5.空間図形の複合問題 （長さ・面積・体積・角度ほか）【2009 年度出題】

【問 1】

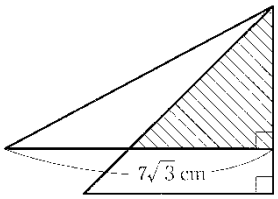
太郎君，花子さん，次郎君は数学の授業で三角定規を組み合わせて問題づくりをした。

次の問1～問3に答えなさい。

（青森県 2009 年度）

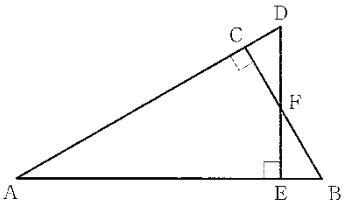
問1 太郎君は，図 1 のように 1 組の三角定規を重ねた。斜線部の面積を求めなさい。

図 1



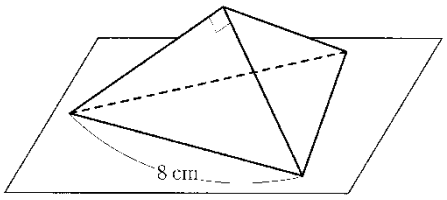
問2 花子さんは，図2のように 60° の角をもつ同じ大きさの三角定規 2 枚を重ねた。△CDF と△EBF が合同になることを証明しなさい。

図2



問3 次郎君は，図3のように 45° の角をもつ同じ大きさの三角定規 3 枚で，三角すいを机の上に組み立てた。この三角すいの体積を求めなさい。ただし，三角定規の厚さは考えないものとする。

図3



解答欄

問1	cm^2
問2	証明
問3	cm^3

解答

問1 $\frac{49}{2}\,\mathrm{cm}^2$

問2

証明

△CDF と△EBF で

∠DCF＝∠BEF＝90°…①

∠CDF＝∠EBF＝60°…②

仮定より

AD＝AB, AC＝AE

また CD＝AD－AC, EB＝AB－AE

よって

CD＝EB…③

①②③より

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△CDF≡△EBF

問3 $\frac{64\sqrt{2}}{3}\,\mathrm{cm}^3$

解説

問3

直角二等辺三角形の等しい 2 辺の長さは $\frac{8}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2}$ cm

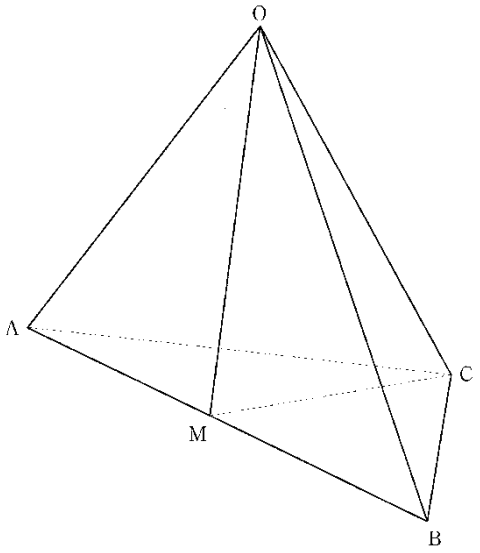
三角すいの体積は $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = \frac{64\sqrt{2}}{3}\,\mathrm{cm}^3$

【問 2】

図は，OA＝OB＝OC＝5cm，AB＝6cm，AC＝BC＝$3\sqrt{2}$ cm の四面体 OABC です。また，点 M は，辺 AB の中点です。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（岩手県　2009 年度）



問1　線分 OM の長さを求めなさい。

問2　∠OMC の大きさを求めなさい。

問3　辺 OC 上を動く点 P があります。△PAB の面積が最も小さくなるとき，その面積を求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	度
問3	cm^2

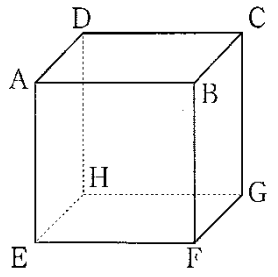
解答
問1　4cm
問2　90 度
問3　$\frac{36}{5}$ cm^2
解説
問3
△PAB の底辺を AB とすると高さ PM が最小のとき△PAB の面積も最小になる。
よって M から OC に垂線をひいたときの交点が P となる。
このとき∠OMC＝∠MPC＝90°，∠OCM＝∠MCP より
2 組の角が等しいので
△OMC∽△MPC
OM:MP＝OC:MC
4:MP＝5:3 MP＝$\frac{12}{5}$ cm
よって△PAB＝$\frac{1}{2}\times 6\times \frac{12}{5}=\frac{36}{5}$ cm^2

【問 3】

健さんは，図 1 のような 1 辺の長さが 6cm の立方体の形をした容器 ABCD－EFGH を使って，水の体積を調べてみることにした。次の問いに答えなさい。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

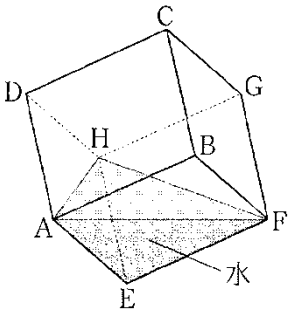
（山形県 2009 年度）

図 1



(1) 健さんが，図 1 の容器に水を入れて密閉し，傾けたところ，図 2 のように水面は△AFH になった。このときの水の体積を求めなさい。

図 2



(2) 次に，健さんは，水の入った図 2 の容器を，面 EFGH が底になるように水平な台に置いた。このとき，面 EFGH から水面までの高さを求めなさい。

解答欄

(1)	cm^3
(2)	cm

解答

(1) $36cm^3$

(2) 1cm

解説

(1)

求める体積は

三角すい A－EHF の体積だから

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times 6 = 36\ cm^3$

(2)

面 EFGH からの水面の高さを h cm とする。

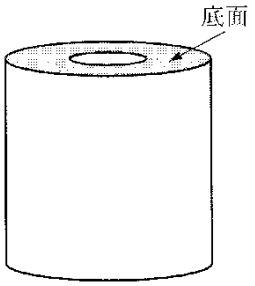
$6 \times 6 \times h = 36 \quad h = 1$ cm

【問 4】

図 1 は，トイレットペーパーのように，円柱の形をした芯に一定の厚さのうすい紙をすき間なく巻いたロール紙であり，色のついた部分を底面とする。1 つの底面の面積を底面積とすると，巻いてある紙の長さはロール紙の底面積に比例する。図 2 は，このロール紙の底面を示したものであり，内側の円の半径が 3cm，外側の円の半径が 8cm である。

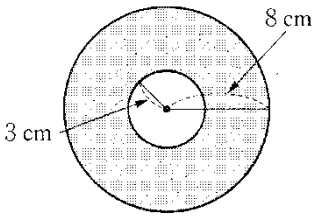
（福島県 2009 年度）

図 1



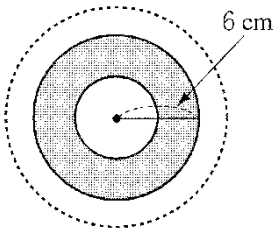
(1) このロール紙の底面積を求めなさい。

図 2



(2) このロール紙を，底面の外側の円の半径が 6cm になるまで使った。図 3 は，使った後のロール紙の底面を示したものである。このとき，使った紙の長さと，残っている紙の長さを比べると，どのようなことが言えるか。次のア～ウの中から正しいものを 1 つ選び，記号で答えなさい。また，選んだ理由を説明しなさい。

図 3



ア 使った紙のほうが長い。

イ 残っている紙のほうが長い。

ウ 使った紙と残っている紙の長さは等しい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	記号〔　　〕 理由

解答

(1) 55π cm^2

(2)

記号 ア

理由

巻いてある紙の長さはロール紙の底面積に比例するので

底面積が大きいほど巻いてある紙の長さが長い。

使った後のロール紙の底面積は

$\pi \times 6^2 - \pi \times 3^2 = 27\pi$ cm^2

使う前のロール紙の底面積は 55π cm^2 であるので

使った部分の底面積は

$55\pi - 27\pi = 28\pi$ cm^2

使った部分の底面積が使った後のロール紙の底面積より大きいので使った紙のほうが長い。

【問 5】

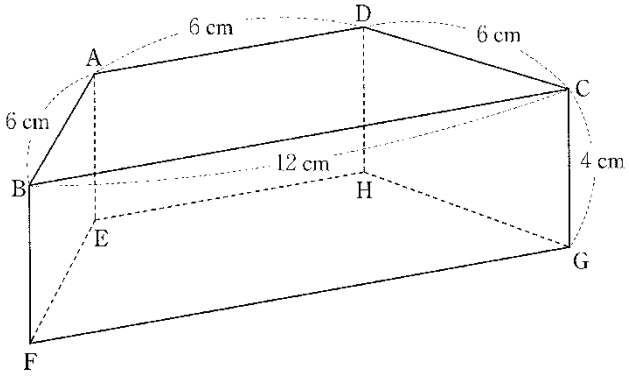
図 1 のような，辺 AD と辺 BC が平行で，AB＝6cm，BC＝12cm，CD＝6cm，DA＝6cm の四角形 ABCD を底面とし，高さが 4cm の四角柱がある。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（福島県 2009 年度）

問1　点 A から辺 BC にひいた垂線と BC との交点を I とするとき，線分 AI の長さを求めなさい。

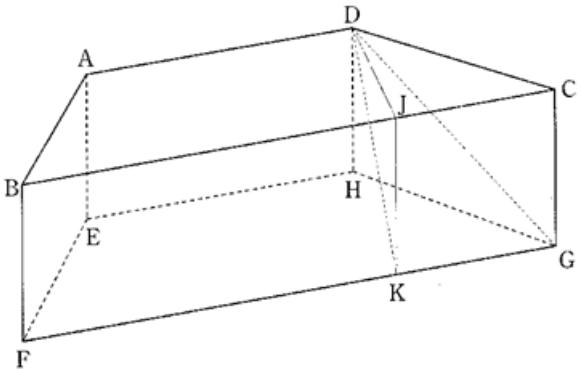
図 1



問2　図 2 のように，この四角柱の辺 BC，FG 上にそれぞれ点 J，K を，BJ:JC＝2:1，FK:KG＝2:1 となるようにとる。D を頂点とし四角形 JKGC を底面とする四角すいの体積を Vcm^3 とする。

(1)　V を求めなさい。

図 2



(2)　線分 DK 上に点 P をとる。P を頂点とし，四角形 EFGH を底面とする四角すいの体積が，V の $\frac{3}{4}$ 倍となるとき，線分 PK の長さを求めなさい。

解答欄

問1		cm
問2	(1)	cm^3
	(2)	cm

解答

問1　$3\sqrt{3}$ cm

問2

(1)　$16\sqrt{3}$ cm^3

(2)　$\frac{2\sqrt{11}}{3}$ cm

解説

問1

BI＝(12－6)÷2＝3cm

△ABI で

三平方の定理より AI＝$\sqrt{6^2-3^2}$ ＝$3\sqrt{3}$ cm

問2

(1)

D から BC に垂線 DL をひく。

DL＝AI＝$3\sqrt{3}$ cm

よって $V=\frac{1}{3}\times$四角形 JKGC×DL＝$\frac{1}{3}\times\left(\frac{12}{3}\times4\right)\times3\sqrt{3}=16\sqrt{3}$ cm^3

(2)

P から HK に垂線 PQ をひく。

体積の関係より

$\frac{1}{3}\times\left(6\times3\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}\times2\right)\times PQ=\frac{3}{4}\times16\sqrt{3}$

PQ＝$\frac{4}{3}$ cm

JL＝4－3＝1cm

△DLJ において

三平方の定理より DJ＝$\sqrt{\left(3\sqrt{3}\right)^2+1^2}$ ＝$2\sqrt{7}$ cm

△DJK において

三平方の定理より DK＝$\sqrt{\left(2\sqrt{7}\right)^2+4^2}$ ＝$2\sqrt{11}$ cm

△KDH において

PQ∥DH より

PK:DK＝PQ:DH

PK: $2\sqrt{11}$ ＝$\frac{4}{3}$:4

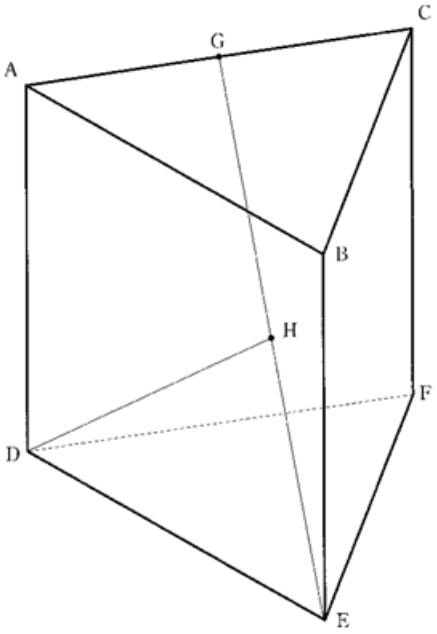
PK＝$\frac{2\sqrt{11}}{3}$ cm

【問 6】

図のように，1 辺が 4 cm の正三角形を底面とし，側面がすべて正方形である三角柱 ABCDEF がある。辺 AC の中点を G とし，線分 EG の中点を H とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（茨城県　2009 年度）



