4，$16a$)
さらに点 A は $y=-x+b$…②のグラフ上の点であるから $4a=-2+b$…③
点 B も②のグラフ上の点であるから $16a=-(-4)+b$　$16a=4+b$…④
③，④を連立方程式として解くと
$a=\frac{1}{2}$，$b=4$
したがって，A(2，2)，B(-4，8)より $-4\leqq x\leqq2$ のときの y の値は
$x=0$ のとき $y=0$ で最小となり
$x=-4$ のとき $y=8$ で最大となるから
y の変域は $0\leqq y\leqq8$
問2
(1)
△OAB と△OAP は底辺となる辺 OA が共通なので
点 P が OA // BP であるとき△OAB＝△OAP となる。
よって点 B を通り，辺 OA に平行な直線をひき，関数①との交点のうち点 B と異なる点を P とする。
(2)
点 Q は $y=-x+4$ と y 軸との交点より Q(0，4)
直線 BP の傾きは辺 OA の傾き $\frac{2}{2}=1$ と等しいので，直線 BP を $y=x+c$ とおく。
B(-4，8)を通るので $8=-4+c$　$c=12$
よって直線 BP は $y=x+12$
点 R はこの直線と y 軸との交点より R(0，12)
したがって△OAQ : △BQR＝$\frac{1}{2}\times4\times2 : \frac{1}{2}\times(12-4)\times4=4:16=1:4$

【問 27】

下の図のように，2 つの関数 $y=\dfrac{1}{8}x^2$ と $y=ax^2$ $\left(a>\dfrac{1}{8}\right)$ のグラフがある。
関数 $y=\dfrac{1}{8}x^2$ のグラフ上に点 A(4，2)，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 B(−4，8) があり，直線 AB をひいた。問1～問4に答えなさい。

（徳島県　2015 年度）



問1　a の値を求めなさい。

問2　直線 AB の式を求めなさい。

問3　関数 $y=\dfrac{1}{8}x^2$ について，x の変域が $-4\leqq x\leqq 8$ のときの y の変域を求めなさい。

問4　原点 O から直線 AB までの距離を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	$\leqq y\leqq$
問4	

解答

問1　$a=\frac{1}{2}$

問2　$y=-\frac{3}{4}x+5$

問3　$0 \leqq y \leqq 8$

問4　4

解説

問1

点 B$(-4,\ 8)$ は $y=ax^2$ 上の点より $8=a\times(-4)^2$　$16a=8$　$a=\frac{1}{2}$

問2

直線 AB を $y=px+q$ とする。A$(4,\ 2)$，B$(-4,\ 8)$ を通るから，傾き p は $p=\frac{8-2}{(-4)-4}=-\frac{3}{4}$

したがって $y=-\frac{3}{4}x+q$

この直線は A$(4,\ 2)$ を通るから $x=4$，$y=2$ を代入して整理すると $q=5$

よって求める式は $y=-\frac{3}{4}x+5$

問3

$y=\frac{1}{8}x^2$ において $-4 \leqq x \leqq 8$ のとき y の値は

$x=0$ のとき $y=0$ で最小となり

$x=8$ のとき $y=8$ で最大となる。

よって y の変域は $0 \leqq y \leqq 8$

問4

原点 O から直線 AB に垂線をひき，交点を H とすると

線分 OH は△OAB で底辺を AB としたときの高さになる。

このとき，OH$=h$ とすると AB$=\sqrt{(4+4)^2+(8-2)^2}=10$ だから，

△OAB$=\frac{1}{2}\times$AB$\times$OH$=\frac{1}{2}\times10\times h=5h$…①

また直線 AB と y 軸との交点を C とすると，C$(0,\ 5)$ となり

△OAB＝△OAC＋△OBC$=\frac{1}{2}\times5\times4+\frac{1}{2}\times5\times4=10+10=20$…②

①，②より

$5h=20$

$h=4$

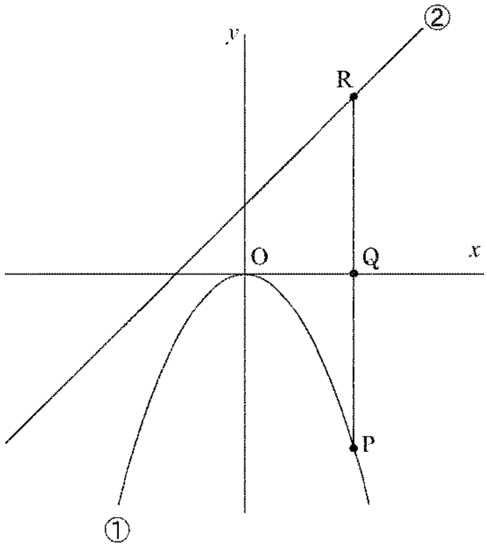
【問 28】

右の図で，点 O は原点であり，放物線①は関数 $y=-x^2$ のグラフで，直線②は関数 $y=x+1$ のグラフである。

点 P は放物線①上の点であり，その x 座標は正の数である。また，点 P を通り，y 軸に平行な直線をひき，x 軸，直線②との交点をそれぞれ Q, R とする。

これについて，次の(1), (2)の問いに答えよ。

（香川県　2015 年度）



(1) 関数 $y=-x^2$ で，x の変域が $-2\leqq x\leqq 1$ のとき，y の変域を求めよ。

(2) 線分 PQ の長さと，線分 QR の長さが等しくなるとき，点 P の x 座標はいくらか。点 P の x 座標を a として，a の値を求めよ。a の値を求める過程も，式と計算を含めて書け。

解答欄

(1)	
(2)	〔a の値を求める過程〕 答　a の値

解答

(1) $-4 \leqq y \leqq 0$

(2)

〔a の値を求める過程〕例

点 P の座標は$(a,\ -a^2)$であり，3 点 P，Q，R の x 座標は等しいから

$Q(a,\ 0)$，$R(a,\ a+1)$である。

よって $PQ=a^2$，$QR=a+1$

$PQ=QR$ だから，$a^2=a+1$

整理すると $a^2-a-1=0$

解の公式により $a=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

点 P の座標は正の数だから $a>0$ でなければならない。

$\sqrt{5}>1$ だから $a=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ は問題にあわない。

したがって $a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

答　$a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

解説

(1)

$y=-x^2$ において $-2 \leqq x \leqq 1$ のとき y の値は

$x=-2$ のとき $y=-(-2)^2=-4$ で最小となり

$x=0$ のとき $y=0$ で最大になる。

(2)

