

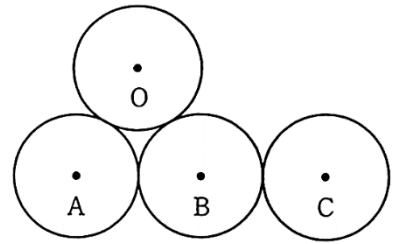
6.証明以外 平面図形の複合問題【2006 年度出題】

【問 1】

図のように、中心が 1 つの直線上にある半径 2 cm の 3 つの円 A, B, C と、これらの周りを動く半径 2 cm の円 O があります。円 A, C は、互いに重なることなく、円 B に接しています。円 O は、円 A, B, C のいずれかに接しながら、どれにも交わらないで動くものとします。

円 O が、ある位置から円 A, B, C の周りを 1 周してもとの位置まで動くとき、円 O の中心がえがく線の長さを求めなさい。

ただし、円周率は π を用いなさい。



(北海道 2006 年度)

解答欄

cm

解答

$$\frac{40}{3}\pi \text{ cm}$$

解説

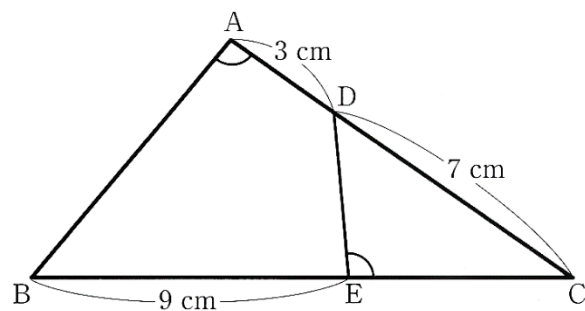
円 O の中心は、B を中心とする半径 $2+2=4\text{cm}$ 、中心角 60° のおうぎ形の弧 2 つと A, C をそれぞれ中心とする半径 $2+2=4\text{cm}$ 、中心角 240° のおうぎ形の弧でできている図形上を移動する。よって、求める長さは

$$\begin{aligned} & 2\pi \times 4 \times \frac{60}{360} \times 2 + 2\pi \times 4 \times \frac{240}{360} \times 2 \\ &= \frac{8}{3}\pi + \frac{32}{3}\pi \\ &= \frac{40}{3}\pi \text{ cm} \end{aligned}$$

【問 2】

右の△ABC で、辺 AC, BC 上にそれぞれ点 D, E をとる。∠BAD=∠CED のとき、EC の長さを求めなさい。

(青森県 2006 年度)



解答欄

cm

解答

5 cm

解説

△ABC と△EDC において

仮定より

∠BAC=∠DEC

また∠C は共通だから

2 組の角がそれぞれ等しいので

△ABC ∽ △EDC

よって AC:EC=BC:DC

EC=x cm とすると

(3+7):x=(9+x):7

x(9+x)=70

$x^2+9x-70=0$

(x+14)(x-5)=0

x>0 より

x=5cm

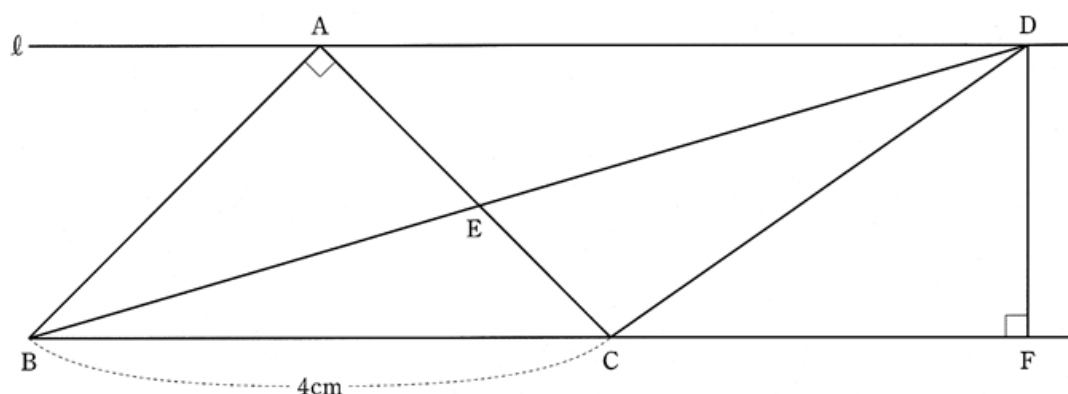
【問 3】

下の図のように、 $\angle BAC = 90^\circ$ 、 $BC = 4 \text{ cm}$ である直角二等辺三角形 ABC と、点 A を通り辺 BC に平行な直線 ℓ があります。

いま、直線 ℓ 上で点 A の右側に $BC = CD$ となるような点 D をとり、辺 AC と線分 BD の交点を E とします。また、点 D から辺 BC の延長線に垂線をひき、その交点を F とします。

このとき、次の1, 2の問いに答えなさい。

(岩手県 2006 年度)



問1 線分 DF の長さを求めなさい。

問2 $\angle AED$ の大きさを求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	度

解答

問1 2 cm

問2 120 度

解説

問1

A から BC に垂線 AH をひく。

$\triangle ABC$ が直角二等辺三角形より $\angle BCA = 45^\circ$

よって $\triangle ACH$ も直角二等辺三角形になるから $AH = CH = \frac{1}{2} \times 4 = 2\text{cm}$

よって $DF = AH = 2\text{cm}$

問2

$\triangle CDF$ で

$DF : CD = 2 : 4 = 1 : 2$

$\angle CFD = 90^\circ$ より $\angle CDF = 60^\circ$, $\angle DCF = 30^\circ$

$CB = CD$

$AD \parallel BF$ より

$\angle CDB = \angle CBD = \angle ADB$

よって $2\angle CDB = \angle ADC = 30^\circ$

$\angle CDB = 15^\circ$

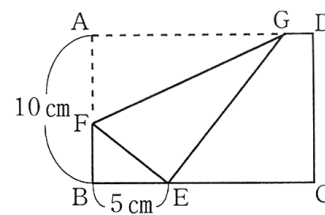
また $\angle ACD = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ$

よって $\angle AED = \angle ACD + \angle CDB = 105^\circ + 15^\circ = 120^\circ$

【問 4】

図のように、長方形 ABCD において、辺 BC 上に点 E をとり、頂点 A が点 E と重なるように折り曲げ、折り目を FG とする。AB=10 cm, BE=5 cm のとき、線分 EF の長さを求めなさい。

(秋田県 2006 年度)



解答欄

cm

解答

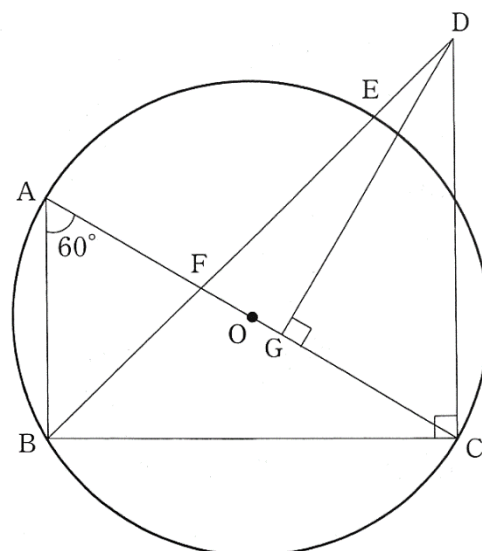
$$\frac{25}{4} \text{ cm}$$

【問 5】

右の図で、点 A, B, C は円 O の周上の点で、線分 AC は円 O の直径、 $\angle BAC = 60^\circ$ とする。三角形 BCD は $\angle BCD = 90^\circ$ の直角二等辺三角形で、辺 BD と円 O、線分 AC との交点をそれぞれ E, F とする。また、点 D から線分 AC にひいた垂線と AC との交点を G とする。次の 1～3 の問いに答えなさい。

(秋田県 2006 年度)

問1 $\angle ACB$ の大きさを求めなさい。



問2 円 O の半径を 8 cm とするとき、三角形 DGC の面積を求めなさい。

問3 $BF:ED$ を求めなさい。

解答欄

問1	°
問2	cm ²
問3	:

解答

問1 30°

問2 $24\sqrt{3} \text{ cm}^2$

問3 $\sqrt{3} : 1$

解説

問2

$\triangle ABC$ において

$BC:AC = \sqrt{3}:2$, $AC = 8 \times 2 = 16 \text{ cm}$ より

$BC = 8\sqrt{3} \text{ cm}$

$\triangle DGC$ において

$GC:DC:DG = 1:2:\sqrt{3}$

$DC = BC = 8\sqrt{3} \text{ cm}$ より

$GC = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, $DG = 12 \text{ cm}$

よって $\triangle DGC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 12 = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$

問3

円の半径を r とすると

$AB = r$, $BC = DC = \sqrt{3}r$, $DG = \frac{3}{2}r$ と表わせる。

$\triangle EOC$ で

$\angle ECO = \angle EBA = 45^\circ$, $OC = OE$ より

$\angle EOC = 90^\circ$

したがって $EO \parallel DG$

よって $FE:FD = OE:DG = r:\frac{3}{2}r = 2:3$

$FD:ED = 3:1 \cdots (\text{i})$

また $AB \parallel DC$ より

$BF:FD = AB:DC = r:\sqrt{3}r = 1:\sqrt{3} = \sqrt{3}:3 \cdots (\text{ii})$

(i), (ii)より

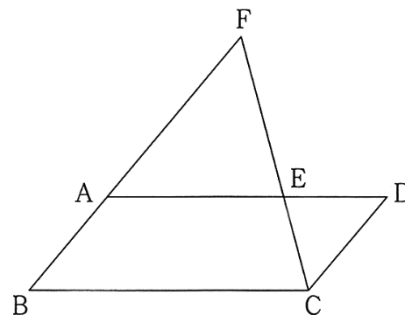
$BF:ED = \sqrt{3}:1$

【問 6】

右の図で、平行四辺形 $ABCD$ の辺 AD 上に点 E があり、線分 CE を E のほうへ延長した線と線分 BA を A のほうへ延長した線との交点が F である。