問1　三角柱 ABCDEF の体積を求めなさい。

問2　線分 DH の長さを求めなさい。

解答欄

問1	cm^3
問2	cm

解答

問1　$16\sqrt{3}$ cm^3

問2　$\sqrt{11}$ cm

解説

問1

BとGを結ぶ。

△ABCは1辺が4cmの正三角形だから

AG＝CG＝2, ∠BGA=90°, BG＝$\sqrt{3}$　AG＝$2\sqrt{3}$ cm

よって求める体積は$\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3}\times4=16\sqrt{3}$ cm^3

問2

△BGDで

三平方の定理よりGE＝$\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}$ cm

EH=GH＝$\sqrt{7}$ cm

△ADGで

三平方の定理よりDG＝$\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$ cm

Dから EGに垂線 DKをひく。

EK＝x cmとするとGK＝$2\sqrt{7}-x$ cm

三平方の定理を利用して

$4^2-x^2=(2\sqrt{5})^2-(2\sqrt{7}-x)^2$

これを解いて

$x=\frac{6\sqrt{7}}{7}$cm

よってDK$^2=4^2-\left(\frac{6\sqrt{7}}{7}\right)^2=\frac{76}{7}$

KH$=\sqrt{7}-\frac{6\sqrt{7}}{7}=\frac{\sqrt{7}}{7}$cm

DH^2＝DK^2＋KH$^2=\frac{76}{7}+\frac{1}{7}=11$

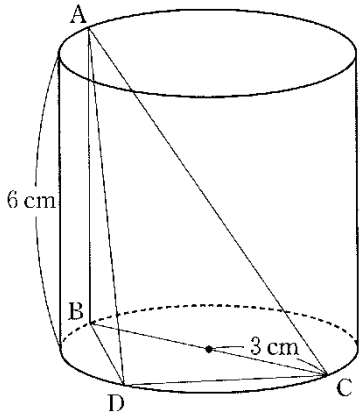
よってDH＝$\sqrt{11}$ cm

【問 7】

図のような，底面の半径が 3cm，高さが 6cm の円柱がある。AB は母線，BC は底面の直径である。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（栃木県 2009 年度）



(1) AC の長さを求めなさい。

(2) △ABC の面積が，△ABD の面積の 2 倍になるように，点 D を底面の円周上にとる。このとき，三角錐 ABCD の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

解答

(1) $6\sqrt{2}$ cm

(2) $9\sqrt{3}$ cm^3

解説

(1)

△ABC で

BC＝3×2＝6cm，AB＝6cm，∠ABC＝90° より

AC＝$\sqrt{2}$ BC＝$6\sqrt{2}$ cm

(2)

△ABC と△ABD は底辺 AB が共通で高さはそれぞれ BC，BD と考えられるから

BC:BD＝△ABC:△ABD

6:BD＝2:1

BD＝3cm

BC は直径だから∠BDC＝90°

よって△BCD において

三平方の定理より CD＝$\sqrt{6^2-3^2}$ ＝$\sqrt{27}$ ＝$3\sqrt{3}$ cm

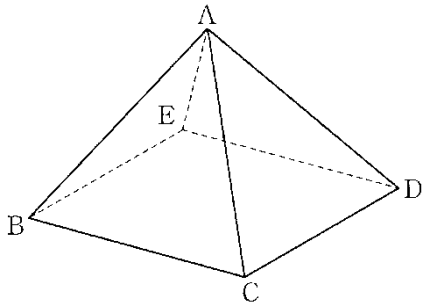
したがって三角錐 ABCD の体積は$\frac{1}{3}$ ×△BCD×6＝$\frac{1}{3}$ ×$\frac{1}{2}$ ×3×$3\sqrt{3}$ ×6＝$9\sqrt{3}$ cm^3

【問 8】

図Ⅰは，各辺の長さがすべて等しい正四角すい ABCDE である。
次の問1，問2に答えなさい。

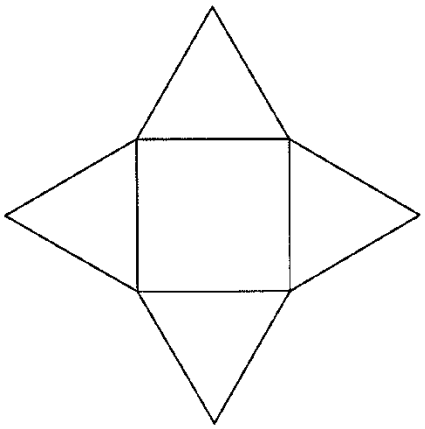
（群馬県 2009 年度）

図Ⅰ



問1　図Ⅱは，正四角すい ABCDE の展開図の 1 つである。正四角すい ABCDE の展開図は，回転したり，裏返したりして重なり合うものを 1 つと数えると，全部で 8 つかくことができる。
解答用紙の例にならって，正四角すい ABCDE の展開図を，図Ⅱや例で示したもの以外に 3 つかきなさい。ただし，コンパスや定規を用いる必要はない。

図Ⅱ

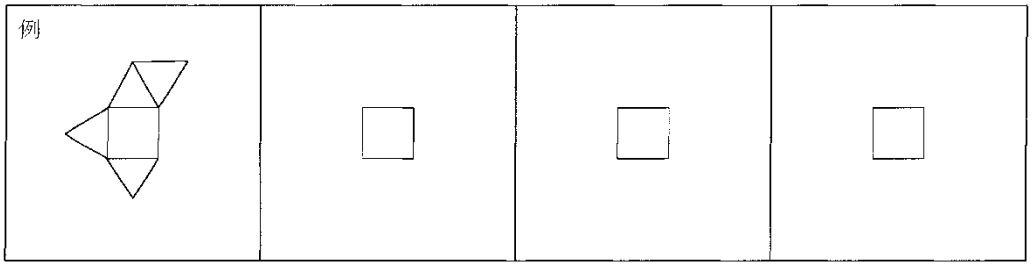


問2　正四角すい ABCDE の 1 辺の長さを 2 cm とし，辺 BC，DE の中点をそれぞれ M，N とする。辺 AC 上に点 P，辺 AD 上に点 Q を，3 つの線分 MP，PQ，QN の長さの和が最小となるようにとるとき，

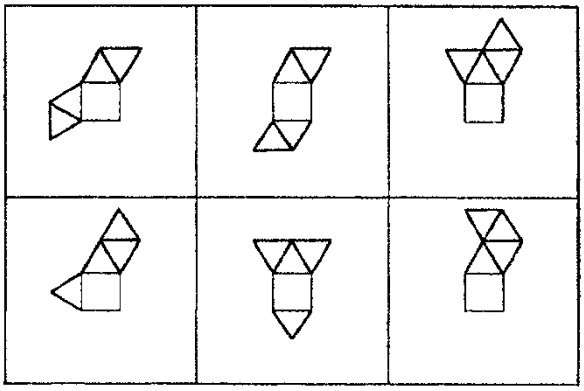
(1)　3 つの線分 MP，PQ，QN の長さの和を求めなさい。

(2)　点 C，D，N，M，P，Q の 6 点を頂点とする立体の体積を求めなさい。

解答欄

問1		
問2	(1)	cm
	(2)	cm^3

解答
問1



問2
(1) 3cm
(2) $\frac{5\sqrt{2}}{12}\,\mathrm{cm}^3$
解説
問2
(1)
側面の三角形は合同な正三角形だから
△ABC, △ACD, △ADE を左から順に
AC, AD でくっつけて展開図の一部をかくと
∠BAC＋∠CAD＋∠DAE＝60°×3＝180°より
BAE は直線になり台形 BCDE ができる。
M, N はそれぞれ BC, ED の中点だから BM:MC＝EN:ND
よって BE ∥MN ∥CD　MP＋PQ＋QN が最小となるとき
P, Q はそれぞれ MN と AC, MN と AD の交点になる。
△ABC において PM ∥AB だから
PM:AB＝CM:CB
PM:2＝1:2
PM＝1cm
同様に PQ＝QN＝1cm
よって MP＋PQ＋QN＝3cm
(2)
△ACD において P, Q から CD に垂線 PK, 垂線 QH をひく。
KH＝PQ＝1cm だから

$\mathrm{CK}=\mathrm{DH}=(2-1)\div 2=\frac{1}{2}\,\mathrm{cm}$

同様に P, Q から MN に垂線 PI, QJ をひく。

$\mathrm{MI}=\mathrm{NJ}=\frac{1}{2}\,\mathrm{cm}$

△PKI は IK＝1 cm, $\mathrm{PK}=\mathrm{PI}=\sqrt{3}\mathrm{CK}=\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{cm}$ の二等辺三角形だから

P から IK に垂線 PR をひくと $\mathrm{RK}=\frac{1}{2}\,\mathrm{cm}$, $\mathrm{PK}=\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{cm}$ だから

$\mathrm{PR}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\,\mathrm{cm}$

よって求める体積は
四角すい P－MCKI＋三角柱 PKI－QHJ＋四角すい Q－NDHJ

$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times 1+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 1\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{12}+\frac{\sqrt{2}}{4}+\frac{\sqrt{2}}{12}=\frac{5\sqrt{2}}{12}\,\mathrm{cm}^3$

【問 9】

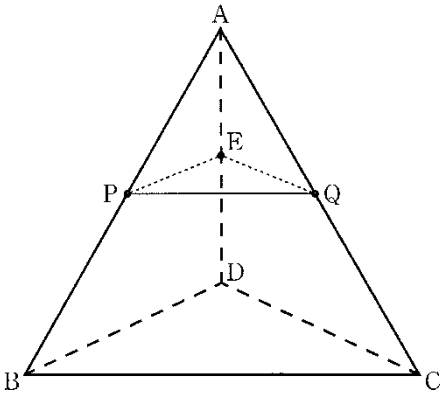
図 1 に示した立体 A－BCD は, AD＝BD＝CD＝6cm, ∠ADB＝∠ADC＝∠BDC＝90° の三角すいである。点 E は辺 AD の中点である。点 P, 点 Q は, それぞれ辺 AB, 辺 AC 上にある点で, AP＝AQ である。点 E と点 P, 点 E と点 Q, 点 P と点 Q をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

（東京都 2009 年度）

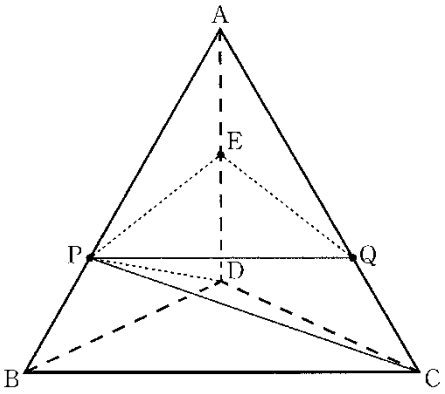
問1. PE ∥ BD となるとき, 線分 PQ の長さは何 cm か。ただし, 答えに根号が含まれるときは, 根号を付けたままで表せ。

図 1



問2. 図 2 は, 図 1 において, AP:PB＝2:1 となるとき, 点 P と頂点 C, 点 P と頂点 D をそれぞれ結んだ場合を表している。立体 P－CQED の体積は何 cm^3 か。

図 2



解答欄

問1	cm
問2	cm^3

解答

問1　$3\sqrt{2}$ cm

問2　16cm^3

解説

問1

△ABC の AB, AC, BC はそれぞれ△ADB, △ADC, △BDC の斜辺なので

AB＝AC＝BC＝$6\sqrt{2}$ cm

PE ∥BD のとき

AE:ED＝AP:PB＝1:1

AP＝AQ, AB＝AC より AP:AB＝AQ:AC＝1:2

よって中点連結定理より PQ＝$\frac{1}{2}$ BC＝$\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ cm

問2

角すいの体積は$\frac{1}{3}$ ×底面積×高さより

高さの等しい角すいの体積は底面積に比例する。

三角すい C－APD と三角すい C－BPD の高さは等しいので

その体積比は底面の△PAD と△PBD の比になる。

三角すい C－APD:三角すい C－BPD＝△PAD:△PBD＝AP:BP＝2:1

三角すい C－APD＝$\frac{2}{3}$ 三角すい C－ABD

同様に

四角すい P－CQED:三角すい P－AEQ

＝四角形 CQED:△AEQ

＝(△CED＋△ECQ):△AEQ

$=\left(\frac{1}{2}\triangle\text{ACD}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle\text{ACD}\right):\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\triangle\text{ACD}$

$=\frac{4}{6}:\frac{1}{3}$

＝2:1

よって四角すい P－CQED＝$\frac{2}{3}$ (三角すい P－ACD)

