

8. 規則性の問題 【2011 年度出題】

【問 1】

ゆきさんは、卒業文集の係として、次のような文集を作成することにしました。1 枚の用紙には、表裏それぞれの面に 4 人ずつ計 8 人分の文章を印刷します。ゆきさんの学校の 3 年生は、38 人ずつの組が 1 組から 4 組まであり、全員で 152 人なので、全部で 19 枚の用紙に印刷できます。

下の図1のように、ページ番号をつけて文章を配置し、図2のように、順番に重ねた 19 枚の用紙を折り曲げて 1 冊にします。ページは、1 枚目の表の左半分を 1 ページ、右半分を 76 ページ、1 ページの裏を 2 ページ、76 ページの裏を 75 ページとし、2 枚目以降も 1 枚目と同様にページ番号をつけます。文章は、1 ページに 1 組の 1 番と 2 番、2 ページに 1 組の 3 番と 4 番、…、76 ページに 4 組の 37 番と 38 番となるようにクラス順、出席番号順に配置します。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(岩手県 2011 年度)

図1

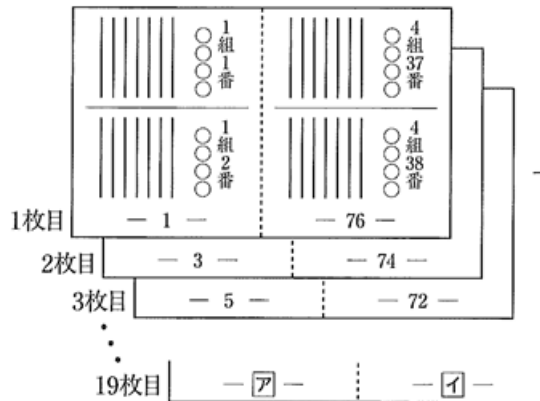
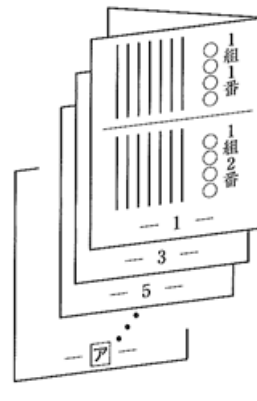


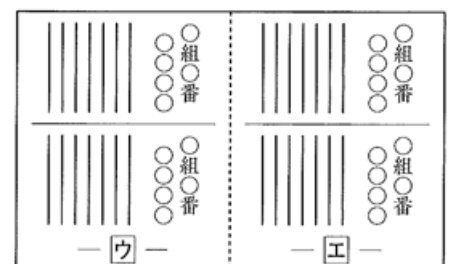
図2



問1 図1の 19 枚目の用紙の表にある ア , イ にあてはまるページ番号をそれぞれ求めなさい。

問2 ゆきさんは、3 組の 25 番です。図3は、ゆきさんの文章が印刷される面です。図3の ウ , エ にあてはまるページ番号をそれぞれ求めなさい。

図3



解答欄

問1	ア	イ
問2	ウ	エ

解答

問1

ア 37

イ 40

問2

ウ 51

エ 26

解説

問2

3組の25番は $38 \times 2 + 25 = 101$ 番目 で

$101 \div 2 = 50 \cdots 1$ より 51 ページ目で

もう半分が $77 - 51 = 26$ ページ目になる。

26 は偶数で $\frac{77}{2}$ より小さいので = 51, = 26

【問 2】

右の図1のように、自然数が1から順に1行に13個ずつ規則的に並んでいる表がある。ただし、・は数字を省略したものである。

この表の中で、横に並んだ数を上から第1行、第2行、第3行、…の数とし、縦に並んだ数を左から第1列、第2列、第3列、…の数とする。

また、この表の中で、縦、横に3つずつ並んでいる9つの数を枠で囲む。このときの枠の中央の数を a とする。

たとえば、図1では、表の中の数のある部分を枠で囲んだとき、 a が表の中の第 m 行で第 n 列の数であることを表している。

図1

	第1列	第2列	第3列	...	第 n 列	...	第13列
第1行	1	2	3	・	・	・	13
第2行	14	15	・	・	・	・	26
第3行	27	・	・	・	・	・	・
⋮	・	・	・	・	・	・	・
第 m 行	・	・	・	・	a	・	・
⋮	・	・	・	・	・	・	・

(福島県 2011 年度)

- (1) 表の中の数のある部分を枠で囲んだところ、図2のように枠の中の右上の数が179であつた。

このとき、 a の値を求めなさい。

・	・	179
・	a	・
・	・	・

- (2) 表の中の数のある部分を枠で囲み、その中に含まれる9つの数の和を計算したところ3456であつた。このとき、 a は表の中の第何行で第何列の数であるか、求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	第 行で 第 列の数

解答

(1) 191

(2) 第 30 行で第 7 列の数

解説

(2)

9つの数は $a-14$, $a-13$, $a-12$, $a-1$, a , $a+1$, $a+12$, $a+13$, $a+14$ と表せるのでその和は $9a$ となる。

$$9a = 3456 \text{ より}$$

$$a = 384 \quad 384 \div 13 = 29 \cdots 7 \text{ より}$$

a は第30行で第7列

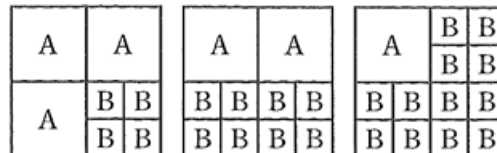
【問 3】

図1のような、1 辺の長さが 2 cm の正方形の紙 A と、1 辺の長さが 1 cm の正方形の紙 B がある。A と B をどちらも 1 枚以上使い、これらをすき間なく重ならないように並べて正方形をつくる。このとき、A と B の並べ方に関係なく、それぞれ並べた枚数について考える。

図1



図2



例えば、1 辺の長さが 4 cm の正方形は、図2のように、A を 3 枚と B を 4 枚並べた場合、A を 2 枚と B を 8 枚並べた場合、A を 1 枚と B を 12 枚並べた場合がある。