$AB=4\text{ cm}$, $AE=5\text{ cm}$, $DE=3\text{ cm}$ であるとき、 AF の長さを求めなさい。

(山形県 2006 年度)



解答欄

cm

解答

$$\frac{20}{3}\text{ cm}$$

解説

$AF \parallel CD$ より

$$AF:CD=AE:ED$$

$$AF:4=5:3$$

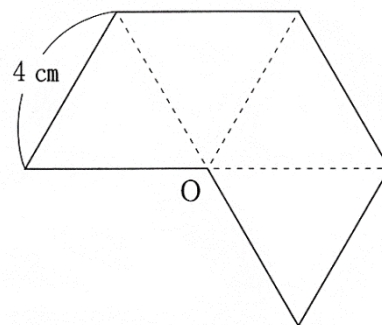
$$3AF=4 \times 5$$

$$AF=\frac{20}{3}\text{ cm}$$

【問 7】

図は、頂点を O とする角すいの展開図における、もとの角すいの側面にあたる部分の図であり、1 辺が 4 cm の正三角形が 4 個つながった図形となっている。このとき、あとの問いに答えなさい。

(山形県 2006 年度)



(1) もとの角すいの底面積を求めなさい。

(2) もとの角すいの体積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1) 16 cm^2

(2) $\frac{32\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$

解説

(2)

角すいの底面の正方形は 1 辺が 4cm の正方形。
角すいの高さは

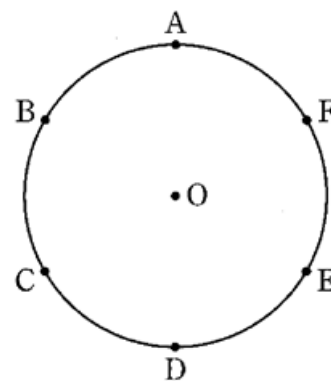
三平方の定理より $\sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$

よって求める体積は $\frac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{2} = \frac{32\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$

【問 8】

右の図のように、点 O を中心とする半径 3 cm の円があり、6 つの点 A, B, C, D, E, F は円周を 6 等分した点である。

(福島県 2006 年度)



(1) 点 B を通る弧 AC の長さを求めなさい。

(2) 6 つの点 A, B, C, D, E, F を結んでできる正六角形 $ABCDEF$ の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^2

解答

(1) $2\pi\text{ cm}$

(2) $\frac{27\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$

解説

(2)

正六角形は 1 辺が 3 cm の正方形 6 つでできている。

O から AB に垂線 AH をひく。

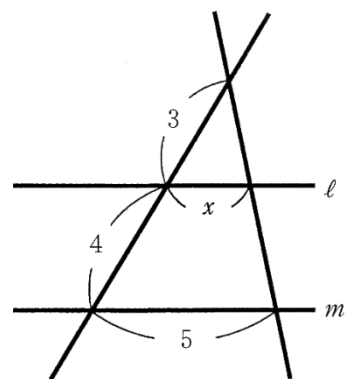
三平方の定理より $OH = \sqrt{3^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\text{ cm}$

よって求める面積は $6 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$

【問 9】

右の図で、 $\ell \parallel m$ のとき、 x の値を求めなさい。

(栃木県 2006 年度)



解答欄

解答

$$x = \frac{15}{7}$$

解説

$\ell \parallel m$ だから

平行線と線分の比の定理より

$$x:5=3:(3+4)$$

$$7 \times x = 5 \times 3$$

$$7x = 15$$

$$x = \frac{15}{7}$$

【問 10】

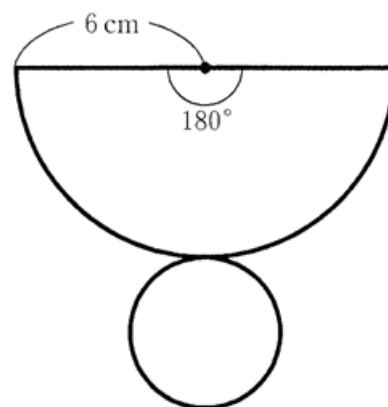
図 1 は、円錐の展開図である。側面の展開図のおうぎ形は、半径 6 cm、中心角 180° になっている。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(栃木県 2006 年度)

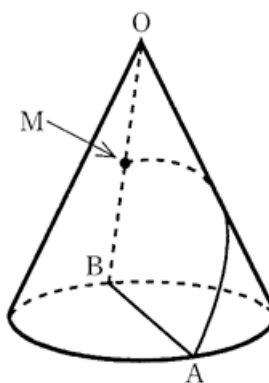
(1) 底面の円の半径を求めなさい。

図 1



(2) 図 1 の展開図を組み立てた円錐の頂点を O、底面の円の直径を AB、OB の中点を M とする。図 2 のように、側面上に A と M を最短の長さで結ぶ線をひくとき、その線の長さを求めなさい。

図 2



解答欄

(1)	cm
(2)	cm

解答

(1) 3cm

(2) $3\sqrt{5}$ cm

解説

(1)

底面の円の半径を r cm とする。

底面の円周と側面のおうぎ形の弧の長さが等しいから

$$2\pi r = 2\pi \times 6 \times \frac{180}{360} \quad r = 3\text{cm}$$

(2)

側面のおうぎ形において AM が最短になるのは AM が直線になるとき。

だから $\triangle AOM$ で

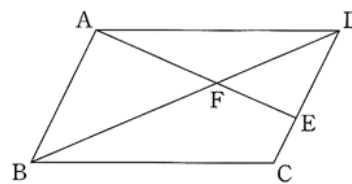
$$OM = \frac{6}{2} = 3(\text{cm}), \quad OA = 6\text{cm}, \quad \angle MOA = 90^\circ \quad \text{より}$$

$$AM = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

【問 11】

右の図の四角形 ABCD は平行四辺形である。辺 CD 上に $CE:ED=1:2$ となる点 E をとる。対角線 BD と AE との交点を F とするとき、 $AF:FE$ を求めなさい。

(群馬県 2006 年度)



解答欄

:

解答

3:2

解説

四角形 ABCD は平行四辺形で

$CE:ED=1:2$ より

$AB=3CE$, $DE=2CE$

$AB \parallel DE$ より

$AF:FE=AB:DE=3CE:2CE=3:2$

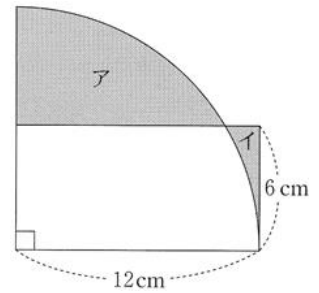
【問 12】

右の図のように、半径 12 cm で中心角 90° のおうぎ形に、縦 6 cm、横 12 cm の長方形が重なっています。

図のかげ () をつけた部分アとイの面積の差 (ア－イ) を求めなさい。

ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2006 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$36\pi - 72 \text{ cm}^2$$

解説

おうぎ形を OAB, 長方形を COBD とする。

また CD と弧 AB との交点を P とする。

$\triangle OPC$ で

$\angle OCP = 90^\circ$, $OC:OP = 6:12 = 1:2$ より

この三角形は $CP = 6\sqrt{3} \text{ cm}$, $\angle COP = 60^\circ$ の直角三角形であることがわかる。

よって

$$\text{面積ア} = \pi \times 12^2 \times \frac{60}{360} - \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 24\pi - 18\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\text{面積イ} = 12 \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} - \pi \times 12^2 \times \frac{30}{360} = 72 - 18\sqrt{3} - 12\pi \text{ cm}^2$$

したがって

面積ア－面積イ

$$= 24\pi - 18\sqrt{3} - (72 - 18\sqrt{3} - 12\pi)$$

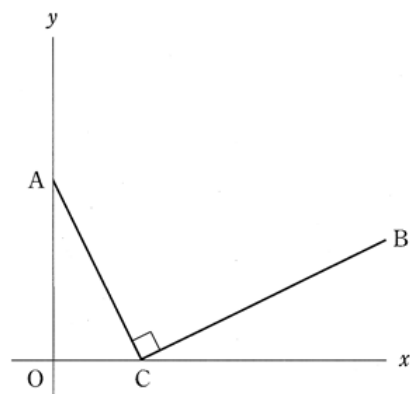
$$= 36\pi - 72 \text{ cm}^2$$

【問 13】

右の図のように、点 A, B の座標を、それぞれ A (0, 6) , B (11, 4) とし、 x 軸上に点 C を、 $\angle ACB$ が直角となるようにとります。

このとき、点 C の x 座標を求めなさい。ただし、線分 BC は、線分 AC より長いものとします。

(埼玉県 2006 年度)



解答欄

解答

$$x=3$$

解説

$C(x, 0)$ とおく。

$\triangle ACB$ で

$$AC^2 + BC^2 = AB^2 \text{ だから}$$

$$x^2 + 6^2 + (11-x)^2 + 4^2 = 11^2 + (6-4)^2$$

$$2x^2 - 22x + 48 = 0$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$(x-3)(x-8) = 0$$

$$x=3, 8$$

$BC > AC$ より

$$x=3$$

【問 14】

正方形からある部分を切り取って、面積が最も大きい正八角形をつくります。

図 1 の正方形 $ABCD$ で、辺 BC を辺 AD に重なるように折り、図 2 のような長方形 $AEFD$ をつくります。次に、図 2 の長方形 $AEFD$ で、辺 DF を辺 AE に重なるように折り、図 3 のような正方形 $AEGH$ をつくります。

このとき、次の各問に答えなさい。

なお、考えるときに、8 ページの図を切り取って利用してもさしつかえありません。

(埼玉県 2006 年度)

問1 図 3 の正方形 $AEGH$ に切り取り線をひき、その線にそって切り取って開くとき、図 4 の正八角形ができるためには、どのように切り取ればよいですか。図 3 の正方形 $AEGH$ に、その切り取り線をコンパスと定規を使って作図しなさい。ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。

