

5.二次関数と速さ・落下運動に関する問題

【問 1】

Jさんは、自動車がブレーキをかけ始めてから止まるまでの距離について調べるために、警察署に行った。下の内は、Jさんと警察官の会話の一部である。

Jさん 「自動車がブレーキをかけ始めてから止まるまでの間に、どのくらい進みますか。」

警察官 「自動車がブレーキをかけ始めてから止まるまでの距離を、制動距離といいます。制動距離は、自動車の速さの2乗に比例します。たとえば、自動車 P がかわいた舗装道路をまっすぐに走っている場合、時速 20 km で走っているときの制動距離は 2.5 m, 時速 40 km で走っているときの制動距離は 10 m になります。つまり、自動車 P の速さが2倍になれば、制動距離は4倍になります。自動車 P の速さが4倍になれば、制動距離は何倍になりますか。」

Jさん 「自動車 P の速さが4倍になれば、制動距離は(ア)倍になります。」

警察官 「そうです。しかし、実際には、運転者が危険を感じてからブレーキをかけ始めるまでに時間がかかります。たとえば、時速 50 km で走っている自動車 P の運転者が、危険を感じてからブレーキをかけ始めるまでに 0.9 秒間かかったとすると、その 0.9 秒間に自動車 P は(イ)m 進みます。」

Jさん 「運転者が危険を感じてからブレーキをかけ始めるまでに、そんなに進むのですね。自動車が止まるまでの距離は、予想していた以上に長いことがわかりました。」

次の(1)～(3)の の中にあてはまる最も簡単な数、式または記号を記入せよ。

(福岡県 2002 年度)

(1) 会話文中の(ア), (イ)にあてはまる最も簡単な数は、

(ア) , (イ) である。

(2) 会話文中の下線部について、自動車 P がかわいた舗装道路を時速 x km で走っているときの制動距離

を y m とするとき、 y を x の式で表すと、 $y =$ である。

(3) Jさんは、自動車の制動距離が速さの2乗に比例することを知った。そこで、身のまわりのともなって変わる量について興味を持ち、下のA～Dの場合について調べ、それぞれを表にまとめた。

y が x の2乗に比例するのは、A～Dのうちの である。

A 12ℓ 入る空の容器に毎分 x ℓ の割合で水を入れるとき、この容器が水でいっぱいになるまでの時間 y 分

x	1	2	3	4	5
y	12	6	4	3	24

B バねに質量 x g のおもりをつるしたときのばねの長さ y cm

x	0	10	20	30	40
y	5	5.5	6	6.5	7

C 秒速 4 m の自転車が x 秒間に進んだ道のり y m

x	0	1	2	3	4
y	0	4	8	12	16

D 球が斜面をころがり始めてから x 秒間にころがる距離 y m

x	0	0.5	1	1.5	2
y	0	0.5	2	0.5	8

解答欄

(1)	(ア)	
	(イ)	
(2)		
(3)		

解答

(1) (ア) 16 (イ) $\frac{25}{2}$

(2) $\frac{1}{160}x^2$

(3) D

解説

(1)

(ア) 制動距離は、自動車の速さの2乗に比例するから、速さが4倍になれば、制動距離は、 $4^2=16$ 倍になる。

(イ) 時速 50 km = 秒速 $\frac{50 \times 100}{60 \times 60}$ m = 秒速 $\frac{125}{9}$ m

よって 0.9 秒間に自動車が進む距離は、 $\frac{125}{9} \times \frac{9}{10} = \frac{25}{2}$ m

(2)

求める式を $y=ax^2$ とする。

$x=40$ のとき $y=10$ だから

これらの値を代入して

$$10=a \times 40^2$$

$$a=\frac{1}{160}$$

よって $y=\frac{1}{160}x^2$

(3)

A は、 $y=\frac{12}{x}$ の反比例

B は、 $y=\frac{1}{20}x+5$ の一次関数

C は、 $y=4x$ の比例

D の x と y の関係を表す式は $y=2x^2$ であり y が x の2乗に比例している。

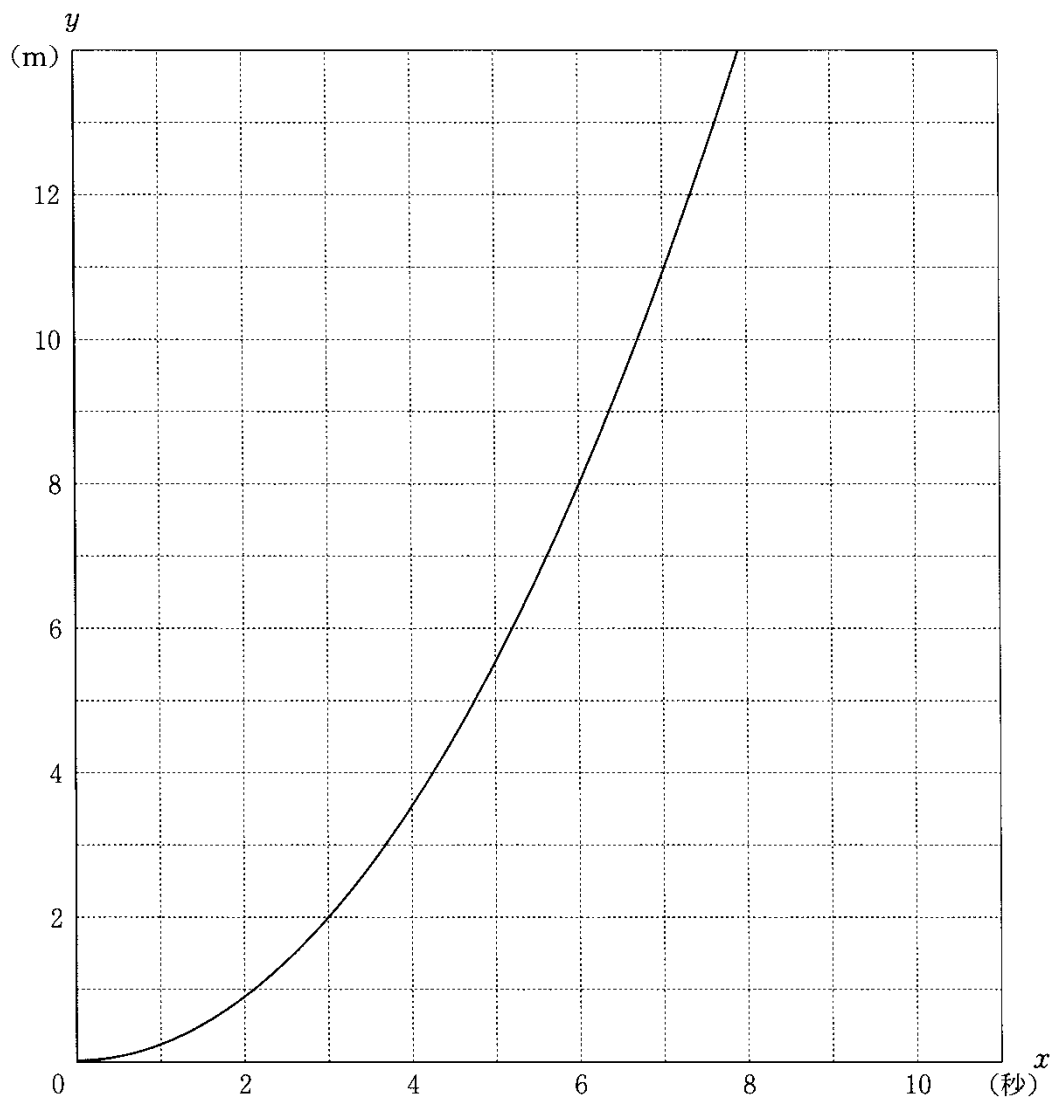
【問 2】

ひろしさんは坂の途中の P 地点からボールを転がし、ボールが転がり始めてから 2 秒後に、毎秒 2m の一定の速さで、P 地点から坂をおりていきました。ひろしさんは、いったんボールを追いこしましたが、その後ボールに追いこされ、やがてボールがだんだん遠のいていくのが分かりました。

ボールは、この坂の P 地点を転がり始めてから x 秒間に y m 進むとすると、 $y = \frac{2}{9}x^2$ の関係が成り立ち、下の図は、そのときの x と y の関係を表したグラフです。

あとの 1～5 の問いに答えなさい。

(宮城県 2004 年度)



- 1 ひろしさんが坂をおり始めたとき、ボールは何 m 進んでいますか。
- 2 ボールが転がり始めてから x 秒間にひろしさんが y m 進むとしたとき、ひろしさんが坂をおり始めてからの x と y の関係を表すグラフを、解答用紙の図にかき入れなさい。

- 3 ひろしさんがボールに追いつかれたのは、ボールが転がり始めてから何秒後ですか。
- 4 ボールが転がり始めて 12 秒から 13 秒後までの間のボールの平均の速さは、ひろしさんが坂をおりていく速さの何倍になっていますか。
- 5 ボールが転がり始めてから 18 秒後には、ボールはひろしさんの何 m 先を進んでいますか。

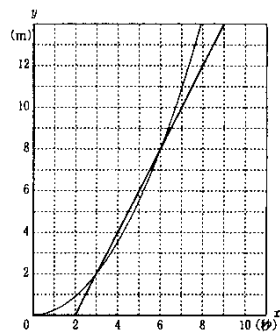
解答欄

1	m
2	
3	秒後
4	倍
5	m

解答

1 $\frac{8}{9}$ m

2



3 6 秒後

4 $\frac{25}{9}$ 倍

5 40m

解説

1

$$y = \frac{2}{9} \times 2^2 = \frac{8}{9} \text{ m}$$

3

ひろしさんは $y = 2x - 4$ と表される。

$$y = \frac{2}{9}x^2 \text{ と } y = 2x - 4 \text{ の交点は}$$

$$\frac{2}{9}x^2 = 2x - 4$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x - 6)(x - 3) = 0$$

$$x = 3, 6$$

ひろしさんがボールを追いこすのが 3 秒後で追いこされるのが 6 秒後である。

5

$$y = 2x - 4 \text{ と } y = \frac{2}{9}x^2 \text{ に } x = 18 \text{ を代入する。}$$

$$y = 2 \times 18 - 4 = 32$$

$$y = \frac{2}{9} \times 18^2 = 72$$

$$72 - 32 = 40 \text{ m}$$

【問 3】

東西に一直線にのびた道路上のP地点にバスが停車している。バスはこの道路を東に向かって進むものとし、バスがP地点を出発してから x 秒後までにバスが進む道のりを y mとする。

x の変域が $0 \leq x \leq 30$ のとき、 y を x の式で表すと、 $y = \frac{1}{5}x^2$ ($0 \leq x \leq 30$) である。

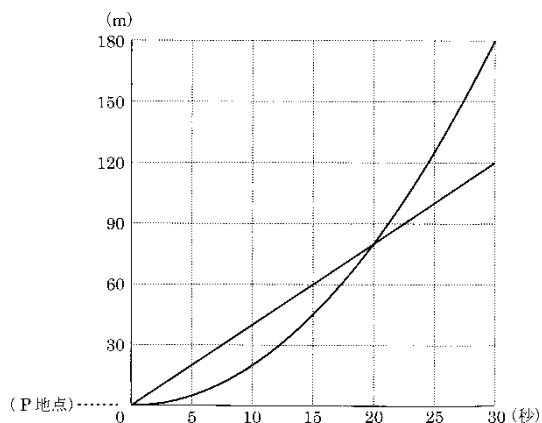
次の(1)～(3)の の中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。

(福岡県 2005 年度)

(1) バスが P 地点を出発してから 25 秒後までにバスが進む道のりは m である。

(2) バスが進む道路と同じ道路を東に向かって一定の速さで走っている自転車がある。バスが P 地点を出発すると同時に、自転車が P 地点を通過した。バスが P 地点を出発してから 20 秒後に、バスは自転車に追いついた。図は、バスが P 地点を出発してから 30 秒後までの時間とバスが進む道のりの関係をグラフに表したものに、自転車の進むようすをかき入れたものである。

自転車の速さは、 毎秒 m である。



(3) バスが進む道路と同じ道路を東に向かって一定の速さで走っているバイクがある。バスが P 地点を出発した後に、バイクが P 地点を通過した。バスが P 地点を出発してから 10 秒後に、バイクはバスに追いついた。バスが P 地点を出発してから 15 秒後に、バイクはバスから 15 m 東の地点を走っていた。

バイクが P 地点を通過したのは、バスが P 地点を出発してから 秒後 である。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) 125

(2) 4

(3) $\frac{15}{2}$ または $7\frac{1}{2}$ または 7.5

解説

(1)

$y = \frac{1}{5}x^2$ に $x=25$ を代入して $y = \frac{1}{5} \times 25 \times 25$

$y=125\text{m}$

(2)

自転車は 15 秒間で 60m 走ることがわかる。

よって速さは $60 \div 15 = 4\text{m/秒}$

(3)

バイクが 10 秒後にバスに追いついた地点は P 地点から $\frac{1}{5} \times 10^2 = 20\text{m}$

また、15秒後のバイクの位置はP地点から $\frac{1}{5} \times 15^2 + 15 = 60\text{m}$

よって2点(10, 20), (15, 60)を通る直線の式は $y=8x-60$ だから

バイクがP地点を通過したのは $y=8x-60$ に $y=0$ を代入して

$0=8x-60$

$8x=60$

$x = \frac{15}{2}$ 秒

【問 4】

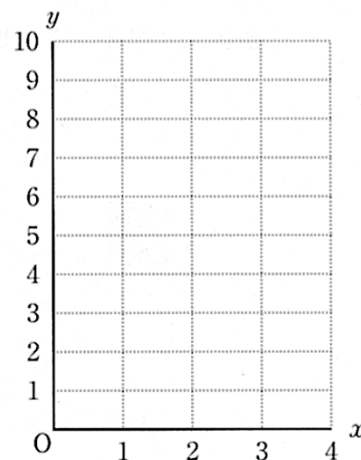
右の図のような斜面上で、地点 A からボールを矢印の方向に転がした。
ボールが転がり始めてから x 秒間に転がる距離 y m を調べたところ、

$$y = \frac{1}{2}x^2 \text{ という関係があった。}$$

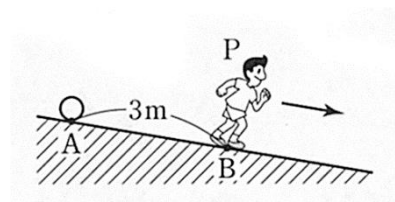
このとき、次の1～3の問いに答えなさい。

(鹿児島県 2006 年度)

問1 ボールが転がり始めてから 4 秒後までの x と y の関係を表すグラフをかけ。



問2 関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ について、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めよ。



問3 地点 A の 3m 先に地点 B がある。地点 A からボールが転がり始めると同時に、P さんが地点 B から一定の速さで図の矢印の方向に走り始めるものとする。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(1) P さんが走り始めてから 6 秒後にボールが P さんに追いついたとする。このとき、P さんの速さは毎秒何 m か。

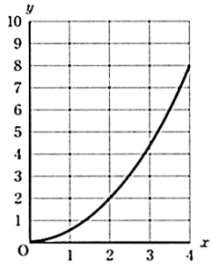
(2) 次に、P さんは地点 B から毎秒 3 m の速さで走り始め、途中で立ち止まった。その 1 秒後にボールが P さんに追いついた。このとき、P さんが立ち止まったのは走り始めて何秒後か。 t 秒後に立ち止まったものとして、 t についての方程式と計算過程も書くこと。

解答欄

問1		
問2		
問3	(1)	毎秒 m
	(2)	(式と計算) 答 秒後

解答

問1



問2 2

問3

(1)

毎秒 $\frac{5}{2}$ m

(2)

(式と計算)

地点 A から P さんが立ち止まった地点までの距離は $3t+3$ m

ボールが転がった時間は $t+1$ 秒だから

$$3t+3 = \frac{1}{2}(t+1)^2$$

$$6t+6 = (t+1)^2$$

$$t^2 - 4t - 5 = 0$$

$$(t+1)(t-5) = 0$$

$$t = -1, t = 5$$

$$t > 0 \text{ より}$$

$$t = 5$$

答 5 秒後

解説

問2

$$y = \frac{1}{2}x^2 \text{ において } x=1 \text{ のとき } y = \frac{1}{2} \times 1^2 = \frac{1}{2} \quad x=3 \text{ のとき } y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$$

$$\text{よって変化の割合は } \left(\frac{9}{2} - \frac{1}{2} \right) \div (3-1) = 2$$

問3

(1)

$$6 \text{ 秒間にボールの進む距離は } \frac{1}{2} \times 6^2 = 18 \text{ m}$$

よって、P さんは 6 秒間に $18-3=15$ m 進む。

$$\text{その速さは } \frac{15}{6} = \frac{5}{2} \text{ m/秒}$$

(2)

ボールは $(t+1)$ 秒間に A から $\frac{1}{2}(t+1)^2$ m 進む。

P さんは A の 3m 先から t 秒間に $3t$ m 進み、

1 秒間止まっているので $(t+1)$ 秒後には A から $3+3t$ m の地点にいる。

$$\text{よって } \frac{1}{2}(t+1)^2 = 3+3t$$

$$\text{これを整理して } t^2 - 4t - 5 = 0 \quad (t+1)(t-5) = 0$$

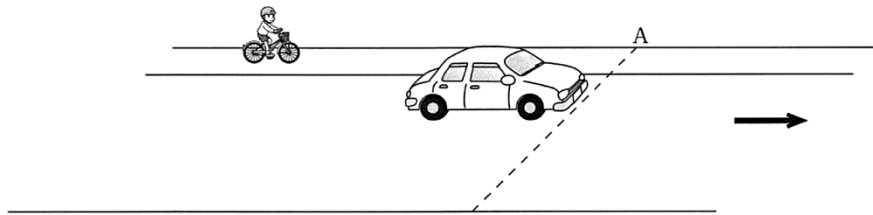
$$t > 0 \text{ より}$$

$$t = 5 \text{ 秒後}$$

【問 5】

図のように、まっすぐな道路に自動車が増止して、その先端は A 地点にあった。道路に平行な自転車専用道路を、自転車が矢印の方向に向かつて一定の速さで走っていて、自転車の先端が A 地点を通過してから 2 秒後に、自動車が矢印の方向に向かつて出発した。

自動車が出発してから 7 秒後には自動車の先端と自転車の先端が並び、その後自動車が自転車を追いついた。また、自動車が出発してから 10 秒後には、自転車の先端は B 地点を通過し、自動車の先端は A 地点から 60 m 離れた C 地点を通過した。ただし、自動車が出発してから x 秒間に進む距離を y m とすると、 $0 \leq x \leq 10$ の範囲では、 $y = ax^2$ (a は定数、 $a > 0$) という関係があるものとし、道路の幅と自転車専用道路の幅は考えないものとする。



このとき、次の各問いに答えなさい。

(熊本県 2007 年度)

問1 a の値を求めなさい。

問2 B 地点と C 地点の距離を求めなさい。

解答欄

問1	$\alpha =$
問2	m

解答

問1 $a = \frac{3}{5}$

問2 $\frac{104}{5} \text{ m}$

解説

問2.

