

4.二次関数と図形関連の複合問題 2012 年度出題

【問 1】

図のように、2 つの関数 $y=ax^2$ (a は正の定数) …①,
 $y=-\frac{1}{2}x^2$ …②のグラフがあります。②のグラフ上に点 A があり、点
A の座標を $(2, -2)$ とします。点 O は原点とします。

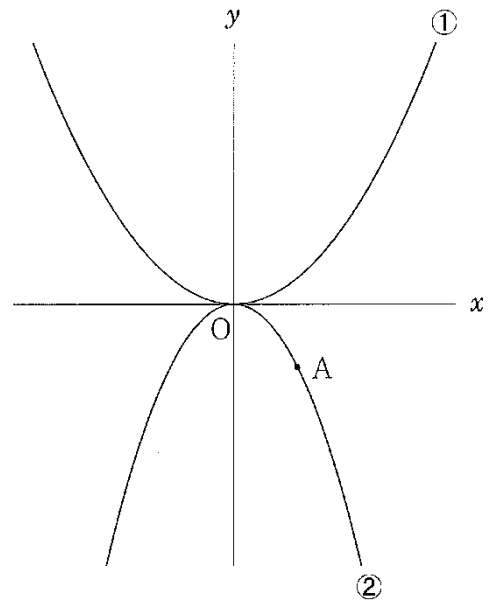
次の問いに答えなさい。

(北海道 2012 年度)

問1 ①のグラフと②のグラフが x 軸について対称であるとき、 a の
値を求めなさい。

問2 ②のグラフ上に x 座標が -4 の点 B をとるとき、2 点 A, B を
通る直線の式を求めなさい。

問3 $a=\frac{1}{6}$ とします。①のグラフ上に x 座標が 6 の点 C をとるとき、 $\triangle OAC$ の面積を求めなさい。



解答欄

問1	$a=$
問2	〔計 算〕 答
問3	〔計 算〕 答

解答

問1 $a = \frac{1}{2}$

問2 例

$$y = -\frac{1}{2} \times (-4)^2 = -8 \text{ より, 点 B } (-4, -8)$$

求める直線の式を $y = ax + b$ とすると,

$$\text{連立方程式} \begin{cases} -2 = 2a + b \\ -8 = -4a + b \end{cases} \text{ を解いて,}$$

$$a = 1, b = -4$$

したがって, 求める直線の式は, $y = x - 4$

答 $y = x - 4$

問3 例

$$y = \frac{1}{6} \times 6^2 = 6 \text{ より, 点 C } (6, 6) \text{ 点 D } (0, 6), \text{ 点 E } (0, -2), \text{ 点 F } (6, -2) \text{ とすると}$$

$\triangle OAC$ の面積は, 長方形 CDEF の面積から 3 つの三角形 $\triangle CDO$, $\triangle OEA$, $\triangle AFC$ の面積をひいたものである。

したがって

$$\triangle OAC = 8 \times 6 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 4 \times 8$$

$$= 48 - 18 - 2 - 16 = 12$$

答 12

解説

問3

正答例の他に, $y = \frac{1}{6}x^2$ において, $x = 6$ のとき $y = \frac{1}{6} \times 6^2 = 6$ よって, C (6, 6)

A, H から y 軸にそれぞれ垂線をひき, y 軸との交点をそれぞれ H, K とする。

H (0, -2), K (0, 6)

$$\triangle OAC = \triangle AKH + \triangle ACK - \triangle OAH - \triangle OCK$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times (6 + 2) + \frac{1}{2} \times 6 \times (6 + 2) - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 8 + 24 - 2 - 18 = 12$$

【問 2】

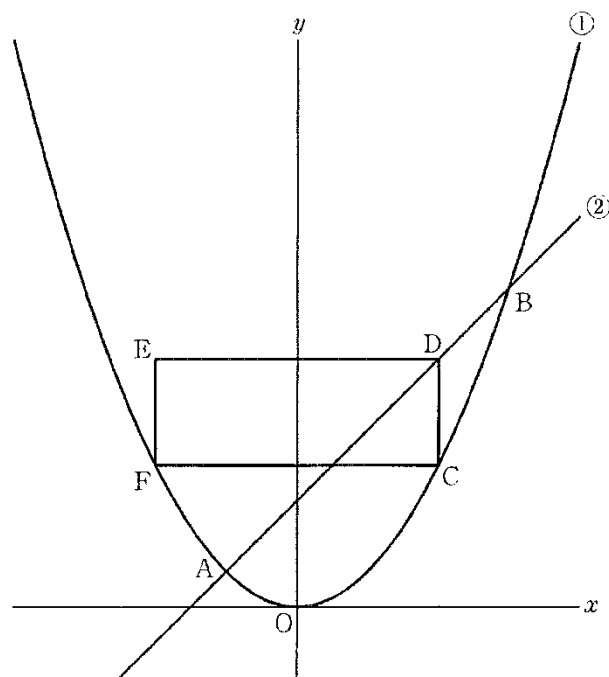
図で、①は関数 $y=ax^2$ のグラフであり、直線②と 2 点 A, B で交わっている。点 A の座標は $(-2, 1)$, 点 B の座標は $(6, 9)$ である。点 C, F は①上に、点 D は②上にあり、四角形 CDEF は、辺 CF が x 軸と平行な長方形である。

次の問1～問3に答えなさい。

(青森県 2012 年度 後期)

問1 a の値を求めなさい。

問2 直線②の式を求めなさい。



問3 $CD:CF=1:2$ のとき、①上の点 C の x 座標を求めなさい。ただし、点 C は原点 O と点 B の間にあるものとする。

解答欄

問1	$a=$
問2	
問3	

解答

問1 $a = \frac{1}{4}$

問2 $y = x + 3$

問3 $2\sqrt{3}$

解説

問3

点 C の x 座標を t ($t > 0$) とおくと、C は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点より、 $C\left(t, \frac{1}{4}t^2\right)$ とおける。

CF と y 軸との交点を H とする。C, F は $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点で、 $CF \parallel x$ 軸より、 $FH = CH = t$ だから、 $CF = 2t$ また、

$CD:CF=1:2$ より、 $CD=t$ よって、 $D\left(t, \frac{1}{4}t^2+t\right)$ とおける。D は $y = x + 3$ 上の点なので $\frac{1}{4}t^2+t = t+3$ $\frac{1}{4}t^2 =$

3 $t^2 = 12$ $t > 0$ より、 $t = 2\sqrt{3}$

【問 3】

下の図で、①は関数 $y=ax^2$ のグラフである。点 A, B, C は①上にあり、点 A の座標は (8, 8) , 点 B の座標は (4, 2) , 点 C の x 座標は -4 である。②は点 A, C を通る直線である。

次の問1～問4に答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

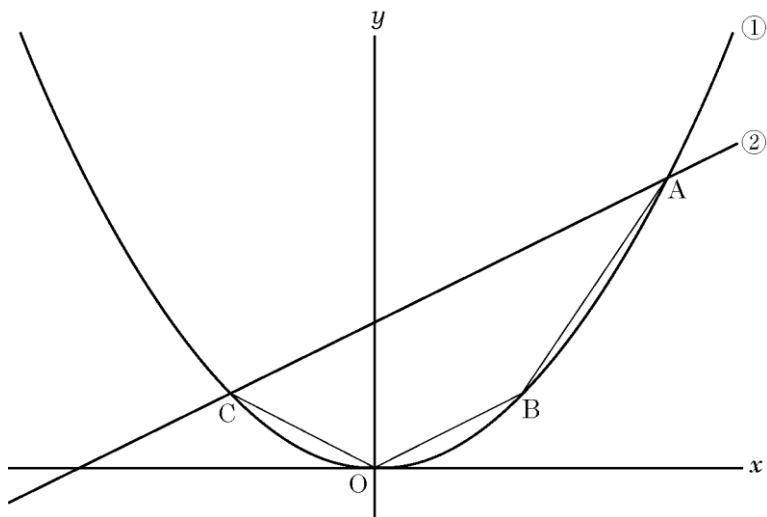
(青森県 2012 年度 前期)

問1 a の値を求めなさい。

問2 直線②の式を求めなさい。

問3 四角形 OBAC の面積を求めなさい。

問4 原点 O を通り、四角形 OBAC の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



解答欄

問1	$a =$
問2	
問3	cm^2
問4	

解答

問1 $a = \frac{1}{8}$

問2 $y = \frac{1}{2}x + 4$

問3 32 cm^2

問4 $y = \frac{3}{2}x$

解説

問3

A から x 軸に垂線をひき、交点を H とする。

また、直線 AC と x 軸との交点を K とする。

それぞれの座標を求めると、H (8, 0), K (-8, 0)

四角形 OBAC の面積 = $\triangle AKH - \triangle CKO - \triangle BOH - \triangle ABH$

$$= \frac{1}{2} \times (8+8) \times 8 - \frac{1}{2} \times 8 \times 2 - \frac{1}{2} \times 8 \times 2 - \frac{1}{2} \times 8 \times (8-4) = 64 - 8 - 8 - 16 = 32 \text{ cm}^2$$

問4

原点 O を通り、四角形 OBAC の面積を 2 等分する直線と直線 AC との交点を P, P の座標を t とする。

$$\triangle OCP = \frac{32}{2} = 16 \text{ より, } \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times t = 16 \quad 8 + 2t = 16 \quad 2t = 8 \quad t = 4$$

P は $y = \frac{1}{2}x + 4$ 上の点より, $y = \frac{1}{2} \times 4 + 4 = 6$ P (4, 6)

よって直線 OP の傾きは $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

求める式は $y = \frac{3}{2}x$

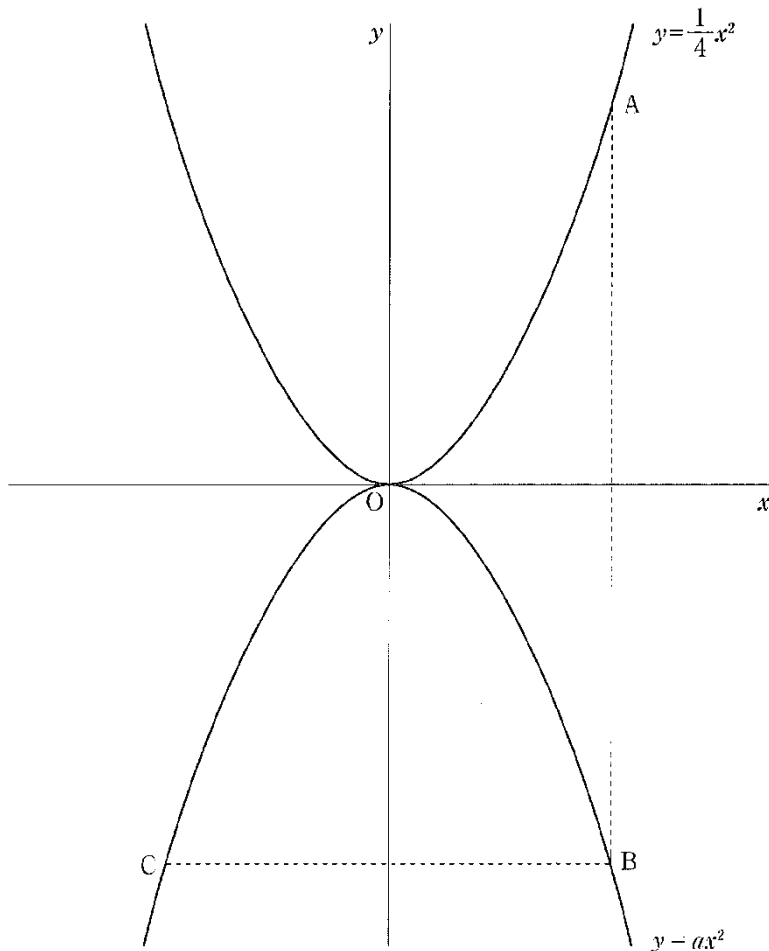
【問 4】

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に点 A があり、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に異なる 2 点 B, C があります。

関数 $y = ax^2$ のグラフは、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフと x 軸について対称です。また、A, B は x 座標が等しく、

B, C は y 座標が等しくなっています。このとき、次の問1, 問2に答えなさい。

(岩手県 2012 年度)



問1 a の値を求めなさい。

問2 線分 AB の長さが線分 BC の長さより 30 長いとき、BC の長さを求めなさい。

解答欄

問1	
問2	

解答

問1 $a = -\frac{1}{4}$

問2 20

解説

問2

A $\left(t, \frac{1}{4}t^2\right)$ とおく。B $\left(t, -\frac{1}{4}t^2\right)$, C $\left(-t, -\frac{1}{4}t^2\right)$ とおける。

$$AB=BC+30 \text{ より, } 2 \times \frac{1}{4}t^2 = 2t+30 \quad t^2-4t-60=0 \quad (t-10)(t+6)=0 \quad t>0 \text{ より, } t=10$$

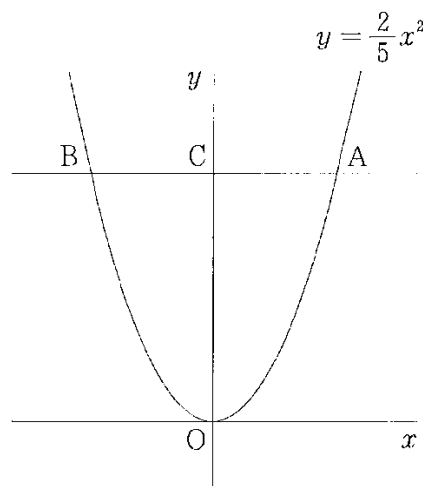
$$\text{よって } BC=2 \times 10=20$$

【問 5】

図のように、 x 軸に平行な直線が、関数 $y = \frac{2}{5}x^2$ のグラフと 2 点 A, B で交わり、 y 軸と点 C で交わっています。

AB=OC のとき、点 A の x 座標を求めなさい。ただし、点 A の x 座標は正の数とします。

(宮城県 2012 年度)



