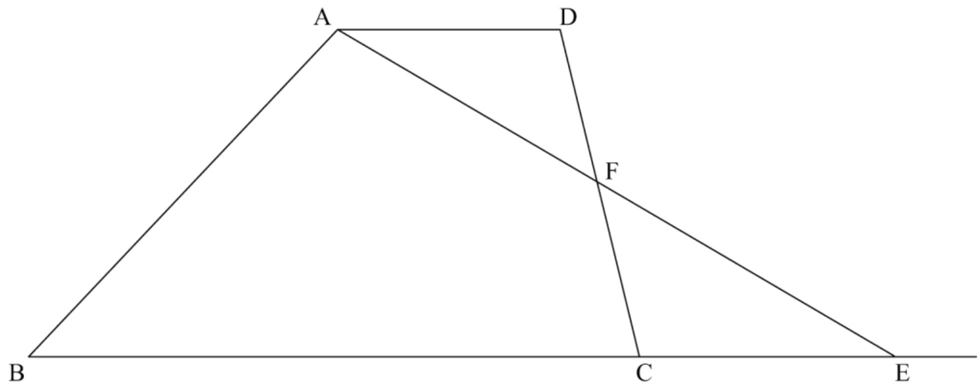
3. 合同の証明と長さ・求積などの複合問題 【2020 年度出題】

【問 1】

次の図のように，AD // BC である台形 ABCD があります。半直線 BC 上で点 C の右側に CE＝AD となる点 E をとり，線分 AE と辺 CD の交点を F とします。

このとき，点 F は辺 CD の中点であることを**証明**しなさい。

（岩手県 2020 年度）



解答欄

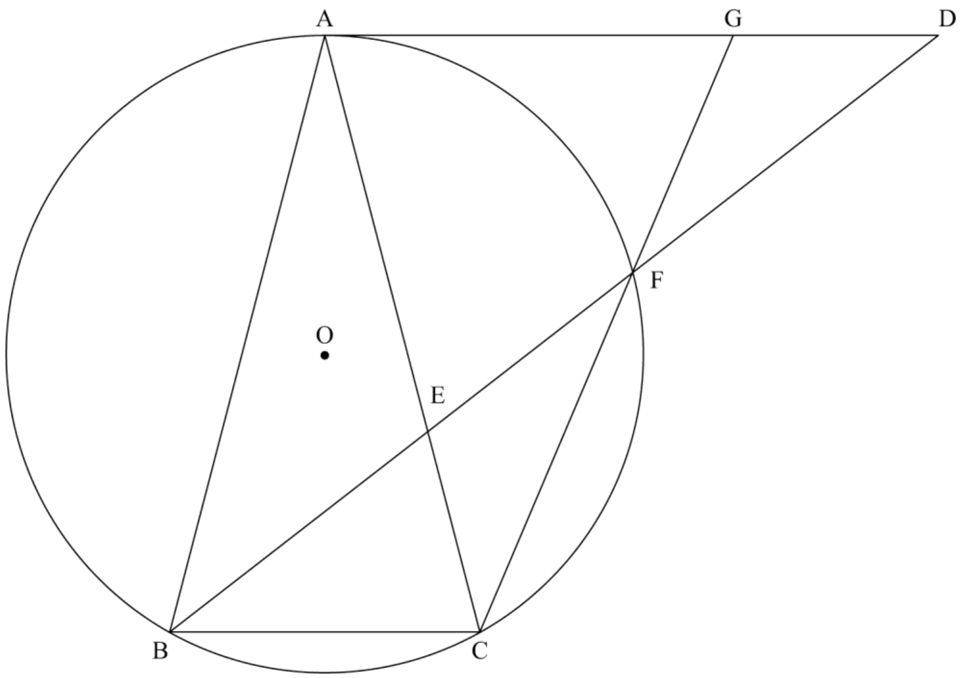
〔証明〕

解答
〔証明〕
△ADF と△ECF において
仮定から
AD＝EC…①
AD // CE より平行線の錯角は等しいから
∠DAF＝∠CEF…②
∠ADF＝∠ECF…③
①，②，③より
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ADF≡△ECF
合同な図形の対応する辺は等しいから
DF＝CF
よって，点 F は辺 CD の中点である。
解説
DF＝CF を示せばよいので△ADF≡△ECF の証明を考える。
仮定より AD＝EC だから，AD//BC を利用して辺 AD，EC の両端の角がそれぞれ等しいことを示す。

【問２】

下の図のように，△ABC は，頂点 A，B，C が，円 O の円周上にあり，AB＝AC である。点 D を，直線 AC について点 B と反対側に，AB＝AD，AD // BC となるようにとる。また，直線 AC と直線 BD との交点を E，円 O と直線 BD との交点のうち点 B とは異なる点を F，直線 AD と直線 CF との交点を G とする。このとき，あとの問いに答えなさい。

（山形県 2020 年度）



問１　△ACG≡△ADE であることを証明しなさい。

問２　AD＝6 cm，BC＝3 cm であるとき，次の問いに答えなさい。

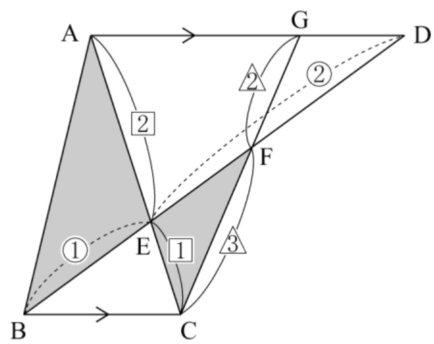
(1)　AE の長さを求めなさい。

(2)　△ABE と△CEF の面積の比を求めなさい。

解答欄

問１	〔証明〕	
問２	(1)	cm
	(2)	:

解答
問１
〔証明〕
△ACG と△ADE において
共通だから
∠CAG＝∠DAE…①
仮定より，AB＝AC，AB＝AD だから
AC＝AD…②
弧 AF に対する円周角は等しいから
∠ACG＝∠ABF…③
△ABD は AB＝AD の二等辺三角形だから
∠ADE＝∠ABF…④
③，④より
∠ACG＝∠ADE…⑤
①，②，⑤より
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△ACG≡△ADE
問２
⑴４　cm
⑵５：２
解説
問１
二等辺三角形や平行線の錯角，同じ弧に対する円周角など
証明に使えそうな条件がたくさんあって考えにくかったかもしれない。
１つ１つ，等しい辺や角に印を付けて考えるとよいだろう。
問２
⑴
AD//BC より，錯角は等しいので，∠ADE=∠CBE，∠EAD=∠ECB である。
二組の角がそれぞれ等しいので
△AED∽△CEB で対応する辺の比は等しく AE：CE＝AD：CB　AE：CE＝6：3＝2：1 である。
AD＝AB＝AC であるから AE＋CE＝6 である。
よって AE＝4 cm
⑵
AD//BC より，⑴と同様に，DE：EB＝2：1 である。
AE＝AG より AG＝4
よって GD＝2,
また，AD//BC より，GF：FC＝2：3 である。
ここで，**問１**より△ACG≡△ADE でありその面積を S とおく。
DE：EB＝2：1 より，△ADE：△ABE＝2：1
S：△ABE＝2：1　△ABE＝$\frac{1}{2}S$ …①
と表すことができる。
また△CEF についても考える。GF：FC＝2：3 より
△ACG：△AFC＝5：3　S：△AFC＝5：3
△AFC＝$\frac{3}{5}S$である。さらに，AE：EC＝2：1 より
△AFC：△CEF＝3：1　$\frac{3}{5}S$：△CEF＝3：1
△CEF＝$\frac{1}{5}S$ …②である。したがって①，②より
△ABE：△CEF＝$\frac{1}{2}S$：$\frac{1}{5}S$＝5：2



【問３】

円の周上に３点Ａ，Ｂ，Ｃがあり，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形である。点Ｂをふくまない方の $\overset{\frown}{AC}$ 上に点Ｄをとり，点Ａと点Ｄ，点Ｂと点Ｄ，点Ｃと点Ｄを結び，線分 AC と線分 BD の交点をＥとする。

下の**図１**，**図２**は，点Ｄを $\overset{\frown}{AC}$ 上のいろいろな位置に動かして調べたときのようすがわかるコンピュータの画面である。ただし，点Ｄは２点Ａ，Ｃ上にはないものとする。

図１

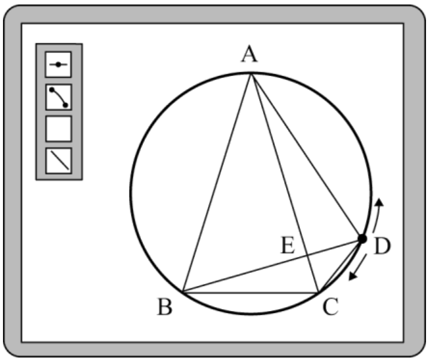
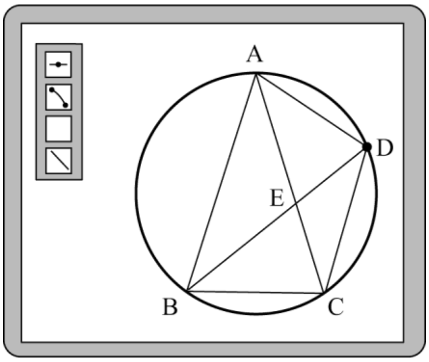