自転車の速度を $x \text{ m/秒}$ とすると、自動車が出発してから 7 秒後に同じ位置にいるので

$$\frac{3}{5} \times 7^2 = 9x$$

$$x = \frac{49}{15}$$

よって A から B までの距離は $\frac{49}{15} \times 12 = \frac{196}{5} \text{ m}$

よって BC 間の距離は $60 - \frac{196}{5} = \frac{104}{5} \text{ m}$

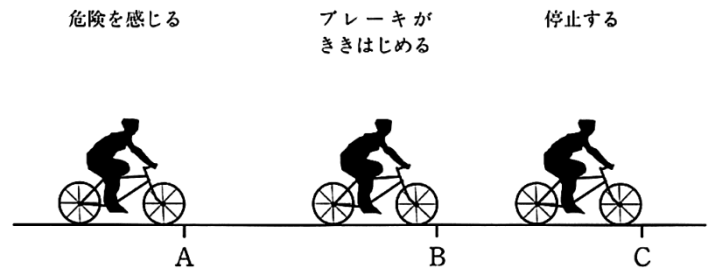
【問 6】

図のように、自転車を運転している太郎君が危険を感じた地点を A、かけたブレーキがききはじめた地点を B、停止した地点を C とする。AB 間では自転車の速さは一定であり、AB 間に要する時間はつねに 0.75 秒である。

BC 間の距離は、地点 A での自転車の速さの 2 乗に比例し、地点 A での自転車の速さが毎秒 4 m のとき、BC 間の距離は 2 m である。

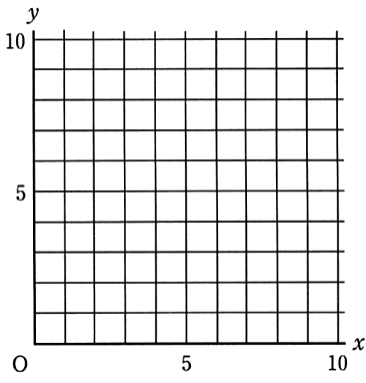
(群馬県 2007 年度)

問1 地点 A での自転車の速さが毎秒 4 m のとき、AB 間の距離を求めなさい。



問2 地点 A での自転車の速さを毎秒 x m、そのときの BC 間の距離を y m として、 y を x の式で表しなさい。また、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

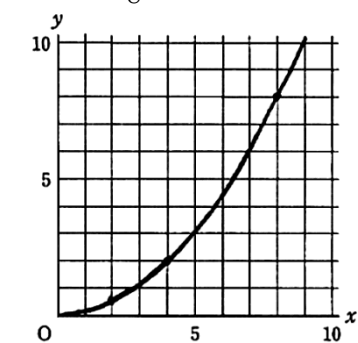
問3 AC 間の距離が 9 m のとき、地点 A での自転車の速さを毎秒 x m として方程式をつくり、その速さを求めなさい。

問1	m
問2	$y =$
	
問3	解 答 毎秒 m

解答

問1 3 m

問2 $y = \frac{1}{8}x^2$



問3

AC=9 のとき $AB=0.75x$, $BC=\frac{1}{8}x^2$ だから

$$0.75x + \frac{1}{8}x^2 = 9$$

$$x^2 + 6x - 72 = 0$$

$$(x+12)(x-6) = 0$$

よって $x = -12, 6$

$x > 0$ より

$$x = 6$$

答 毎秒 6m

解説

問2.

地点 A での自転車の速さを毎秒 x m, そのときの BC 間の距離を y m とするとき

y は x の 2 乗に比例するので $y = ax^2$ とおく。

$x=4$ のとき $y=2$ より, 値を代入して

$$2 = a \times 4^2$$

$$a = \frac{1}{8}$$

よって $y = \frac{1}{8}x^2$

問3.

地点 A での速さが毎秒 x m のとき AB 間の距離は $0.75x$ m, BC 間の距離は $\frac{1}{8}x^2$ m と表せる。

AC 間の距離は 9 m だから

$$0.75x + \frac{1}{8}x^2 = 9$$

$$6x + x^2 = 72$$

$$x^2 + 6x - 72 = 0$$

$$(x-6)(x+12) = 0$$

$$x = -12, 6$$

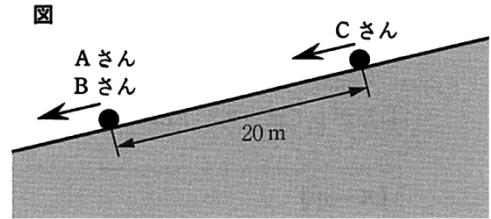
$x > 0$ より,

$$x = 6 \text{ m/秒}$$

【問 7】

図のような斜面を、AさんとBさんは同じ場所から、Cさんは2人の20 m 後ろから、それぞれ同時にスタートし、次のように進む。下の問1～問3に答えなさい。

(島根県 2007 年度)



Aさん…秒速 3 m で走る。

Bさん…スタートしてから最初の t 秒間は秒速 5 m で走り、その後は秒速 2m で歩く。ただし、 $0 < t < 15$ とする。

Cさん… AさんとBさんを自転車で追いかける。スタートからの時間を x 秒、その間に進んだ距離を y m とすると、 $y = \frac{1}{2}x^2$ という関係がある。

問1. $x \geq 0$ のとき、 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフをかきなさい。

問2. 次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) Aさんがスタートしてから 15 秒間に進んだ距離を求めなさい。

(2) Bさんがスタートしてから 15 秒間に進んだ距離を t を使って表すことにした。次の のア～エにあてはまる式を答えなさい。

Bさんはスタートしてから最初の t 秒間は秒速 5 m で走るので、その間に進んだ距離は m である。

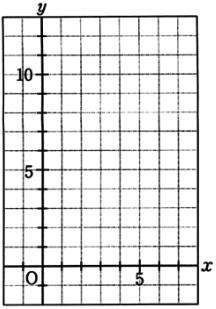
その後、 t 秒後から 15 秒後までの 秒間は秒速 2 m で歩くので、その間に進んだ距離は m である。

したがって、Bさんがスタートしてから 15 秒間に進んだ距離は m である。

(3) スタートしてから 15 秒後に、AさんがBさんに追いついた。Bさんが歩き始めたのは、スタートしてから何秒後だったか答えなさい。

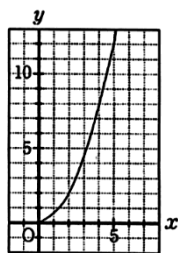
問3. CさんがAさんに追いつくまでの時間を求めたい。スタートしてからCさんがAさんに追いつくまでの時間を a 秒として、方程式をつくりなさい。また、それを解いて、CさんがAさんに追いつくまでの時間を求めなさい。

解答欄

問1					
問2	(1)	m			
	(2)	ア	イ	ウ	エ
		m	秒間	m	m
問3	(3)	秒間			
	方程式	追いつくまでの時間 秒			

解答

問1.



問2.

(1) 45m

(2) ア $5t$ m イ $15-t$ 秒間 ウ $30-2t$ m エ $3t+30$ m

(3) 5秒間

問3.

方程式 $\frac{1}{2}a^2 = 20 + 3a$ 追いつくまでの時間 10 秒

解説

問2.

(3)

15 秒間に A さんは $3 \times 15 = 45$ m, B さんは $30 + 3t$ m 進んでいる。

よって $45 = 30 + 3t$

$$3t = 15$$

$$t = 5 \text{ 秒後}$$

問3.

a 秒間に A さんが進む距離は $3a$ m, C さんが進む距離は $\frac{1}{2}a^2$ m

最初の距離の差が 20m あるので

$$\frac{1}{2}a^2 = 20 + 3a$$

$$a^2 - 6a - 40 = 0$$

$$(a-10)(a+4) = 0$$

$$a = -4, 10$$

$a > 0$ より

$$a = 10 \text{ 秒}$$

【問 8】

電車 A が B 駅を出発し、B 駅から 270 m 離れた地点まで進むのに 30 秒かかります。この区間において、電車 A が B 駅を出発して進む距離は、B 駅を出発してからの時間の 2 乗に比例するものとします。このとき、電車 A が B 駅を出発して 120 m 進むのにかかる時間は何秒ですか。

(広島県 2007 年度)

解答欄

秒

解答

20 秒

解説

B 駅を出発してからの時間を x 秒, その間に進んだ距離を y m とすると

y は x の 2 乗に比例するので $y = ax^2$ とおく。

$x = 30$ のとき $y = 270$ だから

$$270 = a \times 30^2$$

$$900a = 270$$

$$a = \frac{3}{10}$$

$y = \frac{3}{10}x^2$ において $y = 120$ を代入して

$$120 = \frac{3}{10}x^2$$

$$x^2 = 400$$

$x > 0$ より

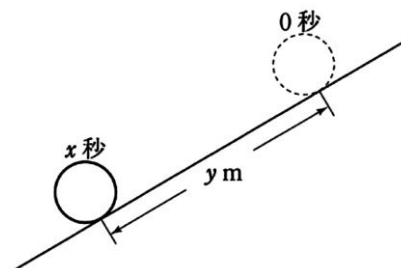
$$x = 20 \text{ 秒}$$

【問 9】

ボールが斜面をころがり始めてからの時間を x 秒, その間にころがる距離を y m とすると, $y=2x^2$ という関係があった。

このとき, 1 秒後から 3 秒後までの平均の速さは毎秒何 m か。

(佐賀県 2007 年度 前期)



解答欄

毎秒

m

解答

毎秒 8m

解説

平均の速さは変化の割合と等しい。

$x=1$ のとき $y=2 \times 1^2=2$,

$x=3$ のとき $y=2 \times 3^2=18$

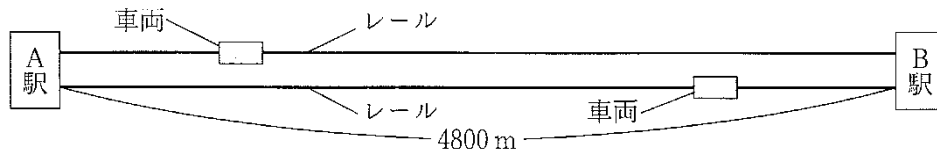
よって平均の速さは

$(18-2) \div (3-1)=8$ m/秒

【問 10】

図は、A 駅と B 駅を 2 本の平行なレールで一直線に結ぶモノレールを、真上から見たものである。車両が 2 台あり、1 台は A 駅、もう 1 台は B 駅に止まっている状態から運行を開始する。2 台の車両は同時に動き出し、両駅の間地点ですれ違い、駅に到着するたびに 10 分間停車する。その後、再び同時に動き出し、A 駅と B 駅との間の往復を繰り返す。A 駅と B 駅との間の距離は 4800m であり、2 台の車両はそれぞれ常に一定の速さで走り、その速さは毎分 400m であるものとする。あとの問いに答えなさい。ただし、駅と車両の大きさは考えないものとする。

(山形県 2009 年度)



(1) A 駅を出発した車両が初めて B 駅に到着するのは、A 駅を出発してから何分後か、求めなさい。

(2) 下の文章は、2 台の車両がどのようにすれ違うかについて表したものである。

ア , イ , エ にはあてはまる数を, ウ にはあてはまる文字式を, それぞれ書きなさい。

2 台の車両が 1 回目にすれ違うのは運行を開始してから ア 分後で、すれ違ってから、2 台の車両は ア 分かけてそれぞれの駅に到着する。そこで 10 分間停車し、再び動き出してから ア 分後に 2 回目のすれ違いがある。よって、2 台の車両は イ 分間隔ですれ違うことになる。

したがって、 n 回目にすれ違うのは、運行を開始してから (ウ) 分後である。

午前 9 時に 2 台の車両が運行を開始する場合、その日の午後 1 時 30 分には、 エ 回目のすれ違いをすることになる。

解答欄

(1)	分後	
(2)	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	

解答

(1) 12 分後

(2)

ア 6

イ 22

ウ $22n-16$

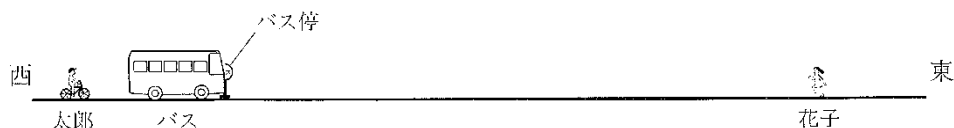
エ 13

【問 11】

図のように、東西にまっすぐ延びている道路があり、バス停にバスが停車している。太郎君は、自転車で西から東に向かって毎秒 4 m の速さで走り、太郎君の自転車がバス停を通過するのと同時にバスが東に向かって動き始めた。バスが動き始めてから x 秒に進む距離を $y \text{ m}$ とすると、最初の 10 秒間では $y = \frac{1}{2}x^2$ の関係がある。その後、バスは毎秒 10 m の速さで進む。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、バスや自転車の位置は、その先端を基準に考えるものとする。

(群馬県 2009 年度)



問1 バスが動き始めてから 10 秒間の、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問2 バスが太郎君の自転車に追いつくのはバスが動き始めてから何秒後か求めなさい。

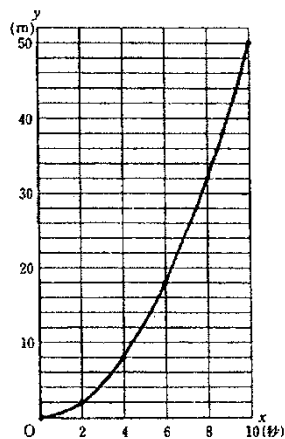
問3 花子さんは、バスが動き始めたとき、バス停から 130 m 東の地点を西に向かって毎秒 2 m の速さで走っていた。バスが花子さんとすれ違うのは、バスが動き始めてから何秒後か、求めなさい。

解答欄

問1	
問2	秒後
問3	秒後

解答

問1



問2 8 秒後

問3 15 秒後

解説

問2

$0 \leq x \leq 10$ のとき x, y の関係式は, 太郎君が $y=4x$, バスが $y=\frac{1}{2}x^2$

バスが太郎君に追いつくとき両者の走行距離が等しいので

$$4x = \frac{1}{2}x^2$$

$$x^2 - 8x = 0$$

$$x(x-8) = 0$$

$$x = 0, 8$$

$x=0$ のときはバス停を出発したときだから

$x=8$ 秒後

問3

バスが動き始めてから x 秒後の花子さんのバス停からの位置を y m とすると

$$y = 130 - 2x$$

$y = 130 - 2x$ と $y = \frac{1}{2}x^2$ は $0 \leq x \leq 10$ の範囲で交わらない。

$10 \leq x$ のときのバスの x, y の関係式は

$$y = 10(x-10) + 50 = 10x - 50$$

よって $y = 130 - 2x$ と $y = 10x - 50$ の交点が花子さんとバスがすれ違う時と場所を表しているから
連立方程式として解くと

$x=15$ 秒後

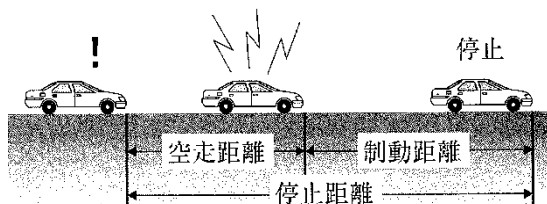
【問 12】

由美さんは、学校の交通安全教室で、自動車が急に止まらないことを知り、自動車の運転者が急ブレーキをかけて自動車が止まるまでの距離について調べてみた。次は、その結果の一部である。

これを見て問1～問3に答えなさい。

(徳島県 2009 年度)

「飛び出すな 車は急に止まらない！」



自動車の運転者が、急ブレーキが必要と判断した地点から自動車が停止した地点までの距離を「停止距離」といいます。この停止距離は「空走距離」と「制動距離」の和として表されます。

空走距離…自動車の運転者が、急ブレーキが必要と判断してから、ブレーキを踏み込みブレーキがきき始めるまでの距離。自動車の速さに比例します。このときの比例定数は、路面の状態に関係しません。

制動距離…ブレーキがきき始めてから、自動車が停止するまでの距離。自動車の速さの 2 乗に比例します。このときの比例定数は、路面の状態によって決まります。

表は、路面が乾いたアスファルトであるときの、ある自動車の速さと空走距離、制動距離を表したものです。ただし、ここでの「自動車の速さ」は、運転者が急ブレーキが必要と判断したときの速さのことです。

表

自動車の速さ(km/時)	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
空走距離 (m)	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0	18.0	20.0
制動距離 (m)	0.5	2.0	4.5	8.0	12.5	18.0	24.5	32.0	40.5	50.0

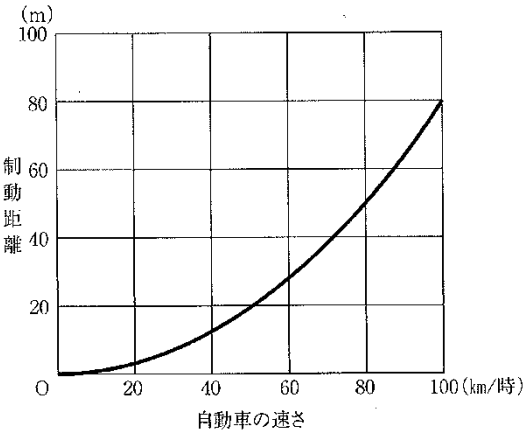
また、図は、同じ道路で、路面がぬれているときの同じ自動車の速さ (km/時) と制動距離 (m) の関係を表したものです。

このことから、雨天時に、この道路を、時速 50 km で走行しているこの自動車が、急ブレーキが必要と判断してから止まるまでの停止距離は、少なくとも 30 m は必要であることがわかります。

問1 この自動車の速さが時速 a km のとき、空走距離は何 m になりますか。

問2 路面が乾いたアスファルトであるときの、この自動車の速さを時速 x km, 制動距離を y m とする。 x , y の関係を式に表しなさい。

問3 線部について、この判断が正しい理由を、表や図をもとに、言葉や式を用いて説明しなさい。



解答欄

問1	m
問2	
問3	

解答

問1 $\frac{1}{5}a \text{ m}$

問2 $y = \frac{1}{200}x^2$

問3

雨天時は路面がぬれているので、図より制動距離は 20 m である。

また、空走距離は路面の状態に関係しないので、表より 10 m である。

したがってこの場合の停止距離は

$$10 + 20 = 30 \text{ m となり}$$

少なくとも 30 m は必要であることがわかる。

解説

問1

空走距離 $y \text{ m}$ は自動車の速さ $x \text{ km/時}$ に比例するので $y = mx$ とおく。

$$x = 10 \text{ のとき } y = 2 \text{ より } 2 = 10m \quad m = \frac{1}{5}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{5}x$$

$$x = a \text{ を代入して } y = \frac{1}{5}a$$

$$\text{よって } \frac{1}{5}a \text{ m}$$

問2.