次の問1、問2、問3に答えなさい。

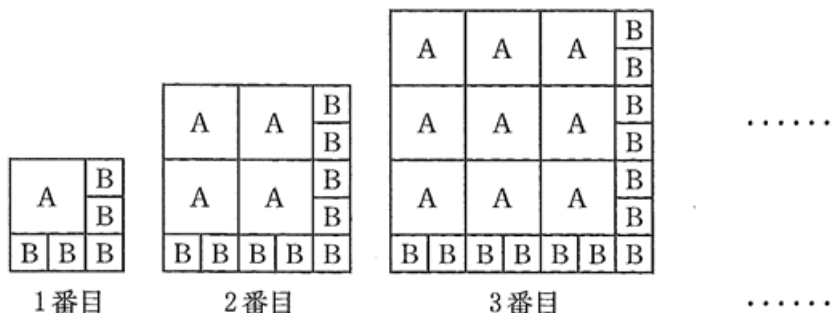
(栃木県 2011 年度)

問1 A を 2 枚用いて、1 辺の長さが 5 cm の正方形をつくるには、B は何枚必要か。

問2 A と B を用いて、1 辺の長さが 6 cm の正方形をつくる。このとき、A と B の枚数の組み合わせは何通りあるか。

問3 A と B を用いて、1 辺の長さが a cm(a は奇数) の正方形をつくる。A を最も多く用いたとき、図3のように、 $a=3$ の正方形を 1 番目の正方形、 $a=5$ の正方形を 2 番目の正方形、 $a=7$ の正方形を 3 番目の正方形、…とする。

図3



このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

解答

問1 17 枚

問2 8 通り

問3

(1)

n 番目の正方形は A を n^2 枚, B を $(4n+1)$ 枚用いたものである。

A と B を用いた枚数の合計が 61 枚だから

$$n^2 + (4n+1) = 61$$

$$n^2 + 4n - 60 = 0$$

$$(n+10)(n-6) = 0$$

よって $n = -10, 6$

n は自然数だから $n = 6$

答え $n = 6$

(2)

$$m = 22$$

解説

問2

1 辺の長さが 6 cm の正方形を 1 辺が 2 cm の正方形 9 ブロックに分ける。

A が 1 ブロックのときは B が 8 ブロックなので使う枚数の組み合わせは $(A, B) = (1, 4 \times 8)$ となる。

A, B は必ず 1 枚は使われるから他の組み合わせは

$(A, B) = (2, 4 \times 7), (3, 4 \times 6), (4, 4 \times 5), (5, 4 \times 4), (6, 4 \times 3), (7, 4 \times 2), (8, 4 \times 1)$ で計 8 通り。

問3

(1)

n が奇数のとき n 番目の正方形には A が n^2 枚, B が $2 \times 2n + 1 = 4n + 1$ 枚必要になる。

その合計が 61 枚より

$$n^2 + 4n + 1 = 61$$

$$n^2 + 4n - 60 = 0$$

$$(n+10)(n-6) = 0$$

$n > 0$ より

$$n = 6$$

(2)

180 と 270 の公約数のうち最も大きい奇数は 45 だから

縦が 180 cm, 横が 270 cm の長方形に敷きつめる正方形の 1 辺は 45 cm である。

m 番目の正方形の 1 辺は $2m + 1$ cm と表せるので

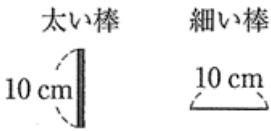
$$2m + 1 = 45$$

$$2m = 44$$

$$m = 22$$

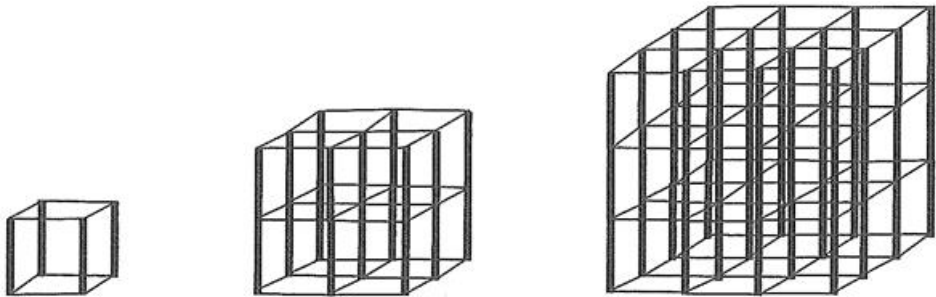
【問 4】

右の図のような、長さ 10 cm の太い棒と長さ 10 cm の細い棒がたくさんあります。太い棒を縦の柱として、細い棒を横木として使って、下の図のような一辺が 10 cm, 20 cm, 30 cm の立方体の形をつくりました。



S さんは、使った太い棒と細い棒の本数を工夫して数えて、その結果を下の表にまとめました。一辺が 30 cm の立方体に使った太い棒と細い棒の本数の合計を求めなさい。

(埼玉県 2011 年度 後期)