解答欄

解答

5

解説

A の x 座標を t ($t > 0$) とおく。

AB=2t, $OC = \frac{2}{5}t^2$ とおける。

AB=OC より, $2t = \frac{2}{5}t^2$ $2t^2 - 10t = 0$ $2t(t-5) = 0$ $t > 0$ より, $t = 5$

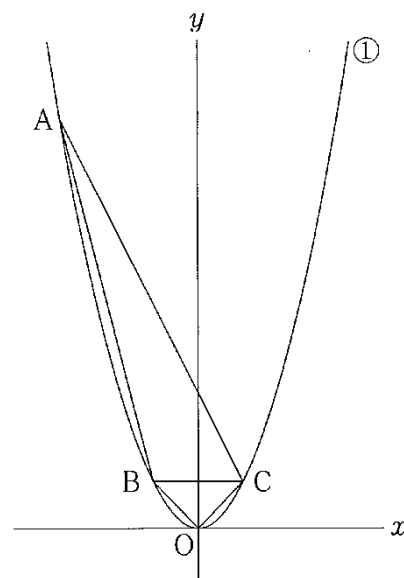
【問 6】

右の図において、①は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフで、3 点 A, B, C は①上の点である。点 A の x 座標が -6 、点 B の x 座標が -2 、点 C の x 座標が 2 であるとき、次の問いに答えなさい。

(山形県 2012 年度)

- (1) 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、次の文の ア ～ ウ にあてはまる数を、それぞれ書きなさい。

x の値が -6 から -2 まで増加するとき、 x の増加量が ア で、 y の増加量が イ であるから、このときの変化の割合は ウ である。



- (2) $\triangle ABC$ の面積は $\triangle BOC$ の面積の何倍になるか、求めなさい。

- (3) ①のグラフ上に点 P をとる。 $\triangle PBC$ の面積が $\triangle BOC$ の面積の 3 倍になるような点 P の x 座標を、すべて求めなさい。

解答欄

(1)	ア		イ		ウ	
(2)	倍					
(3)						

解答

(1) ア 4 イ -16 ウ -4

(2) 8 倍

(3) 4, -4

解説

(2)

A, B, C は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点より, それぞれの x 座標代入して座標を求めると,

A (-6, 18), B (-2, 2), C (2, 2)

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (2+2) \times (18-2) = 32 \quad \triangle BOC = \frac{1}{2} \times (2+2) \times 2 = 4$$

よって $\triangle ABC$ は $\triangle BOC$ の $\frac{32}{4} = 8$ 倍

(3)

$\triangle PBC$ と $\triangle BOC$ において, BC は共通だから, 底辺を BC とすると, 高さの比が面積の比になる。

$\triangle PBC = 3\triangle BOC$ より, $\triangle PBC$ の高さを h とすると, $h = 3 \times 2 = 6$

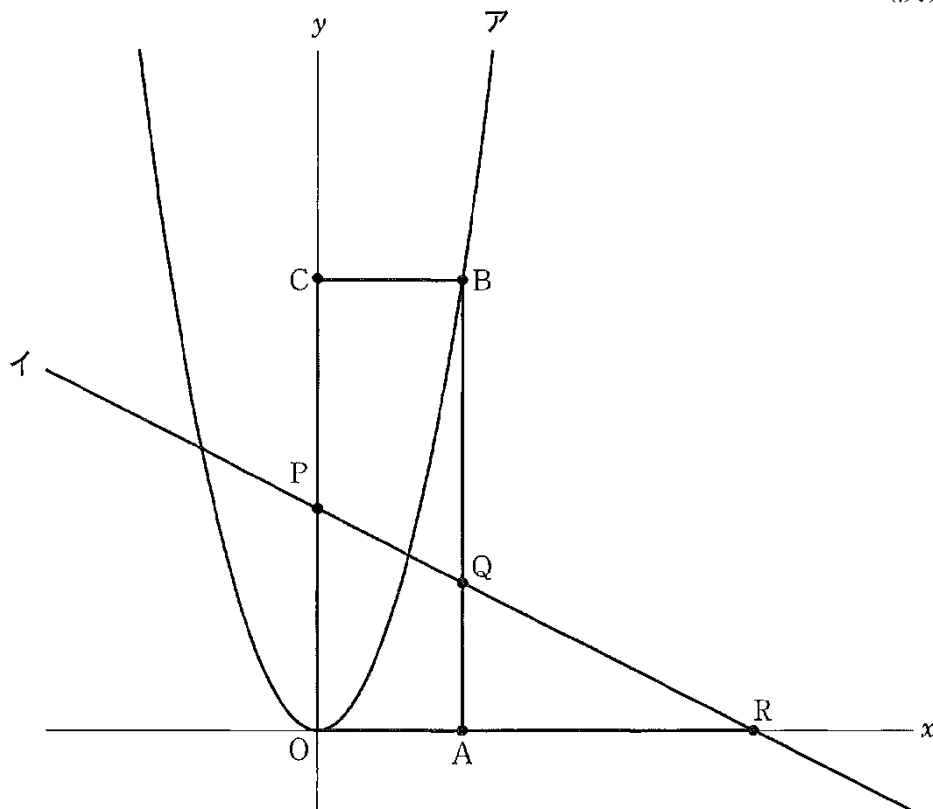
よって点 P の y 座標は $2+6=8$ P は $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点より, $8 = \frac{1}{2}x^2$ 上 $x^2 = 16$ $x = \pm 4$

【問 7】

下の図において、曲線アは関数 $y = ax^2$ のグラフであり、直線イは関数 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ のグラフである。
 点 A の座標は $(2, 0)$ である。また、点 B は曲線ア上の点で、点 C は y 軸上の点であり、四角形 OABC は長方形
 となっている。直線イと、 y 軸、線分 AB、 x 軸との交点を、それぞれ P, Q, R とする。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。ただし、 $a > \frac{3}{4}$ で、O は原点、座標の目盛りの単位は cm とする。

(茨城県 2012 年度)



問1 長方形 OABC の面積が 16 cm^2 のとき、 a の値を求めなさい。

問2 $\triangle ARQ$ と台形 BCPQ の面積が等しいとき、 a の値を求めなさい。

解答欄

問1	$a =$
問2	$a =$

解答

問1 $a=2$

問2 $a=\frac{9}{8}$

解説

問2

点 P, Q, R のそれぞれの座標を求めると, P (0, 3), Q (2, 2), R (6, 0)

点 B は $y=ax^2$ 上の点で, x 座標は 2 より, B (2, $4a$) とおくと, C (0, $4a$) と表せる。

$\triangle ARQ$ = 台形 BCPQ の面積 より

$$\frac{1}{2} \times (6-2) \times 2 = \frac{1}{2} \times (4a-2) \times 2 + \frac{1}{2} \times (4a-3) \times 2 \quad a = \frac{9}{8}$$

【問 8】

図1のように、 $AB=12\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があり、辺 AB の中点を M とする。

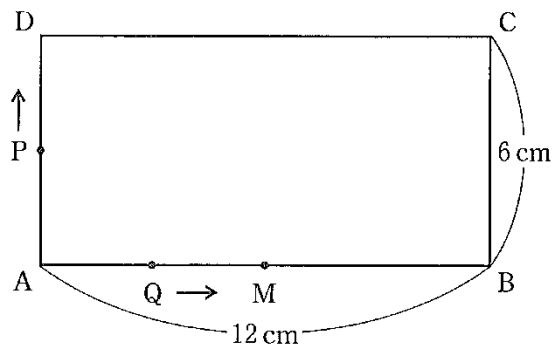
点 P は A を出発し、長方形 $ABCD$ の辺上を毎秒 2 cm の速さで $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ の順に進む。

点 Q は点 P が出発すると同時に A を出発し、辺 AB 上を毎秒 2 cm の速さで A から M へ進み、 M に着いたら t 秒間停止する。その後、点 Q は毎秒 $a\text{ cm}$ の速さで M から B へ進む。

このとき、点 P は C に、点 Q は B に同時に着く。点 Q はそこで停止し、点 P はその後 B まで進んで停止する。

次の問1、問2、問3に答えなさい。

図1



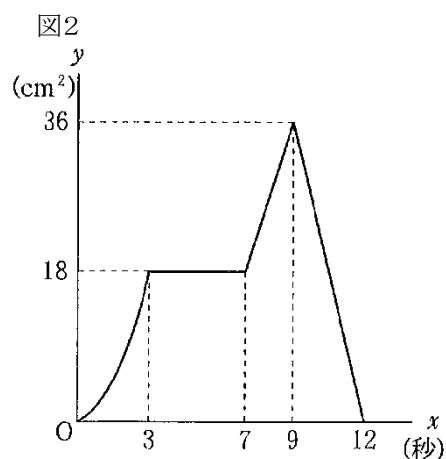
(栃木県 2012 年度)

問1 点 P が A を出発してから 1 秒後の $\triangle APQ$ の面積を求めなさい。

問2 図2のグラフは、点 Q が M で 4 秒間停止したとき、2 点 P 、 Q が A を出発してから x 秒後の $\triangle APQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ として、 x と y の関係を表したものである。ただし、2 点 P 、 Q が一致するとき、 $y = 0$ とする。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 点 Q が M から B へ進む速さは毎秒何 cm か。



(2) 点 P が辺 CB 上にあるとき、 $\triangle APQ$ の面積が 12 cm^2 になるのは、点 P が A を出発してから何秒後か。ただし、途中の計算も書くこと。

問3 点 P が A を出発してから 7 秒後に $\triangle APQ$ の面積が 28 cm^2 となるには、点 Q は M で何秒間停止すればよいか。

解答欄

問1	cm ²	
問2	(1)	毎秒 cm
	(2)	答え 秒後
問3	秒間	

解答

問1 2cm²

問2

(1) 毎秒 3cm

(2)

例

点 P が辺 CB 上にあるとき、グラフは 2 点(9, 36), (12, 0) を通る直線である。

このグラフの傾きは-12 であるので、 x と y の関係の式は $y = -12x + b$ と表せる。

グラフは、点 (12, 0) を通るから $b = 144$

したがって $y = -12x + 144$

$y = 12$ となるのは $12 = -12x + 144$

よって $x = 11$

答え 11 秒後

問3 $\frac{3}{2}$ 秒間

解説

問2

(1)

点 Q が M から B へ 2 秒間に 6 cm 進むので、その速さは毎秒 $\frac{6}{2} = 3\text{cm}$

問3

点 P が A を出発してから 7 秒後には、 $2 \times 7 = 14\text{cm}$ 進んでいるので、P は DP = $14 - 6 = 8\text{cm}$ の地点にある。この

とき、 $\triangle APQ = 28\text{ cm}^2$ より、 $\frac{1}{2} \times AQ \times 6 = 28$ $AQ = \frac{28}{3}$ P は C, Q は B に同時につくので、Q は BM = $12 -$

$\frac{28}{3} = \frac{8}{3}\text{ cm}$ を $9 - 7 = 2$ 秒 で進むから、その速さは、 $\frac{8}{3} \div 2 = \frac{4}{3}\text{ cm/秒}$ Q が M で停止する時間を x 秒間とす

ると、 $3 + x + \left(\frac{28}{3} - 6\right) \div \frac{4}{3} = 7$ $x = \frac{3}{2}$ 秒間

【問 9】

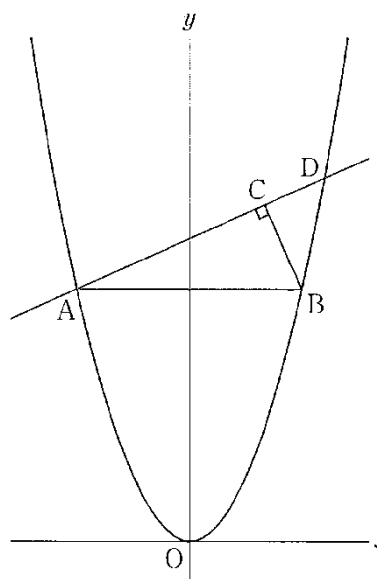
右の図で、曲線は関数 $y=ax^2$ のグラフであり、曲線上に、 x 座標がそれぞれ $-5, 5$ の点 A, B をとります。点 A を通り傾きがこの曲線の式の係数と同じ a である直線と、この曲線との交点を D とします。点 B から直線 AD へ垂線をひいたときの交点を C としたとき、点 C の x 座標は正であり、 $\triangle ABC$ の面積が 20 cm^2 となりました。

このとき、次の各問に答えなさい。ただし、 $a>0$ とし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

(埼玉県 2012 年度)

問1 a の値を求めなさい。

問2 線分 CD の長さを求めなさい。



解答欄

問1	$a =$
問2	$CD =$ cm

解答

問1 $a = \frac{1}{2}$

問2 $CD = \frac{3}{2}\sqrt{5} \text{ cm}$

解説

問1

△ABCにおいて、CからABに垂線をひき、交点をHとする。

$$\triangle ABC = 20 \text{ cm}^2 \text{ より, } \frac{1}{2} \times AB \times CH = 20 \quad \frac{1}{2} \times 10 \times CH = 20 \quad CH = 4 \text{ cm}$$

AH = n cm とすると, BH = $10 - n$ cm とおける。2組の角がそれぞれ等しいので,

△AHC ∽ △CHB だから,

$$AH : CH = CH : BH \quad n : 4 = 4 : (10 - n) \quad n(10 - n) = 16 \quad n^2 - 10n + 16 = 0 \quad (n - 2)(n - 8) = 0 \quad n = 2, 8$$

$$5 < n < 10 \text{ だから, } n = 8 \text{ よって, AD の傾き } a = \frac{CH}{AH} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

問2

$$A\left(-5, \frac{25}{2}\right) \text{ より, } y = \frac{1}{2}x + b \text{ に代入して, } \frac{25}{2} = -\frac{5}{2} + b \quad b = 15$$

$$\text{よって, 直線 AD は } y = \frac{1}{2}x + 15 \text{ 放物線は, } y = \frac{1}{2}x^2$$

$$\text{交点の座標は一致するので, } \frac{1}{2}x + 15 = \frac{1}{2}x^2 \quad x^2 - x - 30 = 0 \quad (x + 5)(x - 6) = 0 \quad x = -5, 6$$

$$D \text{ の } x \text{ 座標は } 6 \quad H \text{ の } x \text{ 座標} = 8 - 5 = 3 \quad \triangle ACH \text{ において三平方の定理より, } AC = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5} \text{ cm}$$