制動距離 $y \text{ m}$ は自動車の速さの 2 乗に比例するので $y = nx^2$ とおく。

路面が乾いたアスファルトであるとき $x = 10$ のとき $y = 0.5$ より

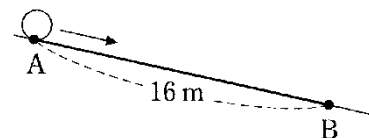
$$0.5 = n \times 10^2$$

$$n = \frac{1}{200}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{200}x^2$$

【問 13】

一郎さんと次郎さんは右の図のような斜面上で、A 地点からボールを転がしている。この斜面では、ボールが転がり始めてから、 x 秒間に転がる距離を y m とすると、 x と y の間に $y = \frac{1}{4}x^2$ という関係があるという。A 地点から 16 m 離れた



地点を B 地点として、次の問いに答えなさい。

(富山県 2010 年度)

問1 ボールが A 地点から B 地点まで転がるときの、 x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

問2 一郎さんは、ボールが転がり始めるのと同時に A 地点を出発し、B 地点に向かって一定の速さで斜面を進んだところ、ボールが転がり始めてから 6 秒後に一郎さんとボールは同じ地点を通過した。

このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 一郎さんの進む速さは毎秒何 m か、求めなさい。

(2) 次の文は、一郎さんとボールの進む様子について述べたものである。文中の I , II にあてはまる言葉の組み合わせとして正しいものを下のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。

A 地点から 8 m の地点を先に通過するのは I で、
B 地点に先に到着するのは II である。

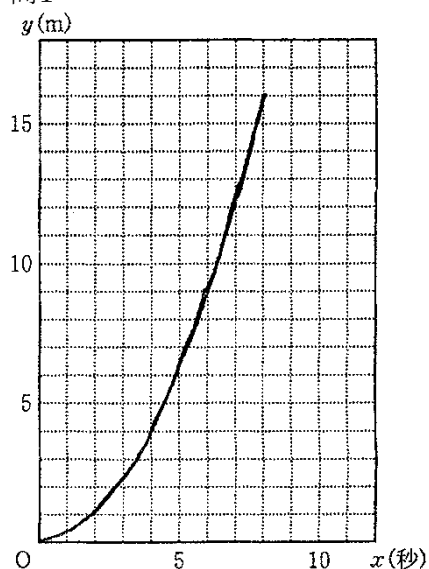
	I	II
ア	ボール	ボール
イ	ボール	一郎さん
ウ	一郎さん	ボール
エ	一郎さん	一郎さん

問3 次郎さんは、ボールが転がり始めてからしばらくして A 地点を出発し、B 地点に向かって毎秒 4m の速さで斜面を進んだところ、ボールが転がり始めてから 4 秒後に、次郎さんとボールは同じ地点を通過した。次郎さんが B 地点に到着したときの、次郎さんとボールの距離を求めなさい。

問1		
問2	(1)	毎秒 $\quad \quad \quad$ m
	(2)	
問3	$\quad \quad \quad$ m	

解答

問1



問2

(1) 毎秒 $\frac{3}{2}$ m

(2) ウ

問3 $\frac{15}{4}$ m

解説

問2

(1)

6 秒間にボールが転がる距離は $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x=6$ を代入して $y = \frac{1}{4} \times 6^2 = 9\text{m}$

一郎さんの進む速さは一定で 6 秒間に 9 m 進むので、その速さは $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ m/秒

問3

次郎さんは毎秒 4 m の速さで A 地点から進むので

ボールを転がし始めてから x 秒後の A 地点から次郎さんまでの距離を y m とすると $y=4x+b$ とおける。

4 秒間にボールが転がる距離は $\frac{1}{4} \times 4^2 = 4\text{m}$

このとき、ボールと次郎さんは同じ位置にいたので、 $x=4$, $y=4$ を代入して $4=16+b$ $b=-12$

よって $y=4x-12$

次郎さんが B 地点に到着するのは $y=16$ を代入して

$$16=4x-12$$

$$x=7 \text{ より}$$

ボールが転がり始めてから 7 分後。

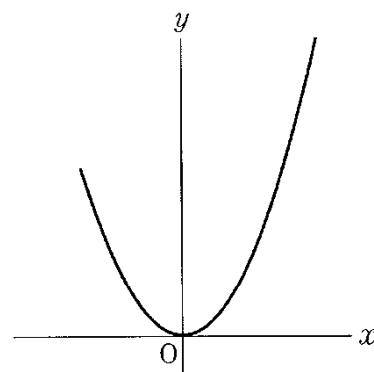
このときボールは A から $\frac{1}{4} \times 7^2 = \frac{49}{4}$ m の地点にあるので

その距離は $16 - \frac{49}{4} = \frac{15}{4}$ m 離れている。

【問 14】

図のように、 x の変域を $-a \leq x \leq a+1$ とする関数 $y=x^2$ のグラフがあります。このグラフ上の点で y 座標が整数である点の個数は偶数となります。このわけを、 a を使った式を用いて説明しなさい。ただし、 a は正の整数とします。

(広島県 2010 年度)



解答欄

解答

x の値が $-a$ から 0 まで増加すると

y の値は a^2 から 0 まで減少し

x の値が 0 から $a+1$ まで増加すると

y の値は 0 から $(a+1)^2$ まで増加する。

このことから y 座標が整数である点の個数は

$-a \leq x \leq 0$ で a^2+1 , $0 < x \leq a+1$ で $(a+1)^2$ である。

したがって y 座標が整数である点の個数は

$a^2+1+(a+1)^2=a^2+1+a^2+2a+1=2(a^2+a+1)$

であるから偶数となる。

【問 15】

傾きが一定の斜面でボールを転がした。ボールが転がり始めてから x 秒間に転がる距離を y m とすると、 y は x の 2 乗に比例した。ボールが転がり始めてから 2 秒間に転がる距離が 6 m であったとき、

(群馬県 2011 年度)

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 転がり始めて 2 秒後から 4 秒後までの 2 秒間に、ボールが転がる距離を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	解
	答 m

解答

$$(1) \ y = \frac{3}{2}x^2$$

(2)

転がり始めてから 4 秒間に転がる距離は(1)より

$$y = \frac{3}{2} \times 4^2 = 24 \text{ だから}$$

求める距離は $24 - 6 = 18$

答 18 m

解説

(1)

y は x の 2 乗に比例するので $y = ax^2$ とおく。

$x = 2$ のとき $y = 6$ より

$$6 = a \times 2^2$$

$$4a = 6$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$\text{よって } y = \frac{3}{2}x^2$$

(2)

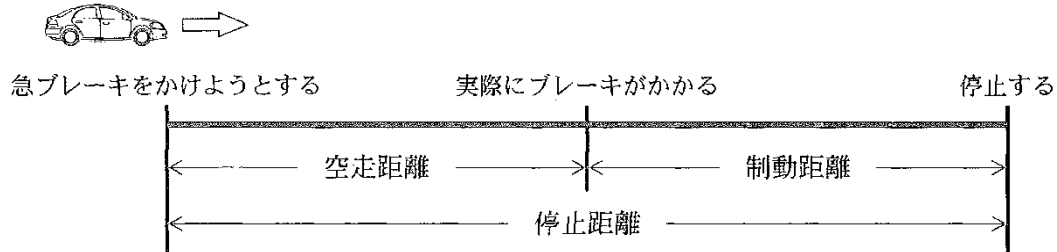
$$x = 2 \text{ のとき } y = \frac{3}{2} \times 2^2 = 6$$

$$x = 4 \text{ のとき } y = \frac{3}{2} \times 4^2 = 24$$

$$\text{よって } 24 - 6 = 18\text{m}$$

【問 16】

ある自動車会社では、車の安全性を高めるために、停止距離に関する実験を行っている。この実験では、停止距離を空走距離と制動距離の和として考える。空走距離とは、運転者が急ブレーキをかけようとしてから実際にブレーキがかかるまでの間に、車が走行する距離である。制動距離とは、実際にブレーキがかかってから停止するまでの間に、車が走行する距離である。



いま、この会社の A さんがある車を運転して、会社のテストコースで実験を行っている。このとき、急ブレーキをかけようとしてから実際にブレーキがかかるまでの時間は常に 0.8 秒であり、その間、車は一定の速さのまま走行する。また、秒速 x m で走行したときの制動距離は ax^2 m で表されることがわかっており、秒速 25 m で走行したときの制動距離は 50 m であった。

次の問1～問4に答えなさい。

(岐阜県 2011 年度)

問1 秒速 25 m で走行したときの停止距離を求めなさい。

問2 秒速 x m で走行するとき、

- (1) 空走距離を x の 1 次式で表しなさい。
- (2) 制動距離は ax^2 m で表される。この式の a の値を求めなさい。

問3 停止距離が 48 m になったとき、急ブレーキをかけようとしたのは、秒速何 m で走行していたときかを求めなさい。

問4 問3で求めた速さの半分の速さで走行するとき、

- (1) 制動距離は、問3の制動距離の何倍になるかを求めなさい。
- (2) 停止距離は、問3の停止距離の何倍になるかを求めなさい。

解答欄

問1	m	
問2	(1)	m
	(2)	$a=$
問3	秒速 m	
問4	(1)	倍
	(2)	倍

解答

問1 70m

問2 (1) $0.8x$ m (2) $a = \frac{2}{25}$

問3 秒速 20m

問4 (1) $\frac{1}{4}$ 倍 (2) $\frac{1}{3}$ 倍

解説

問2

(1)

距離＝速さ×時間なので空走距離は $x \times 0.8 = 0.8x$ m

(2)

秒速 25m で走行したときの制動距離は 50m より

$$a \times 25^2 = 50$$

$$a = \frac{2}{25}$$

問3

秒速 x m で走行していたときの空走距離は $0.8x$ m, 制動距離は $\frac{2}{25}x^2$ m)表せるので

停止距離は $0.8x + \frac{2}{25}x^2$ m と表せる。

停止距離が 48m より

$$0.8x + \frac{2}{25}x^2 = 48$$

$$2x^2 + 20x - 1200 = 0$$

$$x^2 + 10x - 600 = 0$$

$$(x+30)(x-20) = 0$$

$x > 0$ より

$$x = 20 \text{ m/秒}$$

問4

(1)

秒速 20 m で走行するときの制動距離は $\frac{2}{25} \times 20^2 = 32\text{m}$ $20 \div 2 = 10$ より

秒速 10 m で走行するときの制動距離は $\frac{2}{25} \times 10^2 = 8\text{m}$

$$\text{よって } \frac{8}{32} = \frac{1}{4} \text{ 倍}$$

(2)

秒速 20 m で走行するときの停止距離は $0.8 \times 20 + 32 = 16 + 32 = 48\text{m}$

秒速 10 m で走行するときの停止距離は $0.8 \times 10 + 8 = 16\text{m}$

$$\text{よって } \frac{16}{48} = \frac{1}{3} \text{ 倍}$$

【問 17】

図1のように、東西にのびるまっすぐな道路上に地点 A と地点 B があり、地点 A, B 間の距離は 240 m である。一定の速さで東から西へ進むバスが地点 B を通過したのと同時に、地点 A に止まっていた乗用車が東へ向けて出発した。バスは、地点 B を通過してから 20 秒後に乗用車とすれちがい、その 10 秒後に地点 A を通過した。乗用車が地点 A を出発してから時間を x 秒、バスと乗用車それぞれの、地点 A からの距離を y m とする。

図2は、バスについて、地点 B から地点 A までの進行のようすを表したものである。

乗用車について、 $0 \leq x \leq 40$ の範囲では、 x と y との関係は $y = ax^2$ で表されるという。

次の問1、問2に答えなさい。ただし、各自動車の大きさは考えないものとする。

(岐阜県 2011 年度)

問1

(1) a の値を求めなさい。

(2) 乗用車について、 x と y との関係を表すグラフをかきなさい。 ($0 \leq x \leq 40$)

問2 秒速 8 m のトラックが、この道路上を西から東へ向けて進んでいた。

(1) トラックが地点 A を通過したのが、乗用車が地点 A を出発したのと同じであったとする。トラックがバスとすれちがったのは、トラックが地点 A を通過してから何秒後であったかを求めなさい。

(2) トラックが地点 A を通過したのが、乗用車が地点 A を出発した後であったとする。乗用車が地点 A を出発してから 40 秒後までの間に、トラックは乗用車を追い越したが、追い越してから 20 秒後に乗用車に追いつかれた。トラックが地点 A を通過したのは、乗用車が地点 A を出発してから何秒後であったかを求めなさい。

図1

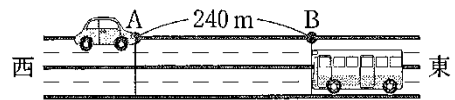
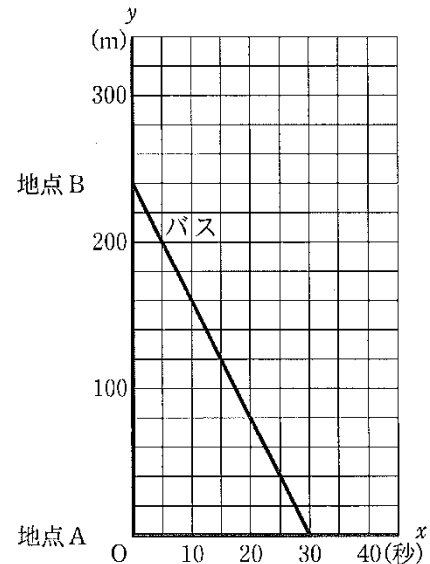


図2



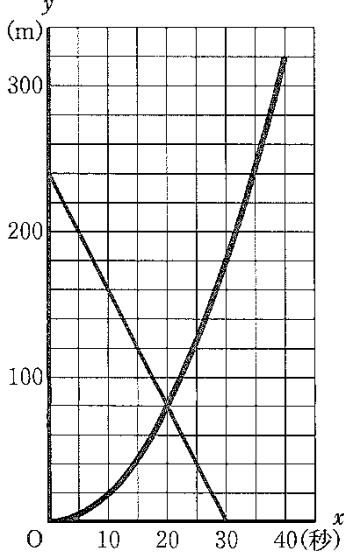
問1	(1)	
	(2)	
問2	(1)	秒後
	(2)	秒後

解答

問1

(1) $\frac{1}{5}$

(2)



問2

(1) 15 秒後

(2) 7.5 秒後

解説

問1

(1)

グラフより、バスはスタートしてから 20 秒後に地点 A から 80 m の地点におり

そのとき乗用車と出会っているので、乗用車はスタートしてから 20 秒後に 80 m 移動したことがわかる。

$$0 \leq x \leq 40 \text{ までは } y = ax^2 \text{ の関係だから } x=20, y=80 \text{ を代入して } 80 = a \times 20^2 \quad a = \frac{1}{5}$$

問2

(1)

トラックが地点 A を通過してから x 分後の地点 A からの距離を y m とすると $y = 8x \cdots \textcircled{1}$ で表せる。

$$\text{バスの速さは } \frac{240}{30} = 8 \text{ より } x, y \text{ の関係は } y = -8x + 240 \cdots \textcircled{2} \text{ と表せる。}$$

トラックとバスがすれ違うのは y の値が一致するときだから①, ②の交点の x 座標が求める時間となる。

$$8x = -8x + 240 \quad 16x = 240 \quad x = 15 \text{ 秒後}$$

(2)

乗用車が地点 A を通過してから x 秒後の地点 A からの距離を y m とすると

トラックの x と y の関係は $y = 8x + b$ とおける。

トラックが乗用車に追いついたのを乗用車が地点 A を出発してから t 秒後とすると

再び乗用車に追いつかれたのは $t + 20$ 秒後と表せる。

$$x = t \text{ のとき } y = \frac{1}{5}t^2 \quad x = t + 20 \text{ のとき } y = \frac{1}{5}(t + 20)^2$$

このときの変化の割合はトラックの変化の割合 8 と一致するから

$$\left\{ \frac{1}{5}(t + 20)^2 - \frac{1}{5}t^2 \right\} \div 20 = 8$$

$$(t + 20)^2 - t^2 = 800$$

$$t^2 + 40t + 400 - t^2 = 800$$

$$40t = 400$$

$$t = 10$$

トラックが乗用車に追いついたのは (10, 20) より $x = 10, y = 20$ を $y = 8x + b$ に代入して

$$20 = 8 \times 10 + b \quad b = -60$$

よって $y = 8x - 60$ トラックが地点 A にいるのは $y = 0$ のときだから $0 = 8x - 60 \quad x = 7.5$

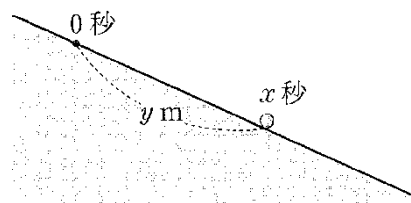
よってトラックが地点 A を通過したのは乗用車が地点 A を出発してから 7.5 秒後。

【問 18】

図のような斜面上で、ボールが転がり始めてから x 秒間に転がる距離を y m とするとき、 x と y の間には、 $y=2x^2$ の関係がある。

次の問1、問2に答えなさい。

(山口県 2011 年度)



問1 ボールが転がり始めた位置から転がる距離が 18 m となるのは、転がり始めてから何秒後か。答えなさい。

問2 関数 $y=2x^2$ について、 x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解答欄

問1	秒後
問2	

解答

問1 3 秒後

問2 10

解説

問1

$y=2x^2$ に $y=18$ を代入して

$$18=2x^2$$

$$x^2=9$$

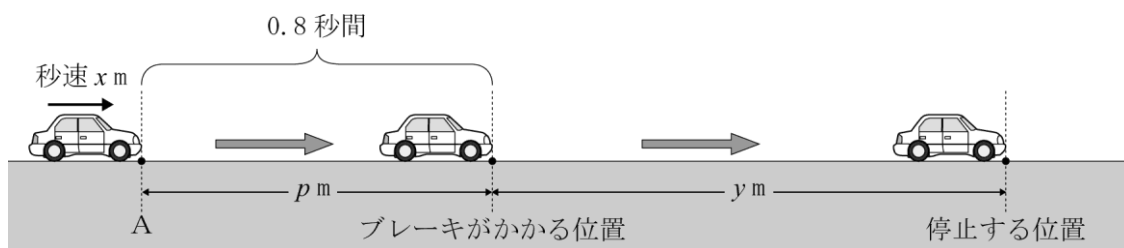
$x>0$ より

$$x=3 \text{ 秒}$$

【問 19】

下の図のように、秒速 x m で走る自動車が、地点 A から 0.8 秒間で p m 走ったところでブレーキがかかり、 y m 進んで停止する。このとき、 x と y の関係を $y=ax^2$ とする。次の問1, 問2に答えなさい。