一辺の長さ (cm)	10	20	30
太い棒	4 本×1 段	9 本×2 段	
細い棒	4 本×2 段	12 本×3 段	
合計 (本)	12	54	

解答欄

本

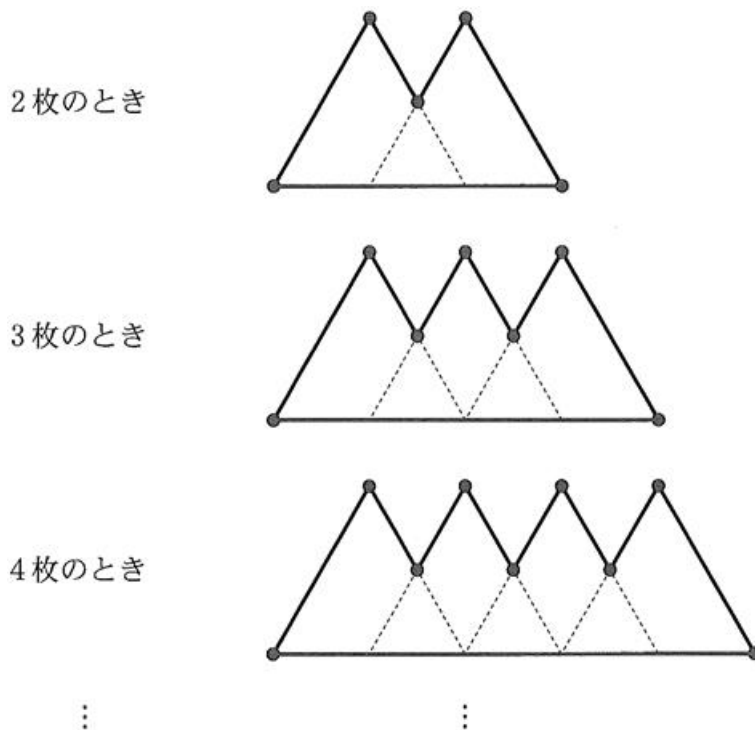
解答
144 本

【問 5】

下の図のように、一辺の長さが 2 cm の正三角形を、となり合う正三角形どうしの底辺がちょうど 1 cm ずつ重なるようにはり合わせて図形をつくっていく。図の実線は図形の周を表し、●は図形の頂点を表している。

このとき、下の問1、問2に答えなさい。

(石川県 2011 年度)



問1 三角形を 2 枚はり合わせたときは●が 5 個、3 枚はり合わせたときは●が 7 個、4 枚はり合わせたときは●が 9 個ある。三角形を 5 枚はり合わせたとき、●は何個あるか、求めなさい。

問2 n は 2 以上の自然数とする。三角形を n 枚はり合わせたときにできる図形の周の長さを n を用いた式で表しなさい。また、その考え方を説明しなさい。説明においては、図や表、式などを用いてよい。

解答欄

問1	個
問2	〔nを用いた式〕 cm
	〔説明〕

解答

問1 11 個

問2

〔 n を用いた式〕 $(3n+3)\text{cm}$

〔説明〕

枚数 (枚)	2	3	4	...
長さ (cm)	9	12	15	...

表から

枚数が 1 増えるごとに長さは 3 ずつ増える。

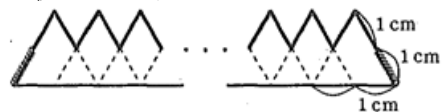
これより枚数が 2 から n まで $(n-2)$ 増えると周の長さは $3(n-2)$ 増える。

よって n 枚重ねたときの周の長さは

$$9+3(n-2)=3n+3$$

別解

n 枚のときの図



図形の(▲...▲)の部分の長さは $2n$ cm

左右の(▲\)の部分の長さは 2 cm

下の(—)の長さは $(n+1)$ cm

よって n 枚重ねたときの周の長さは

$$2n+2+(n+1)=3n+3$$

解説

問1

三角形が 1 枚増えると点 ● の数は 2 個増えるので

枚はり合わせたときの ● の数は $9+2=11$ 個

問2

n 番目の図形の辺の長さは両端はそれぞれ 2 cm

山形になっている部分は $2 \times (n-1) = 2n-2$ cm

下の辺が $2+1 \times (n-1) = n+1$ cm だから

周の長さは $2 \times 2 + 2n-2 + n+1 = 3n+3$ cm

【問 6】

下の図のように、1 辺の長さが 1 の正三角形のタイルをすき間なく並べて、順に 1 番目、2 番目、3 番目、4 番目、……と、 n 番目の底辺の長さが n である正三角形をつくる。このとき、正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数を考える。例えば、4 番目の正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数は 16 枚である。

(長野県 2011 年度)



(1) 6 番目の正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数を求めなさい。

(2) n 番目の正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数に 47 枚を加えると、 $n+1$ 番目の正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数となった。 n の値を求めなさい。

解答欄

(1)	枚
(2)	$n =$

解答

(1) 36 枚

(2) $n = 23$

解説

(2)

正三角形をつくるのに必要なタイルの枚数は n 番目は n^2 枚で $(n+1)$ 番目は $(n+1)^2$ 枚と表せる。

よって $n^2 + 47 = (n+1)^2$

$n^2 + 47 = n^2 + 2n + 1$

$2n = 46$

$n = 23$

【問 7】

右の図1のような同じ大きさの白色と黒色の正方形のタイルがたくさんある。

次の図2のように、図1の白色のタイル 2 枚と黒色のタイル 1 枚を交互に規則的に並べていき、1 番目の図形、2 番目の図形、3 番目の図形、4 番目の図形、5 番目の図形、…とする。また、下の表は、それぞれの図形の白色のタイルの枚数と黒色のタイルの枚数についてまとめたものの一部である。

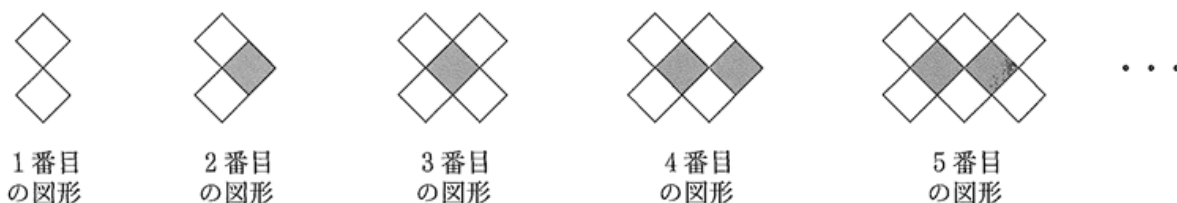
このとき、下の問1・問2に答えよ。

図1



(京都府 2011 年度)

図2



	1 番目の図形	2 番目の図形	3 番目の図形	4 番目の図形	5 番目の図形	6 番目の図形	7 番目の図形
白色のタイルの枚数	2	2	4	4	6	ア	イ
黒色のタイルの枚数	0	1	1	2	2	ウ	エ

問1 上の表中の ア , イ , ウ , エ にあてはまる数をそれぞれ求めよ。また、20 番目の図形について、白色のタイルの枚数と黒色のタイルの枚数の和を求めよ。

問2 n 番目の図形について、白色のタイルの枚数と黒色のタイルの枚数の差が 100 枚となる n の値は 2 つある。この n の値を 2 つとも求めよ。ただし、 n は自然数とする。