Dから直線ABに垂線をひき、交点をKとする。Kのx座標はDのx座標と等しく、6

$$CH \parallel DK \text{ より, } AC : CD = AH : HK \quad 4\sqrt{5} : CD = 8 : (6 - 3) \quad 8CD = 12\sqrt{5} \quad CD = \frac{3\sqrt{5}}{2} \text{ cm}$$

【問 10】

図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に、 x 座標が 4, y 座標が正となる点 A がある。点 A と y 軸について線対称な点 B をとり、線分 AB を一辺とする正方形 ABCD をかいたところ、線分 CD は関数 $y=ax^2$ のグラフと異なる 2 点 E, F で交わり、 $CD:EF=2:1$ となった。ただし、点 C, E の x 座標は負とする。

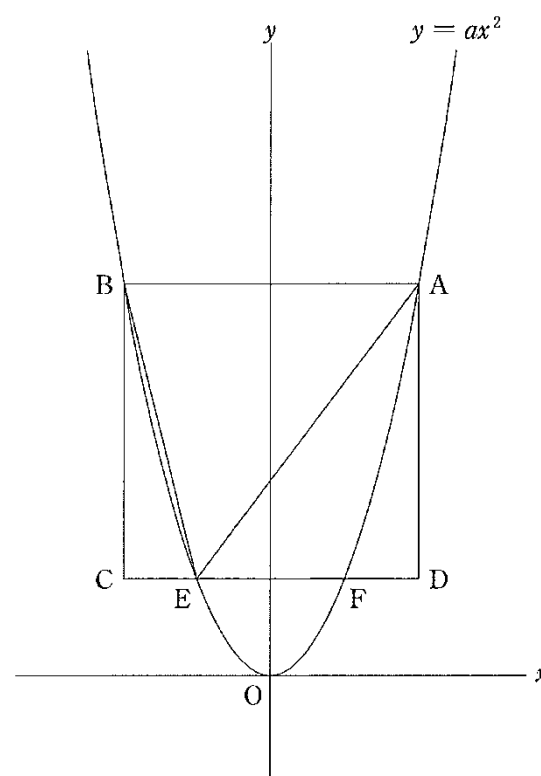
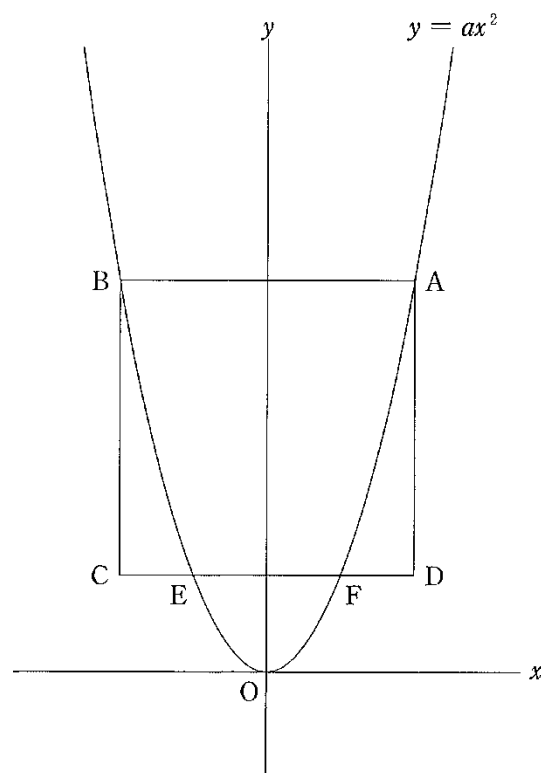
このとき、次の問1, 問2に答えなさい。

(千葉県 2012 年度 前期)

問1 a の値を求めなさい。

問2 y 軸上に点 P をとり、 $\triangle ABE$ と $\triangle APE$ の面積が等しくなるとき、点 P の座標を求めなさい。

ただし、点 P の y 座標は、点 A の y 座標より大きいものとする。



解答欄

問1	$a =$
問2	(,)

解答

問1 $a = \frac{2}{3}$

問2 (0, 16)

解説

問1

$$CD=AB=4 \times 2=8 \quad CD:EF=2:1 \text{ より, } 8:EF=2:1 \quad 2EF=8 \quad EF=4$$

よって, F の x 座標は, $4 \div 2=2$ A, F は $y=ax^2$ 上の点より, y 座標はそれぞれ $16a$, $4a$ とおける。

$AD=AB=8$ で, D の y 座標は F の y 座標と等しいので $4a$

$$\text{よって } 16a-4a=8 \quad 12a=8 \quad a=\frac{2}{3}$$

問2

放物線の式は $y=\frac{3}{2}x^2$ 上の点より, $A\left(4, \frac{32}{3}\right)$, $B\left(-4, \frac{32}{3}\right)$, $E\left(-2, \frac{8}{3}\right)$ 直線 AE の式を求める。

$$\text{傾きは } \left(\frac{32}{3}-\frac{8}{3}\right) \div \{4-(-2)\} = \frac{4}{3}$$

$$\text{直線の式を } y=\frac{4}{3}x+b \text{ において, E の座標を代入すると, } \frac{8}{3}=\frac{4}{3} \times (-2)+b \quad b=\frac{16}{3} \quad y=\frac{4}{3}x+\frac{16}{3}$$

$\triangle ABE=\triangle APE$ で, P は y 軸上の点で y 座標は点 A の y 座標より大きいことから, 点 B を通り AE に平行な直線が y 軸と交わる点が求める点 P となる。

$$\text{直線 BP を } y=\frac{4}{3}x+c \text{ において, B の座標を代入すると, } \frac{32}{3}=\frac{4}{3} \times (-4)+c \quad c=16$$

よって P(0, 16)

【問 11】

右の図において、㊦は関数 $y = -x^2$ 、㊩は関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフである。

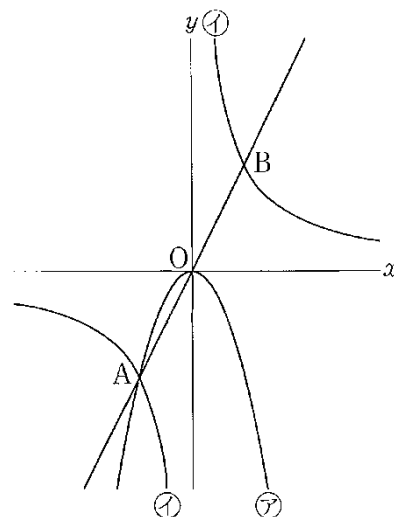
点 A は㊶と㊵の交点であり、 x 座標は -2 である。直線 OA と㊵の交点のうち、A と異なる点を B とする。

(秋田県 2012 年度)

- (1) 関数 $y = -x^2$ において、 x の変域が $-1 \leq x \leq 2$ のとき、 y の変域を求めなさい。

- (2) a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

- (3) x 軸上に、 x 座標が正である点 C をとる。 $\angle ACB = 90^\circ$ になるとき、点 C の座標を求めなさい。



解答欄

(1)	
(2)	〔過程〕 したがって、 $\alpha =$
(3)	(,)

解答

(1) $-4 \leq y \leq 0$

(2)

[過程] 例

点 A は $y = -x^2$ のグラフ上の点であるから, $x = -2$ を代入して, $y = -(-2)^2 = -4$

よって, 点 A の座標は $(-2, -4)$

点 A は $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから, $x = -2, y = -4$ を代入して, $-4 = \frac{a}{-2}$

したがって, $a = 8$

(3) $(2\sqrt{5}, 0)$

解説

(3)

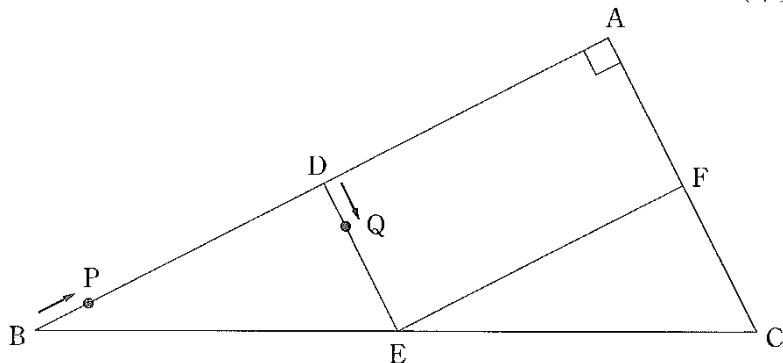
$\angle ACB = 90^\circ$, $OA = OB$ より, 円周角の定理より, 点 C は原点 O を中心とする半径 OB の円と x 軸との交点である。

B $(2, 4)$ だから, 三平方の定理より, $OC = OB = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ C の x 座標は正より, C $(2\sqrt{5}, 0)$

【問 12】

下の図のように、 $\angle A=90^\circ$ 、 $AB=12\text{ cm}$ 、 $AC=6\text{ cm}$ の直角三角形 ABC があり、辺 AB 、 BC 、 CA の中点をそれぞれ D 、 E 、 F とする。点 P は頂点 B を出発し、線分 BA 上を頂点 A まで毎秒 1 cm の速さで、また、点 Q は点 D を出発し、線分 DE 、 EF 、 FC 上を頂点 C まで毎秒 1 cm の速さで動くものとする。2 点 P 、 Q が同時に出発してから x 秒後の $\triangle BPQ$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とするとき、次の問1、問2に答えなさい。ただし、 $x=0$ のとき $y=0$ とする。

(千葉県 2012 年度 後期)



問1 点 Q が線分 DE 上を動くとき、次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) x の変域を求めなさい。

(2) y を x の式で表しなさい。

(3) (1), (2)より、 x と y の関係をグラフで表しなさい。

問2 $\triangle BPQ$ の面積が $\frac{55}{2}\text{ cm}^2$ になるのは、点 Q が点 D を出発してから何秒後か求めなさい。

問1	(1)	$\leq x \leq$
	(2)	$y =$
	(3)	
問2	秒後	

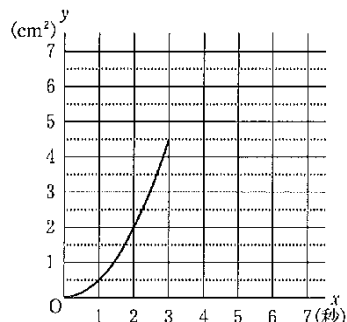
解答

問1

(1) $0 \leq x \leq 3$

(2) $y = \frac{1}{2}x^2$

(3)



問2 11 秒後

解説

問1

(1)

BD=DA, BE=EC より, 中点連結定理から, $DE = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm) Q は毎秒 1 cm で移動するので, Q が DE 上を移動するとき, $0 \leq x \leq 3$

(2)

$0 \leq x \leq 3$ のとき, BP=x cm, DQ=x cm, $\triangle BPQ = \frac{1}{2} \times BP \times DQ = \frac{1}{2} \times x \times x$ よって, $y = \frac{1}{2}x^2$

問2

中点連結定理より, $EF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ cm

よって, Q が EF 上にあるとき, $3 \leq x \leq 9$ このとき, $\triangle BPQ = \frac{1}{2} \times BP \times DE = \frac{1}{2} \times x \times 3 = \frac{3}{2}x$ よって, $y = \frac{3}{2}x$

$y = 55/2$ のとき, $\frac{3}{2}x = \frac{55}{2}$ $x = \frac{55}{3}$ これは x の範囲にないので問題に合わない。

Q が FC 上にあるとき, $9 \leq x \leq 12$

このとき, $\triangle BPQ = \frac{1}{2} \times BP \times AQ = \frac{1}{2} \times x \times (x - 9 + 3) = \frac{1}{2}x(x - 6)$

よって, $y = \frac{1}{2}x(x - 6)$ $y = \frac{55}{2}$ のとき, $\frac{1}{2}x(x - 6) = \frac{55}{2}$ $x^2 - 6x - 55 = 0$ $(x - 11)(x + 5) = 0$

$9 \leq x \leq 12$ より, x=11 秒後

【問 13】

右の図において、直線①は関数 $y=x+2$ のグラフであり、曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。

点 A は直線①と曲線②との交点で、その x 座標は 4 である。点 B は曲線②上の点で、線分 AB は x 軸に平行であり、点 C は線分 AB と y 軸との交点である。

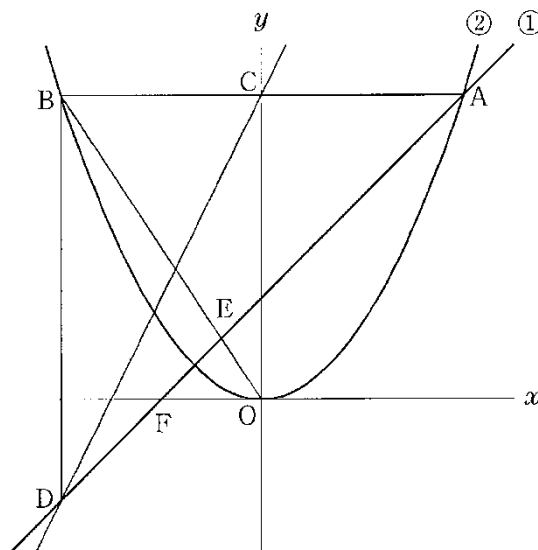
また、点 D は直線①上の点で、線分 BD は y 軸に平行である。原点を O とするとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2012 年度)

問1 曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

問2 直線 CD の式を求め、 $y=mx+n$ の形で書きなさい。

問3 直線①と線分 OB との交点を E、直線①と x 軸との交点を F とするとき、三角形 ABE と三角形 OEF の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。



解答欄

問1	$a=$
問2	$y=$
問3	$\triangle ABE : \triangle OEF =$:

解答

問1 $a = \frac{3}{8}$

問2 $y = 2x + 6$

問3 $\triangle ABE : \triangle OEF = 16 : 1$

解説

問2

B(-4, 6), C(0, 6), D の x 座標は -4 である。

D は $y=x+2$ 上の点より、 $y=-4+2=-2$ D(-4, -2) 直線 CD の傾きは $\{6-(-2)\} \div \{0-(-4)\}=2$ で、切片は 6 より、直線の式は $y=2x+6$

問3

F は $y=x+2$ と x 軸との交点より、 $y=0$ を代入して、 $0=x+2$ $x=-2$ F(-2, 0)

AB // OF より、 $\triangle ABE \sim \triangle FOE$ AB:FO=8:2=4:1 だから、 $\triangle ABE : \triangle OEF = 4^2 : 1^2 = 16 : 1$

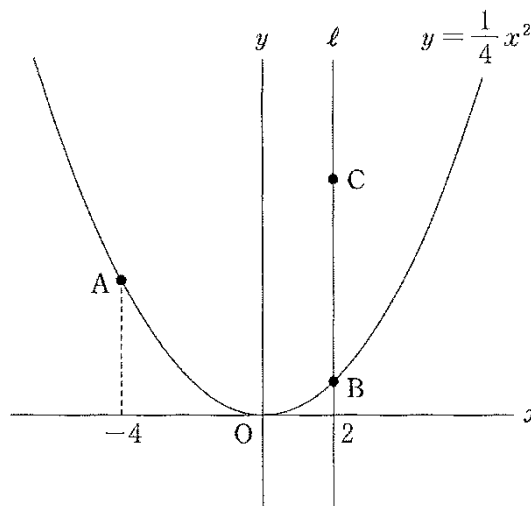
【問 14】

右の図のように、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B がある。
また、点 B を通り y 軸に平行な直線 ℓ 上に点 C がある。

点 A の x 座標が -4 、点 B の x 座標が 2 、点 C の y 座標が正のとき、次の問いに答えなさい。

(富山県 2012 年度)

問1 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ において、 x の変域が $-4 \leq x \leq 2$ のときの
 y の変域を求めなさい。



問2 $\triangle OAB$ の面積と $\triangle OBC$ の面積が等しいとき、点 C の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$\leq y \leq$
問2	(,)

解答

問1 $0 \leq y \leq 4$

問2 (2, 7)

解説

問2

$A(-4, 4)$, $B(2, 1)$ $\triangle OAB = \triangle OBC$ より, $AC \parallel OB$

よって、直線 AC の傾きは直線 OB の傾き $\frac{1}{2}$ と一致する。直線 AC を $y = \frac{1}{2}x + b$ とおく。

点 A を通るので、 $4 = \frac{1}{2} \times (-4) + b$ $b = 6$ 直線 AC は $y = \frac{1}{2}x + 6$

点 C の x 座標は 2 より、 $y = \frac{1}{2} \times 2 + 6 = 7$ よって、 $C(2, 7)$

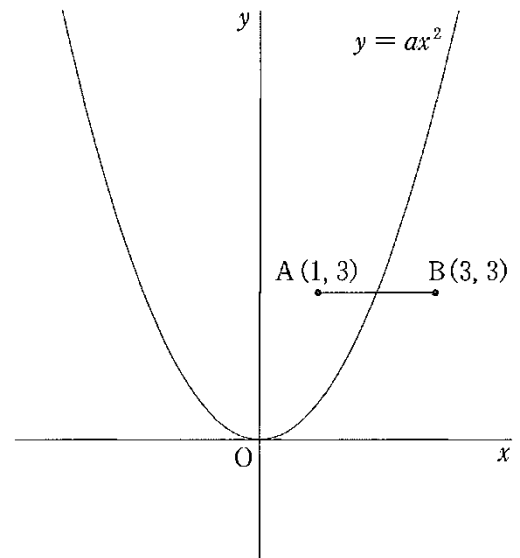
【問 15】

右の図のように、2 点 A (1, 3), B (3, 3) と関数 $y=ax^2$ のグラフがある。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(石川県 2012 年度)

問1 関数 $y=ax^2$ のグラフが線分 AB を通るとき、 a の値の範囲を不等号を用いて表しなさい。



問2 $a=1$ のとき、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に△ABP の面積が 3 となるような点 P をとる。点 P の座標をすべて求めなさい。

問3 $\triangle OAB$ を, x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。なお, 途中の計算も書くこと。

解答欄

問1	
問2	
問3	[計算] 答

解答

問1 $\frac{1}{3} \leq a \leq 3$

問2 $(0, 0), (\sqrt{6}, 6), (-\sqrt{6}, 6)$

問3

〔計算〕

$$\frac{1}{3} \times 9\pi \times 1 + 9\pi \times 2 - \frac{1}{3} \times 9\pi \times 3 = 12\pi$$

答 12π

解説

問2

$$AB = 3 - 1 = 2 \quad \triangle ABP \text{ の高さを } h \text{ とすると, } \triangle ABP = 3 \text{ より, } \frac{1}{2} \times 2 \times h = 3$$

$h = 3$ より, P の y 座標が $3 + 3 = 6$ または $3 - 3 = 0$ のとき $\triangle ABP = 3$ となる。

$$a = 1 \text{ のとき, } y = x^2 \text{ だから, } y = 6 \text{ を代入して, } 6 = x^2 \quad x = \pm \sqrt{6}$$

$$y = 0 \text{ を代入して, } 0 = x^2 \quad x = 0 \quad \text{よって, } P(-\sqrt{6}, 6), (\sqrt{6}, 6), (0, 0)$$

問3

A, B から x 軸にそれぞれ垂線をひき, 交点をそれぞれ H, K とする。

$\triangle OAB$ を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積は,

(AH を底面の半径, 高さを OH とする円すいの体積) + (BK を底面の半径, 高さを HK とする円柱の体積)
− (BK を底面の半径, 高さを OK とする円すいの体積) で求められる。

$$\text{よって, } \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1 + \pi \times 3^2 \times (3 - 1) - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3 = 3\pi + 18\pi - 9\pi = 12\pi \text{ cm}^3$$

【問 16】

右の図のように、2 つの関数 $y=x^2$, $y=\frac{1}{3}x^2$ のグラフがある。
 $y=x^2$ のグラフ上に x 座標が -3 である点 A をとり、 $y=\frac{1}{3}x^2$ の
 グラフ上に y 座標が 3 である点 B をとる。また、直線 AB と x 軸の交
 点を C とする。このとき、次の問いに答えよ。

(福井県 2012 年度)

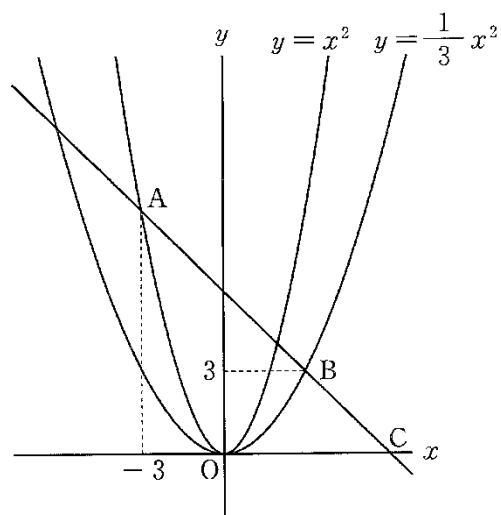
問1 2 点 A , B の座標を求めよ。

問2 直線 AB の方程式を求めよ。

問3 線分 AB の長さは線分 AC の長さの何倍か求めよ。

問4 $\triangle OAB$ の面積を求めよ。

問5 y 軸上に点 $P(0, a)$ をとる。点 P を通り、 x 軸に平行な直線が $\triangle OAB$ の面積を 2 等分するとき、 a の値を求
 めよ。ただし、 $a > 3$ とする。



解答欄

問1	$\begin{cases} A (& , &) \\ B (& , &) \end{cases}$
問2	$y =$
問3	倍
問4	
問5	$a =$

解答

問1 $\begin{cases} A(-3, 9) \\ B(3, 3) \end{cases}$

問2 $y = -x + 6$

問3 $\frac{2}{3}$ 倍

問4 18

問5 $a = 9 - 3\sqrt{3}$

解説

問3

A から x 軸に垂線をひき交点を H とする。また、B から AH に垂線をひき、交点を K とする。

KB // HC より、平行線と線分の比の定理から、 $AB:AC = AK:AH = (9-3):9 = 6:9 = 2:3$

よって、AB は AC の $\frac{2}{3}$ 倍

問4

直線 $y = -x + 6$ と y 軸との交点を D (0, 6) とおく。

$$\triangle OAB = \triangle OAD + \triangle OBD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9 + 9 = 18$$

問5

P(0, a) を通り、 $\triangle OAB$ の面積を 2 等分する直線が $\triangle OAB$ の辺と交わるのは、 $a > 3$ より、OA と AB である。
面積を 2 等分する直線と OA, AB との交点をそれぞれ Q, R とする。

直線 OA は、 $y = -3x$ より $Q\left(-\frac{a}{3}, a\right)$ 、直線 AB は $y = -x + 6$ より、R ($6-a$, a) とおける。

$$\triangle AQR = \frac{1}{2} \times \left(6-a+\frac{a}{3}\right) \times (9-a) \text{ で、この面積が } 18 \times \frac{1}{2} = 9 \text{ より、} \frac{1}{2} \times \left(6-a+\frac{a}{3}\right) \times (9-a) = 9$$

$$\text{整理して、} a^2 - 18a + 54 = 0 \quad (a-9)^2 = 27 \quad a-9 = \pm 3\sqrt{3} \quad a = 9 \pm 3\sqrt{3} \quad 3 < a < 9 \text{ だから、} a = 9 - 3\sqrt{3}$$

【問 17】

下の図において、①は関数 $y=ax^2$ のグラフであり、3 点 A, O, B は①上の点で、点 A の座標は $(-3, 3)$ である。四角形 AOBC は平行四辺形であり、辺 CA と y 軸との交点を D とすると、 $CD:DA=2:1$ である。また、点 C を通り y 軸に平行な直線と、辺 OB との交点を E, AO の延長との交点を F とする。

このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(山梨県 2012 年度)

問1 a の値を求めなさい。

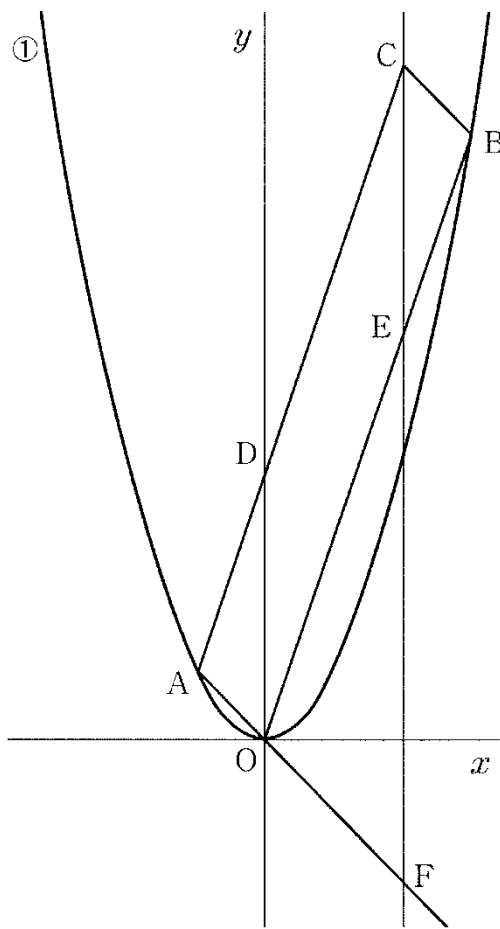
問2 点 C の座標を求めなさい。

問3 $\triangle EOF$ と相似な三角形を 1 つ見つけ、相似であることを証明しなさい。

問4 辺 OB の中点を G とする。このとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 直線 DG の式を求めなさい。

(2) 四角形 DAOG と GBCD の面積の比を求めなさい。



解答欄

問1	$a=$	
問2	(,)	
問3	〔証明〕 $\triangle EOF$ と $\triangle$ _____ において	
問4	(1)	
	(2)	：

解答

問1 $a = \frac{1}{3}$

問2 (6, 30)

問3

〔証明〕

$\triangle EOF$ と $\triangle EBC$ において

対頂角は等しいから

$$\angle FEO = \angle CEB \quad \cdots \textcircled{1}$$

平行線の錯角は等しいから

$$\angle OFE = \angle BCE \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

2組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle EOF \sim \triangle EBC$$

〔証明〕

$\triangle EOF$ と $\triangle CAF$ において

$$\angle EFO = \angle CFA \text{ (共通)} \quad \cdots \textcircled{1}$$

平行線の同位角は等しいから

$$\angle OFE = \angle ACF \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

2組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle EOF \sim \triangle CAF$$

問4

(1) $y = \frac{1}{3}x + 12$

(2) 5:7

解説

問2

A から CF に垂線をひく。y 軸, CF との交点をそれぞれ K, H とする。

DK // CH より, AK:KH=AD:DC 3:KH=1:2 KH=6 よって, 点 C の x 座標は 6

ここで, 四角形 AOBK は平行四辺形なので, A から C, O から B の x 座標, y 座標の増加量は等しくなる。

B の x 座標は 6+3=9 点 B は $y = \frac{1}{3}x^2$ 上の点より,

$$y = \frac{1}{3} \times 9^2 = 27 \quad B(9, 27) \quad C \text{ の } y \text{ 座標} = 3 + 27 = 30 \quad \text{よって, } C(6, 30)$$

問4

(1)

$$DK:CH=AD:AC \text{ より, } DK:(30-3)=1:3 \quad DK=9$$

よって, D の y 座標は 3+9=12 D(0, 12)

OB の中点 G $\left(\frac{9}{2}, \frac{27}{2}\right)$ だから, 直線 DG の式を $y = mx + 12$ とおいて,

$$G \text{ の座標の値を代入すると, } \frac{27}{2} = \frac{9}{2}m + 12 \quad m = \frac{1}{3} \quad \text{よって, 求める式は, } y = \frac{1}{3}x + 12$$