問2 図 4 の正八角形の 1 辺の長さが 10 cm であるとき、図 1 の正方形 $ABCD$ の 1 辺の長さを求めなさい。ただし、根号はつけたままで答えなさい。

図 1

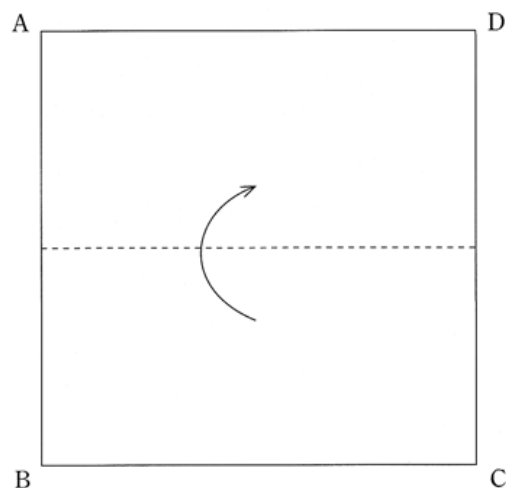


図 2

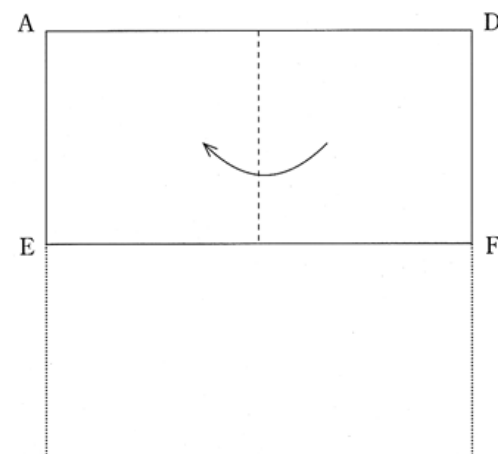


図 3

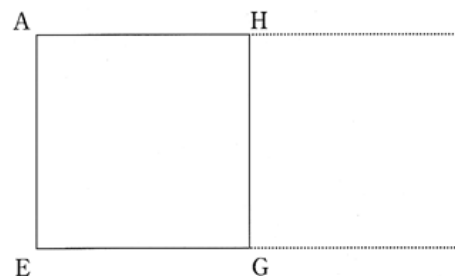
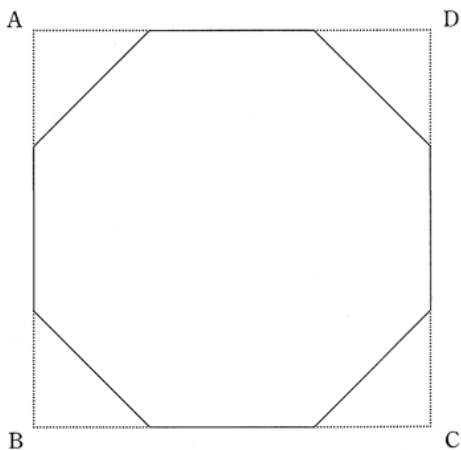
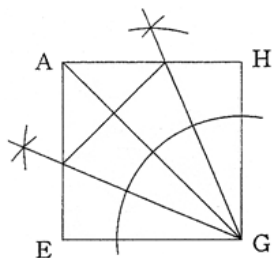


図 4



問1	
問2	cm

問1



解説

問2

$$AE =$$

AE = x cm とすると

切り取った二等辺三角形の斜辺が 10cm

直角をはさむ 2 辺が $x-5\text{cm}$ と表せる。

$$\text{よつて}(x-5):10=1:\sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} (x-5) = 10$$

$$x-5=5\sqrt{2}$$

$$x=5+5\sqrt{2}$$

よつてもとの正方形の1辺は

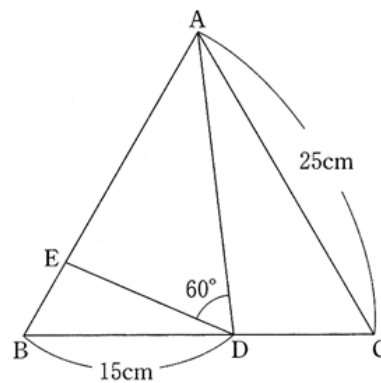
$$2 \times (5 + 5\sqrt{2}) = 10 + 10\sqrt{2} \text{ cm}$$

【問 15】

図のように、1 辺が 25 cm の正三角形 ABC がある。辺 BC 上に、 $BD=15$ cm となるように点 D をとり、辺 AB 上に、 $\angle ADE=60^\circ$ となるように点 E をとる。

このとき、BE の長さを求めなさい。

(千葉県 2006 年度)



解答欄

解答

6 cm

解説

$\triangle ACD$ と $\triangle DBE$ において

$$\angle ACD = \angle DBE = 60^\circ \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ADB = 60^\circ + \angle CAD = 60^\circ + \angle BDE \text{ より}$$

$$\angle CAD = \angle BDE \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

2 組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ACD \sim \triangle DBE$$

$$\text{よって } AC:DB = CD:BE$$

$$25:15 = 10:BE$$

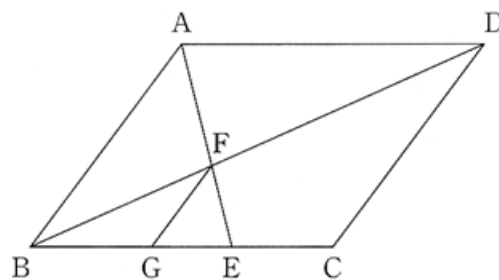
$$BE = \frac{15 \times 10}{25} = 6 \text{ cm}$$

【問 16】

図のような平行四辺形 ABCD があり, 辺 BC 上に点 E をとり, 線分 AE と線分 BD との交点を F とする。また, 辺 BC 上に点 G を $AB \parallel FG$ となるようにとる。

AD=6cm, BE=4cm のとき, 線分 EG の長さを求めなさい。

(神奈川県 2006 年度)



解答欄

EG = cm

解答

$$EG = \frac{8}{5} \text{ cm}$$

解説

AD//BC より

$\triangle FBE \sim \triangle FDA$

よって $EF:AF = BE:DA = 4:6 = 2:3$

また $AB \parallel FG$ より

$EG:GB = EF:FA = 2:3$

$$\text{よって } EG = \frac{2}{5} BE = \frac{2}{5} \times 4 = \frac{8}{5} \text{ cm}$$

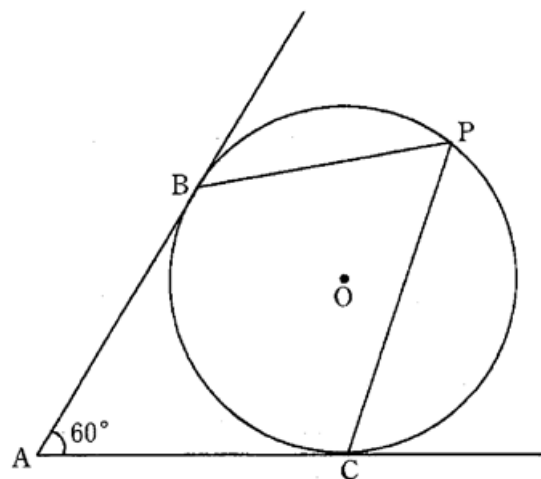
【問 17】

図のように、半直線 AB , AC は、半径 2cm の円 O にそれぞれ点 B , C で接しており、 $\angle BAC = 60^\circ$ である。

点 P を長い方の $\widehat{BC}$ 上にとるとき、次の問いに答えなさい。ただし、点 P は、 B , C と一致しないものとする。

(富山県 2006 年度)

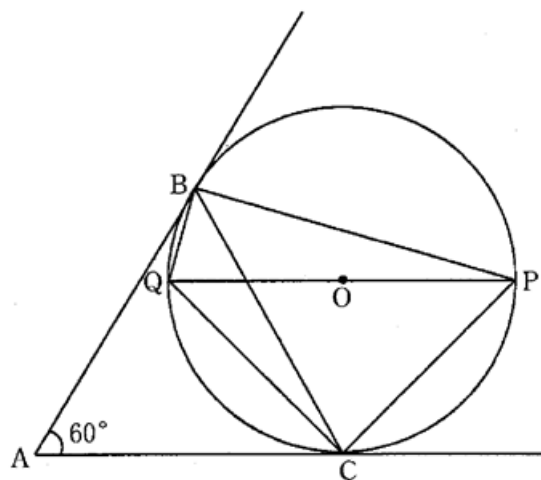
問1 $\angle BPC$ の大きさを求めなさい。



問2 点 A と P を結んでできる線分が最も長くなるように点 P をとる。このとき、線分 AP の長さを求めなさい。

問3 $OP \parallel AC$ となるように点 P をとる。直線 OP と短い方の $\widehat{BC}$ との交点を Q とする。

このとき、3 点 B , Q , C を結んでできる $\triangle BQC$ の面積を求めなさい。



解答欄

問1	度
問2	cm
問3	cm^2

解答

問1 60 度

問2 6 cm

問3 $(3 - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$

解説

問3

OQ と BC の交点を R とし O, Q から BC におろした垂線を OK, QH とする。

$\triangle COK$ において

$\angle COK = 60^\circ$ より

$$CK:OC = \sqrt{3}:2$$

$$CK:2 = \sqrt{3}:2$$

$$CK = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$BC = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\triangle QRH$ で

$$\angle QRH = \angle ORC = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$QR = 2 - OR = 2 - \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ cm}$$

$$QH:QR = \sqrt{3}:2$$

$$QH:\left(2 - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) = \sqrt{3}:2$$

$$QH = \sqrt{3} - 1 \text{ cm}$$

$$\text{よって } \triangle BQC = \frac{1}{2} \times BC \times QH$$

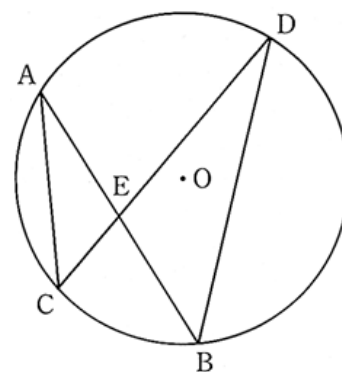
$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times (\sqrt{3} - 1)$$

$$= 3 - \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

【問 18】

図で、円 O の 2 つの弦 AB, CD の交点を E とする。AE=5 cm, CE=3 cm, AC=6 cm, BD=10 cm とするとき、DE の長さを求めなさい。