図２



太郎さんと花子さんの次の会話を読んで，あとの**問１**，**問２**に答えなさい。

（茨城県 2020 年度）

（太郎さんと花子さんの会話）

太郎：**図１**，**図２**の中には等しい角がいくつかあるよね。
　　　△ABC は二等辺三角形だから，底角が等しくなるよ。

花子：その他にも等しい角が見つかりそうね。

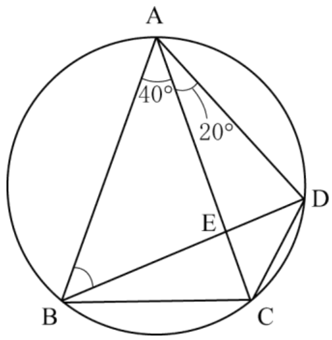
太郎：**図１**，**図２**の中に合同な三角形はないかな。
　　　図２だと，△ABE と△ACD は合同になっているように見えるね。

花子：確かに合同になっているように見えるけど，等しい角とか，何か条件がないと合同とは言えないと思うな。

太郎：(a)<u>∠BAE と∠CAD が等しいときに</u>，△ABE≡△ACD になると思うよ。

問１　右の図３のように，∠BAC＝40°，∠CAD＝20°のとき，∠ABE の大きさを求めなさい。

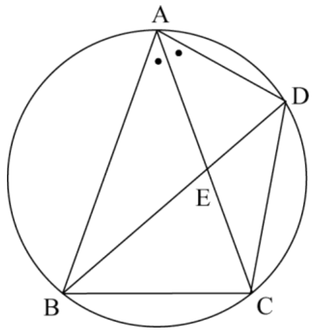
図３



問２　右の図４は，会話文中の下線部(a)について考えるために，∠BAC＝∠CAD となるように点 D をとったものである。

(1)　△ABE≡△ACD であることを証明しなさい。

図４



(2)　AB＝AC＝３ cm，BC＝２ cm のとき，線分 AD の長さを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="2">度</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問２</td><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
</table>

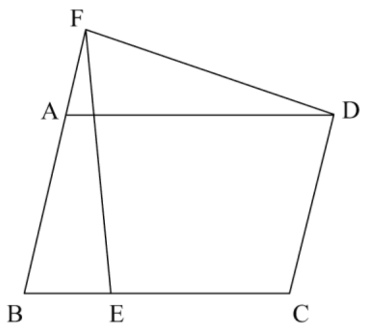
解答
問１50　(度)
問２
⑴
△ABE と△ACD で
仮定から
AB＝AC…①
∠BAE＝∠CAD…②
$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$に対する円周角だから
∠ABE＝∠ACD…③
①，②，③から
１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△ABE≡△ACD
⑵$\frac{5}{3}$　(cm)
解説
問１
AB＝AC より，∠ABC＝(180－40)÷2＝70(度)
円周角の定理から∠CBD＝∠CAD＝20 度
よって∠ABE＝∠ABC－∠CBD＝70－20＝50(度)
問２
⑴
・∠BAC＝∠CAD(仮定)
・AB＝AC(仮定)
・∠ABD＝∠ACD($\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$に対する円周角)
⑵
△ABC と△BEC において
$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角と仮定とから
∠CBD＝∠CAD＝∠BAC
つまり∠BAC＝∠EBC
共通の角だから∠ACB＝∠BCE
２組の角がそれぞれ等しいから
△ABC∽△BEC
よって AC：BC＝BC：EC
$\mathrm{EC}=2^2\div 3=\frac{4}{3}$(cm)
△ABE≡△ACD だから
$\mathrm{AD}=\mathrm{AE}=\mathrm{AC}-\mathrm{EC}=3-\frac{4}{3}=\frac{5}{3}$(cm)

【問 4】

右の図のような，AB＜AD の平行四辺形 ABCD があり，辺 BC 上に AB＝CE となるように点 E をとり，辺 BA の延長に BC＝BF となるように点 F をとる。ただし，AF＜BF とする。

このとき，△ADF≡△BFE となることを証明しなさい。

（栃木県 2020 年度）



解答欄

〔証明〕

解答

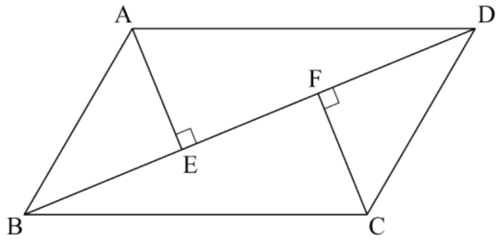
〔証明〕
△ADF と△BFE において
四角形 ABCD は平行四辺形なので
AD // BC より，同位角は等しいから
∠DAF＝∠FBE…①
仮定より　AB＝CE…②
BF＝BC…③
ここで AF＝BF－AB…④
BE＝BC－CE…⑤
②，③，④，⑤より　AF＝BE…⑥
平行四辺形の対辺は等しいから
AD＝BC…⑦
③，⑦より　AD＝BF…⑧
①，⑥，⑧より
2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ADF≡△BFE

【問 5】

右の図のように，平行四辺形 ABCD の頂点 A，C から対角線 BD に垂線をひき，対角線との交点をそれぞれ E，F とします。

このとき，△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。

（埼玉県 2020 年度）



解答欄

〔証明〕

解答

〔証明〕

△ABE と△CDF において

仮定から

∠AEB＝∠CFD＝90°…①

平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいので

AB＝CD…②

また，AB // DC から錯角は等しいので

∠ABE＝∠CDF…③

①，②，③から

△ABE と△CDF は直角三角形で，斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので

△ABE≡△CDF

解説

△ABE と△CDF において

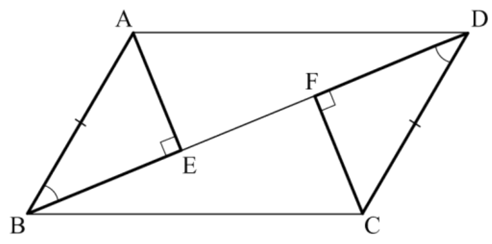
仮定より

∠AEB＝∠CFD＝90°

また，平行四辺形の対辺はそれぞれ等しいから

AB=CD

これらより，2 つの直角三角形の斜辺が等しいことがわかる。

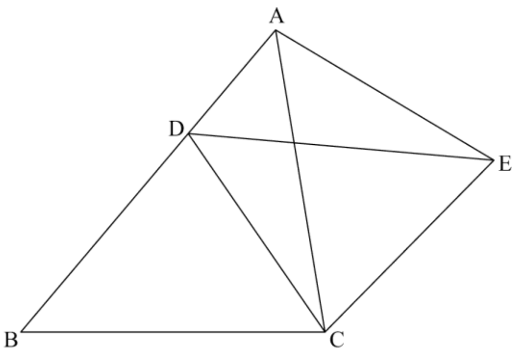


【問 6】

下の図のように，AC＝BC の二等辺三角形 ABC がある。辺 AB 上に２点 A，B と異なる点 D をとり，∠BCA＝∠DCE，CD＝CE となるように点 E をとる。ただし，辺 AC と線分 DE は交わるものとする。また，点 A と点 E を結ぶ。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

（千葉県 2020 年度 後期）



問１ 直線 AC が∠BAE の二等分線となることの証明を，次ページの $\boxed{\quad\quad}$ の中に途中まで示してある。

$\boxed{\text{(a)}}$，$\boxed{\text{(b)}}$ に入る最も適当なものを次ページの**選択肢**の**ア**～**カ**のうちからそれぞれ 1 つずつ選び符号で答えなさい。また，$\boxed{\text{(c)}}$ には証明の続きを書き，**証明**を完成させなさい。ただし，$\boxed{\quad\quad}$ の中の①～⑤に示されている関係を使う場合，番号の①～⑤を用いてもかまわないものとする。