点 P の x 座標が $a(a>0)$ のとき

点 P は $y=-x^2$ 上の点より $P(a,\ -a^2)$

点 Q の x 座標は P と等しく，x 軸上の点より $Q(a,\ 0)$

また，点 R の x 座標は P と等しく $y=x+1$ 上の点より $R(a,\ a+1)$ と表せる。

$PQ=a^2$，$QR=a+1$ で

$PQ=QR$ より

$a^2=a+1$

$a^2-a-1=0$

解の公式を利用して

$$a=\frac{-(-1)\pm\sqrt{1^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

$a>0$ より

$a=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

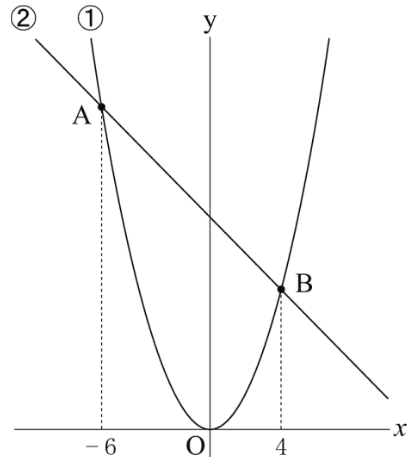
【問 29】

図1において，放物線①は関数 $y = \dfrac{1}{2}x^2$ のグラフであり，①上の x 座標が -6, 4 である点をそれぞれ A, B とする。また，直線②は 2 点 A, B を通るグラフである。

このとき，次の問いに答えなさい。

（愛媛県　2015 年度）

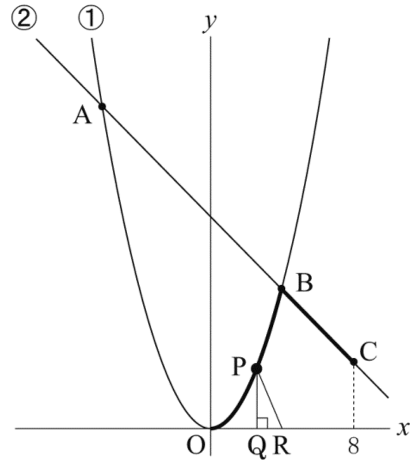
図1



問1 点 A の y 座標を求めよ。

問2 直線②の式を求めよ。

図2



問3 下の図2のように，直線②上の x 座標が 8 である点を C とする。点 P は，原点 O を出発して放物線①上を点 B まで動き，点 B からは直線②上を点 C まで動く。また，点 P から x 軸にひいた垂線と x 軸との交点を Q，点 Q よりも x 座標が 1 大きい x 軸上の点を R とし，点 P の x 座標を t，△PQR の面積を S とする。ただし，$t=0$ のとき，$S=0$ とする。

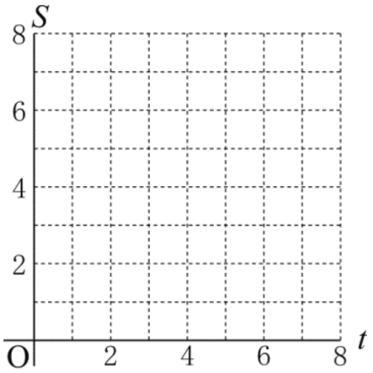
(1) 次のそれぞれの場合について，S を t の式で表し，そのグラフをかけ。

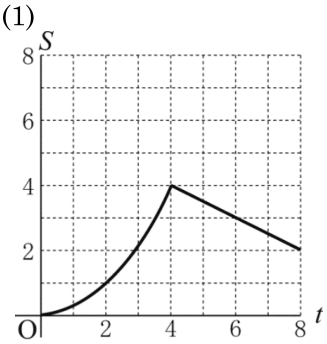
ア　$0 \leqq t \leqq 4$ のとき

イ　$4 \leqq t \leqq 8$ のとき

(2) $0 \leqq t \leqq 8$ で，$S=3$ となるのは，$t=$ $\boxed{ア}$ と $t=$ $\boxed{イ}$ のときである。ア，イに当てはまる数を，それぞれ書け。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="5">問3</td><td rowspan="3">(1)</td><td>ア</td><td>$S=$</td></tr>
<tr><td>イ</td><td>$S=$</td></tr>
<tr><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
</table>

解答
問1　18
問2　$y=-x+12$
問3
(1)


ア　$S=\dfrac{1}{4}t^2$

イ　$S=-\dfrac{1}{2}t+6$

(2)
ア　$2\sqrt{3}$
イ　6
解説
問1
点Aのx座標は-6で，$y=\dfrac{1}{2}x^2$上の点より，$y=\dfrac{1}{2}\times(-6)^2=18$

問2
点Bのx座標は4で，$y=\dfrac{1}{2}x^2$上の点より，$y=\dfrac{1}{2}\times4^2=8$　B(4, 8)
ここで，直線ABを$y=ax+b$とおくと，A(-6, 18)を通るので，$18=-6a+b$…①
同様に，点B(4, 8) を通るので，$8=4a+b$…②
①，②を連立方程式として解くと，$a=-1$，$b=12$
よって，直線ABの式は，$y=-x+12$
問3
(1)
ア　$0\leqq t\leqq4$のとき，Pは$y=\dfrac{1}{2}x^2$上を原点Oから点Bまで移動する。

このとき，$\mathrm{P}\left(t,\ \dfrac{1}{2}t^2\right)$，Q($t$, 0)，R($t+1$, 0)と表せる。

よって，$\triangle\mathrm{PQR}=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{QR}\times\mathrm{PQ}$より，$S=\dfrac{1}{2}\times1\times\dfrac{1}{2}t^2=\dfrac{1}{4}t^2$
イ　$4\leqq t\leqq8$のとき，Pは$y=-x+12$上を点Bから点Cまで移動する。
このとき，P(t, $-t+12$)，Q(t, 0)，R($t+1$, 0)と表せる。

よって，$\triangle\mathrm{PQR}=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{QR}\times\mathrm{PQ}$より，$S=\dfrac{1}{2}\times1\times(-t+12)=-\dfrac{1}{2}t+6$

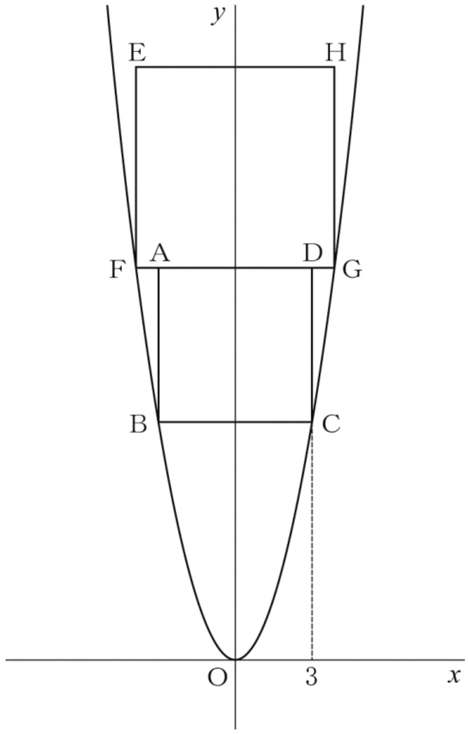
(2)
$0\leqq t\leqq4$のとき，$S=\dfrac{1}{4}t^2$に$S=3$を代入して，$3=\dfrac{1}{4}t^2$　$t^2=12$　$t=\pm2\sqrt{3}$　$0\leqq t\leqq4$より，$t=2\sqrt{3}$