(石川県 2006 年度)



解答欄

解答

$$\frac{25}{3} \text{ cm}$$

解説

△ACE と △DBE において

円周角の定理より

$$\angle ACE = \angle DBE$$

$$\angle CAE = \angle BDE$$

2 組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ACE \sim \triangle DBE$$

$$\text{よって } AE:DE = AC:DB$$

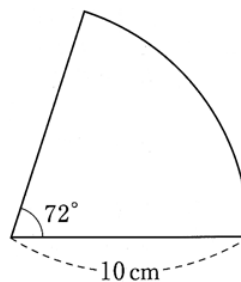
$$5:DE = 6:10$$

$$DE = 5 \times \frac{10}{6} = \frac{25}{3} \text{ cm}$$

【問 19】

図は、半径 10 cm、中心角 72° のおうぎ形である。このおうぎ形の弧の長さを求めなさい。

(山梨県 2006 年度)



解答欄

cm

解答

4π cm

解説

おうぎ形の弧の長さは

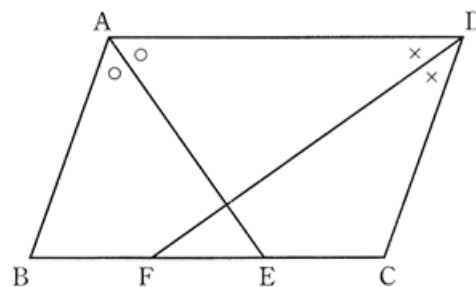
$$2 \times \pi \times 10 \times \frac{72}{360}$$

$$= 4\pi \text{ cm}$$

【問 20】

図で、平行四辺形 $ABCD$ の $\angle A$, $\angle D$ の二等分線と辺 BC の交点をそれぞれ E , F とする。 $AB=6.5\text{ cm}$, $AD=10\text{ cm}$ のとき, EF の長さを求めなさい。

(長野県 2006 年度)



解答欄

cm

解答

3 cm

解説

$AD \parallel BC$ より

錯角が等しいので $\angle CFD = \angle ADF = \angle CDF$

よって $\triangle CDF$ は $CF = CD = 6.5\text{ cm}$

同様に $\triangle BAE$ において

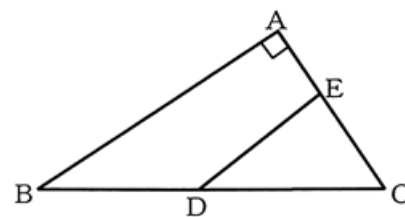
$BE = BA = 6.5\text{ cm}$

よって $EF = 6.5 + 6.5 - 10 = 3\text{ cm}$

【問 21】

図で、 $\triangle ABC$ は $\angle BAC = 90^\circ$ の直角三角形である。D は辺 BC 上の点で、 $DC = AC$ である。また、E は辺 AC 上の点で、 $\triangle EDC$ の面積は、 $\triangle ABC$ の面積の $\frac{1}{3}$ 倍である。

AB = 6 cm, AC = 4 cm のとき、線分 ED の長さは何 cm か。



(愛知県 2006 年度 A)

解答欄

cm

解答

$$\frac{10}{3} \text{ cm}$$

解説

E から CD に垂線 EH をひく。

$$\triangle EDC = \frac{1}{2} \times DC \times EH = \frac{1}{2} \times 4 \times EH = 2EH \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{また } \triangle EDC = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 4(\text{cm}^2) \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$2EH = 4$$

$$EH = 2\text{cm}$$

ここで $\triangle HEC$ と $\triangle ABC$ は

$\angle C$ が共通で

$\angle EHC = \angle BAC$ より

2 組の角がそれぞれ等しいので

相似だから

$$EH : BA = HC : AC$$

$$2 : 6 = HC : 4$$

$$HC = \frac{2 \times 4}{6} = \frac{4}{3} \text{ cm}$$

$$DH = 4 - HC = 4 - \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

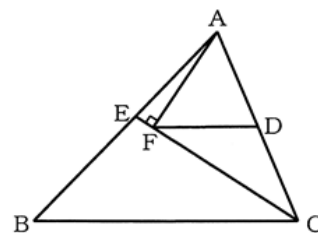
$\triangle EDH$ で

$$\text{三平方の定理より } ED = \sqrt{2^2 + \left(\frac{8}{3}\right)^2} = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

【問 22】

図で、 $\triangle ABC$ は、 $AB=BC$ の二等辺三角形である。D は辺 AC の中点、E は辺 AB 上の点で、CE は $\angle ACB$ の二等分線である。また、F は線分 EC 上の点で、 $\angle AFE=90^\circ$ である。

AB=5 cm, AC=4 cm のとき、 $\triangle AFD$ の面積は何 cm^2 か。ただし、答えは根号をつけたままでよい。



(愛知県 2006 年度 A)

解答欄

cm^2

解答

$$\frac{2\sqrt{21}}{5} \text{ cm}^2$$

解説

BD を結ぶ。

$\triangle ABC$ で

BA=BC, AD=CD より

$\angle BDA=90^\circ$

$$\text{三平方の定理より } BD = \sqrt{5^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{21} \text{ cm}$$

$$\text{よって } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{21} = 2\sqrt{21} \text{ cm}^2$$

ここで AF の延長と BC との交点を P とすると

$$\triangle CFA \equiv \triangle CFP$$

$$CP = CA = 4 \text{ cm}$$

$$\text{よって } CP:PB = 4:(5-4) = 4:1$$

$$\triangle ACP = \frac{4}{5} \triangle ABC = \frac{4}{5} \times 2\sqrt{21} = \frac{8\sqrt{21}}{5} \text{ cm}^2$$

$$\triangle AFD = \frac{1}{2} \triangle ACF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \triangle ACP = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{21}}{5} = \frac{2\sqrt{21}}{5} \text{ cm}^2$$

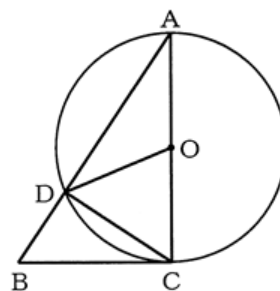
【問 23】

図で、 $\triangle ABC$ は $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形である。また、 D は線分 AC を直径とする円 O と辺 AB との交点である。

$AC=4\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$ のとき、次の(1), (2)の問いに答えよ。

(愛知県 2006 年度 B)

(1) 線分 DC の長さは何 cm か。



(2) 四角形 $ODBC$ の面積は何 cm^2 か。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^2

解答

(1) $\frac{12}{5}\text{ cm}$

(2) $\frac{102}{25}\text{ cm}^2$

解説

(1)

$\triangle ABC$ で三平方の定理より $AB=\sqrt{3^2+4^2}=5\text{ cm}$

$\triangle ACD$ と $\triangle ABC$ は 2 組の角がそれぞれ等しいので相似になるから

$$DC:CB=AC:AB$$

$$DC:3=4:5$$

$$DC=\frac{12}{5}\text{ cm}$$

(2)

$$AD:AC=AC:AB$$

$$AD:4=4:5 \quad AD=\frac{16}{5}\text{ cm}$$

$\triangle OAD$ で $OD=OA=2\text{ cm}$ O から AD に垂線 OH をひく。

$$AH=\frac{1}{2}AD=\frac{1}{2}\times\frac{16}{5}=\frac{8}{5}\text{ cm}$$

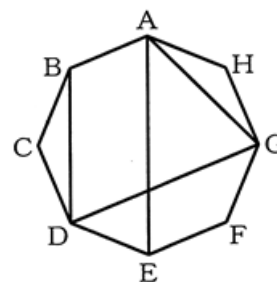
$$OH=\sqrt{2^2-\left(\frac{8}{5}\right)^2}=\frac{6}{5}\text{ cm}$$

$$\text{よって四角形 } ODBC = \triangle ABC - \triangle OAD = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times \frac{16}{5} \times \frac{6}{5} = 6 - \frac{48}{25} = \frac{102}{25}\text{ cm}^2$$

【問 24】

図で、正八角形 ABCDEFGH の対角線 AE の長さは 4 cm である。このとき、AB, BD, DG, GA をそれぞれ 1 辺とする 4 つの正方形をつくるとき、その面積の和は何 cm^2 か。

(愛知県 2006 年度 B)



解答欄

cm^2

解答

32 cm^2

解説

面積の和は

$$AB^2 + BD^2 + DG^2 + GA^2$$

$$= (AB^2 + DG^2) + (BD^2 + GA^2)$$

$$= (AB^2 + BE^2) + (EG^2 + GA^2)$$

$$\angle ABE = \angle AGE = 90^\circ \text{ より}$$

$$(AB^2 + BE^2) + (EG^2 + GA^2)$$

$$= AE^2 + AE^2$$

$$= 4^2 + 4^2$$

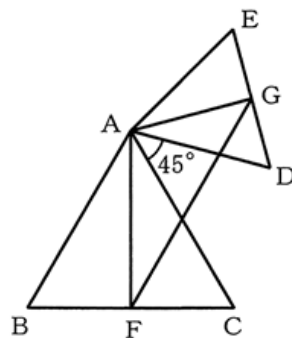
$$= 32 \text{ cm}^2$$

【問 25】

図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ はともに正三角形で、 F 、 G はそれぞれ辺 BC 、 ED の中点である。

$AB=2$ cm, $AG=1$ cm, $\angle DAC=45^\circ$ のとき、 $\triangle AFG$ の面積は何 cm^2 か。ただし、答えは根号をつけたままでよい。