証明

△BCD と△ACE において，

仮定より，BC＝AC…①

CD＝CE…②

∠BCA＝∠DCB…③

また，

∠BCD＝∠BCA－ $\boxed{\text{(a)}}$

∠ACE＝∠DCE－ $\boxed{\text{(a)}}$

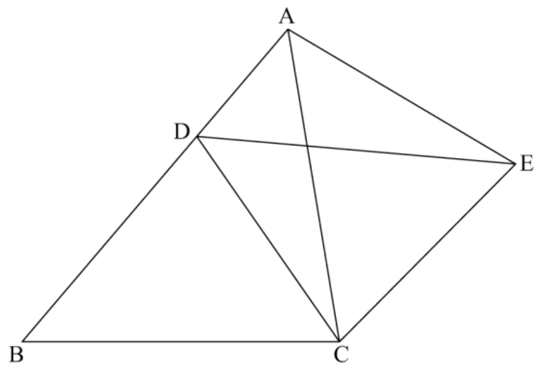
であるから，③より，

∠BCD＝∠ACE…④

①，②，④より，

$\boxed{\text{(b)}}$ がそれぞれ等しいので，

△BCD≡△ACE…⑤



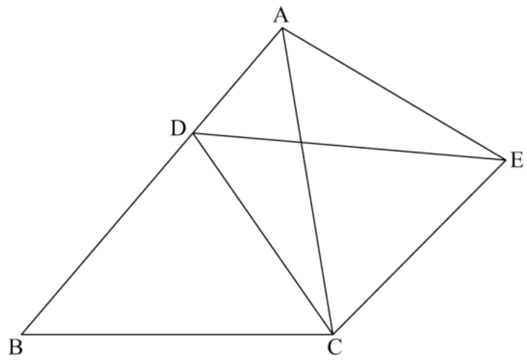
$\boxed{\text{(c)}}$

選択肢

ア　∠BCE	イ　∠DAC	ウ　∠DCA
エ　３組の辺	オ　２組の辺とその間の角	カ　１組の辺とその両端の角

問２　∠CAE＝50°，∠ACD＝20°，CD＝4 cm，AC＝a cm とする。

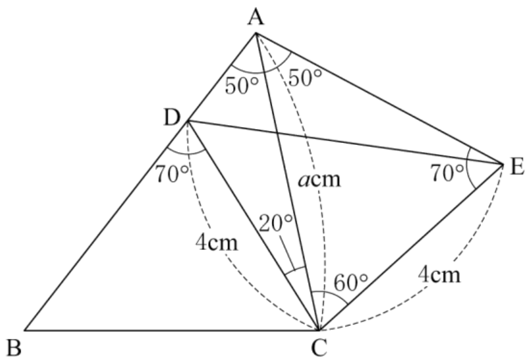
このとき，△ACE の面積を，a を用いて表しなさい。

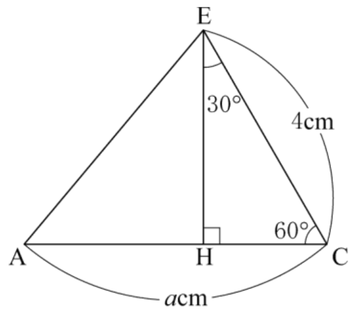


解答欄

問１	(a)	
	(b)	
	(c)	
問２		cm^2

解答
問１
（a）ウ
（b）オ
（c）
⑤より，
∠DBC＝∠EAC…⑥
△ABC は，AC　＝BC の二等辺三角形
であるから，
∠BAC＝∠DBC…⑦
⑥，⑦より，
∠BAC　＝∠EAC
したがって，
直線 AC は∠BAE の二等分線である。
問２ $\sqrt{3}a$ (cm^2)
解説
問２
問１より，∠DAC＝∠CAE＝50°
△ADC において外角の性質より，∠BDC＝∠DAC＋∠ACD＝50°＋20°＝70°
問１より，△BCD≡△ACE だから，∠BDC＝∠AEC＝70°，CD＝CE＝4（㎝）
△ACE において内角の和は 180°だから，∠ACE＝180°－∠CAE－∠AEC＝180°－50°－70°＝60°
△ACE において頂点 E から辺 AC に垂線をおろし，辺 AC との交点を H とする。
△EHC は３つの内角がそれぞれ 30°，60°，90°である直角三角形なので，辺の比の関係から，
$EH : EC = \sqrt{3} : 2 \quad \Rightarrow \quad EH : 4 = \sqrt{3} : 2 \quad \Rightarrow \quad EH = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
よって，$\triangle ACE = \frac{1}{2} \times a \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3}a\ (\text{cm}^2)$



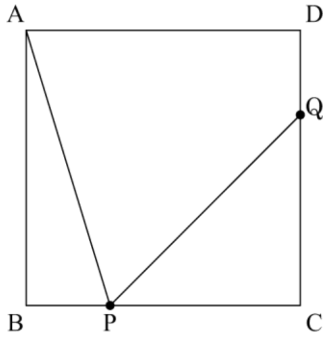


【問 7】

右の**図１**で，四角形 ABCD は正方形である。点 P は辺 BC 上にある点で，頂点 B，頂点 C のいずれにも一致しない。点 Q は辺 CD 上にある点で，CP＝CQ である。頂点 A と点 P，点 P と点 Q をそれぞれ結ぶ。
次の各問に答えよ。

（東京都 2020 年度）

図１

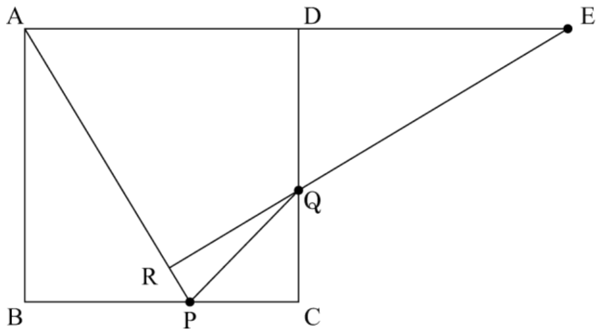


問１　**図１**において，∠BAP＝a° とするとき，∠APQ の大きさを表す式を，次の**ア**～**エ**のうちから選び，記号で答えよ。

ア　$(90-a)$ 度　　**イ**　$(45-a)$ 度　　**ウ**　$(a+45)$ 度　　**エ**　$(a+60)$ 度

問２　右の**図２**は，**図１**において，辺 AD を D の方向に延ばした直線上にあり AD＝DE となる点を E，点 E と点 Q を結んだ線分 EQ を Q の方向に延ばした直線と線分 AP との交点を R とした場合を表している。
次の(1)，(2)に答えよ。

図２



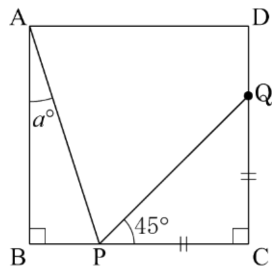
(1)　△ABP≡△EDQ であることを証明せよ。

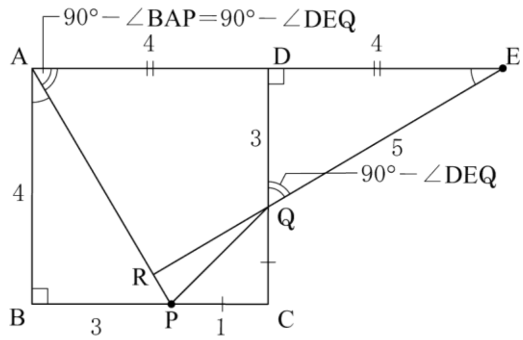
(2)　次の $\boxed{}$ の中の「**お**」「**か**」「**き**」に当てはまる数字をそれぞれ答えよ。
図２において，AB＝4 cm，BP＝3 cm のとき，線分 EQ の長さと線分 QR の長さの比を最も簡単な整数の比で表すと，EQ：QR＝ $\boxed{\text{おか}}$ ： $\boxed{\text{き}}$ である。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">問２</td><td>(1)</td><td colspan="2">〔証明〕
△ABP と△EDQ において，

△ABP≡△EDQ</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td>$\boxed{\text{おか}}$</td><td></td></tr>
<tr><td>$\boxed{\text{き}}$</td><td></td></tr>
</table>

解答
問１ウ
問２
(1)
〔証明〕
△ABP と△EDQ において
仮定から∠ABP＝∠ADQ＝90°
また∠EDQ は∠ADQ の外角で 90°
だから
∠ABP＝∠EDQ＝90° … (1)
仮定から，AB＝AD
AD＝ED
よって，AB＝ED… (2)
また，BP＝CB－CP
DQ＝CD－CQ
仮定から，CB＝CD，CP＝CQ より，
BP＝DQ… (3)
(1)，(2)，(3)より
2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから
△ABP≡△EDQ
(2)
$\boxed{\text{おか}}$ ２５
$\boxed{\text{き}}$ 7
解説
問１


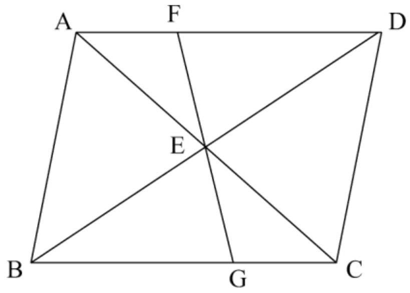
∠APQ は∠APC から∠QPC を引いて求められる。
△ABP の外角だから，∠APC＝∠BAP＋∠ABP＝a° ＋90°
CP＝CQ，∠PCQ＝90° より
△PCQ は直角二等辺三角形だから
∠QPC＝45°
∠APQ＝∠APC－∠QPC＝a° ＋90° －45° ＝a° ＋45°
問２
(2)


△EDQ において
△ABP≡△EDQ より
ED＝AB＝4cm
DQ＝BP＝3cm
∠EDQ＝90° だから
三平方の定理より
$EQ^2＝ED^2＋DQ^2＝4^2＋3^2＝25$
よって，EQ＝5cm
また，△ABP≡△EDQ より
∠BAP＝∠DEQ だから，
∠EAR＝∠BAD－∠BAP＝90°－∠DEQ,
∠EQD＝180°－∠EDQ－∠DEQ
＝90°－∠DEQ より，∠EAR＝∠EQD
さらに，∠E は共通だから
∠REA＝∠DEQ なので，△ERA∽△EDQ
相似比は EA：EQ＝8：5 だから
$\mathrm{ER}＝\mathrm{ED}\times\frac{8}{5}＝4\times\frac{8}{5}＝\frac{32}{5}(\mathrm{cm})$より
$\mathrm{QR}＝\mathrm{ER}－\mathrm{EQ}＝\frac{32}{5}－5＝\frac{7}{5}(\mathrm{cm})$
したがって，$\mathrm{EQ}：\mathrm{QR}＝5：\frac{7}{5}＝25：7$

【問 8】

右の図のように，平行四辺形 ABCD があり，対角線 AC と対角線 BD との交点を E とする。辺 AD 上に点 A，D と異なる点 F をとり，線分 FE の延長と辺 BC との交点を G とする。このとき，△AEF≡△CEG であることを証明しなさい。