解答欄

問1	ア	イ	ウ	エ
	タイルの枚数の和 枚			
問2	$n =$,			

解答

問1

ア 6

イ 8

ウ 3

エ 3

タイルの枚数の和 30 枚

問2 $n=197, 200$

解説

問2

n が偶数のとき 2 番ごとに白と黒のタイルの差は 1 枚になるから差が 100 枚になる。

$$n=2 \times 100=200$$

n が奇数のとき $n-1$ 番目までのタイルの差は $\frac{n-1}{2}$ 枚である。

n 番目で白が 2 枚増えて差が 100 枚になるので

$$\frac{n-1}{2} + 2 = 100$$

$$n=197$$

【問 8】

1 から 6 までの数字を同じように書いた, 1 辺 10 cm の立方体が複数個ある。立方体の向かいあう面の数字の和は, すべて 7 である。

これらの立方体を, 図1のように階段

状に積み重ねた立体を順番に作っていく。立方体を積み重ねる規則は, 上のとおりである。

次の問いに答えなさい。ただし, 図1の立体の表面の数字は, 見やすいように向きをそろえてある。また, 3 段積んだときの立体の表面の数字は示していない。

<規則>

- ① 2 つの立方体の接する面の数字の和は 7 とする。
- ② 面で接する 2 つの立方体の, 隣り合う面の数字の和はすべて 7 とする。

例

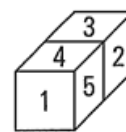


図1

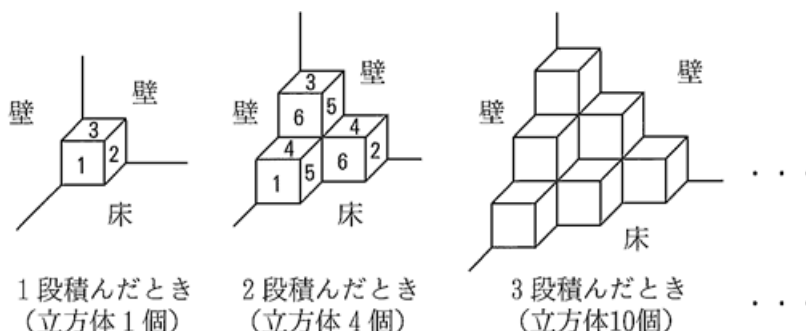
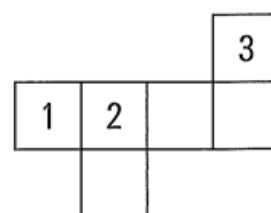


図2



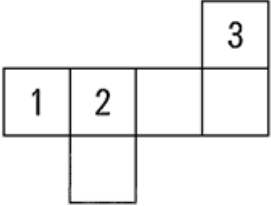
問1 図2は, 図1の立方体の展開図である。解答欄の展開図の中に該当する数字を記入しなさい。

問2 4 段積んだときの立体の表面積は何 cm^2 か, 求めなさい。ただし, 壁や床に接した面の面積も含むことにする。

問3 4 段積んだときの立体の表面の数字の和はいくらか, 求めなさい。ただし, 壁や床に接した面の数字も含むことにする。

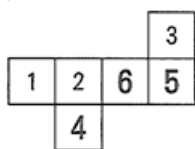
問4 規則にしたがって, 立方体を積み重ねて立体を作ったら, 立体の表面の数字の和が 441 となった。立体を作るのに使用した立方体の総数は何個か, 求めなさい。ただし, 立体の表面の数字の和 441 には, 壁や床に接した面の数字も含んでいる。

解答欄

問1	
問2	cm ²
問3	
問4	個

解答

問1



問2 6000cm²

問3 210

問4 56 個

解説

問3

見えている部分の立体の表面の数字と真裏の数字の和は 7 になる。

よって 4 段積んだときの表面の数字の和は $(1+2+3+4) \times 7 \times 3 = 210$

問4

組み立てられた立方体の数は $441 \div (7 \times 3) = 21$ $21 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$ より

立方体を 6 段積んでできる立体である。

立体の一番下の段は 1 段増えるごとに 2, 3, 4…と増えているから

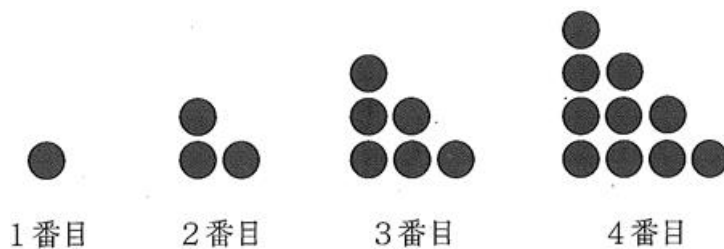
$1 + (1+2) + (1+2+3) + (1+2+3+4) + (1+2+3+4+5) + (1+2+3+4+5+6) = 56$ 個

【問 9】

下の図のように黒い石を使って図形を規則的に作るとき、15 番目の図形を作るために必要な黒い石は何個か求めなさい。

(鳥取県 2011 年度)

図



解答欄

--

個

解答

120 個

【問 10】

右の図のように、ある規則にしたがって、連続する自然数を、1 から順に 100 まで並べるものとする。上から 3 段目で左から 2 列目の数は 6 である。また、上から 6 段目で左から 9 列目の数は である。

(徳島県 2011 年度)

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	...
1 段目	1	4	9	16	
2 段目	2	3	8	15	
3 段目	5	6	7	14	
4 段目	10	11	12	13	
⋮					
⋮					
⋮					

解答欄

解答

76

解説

9 列目の 1 段目の数は $9^2=81$ で

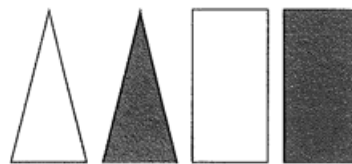
2 段目, 3 段目, …, 9 段目まで 1 ずつ減っていく。

よって 6 段目は $81-(6-1)=76$

【問 11】

右の図1のような、白と黒の三角形のタイルと、白と黒の四角形のタイルが、それぞれたくさんある。三角形のタイルの面積は 1 cm^2 であり、四角形のタイルの面積は 2 cm^2 である。これら 4 種類のタイルが、次のきまりにしたがって、下の図2のように左から並んでいる。