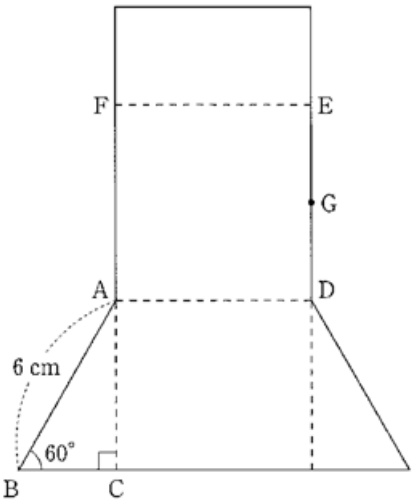
＝$\frac{2}{3}$ (三角すい C－APD)

＝$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}$ (三角すい C－ABD)

$=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 6\times 6\times 6\right)=16\text{cm}^3$

【問 10】

図は，AB＝6cm，∠ABC＝60°，∠ACB＝90°の直角三角形ABCを底面とする三角柱の展開図であり，四角形 ADEF は正方形である。また，点 G は線分 DE の中点である。このとき，この展開図を点線で折り曲げてできる三角柱について，次の問いに答えなさい。



（神奈川県 2009 年度）

問1 この三角柱の体積を求めなさい。

問2 この三角柱において，2 点 C，G 間の距離を求めなさい。

解答欄

問1	cm^3
問2	cm

解答

問1 $27\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

問2 $3\sqrt{5}$ cm

解説

問1

△ABC は∠B＝60° の直角三角形だから

三平方の定理より $\text{BC}=\frac{1}{2}\text{AB}=3\text{cm}$，$\text{AC}=\sqrt{3}\ \text{BC}=3\sqrt{3}$ cm

また四角形 ADEF は正方形より AD＝AF＝AB＝6cm

よって三角柱の体積は $\frac{1}{2}\times 3\times 3\sqrt{3}\times 6=27\sqrt{3}\ \text{cm}^3$

問2

三角柱において

△ABC と合同な底面を△DHI とすると点 G は DH の中点と一致する。

よって $\text{GH}=\frac{1}{2}\times 6=3\text{cm}$

△GHI は GH＝IH＝3cm，∠H＝60° だから正三角形だとわかる。

よって GI＝3cm

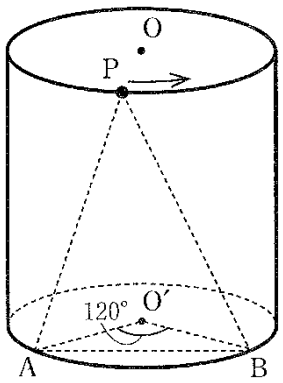
△CGI において

∠CIG＝90° だから

$\text{CG}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ cm

【問 11】

図のように，底面の半径が 2cm，高さが 4cm の円柱があり，2 つの底面の中心を，それぞれ O，O′とする。底面 O′の円周上に，∠AO′B＝120° となる点 A，B をとる。また，点 P は，底面 O の円周上を，矢印の向きに一周する点である。このとき，次の問1～問3に答えなさい。



（新潟県 2009 年度）

問1 この円柱の体積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

問2 線分 AB の長さを求めなさい。

問3 3 点 P，A，B を結んでできる△PAB の面積が最も大きくなるとき，その面積を求めなさい。

解答欄

問1	cm^3
問2	cm
問3	cm^2

解答

問1　$16\pi\,\mathrm{cm}^3$

問2　$2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

問3　$5\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

解説

問1

円柱の体積は底面積×高さより

$\pi\times2^2\times4=16\pi\ \ \mathrm{cm}^3$

問2

$\mathrm{O'A}=\mathrm{O'B}$ より$\angle\mathrm{AO'B}$ の二等分線をひき AB との交点を H とすると

$\mathrm{AH}=\mathrm{BH}$, $\mathrm{O'H}\perp\mathrm{AB}$

$\angle\mathrm{AO'H}=120^\circ\div2=60^\circ$ より

$\triangle\mathrm{O'AH}$ は 60°, 30° の角をもつ直角三角形だから

$\mathrm{O'A}:\mathrm{AH}=2:\sqrt{3}$

$\mathrm{O'A}=2\mathrm{cm}$ より, $\mathrm{AH}=\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

よって $\mathrm{AB}=2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

問3

点 P と線分 AB との距離が最も離れるのは

線分 AB に平行な直線が円 O と接する点のうち遠い方となる。

このとき HO′ の延長線と円 O′ との交点を K とすると

$\mathrm{PK}\perp\mathrm{HK}$ で PH が$\triangle\mathrm{PAB}$ の高さとなる。

$\mathrm{PK}=4\mathrm{cm}$

$\mathrm{HK}=\dfrac{2}{2}+2=3\mathrm{cm}$ より

三平方の定理を利用して $\mathrm{PH}=\sqrt{4^2+3^2}=5\mathrm{cm}$

よって$\triangle\mathrm{PAB}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times5=5\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

【問 12】

図 1 は，すべての辺の長さが 8cm の正四角錐であり，図 2 はその展開図である。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（石川県 2009 年度）

問1　図 2 の展開図を組み立てたとき，点 B と重なる点をア～エの記号で答えなさい。

問2　図 1 の正四角錐の体積を求めなさい。

問3　図 3 のように，辺 OA，OD の中点をそれぞれ E，F とする。このとき，四角形 EBCF の面積を求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

図 1

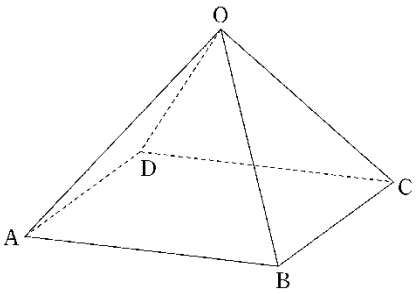


図 2

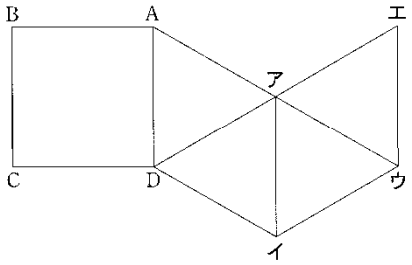
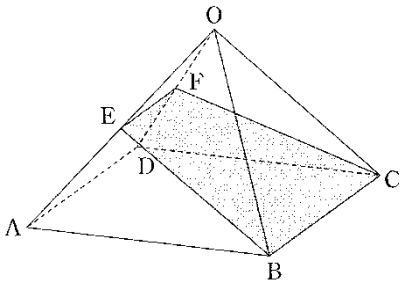


図 3



解答欄

問1	
問2	cm^3
問3	計算

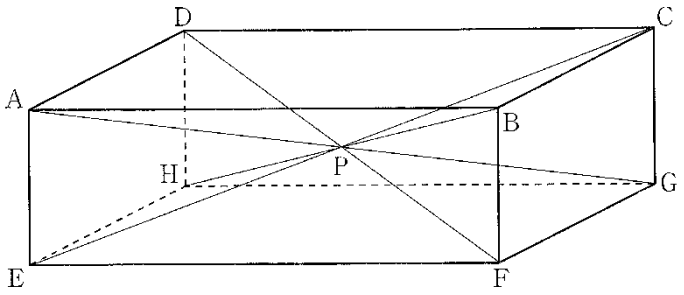
解答
問1　ウ
問2　$\frac{256\sqrt{2}}{3}$ cm^3
問3
EF＝4, BC＝8
点 E から辺 BC にひいた垂線の長さは$2\sqrt{11}$ であることから
四角形 EBCF の面積は$12\sqrt{11}$
答　$12\sqrt{11}$ cm^2
解説
問2
立体 OABCD は正四角錐なので
O から底面の正方形 ABCD に垂線 OK をひくと
K は正方形 ABCD の対角線の交点と一致する。
正方形の 1 辺は 8cm だから AC＝$8\sqrt{2}$ cm, AK＝$\frac{8\sqrt{2}}{2}$ ＝$4\sqrt{2}$ cm
△OAK で
三平方の定理より OK＝$\sqrt{8^2-(4\sqrt{2})^2}$ ＝$4\sqrt{2}$ cm
よって正四角錐の体積は$\frac{1}{3}\times 8^2\times 4\sqrt{2}$ ＝$\frac{256\sqrt{2}}{3}$ cm^3
問3
△OAD において
OE＝EA, OF＝FD より
中点連結定理から EF ∥AD, EF＝$\frac{1}{2}$ AD＝4cm
△OAB は正三角形だから
OE＝EA より∠BEA＝90°
また∠BAE＝60° だから BE＝$\sqrt{3}$ AE＝$4\sqrt{3}$ cm
E から BC に垂線 EH をひくと BH＝(8－4)÷2＝2cm
△EBH で
三平方の定理より EH＝$\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}$ ＝$2\sqrt{11}$ cm
よって四角形 EBCF の面積は$\frac{1}{2}\times 8\times 2\sqrt{11}+\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{11}$ ＝$12\sqrt{11}$ cm^2

【問 13】

図は，直方体 ABCD－EFGH に 4 本の対角線をひいたもので，この 4 本の対角線は 1 点 P で交わっている。

AB＝12cm，AD＝6cm，AE＝4cm とするとき，次の問1～問3に答えなさい。

（山梨県 2009 年度）



問1　対角線 AG の長さを求めなさい。

問2　△AEG において，AG を底辺としたときの高さを求めなさい。

問3　この直方体は，各面を底面とし，点 P を頂点とする四角すいが 6 個集まったものとみることができる。これらの四角すいのうち，長方形 EFGH を底面とし，点 P を頂点とする四角すいについて，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　この四角すいの表面積を求めなさい。

(2)　この四角すいの体積と直方体 ABCD－EFGH の体積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

問1		cm
問2		cm
問3	(1)	cm^2
	(2)	四角すいの体積:直方体の体積　　:

解答

問1　14cm

問2　$\frac{12}{7}\sqrt{5}$ cm

問3

(1)　$(12\sqrt{13}+12\sqrt{10}+72)\text{cm}^2$

(2)　四角すいの体積:直方体の体積=1:6

解説

問2

$\text{EG}=\sqrt{6^2+12^2}=6\sqrt{5}$ cm

よって$\triangle\text{AEG}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{5}\times 4=12\sqrt{5}$ cm^2

$\triangle$AEG において AG を底辺としたときの高さを h cm とすると

$\frac{1}{2}\times 14\times h=12\sqrt{5}$ より

$h=\frac{12\sqrt{5}}{7}$ cm

問3

(1)

$\text{PE}=\text{PF}=\text{PG}=\text{PH}=\frac{\text{AG}}{2}=\frac{14}{2}=7\text{cm}$

$\triangle$PEF において$\angle$EPF の二等分線と EF の交点を M とすると PM$\perp$EF, $\text{EM}=\text{FM}=\frac{12}{2}=6\text{cm}$

よって $\text{PM}=\sqrt{7^2-6^2}=\sqrt{13}$

$\triangle\text{PEF}=\frac{1}{2}\times 12\times\sqrt{13}=6\sqrt{13}$ cm^2

同様に$\angle$FPG の二等分線と FG の交点を N とすると

$\text{FN}=\frac{6}{2}=3\text{cm}$, $\text{FN}=\sqrt{72}-32=2\sqrt{10}$ cm

$\triangle\text{PFG}=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{10}=6\sqrt{10}$

$\triangle\text{PEF}=\triangle\text{PGH}$, $\triangle\text{PEH}=\triangle\text{PFG}$　だから

四角すいの表面積は $2\times 6\sqrt{13}+2\times 6\sqrt{10}+6\times 12=12\sqrt{13}+12\sqrt{10}+72\text{cm}^2$

(2)

P から EG に垂線 PK をひくと

PK$\parallel$CG より

$\text{PK}:\text{CG}=\text{EP}:\text{EC}=1:2$

CG＝4cm より PK＝2cm

長方形 EFGH の面積を S cm^2 とすると

四角すいの体積は$\frac{1}{3}\times\text{S}\times 2=\frac{2}{3}\text{S}$

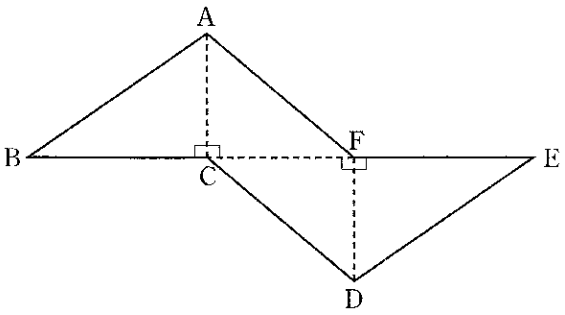
直方体の体積は $\text{S}\times 4=4\text{S}$

よって四角すいの体積:直方体の体積$=\frac{2}{3}\text{S}:4\text{S}=1:6$

【問 14】

図は，4 つの面が直角三角形である三角錐の展開図である。AC＝DF＝5cm，CF＝6cm である。

（長野県 2009 年度）



(1) この展開図を点対称な図形とみたとき，対称の中心から頂点 D までの距離を求めなさい。

(2) この展開図をもとに，三角錐をつくる。この三角錐の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

