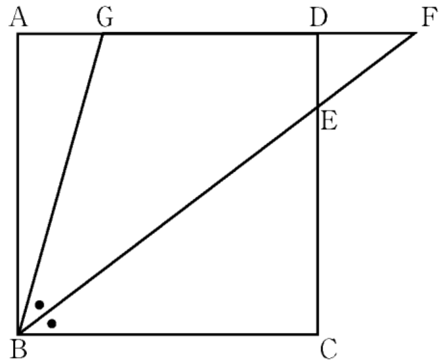
4. 相似の証明と長さ・求積などの複合問題 【2012 年度出題】

【問 1】

図の正方形 ABCD は，1 辺の長さが 3 cm である。DE：EC＝1：3 となる点 E を辺 DC 上にとり，BE，AD を延長して交わった点を F とする。また，∠CBE＝∠GBE となる点 G を辺 AD 上にとる。

次の(1)，(2)に答えなさい。

（青森県　2012 年度　前期）



(1) △EBC と△EFD が相似になることを証明しなさい。

(2) BG の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	〔証明〕
(2)	cm

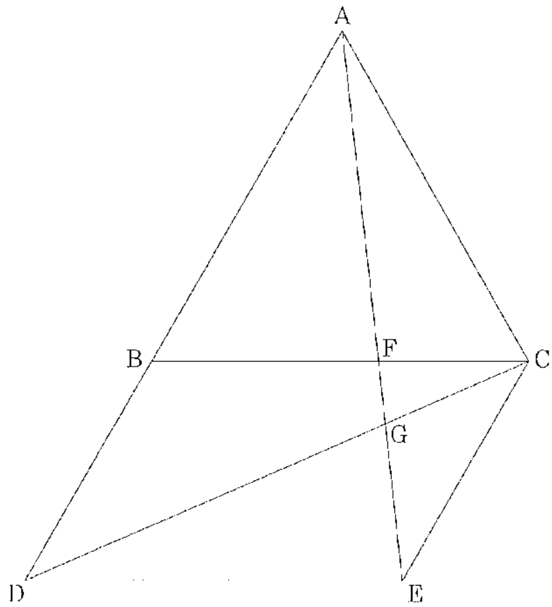
解答
(1)
〔証明〕
△EBC と△EFD において
四角形 ABCD が正方形より
∠BCE＝∠FDE＝90°…①
対頂角の性質より
∠BEC＝∠FED…②
①, ②より 2 組の角がそれぞれ等しいので
△EBC∽△EFD
(2) $\frac{25}{8}$ cm
解説
(1)
△EBC と△EFD において
対頂角は等しいので
∠BEC＝∠FED…②
四角形 ABCD は正方形より
∠BCE＝∠FDE＝90°…②
(AF // BC より平行線の錯角が等しいことから角が等しくなることを示してもよい。)
①, ②より
2 組の角がそれぞれ等しいので
△EBC∽△EFD
(2)
DF // BC より平行線と線分の比の定理より
DF : CB＝DE : CE
DF : 3＝1 : 3
DF＝1 cm
AF // BC より平行線の錯角は等しいので
∠GFB＝∠FBC
∠FBC＝∠GBF だから
∠GBF＝∠GFB より
GF＝GB
BG＝x cm とおくと
AG＝3＋1－x＝4－x cm とおける。
△ABG において三平方の定理より
$BG^2＝AG^2＋AB^2$
$x^2＝(4-x)^2+3^2$
$x^2＝16-8x+x^2+9$
$8x＝25$
$x＝\frac{25}{8}$ cm

【問 2】

図のように，正三角形 ABC の辺 AB を B の方へ延長した直線上に，AB : BD＝3 : 2 となる点 D をとり，点 C と点 D を結びます。また，点 E を，四角形 CBDE が平行四辺形となるようにとり，点 C と点 E，点 D と点 E をそれぞれ結びます。線分 AE をひき，辺 BC，線分 DC との交点をそれぞれ F，G とします。

あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。

（宮城県　2012 年度）



(1)　線分 BF と線分 DE の長さの比を求めなさい。

(2)　△CFG∽△DEG であることを証明しなさい。

(3)　AB＝6 cm のとき，線分 FG の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	BF : DE＝　　　：
(2)	〔証明〕
(3)	cm

解答

(1)　BF:DE＝3:5

(2)

〔証明〕

△CFG と△DEG において

対頂角は等しいから

∠CGF＝∠DGE…①

平行線の錯角は等しいから

∠GCF＝∠GDE…②

①, ②より

2 組の角がそれぞれ等しいから

△CFG∽△DEG

(3)　$\dfrac{8\sqrt{19}}{35}$ cm

解説

(3)

AB:BD＝3:2

AB＝6 cm より

6:BD＝3:2

3BD＝12

BD＝4 cm

F から DE に垂線をひき交点を H とする。

また B から DE に垂線をひき交点を K とする。

∠BDK＝∠ABC＝60° より

BD:BK＝2: $\sqrt{3}$

4:BK＝2: $\sqrt{3}$

2BK＝ $4\sqrt{3}$

BK＝ $2\sqrt{3}$ cm

BD:DK＝2:1

4:DK＝2:1

2DK＝4

DK＝2 cm

BF // DH より

BF:DE＝AB:AD＝3:5

BF:FC＝3:2

BF＝ $\dfrac{3}{5}$ BC＝ $\dfrac{3}{5}\times 6＝\dfrac{18}{5}$ cm

EH＝6－ $\dfrac{18}{5}$ －2＝ $\dfrac{2}{5}$ cm

△FEH で三平方の定理より

FE＝ $\sqrt{(2\sqrt{3})^2+\left(\dfrac{2}{5}\right)^2}$

＝ $\dfrac{4\sqrt{19}}{5}$ cm

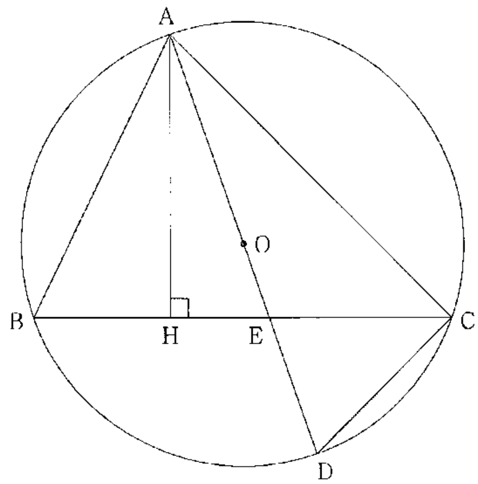
FG:EG＝FC:ED＝2:5

よって FG＝ $\dfrac{2}{7}$ FE＝ $\dfrac{2}{7}\times\dfrac{4\sqrt{19}}{5}＝\dfrac{8\sqrt{19}}{35}$ cm

【問 3】

図のように，円 O の周上に，3 点 A，B，C をとり，△ABC をつくる。また，線分 AD が円 O の直径となるように点 D をとり，点 C と点 D を結ぶ。線分 AD と線分 BC との交点を E とし，点 A から線分 BC にひいた垂線と線分 BC との交点を H とする。BH＝1 cm，HC＝2 cm，∠ACB＝45° であるとき，あとの問いに答えなさい。