(青森県 2013 年度 後期)



問1 $x=5$ のとき、 p の値を求めなさい。

問2 $x=4$ のとき $y=1.6$ とする。次の(1)～(3)に答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

(2) x の値が $\frac{1}{2}$ 倍になると、 y の値は何倍になるか、求めなさい。

(3) $p+y=10.5$ のときの x の値を求めなさい。

解答欄

問1	$p=$	
問2	(1)	$a=$
	(2)	倍
	(3)	$x=$

解答

問1 $p=4$

問2

$$(1) a = \frac{1}{10}$$

$$(2) \frac{1}{4} \text{ 倍}$$

$$(3) x=7$$

解説

問1

p は秒速 x m で 0.8 秒間に進む距離だから $x=5$ のとき $p=5 \times 0.8=4$

問2

(1)

$y=ax^2$ において $x=4$ のとき $y=1.6$ より

$$1.6=16a$$

$$a = \frac{1}{10}$$

(2)

y は x の 2 乗に比例するので, x の値が $\frac{1}{2}$ 倍になると, y の値は $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ 倍になる。

(3)

$p=0.8x$, $y = \frac{1}{10}x^2$ と表せるので

$$p+x^2+8x-105=0$$

$$(x+15)(x-7)=0$$

$x>0$ より

$$x=7$$

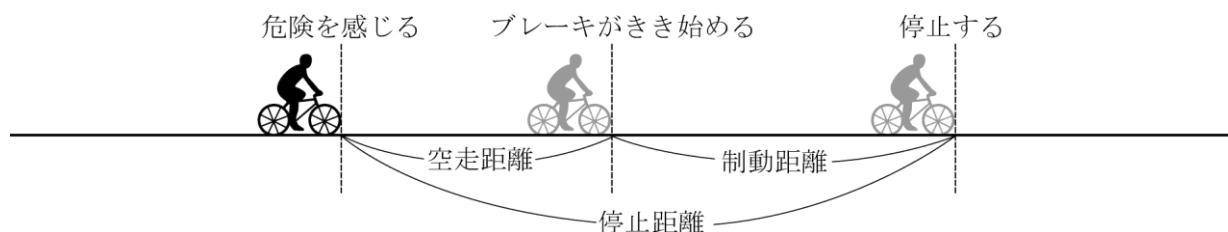
$y=10.5$ のとき

$$0.8x + \frac{1}{10}x^2 = 10.5$$

$$8x+x^2=105$$

【問 20】

自転車に乗っている人が危険を感じてからブレーキをかけ、ブレーキが実際にきき始めるまでに進む距離を空走距離、ブレーキがきき始めてから停止するまでに進む距離を制動距離という。空走距離と制動距離の和が危険を感じてから停止するまでの距離で、これを停止距離という。

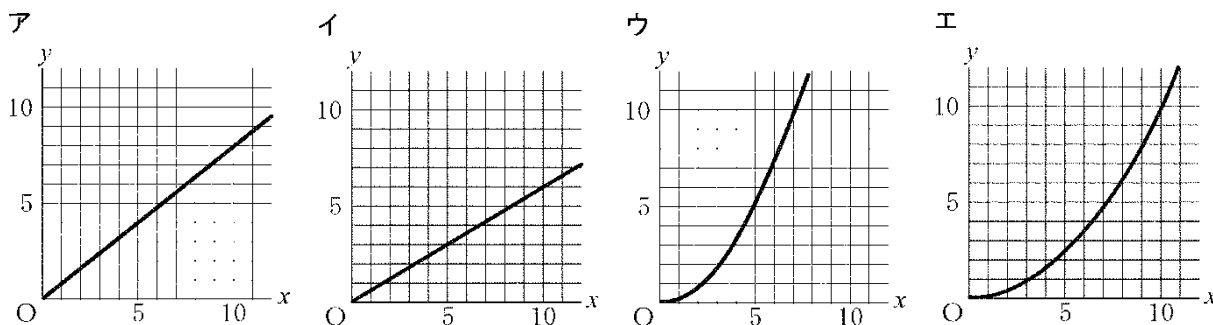


いま、自転車に乗っている A さんが危険を感じてからブレーキをかけ、ブレーキが実際にきき始めるまでの時間は常に 0.8 秒で、この間の自転車の速さは危険を感じた地点と変わらず一定であるものとする。また、制動距離は自転車の速さの 2 乗に比例するものとし、自転車の速さが毎秒 6.0 m のときの制動距離は 3.6 m である。このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(鹿児島県 2013 年度)

問1 危険を感じた地点での自転車の速さが毎秒 6.0 m のとき、空走距離は何 m か。

問2 危険を感じた地点での自転車の速さを毎秒 x m、そのときの制動距離を y m として、 y を x の式で表せ。また、 x と y の関係を表すグラフは下のア～エのどれか。記号で答えよ。



問3 空走距離が 7.2 m のとき、制動距離は何 m か。

問4 停止距離が 5.9 m のとき、危険を感じた地点での自転車の速さは毎秒何 m か。ただし、危険を感じた地点での自転車の速さを毎秒 x m として、 x についての方程式と計算過程も書くこと。

解答欄

問1	m	
問2	(式) $y=$	(グラフ)
問3	m	
問4	(式と計算) 答 毎秒 m	

解答

問1 4.8m

問2

$$\text{式 } y = \frac{1}{10}x^2$$

グラフ エ

問3 8.1m

問4

(式と計算)

空走距離は $0.8x$ m, 制動距離は $\frac{1}{10}x^2$ m

停止距離が 5.9m であるから $0.8x + \frac{1}{10}x^2 = 5.9$

整理すると $x^2 + 8x - 59 = 0$

$$\text{解の公式より } x = \frac{-8 \pm \sqrt{300}}{2} = -4 \pm 5\sqrt{3}$$

$x > 0$ より

$$x = -4 + 5\sqrt{3}$$

答 毎秒 $5\sqrt{3} - 4$ m

解説

問1

空走距離は $6.0 \times 0.8 = 4.8$ m

問2

制動距離は自転車の速さの 2 乗に比例するので $y = ax^2$ とおく。

$x = 6.0$ のとき $y = 3.6$ より

$$3.6 = 36a$$

$$a = \frac{1}{10}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{10}x^2$$

グラフは エ

問3

空走距離が 7.2 m のとき, 自転車の速さは $7.2 \div 0.8 = 9$ より毎秒 9 m

$$\text{よって, 制動距離は } y = \frac{1}{10} \times 9^2 = 8.1 \text{ m}$$

問4

空走距離は $0.8x$ m, 制動距離は $\frac{1}{10}x^2$ m と表せるので

停止距離は, $0.8x + \frac{1}{10}x^2$ m

$$\text{よって } 0.8x + \frac{1}{10}x^2 = 5.9$$

$$x^2 + 8x - 59 = 0$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4 \times 1 \times (-59)}}{2 \times 1} = \frac{-8 \pm \sqrt{300}}{2} = \frac{-8 \pm 10\sqrt{3}}{2}$$

$$= -4 \pm 5\sqrt{3}$$

$x > 0$ より

$$x = -4 + 5\sqrt{3}$$

求める速さは 毎秒 $5\sqrt{3} - 4$ m

【問 21】

右の図のように、斜面上の A 地点にこうたさんがいる。また、りえさんは A 地点から 6 m 先に、さらに、たかこさんはりえさんより 10m 先にいる。

3 人は同時に出発する。出発してから x 秒後の A 地点からの距離を

y m とし、3 人の進み方のように進む。ただし、3 人は A 地点から 120 m 離れた地点まで、一直線の道を進むものとする。

次の各問いに答えなさい。

(長野県 2014 年度)

[3 人の進み方]

こうたさん … 出発から自転車に乗って進む。このとき、 x と y の関係は $y = \frac{1}{4}x^2$ とする。

りえさん … 出発からまず毎秒 5 m の速さで進み、出発してから何秒後かに速さを変え、毎秒 2 m の速さで進む。

たかこさん … 出発から毎秒 3 m の速さで進む。

問1 こうたさんの x と y の関係は、次の表のようになった。表中の あ , い に当てはまる数を求めなさい。

x	0	1	2	...	い	...
y	0	$\frac{1}{4}$	あ	...	16	...

問2 たかこさんの x と y の関係を式に表しなさい。ただし、変域は書かなくてよい。

問3 出発して 6 秒後から 8 秒後までのこうたさんとたかこさんの平均の速さについてどのようなことがいえるか。正しいものを次のア～ウから 1 つ選び、記号を書きなさい。また、それが正しいことの理由を説明しなさい。

- {

ア こうたさんの方が速い。

イ たかこさんの方が速い。

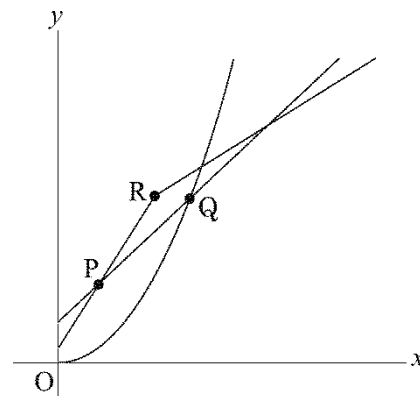
ウ 2 人の速さは同じである。

}

問4 A 地点から 120 m 離れた地点までの 3 人の x と y の関係をグラフに表すと、右のようになった。

- (1) このグラフからわかることについて、正しいものを次のア～オから 2 つ選び、記号を書きなさい。

- ア 点 P では、りえさんがたかこさんに追いついた。
 イ 点 Q では、りえさんがこうたさんに追いついた。
 ウ 点 R では、りえさんが進む速さを変え、その後速さを速めた。
 エ 点 P となる時刻を過ぎ、点 R となるまでの時間では、先頭がりえさんで、たかこさん、こうたさんの順に進んでいる。
 オ A 地点から 120 m 離れた地点に最初に着いたのは、りえさんである。



- (2) 点 Q は出発してから何秒後か求めなさい。

問5 3 人が同時に同じ地点を通過できるようにするためには、りえさんは出発してから何秒後に速さを変えればよいか求めなさい。また、速さを変えるのは、A 地点から何m離れた地点になるか求めなさい。

解答欄

問1	あ		
	い		
問2	y=		
問3	記号		
	説明		
問4	(1)		
	(2)	秒後	
問5	時間	秒後	
	地点	m	

解答

問1 あ 1 い 8

問2 $y=3x+16$

問3

記号 ア

説明

平均の速さはこうたさんが毎秒 $\frac{7}{2}$ m

たかこさんは毎秒 3 m となる。

だから、こうたさんのほうが速い。

問4

(1) ア エ

(2) 16 秒後

問5 時間 $\frac{26}{3}$ 秒後 地点 $\frac{148}{3}$ m

解説

問1

$y = \frac{1}{4}x^2$ に $x=2$ を代入して $y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$ $y=16$ を代入して $16 = \frac{1}{4}x^2$ $x^2=64$

$x>0$ より

$x=8$

問2

たかこさんの A 地点からの距離は $16 \text{ m} + x$ 秒間に進んだ距離 だから $y=3x+16$

問3

こうたさんの 6 秒後から 8 秒後までの平均の速さは $\left(\frac{1}{4} \times 8^2 - \frac{1}{4} \times 6^2\right) \div (8-6) = \frac{7}{2}$ より毎秒 $\frac{7}{2}$ m

たかこさんの 6 秒後から 8 秒後までの平均の速さは毎秒 3 m

よって、こうたさんの方が速いのでア

問4

(1)

アについて、点 P から下側にあったりえさんのグラフがたかこさんのグラフの上側にくるので正しい。

イについて、点 Q ではこうたさんがたかこさんに追いついているので、正しくない。

ウについて、点 R ではりえさんが点 R 以降速さを遅くしているので、正しくない。

エについて、P から R までグラフは上からりえさん、たかこさん、こうたさんになっているので、正しい。

オについて、A 地点から 120 m 先の地点に最初に着いたのはこうたさんなので、正しくない。

よって、選択肢はアとエ

(2)

$\frac{1}{4}x^2 = 3x + 16$ より

$x^2 - 12x - 64 = 0$

$(x-16)(x+4) = 0$

$x>0$ より

$x=16$

$y = 3 \times 16 + 16 = 64$

Q(16, 64)

問5

りえさんが速さを変えた後、点 Q を通るようにすればよい。

りえさんが速さを変えてからの式を $y=2x+b$ とおく。

Q を通るので、 $64=2 \times 16 + b$ $b=32$

よって $y=2x+32 \cdots (\text{ア})$

りえさんが A 地点をスタートしてから速さを変えるまでの式は、 $y=5x+6 \cdots (\text{イ})$

(ア)と(イ)を連立方程式として解くと $x = \frac{26}{3}$, $y = \frac{148}{3}$

よって $\frac{26}{3}$ 秒後に A 地点から $\frac{148}{3}$ m 離れた地点で速さを変える。

【問 22】

秒速 35 m でボール A を地上から真上に打ち上げた。このとき、ボール A が打ち上げられてから地上に落ちてくるまでの間、ボール A の高さは、打ち上げてから x 秒後に $(35x - 5x^2)$ m になった。

次の問1～問3に答えなさい。ただし、ボール A の大きさは考えないものとする。

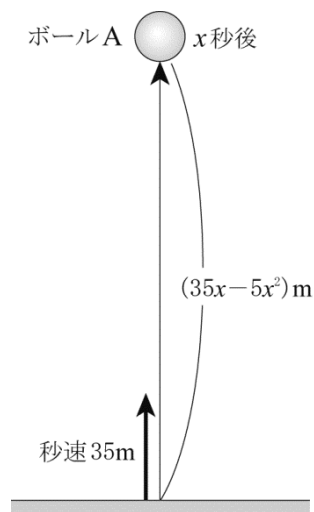
(岐阜県 2014 年度)

問1 ボール A の高さは、打ち上げてから 1 秒後に何 m になるかを求めなさい。

問2 ボール A の高さが 50m になるのは、打ち上げてから何秒後と何秒後であるかを求めなさい。

問3 秒速 5 m の一定の速さで真上に上昇する風船 B を、地上から放した。その 9 秒後に、秒速 35m でボール A を、風船 B を放した同じ地点から真上に打ち上げた。すると、ボール A は空中で風船 B に当たった。

次の文は、ボール A が風船 B に当たったときの高さについて、よし子さんが考察したものである。アには x の 1 次式を、イ、ウには数を、それぞれあてはまるように書きなさい。ただし、風船 B の大きさは考えないものとする。



ボール A を打ち上げてから x 秒後に、ボール A が風船 B に当たったとする。風船 B は秒速 5 m の一定の速さで真上に上昇するので、このときの風船 B の高さを、 x を使った式で表すと ア m になる。

また、このときのボール A の高さは $(35x - 5x^2)$ m になり、風船 B の高さ と ボール A の高さが等しいことから、方程式をつくって解くと、 $x =$ イ と求めることができる。したがって、ボール A が風船 B に当たったときの高さは ウ m であることがわかる。

解答欄

問1	m	
問2	秒後と	秒後
問3	ア	
	イ	
	ウ	

解答

問1 30m

問2 2 秒後と 5 秒後

問3 ア $5(x+9)$ イ 3 ウ 60

解説

問1

1 秒後のボール A の高さは, $35 \times 1 - 5 \times 1^2 = 30\text{m}$

問2

$$35x - 5x^2 = 50$$

$$5x^2 - 35x + 50 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5) = 0$$

$$x = 2, 5$$

よって 2 秒後と 5 秒後

問3

風船 B はボール A を打ち上げる 9 秒前に放しているので

ボール A を打ち上げてから x 秒後の風船 B の高さは $5(x+9)\text{m}$

ボール A の高さは $35x - 5x^2 \text{ m}$

高さが等しいので $5(x+9) = 35x - 5x^2$

$$5x^2 - 30x + 45 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$(x-3)^2 = 0$$