（新潟県 2020 年度）



解答欄

〔証明〕

解答

〔証明〕

△AEF と△CEG において，

AD // BC より，∠EAF＝∠ECG …①

また，対頂角より

∠AEF＝∠CEG …②

四角形 ABCD は平行四辺形だから

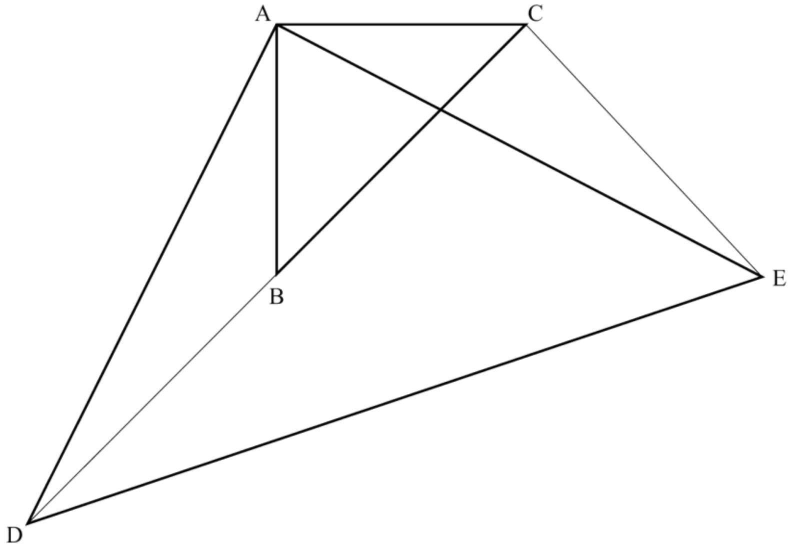
AE＝CE …③

①，②，③より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，

△AEF≡△CEG

【問 9】

下の図で，△ABC は∠BAC＝90°の直角二等辺三角形であり，△ADE は∠DAE＝90°の直角二等辺三角形である。また，点 D は辺 CB の延長線上にある。



次の**問１**，**問２**に答えなさい。

（岐阜県 2020 年度）

問１　△ADB≡△AEC であることを証明しなさい。

問２　AB＝AC＝$\sqrt{2}$cm，AD＝AE＝3 cm のとき，

(1)　DE の長さを求めなさい。

(2)　BD の長さを求めなさい。

解答欄

問１	〔証明〕	
問２	(1)	cm
	(2)	cm

解答

問１

〔証明〕

△ADB と△AEC で

仮定から AD＝AE…①

仮定から AB＝AC…②

仮定から∠DAE＝∠BAC＝90°…③

また∠DAB＝∠DAE－∠BAE…④

∠EAC＝∠BAC－∠BAE…⑤

∠BAE は共通な角だから

③，④，⑤から

∠DAB＝∠EAC…⑥

①，②，⑥から

２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ADB≡△AEC

問２

⑴ $3\sqrt{2}$　cm

⑵ $(-1+2\sqrt{2})$　cm

解説

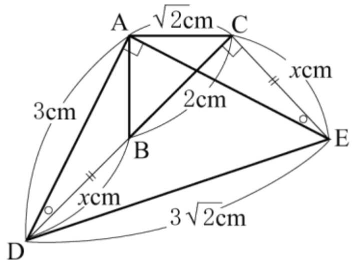
問２

⑴

直角二等辺三角形 ADE より，AD：DE＝$1:\sqrt{2}$

$3:\mathrm{DE}=1:\sqrt{2}$　DE＝$3\sqrt{2}$(cm)

⑵



問１より，△ADB≡△AEC であり，合同な図形の対応する辺は等しいため，BD＝CE＝x(cm)とおける。

また，合同な図形の対応する角は等しいため，∠ADB＝∠AEC

よって，円周角の定理の逆により，４点 A，D，E，C は同一円周上にあることがわかる。

したがって，∠DCE＝∠DAE＝90°

ここで，△CDE において三平方の定理により，$\mathrm{CE}^2+\mathrm{CD}^2=\mathrm{DE}^2$　$\mathrm{CE}^2+(\mathrm{BD}+\mathrm{BC})^2=\mathrm{DE}^2$

$x^2+(x+2)^2=(3\sqrt{2})^2$　$x^2+2x-7=0$　$x>0$ より，$x=-1+2\sqrt{2}$(cm)

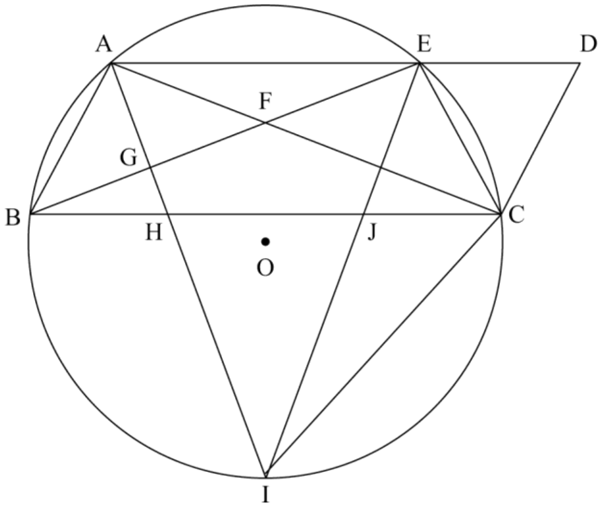
【問 10】

次の図のように，∠BAD ＞ ∠ADC となる平行四辺形 ABCD があり，３点 A，B，C を通る円 O がある。辺 AD と円 O の交点を E，線分 AC と線分 BE の交点を F，∠BAC の二等分線と線分 BE，辺 BC，円 O との交点をそれぞれ G，H，I とする。また，線分 EI と辺 BC の交点を J とする。

このとき，あとの各問いに答えなさい。

ただし，点 I は点 A と異なる点とする。

（三重県 2020 年度）



問１ 次の ［　　］ は，△AHC∽△CJI であることを証明したものである。

［（ア）］ ～ ［（ウ）］ に，それぞれあてはまる適切なことがらを書き入れなさい。

〈証明〉

△AHC と△CJI において，

線分 AI は∠BAC の二等分線だから，∠HAC＝ ［（ア）］ …①

弧 BI に対する円周角は等しいから，［（ア）］ ＝ ∠JCI …②

①，②より，∠HAC＝ ∠JCI …③

平行四辺形の向かい合う辺は平行だから，AD // BC となり，錯角は等しいから，

∠ACH＝ ［（イ）］ …④

弧 CE に対する円周角は等しいから，［（イ）］ ＝ ∠CIJ …⑤

④，⑤より，∠ACH＝∠CIJ …⑥

③，⑥より，［（ウ）］ がそれぞれ等しいので，

△AHC ∽ △CJI

問２ △ADC≡△BCE であることを証明しなさい。

問３ AB＝5 cm，AE＝8 cm，BC＝12 cm のとき，次の各問いに答えなさい。

(1) 平行四辺形 ABCD の面積を求めなさい。

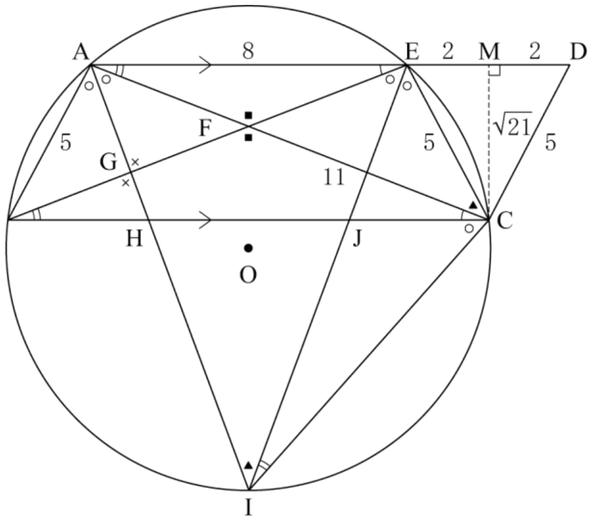
なお，答えに$\sqrt{}$がふくまれるときは，$\sqrt{}$の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。

(2) 線分 BG と線分 FE の長さの比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

問１	（ア）	
	（イ）	
	（ウ）	
問２	〔証明〕	
問３	(1)	cm^2
	(2)	BG：FE＝　　：

解答
問１
(ア) ∠HAB
(イ) ∠CAE
(ウ) ２組の角
問２
〔証明〕
△ADC と△BCE において
平行四辺形の向かい合う辺はそれぞれ等しいから
AD＝BC…①
弧 EC に対する円周角は等しいから
∠CAD＝∠EBC…②
AB // DC より，錯角は等しいから
∠ACD＝∠BAC…③
弧 BC に対する円周角は等しいから
∠BAC＝∠BEC…④
③，④より，∠ACD＝　∠BEC…⑤
三角形の内角の和が 180°であることと，②，⑤から
∠ADC＝∠BCE…⑥
①，②，⑥より
１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△ADC≡△BCE
問３
(1) $12\sqrt{21}$ cm^2
(2) BG：FE＝75：94
解説
問３
(1)
△ADC≡△BCE より
CE＝DC＝AB＝5cm だから
△CED は二等辺三角形である。
C から DE に垂線 CM をひくと，M は ED の中点だから，△CDM に関する三平方の定理より
$\mathrm{CM}^2=\mathrm{CD}^2-\mathrm{DM}^2$
$=\mathrm{CD}^2-\{(\mathrm{AD}-\mathrm{AE})\div 2\}^2$
$=5^2-\{(12-8)\div 2\}^2=21$
CM＞0 より，CM＝$\sqrt{21}$cm　よって
▱ABCD＝BC×CM＝$12\sqrt{21}$(cm^2)