(2)

平行四辺形 AOBK の面積を S とする。

(四角形 DAOG):(四角形 GBCD)

$$=(\triangle DAG + \triangle AOG):(\triangle GCD + \triangle CBG)$$

$$=\left(\frac{1}{3}\triangle GCA + \frac{1}{2}\triangle AOB\right) + \left(\frac{2}{3}\triangle GCA + \frac{1}{2}\triangle COB\right)$$

$$=\left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}S + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}S\right) : \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}S + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}S\right)$$

$$= \frac{5}{12}S : \frac{7}{12}S$$

$$= 5:7$$

【問 18】

図において、①は関数 $y=ax^2$ ($a>0$) のグラフである。2 点 A, B は放物線①上の点であり、点 A, B の x 座標はそれぞれ $-1, 3$ である。

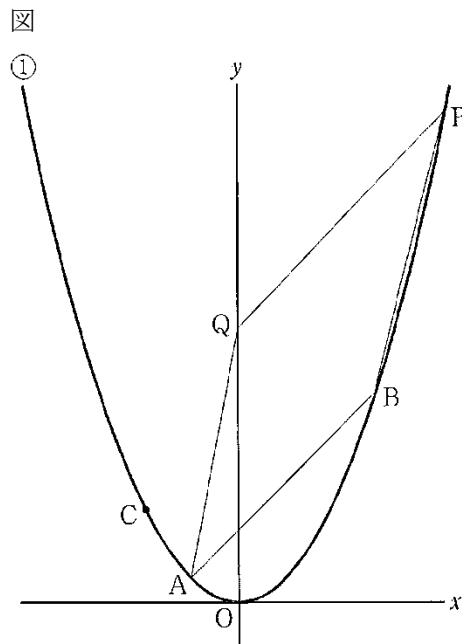
このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(静岡県 2012 年度)

問1 関数 $y=ax^2$ において、 x の値が 3 から 5 まで増加するときの変化の割合を、 a を用いて表しなさい。

問2 点 C は放物線①上の点であり、その x 座標は -2 である。点 C から y 軸に引いた垂線の延長が放物線①と交わる点を D とする。点 D の座標を、 a を用いて表しなさい。

問3 点 P は放物線①上の点であり、その x 座標は 3 より大きいものとする。また、点 P を通り直線 AB に平行な直線と y 軸との交点を Q とする。点 Q の座標が $(0, 10)$ で、四角形 ABPQ が平行四辺形となるときの、 a の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。



解答欄

問1		
問2	D (,)	
問3	[求める過程]	
	答	$a =$

解答

問1 $8a$

問2 D (2 , $4a$)

問3 〔求める過程〕 略

答 $a = \frac{5}{4}$

解説

問3

点 A, B は $y = ax^2$ 上の点より, A (-1 , a), B (3 , $9a$) とおける。

A から Q (0 , 10) まで, x は 1 増加し, y は $10 - a$ 増加している。

四角形 ABPQ が平行四辺形より, B から P へも x が 1 増加し, y が $10 - a$ 増加するので
P の x 座標は $3 + 1 = 4$, y 座標は $9a + 10 - a = 8a + 10$ とおける。

点 P も $y = ax^2$ 上の点より, $8a + 10 = a \times 4^2$ $8a = 10$ $a = \frac{5}{4}$

【問 19】

次の図のように、関数 $y=ax^2\cdots\textcircled{7}$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、点 A の座標が $(6, p)$ 、点 B の座標が $(-4, 4)$ である。

このとき、あとの各問いに答えなさい。

(三重県 2012 年度)

問1 a, p の値を求めなさい。

問2 関数 $\textcircled{7}$ について、 x の値が -4 から 0 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

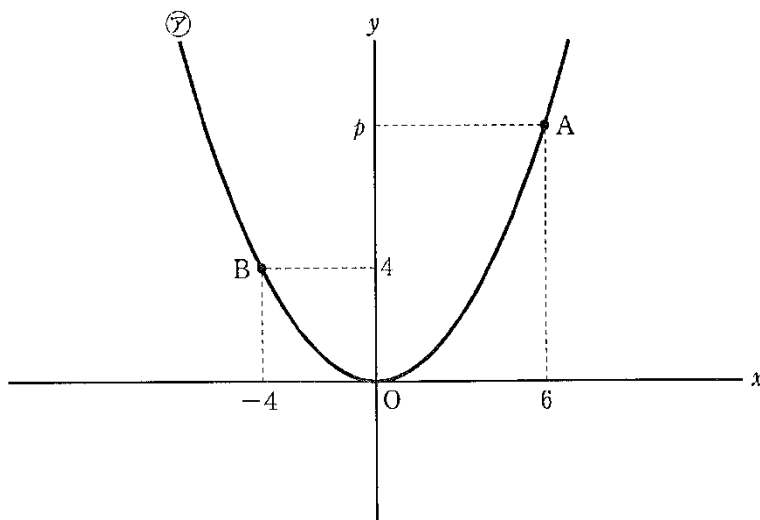
問3 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

問4 原点を O とし、直線 AB が x 軸と交わる点を C とするとき、次の各問いに答えなさい。

(1) $\triangle OBC$ を、 x 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とし、座標の 1 目もりは 1 cm とする。

(2) 原点 O を通り、直線 AB に平行な直線が、関数 $\textcircled{7}$ のグラフと交わる点を D とする。直線 OD 上の $x < 0$ となる部分に点 E をとり、四角形 $ABEO$ をつくる。四角形 $ABEO$ の面積と $\triangle ACD$ の面積が等しくなるとき、点 E の座標を求めなさい。ただし、点 D は原点 O と異なる点とする。



解答欄

問1	$a =$	
	$p =$	
問2		
問3	$y =$	
問4	(1)	cm^3
	(2)	E (,)

解答

問1 $a = \frac{1}{4} \quad p = 9$

問2 -1

問3 $y = \frac{1}{2}x + 6$

問4

(1) $64\pi \text{ cm}^3$ (2) $E(-8, -4)$

解説

問4

(1)

直線 $y = \frac{1}{2}x + 6$ と x 軸との交点の y 座標は 0 より, $y = 0$ を代入して, $0 = \frac{1}{2}x + 6 \quad x = -12$

よって, $C(-12, 0)$ B から x 軸に垂線をひき, 交点を H とする。

$\triangle OBC$ を x 軸を軸として 1 回転させてできる立体は,

底面の半径が $BH = 4 \text{ cm}$ で高さが $CH = 12 - 4 = 8 \text{ (cm)}$ の円すいと,

底面の半径が $BH = 4 \text{ cm}$ で高さが $OH = 4 \text{ cm}$ の円すいを合わせたものになる。

よって, 求める体積は,
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 8 + \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 4 = 64\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

(2)

$(\text{四角形 } ABEO) = \triangle OAB + \triangle OBE, \triangle ACD = \triangle DAB + \triangle DBC$

$(\text{四角形 } ABEO) = \triangle ACD$ で, $AC \parallel DE$ より, $\triangle OAB = \triangle DAB$ だから, $\triangle OBE = \triangle DBC$ であるとよい。

また, $AC \parallel DE$ より, $\triangle DBC = \triangle OBC$ よって,

$\triangle OBE = \triangle OBC$ のときだから, $CE \parallel BO$ となる。

直線 OB の式を求めると, $y = -x$ 直線 CE は傾きが直線 OB と等しく, $C(-12, 0)$ を通ることから,

$y = -x - 12$ E は $y = -x - 12$ と $y = \frac{1}{2}x$ の交点だから,

連立方程式を利用して交点を求めると, $E(-8, -4)$

【問 20】

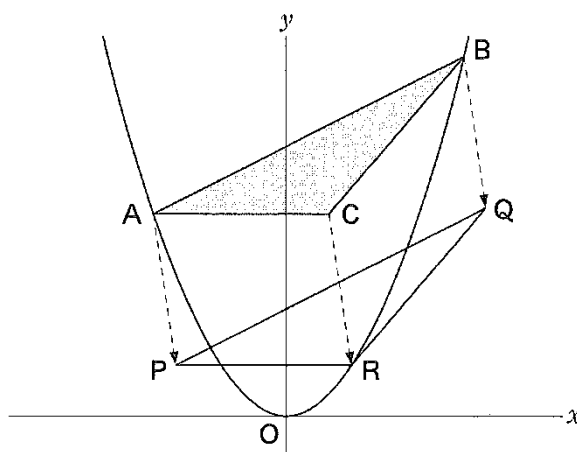
右の図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、点 A の座標は $(-6, 9)$ 、点 B の座標は $(8, 16)$ である。点 A を通り、 x 軸に平行な直線上に、 x 座標が 2 である点 C をとる。また、 $\triangle ABC$ を平行移動させた三角形を $\triangle PQR$ とする。点 P の x 座標は -5 であり、点 R は関数 $y=ax^2$ のグラフ上にある。

このとき、次の問1・問2に答えよ。

(京都府 2012 年度)

問1 a の値を求めよ。また、2 点 A, B を通る直線の式を求めよ。

問2 点 R の座標を求めよ。



解答欄

問1	$a =$
	$y =$
問2	$R\left(\quad, \quad \right)$

解答

問1 $a = \frac{1}{4}$ $y = \frac{1}{2}x + 12$

問2 $R\left(3, \frac{9}{4}\right)$

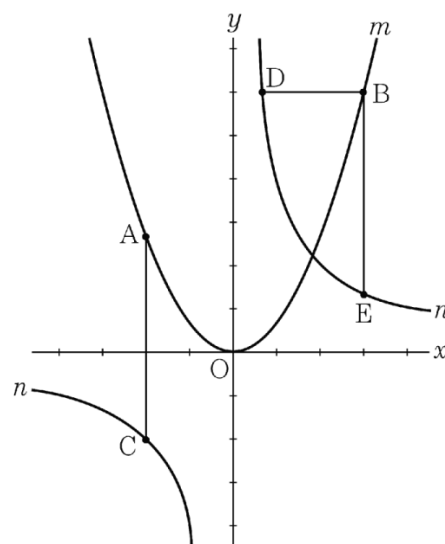
解説

問2

AからPまで、 x 座標は -6 から -5 に 1 増加しているので、CからRまで x 座標は 1 増加するから、Rの x 座標は $2 + 1 = 3$ また、Rは $y = \frac{1}{4}x^2$ 上の点より、 $y = \frac{1}{4} \times 3^2 = \frac{9}{4}$ よって、 $R\left(3, \frac{9}{4}\right)$

【問 21】

右図において、 m は $y = \frac{2}{3}x^2$ のグラフを表す。 n は $y = \frac{a}{x}$ のグラフを表す。 a は $0 < a < 18$ をみたす定数である。 A, B は m 上の点であって、 A の x 座標は -2 であり、 B の x 座標は 3 である。 C, D, E は n 上の点であって、 C の x 座標は A の x 座標と等しく、 D の y 座標は B の y 座標と等しく、 E の x 座標は B の x 座標と等しい。 A と C, B と D, B と E とをそれぞれ結ぶ。 $AC = BE$ であるときの線分 BD の長さを求めなさい。求め方も書くこと。ただし、座標軸の 1 目りの長さは 1 cm であるとする。



(大阪府 2012 年度 後期)

解答欄

〔求め方〕

cm

解答

[求め方]

$$A\left(-2, \frac{8}{3}\right), B(3, 6), C\left(-2, -\frac{1}{2}a\right), E\left(3, -\frac{1}{3}a\right)$$

だから

$$AC = \frac{8}{3} + \frac{1}{2}a \text{ cm}, BE = 6 - \frac{1}{3}a \text{ cm}$$

$$AC = BE \text{ だから } \frac{8}{3} + \frac{1}{2}a = 6 - \frac{1}{3}a$$

これを解くと $a = 4$

よって、D の x 座標は $\frac{2}{3}$

$$\text{したがって } BD = 3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3} \text{ cm}$$

$$\frac{7}{3} \text{ cm}$$

【問 22】

図のように、関数 $y=x+2$ のグラフが、 y 軸と交わる点を A、
2 つの関数 $y=ax^2$ 、 $y=bx^2$ のグラフと交わる 4 点のうち、 x 座
標が正である 2 点をそれぞれ B、C とする。

点 B の x 座標が 2 で、 $\triangle OAB$ の面積と $\triangle OBC$ の面積が
等しいとき、次の問いに答えなさい。ただし、座標軸の単位の
長さは 1 cm とする。

(兵庫県 2012 年度)

問1 図から判断できる a の値と b の値の大きさについて、
正しい組み合わせを次のア～エから 1 つ選んで、そ
の記号を書きなさい。

ア $a < 0, b < 0, a < b$

イ $a < 0, b < 0, a > b$

ウ $a > 0, b > 0, a < b$

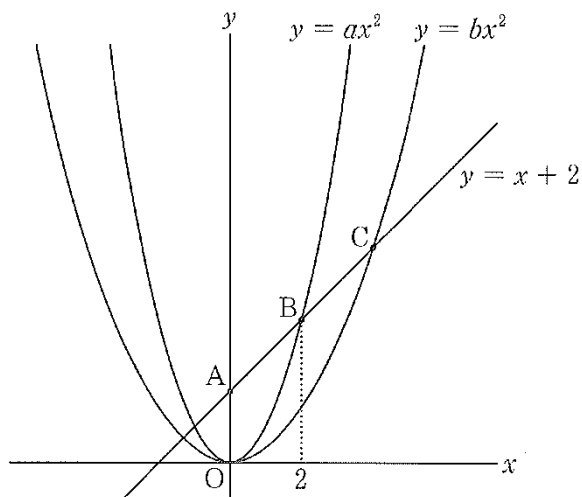
エ $a > 0, b > 0, a > b$

問2 b の値を求めなさい。

問3 $\triangle BCD$ の面積が 8 cm^2 となるように y 軸上に点 D (0, t) をとる。 t の値を求めなさい。

ただし、 $t > 2$ とする。

問4 問3で求めた点 D と 2 点 A、C を頂点とする $\triangle ACD$ を、 y 軸を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何
 cm^3 か、求めなさい。ただし、円周率は π とする。