(愛知県 2006 年度 B)



解答欄

cm^2

解答

$$\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8} \text{ cm}^2$$

解説

G 、 F から直線 AB に垂線 GJ 、 FK をひく。

$\triangle GJA$ において

$$\angle GAJ = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ \times 3 = 45^\circ$$

よって、 $\triangle GJA$ は直角二等辺三角形。

$$JA = JG = \frac{1}{\sqrt{2}} AG = \frac{1}{\sqrt{2}} \times 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

$\triangle ABF$ は 60° の角をもつ直角三角形だから

$$AF = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = \sqrt{3} \text{ cm}$$

同様に $\triangle AFK$ も 60° の角をもつ直角三角形だから

$$AK = \frac{\sqrt{3}}{2} AF = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

$$FK = \frac{1}{2} AF = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

したがって $\triangle AFG$ = 四角形 $GJBK$ - $\triangle GJA$ - $\triangle AFK$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{3}{2} \right) - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{8} (2 + 3\sqrt{2} + \sqrt{6} + 3\sqrt{3}) - \frac{2}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

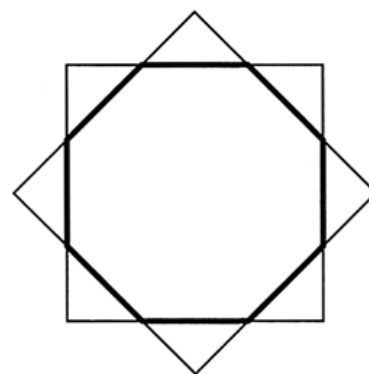
$$= \frac{3\sqrt{2}+\sqrt{6}}{8} \text{ cm}^2$$

【問 26】

図のように、2 つの合同な正方形を重ねると、それらの重なった部分は 1 辺の長さが 4cm の正八角形になった。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2006 年度)



(1) この正八角形の 1 つの内角の大きさを求めなさい。

(2) ここで用いた 2 つの合同な正方形の 1 辺の長さを求めなさい。なお、答えに $\sqrt{\quad}$ がふくまれるときは、 $\sqrt{\quad}$ を用いて最も簡単な形で書きなさい。

(3) この正八角形の面積を求めなさい。なお、答えに $\sqrt{\quad}$ がふくまれるときは、 $\sqrt{\quad}$ を用いて最も簡単な形で書きなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) 135°

(2) $4 + 4\sqrt{2} \text{ cm}$

(3) $32 + 32\sqrt{2} \text{ cm}^2$

解説

(1)

$$180^\circ \times (8 - 2) \div 8 = 135^\circ$$

(2)

重ならなかった部分の三角形は、直角二等辺三角形。

斜辺が 4cm より

他の等しい 2 辺の長さは

$$\frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

よつてもとの正方形の 1 辺の長さは

$$4 + 2\sqrt{2} \times 2 = 4 + 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

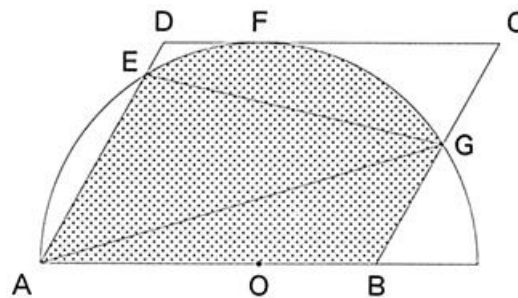
(3)

正方形から 4 つの合同な直角二等辺三角形の面積をひけばよい。

$$(4 + 4\sqrt{2})^2 - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times 4 = 32 + 32\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

【問 27】

図のように平行四辺形 $ABCD$ がある。いま、辺 AB 上に、 $AO = 6 \text{ cm}$ となる点 O があり、点 O を中心とし、 AO を半径とする半円をかいたとき、辺 AD と点 E で交わり、辺 DC と点 F で接し、辺 BC と点 G で交わった。また、 $OB = BG$ であり、 $\angle AGE = 30^\circ$ であった。



このとき、次の問い1・2に答えよ。ただし、円周率は π とする。

(京都府 2006 年度)

問1 $\angle EOA$ の大きさを求めよ。また、 $\widehat{AE} : \widehat{AF}$ を最も簡単な整数の比で表せ。

問2 平行四辺形 $ABCD$ と半円の重なった部分の面積を求めよ。

解答欄

問1	$\angle EOA = \quad^\circ$	$\widehat{AE} : \widehat{AF} =$
問2	cm^2	

解答

問1

$$\angle EOA = 60^\circ$$

$$\widehat{AE} : \widehat{AF} = 2 : 3$$

$$\text{問2 } 12\sqrt{3} + 9\pi \text{ cm}^2$$

解説

問2

$$\angle EOA = 60^\circ \text{ より } \angle OAE = \angle OEA = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$$

よって $\triangle EOA$ は正三角形

四角形 $ABCD$ は平行四辺形より

$$\angle OBG = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$OB = BG \text{ より } \angle BOG = (180^\circ - 120^\circ) \div 2 = 30^\circ$$

$$\text{よって } \angle EOG = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$$

よって求める面積は

$$\triangle OAE + \text{おうぎ形 } OEG + \triangle BOG$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{6\sqrt{3}}{2} + 6^2 \pi \times \frac{90}{360} + \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{6}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$= 9\sqrt{3} + 9\pi + 3\sqrt{3} = 12\sqrt{3} + 9\pi \text{ cm}^2$$

【問 28】

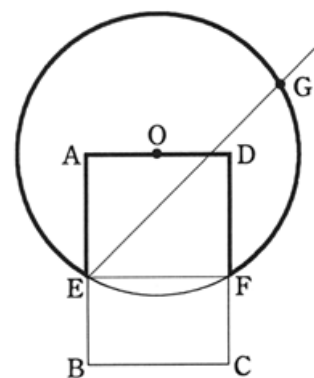
$AB=3\text{ cm}$, $AD=2\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。右の図のように、辺 AD の中点を中心として、半径 2 cm の円 O をかき、辺 AB , CD との交点をそれぞれ E , F とする。また、 $\angle AEF$ の二等分線をひき、円 O との交点を G とする。各問いに答えよ。

(奈良県 2006 年度)

問1 点 G を、定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお、作図に使った線は消さずに残しておくこと。

問2 線分 EG の長さを求めよ。

問3 太線で囲まれた図形の面積を求めよ。

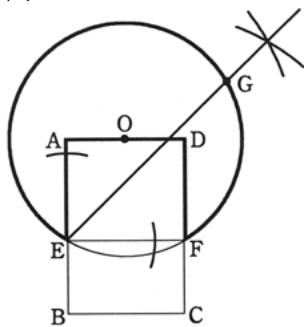


解答欄

問1	
問2	cm
問3	cm ²

解答

問1



問2 $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ cm

問3 $\frac{10}{3}\pi - \sqrt{3}$ cm²

解説

問2

△OEFは3辺の長さが等しいので正三角形。

よって∠AOE=∠OEF=60°

△AOEにおいて

AE:OE=√3:2よりAE=√3 cm

EGとADの交点をPとする。

△AEPは∠EAP=90°, ∠AEP=90°÷2=45°よりAE=APの直角二等辺三角形。

よってEP=√2 AE=√2 × √3 = √6 cm

ADの延長上にGH⊥AHとなる点Hをとる。

∠GOH=∠EOG-∠EOD=∠EOF+∠GOF-120°=60°+2×45°-120°=30°

△OGHで

GH:OG=1:2よりGH=1cm

△GPHで

∠GPH=∠GEF=45°よりGP:GH=√2:1

よってGP=√2 cm

EG=EP+GP=√6 + √2 cm

問3

求める面積は

円Oからおうぎ形OEFと合同な直角三角形の△OAEと△ODFを除いたものだから

$$\pi \times 2^2 - \pi \times 2^2 \times \frac{60}{360} - 2 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3}$$

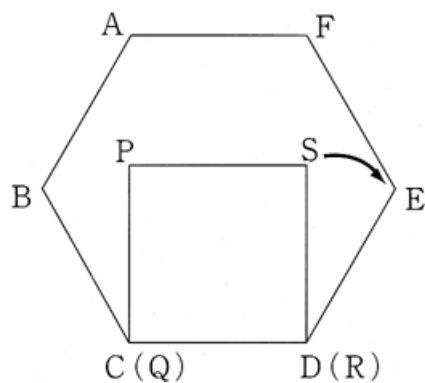
$$= \frac{10}{3} \pi - \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

【問 29】

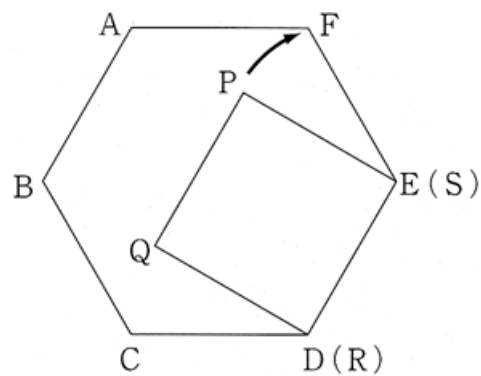
図Ⅰでは、1 辺 6 cm の正六角形 $ABCDEF$ と正方形 $PQRS$ が辺 CD と辺 QR で重なっている。正方形 $PQRS$ を点 D (点 R) を中心として矢印の方向に回転し、図Ⅱのように点 S が点 E に重なるようにする。これを 1 回の移動とする。次に、点 E (点 S) を中心として回転し、点 P が点 F に重なるようにする。このように移動を繰り返すとき、次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2006 年度)

図Ⅰ



図Ⅱ



問1 この移動を繰り返し、点 S が再び図Ⅰの位置に戻るとき、正方形 $PQRS$ は、何回移動したか求めなさい。

問2 問1のように、点 S が再び図Ⅰの位置に戻るまでの点 S の動いた距離を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