(単位はすべて cm)

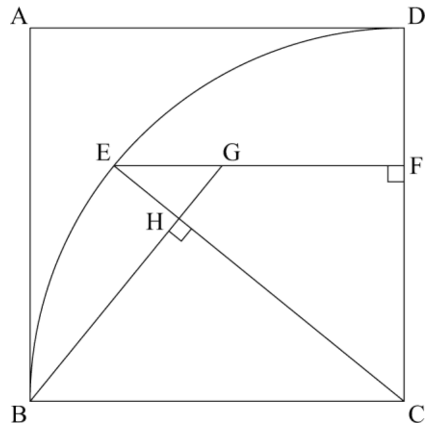
(2)
AD//BC より△AFE∽△CFB で
相似比は AE：CB＝2：3　よって，FE＝$\frac{2}{5}$BE…①
同様に，BH//AD より△BHG∽△EAG で，相似比は BH：EA
ここで，△AMC に関する三平方の定理より，$\mathrm{AC}^2=\mathrm{CM}^2+\mathrm{AM}^2==(\sqrt{21})^2+(12-4\div 2)^2=121$
AC＞0 より，AC＝11cm
AH は∠BAC の二等分線だから，AB：AC＝BH：CH
よって，BH：CH＝5：11　BH＝$\frac{5}{5+11}$BC＝$\frac{5}{16}$BC
AE＝$\frac{2}{3}$AD＝$\frac{2}{3}$BC　したがって，BH：AE＝$\frac{5}{16}:\frac{2}{3}$＝15：32
これより BG：GE＝15：32　BG＝$\frac{15}{47}$BE…②
①，②より，BG：FE＝$\frac{15}{47}:\frac{2}{5}$＝75：94

【問 11】

右図において，四角形 ABCD は 1 辺の長さが 9 cm の正方形である。図形 CDB は，中心角∠BCD の大きさが 90°のおうぎ形である。E は，$\overset{\frown}{\mathrm{DB}}$上にあって D，B と異なる点である。E と C とを結ぶ。F は，E から辺 DC にひいた垂線と辺 DC との交点である。G は線分 EF 上にあって E，F と異なる点であり，G と B とを結んでできる線分 GB は線分 EC に垂直である。H は，線分 GB と線分 EC との交点である。このとき，△CHB∽△EHG である。

円周率をπとして，次の問いに答えなさい。

（大阪府 A 2020 年度）



問１　正方形 ABCD の対角線 AC の長さを求めなさい。

問２　おうぎ形 CDB の面積を求めなさい。

問３　次は，△CHB≡△EFC であることの証明である。$\boxed{\text{ⓐ}}$，$\boxed{\text{ⓑ}}$ に入れるのに適している「**辺または角を表す文字**」をそれぞれ書きなさい。また，ⓒ〔　　〕から適しているものを一つ選び，記号を○で囲みなさい。

〔証明〕

△CHB と△EFC において

おうぎ形の半径だから　BC＝ $\boxed{\text{ⓐ}}$ …㋐

GB⊥EC，EF⊥DC だから　∠CHB＝∠EFC＝90°…㋑

△CHB∽△EHG だから　∠BCH＝∠ $\boxed{\text{ⓑ}}$ …㋒

㋐，㋑，㋒より

ⓒ〔　**ア**　２組の辺とその間の角　　**イ**　直角三角形の斜辺と一つの鋭角　**ウ**　直角三角形の斜辺と他の１辺　〕

がそれぞれ等しいから

△CHB≡△EFC

問４　EF＝7 cm であるときの線分 GF の長さを求めなさい。途中の式を含めた求め方も書くこと。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td>問２</td><td colspan="2">cm^2</td></tr>
<tr><td rowspan="3">問３</td><td>ⓐ</td><td></td></tr>
<tr><td>ⓑ</td><td></td></tr>
<tr><td>ⓒ</td><td>ア　イ　ウ</td></tr>
<tr><td>問４</td><td colspan="2">〔求め方〕

cm</td></tr>
</table>

解答
問１$9\sqrt{2}$　cm
問２$\frac{81}{4}\pi$　cm^2
問３
ⓐCE
ⓑCEF
ⓒイ
問４
〔求め方〕
△CHB≡△EFC だから
CH＝EF＝7 (cm)
よって　EH＝CE－CH＝2 (cm)
△CHB∽△EHG だから
CB：EG＝CH：EH＝7：2
よって　EG＝$\frac{2}{7}$CB＝$\frac{18}{7}$ (cm)
したがって　GF＝EF－EG＝$\frac{31}{7}$ (cm)
$\frac{31}{7}$　cm
解説
問２
おうぎ形の中心角は∠BCD＝90°なので，おうぎ形の面積は，$\pi\times9^2\times\frac{90}{360}=\frac{81}{4}\pi$ (cm^2)

【問 12】

図１のような平行四辺形 ABCD の紙がある。この紙を図２のように，頂点 B が頂点 D に重なるように折ったとき，頂点 A が移った点を G とし，その折り目を EF とする。このとき，CD＝CF＝2 cm，∠GDC＝90° となった。

あとの問いに答えなさい。

（兵庫県 2020 年度）

図１

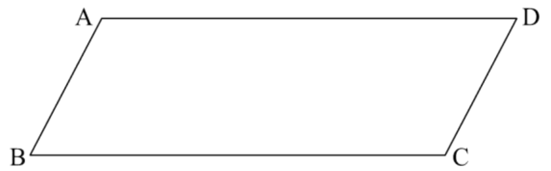
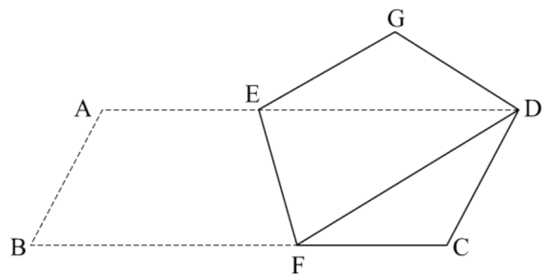


図２



問１　△GDE≡△CDF を次のように証明した。［（ｉ）］と［（ⅱ）］にあてはまるものを，あとのア～カからそれぞれ１つ選んでその符号を書き，この証明を完成させなさい。

＜証明＞

△GDE と△CDF において，
仮定から，平行四辺形の対辺は等しく，折り返しているので，
［（ｉ）］　…①
平行四辺形の対角は等しく，折り返しているので，
∠EGD＝∠FCD　…②，∠GDF＝∠CDE　…③
ここで，∠GDE＝∠GDF－∠EDF　…④
∠CDF＝∠CDE－∠EDF　……⑤
③，④，⑤より，∠GDE＝∠CDF　…⑥
①，②，⑥より，［（ⅱ）］がそれぞれ等しいので，
△GDE≡△CDF

ア　DE＝DF	イ　GD＝CD	ウ　GE＝CF
エ　３組の辺	オ　２組の辺とその間の角	カ　１組の辺とその両端の角

問２　∠EDF の大きさは何度か，求めなさい。

問３　線分 DF の長さは何 cm か，求めなさい。

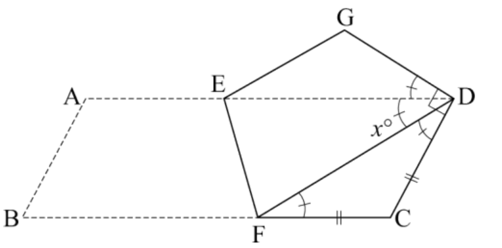
問４　五角形 GEFCD の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

解答欄

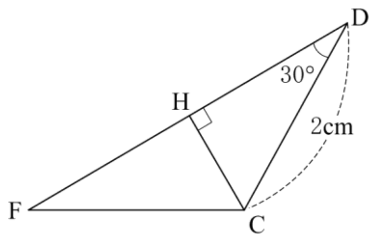
問１	（ⅰ）	
	（ⅱ）	
問２	度	
問３	cm	
問４	cm^2	

解答
問１
（ⅰ）イ
（ⅱ）カ
問２30　(度)
問３$2\sqrt{3}$　(cm)
問４$3+2\sqrt{3}$　(cm^2)
解説
問２
∠EDF＝x° とする。
AD//BC より錯角が等しいから
∠CFD＝∠EDF
CD＝CF より△CDF は二等辺三角形だから
∠CDF＝∠CFD
問１より△GDE≡△CDF だから
∠GDE＝∠CDF
∠GDE＋∠EDF＋∠CDF＝∠GDC＝90° だから
$3x$＝90 より
x＝30
したがって∠EDF＝30°

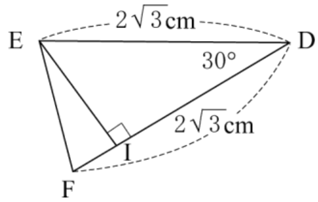
図２



問３
△CDF において
頂点 C から辺 DF に垂直な直線をひき
DF との交点を H とする。
△CDH において，CD＝2cm，∠DHC＝90°
問２より∠CDF＝30° だから
CD：DH＝2：$\sqrt{3}$より，DH＝$\sqrt{3}$cm
△CDF は CD＝CF の二等辺三角形だから
DH＝FH より
DF＝2×DH＝$2\sqrt{3}$cm