解答
(1) $\sqrt{34}$
(2) 25
解説
(1)
点対称の中心は CF の中点になる。
この点を O とすると FO＝$\frac{6}{2}$＝3cm
△DOF で三平方の定理より OD＝$\sqrt{3^2+5^2}$ ＝$\sqrt{34}$ cm
(2)
展開図を組み立てると底面を△CDF とする高さが AC の三角錐になるので
体積は$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times5\times5=25cm^3$

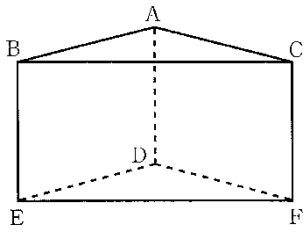
【問 15】

図 3 の容器は，△ABC を 1 つの底面とする三角柱の形をしている。図 3 において，AB＝AC＝10cm，BC＝16cm，AD＝8cm であり，側面はすべて長方形である。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

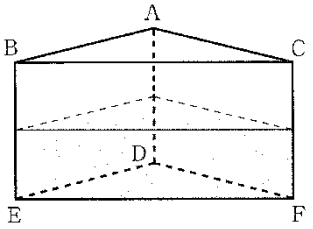
（静岡県 2009 年度）

図 3



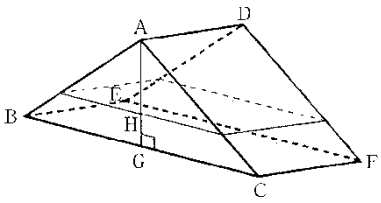
問1　辺 AB とねじれの位置にある辺はどれか。すべて答えなさい。

図 4



問2　図 3 の容器を水平な台の上に置き，図 4 のように，水の深さが 4 cm になるまで静かに水を入れて密封した。水の入ったこの容器を，図 5 のように，面 BEFC が下になるように水平な台の上に静かに置き直した。図 5 の面 ABC において，線分 AG は頂点 A から辺 BC にひいた垂線であり，点 H は線分 AG と水面の位置を表す線分との交点である。

図 5



(1)　線分 AG の長さを求めなさい。

(2)　線分 AH の長さを求めなさい。

解答欄

問1		
問2	(1)	cm
	(2)	cm

解答
問1　辺 CF, 辺 DF, 辺 EF
問2
(1)　6
(2)　$3\sqrt{2}$
解説
問2
(1)
△ABC は AB＝AC＝10cm の二等辺三角形だから
A から BC に垂線 AG をひくと $BG=CG=\frac{BC}{2}=\frac{16}{2}=8\text{cm}$
△ABG において
三平方の定理より $AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\text{cm}$
(2)
△ABC において H を通り BC に平行な直線が AB, AC と交わる点をそれぞれ P, Q とおく。
$AH=x$ cm とおくと
PH ∥ BG より
PH : BG ＝ AH : AG
PH : 8 ＝ x : 6
$PH=\frac{4}{3}x$
よって水の入っていない部分の体積は
$\triangle APQ\times AD=\frac{1}{2}\times PQ\times AH\times AD=\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{3}x\times 2\right)\times x\times 8=\frac{32}{3}x^2\ \text{cm}^3$
また水の入っていない部分の体積は
$\triangle DEF\times(8-4)=\triangle ABC\times 4=\frac{1}{2}\times BC\times AG\times 4=\frac{1}{2}\times 16\times 6\times 4=192\text{cm}^3$ だから
$\frac{32}{3}x^2=192$
$x^2=18$
$x>0$ より
$x=3\sqrt{2}$ cm

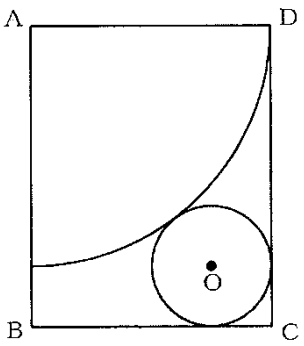
【問 16】

図Ⅰは，長方形ABCDに円すいの展開図をかいたものである。円すいの側面はAを中心とする半径 AD，中心角 90° のおうぎ形で，底面である円 O は，辺 DC，BCとおうぎ形の弧に接している。図Ⅱは，図Ⅰの展開図の部分を組み立ててできる円すいで，線分 EF は円 O の直径，P，Q はそれぞれ線分 AE，AF 上の点である。

AB＝15cm，AP＝7cm，AQ＝$3\sqrt{2}$ cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

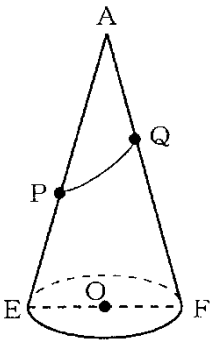
（愛知県 2009 年度 A）

図Ⅰ



(1) 図Ⅱの円すいの体積は何 cm^3 か。

図Ⅱ



(2) 図Ⅱの円すいの側面に，点 P から点 Q まで糸をかける。糸の長さが最も短くなるようにするとき，その糸の長さは何 cm か。

解答欄

(1)	cm^3
(2)	cm

解答
(1)　$9\sqrt{15}\ \pi$　cm^3
(2)　5cm
解説
(1)
底面の円の半径を r cm おうぎ形の半径を x cm とすると
円周はおうぎ形の弧の長さと等しいので $2\pi r=2\pi x\times\frac{1}{4}$　$x=4r$ cm
O から AB に垂線 OH をひくと
AO＝$4r+r=5r$ cm
OH＝$4r-r=3r$ cm
AH＝$15-r$ cm とおける。
△AOH で三平方の定理より
$(15-r)^2+(3r)^2=(5r)^2$
$225-30r+r^2+9r^2=25r^2$
$15r^2+30r-225=0$
$15(r+5)(r-3)=0$
$r>0$ より
$r=3$cm
よっておうぎ形の半径は $4\times3=12$cm
円すいの高さは $\sqrt{12^2-3^2}=3\sqrt{15}$ cm
求める体積は $\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{15}=9\sqrt{15}\ \pi$　cm^3
(2)
側面の展開図において 90° の頂角を 2 等分する直線 AR をひく。
AR 上に AQ＝$3\sqrt{2}$ cm となる点 Q
AB 上に AP＝7cm の点 P をとる。
Q から AB に垂線 QK をひくと△AQK は直角二等辺三角形になるので
AK＝QK＝$\frac{\mathrm{AQ}}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=3$cm
よって PK＝$7-3=4$ cm
△QPK において
三平方の定理より PQ＝$\sqrt{3^2+4^2}=5$cm

【問 17】

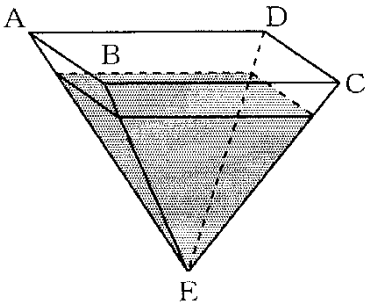
立体 ABCDE は側面がすべて正三角形である正四角すいの容器である。図Ⅰのように，この容器の底面 ABCD が水平になるようにして，頂点 E から水面までの高さが 3 cm になるまで水を入れて，容器を密封した。

次にこの容器を，図Ⅱのように底面 ABCD を下にして水平な台に置いたところ，水面の面積は図Ⅰの水面の面積の $\frac{4}{9}$ 倍になった。

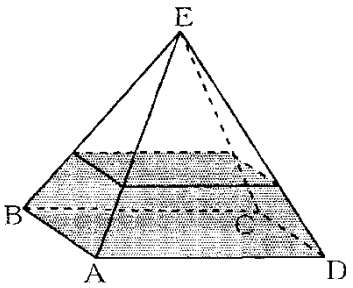
このとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

（愛知県 2009 年度 B）

図Ⅰ



図Ⅱ



(1) 図Ⅰの水面の面積は何 cm^2 か。

(2) 正四角すい ABCDE の体積は何 cm^3 か。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1) 18cm^2

(2) $\frac{70}{3}\text{cm}^3$

解説

(1)

図Ⅰの水面とEA, EB, EC, EDとの交点をそれぞれF, G, H, Iとし正方形FGHIの対角線の交点をJとする。

水面の正方形の1辺をx cmとすると

GI$=\sqrt{2}\,x$ cm

GJ$=\frac{\sqrt{2}}{2}x$ cm

EG$=x$ cmとおけるので

△EGJにおいて

三平方の定理より$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x\right)^2+3^2=x^2$　$x^2=18$ cm^2

(2)

水の入っている部分の体積は$\frac{1}{3}\times18\times3=18$ cm^3

図Ⅱの水面の面積は

図Ⅰの水面の面積の$\frac{4}{9}$倍より

$18\times\frac{4}{9}=8\text{cm}^2$

よって図Ⅱの水面の正方形の1辺は$\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ cm

対角線の長さは$2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=4$cm

このとき水の入っていない部分の正四角すいの高さをh cmとすると

$h^2+\left(\frac{4}{2}\right)^2=(2\sqrt{2})^2$

$h^2=4$

$h>0$より

$h=2$

よって水の入っていない部分の体積は

$\frac{1}{3}\times8\times2=\frac{16}{3}\text{cm}^3$

よって正四角すいABCDEの体積は

$18+\frac{16}{3}=\frac{70}{3}\text{cm}^3$

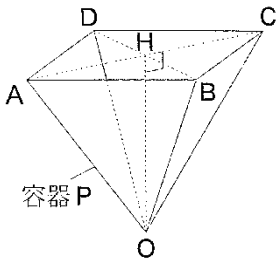
【問 18】

図Ⅰのように，正四角錐の形をした透明な容器Pがある。この容器Pは，OA＝OB＝OC＝OD＝15cm で，正方形 ABCD の部分の対角線 AC と BD の交点を H とするとき，OH＝12cm の容器である。

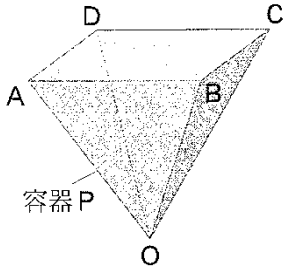
このとき，次の問1・問2に答えよ。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

（京都府 2009 年度）

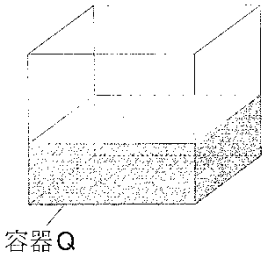
図Ⅰ



図Ⅱ



図Ⅲ



問1　線分 AH の長さを求めよ。また，図Ⅱのように，容器 P の正方形 ABCD の部分を水平にして，この容器に水を入れ，満水にしたときの水の体積を求めよ。

問2　図Ⅱのように，容器 P を満水にしたときの水を，図Ⅲのように，1 辺が 12 cm の立方体の形をした透明な容器 Q に残らず注いだ。このとき，容器 Q に入っている水の深さを求めよ。ただし，容器 Q は水平な台の上に置いてあるものとする。

解答欄

問 1	AH＝	cm
	水の体積	cm^3
問2		cm

解答

問 1

AH＝9cm

水の体積　648cm^3

問2　$\frac{9}{2}$ cm

解説

問1

△OAH において

三平方の定理より AH＝$\sqrt{15^2-12^2}$ ＝9cm

AB＝$\sqrt{2}$ AH ＝$9\sqrt{2}$ cm

よって求める体積は$\frac{1}{3}\times\left(9\sqrt{2}\right)^2\times12=648\text{cm}^3$

問2

水の深さを x cm とすると

$12^2\times x=648$

$x=\frac{9}{2}$ cm

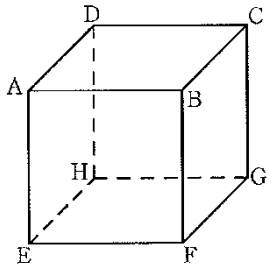
【問 19】

図Ⅰにおいて，立体 ABCD－EFGH は，1 辺の長さが 2cm の立方体である。図Ⅱ，図Ⅲにおいて，立体Ⅰ－JKLM は正四角すいである。

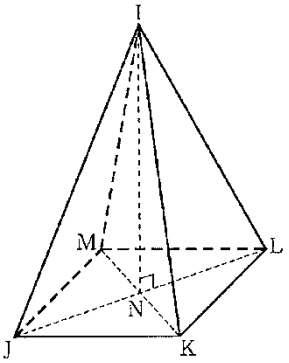
次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

（大阪府　2009 年度　前期）

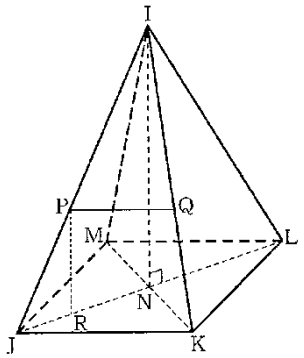
図Ⅰ



図Ⅱ



図Ⅲ



問1　図Ⅰにおいて，

(1) 次のア～カのうち，辺 AE と垂直な面はどれですか。すべて選び，記号を書きなさい。

ア 面 ABCD	イ 面 AEFB	ウ 面 AEHD
エ 面 BFGC	オ 面 DHGC	カ 面 EFGH

(2) 立方体 ABCD－EFGH の対角線 AG の長さを求めなさい。

問2　図Ⅱ，図Ⅲにおいて，N は底面 JKLM の対角線の交点であり，直線 IN は底面 JKLM と垂直である。底面 JKLM は 1 辺の長さが a cm の正方形であり，IN＝4 cm である。