$4\leqq t\leqq8$のとき，$S=-\dfrac{1}{2}t+6$に$S=3$を代入して，$3=-\dfrac{1}{2}t+6$　$\dfrac{1}{2}t=3$　$t=6$

【問 30】

下の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフと，x 軸，y 軸に平行な辺をもつ正方形 ABCD と正方形 EFGH がある。点 B，C，F，G は関数 $y=x^2$ のグラフ上の点であり，点 A，D は辺 FG 上の点である。点 C の x 座標が 3 であるとき，次の問1～問3に答えなさい。

（高知県　2015 年度　A）



問1　点 B の座標を求めよ。

問2　四角形 EFGH の面積を求めよ。

問3　関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 J，K を，辺 BC 上に点 I，L をとり，x 軸，y 軸に平行な辺をもつ正方形 IJKL をつくる。このとき，正方形 IJKL の 1 辺の長さを求めよ。

解答欄

問1	（　　　　，　　　　）
問2	
問3	

解答
問1　$(-3,\ 9)$
問2　60
問3　$-2+2\sqrt{10}$
解説
問1
点 C は $y=x^2$ 上の点で x 座標が 3 より $y=3^2=9$　C(3, 9)
点 B は点 C と y 軸について対称な点だから B(−3, 9)
問2
DC＝BC＝6 だから，点 D の y 座標は $9+6=15$
よって点 G の y 座標も 15　$y=x^2$ に $y=15$ を代入して $15=x^2$
点 G の x 座標は正だから $x=\sqrt{15}$
よって正方形 EFGH の 1 辺は $2\sqrt{15}$ だから
面積は $(2\sqrt{15})^2=60$
問3
点 K の x 座標を $t(t>0)$とすると $K(t,\ t^2)$，$L(t,\ 9)$，$I(-t,\ 9)$と表せる。
LK＝IL より
$9-t^2=2t$
$t^2+2t-9=0$
解の公式を利用して
$$t=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-9)}}{2\times1}=\frac{-2\pm2\sqrt{10}}{2}=-1\pm\sqrt{10}$$
$t>0$ より
$t=-1+\sqrt{10}$
よって正方形 IJKL の 1 辺は $2t=-2+2\sqrt{10}$

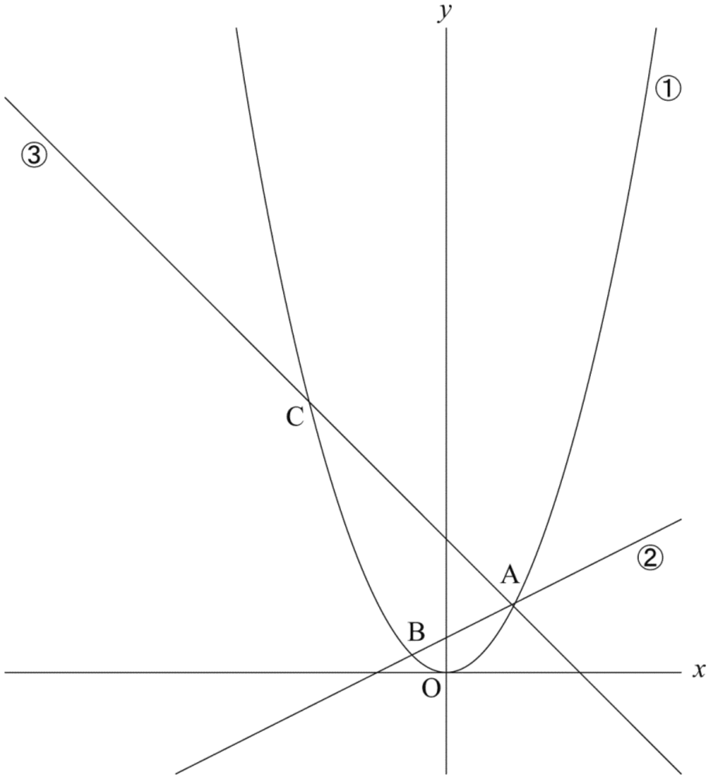
【問 31】

下の図で，放物線①，直線②，直線③の式は，それぞれ

$$y=\frac{1}{2}x^2,\ y=\frac{1}{2}x+1,\ y=-x+4$$

である。点 A は放物線①と直線②と直線③の交点である。点 B は放物線①と直線②の交点の 1 つで，x 座標は－1 である。点 C は放物線①と直線③の交点の 1 つで，x 座標は－4 である。
次の問1は最も簡単な式で，問2は指示にしたがって答えよ。

（福岡県　2015 年度）



問1　点 C を通る直線 ℓ によって，△CBA が 2 つの三角形に分かれ，それらの面積が等しくなるときの直線 ℓ の式を求めよ。

問2　放物線①上に点 P をとり，点 P を通り x 軸に垂直な直線を m とし，直線 m と直線②との交点を Q，直線 m と直線③との交点を R とする。次の(ア)，(イ)をともにみたす点 P の x 座標を t とし，方程式をつくって点 P の座標を求めよ。

(ア)　点 P の y 座標は，点 Q，R それぞれの y 座標より大きい

(イ) PQ＝2QR

解答は，解く手順にしたがってかき，答の $\boxed{}$ の中には，あてはまる最も簡単な数を記入せよ。

解答欄

問1	
問2	〔解答〕 答　求める点 P の座標は, $\boxed{\left(\quad , \quad \right) と \left(\quad , \quad \right)}$ である。

解答

問1 $y=-\frac{3}{2}x+2$

問2

解答例

点P, Q, Rの座標は, それぞれ $P\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$, $Q\left(t,\ \frac{1}{2}t+1\right)$, $R(t,\ -t+4)$と表される。

図より, (ア)をみたすのは, $t>2$, $t<-4$ である。

$t>2$ のとき, (イ)より,

$$\frac{1}{2}t^2-\left(\frac{1}{2}t+1\right)=2\left\{\left(\frac{1}{2}t+1\right)-(-t+4)\right\}$$

これを解くと

$t=2,\ 5$

$t>2$ だから $t=2$ は問題にあわない。

$t=5$ は問題にあう。

$t=5$ のとき, 点Pの座標は$\left(5,\ \frac{25}{2}\right)$

$t<-4$ のとき

(イ)より$\frac{1}{2}t^2-\left(\frac{1}{2}t+1\right)=2\left\{(-t+4)-\left(\frac{1}{2}t+1\right)\right\}$

これを解くと $t=2,\ -7$

$t<-4$ だから, $t=2$ は問題にあわない。

$t=-7$ は問題にあう。

$t=-7$ のとき点Pの座標は$\left(-7,\ \frac{49}{2}\right)$

答　求める点Pの座標は $\left(5,\ \frac{25}{2}\right)$と $\left(-7,\ \frac{49}{2}\right)$ である。

解説

問1

点Aは $y=\frac{1}{2}x+1$ と $y=-x+4$ の交点だから, 連立方程式を利用して, 座標を求めると, A(2, 2)