解答欄

問1	
問2	$b =$
問3	$t =$
問4	cm^3

解答

問1 エ

問2 $b = \frac{3}{8}$

問3 $t = 10$

問4 $\frac{128}{3} \pi \text{ cm}^3$

解説

問3

AB=BC だから, $\triangle ABD = \triangle BCD = 8$ より, $\triangle ACD = 16$ $t > 2$ より, $\frac{1}{2} \times (t-2) \times 4 = 16$ これを解いて, $t = 10$

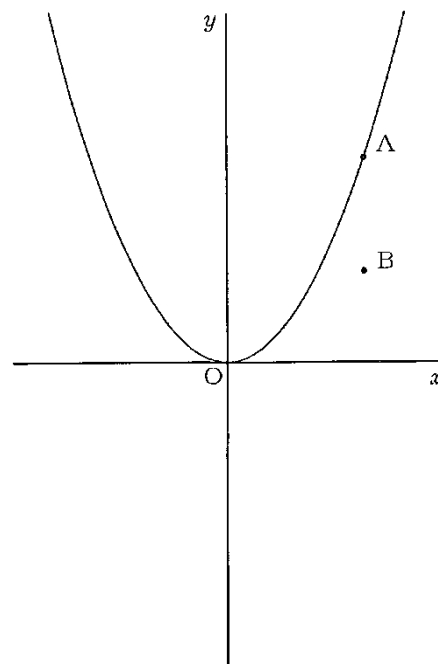
【問 23】

右の図で、放物線は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフである。

点 A は放物線上の点であり、その座標は (6, 9) である。また、点 B の座標は (6, 4) であり、点 O は原点である。各問いに答えよ。

(奈良県 2012 年度)

問1 関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ について、 x の値が 0 から 6 まで増加するときの変化の割合を求めよ。



問2 次のア～エの関数のうち、そのグラフを右の図にかき入れたとき、グラフが線分 AB と交わるものはどれか。ア～エから 1 つ選び、その記号を書け。

ア $y = \frac{1}{4}x$ イ $y = 2x$ ウ $y = \frac{1}{8}x^2$ エ $y = x^2$

問3 点 A を通り x 軸に平行な直線と放物線との交点のうち、A 以外の交点を C とする。 y 軸上に点 P をとり、 $\triangle COB$ の面積と $\triangle COP$ の面積が等しくなるようにする。このとき、点 P の y 座標をすべて求めよ。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 $\frac{3}{2}$

問2 ウ

問3 $-13, 13$

解説

問1

$y = \frac{1}{4}x^2$ において、 $x=0$ のとき $y=0$, $x=6$ のとき $y = \frac{1}{4} \times 6^2 = 9$ よって、変化の割合は、 $\frac{9-0}{6-0} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$

問3

点 C は点 A と y 軸について対称な点となるから、 $C(-6, 9)$ x 軸上に $D(-6, 0)$, $E(6, 0)$ をとると、

$$\triangle COB = (\text{長方形 } CDEA) - \triangle COD - \triangle BOE - \triangle ABC = 9 \times 12 - \frac{1}{2} \times 6 \times 9 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 - \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 39$$

$$\triangle COP = 39 \text{ より, } \frac{1}{2} \times OP \times 6 = 39 \quad OP = 13$$

P は y 軸上の点で原点からの距離が 13 だから、P の y 座標は -13 と 13

【問 24】

図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフと、3 点 A (−2, 0), B (8, 0), C (−2, 2) がある。また、点 P は、 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上の点である。

このとき、次の問1～問4に答えなさい。

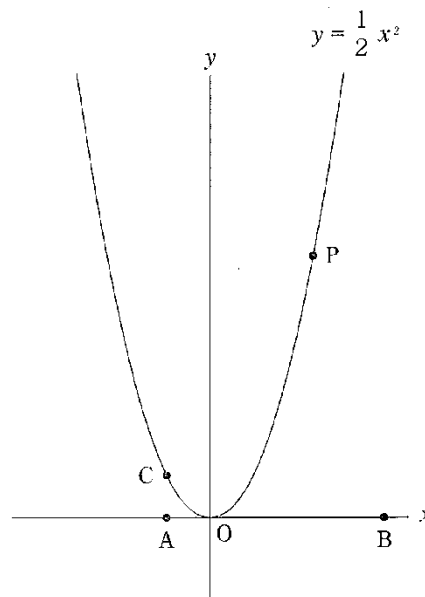
(和歌山県 2012 年度)

問1 x の変域が $-2 \leq x \leq 6$ のとき、 y の変域を求めなさい。

問2 $\triangle PAB$ が $PA = PB$ の二等辺三角形になるとき、P の座標を求めなさい。

問3 P の x 座標が 4 のとき、 $\triangle OCP$ の面積を求めなさい。

問4 $\triangle OCP = \triangle OCB$ となるようにしたい。点 P の位置をどのように決めればよいか、説明しなさい。ただし、P の座標は求めなくてもよい。



解答欄

問1	
問2	P (,)
問3	
問4	

解答

問1 $0 \leq y \leq 18$

問2 $P\left(3, \frac{9}{2}\right)$

問3 12

問4 点 B を通り, OC に平行な直線と, 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフとの交点を P とすればよい。

解説

問2

$\triangle PAB$ が $PA=PB$ の二等辺三角形になるとき, AB の中点を M とすると, 点 P の x 座標と点 M の x 座標は一致する。

$(2+8) \div 2 = 5$, $-2+5=3$ より, M の x 座標は 3

よって, P の x 座標も 3 だから, $y = \frac{1}{2}x^2$ に $x=3$ を代入して, $y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$ $P\left(3, \frac{9}{2}\right)$

問3

P の x 座標が 4 のとき, $y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$ $P(4, 8)$

直線 CP を $y = mx + n$ とおくと, 点 C(-2, 2) を通るので, $2 = -2m + n \cdots \textcircled{1}$

$P(4, 8)$ を通るので, $8 = 4m + n \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ を連立方程式として解くと, $m=1$, $n=4$ より, $y=x+4$

直線 CP と y 軸との交点を D とすると, $D(0, 4)$

$\triangle OCP = \triangle OCD + \triangle OPD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4 + 8 = 12$

【問 25】

次の文章は、パラボラアンテナのしくみについて説明したものである。 に適当な数または式を書き入れなさい。ただし、同じ記号の には、同じ数または式が入る。

(岡山県 2012 年度)

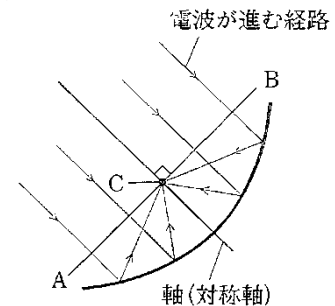
【パラボラアンテナのしくみ】

パラボラアンテナ (図1) は、放物線を軸 (対称軸) のまわりに回転させてできる曲面を使っており、図1の矢印が示す部分に電波を受信するための装置が取り付けられている。図2は、パラボラアンテナが電波を受信するしくみを模式的に表したものである。放物線の軸に平行に進んできた電波は放物線上で反射されて、点 C に集められ、より強い電波として受信される。このとき、電波が線分 AB 上を通過した位置から、放物線上で反射され、点 C に至るまでの経路の長さは、反射された位置に関係なく一定である。さらに、電波の速さは一定なので、同時刻に線分 AB を通過した電波は、同時に点 C に到達する。

図1



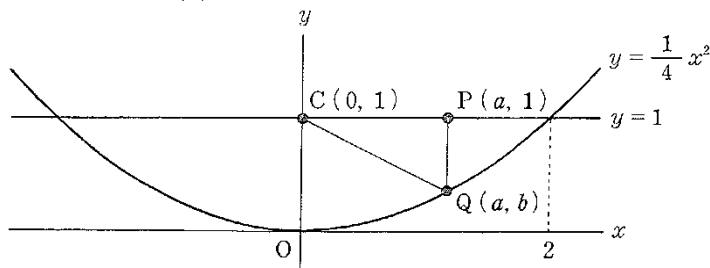
図2



下線部についてグラフを利用した説明

図3のように、直線 $y=1$ および関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に、 x 座標が a である点をそれぞれとり、 $P(a, 1)$ 、 $Q(a, b)$ とする。ただし、 a の変域は、 $0 < a < 2$ とする。点 $C(0, 1)$ とするとき、 $PQ+QC$ の長さが一定であることを示す。

図3



PQ の長さを b を使って表すと、 $PQ = \text{ア}$ …①

$\triangle PQC$ は、 $\angle CPQ = 90^\circ$ の直角三角形なので、三平方の定理から、

$$QC^2 = PC^2 + PQ^2 = a^2 + (\text{ア})^2 \dots ②$$

また、点 Q は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上の点なので、 $a^2 = \text{イ}$ b が成り立つ。

したがって、②から、

$$QC^2 = \text{イ} b + (\text{ア})^2 = (\text{ウ})^2$$

$$QC > 0, \text{ウ} > 0 \text{ であるから, } QC = \text{ウ} \dots ③$$

①、③から、

$$PQ + QC = \text{エ}$$

だから、 a が $0 < a < 2$ の範囲でどのような値をとっても、 $PQ + QC$ の長さは一定である。

解答欄

(ア)	
(イ)	
(ウ)	
(エ)	

解答

(ア) $1-b$

(イ) 4

(ウ) $b+1$

(エ) 2

解説

$PQ=1-b$ …(ア), $PC=a$ と表せるので, $\triangle PQC$ において,

三平方の定理より, $QC^2=PC^2+PQ^2=a^2+(1-b)^2$

$Q(a, b)$ は $y=\frac{1}{4}x^2$ 上の点より, $b=\frac{1}{4}a^2$ $a^2=4b$ …(イ)

よって, $QC^2=4b+(1-b)^2=4b+1-2b+b^2=b^2+2b+1=(b+1)^2$ …(ウ)

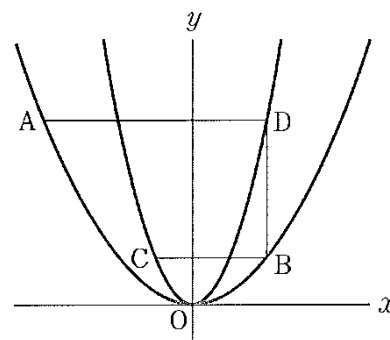
$QC>0$ で, $b+1>0$ より, $QC=b+1$

よって, $PQ+QC=1-b+b+1=2$ …(エ)

【問 26】

右の図のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B, 関数 $y=4x^2$ のグラフ上に 2 点 C, D があります。点 A, C の x 座標は負の数, 点 B, D の x 座標は正の数で, 線分 AD, BC は x 軸に平行, 線分 BD は y 軸に平行です。このとき, 線分 AD の長さは線分 BC の長さの 2 倍となります。このわけを, 点 B の x 座標を a として, a を使った式を用いて説明しなさい。

(広島県 2012 年度)



解答欄

解答

点 B の x 座標は a であるから, 点 B, D の y 座標はそれぞれ a^2 , $4a^2$ である。

このことから, 点 C, A の x 座標はそれぞれ $-\frac{a}{2}$, $-2a$ である。

したがって, $BC = a - \left(-\frac{a}{2}\right) = \frac{3a}{2}$, $AD = a - (-2a) = 3a$ であるから,

線分 AD の長さは線分 BC の長さの 2 倍となる。

【問 27】

図のように、 x 座標がそれぞれ 2, 4 である 2 点 A, B を、関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にとり、 $\angle A = 90^\circ$ で、 $AO = AC$ である直角二等辺三角形 OAC をつくる。また、点 B を通り、線分 BO に垂直な直線が y 軸と交わる点を D とする。問1～問4に答えなさい。

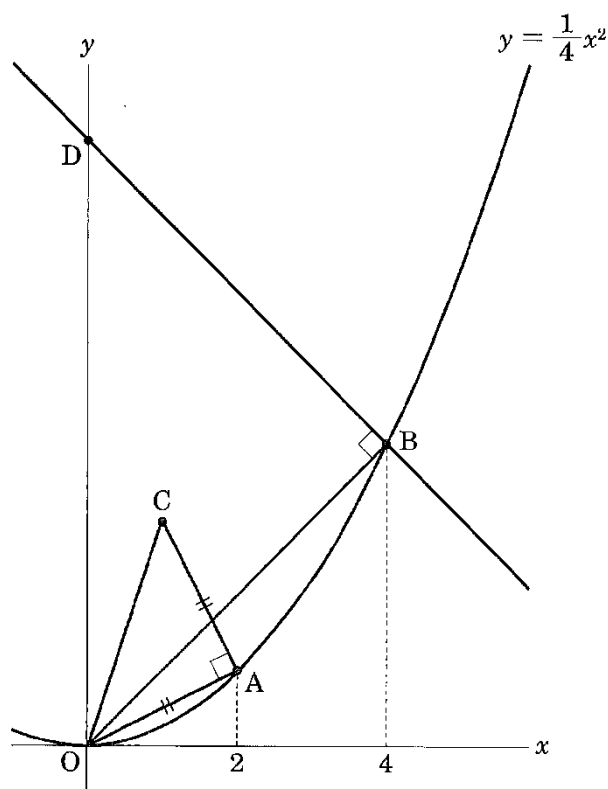
(徳島県 2012 年度)

問1 点 B の y 座標を求めなさい。

問2 直線 BD の式を求めなさい。

問3 点 A を通り、 x 軸に平行な直線と線分 OC との交点を E とするとき、 $\triangle OAE$ の面積を求めなさい。

問4 x 軸に平行な直線 $y = m$ が $\triangle OAC$ の面積を 2 等分するとき、 m の値を求めなさい。



解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	

解答

問1 4

問2 $y = -x + 8$

問3 $\frac{5}{6}$

問4 $3 - \sqrt{3}$

解説

問2

B から x 軸に垂線をひき、交点を H とする。

$\triangle BOH$ は、 $BH = OH = 4$ の直角二等辺三角形だから $OB = 4\sqrt{2}$

$\triangle BOD$ は、 $\angle OBD = 90^\circ$ 、 $\angle BOD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ の直角二等辺三角形なので、 $OD = 4\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 8$
よって、D (0, 8)