(1) 図Ⅱの正四角すいⅠ－JKLM の体積が図Ⅰの立方体 ABCD－EFGH の体積と等しいときの a の値を求めなさい。求め方も書くこと。

(2) 図Ⅲにおいて，P は辺 IJ 上の点であり，IP:PJ＝3:2 である。Q は，P を通り辺 JK に平行な直線と辺 IK との交点である。R は，P を通り直線 IN に平行な直線と線分 JL との交点である。PQ＝PR となるときの a の値を求めなさい。

解答欄

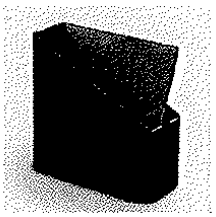
問1	(1)	
	(2)	cm
問2	(1)	求め方 答　aの値
	(2)	

解答
問1
(1) ア, カ
(2) $2\sqrt{3}$ cm
問2
(1)
求め方
正四角すい I−JKLM の体積は
$\frac{1}{3}\times JK\times KL\times IN=\frac{4}{3}a^2\ \mathrm{cm}^3$
立方体 ABCD−EFGH の体積は
$EF\times FG\times AE=8\mathrm{cm}^3$
よって $\frac{4}{3}a^2=8$
これを解くと $a>0$ より
$a=\sqrt{6}$
答 $\sqrt{6}$
(2) $\frac{8}{3}$
解説
問1
(2)
三平方の定理を利用して $AG=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ cm
問2
(1)
正四角すい I−JKLM の体積は $\frac{1}{3}\times a^2\times 4=\frac{4}{3}a^2\ \mathrm{cm}^3$
立方体 ABCD−EFGH の体積は
$2^3=8\mathrm{cm}^3$
$\frac{4}{3}a^2=8$
$a^2=6$
$a>0$ より
$a=\sqrt{6}$
(2)
△IJK において
PQ ∥ JK より
PQ : JK = IP : IJ
PQ : a = 3 : 5
$PQ=\frac{3}{5}a$
△JIN において
PR ∥ IN より
PR : IN = JP : JI
PR : 4 = 2 : 5
$PR=\frac{8}{5}$
PQ = PR より
$\frac{3}{5}a=\frac{8}{5}$
$a=\frac{8}{3}$

【問 20】

図Ⅰ～図Ⅲにおいて，立体 ABCD－EFGH は四角柱である。四角形 ABCD と四角形 EFGH は合同な台形であり，AB∥DC，∠ABC＝∠BCD＝90°，AB＝5cm，BC＝4cm，CD＝3cm である。四角形 ADHE，DCGH，ABFE，BCGF は長方形であり，AE＝2cm である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。



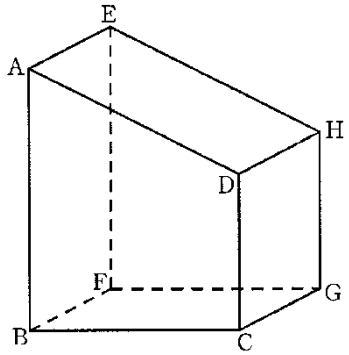
図Ⅰ

（大阪府　2009 年度　後期）

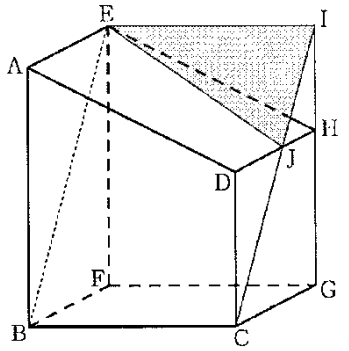
問1　図Ⅰにおいて，

(1) 次のア～オのうち，辺 BC と平行な辺，辺 BC とねじれの位置にある辺はそれぞれどれですか。一つずつ選び，記号を書きなさい。

ア　辺 AD
イ　辺 BF
ウ　辺 DC
エ　辺 EH
オ　辺 FG



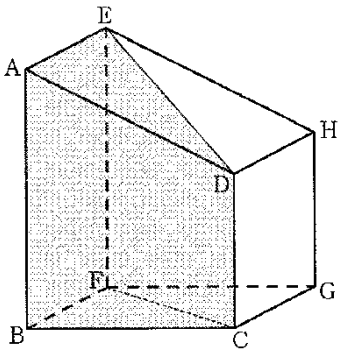
図Ⅱ



(2) A と G とを結んでできる線分 AG の長さを求めなさい。

問2　図Ⅱにおいて，I は，E を通り辺 FG に平行な直線と直線 HG との交点である。このとき，4 点 E，B，C，I は同じ平面上にあり，E と B，I と C とをそれぞれ結んでできる四角形 EBCI は長方形である。J は，辺 IC と辺 DH との交点である。E と J とを結んでできる△EJI の面積を求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

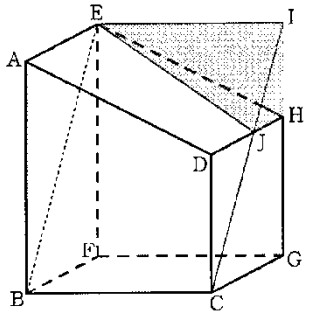
図Ⅲ



問3　図Ⅲにおいて，四角柱 ABCD－EFGH は平面 EFCD によって二つの立体に分けられる。その二つの立体のうち，点 A をふくむ方の立体の体積を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td rowspan="2">(1)</td><td>平行な辺</td></tr>
<tr><td>ねじれの位置にある辺</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">求め方

答　　cm^2</td><td> 
</td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="2">cm^3</td></tr>
</table>

解答
問1
(1)
平行な辺　オ
ねじれの位置にある辺　エ
(2)　$3\sqrt{5}$ cm
問2
求め方
∠CGI＝90°　だから $IC^2=CG^2+IG^2$
IC＝x cm とすると
$x^2=2^2+5^2=29$
これを解くと $x>0$ より
$x=\sqrt{29}$
DH ∥ CG だから
IJ : IC＝IH : IG＝2 : 5
よって $IJ=\frac{2}{5}IC=\frac{2\sqrt{29}}{5}$ cm
したがって△EJI の面積は $\frac{1}{2}\times EI\times IJ=\frac{4\sqrt{29}}{5}$ cm^2
答　$\frac{4\sqrt{29}}{5}$ cm^2
問3　$\frac{52}{3}$ cm^3
解説
問1
(2)
三平方の定理より $AG=\sqrt{5^2+4^2+2^2}=3\sqrt{5}$ cm
問3
点 D から AB に垂線 DK をひき K から EF に垂線 KL をひく。
求める体積は
四角すい D－AKLE と三角柱 KDL－BCF との和になる。
AK＝5－3＝2cm
KL＝AE＝2cm
DK＝BC＝4cm より
四角すい $D-AKLE=\frac{1}{3}\times(2\times2)\times4=\frac{16}{3}$ cm^3
三角柱 $KDL-BCF=\left(\frac{1}{2}\times4\times2\right)\times3=12cm^3$
よって求める体積は $\frac{16}{3}+12=\frac{52}{3}$ cm^3

【問 21】

ある円錐の側面の展開図は，半径 18cm のおうぎ形である。このおうぎ形の弧の長さが 12π cm のとき，次の(1)，(2)に答えなさい。ただし，π は円周率を表している。

（和歌山県 2009 年度）

(1) このおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

(2) この円錐の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	度
(2)	cm^3

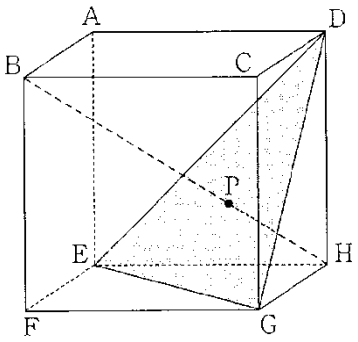
解答
(1) 120 度
(2) $144\sqrt{2}\ \pi\,\mathrm{cm}^3$
解説
(2)
この円錐の底面の円の半径を r cm とすると
底面の円周と側面のおうぎ形の弧の長さは等しいので
$2\pi r=12\pi$
$r=6\mathrm{cm}$
三平方の定理を利用して円錐の高さを求めると
$\sqrt{18^2-6^2}\ =12\sqrt{2}$ cm
よって求める体積は $\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times12\sqrt{2}\ =144\sqrt{2}\ \pi\,\mathrm{cm}^3$

【問 22】

図Ⅰのように 1 辺の長さが 6cm の立方体の 3 つの頂点 D, E, G を結んでできる△DEG がある。立方体の 2 つの頂点 B と H とを結ぶ対角線をひいたところ, 対角線 BH は, △DEG と垂直に交わった。対角線 BH と△DEG との交点を P とするとき, 次の各問いに答えなさい。

（鳥取県 2009 年度）

図Ⅰ



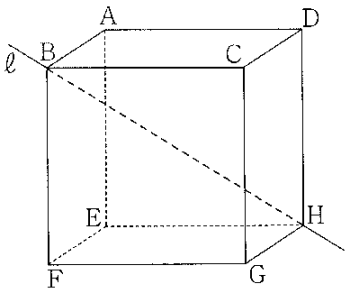
問1 線分 EG の長さを求めなさい。

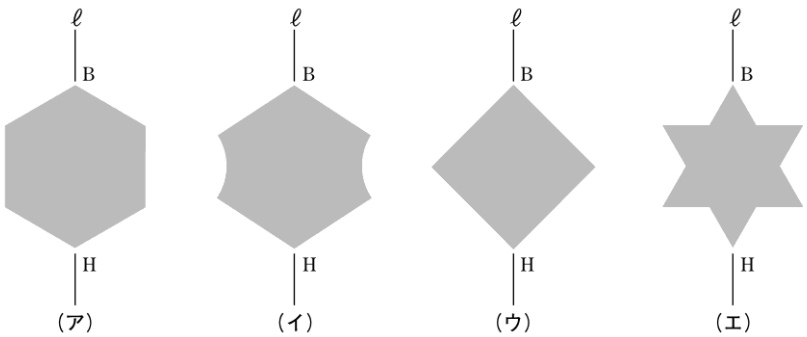
問2 △DEG の面積を求めなさい。

問3 線分 PH の長さを求めなさい。

問4 この立方体を図Ⅱのように頂点 B, H を通る直線ℓを軸として回転させる。このときにできる立体を, ℓを含む平面で切るとき, 切り口はどのような図形になっていますか。次の(ア)～(エ)から正しいものを 1 つ選び記号で答えなさい。

図Ⅱ





解答欄

問1	EG＝　　cm
問2	cm^2
問3	PH＝　　cm
問4	

解答
問1　$6\sqrt{2}$ cm
問2　$18\sqrt{3}$ cm^2
問3　$2\sqrt{3}$ cm
問4　(イ)
解説
問2
△DEG は 1 辺が $6\sqrt{2}$ cm の正三角形だから
EG の中点を M とすると
EM:DE:DM＝1:2:$\sqrt{3}$
$DM=\frac{\sqrt{3}}{2}\times DE=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{6}$ cm
$\triangle DEG=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 3\sqrt{6}=18\sqrt{3}$ cm^2
問3
点 P は DM と BH の交点である。
正方形の対角線はそれぞれの中点で交わるので EG の中点 M は FH の中点でもある。
よって BD ∥FH だから
BP:PH＝BD:MH＝2:1
$BH=\sqrt{6^2+6^2+6^2}=6\sqrt{3}$ cm
よって $PH=\frac{1}{3}BH=2\sqrt{3}$ cm

【問 23】

山口さんの学校の生徒会は，紙パックを集める活動に取り組んでいる。山口さんは，牛乳が入った紙パックの大きさを測ってみたところ，図 1 のように，点 A，B，C，D，E，F，G，H を頂点とする直方体の形をした部分は，FG＝GH＝7cm，DH＝20cm であった。

次の問1～問3に答えなさい。

（山口県 2009 年度）

図 1

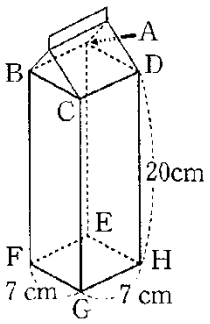


図 2

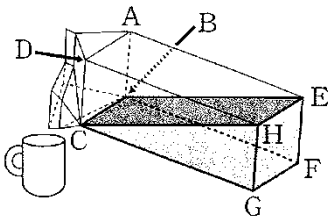
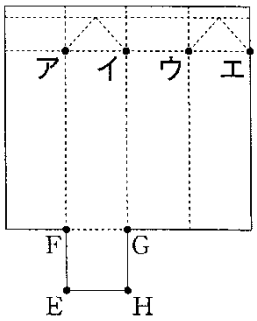