問４
五角形 GEFCD の面積は，△CDF，△DEF，△GDE の面積の和で求められる。
△CDF において
問３より，DF＝$2\sqrt{3}$cm
CD：CH＝2：1 より CH＝1cm だから
△CDF の面積は，
$2\sqrt{3}\times1\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$
△DEF において，△GDE≡△CDF より，DE＝DF＝$2\sqrt{3}$cm
頂点 E から辺 DF に垂直な直線をひき，DF との交点を I と
すると，DE＝$2\sqrt{3}$cm，∠EID＝90°，問２より∠EDF＝30°
だから，DE：IE＝2：1 より，IE＝$\sqrt{3}$cm
したがって，△DEF の面積は，$2\sqrt{3}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=3\mathrm{cm}^2$



△GDE≡△CDF より△GDE の面積は△CDF と等しいから
五角形 GEFCD の面積は
$\sqrt{3}+3+\sqrt{3}=3+2\sqrt{3}\mathrm{cm}^2$

【問 13】

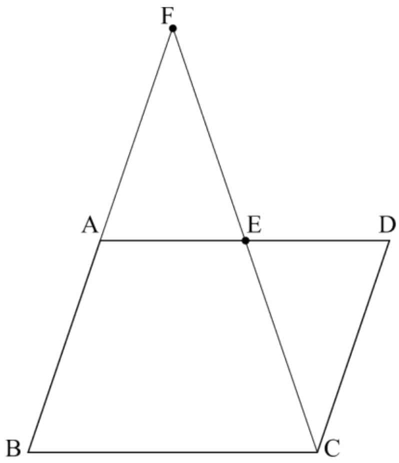
右の**図３**のように，平行四辺形 ABCD がある。点 E は辺 AD の中点とし，直線 BA と直線 CE の交点を F とする。

このとき，△AEF≡△DEC であることを次のように証明した。

[　　　] に証明の続きを書き，証明を完成しなさい。

（鳥取県 2020 年度）

図３



〔証明〕

△AEF と△DEC で，

[　　　]

△AEF≡△DEC

(証明終)

解答欄

〔証明〕

△AEF と△DEC で，

[　　　]

△AEF≡△DEC

(証明終)

解答

〔証明〕

△AEF と△DEC で

仮定より点 E は辺 AD の中点だから

AE＝DE…①

対頂角は等しいから

∠AEF＝∠DEC…②

BF // CD から平行線の錯角は等しいので

∠EAF＝∠EDC…③

①，②，③から 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

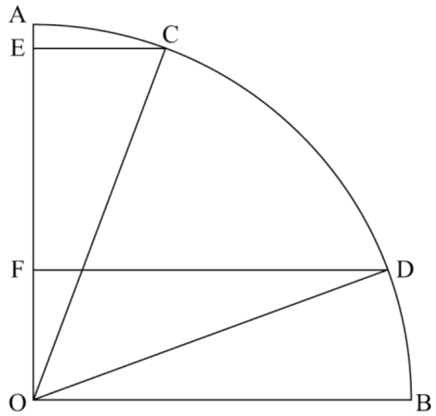
△AEF≡△DEC

(証明終)

【問 14】

下の図のように，半径 OA，OB と $\overset{\frown}{AB}$ で囲まれたおうぎ形があり，∠AOB＝90° です。$\overset{\frown}{AB}$ 上に，2 点 C，D を $\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$ となるようにとります。点 C，D から半径 OA に垂線 CE，DF をそれぞれ引きます。このとき，△COE≡△ODF であることを証明しなさい。

（広島県 2020 年度）



解答欄

〔仮定〕 図において，∠AOB＝90°，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$，CE⊥OA，DF⊥OA

〔結論〕 △COE≡△ODF

〔証明〕

解答
△COE と△ODF において
CO＝OD…①
∠CEO＝∠OFD＝90°…②
等しい弧に対する中心角は等しいから
∠AOC＝∠BOD…③
②より，∠OCE＝90°－∠AOC…④
∠AOB＝90°であるから
∠DOF＝90°－∠BOD…⑤
③，④，⑤より
∠OCE＝∠DOF…⑥
①，②，⑥より
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから
△COE≡△ODF
解説
△COE と△ODF において
おうぎ形の半径だから
CO＝OD …①
仮定より$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$だから，同じ長さの弧に対する円周角の大きさは等しいので
∠COE＝∠BOD …②
仮定より AO⊥OB，AO⊥FD だから，FD//OB
よって，錯角は等しいから，∠ODF＝∠BOD …③
②，③より
∠COE＝∠ODF …④
仮定より，∠OEC＝∠DFO＝90° …⑤
①，④，⑤より
直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから
△COE≡△ODF

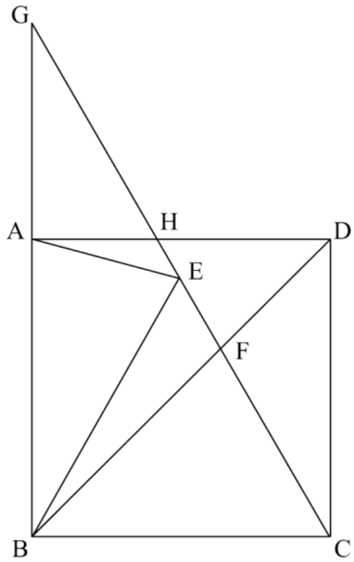
【問 15】

下の図のように，正方形 ABCD と正三角形 BCE があり，線分 CE と線分 BD の交点を F，線分 BA の延長と線分 CE の延長の交点を G，線分 AD と線分 CG の交点を H とする。

このとき，次の**説明**により∠AEG＝45° であることがわかる。

説明

> 正方形や正三角形の性質より，△BCG で，∠CBG＝90°，∠BCG＝60° だから∠BGC＝30° である。また，△BAE は BA＝BE の二等辺三角形であり，∠ABE＝30° だから，∠BAE＝75° である。
> △AEG において，三角形の $\boxed{a}$ は，それととなり合わない 2 つの $\boxed{b}$ の和に等しいので，
> △AEG で，30° ＋∠AEG＝75° となる。
> よって，∠AEG＝45° である。



次の**問１**～**問３**に答えなさい。

（山口県 2020 年度）

問１　**説明**の下線部が表す性質は，どんな三角形においても成り立つ。

$\boxed{a}$ ，$\boxed{b}$ にあてはまる語句の組み合わせとして正しいものを，次の**ア**～**エ**から 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　$\boxed{a}$ ：内角　$\boxed{b}$ ：内角

イ　$\boxed{a}$ ：外角　$\boxed{b}$ ：外角

ウ　$\boxed{a}$ ：内角　$\boxed{b}$ ：外角

エ　$\boxed{a}$ ：外角　$\boxed{b}$ ：内角

問２　△AEG≡△FDC を証明しなさい。その際，**説明**の中にかかれていることを使ってよい。

問３　BC＝2 cm のとき，線分 FH の長さを求めなさい。

解答欄

問１	
問２	〔証明〕
問３	cm

解答

問１エ

問２

〔証明〕

△AEG と△FDC で

説明より∠AEG＝45°

∠FDC＝90°×$\frac{1}{2}$＝45°だから

∠AEG＝∠FDC…①

BG // CD より，錯角は等しいので

∠AGE＝∠FCD…②

∠ABE＝∠BGC＝30°より

△EBG は二等辺三角形だから

GE＝BE…③

正方形 ABCD と正三角形 BCE の辺の長さは等しいので

CD＝BE…④

③，④より

GE＝CD…⑤

①，②，⑤より

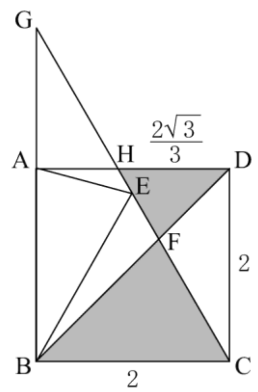
１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△AEG≡△FDC

問３$\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$ cm

解説

問３



△EGB において，∠EGA＝∠GBA＝30°だから

△EGB は二等辺三角形である。

また，△EBC において，∠EBC＝∠BCE＝60°だから

△EBC は，正三角形である。

これらにより，GC＝GE＋EC＝BC＋BC＝2＋2＝4

GB：BC＝$\sqrt{3}$：1 より，GB＝$2\sqrt{3}$である。

よって，GA＝$2\sqrt{3}-2$

GA＝FC だから，FC＝$2\sqrt{3}-2$

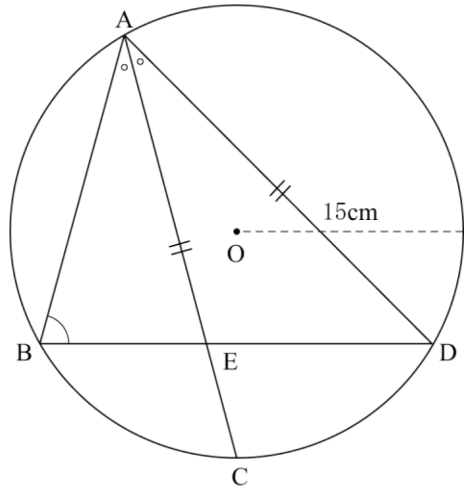
GA：HG＝$\sqrt{3}$：2 より，HG＝$\frac{12-4\sqrt{3}}{3}$

FH＝GC－HG－FC＝$4-\frac{12-4\sqrt{3}}{3}-(2\sqrt{3}-2)=\frac{6-2\sqrt{3}}{3}$(cm)