解答欄

問1	回
問2	cm

解答

問1 12 回

問2 $6\pi + 3\sqrt{2}\pi$ cm

解説

問2

S の動いてできる図形は

半径 6cm, 中心角 $(180^\circ - 120^\circ) \div 2 = 30^\circ$ のおうぎ形の弧 6 つと

半径 $6\sqrt{2}$ cm, 中心角 30° のおうぎ形の弧 3 つでできている。

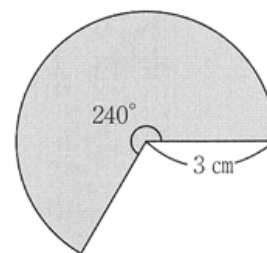
よって $2\pi \times 6 \times \frac{30}{360} \times 6 + 2\pi \times 6\sqrt{2} \times \frac{30}{360} \times 3$

$= 6\pi + 3\sqrt{2}\pi$ cm

【問 30】

図 2 のおうぎ形の面積は、 cm^2 である。

(島根県 2006 年度)



解答欄

cm^2

解答

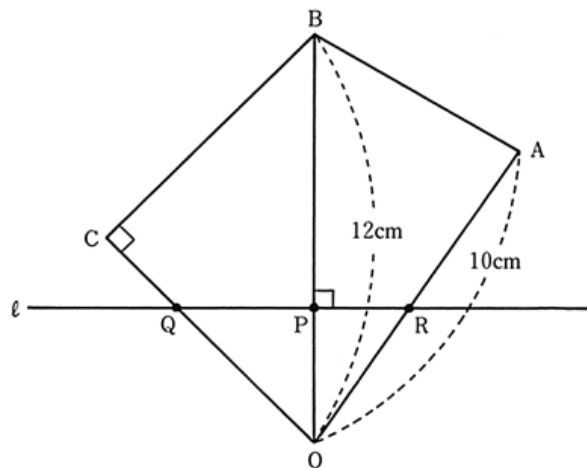
$6\pi \text{ cm}^2$

解説

おうぎ形の面積は $\pi \times 3^2 \times \frac{240}{360} = 6\pi \text{ cm}^2$

【問 31】

図のように、 $OA=10\text{ cm}$ 、 $BC=CO$ 、 $\angle BCO=90^\circ$ の四角形 $OABC$ があり、対角線 OB の長さは 12 cm である。対角線 OB 上を動く点 P は、最初、点 O にあり、毎秒 1 cm の速さで点 O から点 B まで動いて止まる。また、点 P を通り対角線 OB に垂直な直線 ℓ が、辺 OC または辺 CB と交わる点を Q 、辺 OA または辺 AB と交わる点を R として、点 P が動き始めて x 秒後の線分 QR の長さを $y\text{ cm}$ とする。ただし、直線 ℓ が点 C や点 A を通るときも、それらの点で辺と交わると考える。



また、 $0 \leq x \leq 12$ とし、 $x=0$ 、 $x=12$ のときは $y=0$ とする。直線 ℓ は、点 P が動き始めて 8 秒後に点 A を通る。

このとき、次の問1～問4の に適当な数または式を書き入れなさい。

(岡山県 2006 年度)

問1 辺 BC の長さは cm である。

問2 $x=8$ のとき、 y の値は である。

問3 $6 \leq x \leq 8$ のとき、 y を x の式で表すと、 $y=$ である。

問4 $y=7$ となる x の値は 2 つあり、その値は (ア) と (イ) である。

解答欄

問1	cm	
問2		
問3	$y=$	
問4	(ア)	
	(イ)	

解答

問1 $6\sqrt{2}$ cm

問2 10

問3 $y = -\frac{1}{4}x + 12$

問4

(ア) 4

(イ) $\frac{46}{5}$

解説

問2

$x=8$ のとき $\angle APO=90^\circ$ だから $\triangle APO$ で三平方の定理より

$$AP = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

また C から BO に垂線 CH をひくと $\triangle CHO$ も直角二等辺三角形だから

$$HC = OH = BH = \frac{1}{2} BO = 6 \text{ cm}$$

$x=8$ のとき $PQ \parallel HC$ より

$$BP : BH = PQ : HC$$

$$(12-8) : 6 = PQ : 6$$

$$PQ = 4 \text{ cm}$$

$$\text{よって } y = 6 + 4 = 10$$

問3

A から OB に垂線 AK をひく。

$\triangle OAK$ で $PR \parallel KA$ より

$$x : 8 = PR : 6$$

$$PR = \frac{6}{8}x = \frac{3}{4}x \text{ cm}$$

$\triangle BCH$ で

$PQ \parallel HC$ より

$$PQ : 6 = (12-x) : 6$$

$$PQ = 12-x \text{ cm}$$

$$\text{よって } y = \frac{3}{4}x + 12 - x = -\frac{1}{4}x + 12$$

問4

$0 \leq x \leq 6$ のとき

$$y = PR + PQ = \frac{3}{4}x + x = \frac{7}{4}x \cdots \textcircled{1}$$

$8 \leq x \leq 12$ のとき

$\triangle BPR$ で

$$(12-x) : (12-8) = PR : 6$$

$$PR = \frac{3}{2}(12-x) \text{ cm}$$

$$y = PR + PQ = \frac{3}{2}(12-x) + (12-x) = \frac{5}{2}(12-x) \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ のとき } \frac{7}{4}x = 7$$

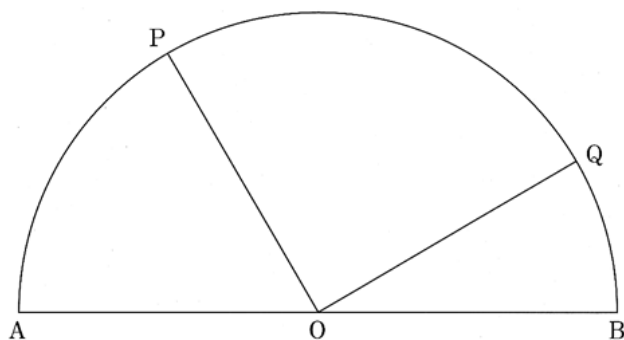
$$x = 4$$

$$\textcircled{2} \text{ のとき } \frac{5}{2}(12-x) = 7$$

$$x = \frac{46}{5}$$

【問 32】

下の図のように、 AB を直径とする半円 O があります。正しくつくられた 1 つのさいころを 2 回投げ
1 回目に出る目の数を x , 2 回目に出る目の数を y とします。 $\widehat{AB}$ 上に $\angle AOP$ の大きさが $30^\circ \times x$, $\angle$
 BOQ の大きさが $30^\circ \times y$ となるように 2 点 P, Q をとります。



これについて、次の問1・問2に答えなさい。

(広島県 2006 年度)

問1 $\angle ABQ = 60^\circ$ となるとき、 $\widehat{AQ}$ の長さは $\widehat{AB}$ の長さの何倍になりますか。

問2 $\angle POQ = 30^\circ$ となる確率を求めなさい。

解答欄

問1	倍
問2	

解答

問1 $\frac{2}{3}$ 倍

問2 $\frac{5}{18}$

解説

問1

円周角の定理より $\angle AOQ = 2\angle ABQ = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ $\angle AOB = 180^\circ$

よって同一円周上で弧の長さの比と中心角の比は等しいから $\frac{(\text{弧}AQ)}{(\text{弧}AB)} = \frac{120}{180} = \frac{2}{3}$ 倍

問2

$\angle POQ = 30^\circ$ より $\angle AOP + \angle BOQ = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$ だから

$30x + 30y = 150$ $x + y = 5$ このとき 4 通り。

または $\angle AOP + \angle BOQ - 180^\circ = 30^\circ$ だから

$30x + 30y - 180 = 30$ $x + y = 7$ このとき 6 通り。

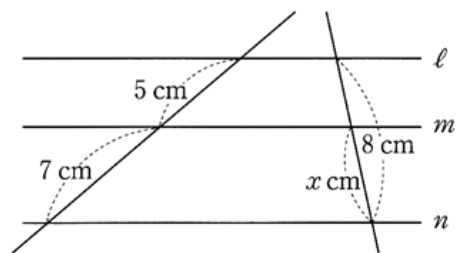
よって $\angle POQ = 30^\circ$ になるのは 10 通り。

確率は $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

【問 33】

右の図で、直線 ℓ , m , n は平行である。 x の値を求めなさい。

(山口県 2006 年度)



解答欄

解答

$$x = \frac{14}{3}$$

解説

$\ell \parallel m \parallel n$ より

$$(5+7):7=8:x$$

$$12x=7 \times 8$$

$$x = \frac{7 \times 8}{12} = \frac{14}{3} \text{ cm}$$

【問 34】

図1の $\triangle ABC$ は、 $AB=AC=a$ cm、 $BC=b$ cm の二等辺三角形である。図2のように、この三角形を折って、辺 BC が辺 BA と重なるようにしたい。このとき、折り目となる線分を BD とする。

下の問1、問2に答えなさい。

(山口県 2006 年度)

図1

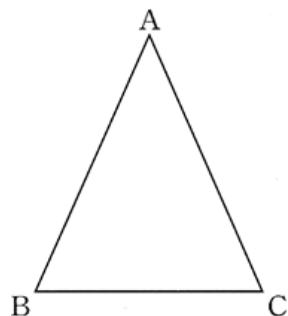
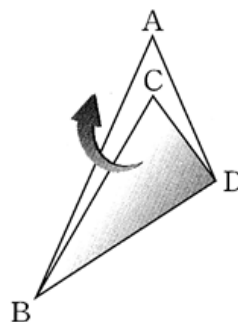


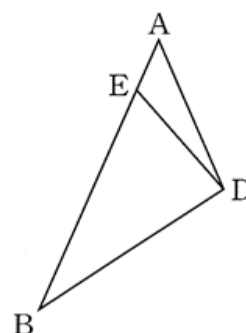
図2



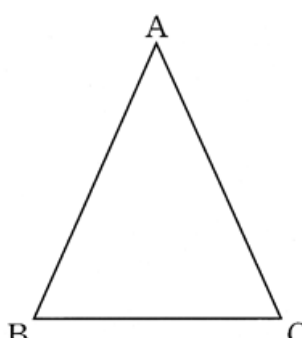
問1 折り目となる線分 BD を、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