B (4, 4) と点 D を通る直線を $y = ax + 8$ とおき、 $x = 4, y = 4$ を代入して、 $4 = 4a + 8$ $4a = -4$ $a = -1$

よって、 $y = -x + 8$

問3

A から x 軸、C から AE にそれぞれ垂線をひき、交点をそれぞれ K, G とおく。

$\triangle OAK$ と $\triangle CAG$ において、 $\angle OKA = \angle CGA = 90^\circ$ 、 $AO = AC$ 、 $\angle OAK = \angle EAK - \angle OAE = 90^\circ - \angle OAE = \angle CAG$

直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので、

$\triangle OAK \cong \triangle CAG$

A (2, 1) より、 $AG = AK = 1$ 、 $CG = OK = 2$ AE と y 軸との交点を J とする。

$OJ \parallel CG$ より、平行線と線分の比の定理から、 $OE : CE = OJ : CG = 1 : 2$

$\triangle OAK$ において、三平方の定理より、

$$AO = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \quad \text{よって、} \triangle OAE = \frac{1}{3} \triangle OAC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \sqrt{5} = \frac{5}{6}$$

問4

$y = m$ と OC, CA の交点をそれぞれ P, Q とおき、CG と PQ の交点を R とおく。

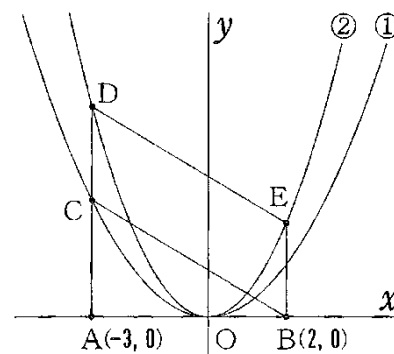
$$\triangle CPQ = \frac{1}{2} \triangle OAC \quad \triangle OAE = \frac{1}{3} \triangle OAC \quad \text{より、} \triangle CEA = \frac{2}{3} \triangle OAC \quad \triangle CPQ : \triangle CEA = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = 3 : 4$$

$$\triangle CPQ \sim \triangle CEA \quad \text{より、} CP : CE = \sqrt{3} : 2 \quad CR : CG = CP : CE = \sqrt{3} : 2 \quad CG = 2 \quad \text{より、} CR = \sqrt{3}$$

$$\text{よって、} m = 1 + 2 - \sqrt{3} = 3 - \sqrt{3}$$

【問 28】

右の図で、点 O は原点であり、2 点 A, B の座標はそれぞれ $(-3, 0)$, $(2, 0)$ である。放物線①は関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ のグラフであり、放物線②は関数 $y = ax^2$ のグラフで、 $a > 0$ である。



点 A を通り、 y 軸に平行な直線をひき、放物線①、放物線②との交点をそれぞれ C, D とする。また、点 B を通り、 y 軸に平行な直線をひき、放物線②との交点を E とする。点 B と点 C 、点 D と点 E をそれぞれ結ぶ。これについて、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(香川県 2012 年度)

(1) 関数 $y = \frac{1}{3}x^2$ について、 x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めよ。

(2) $BC \parallel ED$ であるとき、 a の値を求めよ。

解答欄

(1)	
(2)	$a =$

解答

(1) $\frac{5}{3}$

(2) $a = \frac{3}{5}$

解説

問3

(2)

$B(2, 0)$, $E(2, 4a)$, $C(-3, 3)$, $D(-3, 9a)$ $BE \parallel CD$, $BC \parallel ED$ より、
四角形 $BEDC$ は平行四辺形だから、 $BE = CD$ $BE = 4a$, $CD = 9a - 3$ と表せるので、

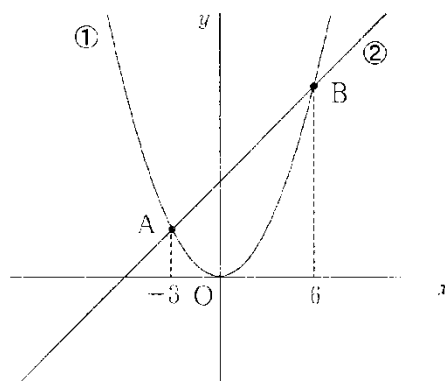
$$4a = 9a - 3 \quad -5a = -3 \quad a = \frac{3}{5}$$

【問 29】

図において、①は関数 $y=ax^2$ のグラフで、②は傾きが 1 の直線である。①と②は 2 点 A, B で交わり、点 A, B の x 座標はそれぞれ $-3, 6$ である。このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(高知県 2012 年度 前期)

問1 定数 a の値を求めよ。



問2 直線②が y 軸と交わる点の座標を求めよ。

問3 線分 OB 上に点 C をとり、点 A と点 C を通る直線を ℓ とする。三角形 ABC の面積が 21 となる時、直線 ℓ の式を求めよ。

解答欄

問1	$a =$
問2	(,)
問3	

解答

問1 $a = \frac{1}{3}$

問2 (0, 6)

問3 $y = -\frac{1}{13}x + \frac{36}{13}$

解説

問1

A, B は $y = ax^2$ 上の点より, A (-3, 9a), B (6, 36a)

直線 AB の傾きが 1 より, 変化の割合も 1 だから, $\frac{36a-9a}{6+3} = 1$ $3a = 1$ $a = \frac{1}{3}$

問2

直線 AB を $y = x + c$ とおく。

A (-3, 3) を通るので, $3 = -3 + c$ $c = 6$ よって, 直線 AB の式は, $y = x + 6$ より, y 軸との交点は (0, 6)

問3

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 27$$

原点と B(6, 12) を通る直線の式は $y = 2x$ だから, C の x 座標を t ($0 \leq t \leq 6$) とすると, C(t , $2t$) とおける。

D(-3, 0), E(t , 0) とおく。

$$\triangle ABC = 21 \text{ のとき, } \triangle AOC = 27 - 21 = 6$$

$\triangle AOC = (\text{四角形 ADEC}) - \triangle OAD - \triangle OCE$ より,

$$(3+2t) \times (3+t) \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times t \times 2t = 6 \quad t = \frac{4}{3}$$

求める直線は, A (-3, 3), C($\frac{4}{3}$, $\frac{8}{3}$) を通る。

$$y = mx + n \text{ において, それぞれの座標を代入すると, } 3 = -3m + n \cdots \textcircled{1} \quad \frac{8}{3} = \frac{4}{3}m + n \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を連立方程式として解くと, } m = -\frac{1}{13}, n = \frac{36}{13}$$

$$\text{よって, 求める式は, } y = -\frac{1}{13}x + \frac{36}{13}$$

【問 30】

図のように、関数 $y=ax^2$ のグラフ上に点 A (4, 4) と点 B があり、点 B と点 A の y 座標は等しい。また、点 C の座標を (6, 2) とする。

このとき、次の問1～問6に答えなさい。

(佐賀県 2012 年度 特色)

問1 a の値を求めなさい。

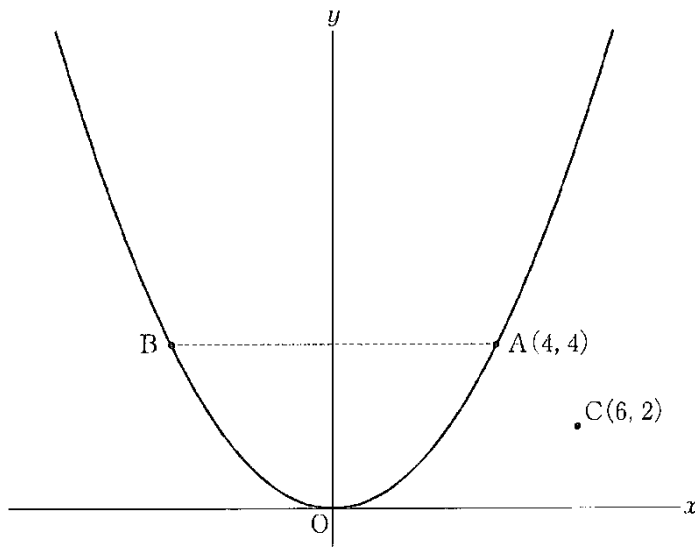
問2 直線 OB の式を求めなさい。

問3 直線 AC の式を求めなさい。

問4 四角形 OCAB の面積を求めなさい。

問5 線分 OB 上に点 D をとり、点 D を通り直線 AB に平行な直線と直線 AC との交点を E とする。四角形 OCAB の面積と四角形 ABDE の面積が等しくなるとき、点 D の座標を求めなさい。

問6 点 C を通り、四角形 OCAB の面積を 2 等分する直線の傾きを求めなさい。



解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	
問5	D (,)
問6	

解答

問1 $\frac{1}{4}$

問2 $y = -x$

問3 $y = -x + 8$

問4 24

問5 D(-1, 1)

問6 $-\frac{1}{9}$

解説

問4

直線 AB と x 軸との交点を K とする。

$0 = -x + 8$ より, $x = 8$ K(8, 0)

(四角形 OCAB の面積) $= \triangle OAB + \triangle OAK - \triangle COK$

$$= \frac{1}{2} \times (4+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times 8 \times 4 - \frac{1}{2} \times 8 \times 2 = 16 + 16 - 8 = 24$$

問5

四角形 ABDE において, $AB \parallel DE \cdots \textcircled{1}$

直線 OB と直線 AB は傾きが -1 で等しいので, $BD \parallel AE \cdots \textcircled{2}$

①, ②より, 2組の向かい合う辺が平行なので, 四角形 ABDE は平行四辺形である。

D から AB に垂線をひき, 交点を H とする。

四角形 ABDE の面積は $8 \times DH = 8DH$ と表せる。

この面積が 24 より, $8DH = 24$ $DH = 3$

よって, D の y 座標は $4 - 3 = 1$ $y = -x$ に $y = 1$ を代入して, $1 = -x$ $x = -1$ これより, D (-1, 1)

問6

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times (4-2) = 8 < \frac{24}{2} \text{ より,}$$

点 C を通り, 四角形 OCAB の面積を 2 等分する直線は線分 OB と交わる。

その交点を P とすると,

$$\triangle OCP = \triangle CBP + \triangle ABC \quad \triangle CBP = \triangle OCP - \triangle ABC = 12 - 8 = 4$$

$$\triangle OCP : \triangle CBP = 12 : 4 = 3 : 1 \text{ より, } OP : PB = 3 : 1$$

P, B から x 軸にそれぞれ垂線をひき, 交点をそれぞれ I, J とする。

$$PI \parallel BJ \text{ より, } OI : OJ = OP : OB \quad OI : 4 = 3 : 4 \quad OI = 3$$

$$\text{同様に } PI = 3$$

よって, P (-3, 3) C (6, 2) より, CP の傾きは $(2-3) \div \{6-(-3)\} = -\frac{1}{9}$

【問 31】

図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B が
あり、 x 座標はそれぞれ -2 , 4 である。

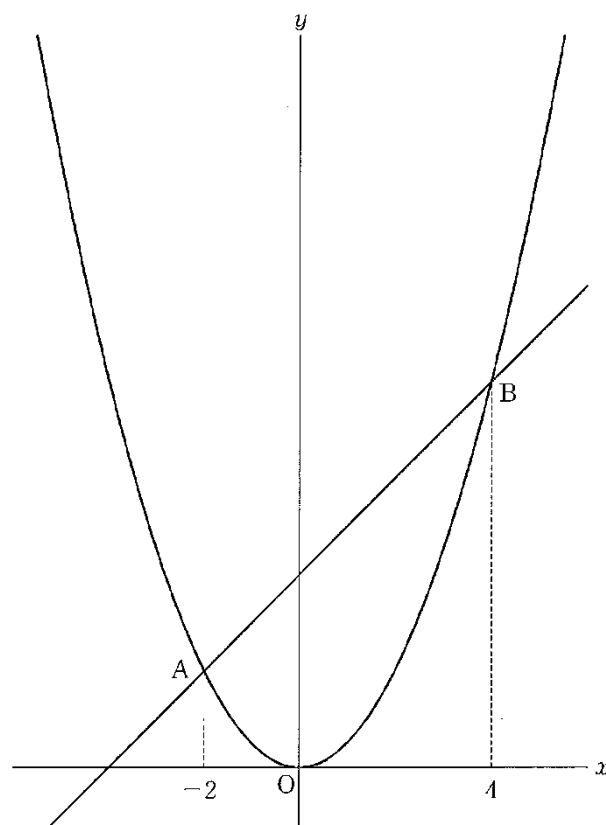
このとき、問1～問4に答えなさい。

(佐賀県 2012 年度 一般)

問1 点 A の y 座標を求めなさい。

問2 直線 AB の式を求めなさい。

問3 $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。



問4 y 軸上に点 C をとり、 $\triangle OAC$ の面積が $\triangle OAB$ の面積と等しくするようにする。ただし、点 C の y 座標は正とする。このとき、(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) 点 C の座標を求めなさい。

(2) 直線 BC 上の x 座標が -2 である点を D とする。このとき、四角形 OCDA を、辺 OC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

解答欄

問1		
問2		
問3		
問4	(1)	C (,)
	(2)	

解答

問1 2

問2 $y=x+4$

問3 12

問4 (1) C (0, 12) (2) 48π

解説

問4

(1) 直線 AB と y 軸との交点を K とすると, K (0, 4)。

$\triangle OAC$ と $\triangle OAB$ において, $\triangle OAK$ は共通な部分だから, $\triangle OAC = \triangle OAB$ のとき, $\triangle ACK = \triangle BKO$

よって, $\frac{1}{2} \times CK \times 2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4$ $CK = 8$ よって, C の y 座標は $4 + 8 = 12$ C (0, 12)

(2) 直線 BC を $y = mx + 12$ とする。

B (4, 8) を通るので, $8 = 4m + 12$ $m = -1$

よって, 直線 BC は $y = -x + 12$

点 D はこの直線上の x 座標が -2 の点より, D (-2 , 14)