図 3



問1　図1の紙パックに入っている牛乳をコップに注ぎ，図 2 のように，液面が長方形 BCHE となった時点で注ぐのをやめた。このとき，紙パックの変形は考えないものとして，紙パックの中に残っている牛乳の体積を求めなさい。

問2　図 3 は，空になった図 1 の紙パックを切り開いたものである。図 3 のア～エの示す点は，図 1 の 4 つの頂点 A，B，C，D のいずれかである。点 A をア～エの中から 1 つ選び，記号で答えなさい。

解答欄

問1	cm^3
問2	

解答

問1　$490cm^3$

問2　エ

解説

問1

求める体積は

直方体 ABCD－EFGH の体積の半分だから

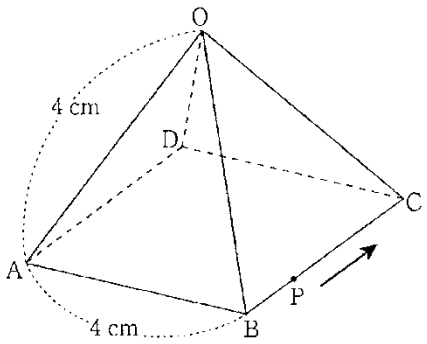
$\frac{1}{2}\times7\times7\times20=490\ cm^3$

【問 24】

図のように，O，A，B，C，D を頂点とし，正方形 ABCD を底面とする正四角すいがあり，そのすべての辺の長さは 4 cm である。点 P は B を出発して，底面の辺上を C，D の順に A まで毎秒 lcm の速さで動く。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（高知県 2009 年度）



問1　辺 OA とねじれの位置にある辺はどれか。すべて書け。

問2　点 P が B を出発してから 5 秒後のとき，3 点 A，B，P を頂点とする三角形の面積を求めよ。

問3　点 P が B を出発してから x 秒後のとき，4 点 O，A，B，P を頂点とする三角すいの体積が $4\sqrt{2}$ cm^3 となる。このとき，x の値をすべて求めよ。

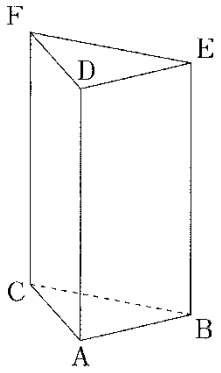
解答欄

問1	
問2	cm^2
問3	$x=$

解答
問1　辺 BC, 辺 CD
問2　8cm^2
問3　$x=3,\ 9$
解説
問2
5 秒後に点 P は CD 上にあり $\text{CP}=5-4=1\text{cm}$
$\triangle\text{ABP}=\dfrac{1}{2}\times4\times4=8\text{cm}^2$
問3
O から底面 ABCD に垂線 OH をひくと H は正方形 ABCD の対角線の交点と一致する。
$\text{AC}=\sqrt{2}\ \text{AB}=4\sqrt{2}\ \text{cm}$
$\text{AH}=\dfrac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}\ \text{cm}$
$\text{OH}=\sqrt{4^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2}=2\sqrt{2}\ \text{cm}$
$0\leqq x\leqq4$ のとき
三角すい O－ABP の体積は
$\dfrac{1}{3}\times\triangle\text{PAB}\times\text{OH}=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\times x\right)\times2\sqrt{2}=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}x\,\text{cm}^3$
よって $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}x=4\sqrt{2}$
$x=3$ 秒後
$4\leqq x\leqq8$ のとき
三角すい O－ABP の体積は
$\dfrac{1}{3}\times\triangle\text{PAB}\times\text{OH}=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\times4\right)\times2\sqrt{2}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\,\text{cm}^3$
よって体積が $4\sqrt{2}\ \text{cm}^3$ になる x は存在しない。
$8\leqq x\leqq12$ のとき
三角すい O－ABP の体積は
$\dfrac{1}{3}\times\triangle\text{PAB}\times\text{OH}=\dfrac{1}{3}\times\left\{\dfrac{1}{2}\times4\times(12-x)\right\}\times2\sqrt{2}=\dfrac{4\sqrt{2}(12-x)}{3}\,\text{cm}^3$
$\dfrac{4\sqrt{2}(12-x)}{3}=4\sqrt{2}$
$12-x=3$
$x=9$ 秒後
よって $x=3,\ 9$

【問 25】

図は，底面 ABC が AB＝AC＝6cm の直角二等辺三角形で，側面がすべて長方形の三角柱 ABC ，DEF を表しており，AD＝12cm である。



次の問1～問3の □ の中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。ただし，根号を使う場合は $\sqrt{\ }$ の中を最も小さい整数にすること。

（福岡県 2009 年度）

問1　図に示す立体で辺 AD とねじれの位置にある辺は全部で □ 本 ある。

問2　図に示す立体において△FAB の面積は □ cm^2 である。

問3　図に示す立体において，辺 AD の中点をMとする。△FCBを底面とし，点Mを頂点とする三角すいMFCB の体積は□ cm^3 である。

解答欄

問1	
問2	
問3	

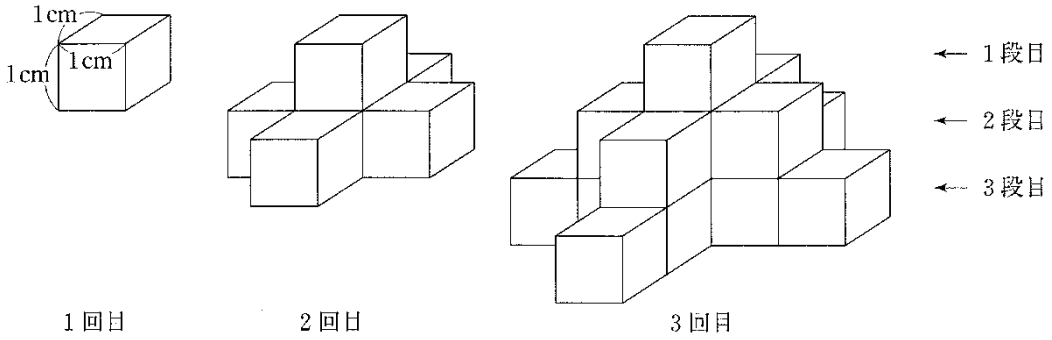
解答
問1　2
問2　$18\sqrt{5}$
問3　72
解説
問3
M から CF に垂線 MH をひく。
MH＝AC＝6cm
よって三角すい MFCB の体積は $\frac{1}{3}\times$△MCF×AB＝$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times12\times6\times6=72cm^3$

【問 26】

1 辺の長さが 1cm の立方体のブロックを使って，いろいろな立体をつくるとき，次の問1，問2に答えなさい。

（佐賀県 2009 年度 前期）

図 1



問1 図 1 のように，1 回目，2 回目，3 回目，… と操作を続け，1 段ずつ増やしていき立体をつくる。

A さんは図 1 を見て，次のことに気づいた。

> 3 回目の操作でできた立体は 1 段目には 1 個，2 段目には 5 個，3 段目には ① 個のブロックがある。このことから，1 段増えるごとに前の段よりも ② 個のブロックが多く必要である。

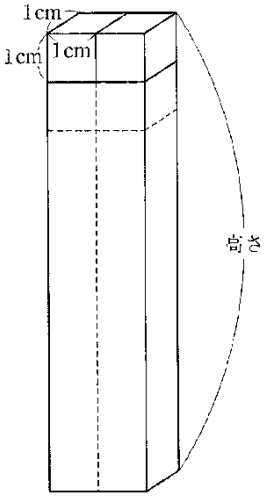
このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 上の①，②にあてはまる数を求めなさい。

(2) 4 回目の操作をしたとき，4 段目には ③ 個のブロックがある。したがって，4 回目の操作でできあがった立体は，全部で ④ 個のブロックからできており，表面積は ⑤ cm^2 である。さらに，この操作を何回か行ったとき，⑥ 段目には 33 個のブロックがある。③，④，⑤，⑥にあてはまる数を求めなさい。

問2 20 個のブロックをすべて使って 1 つの直方体をつくるとき，何種類かの直方体ができる。このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

図 2



(1) 図 2 のような直方体ができたとき，次の①，②に答えなさい。

① 図 2 の直方体の高さは何 cm か求めなさい。

② 図 2 の直方体の表面積は何 cm^2 か求めなさい。

(2) このときできる直方体は図 2 以外にもある。それぞれの直方体の表面積で，最も大きい表面積は何 cm^2 か，また，最も小さい表面積は何 cm^2 か，求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="6">問1</td><td rowspan="2">(1)</td><td>①</td><td></td></tr>
<tr><td>②</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">(2)</td><td>③</td><td></td></tr>
<tr><td>④</td><td></td></tr>
<tr><td>⑤</td><td></td></tr>
<tr><td>⑥</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">問2</td><td rowspan="2">(1)</td><td>①</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>②</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td colspan="2">最も大きい表面積　　cm^2</td></tr>
<tr><td colspan="2">最も小さい表面積　　cm^2</td></tr>
</table>

解答
問1
(1)
① 9
② 4
(2)
③ 13
④ 28
⑤ 90
⑥ 9
問2
(1)
① 10cm
② 64cm^2
(2)
最も大きい表面積 82cm^2
最も小さい表面積 48cm^2
解説
問1
(1)
4 回目の操作をしたとき 4 段目には, $1+4+4+4=13$ 個のブロックがある。
したがって 4 回目の操作でできあがった立体は
全部で $1+5+9+13=28$ 個 のブロックからできており
表面積は $1\times5+4\times4+6\times4+8\times4+13=90\text{cm}^2$ である。
さらにこの操作を何回か行ったとき n 回行ったとすると
n 段目のブロックの数は $1+4\times(n-1)=4n-3$ 個と表せる。
$4n-3=33$
$n=9$
よって 9 段目には 33 個のブロックがある。
問2
(1)
①
20 個のブロックでできた直方体の体積は 20cm^3 だから $1\times2\times$高さ$=20$　高さ$=10\text{cm}$
②
表面積は $2\times(1\times2+1\times10+2\times10)=64\text{cm}^2$
(2)
$20=1\times1\times20,\ 1\times2\times10,\ 1\times4\times5,\ 2\times2\times5$ より
表面積はそれぞれ
$2\times(1\times1+1\times20+1\times20)=82\text{cm}^2$
$64\ \text{cm}^2$
$2\times(1\times4+4\times5+1\times5)=58\text{cm}^2$
$2\times(2\times2+2\times5+5\times2)=48\text{cm}^2$
よって最も大きい表面積は 82cm^2
最も小さい表面積は 48cm^2

【問 27】

図 1 のように，AB＝10cm，AC＝8cm，∠C＝90° の直角三角形 ABC がある。この直角三角形 ABC を，図 2 のように，直線 AB を軸として 30° だけ回転させたとき頂点 C が移動した点を D とし，三角すい ABCD をつくる。また，辺 AB 上に，CH⊥AB となるように点 H をとる。

このとき，次の問1～問5に答えなさい。

（佐賀県 2009 年度 後期）

図 1

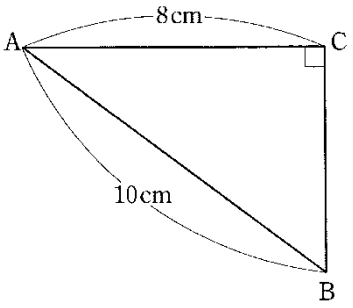
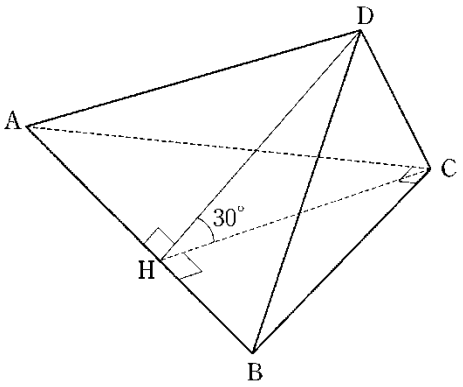


図 2



問1　BC の長さを求めなさい。

問2　CH の長さを求めなさい。

問3　△CDH の面積を求めなさい。

問4　三角すい ABCD の体積を求めなさい。

問5　直角三角形 ABC を，直線 AB を軸として 60° だけ回転させたとき，頂点 C が移動した点を E とし，三角すい ABCE をつくる。このとき，三角すい ABCE の体積は，三角すい ABCD の体積の何倍か。

解答欄

問1	cm
問2	cm
問3	cm^2
問4	cm^3
問5	倍

解答

問1　6cm

問2　$\frac{24}{5}$ cm

問3　$\frac{144}{25}$ cm^2

問4　$\frac{96}{5}$ cm^3

問5　$\sqrt{3}$ 倍

解説

問3

D から CH に垂線 DK をひく。

$DH=CH=\frac{24}{5}$cm

$\angle DHK=30^\circ$ より

$DK=\frac{DH}{2}=\frac{12}{5}$cm

$\triangle CDH=\frac{1}{2}\times CH\times DK=\frac{1}{2}\times\frac{24}{5}\times\frac{12}{5}=\frac{144}{25}$ cm^2