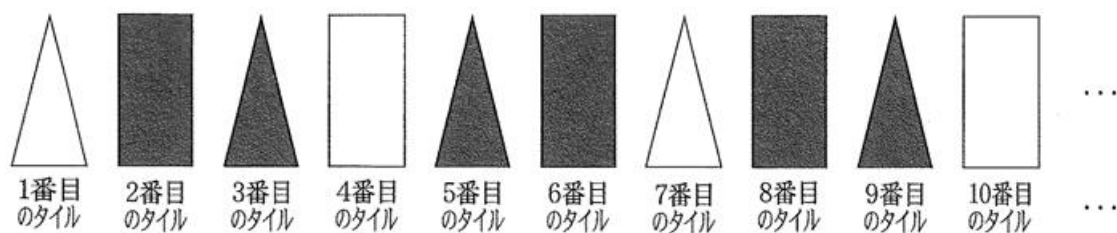
図1



【きまり】

- ・1 番目のタイルは白の三角形のタイルである。
- ・三角形のタイルと四角形のタイルが交互に並ぶ。
- ・タイルの色は白, 黒, 黒の順にくりかえし並ぶ。

図2



これについて、次の(1), (2)の問いに答えよ。

(香川県 2011 年度)

(1) 次の㊶～㊸のタイルのうち、20 番目のタイルと同じ種類のタイルはどれか。1 つ選んで、その記号を書け。



(2) 100 番目のタイルより左側にある、すべての黒の三角形のタイルとすべての黒の四角形のタイルの面積の和は何 cm^2 か。

解答欄

(1)	
(2)	cm^2

解答

(1) ㊥

(2) 99cm^2

解説

(1)

タイルは1番目から6番目の並び方を繰り返す。

$20 \div 6 = 3 \cdots 2$ より

20番目は2番目のタイルと同じ黒の四角形のタイルになるので㊥

(2)

$99 \div 6 = 16 \cdots 3$ より

黒の三角形のタイルは $16 \times 2 + 1 = 33$ 枚, 黒の四角形のタイルは $16 \times 2 + 1 = 33$ 枚並んでいる。

よってその面積の和は $1 \times 33 + 2 \times 33 = 99 \text{ cm}^2$

【問 12】

下の図のように、縦に 3 段のマス目があり、各マス目には、次の規則により、数が記入されている。

[規則]

- ・1 段目には、1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4 の数が、左から順に繰り返し記入されている。
- ・2 段目には、2 以上の自然数が 2 から始めて、小さい方から順に左から記入されている。
- ・3 段目には、3 以上の奇数が 3 から始めて、小さい方から順に左から記入されている。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目	8 列 目	9 列 目	10 列 目	11 列 目	12 列 目	13 列 目	14 列 目	15 列 目	16 列 目	17 列 目	...
1 段目	1	2	2	3	3	3	4	4	4	4	1	2	2	3	3	3	4	...
2 段目	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	...
3 段目	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	...

このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2011 年度)

問1 1 段目において、

(1) 23 列目のマス目に記入されている数はいくつか。

(2) 3 の数が記入されているマス目のうち、左から数えて 20 番目のマス目はいく列目か。

問2 n 列目において、2 段目と 3 段目のマス目に記入されている数の和を、 n を使って表せ。

問3 1 列目から 77 列目までのうちで、1 段目と 2 段目と 3 段目のマス目に記入されている数の和が、3 の倍数になっている列は、何列あるか。

解答欄

問1	(1)	
	(2)	列目
問2		
問3	列	

解答

問1

(1) 2

(2) 65 列目

問2 $3n+2$

問3 37 列

解説

問2

n 列目の 2 段目の数は $n+1$, 3 段目の数は $2n+1$ と表せるので

その和は

$(n+1)+(2n+1)$

$=3n+2$

問3

2 段目と 3 段目の数の和は $3n+2$ より

3 で割ると 2 余る数だから

1 段目の数が 3 で割ると 1 余る数

つまり 1 と 4 のとき 1 段目から 3 段目までの数の和は 3 の倍数になる。

1 と 4 は 10 列ごとに 5 つずつあるので

$77 \div 10 = 7 \cdots 7$ より

70 列目までには $7 \times 5 = 35$ 列

71 列目から 77 列目までは 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4 より 2 つあるので

全部で $35+2=37$ 列

【問 13】

下の[表]のように行と列を決め、数字が書かれたカードを並べる。

まず、1 行目の 1 列目から $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ のカードを,

2 行目の 2 列目から $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$, $\boxed{8}$ のカードを,

3 行目の 3 列目から $\boxed{9}$, $\boxed{10}$, $\boxed{11}$, $\boxed{12}$ のカードを, …

というように各行に 4 枚のカードを規則的に並べていく。

[表]

列 行	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目	6 列 目	7 列 目	8 列 目	・	・
1行目	$\boxed{1}$	$\boxed{2}$	$\boxed{3}$	$\boxed{4}$						
2行目		$\boxed{5}$	$\boxed{6}$	$\boxed{7}$	$\boxed{8}$					
3行目			$\boxed{9}$	$\boxed{10}$	$\boxed{11}$	$\boxed{12}$				
4行目				$\boxed{13}$	$\boxed{14}$	$\boxed{15}$	$\boxed{16}$			
5行目					・	・	・	・		
6行目						・	・	・	・	
・							・	・	・	・
・								・	・	・

このとき、あとの問1～問3に答えなさい。

(佐賀県 2011 年度 前期)

問1 7 行目の 8 列目に置かれるカードの数字を求めなさい。

問2 $\boxed{40}$ と書かれたカードは、何行目の何列目に並ぶか、求めなさい。

問3 A さん, B さん, C さん, D さんは[表]について, それぞれ次のようにことに気づいた。このとき, あとの(1)～(3)の各問いに答えなさい。ただし, カードの左端, 右端とは各行ごとに並べた 4 枚のカードのそれぞれ左端, 右端にあるカードを表している。