また, 点B, Cの座標を求めると$B\left(-1,\ \frac{1}{2}\right)$, $C(-4,\ 8)$

ABの中点をMとすると, 点Cを通り△CBAの面積を2等分する直線は, $M\left(\frac{1}{2},\ \frac{5}{4}\right)$を通る。

求める式を $y=ax+b$ とすると, この直線は点Cと点Mを通るので

x の増加量は$(-4)-\frac{1}{2}=-\frac{9}{2}$, y の増加量は, $8-\frac{5}{4}=\frac{27}{4}$ となるから, 傾き $a=-\frac{3}{2}$

$y=-\frac{3}{2}x+b$ に $x=-4$, $y=8$ を代入して整理すると, $b=2$

よって求める式は $y=-\frac{3}{2}x+2$

問2

点Pの x 座標が t のとき, $P\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$, $Q\left(t,\ \frac{1}{2}t+1\right)$, $R(t,\ -t+4)$と表せる。

(ア)より, Pの y 座標がQ, Rの y 座標より大きくなるのは, $t>2$ または $t<-4$ のとき。

それぞれの場合について考える。

$t>2$ のとき(イ)より PQ＝2QR　$\frac{1}{2}t^2-\left(\frac{1}{2}t-1\right)=2\left\{\left(\frac{1}{2}t+1\right)-(-t+4)\right\}$これを解いて, $t=2,\ 5$　$t>2$ より $t=5$

よって $P\left(5,\ \frac{25}{2}\right)$　$t<-4$ のとき, (イ)より, PQ＝2QR　$\frac{1}{2}t^2-\left(\frac{1}{2}t+1\right)=2\left\{(-t+4)-\left(\frac{1}{2}t+1\right)\right\}$

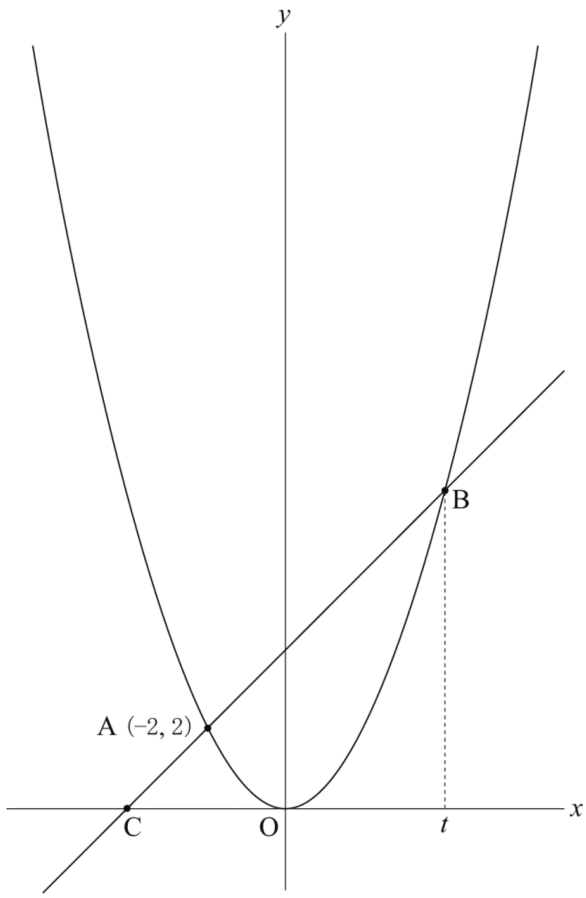
これを解いて $t=-7,\ 2$　$t<-4$ より, $t=-7$　したがって $P\left(7,\ \frac{49}{2}\right)$

【問 32】

下の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A，B がある。点 A の座標は $(-2,\ 2)$，点 B の x 座標は t とし，直線 AB と x 軸との交点を C とする。ただし，$t>2$ とする。

このとき，問1～問3に答えなさい。

（佐賀県　2015 年度　一般）



問1　a の値を求めなさい。

問2　$t=4$ となる点 B をとる。

このとき，(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(1)　点 B の y 座標を求めなさい。

(2)　直線 AB の式を求めなさい。

(3)　△OAB の面積を求めなさい。

問3　△OCB の面積が△OCA の面積の 9 倍となるように点 B をとる。このとき，(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1)　点 B の座標を求めなさい。

(2)　直線 AB と y 軸との交点を通り，△OAB の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

問1		
問2	(1)	
	(2)	
	(3)	
問3	(1)	B (　　　　,　　　　)
	(2)	

解答

問1　$\frac{1}{2}$

問2

(1)　8

(2)　$y=x+4$

(3)　12

問3

(1)　B (6, 18)

(2)　$y=6$

解説

問1

点 A$(-2, 2)$は $y=ax^2$ 上の点だから $2=a\times(-2)^2$　$4a=2$　$a=\frac{1}{2}$

問2

(1)

$t=4$ のとき, 点 B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点で x 座標は 4 より $y=\frac{1}{2}\times4^2=8$

(2)

直線 AB を $y=px+q$ とすると, A$(-2, 2)$, B$(4, 8)$を通るから, 傾き p は $p=\frac{8-2}{4-(-2)}=1$

したがって $y=x+q$

この直線は A$(-2, 2)$を通るから, $x=-2$, $y=2$ を代入して整理すると $q=4$

よって求める式は $y=x+4$

(3)

直線 AB と y 軸との交点を D とすると, D$(0, 4)$

$\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{OAD}+\triangle\mathrm{OBD}=\frac{1}{2}\times4\times2+\frac{1}{2}\times4\times4=4+8=12$

問3

(1)

点 B は $y=\frac{1}{2}x^2$ 上の点より, B$\left(t,\ \frac{1}{2}t^2\right)$と表せる。

$\triangle\mathrm{OCA}=\frac{1}{2}\times2\times2=2$

$\triangle\mathrm{OCB}=\frac{1}{2}\times2\times\frac{1}{2}t^2$

$\triangle\mathrm{OCB}=9\triangle\mathrm{OCA}$ より, $\frac{1}{2}t^2=9\times2$　$t^2=36$　$t>0$ より, $t=6$

よって B$(6, 18)$

(2)

A$(-2, 2)$, B$(6, 18)$ を通る直線の式を求めると $y=2x+6$ となるから

直線 AB と y 軸との交点を E とすると E$(0, 6)$

ここで, $\triangle\mathrm{OAB}=\triangle\mathrm{OAE}+\triangle\mathrm{OBE}=\frac{1}{2}\times6\times2+\frac{1}{2}\times6\times6=6+18=24$ より, その半分は 12 となる。

点 E を通り$\triangle$OAB の面積を 2 等分する直線が OB と交わる点を F とし, その x 座標を s とすると

$\triangle\mathrm{OAE}+\triangle\mathrm{OFE}=12$ となるから, $\frac{1}{2}\times6\times2+\frac{1}{2}\times6\times\mathrm{s}=12$ が成り立つ。