（山形県　2012 年度）



問1　∠CAH の大きさと AB の長さを，それぞれ求めなさい。

問2　△EDC∽△ABC であることを証明しなさい。

問3　次の $\boxed{ア}$ ，$\boxed{イ}$ にあてはまる三角形をそれぞれ書きなさい。

> 図において，△EDC と相似な三角形は 2 つあり，△ABH と相似な三角形は 1 つある。その関係をそれぞれ記号∽を使って表すと，
> △EDC∽△ABC，△EDC∽ $\boxed{ア}$ ，△ABH∽ $\boxed{イ}$ となる。

問4　EC の長さを求めなさい。

解答欄

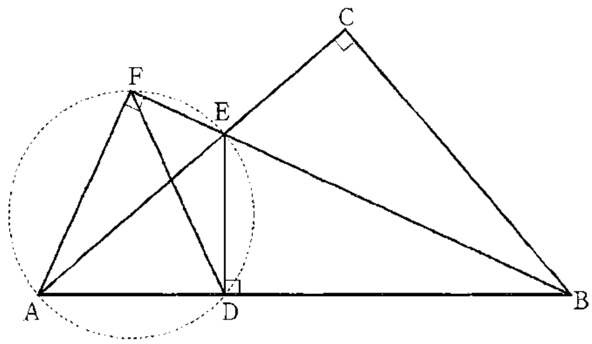
問1	∠CAH の大きさ		AB の長さ　　cm	
問2	〔証明〕			
問3	ア		イ	
問4	cm			

解答
問1
∠CAH の大きさ $45°$
AB の長さ $\sqrt{5}$ cm
問2
〔証明〕
△EDC と△ABC において
弧 AC に対する円周角は等しいから
∠EDC＝∠ABC…①
円周角と中心角の関係より
∠ACD＝$\frac{1}{2}$∠AOD＝90°…②
仮定より
∠ACB＝45°…③
②, ③より
∠ECD＝∠ACD－∠ACB
＝90°－45°＝45°
よって
∠ECD＝∠ACB…④
①, ④より
2 組の角がそれぞれ等しいので
△EDC∽△ABC
問3
ア △EBA
イ △ADC
問4 $\frac{4}{3}$ cm
解説
問1
△AHC の内角の和は 180°より∠CAH＝180°－90°－45°＝45°
△AHC は直角二等辺三角形なので HA＝HC＝2 cm
△ABH において
三平方の定理より AB＝$\sqrt{1^2+2^2}$ ＝$\sqrt{5}$ cm
問4
△AHC は AH＝CH＝2 cm の直角二等辺三角形だから
AC＝$\sqrt{2}$ CH＝$2\sqrt{2}$ cm
△ABH∽△ADC より
HB : CD＝AH : AC
1 : CD＝2 : $2\sqrt{2}$
CD＝$\sqrt{2}$ cm
△EDC∽△ABC より
EC : AC＝CD : CB
EC : $2\sqrt{2}$ ＝$\sqrt{2}$: 3
3EC＝4
EC＝$\frac{4}{3}$ cm

【問 4】

図のように，∠ACB＝90°の直角三角形 ABC がある。辺 AB 上に点 D を BC＝BD となるようにとる。また，点 D を通り辺 AB に垂直な直線をひき，辺 AC との交点を E とする。さらに，線分 BE を E の方向に延長した直線に点 A から垂線をひき，その交点を F とする。

このとき，△ABE∽△FDE であることを次のように証明した。



（茨城県　2012 年度）

〔証明〕

仮定から，∠ADE＝∠AFE＝90°だから，

点 D，F はともに線分 $\boxed{\text{ア}}$ を直径とする円周上にある。

よって，4 点 A，D，E，F は 1 つの円周上にある。…①

△BCE と△BDE で，

仮定から，　∠BCE ＝∠BDE＝90°　…②

BC ＝BD　…③

共通な辺だから，BE＝BE　…④

②，③，④から，直角三角形の $\boxed{\quad\text{イ}\quad}$ ので，△BCE≡△BDE

合同な三角形の対応する角だから，∠CEB＝∠DEB　…⑤

△ABE と△FDE で，

$\boxed{\quad\quad\quad\quad\text{ウ}\quad\quad\quad\quad}$

次の問1，問2に答えなさい。

問1 $\boxed{\text{ア}}$ には当てはまる線分を表す記号を，$\boxed{\text{イ}}$ には当てはまる直角三角形の合同条件をそれぞれ書きなさい。

問2 $\boxed{\text{ウ}}$ には証明の続きを書き，△ABE∽△FDE であることの証明を完成させなさい。

ただし，〔証明〕の中の①～⑤で示されている関係を使う場合は，①～⑤の番号を用いてもよい。また，新たな関係に番号をつける場合は，⑥以降の番号を用いなさい。

解答欄

問1	ア	
	イ	
問2	ウ	

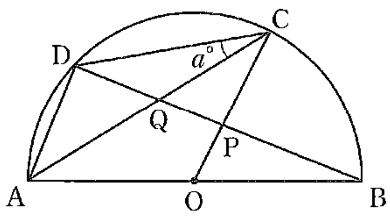
解答
問1
ア　AE
イ　斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい
問2
ウ
∠AEB＝180°－∠CEB…⑥
∠FED＝180°－∠DEB…⑦
⑤，⑥，⑦から
∠AEB＝∠FED…⑧
①から$\overset{\frown}{\mathrm{DE}}$に対する円周角だから
∠BAE＝∠DFE…⑨
⑧，⑨から
２組の角がそれぞれ等しいので
△ABE∽△FDE
解説
問2
△ABEと△FDEで
∠AEB=180°－∠CEB…⑥
∠FED＝180°－∠DEB…⑦
⑤，⑥，⑦より，∠AEB＝∠FDE…⑧
円周角の定理より∠BAE＝∠DAE＝∠DFE…⑨
⑧，⑨より
2組の角がそれぞれ等しいので
△ABE∽△FDE

【問 5】

右の図のような線分 AB を直径とし点 O を中心とする半円 O がある。弧 AB 上に点 C，弧 AC 上に点 D をとり，線分 BD と 2 つの線分 OC，AC の交点をそれぞれ P，Q とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（栃木県　2012 年度）



(1) $\angle$ACD＝$a°$ とするとき，$\angle$BAD の大きさを a を用いて表しなさい。

(2) $\triangle$PQC∽$\triangle$PCD を証明しなさい。

解答欄

(1)	度
(2)	〔証明〕

解答
(1)　90－a 度
(2)
〔証明〕
△PQC と△PCD において
共通の角だから
∠QPC＝∠CPD…①
弧 BC に対する円周角は等しいから
∠BAC＝∠PDC…②
OA, OC は円 O の半径だから OA＝OC
よって△OAC は二等辺三角形だから
∠BAC＝∠PCQ…③
②, ③より
∠PCQ＝∠PDC…④
①, ④より
2 組の角がそれぞれ等しいから
△PQC∽△PCD
解説
(1)
AB は直径より∠ADB＝90°
三角形の内角の和は 180°より
∠BAD＝180°－90°－a°＝90°－a°