【問 16】

右の図のように，半径が 15 cm の円 O の周上に 4 点 A，B，C，D があり，AC＝AD である。また，弦 AC は∠BAD の二等分線であり，弦 AC と弦 BD の交点を E とする。**問１～問３**に答えなさい。ただし，円周率はπとする。

（徳島県 2020 年度）



問１　∠BAD＝80°のとき，(1)・(2)に答えなさい。

(1)　∠ABD の大きさを求めなさい。

(2)　点 A を含まないおうぎ形 OBC の面積を求めなさい。

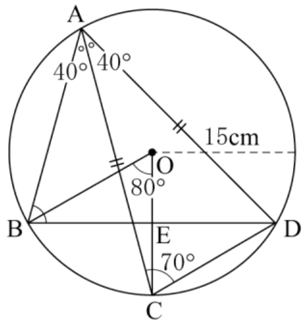
問２　△ABC≡△AED を証明しなさい。

問３　点 C を含まない$\overset{\frown}{AB}$の長さが 8π cm のとき，点 B を含まない$\overset{\frown}{AD}$の長さを求めなさい。

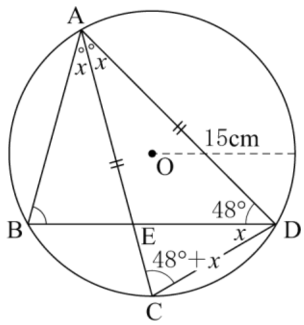
解答欄

問１	(1)	度
	(2)	cm^2
問２	〔証明〕	
問３	cm	

解答
問１
(1) 70　(度)
(2) 50π　(cm^2)
問２
〔証明〕
△ABC と△AED で
仮定より
AC＝AD…①
弦 AC は∠BAD の二等分線だから
∠BAC＝∠EAD…②
$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角だから
∠ACB＝∠ADE…③
①，②，③から
１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△ABC≡△AED
問３ $\frac{38}{3}\pi$　(cm)
解説
問１
(1)



点 C，D を結び，AC＝AD である二等辺三角形 ACD をつくる。
底角は等しいので∠ACD＝∠ADC，また，∠CAD＝$\frac{1}{2}$∠BAD＝40°
△ACD の内角の和は 180°なので，∠ACD＝(180－40)÷2＝70°
$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角なので，∠ABD＝∠ACD＝70°
(2)
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角と中心角の関係により
∠BOC＝2∠BAC＝2×$\frac{1}{2}$∠BAD＝80°
よって，おうぎ形 OBC の面積は，$\pi\times15^2\times\frac{80}{360}=50\pi\ (cm^2)$



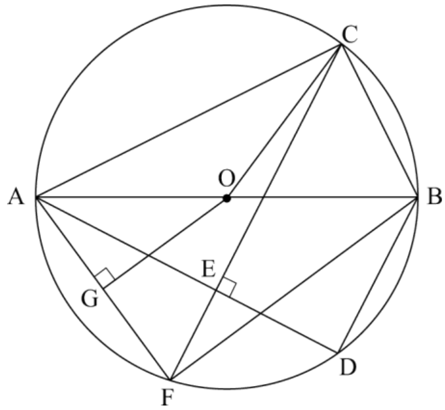
問３
$\overset{\frown}{AB}$の長さから$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角∠AOB の大きさを求めると
$\overset{\frown}{AB}=2\times\pi\times15\times\frac{\angle AOB}{360}=8\pi$　⇒　∠AOB＝96°
よって，円周角と中心角の関係により，∠ADB＝$\frac{1}{2}$∠AOB＝48°
ここで，∠BAC＝∠CAD＝x°とする。
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角なので，∠BAC＝∠BDC＝x°
また，AC＝AD より△ACD は二等辺三角形だから，底角は等しいので，
∠ACD＝∠ADC＝∠ADB＋∠BDC＝48＋x(°)
△ACD の内角の和は 180°だから，∠CAD＋∠ACD＋∠ADC＝180°
⇒　$x+(48+x)+(48+x)=180$　⇒　$x=28$°
よって，∠ACD＝48＋x＝48＋28＝76°なので，$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角と中心角の関係により
∠AOD＝2∠ACD＝152°
よって，$\overset{\frown}{AD}$の長さは，その弧に対する中心角∠AOD を使って求められるので
$\overset{\frown}{AD}=2\times\pi\times15\times\frac{152}{360}=\frac{38}{3}\pi\ (cm)$

【問 17】

右の図のような，線分 AB を直径とする円 O がある。点 C は円周上の点で，∠AOC は鈍角である。円 O の円周上で，点 C と異なる点 D を，BC＝BD となるようにとる。点 C を通り，直線 AD に垂線をひき，その交点を E とし，直線 CE と円 O との交点のうち，点 C と異なる点を F とする。また，点 O を通り，直線 AF に垂線をひき，その交点を G とする。点 B と点 F を結ぶ。

このとき，次の**問１**，**問２**に答えなさい。

（香川県 2020 年度）



問１　△AGO∽△AFB　であることを証明せよ。

問２　直線 AF と直線 BD の交点を H とするとき，△ABC≡△AHD　であることを証明せよ。

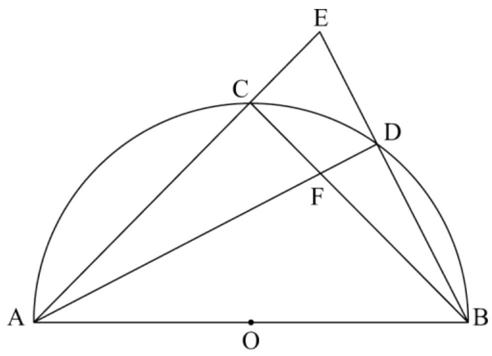
解答欄

問１	〔証明〕
問２	〔証明〕

解答
問１
〔証明〕
△AGO と△AFB において，共通な角だから
∠GAO＝∠FAB……①
仮定より，∠AGO＝90°
AB は直径だから，∠AFB＝90°
よって，∠AGO＝∠AFB……②
①，②より，2 組の角がそれぞれ等しいから
△AGO∽△AFB
問２
〔証明〕
△ABC と△ABD において
AB は共通
仮定より BC＝BD
AB は直径だから，∠ACB＝∠ADB＝90°
直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから
△ABC≡△ABD
よって，AC＝AD…①
△ABC と△AHD において
∠ADH＝180°－∠ADB＝90°
よって，∠ACB＝∠ADH…②
$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいから，∠ABC＝∠AFC
∠AFC＝∠AFE だから，∠ABC＝∠AFE…③
また，仮定より，∠AEF＝90°
よって，∠ACB＝∠AEF…④
∠BAC＝180°－∠ACB－∠ABC
∠HAD＝∠FAE＝180°－∠AEF－∠AFE
③，④より，∠BAC＝∠HAD…⑤
①，②，⑤より
1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ABC≡△AHD
解説
問１
直径が弦になっているときは「半円の弧に対する円周角は 90°」を利用できると見当をつける。
問２
問１で利用した「半円の弧に対する円周角は 90°」や，仮定にある「BC＝BD」，「共通な辺 AB」から，△ABC と△ABD の合同が示せる。また，△AHD は△ABD と共通な辺 AD を持っているので，△ABC≡△ABD の証明を経由して，△ABC≡△AHD を示す可能性が高いと考える。

【問 18】

線分 AB を直径とする半円 O がある。下の図のように，$\overset{\frown}{AB}$上に点 C を，AC＝BC となるようにとり，$\overset{\frown}{BC}$上に点 D を，点 B，C と異なる位置にとる。また，直線 AC と直線 BD の交点を E，線分 AD と線分 BC の交点を F とする。



このとき，次の問いに答えなさい。

（愛媛県 2020 年度）

問１　下の会話文は，花子さんと太郎さんが，上の図を見ながら話をしたときのものである。

花子さん：太郎さん，線分 AF と同じ長さの線分があるよね。
太郎さん：線分 $\boxed{\text{ア}}$ のような気がするけど，この２つの線分の長さが等しいことを証明するには，どうすればよいのか分からないな。
花子さん：線分 AF と線分 $\boxed{\text{ア}}$ を，それぞれ１辺にもつ２つの三角形が合同であることを示せばいいのよ。合同な図形では，対応する辺の長さは等しいからね。
太郎さん：なるほど。つまり△AFC と△BEC が合同であることを示すことができれば，線分 AF の長さと線分 $\boxed{\text{ア}}$ の長さが等しいことを証明することができるんだね。

(1)　会話文中の**ア**に当てはまるものを書け。

(2)　△AFC≡△BEC であることを証明せよ。

問２　△ABE の面積が 40 cm^2，△ABF の面積が 20 cm^2 であるとき，線分 AF の長さを求めよ。

解答欄

問１	(1)	
	(2)	〔証明〕
問２	cm	

解答

問１

(1)BE

(2)

〔証明〕

△AFC と△BEC において

仮定より

AC＝BC…①

$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角だから

∠CAF＝∠CBE…②

線分 AB は直径だから

∠ACF＝90°…③

∠BCE＝180°－∠ACF

＝180°－90°

＝90°…④

③，④から

∠ACF＝∠BCE…⑤

①，②，⑤で

2 つの三角形は 1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことがいえたから

△AFC≡△BEC

問２ $\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$ (cm)

解説

問２

問１より△AFC≡△BEC だから，△AFC と△BEC の面積は等しい。

△ABE の面積は 40 cm^2，△ABF の面積は 20 cm^2 だから，△AFC の面積は，$(40-20)\times\dfrac{1}{2}=10(\mathrm{cm}^2)$