よって $\mathrm{s}=2$　直線 OB を求めると $y=3x$ で, この上に点 F があるから, 点 F の座標は$(2, 6)$

よって直線 EF は $y=6$

【問 33】

右の図1，図2のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に，点 A (3, 9) と x 座標が－1 である点 B がある。また，x 軸上に 2 点 C (－1, 0)，D (3, 0) がある。原点を O として，次の問いに答えなさい。

（長崎県　2015 年度）

問1　点 B の y 座標を求めよ。

問2　直線 AB の式を求めよ。

問3　四角形 ABCD の面積を求めよ。

問4　図2のように，直線 AB と x 軸の交点を P とするとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1)　点 P の x 座標を求めよ。

(2)　点 P を通り，四角形 ABCD の面積を 2 等分する直線の式を求めよ。

図1

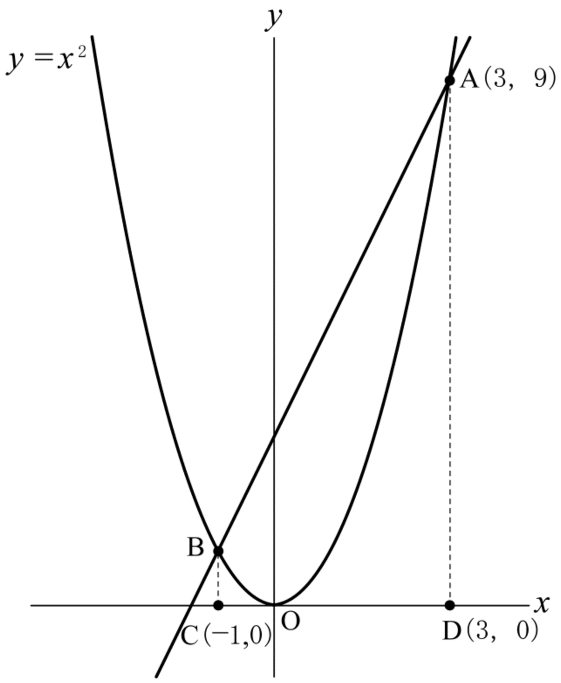
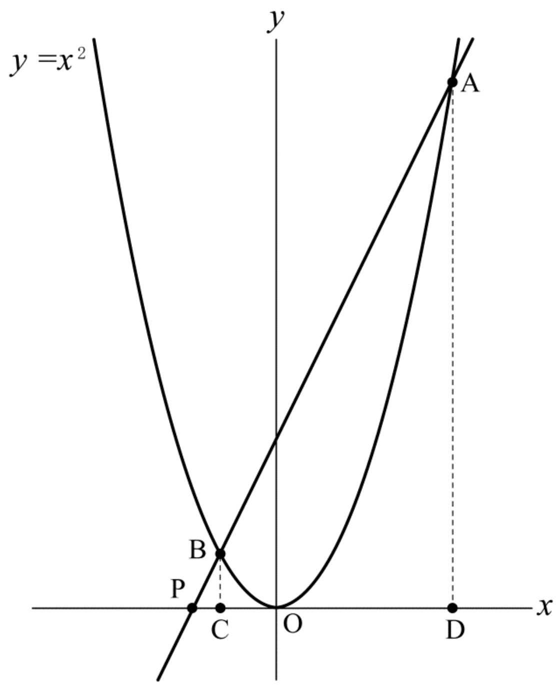


図2



解答欄

問1		
問2	$y=$	
問3		
問4	(1)	
	(2)	$y=$

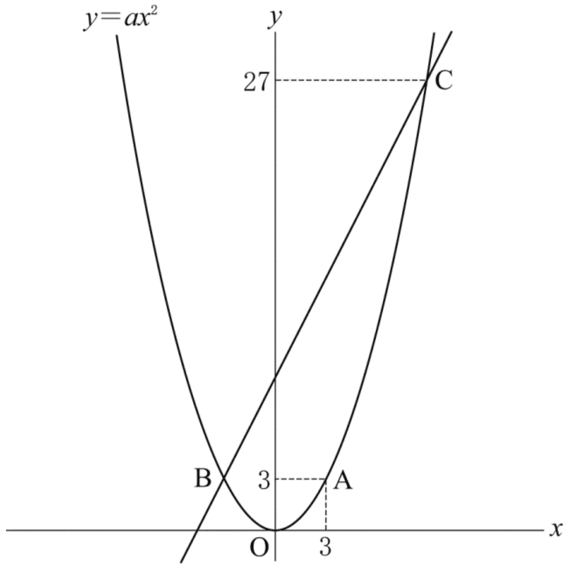
解答
問1 1
問2 $y=2x+3$
問3 20
問4
(1) $-\dfrac{3}{2}$　(2) $y=x+\dfrac{3}{2}$
解説
問1
点Bは$y=x^2$上の点で，x座標は-1より$y=(-1)^2=1$
問2
直線ABを$y=mx+n$とする。A(3, 9)，B(-1, 1)を通るから，傾きmは$m=\dfrac{9-1}{3-(-1)}=2$
したがって$y=2x+n$
この直線はA(3, 9)を通るから，$x=3$，$y=9$を代入して整理すると$b=3$
よって求める式は$y=2x+3$
問3
四角形ABCDの面積は$\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{DBC}=\dfrac{1}{2}\times9\times4+\dfrac{1}{2}\times1\times4=18+2=20$
問4
(1)
$y=2x+3$に$y=0$を代入すると，$0=2x+3$　$x=-\dfrac{3}{2}$　よってP$\left(-\dfrac{3}{2},\ 0\right)$
(2)
Pを通り，四角形ABCDの面積を2等分する直線を$y=ax+b$とおくと，Pを通るので，$0=-\dfrac{3}{2}a+b$
よって，$b=\dfrac{3}{2}a$　よって式を$y=ax+\dfrac{3}{2}a$とおく。
この直線が$x=-1$，$x=3$と交わる点をそれぞれ，Q，Rとすると，Q$\left(-1,\ \dfrac{1}{2}a\right)$，R$\left(3,\ \dfrac{9}{2}a\right)$と表せる。
四角形QCDRの面積は$20\times\dfrac{1}{2}=10$より
$\triangle\mathrm{QCD}+\triangle\mathrm{RQD}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}a\times4+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{9}{2}a\times4=10$　$10a=10$　$a=1$
よって求める式は$y=x+\dfrac{3}{2}$

【問 34】

右の図のように，関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフ上に 3 点 A, B, C がある。A の座標は (3, 3) で，B は y 軸について A と対称な点である。また，C の y 座標は 27 で，C の x 座標は正であり，点 O は原点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県　2015 年度）



問1　a の値を求めなさい。

問2　点 C の x 座標を求めなさい。

問3　直線 BC の式を求めなさい。

問4　線分 BC 上に 2 点 B, C とは異なる点 P をとる。△OPB の面積が△BAC の面積の $\frac{1}{2}$ となるときの P の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	$y=$
問4	(,)