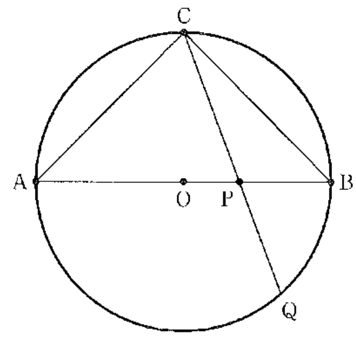
【問 6】

図1で，点 O は線分 AB を直径とする円の中心である。点 C は円 O の周上にある点で，$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$である。点 P は，線分 AB 上にある点で，点 A，点 B のいずれにも一致しない。点 C と点 P を結んだ線分 CP を P の方向に延ばした直線と円 O との交点を Q とする。点 A と点 C，点 B と点 C をそれぞれ結ぶ。

次の各問に答えよ。

（東京都　2012 年度）

図1

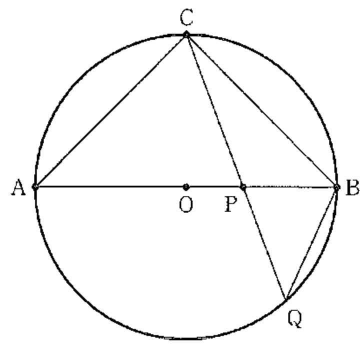


問1 図1において，∠CPB の大きさを $a°$ とするとき，∠ACP の大きさを a を用いた式で表せ。

問2 右の図2は，図1において，点 B と点 Q を結んだ場合を表している。

次の(1)，(2)に答えよ。

図2



(1) △APC∽△QPB であることを証明せよ。

(2) AO＝10 cm，AP＝15 cm のとき，△CQB の面積は何 cm^2 か。

解答欄

問1	度	
問2	(1)	〔証明〕 △APC と△QPB において， △APC∽△QPB
	(2)	cm^2

解答
問1　$(a-45)$度
問2
(1)
〔証明〕
△APCと△QPBにおいて
対頂角は等しいから
$\angle APC=\angle QPB$…①
$\overset{\frown}{AQ}$に対する円周角は等しいから
$\angle ACP=\angle QBP$…②
①, ②より
2組の角がそれぞれ等しいから
$\triangle APC \backsim \triangle QPB$
(2)　$40cm^2$
解説
問1
ABは直径より円周角の定理から$\angle ACB=90^\circ$
$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BC}$より
$\angle BAC=\angle ABC=45^\circ$
$\angle ACP+45^\circ=\angle CPB$
よって$\angle ACP=\angle CPB-45^\circ=a-45^\circ$
問2
(2)
$AB=10\times2=20$ cm
$BP=10\times2-15=5$ cm
△ABCはAC＝BCの直角二等辺三角形なので
$AC=BC=\frac{AB}{\sqrt{2}}=\frac{20}{\sqrt{2}}=10\sqrt{2}$ cm
よって$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times10\sqrt{2}=100$ cm^2
$AB:BP=20:5=4:1$
$\triangle CBP=\frac{1}{4}\triangle ABC=\frac{1}{4}\times100=25$ cm^2
$\triangle APC=100-25=75$ cm^2
$CO\perp AB$だから
△COPにおいて三平方の定理より
$CP=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$
$CP:BP=5\sqrt{5}:5=\sqrt{5}:1$だから
$\triangle APC \backsim \triangle QPB$より
$\triangle APC:\triangle QPB=(\sqrt{5})^2:1^2=5:1$
$75:\triangle QPB=5:1$
$\triangle QPB=15$ cm^2
よって$\triangle CQB=\triangle CBP+\triangle QPB=25+15=40$ cm^2

【問 7】

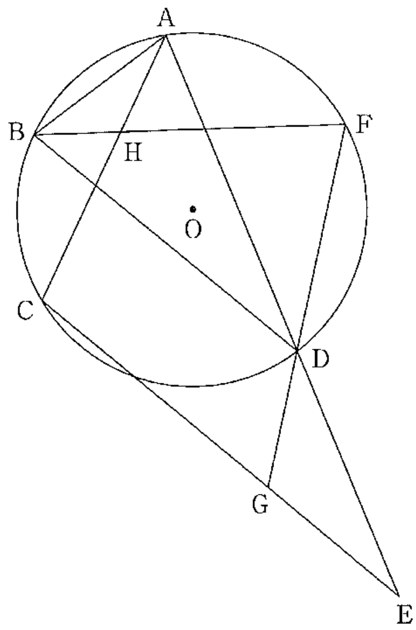
右の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C を $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，AB＜AC となるようにとる。

また，点 B をふくまない $\overset{\frown}{AC}$ 上に点 D を AD＝BD となるようにとり，線分 AD の延長上に点 E を BD // CE となるようにとる。

さらに，点 B をふくまない $\overset{\frown}{AD}$ 上に 2 点 A，D とは異なる点 F をとり，線分 FD の延長と線分 CE との交点を G，線分 AC と線分 BF との交点を H とする。

このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2012 年度）



問1　三角形 ABH と三角形 EDG が相似であることを次のように証明した。空欄 (ⅰ) ～ (ⅲ) をうめて証明を完成させなさい。

〔証明〕

△ABH と△EDG において，

まず，$\overset{\frown}{AF}$ に対する円周角は等しいから，

∠ABF＝∠ADF　…①

また，(ⅰ) は等しいから，

∠ADF＝∠EDG　…②

①，②より，∠ABF＝∠EDG

よって，∠ABH＝∠EDG　…③

次に，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$ であり，等しい弧に対する

円周角は等しいから，

(ⅱ)　…④

また，平行線の同位角は等しいから，

∠ADB＝∠DEG　…⑤

④，⑤より，∠BAC＝∠DEG

よって，∠BAH＝∠DEG　…⑥

③，⑥より，(ⅲ) から，

△ABH∽△EDG

問2　∠ADF＝35°，∠DBF＝41° のとき，∠ACE の大きさを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>(i)</td><td></td></tr>
<tr><td>(ii)</td><td></td></tr>
<tr><td>(iii)</td><td></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">∠ACE＝　　　　　　°</td></tr>
</table>

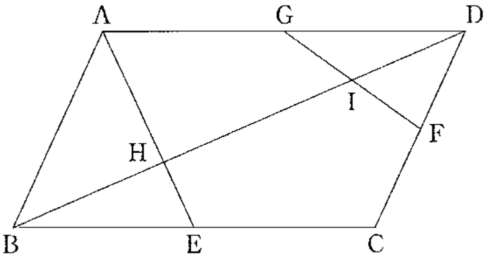
解答
問1
(i)　対頂角
(ii)　∠ADB＝∠BAC
(iii)　2 組の角がそれぞれ等しい
問2　∠ACE＝104°
解説
問2
C, D を結ぶ。
円周角の定理より
∠ACD＝∠ABD＝∠ABF＋∠DBF＝∠ADF＋∠DBF＝35°＋41°＝76°
BD // CE より
∠DCE＝∠BDC
$\overset{\frown}{AB}$＝$\overset{\frown}{BC}$より
∠BDC＝∠ADB
AD＝BD より
∠ADB＝180°－76°×2＝28°
よって∠ACE＝∠ACD＋∠DCE＝76°＋28°＝104°