△ABF と△AFC はそれぞれ辺 BF，FC を底辺とすると高さが共通だから，BF：FC＝20：10＝2：1

したがって，FC＝x cm とすると，BC＝BF＋FC＝$x+2x=3x$(cm)，BC＝AC より，AC＝$3x$(cm)

線分 AB は半円 O の直径であり，半円の弧に対する円周角は 90°だから，△AFC は∠ACF＝90°の直角三角形である。

よって，△AFC の面積について方程式をつくると，$\dfrac{1}{2}\times x\times 3x=10$ より，$x^2=\dfrac{20}{3}$

△AFC において三平方の定理により，$\mathrm{AF}^2=\mathrm{AC}^2+\mathrm{CF}^2=(3x)^2+x^2=10x^2=10\times\dfrac{20}{3}=\dfrac{200}{3}$

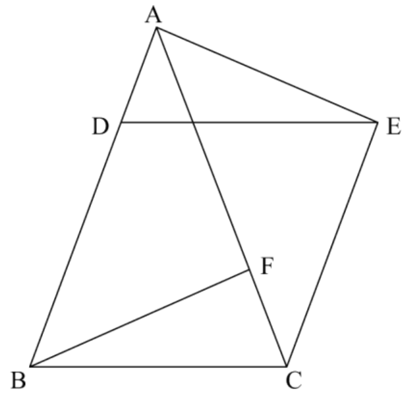
したがって，$\mathrm{AF}=\sqrt{\dfrac{200}{3}}=\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$(cm)

【問 19】

下の図のように，AB＝AC，AB＞BC の二等辺三角形 ABC がある。この二等辺三角形の辺 AB 上に BC＝BD となる点 D をとり，線分 BD を 1 辺とするひし形 BCED をつくる。辺 AC 上に AD＝CF となる点 F をとり，点 B と点 F，点 A と点 E をそれぞれ結ぶ。このとき，次の**問１**・**問２**に答えなさい。

（高知県 A 2020 年度）

問１　△ADE≡△FCB を証明せよ。



問２　線分 BF を点 F の方向へ延長し，線分 CE との交点を G とする。AB＝7 cm，BC＝5 cm のとき，ひし形 BCED の面積は，三角形 CGF の面積の何倍か。

解答欄

問１	〔証明〕 △ADE と△FCB において したがって　△ADE≡△FCB
問２	倍

解答

問１

〔証明〕

△ADE と△FCB において

仮定より

AD＝FC…①

ひし形 BCED の辺の長さは等しいから

DE＝CB…②

△ABC は二等辺三角形であるから

∠ABC＝∠ACB…③

ひし形 BCED の向かい合う辺は平行で，その同位角は等しいから

∠ADE＝∠ABC…④

③，④より

∠ADE＝∠FCB…⑤

①，②，⑤より

2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい。

したがって　△ADE≡△FCB

問２ $\dfrac{25}{2}$　倍

解説

問２

線分 AC と線分 DE の交点を H とする。△ABF∽△CGF より

△ABF：△CGF＝5^2：2^2＝25：4……①

AF：AC＝5：7 より，△ABF：△ABC＝5：7……②

△ADH∽△CEH より，AH：CH＝2：5 だから△ADH：△CEH＝2^2：5^2＝4：25……③

△ADH∽△ABC より，AD：AB＝2：7 だから△ADH：△ABC＝2^2：7^2＝4：49……④

③，④より，台形 BCHD：△CEH＝(49－4)：25＝45：25 だから

ひし形 BCED：△ABC＝(45＋25)：49＝10：7……⑤

②，⑤より，ひし形 BCED：△ABF＝10：5＝50：25

よって，①より，ひし形 BCED：△CGF＝50：4＝25：2 だから

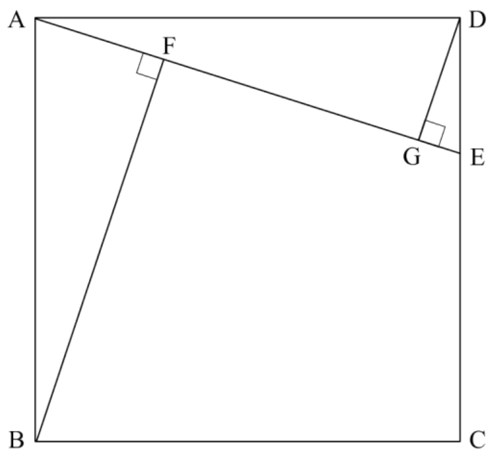
ひし形 BCED の面積は△CGF の面積の$\dfrac{25}{2}$倍である。

【問 20】

下の図のような，正方形 ABCD があり，辺 CD 上に点 E をとり，頂点 B，D からそれぞれ線分 AE に垂線をひき，その交点を F，G とする。

AF＝DG＝3 cm，BF＝9 cm のとき，⑴～⑶の各問いに答えなさい。

（佐賀県 2020 年度 一般）



⑴　△ABF≡△DAG であることを証明しなさい。

⑵　辺 AB の長さを求めなさい。

⑶　直線 DF と辺 AB との交点を P とするとき，△AFP の面積を求めなさい。

解答欄

⑴	
⑵	cm
⑶	cm^2

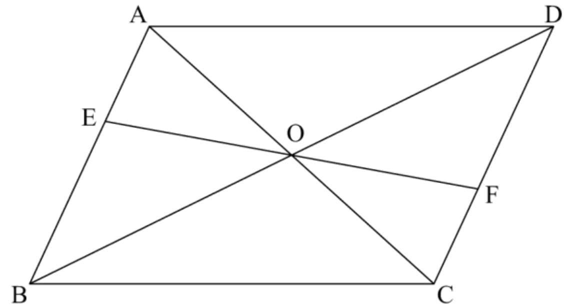
解答
(1)
△ABF と△DAG において
BF⊥AE，DG⊥AE より
∠AFB＝∠DGA＝90°　……①
仮定より
AF＝DG　……②
四角形 ABCD が正方形なので
AB＝DA　……③
①，②，③より
直角三角形の斜辺と他の 1 辺が，それぞれ等しいので
△ABF≡△DAG
(2) $3\sqrt{10}$　cm
(3) $\dfrac{27}{14}$　cm^2
解説
(ウ)
△ABF≡△DAG より，AG＝BF＝9cm である。
よって，△ADG∽△DEG より
AG：DG＝DG：EG だから EG＝1cm である。
また，三平方の定理より，DE＝$\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$ cm
△AFP∽△EFD より
AP：ED＝AF：EF
AP：$\sqrt{10}$＝3：7
AP＝$\dfrac{3\sqrt{10}}{7}$ cm
点 F から辺 AP，ED にそれぞれ垂線を下ろし
辺 AP，ED との交点をそれぞれ H，I とすると
FH：FI＝3：7 であるから FH＝$\dfrac{3}{10}\times 3\sqrt{10}=\dfrac{9\sqrt{10}}{10}$ cm
よって，△AFP の面積は $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3\sqrt{10}}{7}\times\dfrac{9\sqrt{10}}{10}=\dfrac{27}{14}$ (cm^2)

【問 21】

右の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線 AC，BD の交点を O とする。辺 AB 上に点 E をとり，直線 EO と辺 CD との交点を F とする。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（沖縄県 2020 年度）



問１　△AOE≡△COF となることを次のように証明した。[　　　　] をうめて証明を完成させなさい。

ただし，証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。

【証明】

△AOE と△COF において，

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

AO＝CO…①

平行線の [　　　　　　　　] から

∠OAE＝∠OCF…②

[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　] …③

①，②，③より

[　　　] 組の辺 [　　　　　　　　　　　　] から

△AOE≡△COF

問２　次のア～エのうちから<u>正しくない</u>ものを<u>１つ選び</u>，記号で答えなさい。

ア　点 E を辺 AB 上のどこにとっても△AOE≡△COF である。

イ　点 E を辺 AB 上のどこにとっても∠AEO＝∠CFO である。

ウ　点 E を辺 AB 上のどこにとっても OE＝OF である。

エ　点 E を辺 AB 上のどこにとっても OE の長さは変わらない。

問３　AE＝2 cm，EB＝3 cm のとき，△AOE と△ABD の面積の比を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問１</td><td>【証明】
△AOE と△COF において，
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから
AO＝CO…①
平行線の [　　　　　　] から
∠OAE＝∠OCF…②
[　　　　　　　　　　　　　　　　…③]
①，②，③より
[　　] 組の辺 [　　　　　　　　] から
△AOE≡△COF</td></tr>
<tr><td>問２</td><td></td></tr>
<tr><td>問３</td><td>△AOE：△ABD＝　　　：</td></tr>
</table>

解答

問１

△AOE と△COF において，

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから

AO＝CO…①

平行線の 錯角は等しい から

∠OAE＝∠OCF…②

対頂角は等しいから

∠AOE＝∠COF…③

①，②，③より

1 組の辺 とその両端の角がそれぞれ等しい から

△AOE≡△COF

問２エ

問３△AOE：△ABD＝1：5

解説

問３

AE：AB＝2：5 より，△AOE：△AOB＝2：5

平行四辺形の性質より BO＝OD だから，△AOB＝$\frac{1}{2}$△ABD

よって，△AOE：△AOB＝△AOE：$\frac{1}{2}$△ABD＝2：5 より，△ABD＝5△AOE

したがって，△AOE：△AOE＝1：5