[気づいたこと] (m は自然数とする)

A さん: カードの右端に書かれた数は, 4 で割り切れる数です。また, m 行目について, カードの左端に書かれた数は, カードの右端に書かれた数より ① 小さい数になっているので, カードの左端に書かれた数は m を使って表すと, ② になることがわかります。

B さん: m を 2 以上とすると, m 行目について, カードの左端から 2 番目の数を「基準の数」とし, 基準の数とその左右の数の 3 つの数の和を m を使って表すと ③ になることがわかります。また, 基準の数とその上下の数の 3 つの数の和も ③ になることがわかります。

C さん: B さんが言っている基準の数とその上下左右の数の 5 つの数の和は, 基準の数の 5 倍になることがわかります。

D さん: ところで, 自然数を 2 乗した数 1, 4, 9, 16, …のうち, 偶数の場合はカードの右端にあり, 奇数の場合はカードの左端にあることが予想できます。

(1) [気づいたこと]の中の ① ～ ③ にあてはまる数または式を求めなさい。

(2) C さんは, 「B さんが言っている基準の数とその上下左右の数の 5 つの数の和は, 基準の数の 5 倍になる」と言っている。このことを m を用いた式を使って説明しなさい。

- (3) Dさんは、「自然数を2乗した数1, 4, 9, 16, …のうち、偶数の場合はカードの右端にあり、奇数の場合はカードの左端にあることが予想できます。」と言っている。この予想が正しいことを、次の[説明]のようにして示した。 $\boxed{\text{④}}$ ～ $\boxed{\text{⑥}}$ にあてはまる数または式を求めなさい。

[説明]

1, 4, 9, 16, …はそれぞれ $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$ であり、

偶数を2乗した数は偶数、奇数を2乗した数は奇数となるので、

2乗する前の数に着目して考える。

・2乗する前の数が偶数のとき

偶数は $2n$ (n は自然数) と表され、偶数を2乗すると、

$$(2n)^2 = 4n^2$$

となり、 n は自然数だから、 n^2 も自然数となり4で割り切れる。

よって、偶数を2乗した数はカードの右端にあることがいえる。…⑦

・2乗する前の数が奇数のとき

奇数は $\boxed{\text{④}}$ (n は自然数) と表され、奇数を2乗すると、

$$\begin{aligned} & (\boxed{\text{④}})^2 \\ &= \boxed{\text{⑤}} n^2 - \boxed{\text{⑤}} n + 1 \\ &= \boxed{\text{⑤}} (n^2 - n + 1) - \boxed{\text{⑥}} \end{aligned}$$

となり、 n は自然数だから、 $n^2 - n + 1$ も自然数となる。

よって、奇数を2乗した数はカードの左端にあることがいえる。…⑧

⑦, ⑧よりすべての自然数について、Dさんの予想が正しいことが説明できる。

解答欄

問1			
問2	行目の列目		
問3	(1)	①	
		②	
		③	
	(2)		
	(3)	④	
		⑤	
		⑥	

解答

問1 26

問2 10 行目の 13 列目

問3

(1)

① 3

② $4m-3$

③ $12m-6$

(2)

基準の数は m 行目について $4m-2$ と表せる。

また基準の数とその左右の数の 3 つの数の和と

基準の数とその上下の数の 3 つの数の和は等しいので

基準の数とその上下左右の数の 5 つの数の和は

$$2(12m-6)-(4m-2)$$

$$=20m-10$$

$$=5(4m-2)$$

よって $4m-2$ は自然数なので

基準の数とその上下左右の数の 5 つの数の和は基準の数の 5 倍になる。

(3)

④ $2n-1$

⑤ 4

⑥ 3

解説

問2

$40 \div 4 = 10$ より 10 行目のいちばん右。

10 行目は 10, 11, 12, 13 列目に並ぶから 13 列目

問3

(1)

m 行目の右端の数は $4m$ と表せる。

左端の数は $4m$ より 3…①小さいので $4m-3$ …②と表せる。

カードの左端から 2 番目は $4m-2$

左から 3 番目は $4m-1$ と表されるので

$4m-2$ を基準の数とすると基準の数とその左右の数の和は

$$(4m-3)+(4m-2)+(4m-1)=12m-6\cdots\textcircled{3}\text{となる。}$$

また基準の数の上の数は $4m-2-3=4m-5$

下の数は $4m-2+3=4m+1$ より

基準の数とその上下の数の和は

$$(4m-5)+(4m-2)+(4m+1)=12m-6\cdots\textcircled{3}\text{となる。}$$

(3)

n が自然数のとき奇数は $2n-1$ …④と表せる。

$$(2n-1)^2=4n^2-4n+1=4(n^2-n+1)-3$$

よって⑤は 4, ⑥は 3

これより 4 の倍数より 3 小さい数になるので

右端から 3 つ左にあるから奇数の 2 乗は左端にあるといえる。

【問 14】

次の【操作】に従い、下の図のように白い石と黒い石を順に置いていく。

【操作】

1 番目 … 白い石を 1 個置く。

2 番目 … 1 番目に置いた白い石の外側に、黒い石を正方形の形に追加して置く。

3 番目 … 2 番目に置いた黒い石の外側に、白い石を正方形の形に追加して置く。

⋮

⋮

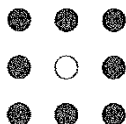
n 番目 … $n-1$ 番目に置いた石の外側に、その石とは異なる色の石を正方形の形に追加して置く。ただし、 n は 2 以上の自然数とする。

図

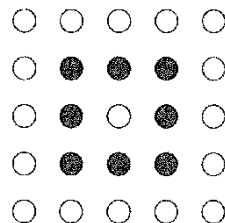
1 番目



2 番目



3 番目



…

…

このとき、あとの(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2011 年度 後期)

(1) 5 番目の【操作】では、4 番目に置いた石の外側に何個追加して置けばよいか、求めなさい。

(2) 次の[表]は、 n 番目において、横一列に置かれた石の数を表したものである。このとき a , b にあてはまる数を求めなさい。

[表]

n (番目)	2	3	4	…	b	…
横一列の石の数 (個)	3	5	a	…	15	…

(3) n 番目の【操作】では、 $n-1$ 番目に置いた石の外側に石を 72 個追加して置いた。 n の値を求めなさい。さらにこのとき、白い石は全部で何個あるか、求めなさい。