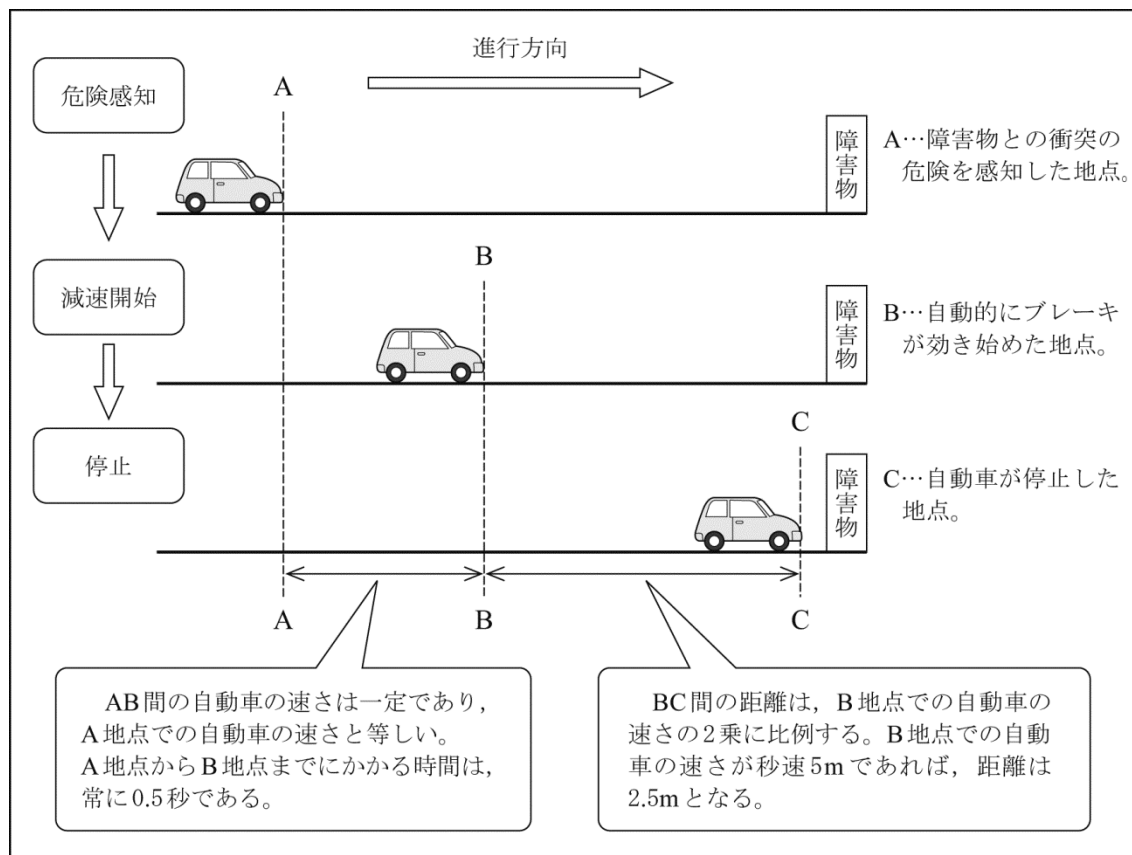
$$x = 3$$

よってそのときの高さは $5 \times (3+9) = 60\text{m}$

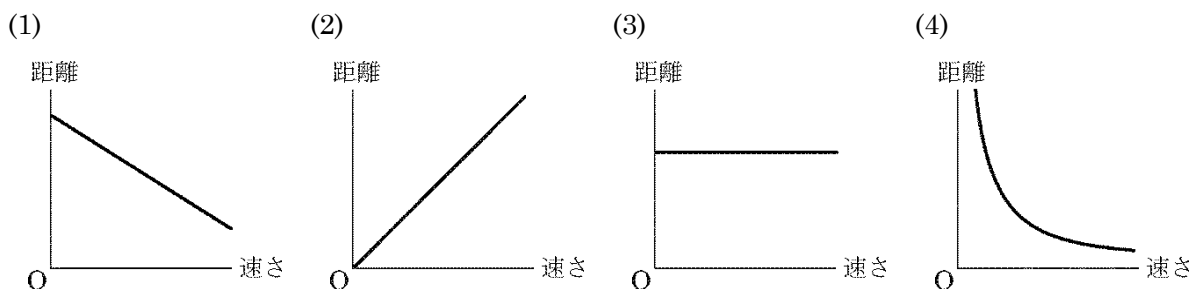
【問 23】

次は、自動車が一定の条件下で、障害物との衝突の危険を感知してから自動的にブレーキをかけ、停止するまでの様子を模式的に表したものである。問1～問3に答えなさい。

(岡山県 2014 年度 一般)



問1 A 地点での自動車の速さと AB 間の距離の関係を表したグラフとして最も適当なのは、(1)～(4)のうちではどれですか。一つ答えなさい。ただし、横軸は A 地点での自動車の速さ、縦軸は AB 間の距離を表す。



問2 B 地点での自動車の速さを秒速 x m, BC 間の距離を y m とするとき, y を x の式で表しなさい。また, その関数のグラフをかきなさい。ただし, x の変域は $x \geq 0$ とする。

問3 A 地点での速さが秒速 8 m の自動車が, 障害物の前の C 地点で停止した。このとき, A 地点から障害物までの距離が 11 m であったとすると, C 地点から障害物までの距離は何 m であるかを求めなさい。

問1	
問2	式
	グラフ
問3	m

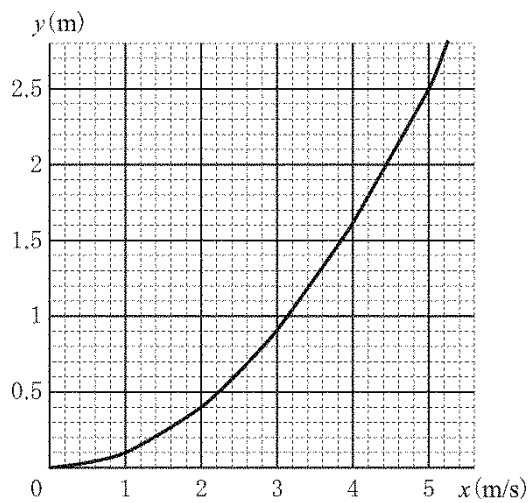
解答

問12

問2

$$\text{式 } y = \frac{1}{10} x^2$$

グラフ



問3 0.6m

解説

問1

AB間の距離は、地点AB間の自動車の速さ×0.5秒だから、距離は速さに比例するのでグラフは(2)

問2

BC間の距離 y m は、B地点の速さ秒速 x m の2乗に比例するので $y = ax^2$ とおく。

$x = 5$ のとき $y = 2.5$ より

$$2.5 = a \times 5^2$$

$$a = \frac{1}{10}$$

$$y = \frac{1}{10} x^2$$

問3

A地点での速さが秒速8mのとき

AB間の距離は $8 \times 0.5 = 4$ m

BC間の距離は $\frac{1}{10} \times 8^2 = 6.4$ m

よってAC間の距離は $4 + 6.4 = 10.4$ m だから

C地点から障害物までの距離は $11 - 10.4 = 0.6$ m

【問 24】

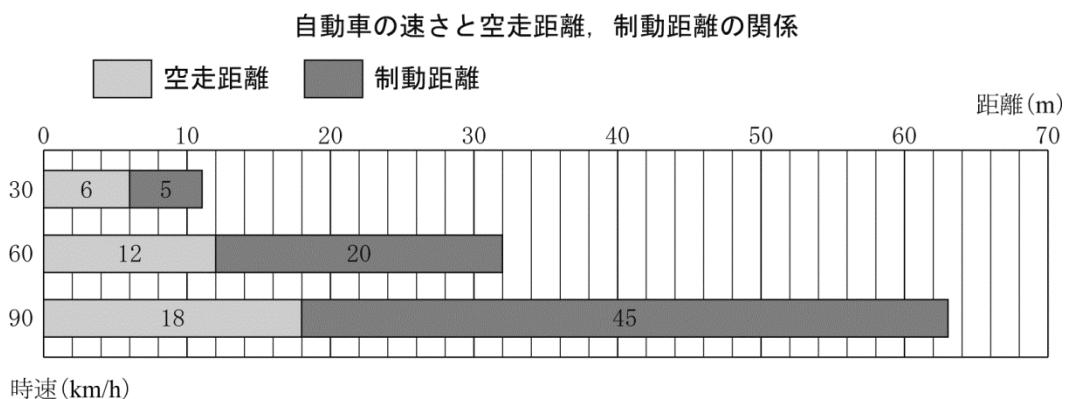
和樹さんは、道路に急ブレーキをかけてできたタイヤの跡がつ
いているのを見て、自動車の速さと自動車が止まるまでの距離に



どんな関係があるか知りたくなった。和樹さんは、自動車が止まるまでの距離について次のことがわかった。

- ・運転者が危険を感じてからブレーキがきき始めるまでに走った距離を「空走距離」、ブレーキがきき始めてから止まるまでに走った距離を「制動距離」ということ。
- ・(空走距離)+(制動距離)を「停止距離」ということ。

そして、自動車の速さと空走距離、制動距離の関係が下の図のようにになっている資料を見つけた。この図では、例えば、自動車の速さが時速 90 km のとき、空走距離が 18 m、制動距離が 45 m であることを表している。



このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(山梨県 2015 年度)

問1 時速 60 km のときの停止距離を求めなさい。

問2 和樹さんは、時速 x km のときの空走距離を y m とするとき、 y は x に比例していると考えた。この x と y の関係について、 y は x に比例していると考えられる理由を、図の中の数値を用いて説明しなさい。

問3 時速 x km のときの制動距離を z m とすると、 x と z の関係は、 $z = \frac{1}{180}x^2$ と表すことができる。

このとき、次の(1)、(2)に答えなさい。

(1) 制動距離が 16 m であるとき、時速何 km で走っていたか求めなさい。ただし、答えが無理数になる場合は、無理数のままで答えなさい。

(2) 時速 75 km のときの制動距離は、時速 30 km のときの制動距離の何倍になるか求めなさい。

解答欄

問1	m	
問2		
問3	(1)	時速 km
	(2)	倍

解答

問1 32m

問2

$x=30$ のとき $y=6$, $x=60$ のとき $y=12$,

$x=90$ のとき $y=18$ であるから $y=\frac{1}{5}x$ と表せる。

よって $y=ax$ の形で表されるから y は x に比例していると考えられる。

〔別解〕

x が 30 から 60 に 2 倍, 30 から 90 に 3 倍になるとき

それにもなって, y も 6 から 12 に 2 倍, 6 から 18 に 3 倍 になっているから

y は x に比例していると考えられる。

問3 (1) 時速 $24\sqrt{5}$ km (2) $\frac{25}{4}$ 倍

解説

問1

時速 60 km のときの停止距離は, 空走距離+制動距離 で求めることができるから

$$12+20=32\text{m}$$

問2

「 x の値が 2 倍, 3 倍になると, y の値も 2 倍, 3 倍になっている」

または「 $y=\frac{1}{5}x$ より $y=ax$ の式にあてはまる」とき

y は x に比例すると考えられる。

問3

(1)

制動距離が 16 m のとき $z=\frac{1}{180}x^2$ に $z=16$ を代入する。

$$16=\frac{1}{180}x^2$$

$$x^2=16\times 180$$

$$x=\pm 24\sqrt{5}$$

$x>0$ より

$$x=24\sqrt{5}$$

よって時速 $24\sqrt{5}$ km

(2)

時速 75 km のときの制動距離は $\frac{1}{180}\times 75^2=\frac{125}{4}$ km

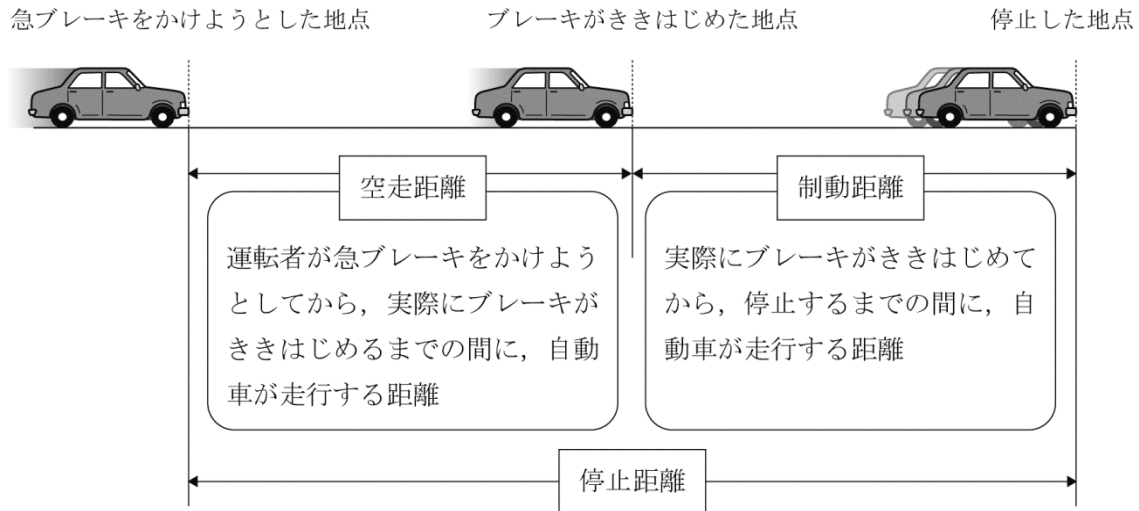
時速 30 km のときの制動距離は

$$\frac{1}{180}\times 30^2=5\text{km}$$

$$\frac{125}{4}\div 5=\frac{25}{4}\text{ 倍}$$

【問 25】

ある自動車会社では、テストコースを使って、急ブレーキをかけたときの停止距離を測定する実験を行った。この実験では、停止距離を空走距離と制動距離の和として考える。



この実験の結果、急ブレーキをかけようとしてから、実際にブレーキがききはじめるまでの時間は常に 0.8 秒であり、ブレーキがききはじめるまでは自動車は減速せず一定の速さのまま走行した。

また、ブレーキがききはじめた地点での自動車の速さを秒速 x m として、そのときの制動距離を y m とすると、 y は x の 2 乗に比例し、 x と y の関係は次の式で決まることがわかった。

$$y = 0.1 x^2$$

(長野県 2015 年度)

- (1) 制動距離について、次のようにまとめた。い に当てはまる数を求めなさい。また、う に当てはまる式を、下のア～ウから 1 つ選び、記号を書きなさい。

ブレーキがききはじめた地点での自動車の速さが 2 倍になると、制動距離は い 倍になる。

また、ブレーキがききはじめた地点での自動車の速さが、秒速 5 m と秒速 10 m のときの 制動距離の差を p m、秒速 10 m と秒速 15 m のときの制動距離の差を q m とすると、 p と q の間には う という関係が成り立つ。

[ア $p < q$ イ $p = q$ ウ $p > q$]

- (2) 空走距離が 16 m のとき、停止距離を求めなさい。
- (3) 停止距離が 24 m のとき、急ブレーキをかけようとした地点での自動車の速さを求めなさい。ただし、急ブレーキをかけようとした地点での自動車の速さを秒速 a m として、 a の方程式と計算過程を書き、方程式の解が問題の条件にあっているかどうか確かめること。

解答欄

(1)	い		う	
(2)	m			
(3)	よって, 自動車の速さは秒速 m			

解答

(1) い 4 う ア

(2) 56m

(3)

$$0.8a + 0.1a^2 = 24$$

これを解くと

$$a^2 + 8a - 240 = 0$$

$$(a + 20)(a - 12) = 0$$

$$a = -20, 12$$

$a = -20$ は負になり, 問題にあわない。

自動車の速さは 秒速 12m

解説

(1)

速さが秒速 x m のときの制動距離 y m には $y = 0.1x^2$ の関係がある。

よって y は x^2 に比例するので, 速さが 2 倍になると制動距離は $2^2 = 4$ 倍になる。

$$\text{また, 秒速 } 5 \text{ m と秒速 } 10 \text{ m のときの制動距離の差 } p = 0.1 \times 10^2 - 0.1 \times 5^2 = 7.5 \text{ m}$$

$$\text{秒速 } 10 \text{ m のときと秒速 } 15 \text{ m のときの制動距離の差 } q = 0.1 \times 15^2 - 0.1 \times 10^2 = 12.5 \text{ m}$$

よって $p < q$ より, 選択肢はア

(2)

空走距離が 16m のとき, 自動車の速さは, $16 \div 0.8 = 20$ より, 秒速 20m

よってこのときの制動距離は $0.1 \times 20^2 = 40$ m となり, 停止距離は $16 + 40 = 56$ m

(3)

自動車の速さを秒速 a m とするとき

停止距離が 24 m より

$$0.8a + 0.1a^2 = 24$$

$$a^2 + 8a - 240 = 0$$

$$(a + 20)(a - 12) = 0$$

$$a = -20, 12$$

$a > 0$ より

$$a = 12$$

よって自動車の速さは毎秒 12m

【問 26】

駅を出発した列車がまっすぐな線路上を一定の割合で加速しながら走行しているとき、列車が駅を出発してから x 秒間に走行した距離を y m とすると、 y は x の 2 乗に比例し、 $x=6$ のとき $y=9$ であった。

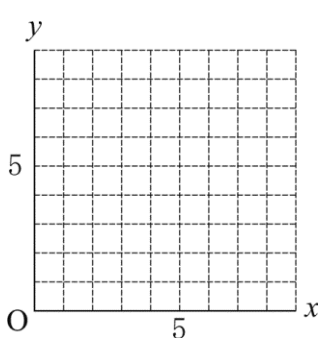
このとき、次の問1、問2に答えよ。

(京都府 2015 年度 前期)

問1 y を x の式で表せ。また、 x と y の関係を表すグラフをかけ。

問2 $x=14$ から $x=18$ までの、この列車の平均の速さは秒速何 m か求めよ。

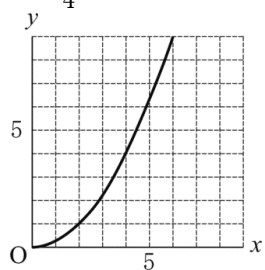
解答欄

問1	$y=$
	
問2	秒速 m

解答

問1

$$y = \frac{1}{4}x^2$$



問2 秒速 8m

解説

問1

$$y = ax^2 \text{ に } x=6, y=9 \text{ を代入して } 9=36a \quad a = \frac{1}{4}$$

$$\text{よって求める式は } y = \frac{1}{4}x^2$$

グラフは原点を頂点とする(2, 1), (6, 9) を通るような放物線を $x \geq 0$ で描く。

問2

列車の平均の速さは、変化の割合と一致する。

$$x=14 \text{ のとき } y = \frac{1}{4} \times 14^2 = 49$$

$$x=18 \text{ のとき } y = \frac{1}{4} \times 18^2 = 81$$

$$\text{よって平均の速さは } \frac{81-49}{18-14} = \frac{32}{4} = 8 \text{ より}$$

秒速 8m

【問 27】

大輝さんは、2つの球が斜面を転がるようすを見たとき、2つの球の間の距離が自分の予想と違うことに気づいた。そこで、球が斜面を転がる時間と距離の関係について、大きさと重さが等しい赤球と青球を用いて次のように調べた。問1、問2に答えなさい。

(岡山県 2015 年度 一般)

図



図のように、斜面上の A 地点に赤球を置き、静かに手をはなしたところ、赤玉は手をはなすと同時に斜面に沿って転がり始めた。

A 地点から赤球が転がり始めてからの 表

時間 x (秒) と、その間に転がる距離 y (m) の関係は、表のようになり、 y は x の 2 乗に比例することが確かめられた。

また、青玉でも同じ結果が得られた。

x	0	1	2	3	...
y	0	0.2	0.8	1.8	...