解答

問1　$a=\dfrac{1}{3}$

問2　9

問3　$y=2x+9$

問4　(5, 19)

解説

問1

点 A(3, 3)は $y=ax^2$ 上の点より $3=9a$　$a=\dfrac{1}{3}$

問2

点 C は $y=\dfrac{1}{3}x^2$ 上の点で，y 座標は 27 より，$27=\dfrac{1}{3}x^2$　$x^2=81$　$x>0$ より，$x=9$

問3

求める直線の式を $y=ax+b$ とする。2 点 B (−3, 3) ，C (9, 27) を通るから

傾き a は $a=\dfrac{27-3}{9-(-3)}=2$

したがって $y=2x+b$

この直線は B (−3, 3) を通るから $x=-3$，$y=3$ を代入して整理すると $b=9$

よって求める式は $y=2x+9$

問4

BC と y 軸との交点を D とすると D(0, 9)

$\triangle \mathrm{BAC}=\dfrac{1}{2}\times(3+3)\times(27-3)=72$

$\triangle \mathrm{OBD}=\dfrac{1}{2}\times9\times3=\dfrac{27}{2}$　$\dfrac{27}{2}<72\times\dfrac{1}{2}$ より，点 P の x 座標を t とすると

$\triangle \mathrm{OBP}=\dfrac{1}{2}\triangle \mathrm{BAC}$ となる点 P の x 座標 t は正となる。

$\triangle \mathrm{OBP}=\triangle \mathrm{OBD}+\mathrm{POD}=\dfrac{27}{2}+\dfrac{1}{2}\times9\times t=\dfrac{9t+27}{2}$

$\triangle \mathrm{OBP}=\dfrac{1}{2}\triangle \mathrm{BAC}$ より

$\dfrac{9t+27}{2}=72\times\dfrac{1}{2}$

$9t+27=72$

$t=5$

よって P の x 座標は 5

$y=2\times5+9=19$

P(5, 19)

【問 35】

右の図のように，2 つの関数

$y=x^2$ …①

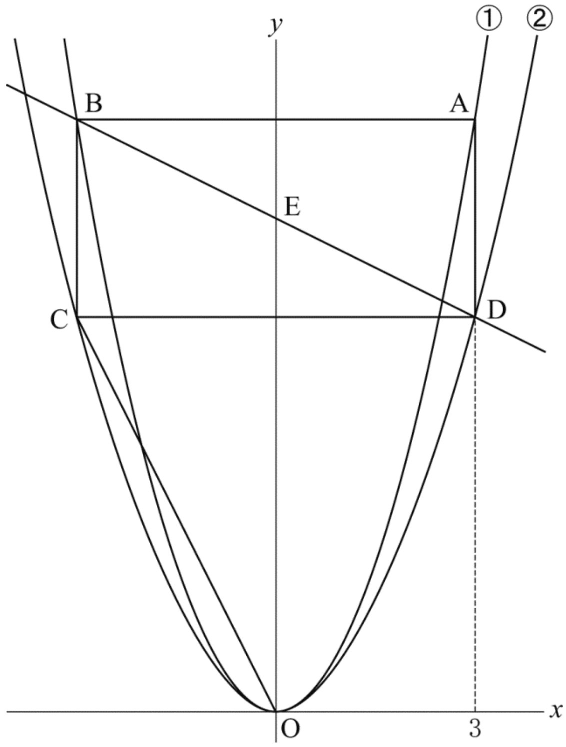
$y=ax^2$ (a は定数) …②

のグラフと長方形 ABCD がある。

2 点 A, B は関数①のグラフ上にあり，A の x 座標は 3 であって，辺 AB は x 軸に平行である。2 点 C, D は関数②のグラフ上にあり，C の x 座標は負で，C の y 座標は B の y 座標よりも小さい。点 E は直線 BD と y 軸との交点であり，点 O は原点である。また，長方形 ABCD において，AB:AD＝2:1 である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県　2015 年度）



問1　a の値を求めなさい。

問2　直線 BD の式を求めなさい。

問3　線分 OC 上に 2 点 O，C とは異なる点 P をとる。線分 EP が四角形 ODBC の面積を 2 等分するときの P の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	$\left(\quad , \quad \right)$

解答

問1　$a=\dfrac{2}{3}$

問2　$y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{15}{2}$

問3　$\left(-\dfrac{3}{5},\ \dfrac{6}{5}\right)$

解説

問1

点Aは$y=x^2$上の点で，x座標は3より$y=3^2=9$　A(3，9)

AB:AD＝2:1で，AB＝2×3＝6より，AD＝3

よって点Dのy座標は9－3＝6　D(3，6)

Dは$y=ax^2$上の点より

$6=9a$

$a=\dfrac{2}{3}$

問2

求める直線の式を$y=ax+b$とする。

2点B(－3，9)，D(3，6) を通るから，傾きaは$a=\dfrac{6-9}{3-(-3)}=-\dfrac{1}{2}$

したがって$y=-\dfrac{1}{2}x+b$

この直線はB(－3，9) を通るから，$x=-3$，$y=9$を代入して整理すると$b=\dfrac{15}{2}$

よって求める式は$y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{15}{2}$

問3

C(－3，6)　四角形ODBCの面積は△OCD＋△BCD$=\dfrac{1}{2}\times6\times6+\dfrac{1}{2}\times6\times3=27$

EPが四角形ODBCの面積を2等分するときPのx座標をtとすると$t<0$となる。

このとき四角形EPODの面積は

△EDO＋△EPO$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{15}{2}\times3+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{15}{2}\times(-t)=\dfrac{45-15t}{4}$

よって$\dfrac{45-15t}{4}=\dfrac{27}{2}$

$15t=-9$

$t=-\dfrac{3}{5}$

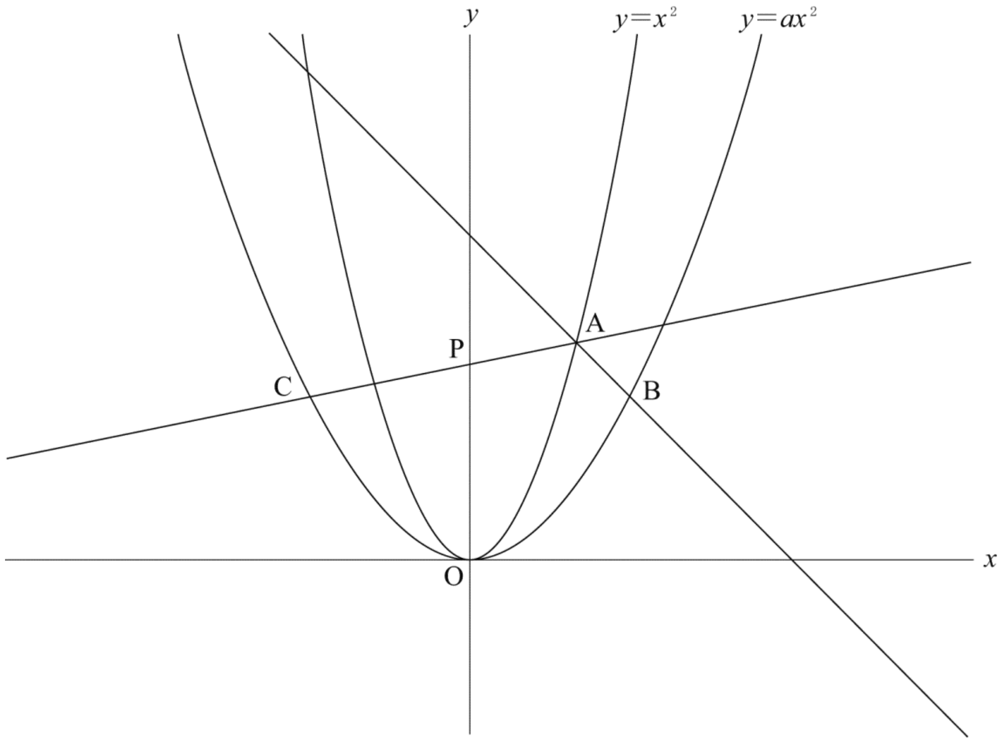
直線OCを求めると$y=-2x$でPはこの直線上の点より$y=-2\times\left(-\dfrac{3}{5}\right)=\dfrac{6}{5}$