【問 8】

右の図のように，平行四辺形 ABCD があり，辺 BC，CD，DA の中点をそれぞれ点 E，F，G とする。また，線分 AE，FG と対角線 BD との交点をそれぞれ H，I とする。

このとき，次の問いに答えなさい。

（富山県　2012 年度）



問1　△AHD∽△EHB となることを証明しなさい。

ただし，証明の中に根拠となることがらを必ず書くこと。

問2　BD＝12 cm のとき，線分 HI の長さを求めなさい。

解答欄

問1	
問2	cm

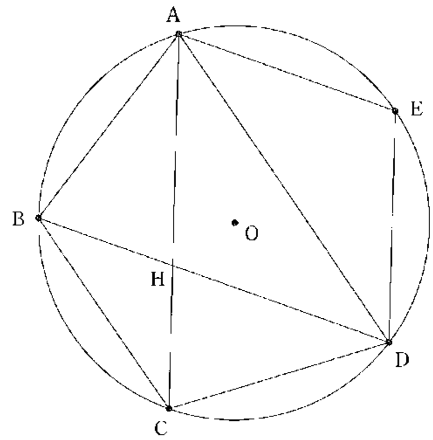
解答
問1
△AHD と△EHB において
平行線の錯角は等しいから
∠HAD＝∠HEB…①
∠HDA＝∠HBE…②
①, ②より
2 組の角がそれぞれ等しいから
△AHD∽△EHB
問2　5 cm
解説
問2
GF, BC を延長し交点を J とする。
AD // BJ より
GD : JC＝FD : FC＝1 : 1
ID : IB＝GD : JB＝1 : 3
ID＝$\frac{1}{4}$BD＝$\frac{1}{4}$×12＝3 cm
また HD : HB＝AD : EB＝2 : 1
BH＝$\frac{1}{3}$BD＝$\frac{1}{3}$×12＝4cm
よって HI＝12－3－4＝5 cm

【問 9】

右の図のように，円 O の周を 5 等分する点を A，B，C，D，E とし，正五角形 ABCDE を作る。また，対角線 AC と BD の交点を H とする。

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（石川県　2012 年度）



問1　∠BAC の大きさを求めなさい。

問2　△ABH∽△ACD である。このことを証明しなさい。

問3　線分 AB の長さが 1 のとき，線分 AC の長さを求めなさい。なお，途中の説明や計算も書くこと。

解答欄

問1	度
問2	〔証明〕
問3	〔説明や計算〕 答

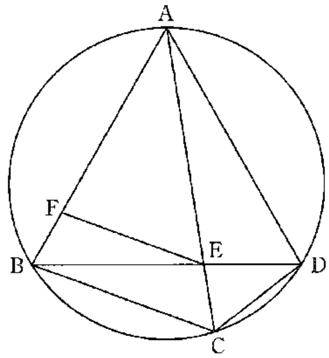
解答
問1 36度
問2
〔証明〕
△ABHと△ACDにおいて
$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{CD}$より
∠BAH＝∠CAD…①
$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角は等しいので
∠ABH＝∠ACD…②
①，②より
2組の角がそれぞれ等しいので
△ABH∽△ACD
問3
〔説明や計算〕
△HBCについて
$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{AB}$より，∠HBC＝∠HCB
よってBH＝CHの二等辺三角形である。…①
△ABHについて$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角より∠ABH＝72°
また∠AHB＝180°－(36°＋72°)＝72°
よって∠ABH＝∠AHBより
AB＝AHの二等辺三角形である。…②
ここでAC＝xとおくと
①，②よりBH＝$x-1$と表せる。
また正五角形ABCDEでAB＝CD＝1
△ABH∽△ACDより
AB:AC＝BH:CD
よって
$1:x=(x-1):1$
$x(x-1)=1$
$x^2-x-1=0$
$x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$
$x>0$より$x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
答 $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
解説
問1
正五角形の1つの内角の大きさは180°×(5－2)÷5＝108°
△ABCはAB＝ACの二等辺三角形だから∠BAC＝(180°－108°)÷2＝36°
問3
△HBCにおいて
$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$より円周角の定理から∠ACB＝∠CBD ∠HCB＝∠HBC これよりHB＝HC
また△ABHにおいて∠ABH＝108°－36°＝72°，∠AHB＝180°－72°－36°＝72°
∠ABH＝∠AHBよりAB＝AH＝1
△ABH∽△ACDよりAB:AC＝BH:CD
AC＝x cmとするとBH＝CH＝$x-1$，CD＝AB＝1
よって$1:x=(x-1):1$
$x(x-1)=1$
$x^2-x-1=0$
$x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ $x>0$より$x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

【問 10】

右の図のように，円周上の 4 点 A，B，C，D を頂点とする四角形 ABCD があり，△ABD は正三角形とする。対角線 AC と BD との交点を E とし，辺 AB 上に，BC // FE となる点 F をとる。ただし，辺 BC は，辺 CD より長いものとする。