解答欄

(1)	個	
(2)	a	
	b	
(3)	n の値	
	白い石の数	個

解答

(1) 32 個

(2)

a 7

b 8

(3)

n の値 10

白い石の数 161 個

解説

(3)

$72 \div 4 = 18$ より横一列に置かれた石は $18 + 1 = 19$ 個

n 番目の横一列に並んだ石の数は $2n - 1$ 個と表せる。

$$2n - 1 = 19$$

$$2n = 20$$

$$n = 10$$

横一列の石の数は 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 で

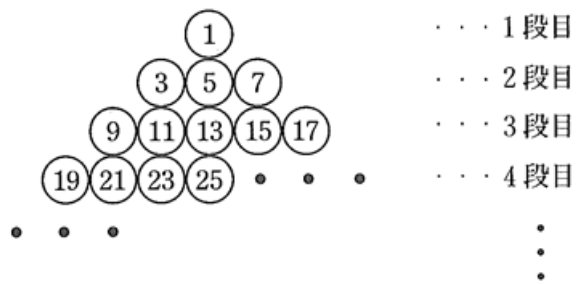
このうち奇数番目が白い石が並ぶときだから

白い石の数は

$$1 + (5 - 1) \times 4 + (9 - 1) \times 4 + (13 - 1) \times 4 + (17 - 1) \times 4 = 1 + (4 + 8 + 12 + 16) \times 4 = 1 + 160 = 161 \text{ 個}$$

【問 15】

かず子さんは、下の図のように、奇数が書かれた円形のカードを 1 から小さい順に、1 段目には 1 枚、2 段目には 3 枚、3 段目には 5 枚、… と上の段から規則的に並べた。



次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(大分県 2011 年度)

- (1) かず子さんは、規則性を調べるため、下の表のようにまとめた。表中の n 段目までのカードの総枚数とは、1 段目から n 段目までのカードの枚数の合計である。たとえば、 n が 3 のとき、1 段目の 1 枚、2 段目の 3 枚、3 段目の 5 枚を合計した 9 枚がカードの総枚数となる。ア，イ に適する数を記入しなさい。

n	1	2	3	4	5	...
n 段目までのカードの総枚数	1	4	9		ア	...
n 段目の右端のカードに書かれた数	1	7	17		イ	...

- (2) n 段目の右端のカードに書かれた数を、 n を使った式で表しなさい。
- (3) このように並べていくと、255 と書かれたカードは、上から何段目で左から何番目になるか、求めなさい。

解答欄

(1)	ア	
	イ	
(2)		
(3)	上から 段目、左から 番目	

解答

(1)

ア 25

イ 49

(2) $2n^2-1$

(3) 上から 12 段目, 左から 7 番目

解説

(3)

$2n^2-1=255$ とおくと

$2n^2=256$

$n^2=128$

$11^2<128<12^2$ より

255 は 12 段目にある。

11 段目の右端の数は $2\times 11^2-1=241$

$(255-241)\div 2=7$ より

左から 7 番目

【問 16】

図1のような、形と大きさが同じで、色が青、白、赤の、高さ 8 cm のコップがたくさんある。机の上に、これらのコップを図2のように、青、白、白、赤の順にふせて重ねていく。重ねたコップ全体の高さはコップを 1 個重ねるごとに 0.5 cm ずつ高くなるものとする。例えば、図3のようにコップを 6 個重ねると、重ねたコップ全体の高さは 10.5 cm となる。

図1

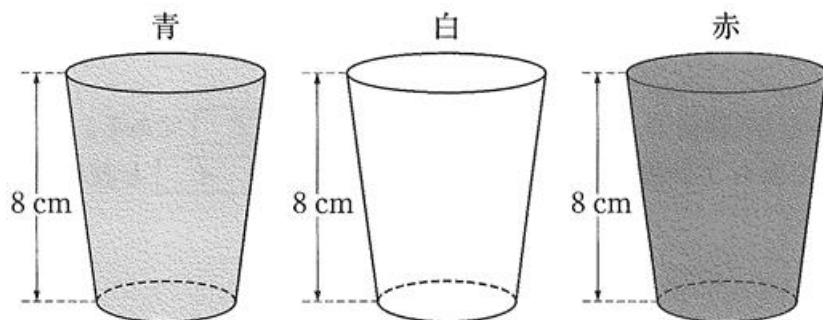
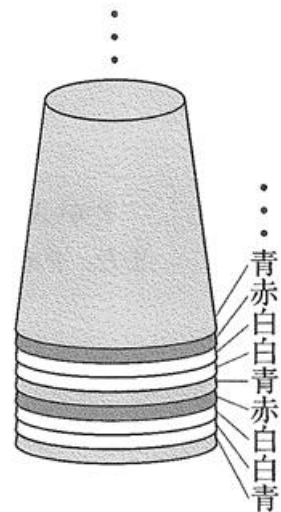


図2



このとき、次の各問いに答えなさい。

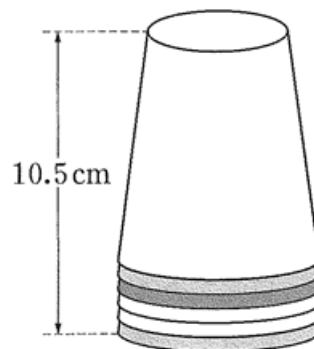
(熊本県 2011 年度)

問1 コップを 12 個重ねたとき、

(1) 重ねたコップの中に白のコップは何個あるか求めなさい。

(2) 重ねたコップ全体の高さを求めなさい。

図3



問2 コップを n 個重ねたとき、重ねたコップ全体の高さを n を使った式で表しなさい。

問3 コップを重ねていき、重ねたコップ全体の高さを 40 cm にしたい。いま、コップを何個か重ね、重ねたコップ全体の高さを測ったところ 22.5 cm であった。重ねたコップ全体の高さを 40 cm にするには、青、白、赤のコップは、それぞれあと何個必要か求めなさい。