A, D からそれぞれ OC に垂線をひき, 交点をそれぞれ J, H とする。

四角形 OCDA を OC を軸として 1 回転させてできる立体は,

(底面の半径 $AJ = 2$, 高さ $OJ = 2$ の円すい) + (底面の半径 $AJ = 2$, 高さ $JH = 14 - 2 = 12$ の円柱)

− (底面の半径 $DH = 2$, 高さ $14 - 12 = 2$ の円すい) で,

2 つの円すいは同じものだから, 求める体積は, 下線の円柱の体積と等しいので, $\pi \times 2^2 \times 12 = 48\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

【問 32】

図1, 図2のように, 関数 $y=x^2$ のグラフ上に, 2 点 A, B があり, A, B の x 座標はそれぞれ 3, -2 である。また, 直線 AB と y 軸との交点を C とする。原点を O とし, 次の問いに答えなさい。

(長崎県 2012 年度)

問1 点 A の y 座標を求めよ。

問2 関数 $y=x^2$ について, x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のときの y の変域を求めよ。

問3 直線 AB の式を求めよ。

問4 $\triangle AOC$ の面積を求めよ。

問5 図2のように, 線分 OC 上に点 P ($0, t$) をとる。 $\triangle AOC$ の面積と $\triangle ABP$ の面積が等しくなるときの t の値を求めよ。

図1

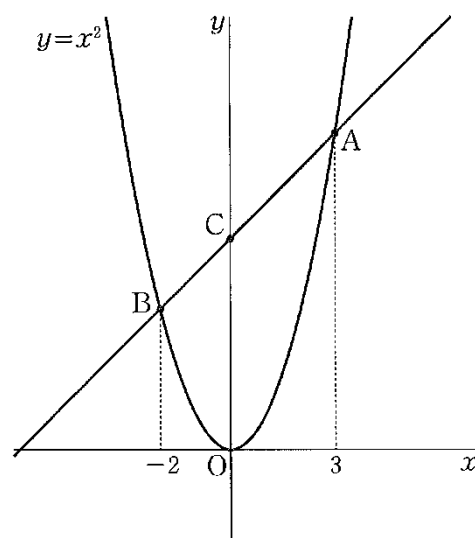
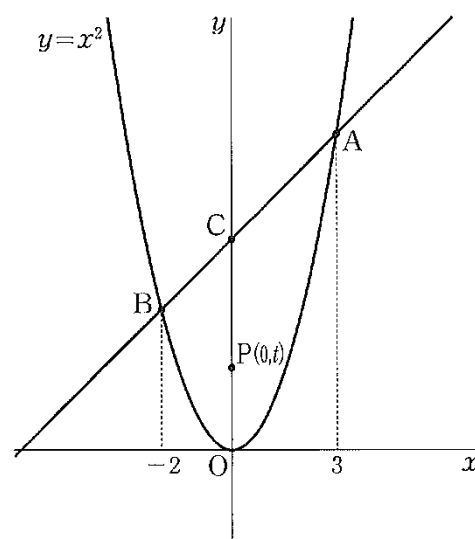


図2



解答欄

問1	
問2	$\leq y \leq$
問3	$y =$
問4	
問5	$t =$

解答

問1 9

問2 $0 \leq y \leq 4$

問3 $y = x + 6$

問4 9

問5 $t = \frac{12}{5}$

解説

問5

$$\triangle ABP = \triangle ACP + \triangle BCP = \frac{1}{2} \times (6-t) \times 2 + \frac{1}{2} \times (6-t) \times 3 = \frac{5}{2} (6-t)$$

$$\triangle AOC = \triangle ABP \text{ より, } \frac{5}{2} (6-t) = 9 \quad 6-t = \frac{18}{5} \quad t = \frac{12}{5}$$

【問 33】

右の図のように、2 つの関数 $y=ax^2$ (a は定数) …①, $y=bx+7$ (b は定数) …② のグラフがある。

点 A は関数①, ②のグラフの交点で, A の座標は $(-4, 4)$ である。2 点 B, C は関数①のグラフ上にあって, B の x 座標は 6, C の x 座標は負で, C の y 座標は B の y 座標より 7 だけ大きい。点 D は関数②のグラフと直線 BC との交点である。

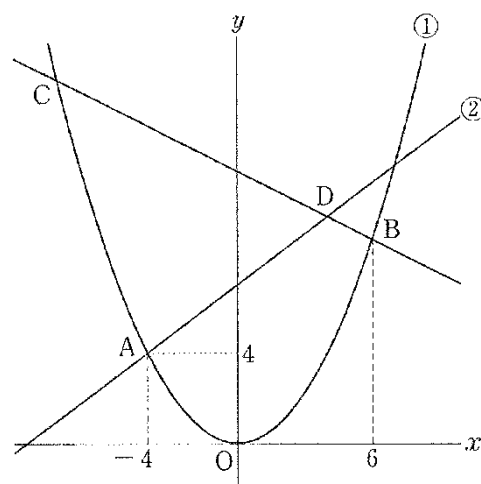
このとき, 次の各問いに答えなさい。

(熊本県 2012 年度)

問1 a, b の値を求めなさい。

問2 直線 BC の式を求めなさい。

問3 線分 CD 上に点 P をとる。△POB の面積が四角形 AOB D の面積と等しくなるときの P の座標を求めなさい。



解答欄

問1	$a =$, $b =$
問2	$y =$
問3	$\left(\quad , \quad \right)$

解答

問1 $a = \frac{1}{4}, b = \frac{3}{4}$

問2 $y = -\frac{1}{2}x + 12$

問3 $\left(-\frac{2}{3}, \frac{37}{3}\right)$

解説

問3

$y = \frac{3}{4}x + 7$ と y 軸との交点を E, $y = -\frac{1}{2}x + 12$ と y 軸との交点を F とする。

$y = \frac{3}{4}x + 7$ と $y = -\frac{1}{2}x + 12$ を連立方程式として解くと, $x = 4, y = 10$

よって, D (4, 10)

四角形 AOB D と $\triangle POB$ において, $\triangle OBD$ は共通なので, $\triangle AOD = \triangle POD$ のとき面積は等しくなる。

よって, $OD \parallel AP$ OD の傾きは $\frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ 直線 AP の傾きも $\frac{5}{2}$ になる。

傾きが $\frac{5}{2}$ で, A (-4, 4) を通る直線の式を求めると, $y = \frac{5}{2}x + 14$

この直線と直線 BC との交点が求める点 P なので, $y = \frac{5}{2}x + 14$ と $y = -\frac{1}{2}x + 12$ を連立方程式として解く。

$x = -\frac{2}{3}, y = \frac{37}{3}$ よって, $P\left(-\frac{2}{3}, \frac{37}{3}\right)$

【問 34】

図のように、関数 $y=x^2$ のグラフ上に x 座標を t とする点 P があり、関数 $y=ax^2$ ($a<0$) のグラフ上に点 $A(-2, -1)$ がある。ただし、 t は正とする。

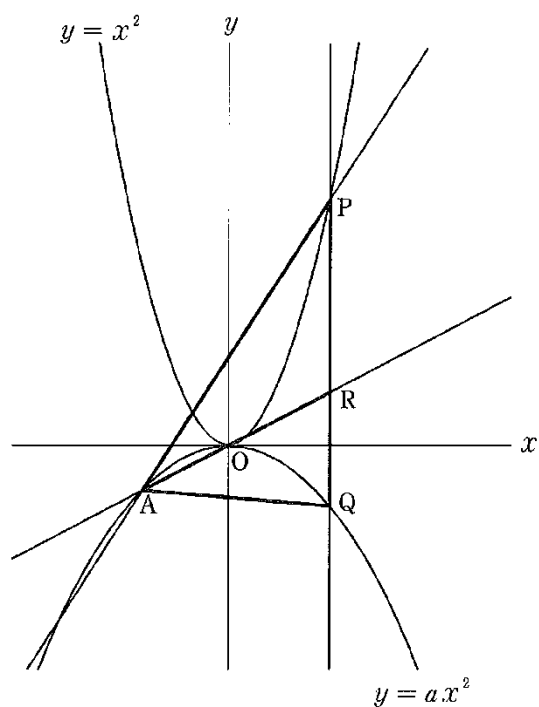
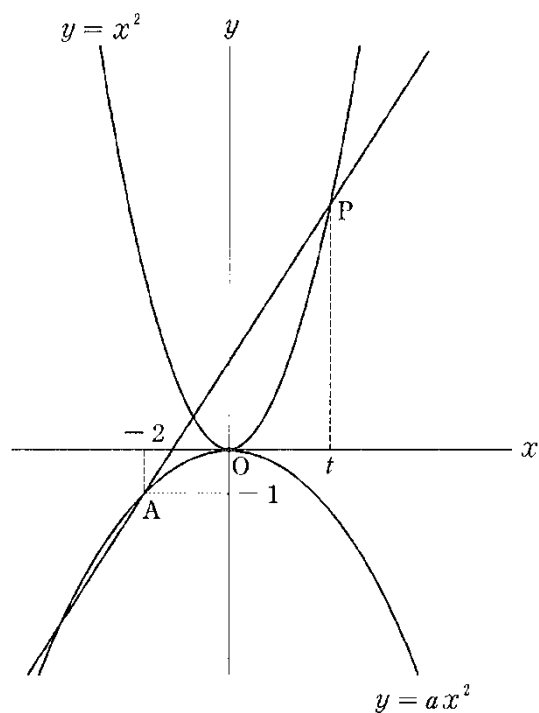
次の問1～問3に答えなさい。

(大分県 2012 年度)

問1 a の値を求めなさい。また、関数 $y=ax^2$ において x の変域が $-2 \leq x \leq 4$ であるときの y の変域を求めなさい。

問2 $t=3$ のとき、直線 AP の式を求めなさい。

問3 右の図のように、点 P を通り y 軸に平行な直線と、関数 $y=ax^2$ のグラフとの交点を Q とする。また、直線 AO と直線 PQ との交点を R とする。 $\triangle APQ$ の面積が $\triangle ARQ$ の面積の 2 倍となるときの t の値を求めなさい。



解答欄

問1	$a =$, y の変域
問2	
問3	$t =$

解答

問1 $a = -\frac{1}{4}$ y の変域 $-4 \leq y \leq 0$

問2 $y = 2x + 3$

問3 $t = \frac{4}{3}$

解説

問3

P, Q, R の x 座標は t で、それぞれ、 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{4}x^2$, $y = \frac{1}{2}x$ 上の点より、

P (t, t^2) , Q $\left(t, -\frac{1}{4}t^2\right)$, R $\left(t, \frac{1}{2}t\right)$ と表せる。

$\triangle APQ = 2\triangle ARQ$ より、 $PQ = 2RQ$ $PR = RQ$

よって、 $t^2 - \frac{1}{2}t = \frac{1}{2}t - \left(-\frac{1}{4}t^2\right)$

整理して、 $3t^2 - 4t = 0$ $t(3t - 4) = 0$ $t > 0$ より、 $t = \frac{4}{3}$

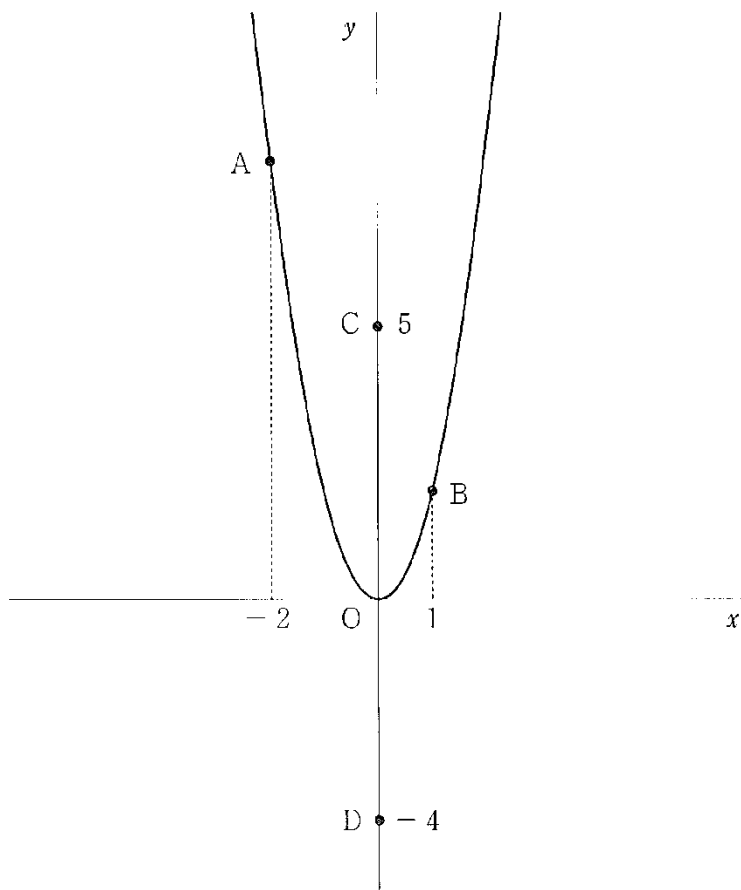
【問 35】

図のように、関数 $y=2x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があり、それぞれの x 座標は $-2, 1$ である。

また、2 点 C (0, 5), D (0, -4) がある。このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2012 年度)

問1 点 A の座標を求めなさい。



問2 関数 $y=2x^2$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 1$ のとき、 y の変域を求めなさい。

問3 x 座標が負の数である点 E を、四角形 BCED が平行四辺形となるようにとる。

この点 E が関数 $y=ax^2$ のグラフ上にあるとき、 a の値を求めなさい。

解答欄

問1	A (,)
問2	$\leq y \leq$
問3	$a =$

解答

問1 $A(-2, 8)$

問2 $0 \leq y \leq 8$

問3 $a = -1$

解説

問3

四角形 $BCED$ が平行四辺形になるような点 E をとる。

$BC \parallel DE$, $BC = DE$ より, E の x 座標は $0 - 1 = -1$, y 座標は $-4 + (5 - 2) = -1$

よって, $y = ax^2$ に代入して, $-1 = a \times (-1)^2$ $a = -1$