このとき，次の問いに答えよ。

（福井県　2012 年度）

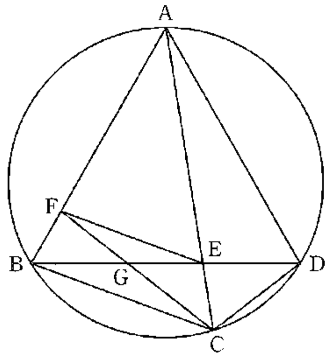


問1　△ADE∽△EBF であることを証明せよ。

問2　線分 BE と FC との交点を G とする。AB＝8 cm，AE＝7 cm のとき，

(1)　線分 BF の長さを求めよ。

(2)　△BFG の面積を求めよ。



解答欄

問1	〔証明〕	
問2	(1)	cm
	(2)	cm^2

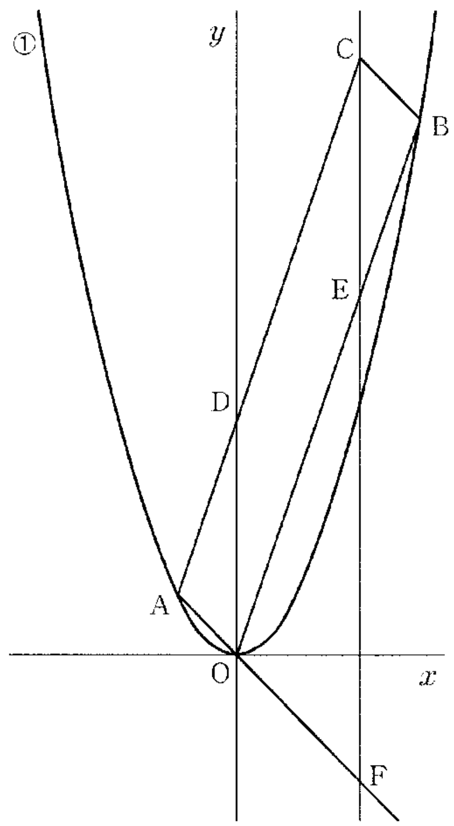
解答
問1
〔証明〕
△ADE と△EBF で
△ABD は正三角形だから
∠ADE＝∠EBF…①
$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角は等しいから
∠DAE＝∠CBE…②
BC // FE で錯角は等しいから
∠CBE＝∠BEF…③
②, ③から
∠DAE＝∠BEF…④
①, ④から
2 組の角が, それぞれ等しいので
△ADE∽△EBF
問2
(1) $\dfrac{15}{8}$ cm
(2) $\dfrac{150\sqrt{3}}{113}$ cm^2
解説
問2
(1)
A から BD に垂線をひき交点を H とする。
△ABC は正三角形だから
$\mathrm{DH}:\mathrm{AD}:\mathrm{AH}=1:2:\sqrt{3}$
AD＝8 cm より DH＝4 cm, AH＝ $4\sqrt{3}$ cm
△AEH において三平方の定理より
$\mathrm{EH}=\sqrt{7^2-(4\sqrt{3})^2}=1$ cm
よって ED＝4－1＝3 cm
EB＝4＋1＝5 cm
△ADE∽△EBF より
DE:BF＝AD:EB
3:BF＝8:5
$\mathrm{BF}=\dfrac{15}{8}$ cm
(2)
$\triangle\mathrm{ADE}=\dfrac{1}{2}\times3\times4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ cm^2
△ADE∽△EBF で
AD:EB＝8:5 より△ADE:△EBF＝$8^2:5^2$
$6\sqrt{3}:\triangle\mathrm{EBF}=64:25$
$\triangle\mathrm{EBF}=\dfrac{75\sqrt{3}}{32}$ cm^2
ここで BC // FE より平行線と線分の比の定理より
$\mathrm{EF}:\mathrm{BC}=\mathrm{AF}:\mathrm{AB}=\left(8-\dfrac{15}{8}\right):8=49:64$
GE:GB＝EF:BC＝49:64
よって$\triangle\mathrm{BFG}=\dfrac{64}{113}\triangle\mathrm{EBF}=\dfrac{64}{113}\times\dfrac{75\sqrt{3}}{32}=\dfrac{150\sqrt{3}}{113}$ cm^2

【問 11】

図において，①は関数 $y=ax^2$ のグラフであり，3 点 A，O，B は①上の点で，点 A の座標は $(-3,\ 3)$ である。四角形 AOBC は平行四辺形であり，辺 CA と y 軸との交点を D とすると，CD：DA＝2：1 である。また，点 C を通り y 軸に平行な直線と，辺 OB との交点を E，AO の延長との交点を F とする。

このとき，次の問1～問4に答えなさい。

（山梨県　2012 年度）



問1　a の値を求めなさい。

問2　点 C の座標を求めなさい。

問3　△EOF と相似な三角形を 1 つ見つけ，相似であることを証明しなさい。

問4　辺 OB の中点を G とする。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　直線 DG の式を求めなさい。

(2)　四角形 DAOG と GBCD の面積の比を求めなさい。

解答欄

問1	a＝	
問2	（　　　　　，　　　　　）	
問3	〔証明〕 △EOF と△____________ において	
問4	(1)	
	(2)	：

解答

問1 $a=\dfrac{1}{3}$

問2 (6, 30)

問3

〔証明〕

△EOFと△EBC において

対頂角は等しいから

∠FEO＝∠CEB…①

平行線の錯角は等しいから

∠OFE＝∠BCE…②

①, ②より

2 組の角がそれぞれ等しいので

△EOF∽△EBC

〔証明〕

△EOFと△CAF において

∠EFO＝∠CFA (共通)…①

平行線の同位角は等しいから

∠OEF＝∠ACF…②

①, ②より

2 組の角がそれぞれ等しいので

△EOF∽△CAF

問4

(1) $y=\dfrac{1}{3}x+12$

(2) 5:7

解説
問2
A から CF に垂線をひく。
y 軸, CF との交点をそれぞれ K, H とする。
DK // CH より
AK:KH＝AD:DC
3:KH＝1:2
KH＝6
よって点 C の x 座標は 6
ここで四角形 AOBC は平行四辺形なので
A から C, O から B の x 座標, y 座標の増加量は等しくなる。
B の x 座標は 6＋3＝9
点 B は $y=\frac{1}{3}x^2$ 上の点より
$y=\frac{1}{3}\times 9^2=27$
B (9, 27)
C の y 座標＝3＋27＝30
よって C (6, 30)
問4
(1)
DK:CH＝AD:AC より
DK:(30－3)＝1:3
DK＝9
よって D の y 座標は 3＋9＝12　D (0, 12)
OB の中点 G$\left(\frac{9}{2},\ \frac{27}{2}\right)$だから
直線 DG の式を $y=mx+12$ とおいて
G の座標の値を代入すると$\frac{27}{2}=\frac{9}{2}m+12$　$m=\frac{1}{3}$
よって求める式は $y=\frac{1}{3}x+12$
(2)
平行四辺形 AOBC の面積を S とする。
四角形 DAOG:四角形 GBCD
＝(△DAG＋△AOG):(△GCD＋△CBG)
$=\left(\frac{1}{3}\triangle\mathrm{GCA}+\frac{1}{2}\triangle\mathrm{AOB}\right)+\left(\frac{2}{3}\triangle\mathrm{GCA}+\frac{1}{2}\triangle\mathrm{COB}\right)$
$=\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}S+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}S\right):\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}S+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}S\right)$
$=\frac{5}{12}S:\frac{7}{12}S$
＝5:7

【問 12】

AB＝AC である二等辺三角形 ABC が円 O に内接している。円周上の，点 A, B, C とは異なる位置に点 P をとり，点 A と P，点 B と P を直線で結ぶ。直線 AP と直線 BC の交点を Q とする。

次の各問いに答えなさい。

（長野県　2012 年度）

問1 図1のように，点 P を，点 Q が辺 BC 上の点となるようにとる。

(1) $\triangle ABP \backsim \triangle AQB$ を証明しなさい。

(2) AB＝10 cm，AQ:QP＝9:1 のとき，線分 AQ の長さを求めなさい。

図1

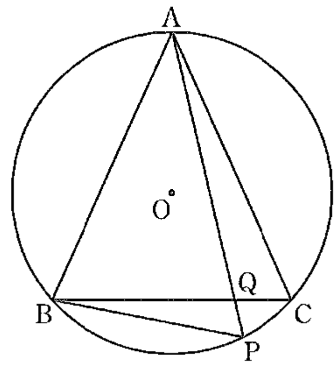
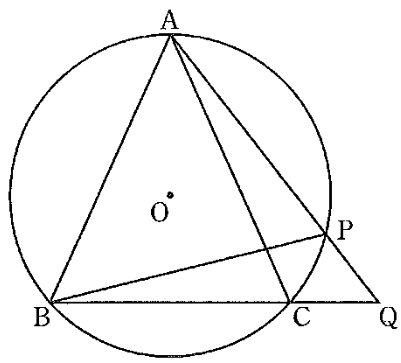