解答欄

問1	(1)	個
	(2)	cm
問2	cm	
問3	青〔 〕個, 白〔 〕個, 赤〔 〕個	

解答

問1

(1) 6 個

(2) 13.5 cm

問2 $(0.5n + 7.5)$ cm

問3 青〔9〕個, 白〔17〕個, 赤〔9〕個

解説

問3

重ねたコップの高さが 22.5 cm のとき

$$0.5n + 7.5 = 22.5$$

$$0.5n = 15$$

$$n = 30$$

$$30 \div 4 = 7 \cdots 2$$

重ねたコップの高さが 40 cm のとき

$$0.5n + 7.5 = 40$$

$$0.5n = 32.5$$

$$n = 65$$

$$65 \div 4 = 16 \cdots 1$$

青, 白, 白, 赤の 4 個を 1 組と考えたと

22.5 cm のときは 7 組と青 1 つと白 1 つ

40 cm のときは 16 組と青が 1 つ必要である。

したがって 22.5 cm のときから 40 cm にするのに必要なコップの数は

$$\text{青が } 1 \times (16 - 7) + 1 - 1 = 9 \text{ 個}$$

$$\text{白が } 2 \times (16 - 7) - 1 = 17 \text{ 個}$$

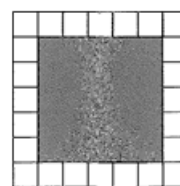
$$\text{赤が } 1 \times (16 - 7) = 9 \text{ 個}$$

【問 17】

1 辺の長さが 5 cm である黒い正方形のタイルの周りを、1 辺の長さが 1 cm である白い正方形のタイルで、すき間なく重ならないように囲む。たとえば、図1のように、黒いタイルが 1 枚のときは、白いタイルは全部で 24 枚必要であり、図2のように、黒いタイル 2 枚を横一列に並べるときは、白いタイルは全部で 41 枚必要である。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

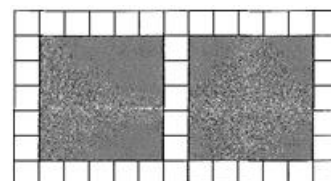
図1



(鹿児島県 2011 年度)

(1) 黒いタイル 3 枚を横一列に並べるとき、白いタイルは全部で何枚必要か。

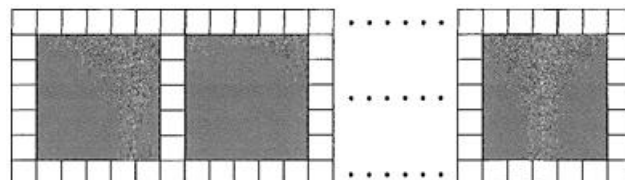
図2



(2) 図3のように、黒いタイル n 枚を横一列に並べる

図3

とき、白いタイルは全部で何枚必要か。 n を用いて表せ。



解答欄

(1)	枚
(2)	枚

解答

(1) 58 枚

(2) $17n + 7$ 枚

解説

(2)

黒いタイル n 枚を横一列に並べるとき

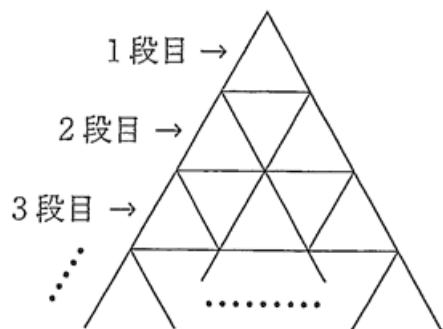
白いタイルは黒いタイルの真上と真下に各 5 枚ずつ

黒いタイルと黒いタイルの間の縦一列に各 $(5 + 2)$ 枚ずつ並んでいると考えたと

白いタイルの枚数の合計は

$$5 \times n \times 2 + (5 + 2) \times (n + 1) = 10n + 7n + 7 = 17n + 7 \text{ 枚}$$

【問 18】



左の図のように、同じ大きさの正三角形のタイルを 1 段目から順に 1 枚, 3 枚, 5 枚, ……とすき間なく並べ, 大きな正三角形を作っていく。彩さんと健さんは, この作業を進めながら自然数のある性質に気づいた。下の【彩さんと健さんの会話】を読んで, 次の各問いに答えなさい。ただし, 会話中に , が 2 カ所ずつあるが, それぞれ同じ式がはいるものとする。

(沖縄県 2011 年度)

【彩さんと健さんの会話】

彩さん:このように並べていくと, 4 段目に並ぶタイルは 7 枚で, 5 段目は 枚だね。すると, n 段目に並ぶタイルの数は

枚と表すことができるわ。

じゃあ, タイルは全部で何枚使ったのかしら?

健さん:タイルの枚数を 1 段目から数えてみると, 3 段目までで 9 枚使われている。4 段目までだと 16 枚, 5 段目まででは全部で 枚になっているぞ。

彩さん:このように考えていくと, 使われたタイルの枚数には規則性がありそうね。

n 段目まで並べ終えたら…, タイルは全部で 枚になるわ。

健さん:これって, 段ごとに並ぶ枚数の和だから, 式で表すと,

$1+3+5+7+\cdots+$

彩さん:この式は, 1 から n 個の奇数の和を表しているわ。

健さん:つまり, n 個の奇数を 1 から順にたしていくと…, わかった!

になるんだ!

問1 上の【彩さんと健さんの会話】の中の ～ に最も適する数または式を入れなさい。

問2 【彩さんと健さんの会話】を参考に, 1 から 99 までのすべての奇数の和を求めなさい。

問3 タイル 150 枚を使って, 上のように 1 段目から順序よく並べていく。このとき, 最大何段目までを完全に並べ終えることができるか求めなさい。

解答欄

問1	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
問2		
問3	段目	

解答

問1

ア 9

イ $2n-1$

ウ 25

エ n^2

問2 2500

問3 12 段目

解説

問2

$99=2\times 50-1$ より

タイルが 99 枚並ぶのは 50 段目。

よって 1 から 99 までの奇数の和は $50^2=2500$

問3

$12^2<150<13^2$ だから

12 段目まで並べることができる。