したがってP$\left(-\dfrac{3}{5},\ \dfrac{6}{5}\right)$

【問 36】

下の図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 A があり，関数 $y=ax^2$ $(a>0)$のグラフ上に 2 点 B，C がある。点 A の x 座標は 2，点 B の座標は (3, 3) であり，点 B と点 C の y 座標は等しい。また，直線 AC と y 軸との交点を P とする。次の問1～問3に答えなさい。

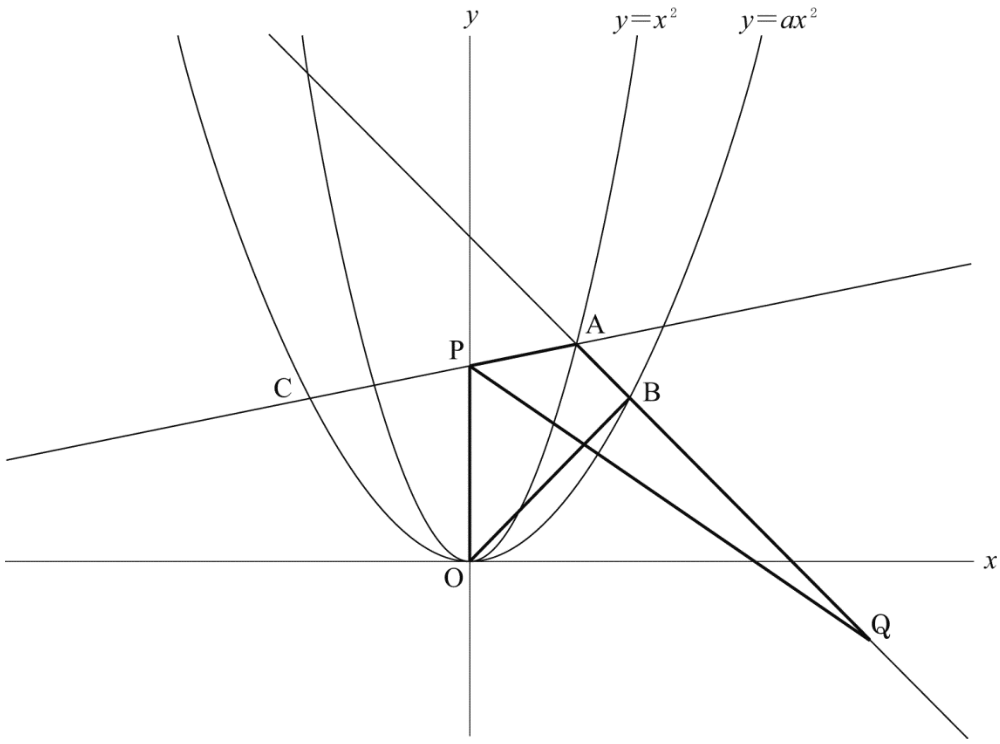
（大分県 2015 年度）



問1 a の値を求めなさい。

問2 直線 AB の式を求めなさい。

問3　下の図のように，直線 AB 上に点 Q をとり，△APQ の面積が四角形 OBAP の面積と等しくなるようにするとき，点 Q の y 座標を求めなさい。ただし，点 Q の y 座標は負とする。



解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	y 座標

解答

問1　$a=\frac{1}{3}$

問2　$y=-x+6$

問3　y 座標　$-\frac{3}{2}$

解説

問1

点 B(3, 3) は $y=ax^2$ 上の点より $3=a\times 3^2$　$a=\frac{1}{3}$

問2

点 A は $y=x^2$ 上の点で，x 座標は 2 より $y=2^2=4$　A(2, 4)

直線 AB の式を $y=mx+n$ とすると 2 点 A(2, 4), B(3, 3) を通るから，傾き m は $m=\frac{3-4}{3-2}=-1$

したがって $y=-x+n$

この直線は点(3, 3) を通るから $x=3$, $y=3$ を代入して整理すると $n=6$

よって $y=-x+6$

問3

C は点 B と y 軸について対称な点になるから C(-3, 3)

直線 AC の式を $y=px+q$ とすると

2 点 A(2, 4), C(-3, 3) を通るから，傾き p は $p=\frac{4-3}{2-(-3)}=\frac{1}{5}$

したがって $y=\frac{1}{5}x+q$

この直線は点(2, 4) を通るから $x=2$, $y=4$ を代入して整理すると $q=\frac{18}{5}$

よって求める式は $y=\frac{1}{5}x+\frac{18}{5}$ となるから $\mathrm{P}\left(0,\ \frac{18}{5}\right)$

直線 AQ と y 軸との交点を R とすると R(0, 6)

△APQ＝四角形 OBAP の面積)のとき，△PQR＝△BOR　Q の x 座標を t とすると

$\triangle\mathrm{PQR}=\frac{1}{2}\times\left(6-\frac{18}{5}\right)\times t=\frac{6}{5}t$

$\triangle\mathrm{BOR}=\frac{1}{2}\times 6\times 3=9$

よって $\frac{6}{5}t=9$

$t=\frac{15}{2}$

点 Q は $y=-x+6$ 上の点より $y=-\frac{15}{2}+6=-\frac{3}{2}$

【問 37】

図1のように，関数 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$…①のグラフと直線 ℓ が，2 点 A, B で交わり，点 A, B の x 座標はそれぞれ，-4，8 である。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（宮崎県　2015 年度）

問1　点 B の y 座標を求めなさい。

問2　直線 ℓ の式を求めなさい。

問3　図2は，図1において，$y=\dfrac{1}{2}x^2$…②のグラフをかいたものである。点 P は y 軸上の点で，その y 座標は正であり，点 Q は直線 AQ が x 軸に平行になるようにとる。