図2



問2 図2のように，点 P を，点 Q が辺 BC を延長した直線上の点となるようにとる。

(1) 点 P を，点 B をふくまない $\overset{\frown}{AC}$ 上の，点 A, C とは異なるどの位置にとっても成り立つ関係を表す式を，次のア～エから 1 つ選び，記号を書きなさい。

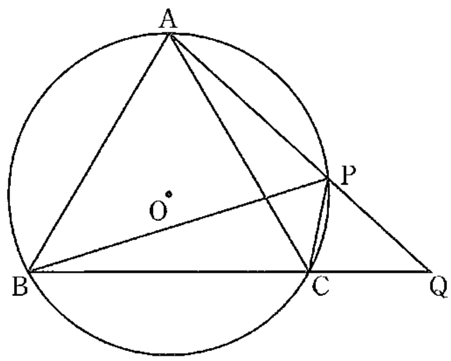
ア $AP \times AQ = AB \times BP$

イ $AP \times BQ = AQ \times BP$

ウ $AB^2 = AQ \times BC$

エ $AB^2 = AQ \times AP$

図3



(2) ∠BAC を鋭角とする。∠BAP＝90°，AB＝3cm，AQ＝9 cm のとき，円 O の直径を求めなさい。

問3 ∠BAC＝60°とする。図3のように，点 P と C を直線で結んだとき，PB＝6 cm，PC＝2 cm，PQ＝3 cm である。線分 BQ の長さを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>問3</td><td colspan="2">cm</td></tr>
</table>

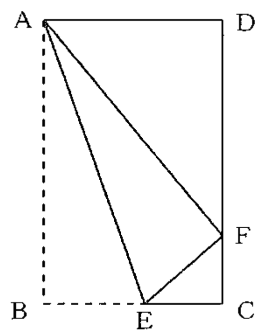
解答
問1
(1)
△ABPと△AQBにおいて
$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいので
∠APB＝∠ACB…①
二等辺三角形ABCの底角は等しいので
∠ACB＝∠ABQ…②
①，②より
∠APB＝∠ABQ…③
また∠BAP＝∠QAB…④
③，④より
2組の角がそれぞれ等しいので
△ABP∽△AQB
(2) $3\sqrt{10}$ cm
問2
(1) エ
(2) $\sqrt{10}$ cm
問3 $3\sqrt{7}$ cm
解説
問2
(1)
△ABPと△AQBにおいて
共通なので∠BAP＝∠QAB…①
AB＝ACより∠ABC＝∠ACB
円周角の定理より∠APC＝∠ACB
よって∠ABQ＝∠APC…②
①，②より
2組の角がそれぞれ等しいので
△ABP∽△AQB
よってAB:AQ＝AP:AB
これよりAB^2＝AQ×AP
(2)
∠BAP＝90°よりBPが円Oの直径になる。
△ABP∽△AQBより∠QAB＝∠BAP＝90°
△ABQにおいて三平方の定理より
BQ＝$\sqrt{3^2+9^2}$ ＝$3\sqrt{10}$ cm
AB:AQ＝BP:QB
3:9＝BP: $3\sqrt{10}$
9BP＝3× $3\sqrt{10}$
BP＝ $\sqrt{10}$ cm
問3
△APCと△BPQにおいて
△ABCが正三角形だから∠APB＝∠ACB＝60°より，∠APC＝∠BPQ＝120°…①
$\overset{\frown}{PC}$に対する円周角より∠PAC＝∠PBQ…②
①，②より
2組の角がそれぞれ等しいので
△APC∽△BPQだから
PC:PQ＝AP:BP　2:3＝AP:6　3AP＝2×6　AP＝4 cm
また△ABP∽△AQBだから
AB:AQ＝AP:AB　AB:7＝4:AB　AB^2＝7×4　AB＞0　AB＝$2\sqrt{7}$ cm
よってAC＝AB＝$2\sqrt{7}$ cm
△APC∽△BPQだからPC:PQ＝AC:BQ　2:3＝$2\sqrt{7}$:BQ　2BQ＝3× $2\sqrt{7}$ 　BQ＝$3\sqrt{7}$ cm

【問 13】

図のように，長方形の紙 ABCD を，AE を折り目として頂点 B が辺 DC 上にくるように折り，頂点 B が移った点を F とする。

このとき，△ADF∽△FCE であることを次のように証明したい。

（愛知県 2012 年度 B）



$\boxed{\text{Ⅰ}}$ ，$\boxed{\text{Ⅱ}}$ にあてはまる最も適当なものを，$\boxed{\text{Ⅰ}}$ には下の A 群のアからウまで，$\boxed{\text{Ⅱ}}$ には B 群のエからカまでの中からそれぞれ選んで，そのかな符号を書きなさい。また，$\boxed{\text{a}}$ にはあてはまる数値を書きなさい。

ただし，AB＞BC とする。

〔証明〕△ADF と△FCE で，

∠ADF＝∠FCE＝90°…①

また，∠$\boxed{\text{Ⅰ}}$ ＋∠AFD＝$\boxed{\text{a}}$ °

∠$\boxed{\text{Ⅱ}}$ ＋∠AFD＝$\boxed{\text{a}}$ °

よって，∠$\boxed{\text{Ⅰ}}$＝∠$\boxed{\text{Ⅱ}}$…②

①，②から，2 組の角が，それぞれ等しいので，

△ADF∽△FCE

【A 群】　ア　AFE　イ　DFA　ウ　FAD

【B 群】　エ　CEF　オ　EFC　カ　AEF

解答欄

Ⅰ（　　　　），Ⅱ（　　　　），a（　　　　）

解答

Ⅰ　ウ

Ⅱ　オ

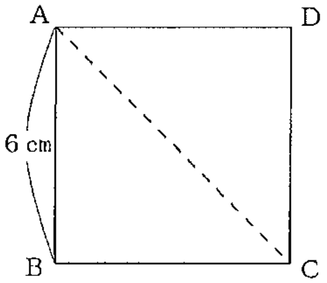
a　90

【問 14】

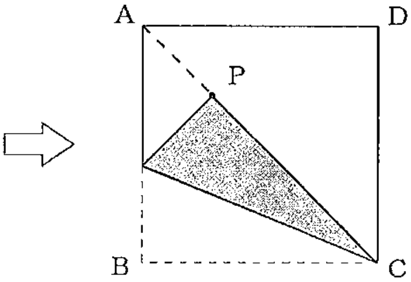
1 辺 6 cm の正方形の折り紙を，下の手順にしたがって折ると正八角形ができる。後の問1～問4に答えなさい。