問1 y を x の式で表しなさい。

問2 大輝さんは、A 地点に赤球を置き、静かに手をはなした。次に、A 地点に青球を置き、赤球が転がり始めてから 5 秒後に静かに手をはなした。このあと、時間とともに赤球と青球の間の距離がどのようになるかについて大輝さんは次のように確かめた。(1)～(4)に答えなさい。

A 地点から青球が転がり始めてからの時間が t (秒) のとき、A 地点から赤球が転がり始めてからの時間は、 t を使って (あ) (秒) と表すことができる。このとき、赤球と青球の間の距離(m) は、 t を使って

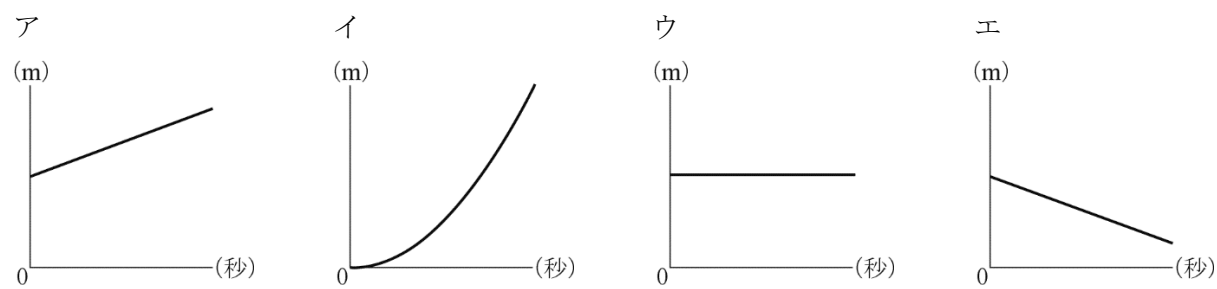
(い)

となる。A 地点から青球が転がり始めてからの時間と、赤球と青球の間の距離の関係をグラフに表すと、赤球と青球の間の距離が (う) ようすがよくわかった。

(1) (あ) に適当な式を書き入れなさい。

(2) (い) に赤球と青球の間の距離を表す式を、計算して求めなさい。ただし、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(3) 下線部の関係を表したグラフとして最も適当なのは、ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。ただし、横軸は A 地点から青球が転がり始めてからの時間、縦軸は赤球と青球の間の距離を表す。



(4) (う) に当てはまることばとして最も適当なのは、ア～カのうちではどれですか。一つ答えなさい。

- ア 毎秒 2 m ずつ縮まる

イ 常に 2 m で一定である

ウ 毎秒 2 m ずつ広がる
- エ 毎秒 5 m ずつ縮まる

オ 常に 5 m で一定である

カ 毎秒 5 m ずつ広がる

解答欄

問1	y=	
問2	(1)	秒
	(2)	
	(3)	
	(4)	

解答

問1 $y = \frac{1}{5} x^2$

問2

(1) $t+5$ 秒

(2)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{5} (t+5)^2 - \frac{1}{5} t^2 \\ &= \frac{1}{5} (t^2 + 10t + 25) - \frac{1}{5} t^2 \\ &= \frac{1}{5} t^2 + 2t + 5 - \frac{1}{5} t^2 \\ &= 2t + 5 \end{aligned}$$

(3) ア

(4) ウ

解説

問1

y は x^2 に比例するので $y = ax^2$ とおく。

$x=1$ のとき $y=0.2$ より $0.2 = a \times 1^2$ $a = \frac{1}{5}$

よって求める式は $y = \frac{1}{5} x^2$

問2

(1)

赤玉が転がり始めてから 5 秒後に青玉を転がすので

A 地点から青玉が転がり始めてから

t 秒のとき A 地点から赤玉が転がり始めてからの時間は $t+5$ 秒

(2)

A 地点から赤玉が $t+5$ (秒間)に進む距離は、 $\frac{1}{5} (t+5)^2 \text{m}$

A 地点から青玉が t 秒間に進む距離は $\frac{1}{5} t^2 \text{m}$ と表せる。

よって、その差は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{5} (t+5)^2 - \frac{1}{5} t^2 = \frac{1}{5} (t^2 + 10t + 25) - \frac{1}{5} t^2 \\ &= \frac{1}{5} t^2 + 2t + 5 - \frac{1}{5} t^2 \\ &= 2t + 5 \text{m} \end{aligned}$$

(3)

赤玉と青玉の距離 $= 2t + 5$ より、距離は時間の一次関数になっているのでグラフは直線である。

また傾きは正なので右上がりの直線である。

よって選択肢はア。

(4)

傾きが 2 より、距離は毎秒 2 m ずつ広がるので選択肢はウ。

【問 28】

まっすぐな道路上に地点 A があり, あるバスが地点 A に止まっている。このバスが地点 A を出発してから x 秒間に進む距離を y m とすると, $0 \leq x \leq 10$ の範囲では $y = \frac{1}{2}x^2$ の関係がある。

次の問1, 問2に答えなさい。

(山口県 2015 年度)

問1 このバスが地点 A を出発してから進む距離が 32 m となるのは, 出発してから何秒後か。求めなさい。

図1

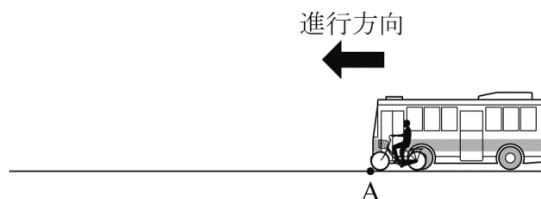
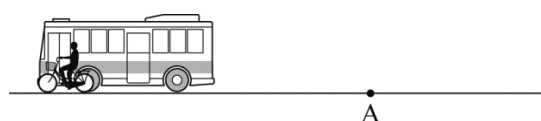


図2



図3



問2 図1のように, このバスが地点 A を出発すると同時に, バスの進行方向と同じ方向に, 一定の速さで走っている自転車が地点 A を通過し, 図2のように, バスを追い抜いた。

このバスが地点 A を出発してから 6 秒後に, 図3のように, 自転車に追いついたとすると, 自転車の速さは毎秒何 m か。求めなさい。

解答欄

問1	秒後
問2	毎秒 m

解答

問1 8 秒後

問2 毎秒 3m

解説

問1

$y = \frac{1}{2}x^2$ に $y = 32$ を代入して

$$32 = \frac{1}{2}x^2$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \pm 8$$

$x > 0$ より

$x = 8$ 秒後

問2

自転車の速さを毎秒 t m とすると、地点 A を出発してから 6 秒後の地点 A からの距離は $6t$ m

これがバスが出発してから 6 秒後の地点 A からの距離 $y = \frac{1}{2} \times 6^2 = 18$ m と等しい。

よって $6t = 18$

$$t = 3$$

したがって自転車の速さは毎秒 3 m

【問 29】

健太さん、お父さん、お母さんの 3 人が、お父さんの運転する自家用車で中国やまなみ街道を通っており、車内で話をしています。

お父さん「思ったよりも自動車の数が多いな。」

お母さん「車間距離を十分とって運転してね。」

健太さん「車間距離はどのくらいとればいいの？」

お父さん「自動車の速度が速くなると、自動車が停止するまでの距離も長くなるから、速度によって必要な車間距離は変わってくるんだよ。」

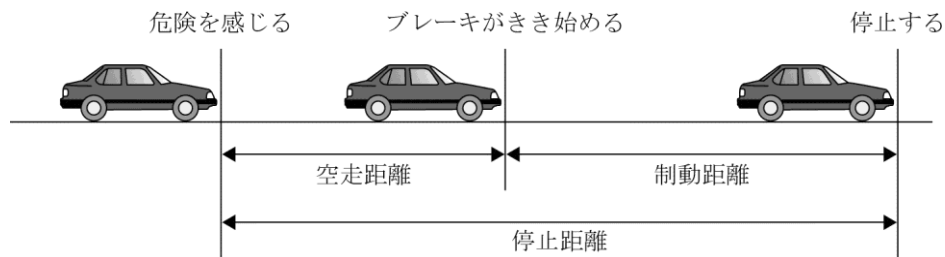
健太さん「今は、時速何 km で、車間距離は何 m あるの？」

お父さん「時速 50 km で、車間距離は約 40 m だよ。」

健太さん「①この速度で車間距離が 40 m だったら、前を走っている自動車が急に止まっても追突しないで停止できるのかな？」

健太さんは、下線部①について確かめようと思い、自宅に帰ってから、自動車の速度と自動車が停止するまでの距離との関係について調べてみました。その結果、次のことが分かりました。

【自動車の速度と自動車が停止するまでの距離との関係】



空走距離 … 自動車を運転していて運転者が危険を感じてからブレーキを踏み、ブレーキが実際にきき始めるまでの間に自動車が進む距離

・時速 x km のときの空走距離を y m とすると、 y は x に比例する。

制動距離 … ブレーキがきき始めてから自動車が停止するまでの距離

・時速 x km のときの制動距離を y m とすると、 y は x の 2 乗に比例する。

停止距離 … 空走距離と制動距離の和 (危険を感じてから自動車が停止するまでの距離)

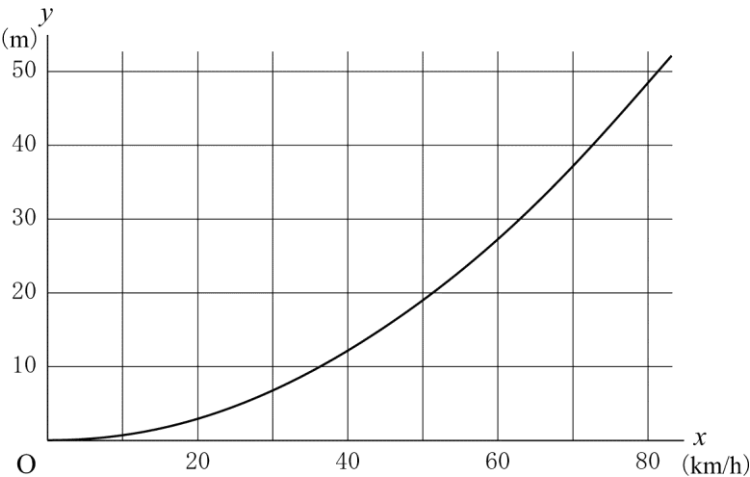
これについて、次の問1・問2に答えなさい。

(広島県 2016 年度)

問1 【自動車の速度と自動車が停止するまでの距離との関係】から、自動車の速度が 3 倍になるとき、空走距離と制動距離は、それぞれ何倍になりますか。

問2 健太さんは、さらに、空走距離と制動距離について調べ、下の表と図を見付けました。表は、自動車の速度と空走距離との関係を表したものです。図は、自動車の速度と制動距離との関係をグラフで表したもので、 x 軸に自動車の速度を、 y 軸に制動距離をとっています。健太さんは、この表と図と【自動車の速度と自動車が停止するまでの距離との関係】から、自動車が時速 50 km で走っているとき車間距離が 40 m あれば、前を走っている自動車が急に止まったとしてもその自動車に追突することなく停止できると判断しました。そのように判断できるのはなぜですか。その理由を説明しなさい。

速度 (km/h)	20	40	60	80
空走距離 (m)	6	12	18	24



解答欄

問1	空走距離	倍
	制動距離	倍
問2		

解答

問1

空走距離 3 倍 倍制動距離 9 倍

問2

空走距離は自動車の速度に比例するので、表から、時速 50 km のときの空走距離は 15 m と分かる。

また、図から、時速 50 km のときの制動距離はおよそ 19 m と読み取れるので

時速 50 km のときの停止距離はおよそ 34 m となり、車間距離である 40 m より短いから。

解説

問1

空走距離は、速度に比例するから、速度が 3 倍になるなら空走距離も 3 倍になる。

制動距離は速度の 2 乗に比例するから、速度が 3 倍になるなら制動距離は $3^2=9$ で 9 倍になる。

問2

空走距離は $y=ax$ とおき

表より $12=a \times 40$

$$a = \frac{3}{10} \text{ だから}$$

$$y = \frac{3}{10}x \text{ で}$$

$$x=50 \text{ のとき } y = \frac{3}{10} \times 50 = 15 \text{ m}$$

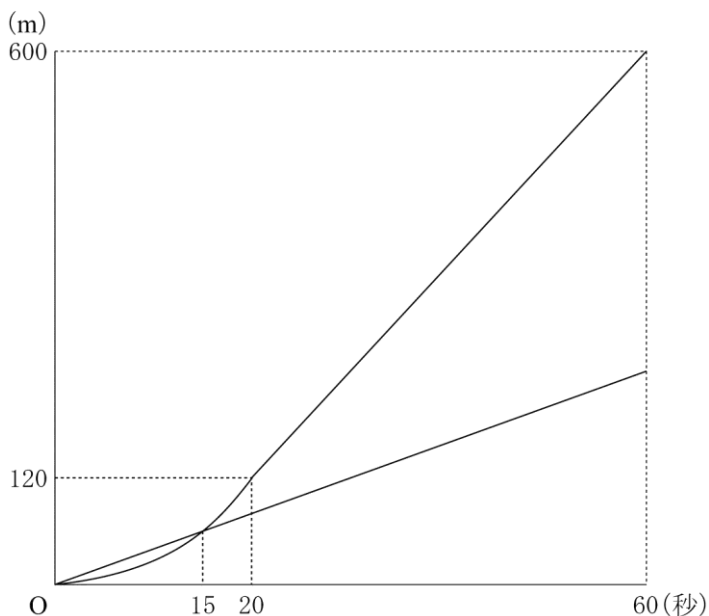
制動距離は、グラフから時速 50 km のとき 20 m 未満であるから

停止距離は $15+20=35 \text{ m}$ 未満である。

【問 30】

東西に一直線にのびた道路上の P 地点にバスが停車している。バスはこの道路を東に向かって進むものとし、バスが P 地点を出発してから x 秒後までに進む道のりを y m とする。 y を x の式で表すと、 x の変域が $0 \leq x \leq 20$ のとき、 $y = \frac{3}{10}x^2$ であり、 x の変域が $20 \leq x \leq 60$ のとき、 $y = ax + b$ (a, b は定数) である。ただし、 $x = 60$ のとき $y = 600$ である。

A さんはバスが進む道路と同じ道路を東に向かって、一定の速さで自転車に乗って進んでいる。バスが P 地点を出発すると同時に A さんは P 地点を通過し、バスが P 地点を出発してから 15 秒後に A さんはバスに追いつかれた。



図は、バスが P 地点を出発してから 60 秒後までの時間とバスが進む道のりの関係をグラフに表したものに、A さんの進むようすをかき入れたものである。

次の問1～問3に最も簡単な数で答えよ。

(福岡県 2016 年度)

問1 バスが P 地点を出発してから 20 秒後までの、バスの平均の速さは秒速何 m か求めよ。

問2 バスが P 地点を出発してから 20 秒後に、バスと A さんは何 m 離れているか求めよ。

問3 P 地点から東に向かって 600 m 進んだところに Q 地点がある。B さんはバスが進む道路と同じ道路を西に向かって、秒速 3 m の一定の速さで走っている。B さんはバスが P 地点を出発する 10 秒前に Q 地点を通過し、P 地点まで走る途中でこのバスとすれちがった。B さんがバスとすれちがったのは、バスが P 地点を出発してから何秒後か求めよ。

解答欄

問1	秒速	m
問2		m
問3		秒後

解答

問1 秒速 6m

問2 30m

問3 46 秒後

解説

問1

20 秒間で 120 m 進んでいるから、平均の速さは $120 \div 20 = 6$ より、秒速 6 m である。

問2

グラフより、15 秒後にバスは A さんに追いついているから $y = \frac{3}{10} \times 15^2 = \frac{135}{2}$ m

よって A さんは $\frac{135}{2} \div 15 = \frac{9}{2}$ より、秒速 $\frac{9}{2}$ m で進んでいる。

20 秒後は、 $\frac{9}{2} \times 20 = 90$ m だから $120 - 90 = 30$ m 離れている。

問3

求める x は $20 \leq x \leq 60$ であるから、バスの進み方は $y = ax + b$ である。

$$120 = 20a + b \cdots \textcircled{1}$$

$$600 = 60a + b \cdots \textcircled{2}$$

②－①より

$$480 = 40a$$

$$a = 12$$

①に代入して

$$b = -120$$

よって、バスの進み方は、 $y = 12x - 120$ となる。求める時間を x 秒後とすると

$$12x - 120 + 3(x + 10) = 600$$

$$15x = 690$$

$$x = 46 \text{ 秒}$$

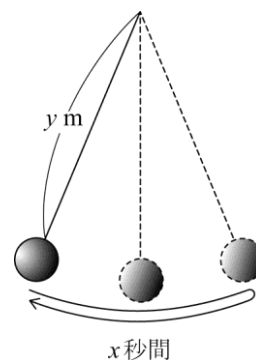
【問 31】

1 往復するのに x 秒かかる振り子の長さを y m とすると、 $y = \frac{1}{4}x^2$ という関係が成り立つものとする。1 往復するのに 2 秒かかる振り子を振り子 A とするとき、次の問1、問2に答えなさい。

(群馬県 2017 年度 後期)

問1 振り子 A の長さを求めなさい。

問2 長さが $\frac{1}{4}$ m の振り子 B は、振り子 A が 1 往復する間に何往復するか、答えなさい。ただし、答をどのように導いたかを、答の根拠がわかるように説明すること。



解答欄

問1	m
問2	〔説明〕
	答 往復

解答

問1 1m

問2

〔説明〕

振り子 B について $y = \frac{1}{4}$ を $y = \frac{1}{4}x^2$ に代入すると

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}x^2$$

$$x^2 = 1$$

$x > 0$ より

$$x = 1$$

よって、振り子 B は 1 往復するのに 1 秒かかることがわかる。

一方、振り子 A は 1 往復するのに 2 秒かかるので、振り子 B は、振り子 A が 1 往復する間に 2 往復する。

答 2 往復

解説

問1

振り子 A は 1 往復するのに 2 秒かかるから

$y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 2$ を代入したときの y の値が振り子 A の長さを表す。

$$\text{よって } y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1 \text{ より } 1 \text{ m}$$

問2

振り子 B が 1 往復するのに何秒かかるかを求め

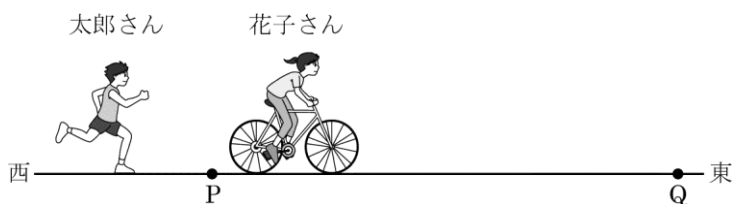
振り子 A の 1 往復にかかる時間 ÷ 振り子 B の 1 往復にかかる時間

を計算して求める。

【問 32】

右の図のように、東西にのびるまっすぐな道路上に地点 P と地点 Q がある。

太郎さんは地点 Q に向かって、この道路の地点 P より西を秒速 3 m で走っていた。



花子さんは地点 P に止まっていたが、太郎さんが地点 P に到着する直前に、この道路を地点 Q に向かって自転車で出発した。花子さんは地点 P を出発してから 8 秒間はしだいに速さを増していき、その後は一定の速さで走行し、地点 P を出発してから 12 秒後に地点 Q に到着した。花子さんが地点 P を出発してから x 秒に進む距離を y m とすると、 x と y との関係は下の表のようになり、 $0 \leq x \leq 8$ の範囲では、 x と y との関係は $y = ax^2$ で表されるという。

x (秒)	0	...	ア	...	8	...	10	...	12
y (m)	0	...	4	...	16	...	24	...	イ

次の問1～問5に答えなさい。

(岐阜県 2017 年度)