四角形 ABQP が平行四辺形になるとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) 2 点 A, P を通る直線の傾きを求めなさい。

(2) ②のグラフ上に，x 座標が正である点 R をとり，四角形 ABQR の面積が，平行四辺形 ABQP の面積の 2 倍となるようにする。このとき，点 R の座標を求めなさい。

図1

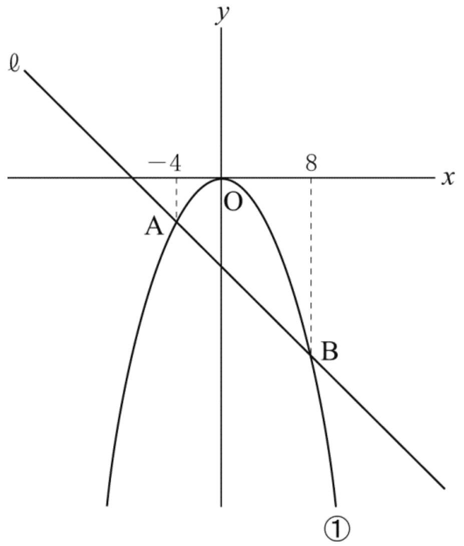
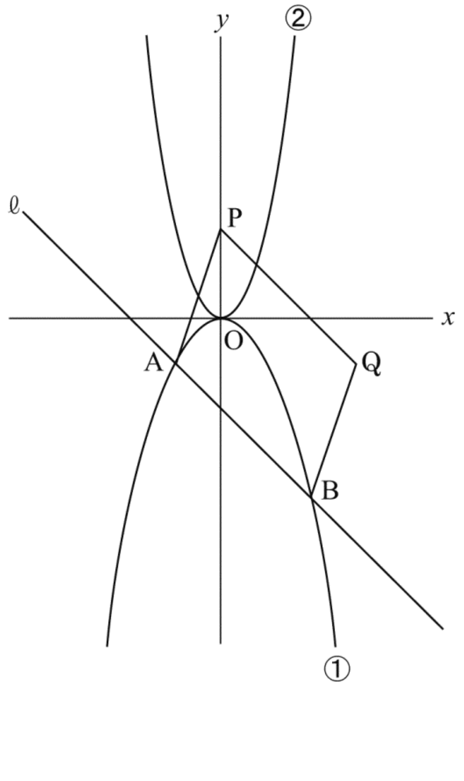


図2



解答欄

問1	$y=$	
問2		
問3	(1)	
	(2)	R (　　　,　　　)

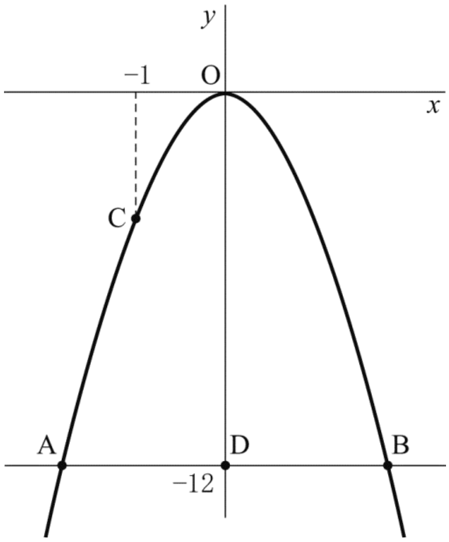
解答
問1 $y=-16$
問2 $y=-x-8$
問3
(1) 3　　(2) R (8, 32)
解説
問1
点Bは$y=-\frac{1}{4}x^2$上の点でx座標は8より$y=-\frac{1}{4}\times 8^2=-16$
問2
点Aも$y=-\frac{1}{4}x^2$上の点でx座標は-4より$y=-\frac{1}{4}\times(-4)^2=-4$
よって$A(-4, -4)$
求める直線の式を$y=ax+b$とする。
2点$A(-4, -4)$, $B(8, -16)$を通るから, 傾きaは$a=\frac{(-16)-(-4)}{8-(-4)}=-1$
したがって$y=-x+b$
この直線は点$(-4, -4)$を通るから$x=-4$, $y=-4$を代入して整理すると$b=-8$
よって求める式は$y=-x-8$
問3
(1)
$A(-4, -4)$, AQ // x軸より, AQを表す式は$y=-4$
四角形ABQPが平行四辺形より
PからAQまでの距離とBからAQまでの距離は等しいから$P(0, t)$とすると
$t-(-4)=(-4)-(-16)$
$t+4=12$
$t=8$
よって$P(0, 8)$
直線APの傾きは$\frac{8-(-4)}{0-(-4)}=3$
(2)
四角形ABQPと四角形ABQRにおいて
△ABQは共通なので, この面積をSとすると四角形ABQPは2S
四角形ABQRは$2S\times 2=4S$と表せる。
よって△PAQ:△RAQ=S:3S=1:3
底辺AQは共通なので高さの比は1:3
よって△RAQの高さは$\{8-(-4)\}\times 3=36$
点Rのy座標は$36-4=32$
Rは$y=\frac{1}{2}x^2$上の点より, $32=\frac{1}{2}x^2$上　$x^2=64$　$x>0$より, $x=8$
よって$R(8, 32)$

【問 38】

関数 $y=-3x^2$ のグラフと，点 D(0, −12)を通り，x 軸に平行な直線が 2 点 A, B で交わっている。また，関数 $y=-3x^2$ のグラフ上の点 C の x 座標は−1 である。

このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，座標の 1 目もりは 1 cm とする。

（沖縄県　2015 年度）



問1　点 C の y 座標を求めなさい。

問2　線分 AB の長さを求めなさい。

問3　2 点 B, C を通る直線の式を求めなさい。

問4　△OBC の面積を求めなさい。

解答欄

問1	C(−1, $\boxed{\quad}$)
問2	cm
問3	$y=$
問4	cm^2

解答

問1　C (-1, $\boxed{-3}$)
問2　4 cm
問3　$y=-3x-6$
問4　9 cm^2
解説
問1
点Cは $y=-3x^2$ 上の点で x 座標は -1 より $y=-3\times(-1)^2=-3$
問2
$y=-3x^2$ において $y=-12$ のとき $-12=-3x^2$　$x^2=4$　$x=\pm 2$
グラフより点Aの x 座標は負だから，点Aの x 座標は -2，点Bの x 座標は2
よって線分ABの長さは $2-(-2)=4$
問3
B(2，-12)，C(-1，-3)を通る直線の式を $y=ax+b$ とおくと
傾き a は $a=\dfrac{(-3)-(-12)}{-1-2}=-3$
したがって $y=-3x+b$
この直線はB(2，-12) を通るから $x=2$，$y=-12$ を代入して整理すると $b=-6$
よって求める式は $y=-3x-6$
問4
直線BCと y 軸との交点をEとするとE(0，-6)
△OBC＝△OBE＋△OCEより
$\dfrac{1}{2}\times 6\times 2+\dfrac{1}{2}\times 6\times 1=6+3=9$