（滋賀県　2012 年度）

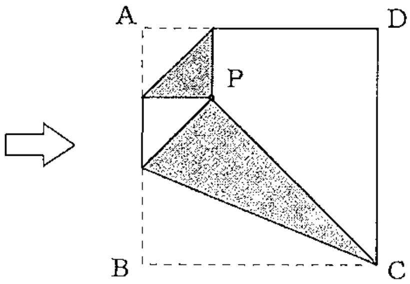
手順



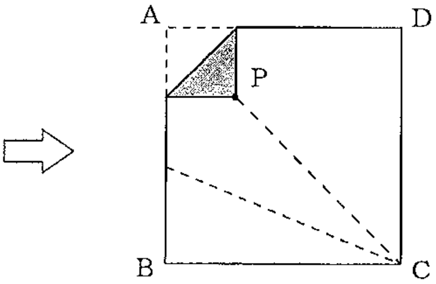
① 折り紙の頂点をA，B，C，Dとして，対角線ACに折り目をつける。



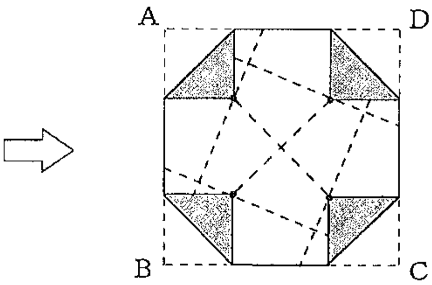
② 辺BCが対角線ACと重なるように折り返し，頂点Bが移った点をPとする。



③ 頂点Aが点Pと重なるように折る。



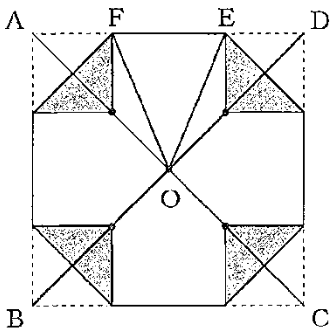
④ ②の折り返しをもとにもどす。



⑤ 頂点B，C，Dについて，①から④の手順を頂点Aの場合と同様に順に行う。

問1 手順⑤でできた正八角形は線対称な図形である。これを，対称の軸で 2 つ折りにするとき，できる図形が五角形になる対称の軸は何本あるか。求めなさい。

図1

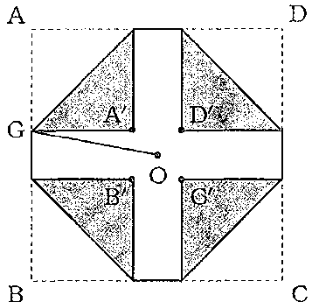


問2 この正八角形の 1 辺の長さは何 cm か。求めなさい。

問3 図1のように，もとの正方形の対角線の交点を O，正八角形の頂点の 2 つをそれぞれ E，F とする。このとき，△AOE∽△OFE であることを証明しなさい。

問4 図2のように，もとの正方形の各頂点を折り返した点をA′，B′，C′，D′とし，この4点をOA′＝OB′＝OC′＝OD′となるようにしながら，もとの正方形の対角線上を点Oに近づけていくと，塗りつぶした部分（）の面積が，白い部分（）の面積と等しくなった。このとき，八角形の頂点の1つをGとして，線分OGを半径とする円の面積は何cm^2か。求めなさい。ただし，円周率はπとする。

図2



解答欄

問1	本
問2	cm
問3	〔証明〕
問4	cm^2

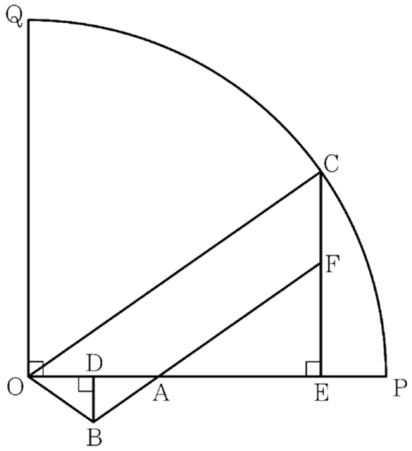
解答
問1　4 本
問2　$6\sqrt{2}-6$ cm
問3
〔証明〕
△AOE と△OFE で
共通な角だから
$\angle AEO = \angle OEF$…①
正方形だから
$\angle OAE = \frac{1}{2}\angle BAD = 45°$…②
また正八角形だから
$\angle FOE = 360° \div 8 = 45°$…③
②, ③より
$\angle OAE = \angle FOE$…④
①, ④から
2 組の角がそれぞれ等しいので
△AOE∽△OFE
問4　$(24-6\sqrt{6})\pi$ cm^2
解説
問2
できた正八角形において
折った部分の三角形は直角二等辺三角形である。
正八角形の 1 辺はこの直角二等辺三角形の斜辺となる。
これは正方形の対角線は等しいので AP と一致する。
直角二等辺三角形の辺の比の関係から
$AC = \sqrt{2}\,AB = \sqrt{2}\times 6 = 6\sqrt{2}$ cm
$CP = CB = 6$ cm
よって $AP = 6\sqrt{2}-6$ cm
問4
$AG = x$ cm とする。
塗りつぶした部分の面積＝十字の部分の面積　より
$\frac{1}{2}\times x\times x\times 4 = 6\times 6 - x\times x\times 4$
$2x^2 = 36 - 4x^2$
$6x^2 = 36$
$x^2 = 6$
$x > 0$ より
$x = \sqrt{6}$ cm
ここで O から AB に垂線をひき交点を H とする。
$GH = AH - AG = \frac{6}{2} - \sqrt{6} = 3 - \sqrt{6}$ cm
$OH = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}\times 6 = 3$ cm
△OGH において三平方の定理より
$OG^2 = GH^2 + OH^2 = (3-\sqrt{6})^2 + 3^2 = 9 - 6\sqrt{6} + 6 + 9 = 24 - 6\sqrt{6}$
よって半径を OG とする円の面積は
$\pi \times OG^2 = \pi\times(24-6\sqrt{6}) = (24-6\sqrt{6})\pi$ cm^2

【問 15】

図1，図2において，図形 OPQ は，中心角∠POQ の大きさが 90° のおうぎ形であり，OP＝9 cm である。A は線分 OP 上にあって O，P と異なる点であり，B は直線 OP について Q と反対側にある点である。3 点 B，A，O を結んでできる△BAO は，BO＝BA＝2 cm の二等辺三角形である。C は，O を通り直線 AB に平行な直線と$\overset{\frown}{PQ}$との交点である。D，E は，それぞれ B，C から直線 OP にひいた垂線と直線 OP との交点である。F は，直線 AB と直線 CE との交点である。このとき，AF＝5 cm である。OE＝x cm とし，$0<x<9$ とする。

円周率をπとして，次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

図1



（大阪府　2012 年度　前期）

問1　図1において，

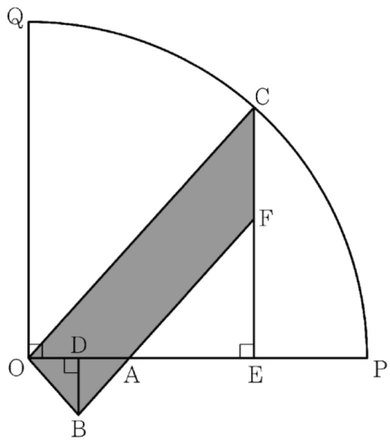
(1)　おうぎ形 OPQ の面積を求めなさい。

(2)　△OBD∽△OCE であることを証明しなさい。

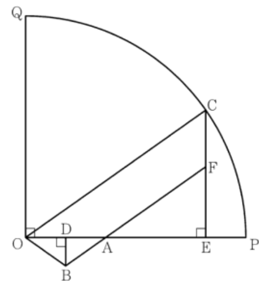
(3) OD＝EP となるときの x の値を求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