問1 a の値を求めなさい。

問2 表中のア、イにあてはまる数を求めなさい。

問3 x の変域を $8 \leq x \leq 12$ とするとき、 x と y との関係を式で表しなさい。

問4 x と y との関係を表すグラフをかきなさい。($0 \leq x \leq 12$)

問5 花子さんは地点 P を出発してから 2 秒後に、太郎さんに追いつかれた。

(1) 花子さんが地点 P を出発したとき、花子さんと太郎さんの距離は何 m であったかを求めなさい。

(2) 花子さんは太郎さんに追いつかれ、一度は追い越されたが、その後、太郎さんに追いついた。花子さんが太郎さんに追いついたのは、花子さんが地点 P を出発してから何秒後であったかを求めなさい。

解答欄

問1		
問2	ア	
	イ	
問3	$y=$	
問4		
問5	(1)	m
	(2)	秒後

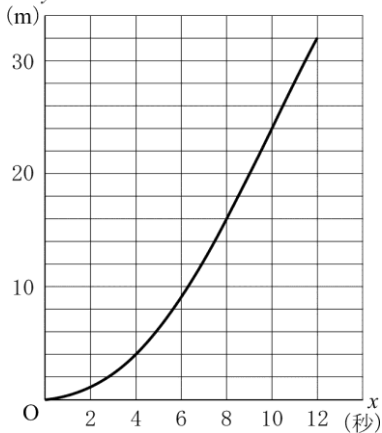
解答

問1 $\frac{1}{4}$

問2 ア 4 イ 32

問3 $y=4x-16$

問4



問5 (1) 5m (2) 11 秒後

解説

問1

$0 \leq x \leq 8$ の範囲では x と y の関係は $y=ax^2$ で表されるから $x=8, y=16$ を代入して整理すると $a=\frac{1}{4}$

問2

ア $0 \leq x \leq 8$ の範囲だから、問1より $y=\frac{1}{4}x^2$ に $y=4$ を代入して $x=4$

イ $8 \leq x \leq 12$ の範囲だから、一定の速さで走行している。

表から x の値が $10-8=2$ 増えると

y の値が $24-16=8$ 増えるので $12-10=2$ 増えているから $24+8=32$

問3

傾きは $\frac{24-16}{10-8}=4$ より $y=4x+b$ とおける。

この直線は $(10, 24)$ を通るので $x=10, y=24$ を代入すると $b=-16$ よって求める式は $y=4x-16$

問4

問1と問3より $0 \leq x \leq 8$ の範囲は $y=\frac{1}{4}x^2$, $8 \leq x \leq 12$ の範囲は $y=4x-16$ のグラフをかく。

問5

(1)

花子さんは地点 P を出発してから 2 秒後に太郎さんに追いつかれたので

2 秒間に 2 人がどれだけ進んだか求めると、太郎さんは $3 \times 2 = 6\text{m}$ 、花子さんは $y=\frac{1}{4} \times 2^2 = 1\text{m}$

2 人が 2 秒間に進んだ差が、花子さんが地点 P を出発したときの 2 人の距離になるので $6-1=5\text{m}$

(2)

まず、太郎さんについて、 x と y の関係を表す式を考える。

$x=0$ のとき、太郎さんは地点 P より西に 5 m の地点にいたので $(0, -5)$

また、太郎さんは秒速 3 m で走っていたので 1 秒間に 3 m の割合だから、傾きは 3 となる。

よって $y=3x-5$ と表すことができる。このとき、追いつかれた、もしくは追いついたとき y の値は等しくなるので

$0 \leq x \leq 8, 8 \leq x \leq 12$ の範囲についてそれぞれ考える。

$0 \leq x \leq 8$ のとき $\frac{1}{4}x^2=3x-5$ $(x-2)(x-10)=0$

よって $x=2$ で、これは花子さんが太郎さんに追いつかれたときである。

$8 \leq x \leq 12$ のとき $4x-16=3x-5$

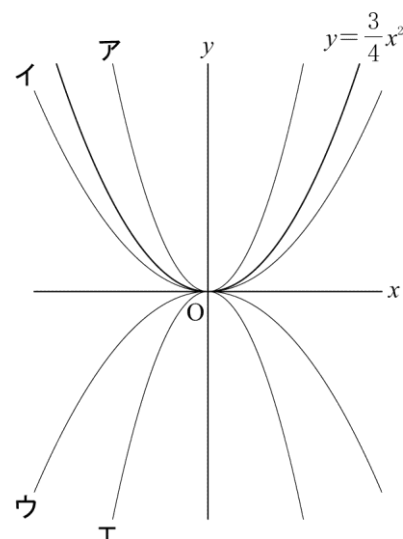
よって $x=11$ これが花子さんが太郎さんに追いついたときなので 11 秒後。

【問 33】

関数 $y = \frac{3}{4}x^2$ に関連して、次の問1, 問2に答えなさい。

(山口県 2017 年度)

問1 右の図のア～エは、 $y = ax^2$ の形で表される 4 つのグラフを、関数 $y = \frac{3}{4}x^2$ のグラフと同じ座標軸を使ってかいたものであり、
そのうちの 1 つが関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフである。関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフを、ア～エから選び、記号で答えなさい。



問2 ある自動車動き始めてから x 秒に進んだ距離を y m とすると、 $0 \leq x \leq 8$ の範囲では $y = \frac{3}{4}x^2$ の関係があった。この自動車動き始めて 1 秒後から 3 秒後までの平均の速さは毎秒何 m か。
求めなさい。

解答欄

問1	
問2	毎秒 m

解答

問1 イ

問2 毎秒 3m

解説

問1

関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフは、比例定数が正だから x 軸の上側にあり、上に開いている。

また関数 $y = ax^2$ のグラフは、比例定数 a の絶対値が大きいほど、開き方が小さくなる。

$\frac{1}{2}$ と $\frac{3}{4}$ を比べると $\frac{3}{4}$ の方が絶対値が大きい。

よって関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフはイである。

問2

この自動車が動き始めてから 1 秒間に進んだ距離は $y = \frac{3}{4} \times 1^2 = \frac{3}{4}$ より $\frac{3}{4}$ m

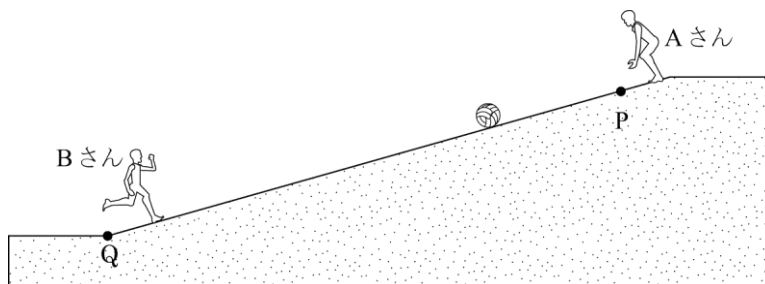
また自動車が動き始めてから 3 秒間に進んだ距離は $y = \frac{3}{4} \times 3^2 = \frac{27}{4}$ より $\frac{27}{4}$ m

よって求める平均の速さは $\left(\frac{27}{4} - \frac{3}{4} \right) \div (3 - 1) = 6 \div 2 = 3$ より毎秒 3m

【問 34】

下の図のような、P 地点から Q 地点までの長さが 120 m の坂がある。A さんが、P 地点に置いたボールから手をそっと離すと、ボールは Q 地点に向かって転がり始め、最初の 8 秒間で 16 m 進んだ。また、B さんは、A さんがボールから手を離して 6 秒後に、毎秒 4 m の速さで Q 地点から P 地点に向かってまっすぐに坂を進み始めた。次の問1、問2に答えなさい。

(鹿児島県 2017 年度)

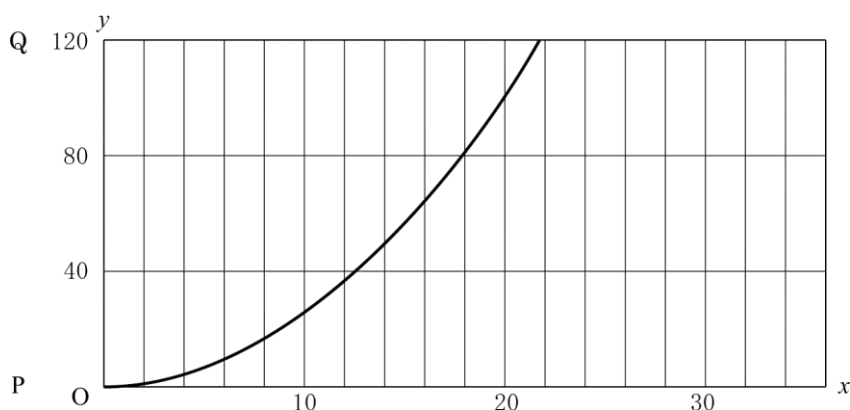


問1 A さんがボールから手を離して 10 秒後には、B さんは何 m 坂を進んでいるか。

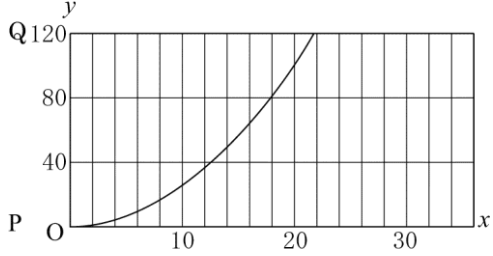
問2 A さんがボールから手を離して x 秒後の P 地点からの距離を y m として、ボールと B さんが進んだようすを考える。次の(1)～(3)の問いに答えよ。

(1) ボールが坂を転がるときの時間と距離の関係は、距離が時間の 2 乗に比例している。ボールが進んだようすについて、 y を x の式で表せ。

(2) 下の図は、ボールが進んだようすをグラフに表したものである。B さんが進み始めてから P 地点に到達するまでのようすを表すグラフをかき入れよ。



(3) ボールと B さんが出会うのは、A さんがボールから手を離して何秒後か。ただし、 x についての方程式と計算過程も書くこと。

問1	m	
問2	(1)	$y=$
	(2)	
	(3)	〔式と計算〕 答 秒後

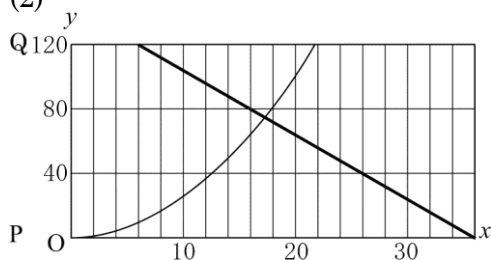
解答

問1 16m

問2

$$(1) y = \frac{1}{4}x^2$$

(2)



(3)

[式と計算]

Bさんは、Aさんがボールから手を離して6秒後に坂を進み始めるから $x > 6$ である。

ボールが x 秒に進んだ距離は $\frac{1}{4}x^2$ m

Bさんが $x-6$ 秒に進んだ距離は $4(x-6)$ m

ボールとBさんが出会うとき、それぞれの進んだ距離の和が 120 m であるから

$$\frac{1}{4}x^2 + 4(x-6) = 120$$

$$x^2 + 16x - 576 = 0$$

$$x = \frac{-16 \pm \sqrt{16^2 - 4 \times 1 \times (-576)}}{2}$$

$$= \frac{-16 \pm 2\sqrt{640}}{2}$$

$$= -8 \pm 8\sqrt{10}$$

$x > 6$ より

$$x = -8 + 8\sqrt{10}$$

答 $-8 + 8\sqrt{10}$ 秒後

解説

問1

$$4 \times (10 - 6) = 16\text{m}$$

問2

(1)

距離 y m が時間 x 秒 の2乗に比例することから、比例定数を a とすると $y = ax^2$ と表される。
よって最初の8秒間で 16 m 進んだから

$$x=8 \text{ のとき } y=16 \text{ だから } y=ax^2 \text{ に } x=8, y=16 \text{ を代入して整理すると } a = \frac{1}{4}$$

$$\text{よって } y = \frac{1}{4}x^2$$

(2)

Bさんは、Aさんがボールから手を離して6秒後に

毎秒 4 m の速さで Q 地点から P 地点に向かって進み始めたから

傾きが -4 で、点(6, 120) を通る直線のグラフ($0 \leq y \leq 120$)をかけばよい。

(3)

(1)で求めた式と

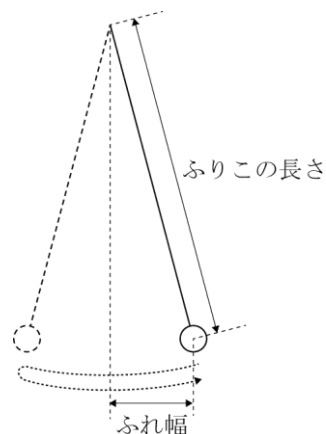
(2)でかいたグラフの式を利用して求める。

【問 35】

ふりが 1 往復するのにかかる時間を周期といい，周期はおもりの重さやふれ幅に関係しない。周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると， x と y には次の関係が成り立つものとする。

(長野県 2019 年度)

$$y = \frac{1}{4}x^2$$



(1) 周期が 3 倍になると，ふりこの長さは何倍になるか，求めなさい。

(2) ある博物館には，ふりこの長さが 5.6 m のふりこ時計がある。

このふりこの周期がふくまれる範囲として最も適切なものを，次のア～エから 1 つ選び，記号を書きなさい。

ア 3 秒以上 4 秒未満

イ 4 秒以上 5 秒未満

ウ 5 秒以上 6 秒未満

エ 6 秒以上 7 秒未満

解答欄

(1)	倍
(2)	

解答

(1) 9

(2) イ

解説

(1)

y は x の 2 乗に比例するから， x が 3 倍になると， y は $3^2=9$ (倍)になる。

(2)

$y = \frac{1}{4}x^2$ に $y=5.6$ を代入すると， $5.6 = \frac{1}{4}x^2$ $x^2=22.4$

ここで， $16 < 22.4 < 25$ だから

$4^2 < 22.4 < 5^2$ 2 乗して 22.4 になる数は 4 より大きく 5 より小さいから，あてはまるのはイ

【問 36】

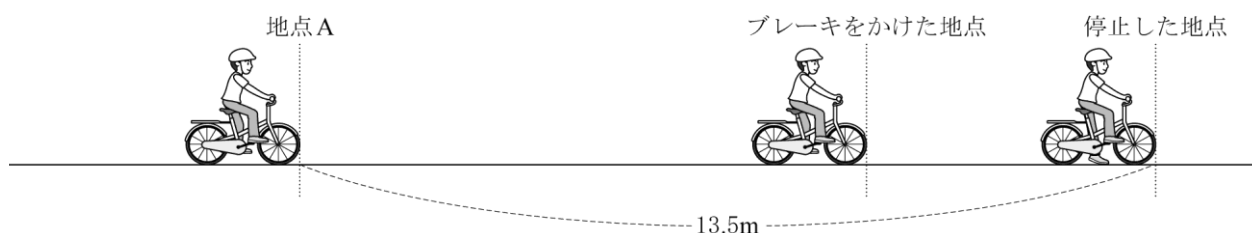
自転車に乗っている人がブレーキをかけるとき、ブレーキがきき始めてから自転車が止まるまでに走った距離を制動距離といい、この制動距離は速さの 2 乗に比例することが知られている。太郎さんの乗った自転車が秒速 2 m で走るときの制動距離は 0.5 m であった。

このとき、次の問 1・問 2 に答えよ。

(京都府 2019 年度 中期)

問 1 太郎さんの乗った自転車が秒速 $x \text{ m}$ で走るときの制動距離を $y \text{ m}$ とする。 y を x の式で表せ。また、 x が 5 から 7 まで変化するとき、 y の増加量は x の増加量の何倍か求めよ。

問 2 次の図のように、太郎さんの乗った自転車が一定の速さで走っており、地点 A を越えてから 1.5 秒後にブレーキをかけると、自転車は地点 A から 13.5 m のところで停止した。このとき、ブレーキをかける直前の自転車の速さは秒速何 m か求めよ。ただし、自転車の大きさについては考えないものとし、ブレーキはかけた直後からきき始めるものとする。



解答欄

問 1	$y =$
	倍
問 2	秒速 m

解答

問 1

$$y = \frac{1}{8}x^2$$

$\frac{3}{2}$ 倍

問 2 秒速 6 m

解説

問 1

求める式を $y = ax^2$ とおく。秒速 2m で走るときの制動距離は 0.5m だから、 $0.5 = 4a$ $a = \frac{1}{8}$

よって、求める式は $y = \frac{1}{8}x^2$

また、 x が 5 から 7 まで変化するとき、 $\frac{y \text{ の増加量 }}{x \text{ の増加量 }} = \frac{1}{8} \times (7^2 - 5^2) \div (7 - 5) = \frac{1}{16} \times 24 = \frac{3}{2}$ (倍)

問 2

ブレーキをかける直前の自転車の速さを秒速 x m とする。1.5 秒の間に進んだ距離は $1.5xm$ だから、

ブレーキをかけた地点から停止した地点までの距離は、 $(13.5 - 1.5x)m$ である。 $13.5 - 1.5x = \frac{1}{8}x^2$

$x^2 + 12x - 108 = 0$ $(x + 18)(x - 6) = 0$ $x > 0$ より、 $x = 6$ これは、問題に合っている。よって、ブレーキをかける直前の自転車の速さは、秒速 6m である。

【問 37】

ボールが、ある斜面をころがり始めてから x 秒後までにある距離を y m とすると、 x と y の関係は $y=3x^2$ であった。

ボールがころがり始めて 2 秒後から 4 秒後までの平均の速さは毎秒何 m か、求めなさい。

(愛知県 A 2020 年度)

解答欄

毎秒	m
----	---

解答

毎秒 18m

解説

平均の速さ = $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ なので、

ボールがころがり始めて 2 秒後から 4 秒後までにかかった時間は $4-2=2$ (秒)

また、2 秒後におけるボールのころがった距離は $y=3 \times 2^2=12$ (m)

4 秒後におけるボールのころがった距離は $y=3 \times 4^2=48$ (m)

よって、2 秒後から 4 秒後までにボールがころがった距離は $48-12=36$ (m)

したがって平均の速さは、 $\frac{36}{2}=18$ (m/秒)

【問 38】

振り子が 1 往復するのにかかる時間は、おもりの重さや振れ幅には関係せず、振り子の長さによって変わる。

1 往復するのに x 秒かかる振り子の長さを y m とすると、 $y=\frac{1}{4}x^2$ という関係が成り立つものとする。

このとき、次の問 1・問 2 に答えよ。

(京都府 2020 年度 中期)