問4

三角すい ABCD の体積は

$\frac{1}{3}\times\triangle ABC\times DK=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 10\times\frac{24}{5}\times\frac{12}{5}=\frac{96}{5}$ cm^3

問5

E から HC に垂線 EJ をひく。

$EJ=\frac{\sqrt{3}}{2}EH=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{24}{5}=\frac{12\sqrt{3}}{5}$ cm

三角すい ABCE と三角すい ABCD は底面が△ABC で共通なので
その体積比は高さの比と等しくなる。

よって三角すい ABCE：三角すい ABCD＝EJ：DK＝$\frac{12\sqrt{3}}{5}:\frac{12}{5}=\sqrt{3}:1$

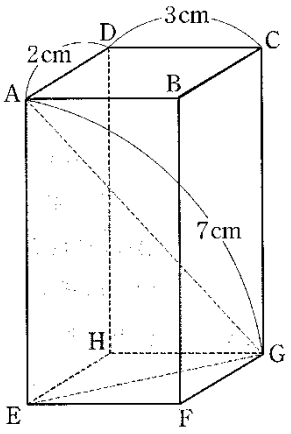
よって三角すい ABCE の体積は三角すい ABCD の体積の $\sqrt{3}$ 倍

【問 28】

図のように，AD＝2cm，CD＝3cm，AG＝7cm の直方体がある。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

（佐賀県 2009 年度 後期）



(1) AC の長さを求めなさい。

(2) △AEG の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^2

解答

(1) $\sqrt{13}$ cm

(2) $3\sqrt{13}$ cm^2

【問 29】

図 1～図 3 のように，8 つの点 A，B，C，D，E，F，G，H を頂点とする直方体 ABCDEFGH があり，AB＝AD＝9cm，AE＝8cm である。また，点 P は辺 AB 上にあり，AP＝6cm である。このとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県 2009 年度）

問1　図 1 の直方体 ABCDEFGH において，辺 AB とねじれの位置にある辺は，全部で何本あるか。

問2　図 2 において，4 つの点 P，E，F，G を頂点とする三角すい PEFG の体積は何 cm^3 か。

問3　図 2 において，線分 EP の長さは何 cm か。

問4　図 3 のように，線分 EP の延長と辺 FB の延長との交点を Q とするとき，線分 BQ の長さは何 cm か。

問5　図 3 において，台形 PEFB を，辺 BF を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。

図 1

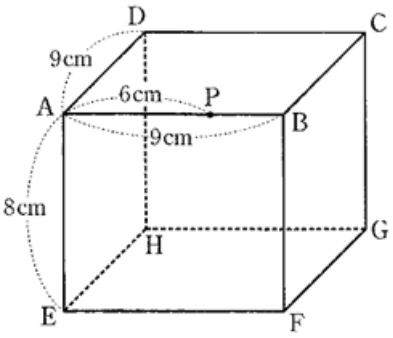


図 2

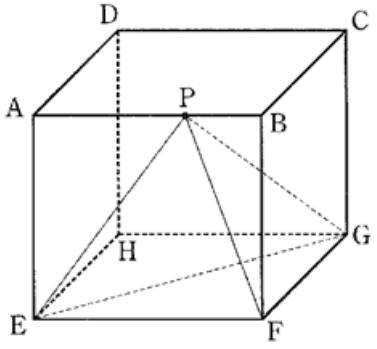
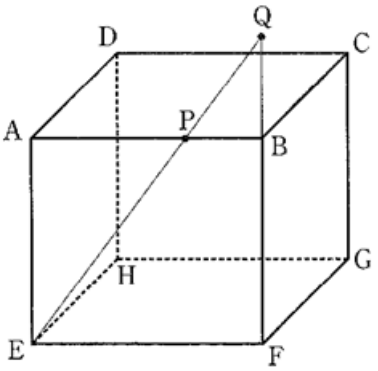


図 3



解答欄

問1	本
問2	cm^3
問3	cm
問4	cm
問5	cm^3

解答
問1　4 本
問2　108cm^3
問3　10cm
問4　4cm
問5　312πcm^3
解説
問5
求める立体は
△QFE を回転させた円すいから△QBP を回転させた円すいを除いたものだから
その体積は$\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times(8+4)-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=324\pi-12\pi=312\pi$　cm^3

【問 30】

図 1～図 3 のように，8 つの点 A，B，C，D，E，F，G，H を頂点とする直方体 ABCDEFGH があり，AB＝AD＝9cm，AE＝8cm である。また，点 P は辺 AB 上にあり，AP＝6cm である。このとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県 2009 年度）

問1　図 1 の直方体 ABCDEFGH において，辺 AB とねじれの位置にある辺は，全部で何本あるか。

問2　図 2 において，4 つの点 P，E，F，G を頂点とする三角すい PEFG の体積は何 cm^3 か。

問3　図 2 において，線分 EP の長さは何 cm か。

問4　図 3 のように，線分 EP の延長と辺 FB の延長との交点を Q とするとき，線分 PQ の長さは何 cm か。

問5　図 3 において，台形 PEFB を，辺 BF を軸として 1 回転させてできる立体の表面積は何 cm^2 か。

図 1

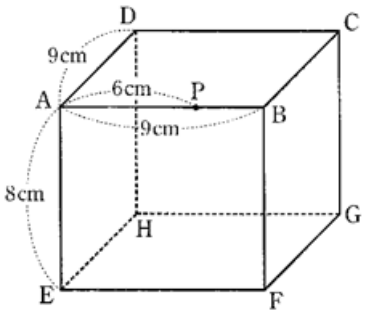


図 2

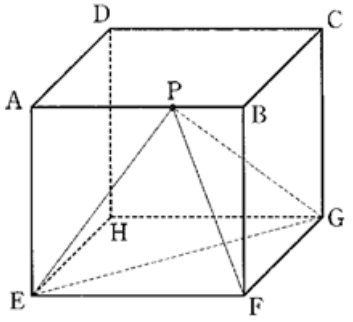
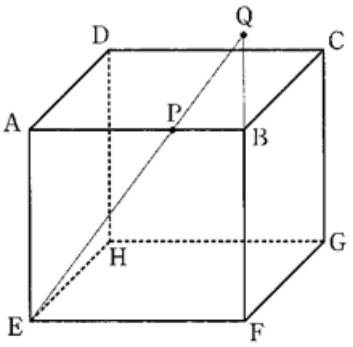


図 3



解答欄

問1	本
問2	cm^3
問3	cm
問4	cm
問5	cm^2

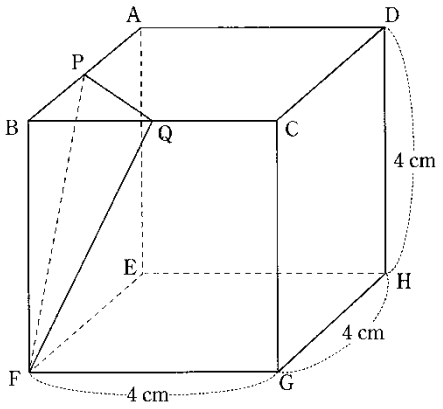
解答
問1　4本
問2　108cm^3
問3　10cm
問4　5cm
問5　210π　cm^2
解説
問5
表面積は$\frac{1}{2}\times(5+10)\times(2\pi\times9)-\frac{1}{2}\times5\times2\pi(9-6)+\pi\times9^2+\pi\times(9-6)^2=210\pi$　cm^2

【問 31】

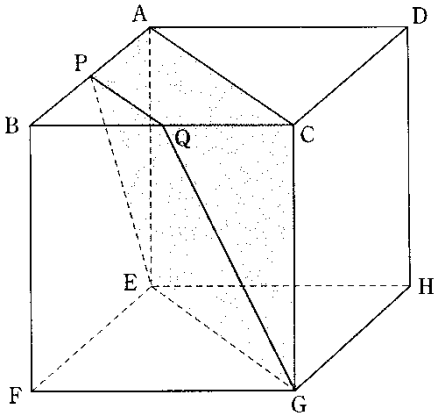
図のように，8 点 A, B, C, D, E, F, G, H を頂点とする立方体がある。立方体の 1 辺の長さは 4cm で，辺 AB の中点を P，辺 BC の中点を Q とする。

次の問1～問3に答えなさい。

（大分県 2009 年度）



問1 線分 AG の長さを求めなさい。



問2 三角すい PBFQ の体積を求めなさい。

問3 6 点 A, P, Q, C, E, G を頂点とする立体の体積を求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	cm^3
問3	cm^3

解答

問1　$4\sqrt{3}$ cm

問2　$\frac{8}{3}$ cm^3

問3　$\frac{40}{3}$ cm^3

解説

問2

三角すい PBFQ の体積は

$\frac{1}{3}\times\triangle BPQ\times BF=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times4=\frac{8}{3}$ cm^3

問3

FB の延長線と GQ の延長線の交点を R とする。

△RFG において

BQ ∥ FG, BQ:FG＝1:2 より

RB:RF＝RQ:RG＝1:2

RB:(RB＋4)＝1:2

2RB＝RB＋4

RB＝4 cm

RF＝4＋4＝8cm

同様に EP の延長線と ER の延長線の交点も R と一致する。

よって求める体積は

三角柱 ABC－EFG＋三角すい R－BPQ－三角すい R－EGF

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times4+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times4-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times4\times4\times8$

$=32+\frac{8}{3}-\frac{64}{3}$

$=\frac{40}{3}$ cm^3

【問 32】

図 1 のような，正四角柱がある。この正四角柱の側面の展開図は，図 2 のような縦 8cm，横 16cm の長方形であった。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2009 年度）

問1　図 1 の正四角柱の体積を求めなさい。

図 1

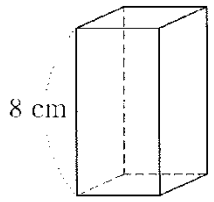
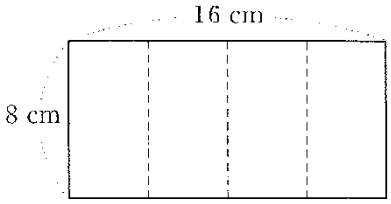
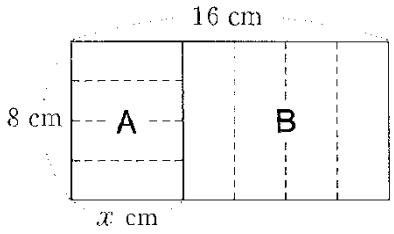


図 2



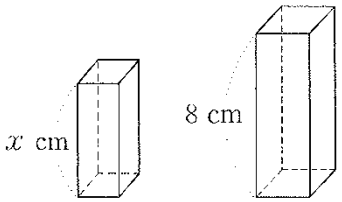
問2　次に，図 2 の長方形を図 3 のように 2 つの長方形 A，B に分け，長方形 A の横を x cm $(0<x<8)$ とする。図 4 は，A が側面の展開図となる正四角柱であり，高さは x cm である。また，図 5 は，B が側面の展開図となる正四角柱であり，高さは 8 cm である。図 4 の正四角柱の体積を V cm^3，図 5 の正四角柱の体積を V′ cm^3 とする。

図 3



(1)　V ： V′ ＝2:9 となるときの，x の値の求め方について，次の［ア］，［イ］には式を，［ウ］，［エ］には数を入れて，文を完成しなさい。

図 4　　図 5



まず，V を x の式で表すと V＝［ア］という一次式で表され V′ を x の式で表すと V′ ＝［イ］という二次式で表される。

次に，V: V′ ＝2:9 という条件を利用して，x についての方程式をつくると，x^2 −［ウ］x +［エ］＝0 という二次方程式が得られ，この二次方程式を解くことによって x の値が求められる。

(2)　V: V′ ＝2:9 となるとき図 4 と図 5 の 2 つの正四角柱の体積の和を求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="3">cm^3</td></tr>
<tr><td rowspan="5">問2</td><td rowspan="4">(1)</td><td>ア</td><td></td></tr>
<tr><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td></tr>
<tr><td>エ</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">cm^3</td></tr>
</table>

解答
問1　$128\mathrm{cm}^3$
問2
(1)
ア　$4x$
イ　$\frac{1}{2}x^2-16x+128$
ウ　68
エ　256
(2)　$88\mathrm{cm}^3$
解説
問2
(2)
$x^2-68x+256=0$
$(x-4)(x-64)=0$
$0<x<16$ だから
$x=4$
よって $\mathrm{V}+\mathrm{V}'=4\times4+\left(\frac{16-4}{4}\right)^2\times8=16+72=88\mathrm{cm}^3$

【問 33】

図 1 は，頂点を A とし，底面の直径 BC が 4cm，母線 AB が 8cm の円すいであり，母線 AB，AC の中点をそれぞれ M，N とする。また，線分 MN を直径とする円 O は底面に平行であり，円 O の円周は円すいの側面上にある。この円すいに点 B から側面を一回りして，点 M まで糸を巻きつける。

このとき，次の各問いに答えなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。また，糸の伸び縮みおよび太さは考えないものとする。