問2 図3は、折り目 BD で $\triangle ABC$ を折ったものであり、点 C が辺 AB 上で重なる点を E 図3
とする。

このとき、 $\triangle AED$ の3辺の長さの和を、 a 、 b を使って表しなさい。

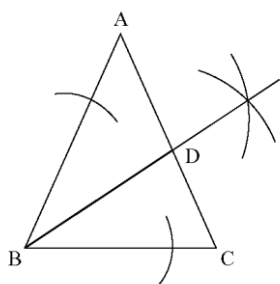


解答欄

問1	
問2	cm

解答

問1



問2 $2a - b$ cm

解説

問2

$BE = BC = b$ より, $AE = a - b$

また $AD + DE = AC = a$

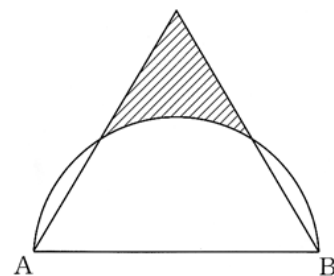
よって $\triangle AED$ の 3 辺の長さの和は

$(a - b) + a = 2a - b$ cm

【問 35】

図は、線分 AB を 1 辺とする正三角形と、線分 AB を直径とする半円を重ねてかいたものである。AB=4 cm のとき、斜線部分の面積を求めなさい。

(山口県 2006 年度)



解答欄

解答

$$\left(2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi\right)\text{cm}^2$$

解説

半円の中心を O, 半円と正三角形の 2 つの交点を P, Q, 正三角形の頂点を C とする。

斜線部分の面積は

ひし形 CPOQ の面積から中心角 60° のおうぎ形 OPQ の面積をひいたものになる。

$$\frac{CO}{2} = \sqrt{3}$$

よって求める面積は

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 - \pi \times 2^2 \times \frac{60}{360}$$

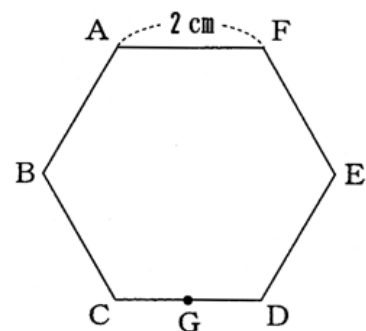
$$= 2\sqrt{3} - \frac{2}{3}\pi \text{ cm}^2$$

【問 36】

右の図のような、1 辺の長さが 2 cm の正六角形 ABCDEF があり、点 G は、辺 CD の中点である。

これについて、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(香川県 2006 年度)



(1) 正六角形の対称の軸は、全部で何本か。

(2) 点 A と点 G を結ぶとき、四角形 ABCG の面積は何 cm^2 か。

解答欄

(1)	本
(2)	cm^2

解答

(1) 6 本

(2) $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$

解説

問2

(2)

正六角形の対角線の交点を O とする。

$\triangle OCD$ は正三角形だから $OG = \sqrt{3}$ $CG = \sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3} \text{ cm}$

四角形 ABCG = 四角形 ABCD - $\triangle AGD = 3\triangle OCD - \triangle AGD$

$$= 3 \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} - \frac{1}{2} \times 1 \times 2\sqrt{3}$$

$$= 3\sqrt{3} - \sqrt{3}$$

$$= 2\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

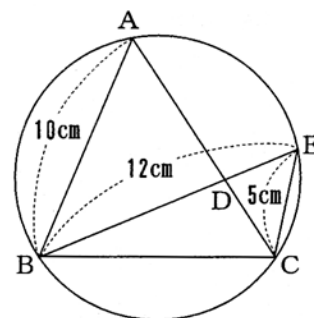
【問 37】

右の図のような円があり、異なる3点 A, B, C は円周上の点で、 $AB=BC$ である。

線分 AC 上に、2点 A, C と異なる点 D をとる。また、2点 B, D を通る直線と円との交点のうち、点 B と異なる点を E とし、点 C と点 E を結ぶ。

$AB=10\text{ cm}$, $BE=12\text{ cm}$, $EC=5\text{ cm}$ であるとき、線分 DE の長さは何 cm か。

(香川県 2006 年度)



解答欄

cm

解答

$$\frac{11}{3}\text{ cm}$$

解説

$\triangle BCD$ と $\triangle BEC$ において

$\angle B$ は共通…①

$AB=BC$ より

$\angle BCD = \angle BAC$ …②

円周角の定理より

$\angle BAC = \angle BEC$ …③

②, ③より

$\angle BCD = \angle BEC$ …④

①, ④より

2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle BCD \sim \triangle BEC$

よって、 $BC:BE=BD:BC$

$10:12=BD:10$

$$BD = \frac{100}{12} = \frac{25}{3}\text{ cm}$$

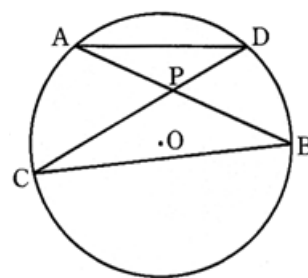
$$\text{よって } DE = 12 - \frac{25}{3} = \frac{11}{3}\text{ cm}$$

【問 38】

右の図のように、円 O の 2 つの弦 AB, CD が、点 P で交わっている。

AB=11 cm, BC=12 cm, AD=8 cm, DP=4 cm のとき、線分 PC の長さを求めよ。

(愛媛県 2006 年度)



解答欄

解答

$$\frac{15}{2} \text{ cm}$$

解説

△PAD と△PCB において

弧 BD の円周角より

$$\angle PAD = \angle PCB \cdots \textcircled{1}$$

対頂角より

$$\angle APD = \angle CPB \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

2 組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle PAD \sim \triangle PCB$$

$$\text{よって } PD:PB = AD:CB$$

$$4:PB = 8:12$$

$$PB = 4 \times \frac{12}{8} = 6 \text{ cm}$$

$$PA = 11 - 6 = 5 \text{ cm}$$

また $PA:PC = AD:CB$ より

$$5:PC = 8:12$$

$$PC = 5 \times \frac{12}{8} = \frac{15}{2} \text{ cm}$$

【問 39】

身長が 160 cm である人の地面にできた影の長さが 180 cm であるとき、建物の影の長さが 5m40cm であった。
このとき、この建物の高さを求めなさい。

(佐賀県 2006 年度 前期)

解答欄

解答

4 m 80 cm

解説

物体と影の比は等しいので

建物の高さを x cm とすると

$$160:180=x:540$$

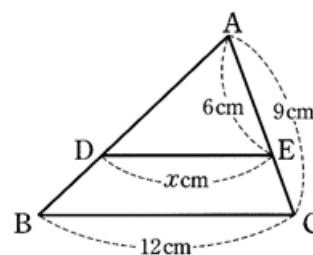
$$x=160\times\frac{540}{180}=480\text{cm}$$

よって建物の高さは 4m80cm

【問 40】

右の図のように、三角形 ABC の辺 AB , AC 上にそれぞれ点 D , E があり、線分 DE と辺 BC は平行である。 $AC=9\text{ cm}$, $AE=6\text{ cm}$, $BC=12\text{ cm}$, $DE=x\text{ cm}$ のとき、 $x=$ である。

(長崎県 2006 年度)



解答欄

解答

8

解説

$DE \parallel BC$ より

$DE:BC=AE:AC$

$x:12=6:9$

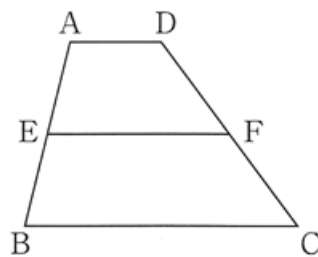
$9x=12 \times 6$

$x=8$

【問 41】

太郎, 花子, 緑, 雄一のいるクラスでは, 数学の授業で, 次の問題 I に取り組んだ。

(問題 I) 右の図のような $AD=4\text{ cm}$, $BC=12\text{ cm}$, $AD \parallel BC$ の台形 $ABCD$ がある。辺 AB の中点を E とし, E を通り辺 AD に平行な直線と辺 CD との交点を F とするとき, 線分 EF の長さを求めなさい。

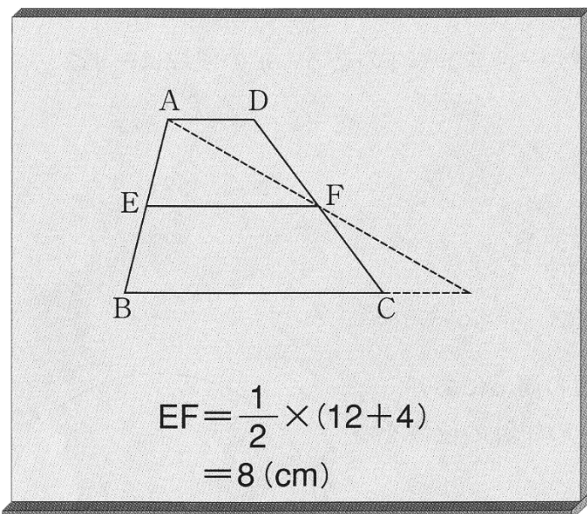


このとき, 次の各問いに答えなさい。

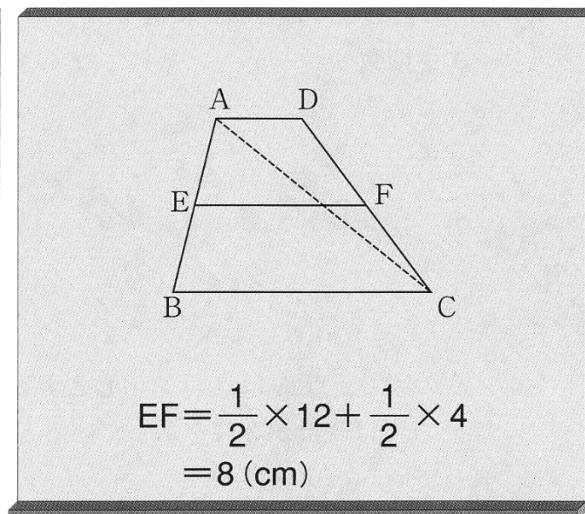
(熊本県 2006 年度)