問 1 1 往復するのに 2 秒かかる振り子の長さを求めよ。また、長さが 9 m の振り子が 1 往復するのにかかる時間を求めよ。

問 2 振り子 A と振り子 B があり、振り子 A の長さは振り子 B の長さより $\frac{1}{4}$ m 長い。振り子 B が 1 往復するのにかかる時間が、振り子 A が 1 往復するのにかかる時間の $\frac{4}{5}$ 倍であるとき、振り子 A の長さを求めよ。

解答欄

問 1	長さ	m
	時間	秒
問 2	m	

解答

問 1

長さ 1m

時間 6 秒

問 2 $\frac{25}{36}$ m

解説

問 1

$y = \frac{1}{4}x^2$ 式に, $x = 2$ を代入すると, $y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$

求める長さは 1m

$y = \frac{1}{4}x^2$ 式に, $y = 9$ を代入すると, $9 = \frac{1}{4}x^2$ より, $x = \pm 6$

求める時間は 6 秒

問 2

振り子 A の長さを Y m, 1 往復するのにかかる時間を X 秒とすると,

振り子 B の長さは $Y - \frac{1}{4}$ m, 1 往復するのにかかる時間は $\frac{4}{5}X$ 秒となり,

これらを $y = \frac{1}{4}x^2$ に代入すると,

$$\begin{cases} Y = \frac{1}{4}X^2 & \dots \textcircled{1} \\ Y - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}\left(\frac{4}{5}X\right)^2 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

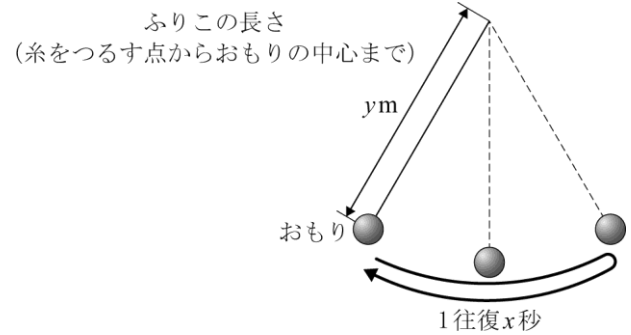
①より $X^2 = 4Y$ を②に代入すると, $Y - \frac{1}{4} = \frac{4}{25} \times 4Y$

これを解くと, $Y = \frac{25}{36}$

【問 39】

1 往復するのに x 秒かかるふりこの長さを y m とすると、 $y = \frac{1}{4}x^2$ という関係が成り立つものとする。長さ 1 m のふりこは、長さ 9 m のふりこが 1 往復する間に何往復するか、求めなさい。

(徳島県 2020 年度)



解答欄

往復

解答

3 往復

解説

1 往復するのに x 秒かかるふりこの長さを y m としたときの関係式が $y = \frac{1}{4}x^2$ なので、長さ 1 m のふりこが 1 往復するのにかかる時間はこの式に $y = 1$ を代入することで

$$1 = \frac{1}{4}x^2$$

$x > 0$ より

$x = 2$ (秒) と求めることができる。

同様に、長さ 9 m のふりこの場合も、 $y = 9$ を代入し

$$9 = \frac{1}{4}x^2$$

$x > 0$ より

$x = 6$ (秒)

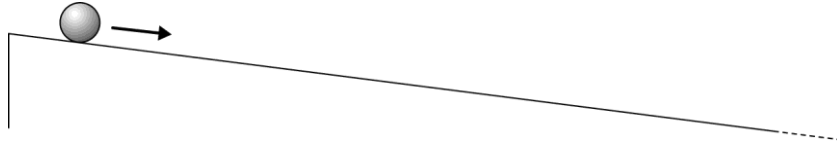
よって、長さ 9 m のふりこが 1 往復するのにかかる時間は

長さ 1 m のふりこに比べて 3 倍なので

長さ 1 m のふりこは長さ 9 m のふりこが 1 往復する間に 3 往復することがわかる。

【問 40】

次の図のように、長い斜面にボールをそっと置いたところ、ボールは斜面に沿って転がり始めた。ボールが斜面上にあるとき、転がり始めてから x 秒後までにボールが進んだ距離を y m とすると、 x と y の間には、 $y = \frac{1}{2}x^2$ という関係が成り立っていることが分かった。



この関数について、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合を調べて分かることとして、次のア～エのうち正しいものを 1 つ選び、記号で答えなさい。

(群馬県 2021 年度 後期)

- ア 変化の割合は $\frac{1}{2}$ なので、1 秒後から 3 秒後までの間にボールが進んだ距離は $\frac{1}{2}$ m である。
- イ 変化の割合は $\frac{1}{2}$ なので、1 秒後から 3 秒後までの間のボールの平均の速さは秒速 $\frac{1}{2}$ m である。
- ウ 変化の割合は 2 なので、1 秒後から 3 秒後までの間にボールが進んだ距離は 2 m である。
- エ 変化の割合は 2 なので、1 秒後から 3 秒後までの間のボールの平均の速さは秒速 2 m である。

解答欄

解答

エ

解説

$x=1$ のとき $y=\frac{1}{2}$ ， $x=3$ のとき $y=\frac{9}{2}$ である。

y の増加量が $\frac{9}{2} - \frac{1}{2} = \frac{8}{2} = 4$

x の増加量が $3 - 1 = 2$ だから

変化の割合 $= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$ より、 $\frac{4}{2} = 2$

これは $\frac{\text{距離}}{\text{時間}}$ を計算しているので、平均の速さを表す。

よって、答えはエ

【問 41】

図 1～図 3 のように、ある斜面において A さんが P 地点からボールを転がした。ボールが転がり始めてから x 秒間に P 地点から進んだ距離を y m とすると、 x と y の関係は、 $y = \frac{1}{4}x^2$ になった。

このとき、次の問 1～問 3 に答えなさい。

(石川県 2021 年度)

問 1 x の値が 3 倍になると、 y の値は何倍になるか求めなさい。

問 2 図 2 のように、P 地点から 65 m 離れたところに Q 地点がある。A さんが P 地点からボールを転がすと同時に、B さんは Q 地点を出発し、毎秒 $\frac{7}{4}$ m の速さで斜面を上り続けた。

このとき、ボールと B さんが会えるのは、ボールが転がり始めてから何秒後か求めなさい。

問 3 図 3 のように、A さんが P 地点からボールを転がしたあと、遅れて C さんが P 地点を出発し、毎秒 $\frac{15}{4}$ m の速さで斜面を下り続けた。C さんはボールを追いかけたが、その後、ボールに追いこされた。C さんがボールに追いこされたのは、ボールが転がり始めてから 10 秒後であった。

図 4 は、ボールが進んだようすをグラフに表したものである。ボールが転がり始めてから x 秒間に、C さんが P 地点から進んだ距離を y m として、C さんが動き始めてから進んだようすを表すグラフをかき入れなさい。また、C さんが P 地点を出発したのは、ボールが転がり始めてから何秒後か求めなさい。なお、途中の計算も書くこと。

図 1

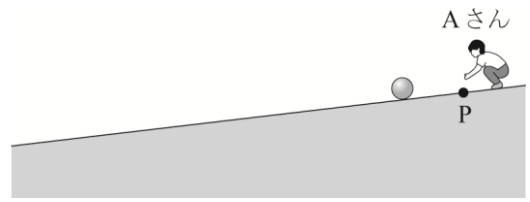


図 2

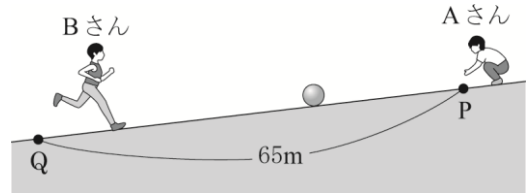


図 3

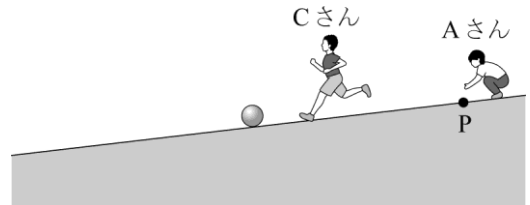
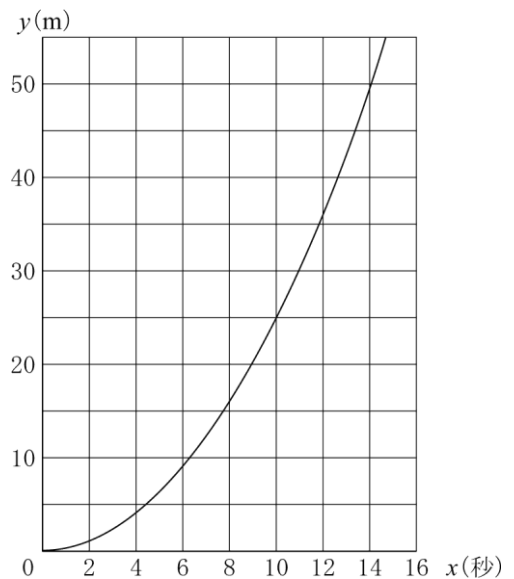
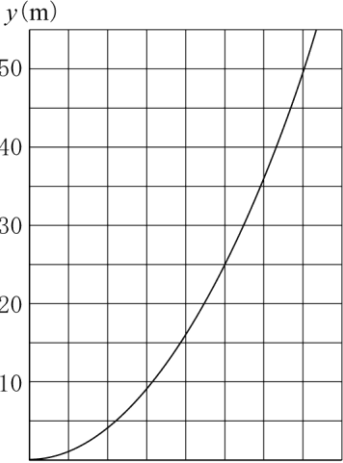


図 4



問 1	倍
問 2	秒後
問 3	〔グラフ〕  〔計算〕 答 秒後

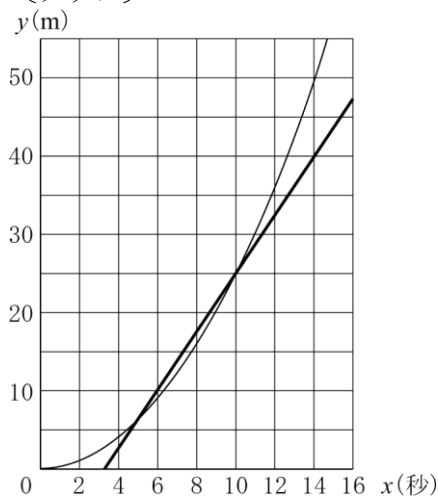
解答

問 19 倍

問 2 13 秒後

問 3

〔グラフ〕



〔計算〕

グラフは、傾きが $\frac{15}{4}$ で、 $(10, 25)$ を通ることから $y = \frac{15}{4}x - \frac{25}{2}$ となる。 $y=0$ を代入して $x = \frac{10}{3}$

〔答〕 $\frac{10}{3}$ 秒後

解説

問 1

y が x の 2 乗に比例する関数では、 x の値が n 倍になると、 y の値は n^2 倍になる。

よって、 x の値が 3 倍になると、 y の値は $3^2=9$ (倍) になる。

図 1 のように、ボールと B さんが出会うまでの、ボールが転がった距離と、B さんが進んだ距離を合わせると、ちょうど P 地点から Q 地点までの距離である 65m と等しくなる。

よって、ボールと B さんが出会うのが x 秒後だとすると

ボールが転がった距離は、 $\frac{1}{4}x^2$ (m)

B さんが進んだ距離は、 $\frac{7}{4}x$ (m) なので

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{7}{4}x = 65$$

$$x^2 + 7x = 260$$

$$x^2 + 7x - 260 = 0$$

$$(x+20)(x-13) = 0$$

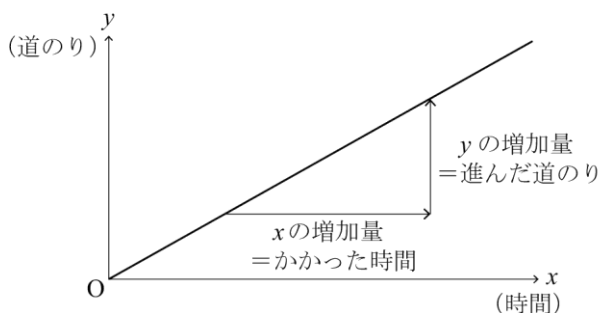
$x > 0$ より

$$x = 13$$

よって、13 秒後

問 3

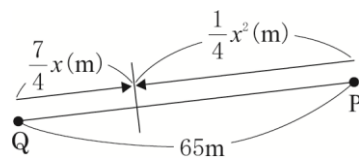
速さに関するグラフの問題では、「速さ＝傾き」と覚えておこう！



$$\Rightarrow \text{速さ} = \frac{\text{道のり}}{\text{時間}} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}}$$

= 変化の割合 (一次関数の傾き)

図 1



【問 42】

まっすぐな線路と、その横に、線路に平行な道路がある。電車が駅に止まっていると、自動車が電車の後方から、電車の進行方向と同じ方向に走ってきた。図2のように、止まっている電車の先端を地点Aとすると、電車がAを出発したのと同時に、自動車もAを通過し、図3のように、電車は自動車に追いこされた。しばらくして、図4のように、電車は地点Bで自動車に追いついた。ただし、自動車は一定の速さで走っているものとする。

図2

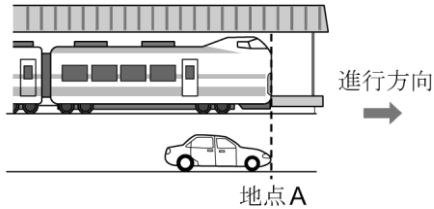


図3

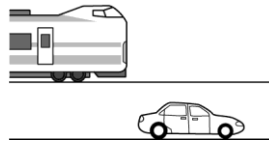
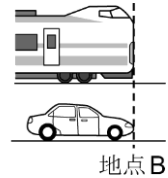


図4



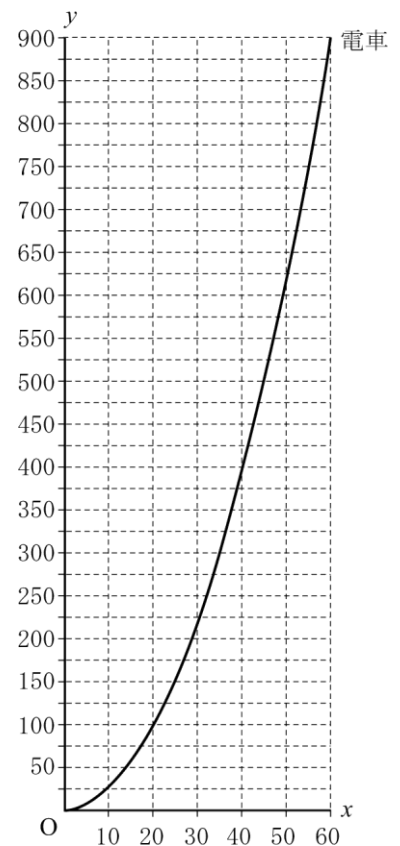
電車が自動車に追いつくのは、出発してから何秒後かを考える。電車がAを出発してから x 秒間に進む距離を y m とすると、 $0 \leq x \leq 60$ では、 y は x の2乗に比例すると考えることができる。図5は、電車について、 x と y の関係をグラフに表したものである。グラフは点 $(20, 100)$ を通っている。

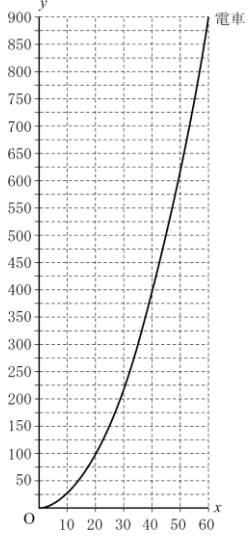
(長野県 2021 年度)

- (1) y を x の式で表しなさい。ただし、変域は書かなくてよい。
- (2) 出発して10秒後から20秒後までの電車の平均の速さを求めなさい。
- (3) 自動車は時速45 km で走っている。自動車がAを通過してから x 秒間に進む距離を y m とする。

- ① 自動車について、 x と y の関係を表すグラフを図5にかきなさい。
- ② 電車が自動車に追いつくのは、Aを出発してから何秒後か、求めなさい。
- ③ Aから750 m の地点を電車が通過してから、自動車が通過するまでにおよそ何秒かかるか、グラフから求めることができる。その方法を説明しなさい。ただし、実際に何秒かを求める必要はない。

図5



(1)	$y=$	
(2)	秒速 m	
(3)	①	図 5 
	②	秒後
	③	

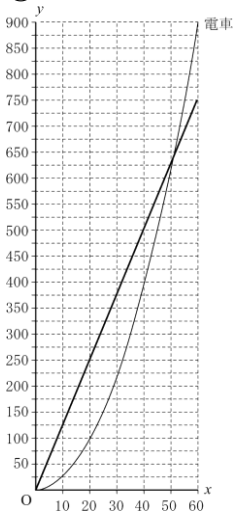
解答

(1) $y = \frac{1}{4}x^2$

(2) (秒速) $\frac{15}{2}$ (m)

(3)

①



② 50 (秒後)

③ 電車と自動車の2つのグラフについて、 y の値が750のときの x の値の差を求める。

解説

(1)

y は x の2乗に比例していることから、その式は $y = ax^2$ とおくことができる。

そのグラフが、点(20, 100)を通ることから、式に点の座標を代入して、 $100 = a \times 20^2$, $a = \frac{1}{4}$

よって、式は、 $y = \frac{1}{4}x^2$

(2)

10秒後に進んだ距離は $y = \frac{1}{4} \times 10^2 = 25$ (m)

20秒後に進んだ距離は、 $y = \frac{1}{4} \times 20^2 = 100$ (m) だから

10秒後から20秒後までの10秒間に

$100 - 25 = 75$ (m) 進んだことがわかる。

よって、そのときの平均の速さは $\frac{75}{10} = \frac{15}{2}$ より、秒速 $\frac{15}{2}$ m である。

(3)

①

自動車の速さは、時速45kmなので、1時間に45km進む。

すなわち、3600秒間に45000m進むので、 $\frac{45000}{3600} = \frac{25}{2}$ より

秒速 $\frac{25}{2}$ m である。

よって、自動車について、 x と y の関係をグラフに表したとき

そのグラフの式は $y = \frac{25}{2}x$ である。

②

(1), (3)①より

2つの関数 $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = \frac{25}{2}x$ のグラフの交点を求めればよい。

$$y = \frac{1}{4}x^2, y = \frac{25}{2}x \text{ を連立すると } \frac{1}{4}x^2 = \frac{25}{2}x$$

$$x^2 - 50x = 0, x(x - 50) = 0, x > 0 \text{ より, } x = 50 \text{ (秒後)}$$

図2