（熊本県 2009 年度）

図 1

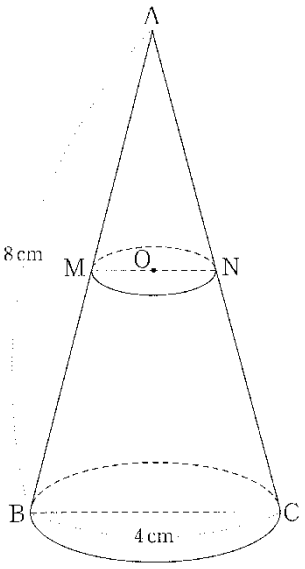
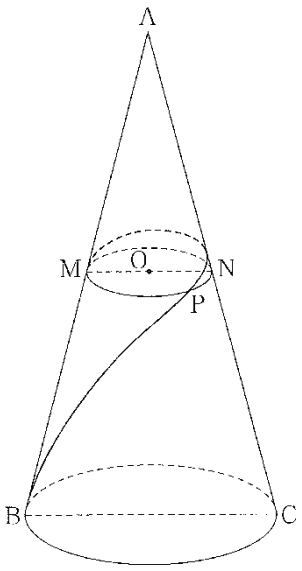


図 2



問1　円すいの高さを求めなさい。

問2　図 2 は，点 B から点 M までの糸の長さが，最も短くなるように巻きつけたものである。このとき，糸は円 O の周上の点 P を通った。点 P から点 M までの糸の長さを求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	cm

解答

問1　$2\sqrt{15}$ cm

問2　$\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$ cm

解説

問2

円すいの側面を展開しておうぎ形 AB B′ とし A B′ の中点を M′ とする。

おうぎ形の中心角を x° とすると

$4\pi = 2\pi \times 8 \times \dfrac{x}{360}$

$x = 90^\circ$

糸が最短のとき糸を表す線分は B M′ で P は弧 M M′ と線分 B M′ の交点となる。

△AB M′ において

三平方の定理より B M′ $= \sqrt{4^2+8^2} = 4\sqrt{5}$ cm

AP＝A M′ より∠PA M′ の二等分線と P M′ の交点を H とすると M′ H＝PH

△A M′ H と△B M′ A は

2 組の角がそれぞれ等しいので相似になるから

A M′ : M′ H＝B M′ : A M′

4 : M′ H＝ $4\sqrt{5}$: 4

M′ H＝ $\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$ cm

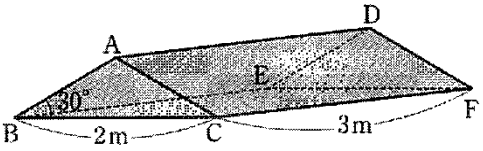
よって P M′ ＝2 M′ H＝ $\dfrac{8\sqrt{5}}{5}$ cm

【問 34】

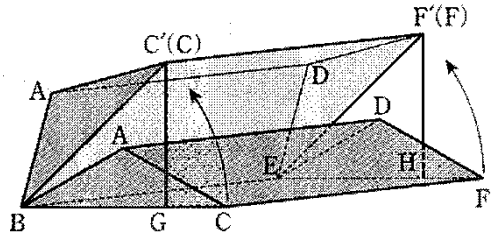
図Ⅰのような，6 点 A，B，C，D，E，F を頂点とする三角柱の形をした屋根がある。この屋根の 4 点 B，C，E，F に，それぞれ同じ長さの支柱を取り付け，その支柱を平らな地面に垂直に立て，テントをつくる。AB＝AC，BC＝2m，CF＝3m，∠ABC＝30° のとき，次の問1～問4に答えなさい。ただし，円周率はπとし，屋根の面の厚さや支柱の太さは考えないものとする。

（宮崎県 2009 年度）

図Ⅰ



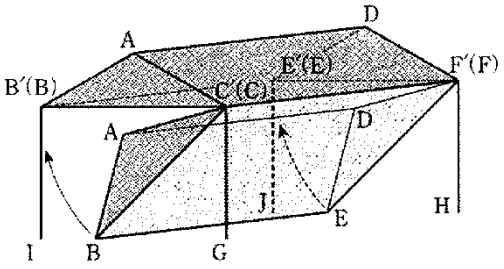
図Ⅱ



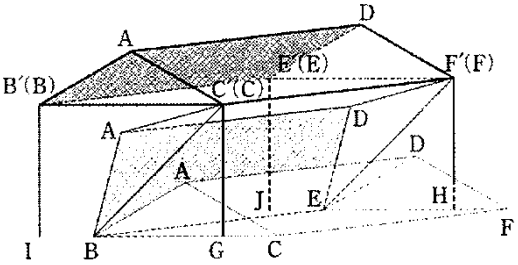
問1. 図Ⅰにおいて，辺 AB の長さを求めなさい。

問2. 図Ⅱは，図Ⅰにおいて，辺 BE を地面に固定したまま，辺 CF を持ち上げ，2 点 C，F にそれぞれ支柱 C′G と F′H を取り付け，その支柱を地面に垂直に立てたものである。このとき，∠C′BG の大きさは 45°であった。点 C が点 C′ まで動いたとき，点 C が動いてできる線の長さを求めなさい。

図Ⅲ



図Ⅳ



問3. 図Ⅲは，図Ⅱにおいて，支柱 C′G と F′H を地面に垂直に固定したまま，辺 BE を持ち上げ，2 点 B，E にそれぞれ支柱 B′I と E′J を取り付け，その支柱を地面に垂直に立てたものである。点 B が点 B′まで動いたとき，線分 AD が動いてできる面の面積を求めなさい。

問4. 図Ⅳは，図Ⅱと図Ⅲの動きのようすを合わせて示したものである。図Ⅱのように，点 C が点 C′まで動き，次に，図Ⅲのように，点 B が点 B′まで動いたとき，長方形の面 ABED が動いてできる立体の体積を求めなさい。

解答欄

問1	m
問2	m
問3	m^2
問4	m^3

解答

問1　$\frac{2\sqrt{3}}{3}$ m

問2　$\frac{1}{2}\pi$ m

問3　$\frac{\sqrt{3}}{2}\pi m^2$

問4　$\frac{3}{2}\pi m^3$

解説

問3

点 B が B′ まで動いたとき点 A は点 C を中心に 45° 回転する。

よって AD が動いてできる面の面積は $2\pi \times AC \times \frac{45}{360} \times AD = 2\pi \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \frac{45}{360} \times 3 = \sqrt{\frac{3}{2}}\pi m^2$

問4

図Ⅱの動きのときに点 A は点 B を中心として 45° 回転する。

このとき面 ABED が動いてできる立体の体積は

$\pi \times (AB)^2 \times \frac{45}{360} \times AD = \pi \times \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 \times \frac{45}{360} \times 3 = \frac{\pi}{2}\ m^3 \cdots ①$

図Ⅲの動きのとき点 A, 点 B はともに点 C を中心として 45° 回転する。

このとき面 ABED が動いてできる立体は AB が動いてできる面を底面とし高さを AD とする柱になる。

AB が動いてできる面の面積は

おうぎ形 CB B′ ＋△ABC－おうぎ形 AA C′ －△ABC

＝おうぎ形 CB B′ －おうぎ形 AA C′

$= \pi \times 2^2 \times \frac{45}{360} - \pi \times \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 \times \frac{45}{360}$

$= \frac{\pi}{3}\ m^2$

よって面 ABED が動いてできる立体の体積は

$\frac{\pi}{3} \times 3 = \pi\ m^3 \cdots ②$

①, ②より求める体積は $\frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3}{2}\pi m^3$

【問 35】

図 1 は，1 辺の長さが 6cm の立方体の容器 ABCD－EFGH に水をいっぱいに入れたものであり，点 P は辺 AE の中点，点 Q は辺 DH の中点である。図 2 のように，図 1 の容器を静かに傾けて，水面が四角形 PBCQ になるまで水をこぼした。また，図 3 は図 1 の容器の展開図であり，図中の・は各辺の中点である。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。ただし，容器の厚さは考えないものとする。

（鹿児島県 2009 年度）

図 1

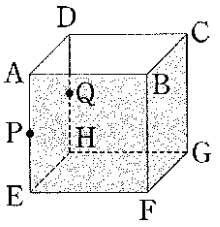
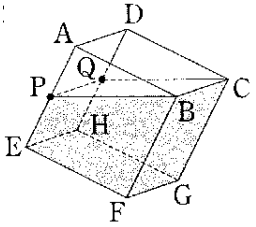
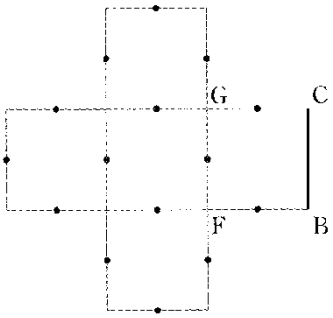


図 2



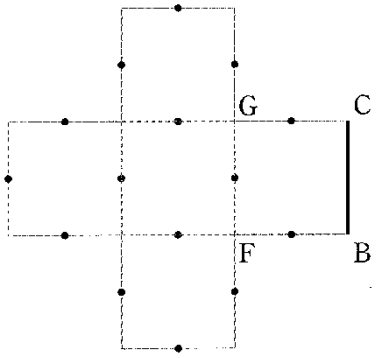
(1) 容器に残った水の体積は何 cm^3 か。

図 3



(2) 四角形 PBCQ の 4 辺のうち，辺 BC 以外の 3 辺を図 3 に実線で示せ。ただし，各点の記号 P，B，C，Q は書かなくてもよい。

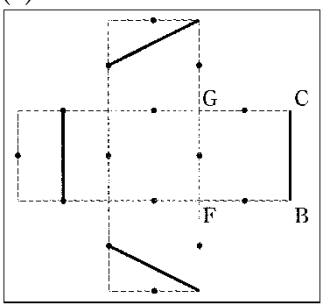
解答欄

(1)	cm^3
(2)	

解答

(1)　162cm^3

(2)



解説

(1)

求める体積は

立方体 ABCD－EFGH の体積から三角柱 ABP－DCQ の体積をひいたものだから

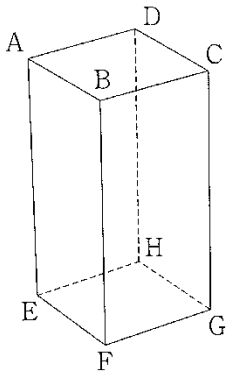
$6^3-\frac{1}{2}\times6\times3\times6=216-54=162\text{cm}^3$

【問 36】

図 1 は, 底面が 1 辺 2cm の正方形で, 高さが 4cm の正四角柱である。このとき, 次の問いに答えなさい。

（沖縄県　2009 年度）

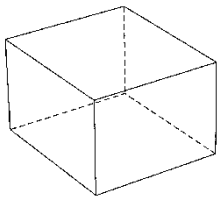
図 1



問1. 図 1 の正四角柱の体積を求めなさい。

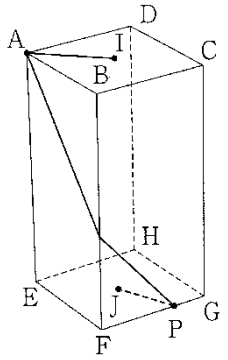
問2　図 2 は正四角柱で, 図 1 の正四角柱と比較すると体積は等しく, 高さは半分である。この正四角柱の底面の 1 辺の長さを求めなさい。

図 2



問3　図 3 は, 図 1 において対角線 AC と対角線 BD の交点を I, 対角線 EG と対角線 FH の交点を J, 底面 EFGH の辺上の点を P とし, I, A, P, J の順に糸をかけたものである。このとき, 糸は正四角柱の表面に沿って長さがもっとも短くなるようにかけるものとする。

図 3



(1)　点 P が頂点 E の位置にあるとき, 糸の長さを求めなさい。

(2)　点 P が頂点 G の位置にあるとき, 糸の長さを求めなさい。

解答欄

問1		cm^3
問2		cm
問3	(1)	cm
	(2)	cm

解答
問1　16cm^3
問2　$2\sqrt{2}$ cm
問3
(1)　$4+2\sqrt{2}$ cm
(2)　$6\sqrt{2}$ cm
解説
問2
正四角柱の底面の 1 辺の長さを x cm とすると高さは $\frac{4}{2}=2$cm
体積は 16cm^3 より
$x^2\times 2=16$
$x^2=8$
$x>0$ より
$x=2\sqrt{2}$ cm
問3
(1)
点 P が E の位置にあるとき糸の長さは IA＋AE＋EJ
底面は 1 辺の長さが 2cm の正方形で I, J は対角線の交点だから
$\text{IA}=\text{EJ}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$ cm
AE＝4cm
よって求める長さは $\sqrt{2}+4+\sqrt{2}=4+2\sqrt{2}$ cm
(2)
P が頂点 G の位置にあるとき
A から G までの最短の糸の長さは縦が 4cm 横が 2＋2＝4cm の正方形の対角線の長さになるから $4\sqrt{2}$ cm
求める糸の長さは
IA＋A から G までの糸の長さ＋GJ＝$\sqrt{2}+4\sqrt{2}+\sqrt{2}=6\sqrt{2}$ cm