問1 太郎, 花子, 緑, 雄一は, それぞれ図をかき, 自分がかいた図をもとにして線分 EF の長さを求めた。

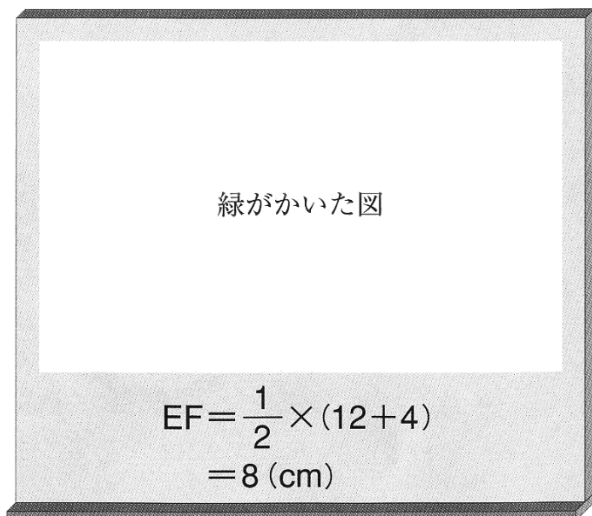
【太郎の求め方】



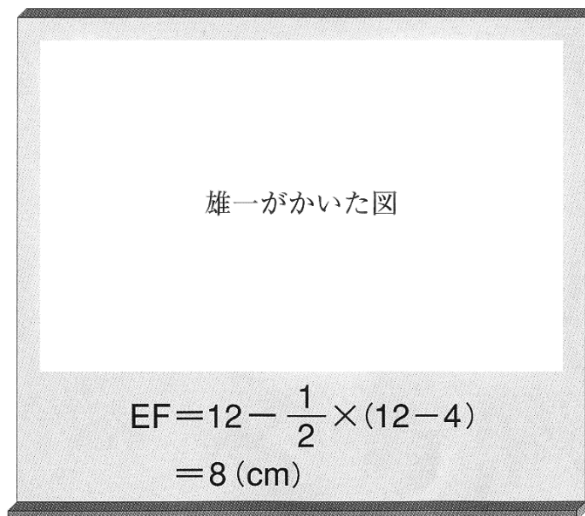
【花子の求め方】



【緑の求め方】

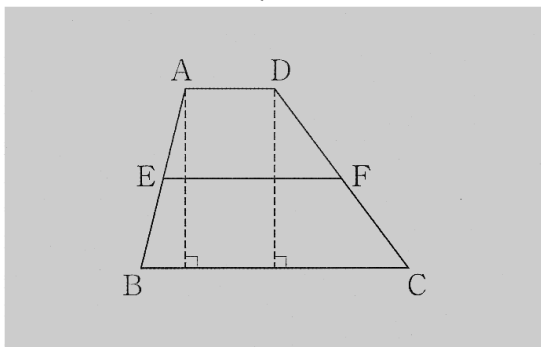


【雄一の求め方】

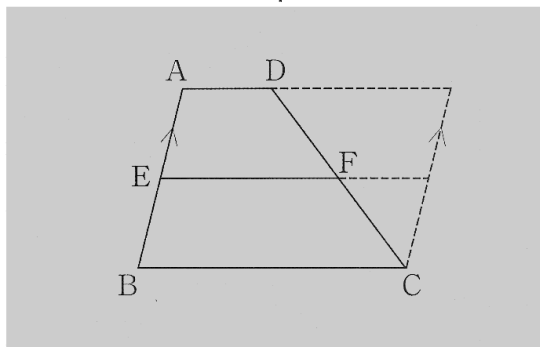


緑と雄一がかいた図は、それぞれ次のア～オのどれかである。2 人がかいた図は、それぞれどの図と考えられるか。2 人がつくった EF の長さを求める式から判断して、適当なものを一つずつ選び、記号で答えなさい。ただし、イ、ウでは、それぞれ同じ印をつけた線分は平行であるものとし、エでは、同じ印をつけた線分の長さはそれぞれ等しいものとする。

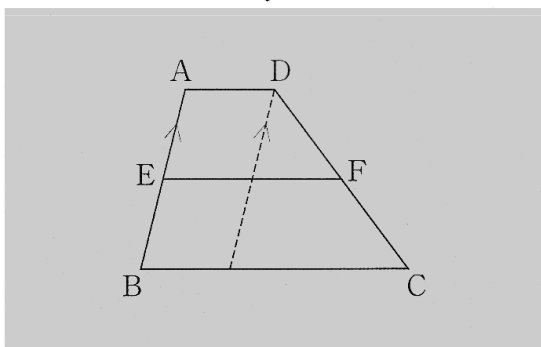
ア



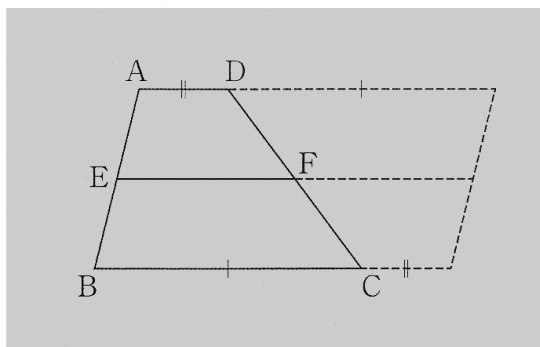
イ



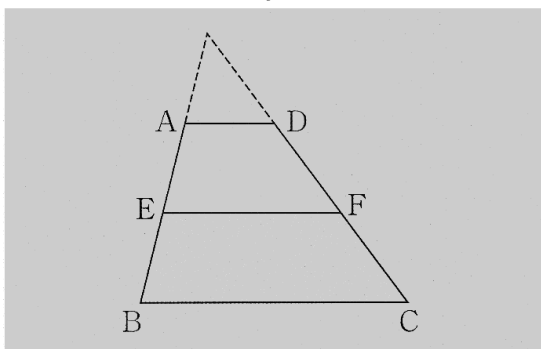
ウ



エ



オ



問2 次に、問題 I の台形 ABCD を使って別の問題をつくることになり、太郎は、問題 II をつくった。問題 II に答えなさい。

(問題 II) 問題 I の台形 ABCD の辺 AB 上に点 G を、辺 CD 上に点 H を、 $GH \parallel AD$ 、 $GH = 7 \text{ cm}$ になるようにとる。このとき、 $\triangle HBC$ の面積は $\triangle GDA$ の面積の何倍になっているか答えなさい。

解答欄

問1	緑がかいた図	
	雄一がかいた図	
問2		

解答

問1

緑がかいた図 エ

雄一がかいた図 イ

問2 5 倍

解説

問2

D から AB に平行な直線をひき GH, BC との交点をそれぞれ P, Q とする。

GH // BC より

$$DP:DQ=(7-4):(12-4)=3:8$$

$$\text{よって } PQ:DP=(8-3):3=5:3$$

△HBC と△GDA の底辺をそれぞれ BC, AD とすると

高さの比は PQ:DP と一致する。

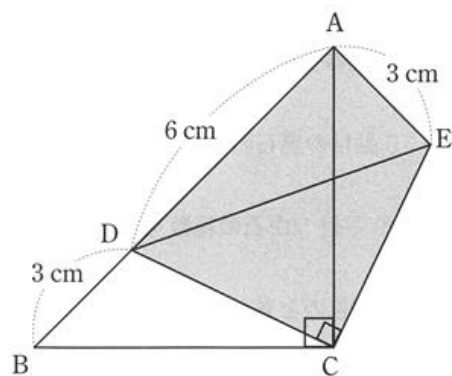
$$\text{よって } \triangle HBC:\triangle GDA=12\times 5:4\times 3=5:1$$

したがって△HBC は△GDA の 5 倍。

【問 42】

右の図で、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle EDC$ はともに直角二等辺三角形である。 $AD=6\text{ cm}$ 、 $AE=3\text{ cm}$ 、 $DB=3\text{ cm}$ のとき、四角形 $ADCE$ の面積を求めなさい。

(大分県 2006 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$\frac{81}{4}\text{cm}^2$$

解説

$\triangle DBC$ と $\triangle EAC$ において

$$DC=EC$$

$$BC=AC$$

$$\angle DCB=90^\circ-\angle ACD=\angle ECA$$

2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle DBC \equiv \triangle EAC$$

$$\text{よって四角形 } ADCE = \triangle ACD + \triangle EAC = \triangle ACD + \triangle DBC = \triangle ACB$$

$$AC=BC=\frac{AB}{\sqrt{2}}=\frac{9\sqrt{2}}{2}\text{cm}$$

$$\text{よって求める面積は } \frac{1}{2} \times \left(\frac{9\sqrt{2}}{2} \right)^2 = \frac{81}{4}\text{cm}^2$$

【問 43】

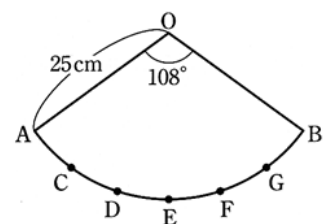
図 I のような、紙でつくった半径 25 cm 、中心角 108° のおうぎ形 OAB がある。

$\widehat{AB}$ を 6 等分した点を、点 A に近い方から、順に C, D, E, F, G とする。

このとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とし、紙の厚さは考えないものとする。

(宮崎県 2006 年度)

図 I



問い 図 I において、 $\widehat{AB}$ の長さを求めなさい。

解答欄

$\widehat{AB} =$	cm
------------------	----

解答

$$\widehat{AB} = 15\pi \text{ cm}$$

解説

$$\begin{aligned} & 2\pi \times 25 \times \frac{108}{360} \\ &= 15\pi \text{ cm} \end{aligned}$$