問2　図2は，x＝6　であるときの状態を示している。図2において，四角形 OBFC の面積を求めなさい。

図2



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>(1)</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>〔証明〕

</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>〔求め方〕

x の値</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">cm^2</td></tr>
</table>

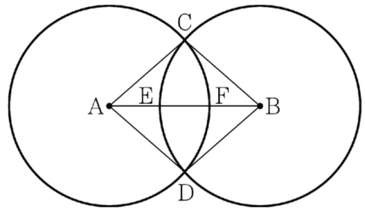
解答
問1
(1) $\dfrac{81}{4}\pi$　cm^2
(2)
〔証明〕
△OBDと△OCEにおいて
∠ODB＝∠OEC＝90°(仮定)…㋐
△BAOは二等辺三角形だから
∠BOA＝∠BAO…㋑
OC // BFだから
∠COE＝∠BAO (錯角)…㋒
㋑, ㋒より
∠BOA＝∠COE…㋓
㋐, ㋓より,
2組の角がそれぞれ等しいから
△OBD∽△OCE
(3)
〔求め方〕
△OBD∽△OCEだから
OD:OE＝OB:OC＝2:9
よってOD＝$\dfrac{2}{9}$OE
OD＝EPだから$\dfrac{2}{9}x=9-x$
これを解くと$x=\dfrac{81}{11}$
xの値　$\dfrac{81}{11}$
問2　$\dfrac{64}{9}\sqrt{5}$ cm^2
解説
問1
(1)
おうぎ形OPQの面積は$\pi\times 9^2\times\dfrac{90}{360}=\dfrac{81}{4}\pi$　cm^2
問2
△OCEにおいて三平方の定理よりCE＝$\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}$ cm
よって△OCE＝$\dfrac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{5}=9\sqrt{5}$ cm^2
また△AFE∽△OCEで
AF:OC＝5:9より
△AFE:△OCE＝$5^2:9^2=25:81$
よって△AFE＝$\dfrac{25}{81}\times 9\sqrt{5}=\dfrac{25\sqrt{5}}{9}$ cm^2
またEA:EO＝5:9よりEA:AO＝5:4　AO＝$6\times\dfrac{4}{9}=\dfrac{8}{3}$ cm^2　OD＝$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{8}{3}=\dfrac{4}{3}$ cm
△OBDにおいて三平方の定理よりBD＝$\sqrt{2^2-\left(\dfrac{4}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ cm
よって△OAB＝$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{8}{3}\times\dfrac{2\sqrt{5}}{3}=\dfrac{8\sqrt{5}}{9}$ cm^2
よって求める面積は△OCE－△AFE＋△OAB＝$9\sqrt{5}-\dfrac{25\sqrt{5}}{9}+\dfrac{8\sqrt{5}}{9}=\dfrac{64\sqrt{5}}{9}$ cm^2

【問 16】

図1，図2において，円 A，円 B は，それぞれ点 A，点 B を中心とする半径 4 cm の円である。円 A と円 B は 2 点で交わり，C，D は円 A と円 B との交点である。A と B とを結ぶ。円 A は線分 AB と B と異なる点で交わり，円 B は線分 AB と A と異なる点で交わる。E，F は，それぞれ円 B，円 A と線分 AB との交点である。

円周率を π として，次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

図1



（大阪府 2012 年度 後期）

問1 図1において，C と A，A と D，D と B，B と C とをそれぞれ結ぶ。

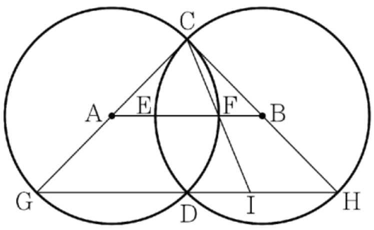
(1) 円 A の円周の長さを求めなさい。

(2) 次のア～カのうち，四角形 CADB の対称軸であるものはどれですか。すべて選び，記号を書きなさい。

ア 直線 AB	イ 直線 CE	ウ 直線 CD
エ 直線 CF	オ 直線 DE	カ 直線 DF

問2 図2において，G は円 A と直線 AC との交点のうち C と異なる点であり，H は円 B と直線 BC との交点のうち C と異なる点である。G と H とを結ぶ。このとき，線分 GH は D を通り，AB // GH である。I は，直線 CF と線分 GH との交点である。

図2



(1) △CAF∽△CGI であることを証明しなさい。

(2) ∠GCH＝90° のときの線分 IH の長さを求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

解答欄

問1	(1)	cm
	(2)	
問2	(1)	〔証明〕
	(2)	〔求め方〕 cm

解答
問1
(1)　8π　cm
(2)　ア, ウ
問2
(1)
〔証明〕
△CAFと△CGIにおいて
∠ACF＝∠GCI (共通)…㋐
AB // GHだから
∠CAF＝∠CGI (同位角)…㋑
㋐, ㋑より
2組の角がそれぞれ等しいから
△CAF∽△CGI
(2)
〔求め方〕
△CAF∽△CGIだから
AF：GI＝CA：CG＝1：2
よってGI＝2AF＝8 cm
CG＝CHであり, また∠GCH＝90°だから
GH：CG＝$\sqrt{2}$：1
よってGH＝$\sqrt{2}$CG＝$8\sqrt{2}$ cm
したがってIH＝GH－GI＝$8\sqrt{2}-8$ cm
答　$8\sqrt{2}-8$ cm
解説
問2
(2)
△CGHはCG＝CH＝8 cm
∠ACB＝90°の直角二等辺三角形なので
GH＝$\sqrt{2}$CG＝$8\sqrt{2}$ cm
△CAF∽△CGIより
CA：CG＝AF：GI　4：8＝4：GI
GI＝8 cm
よってIH＝$8\sqrt{2}-8$ cm

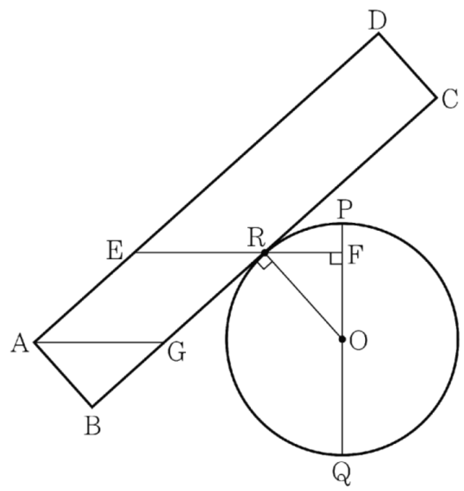
【問 17】

図1，図2において，円 O は点 O を中心とし半径が 4 cm の円であり，線分 PQ は円 O の直径である。R は，円 O 上にあって P，Q と異なる点である。四角形 ABCD は AB＝3 cm，AD＝16 cm の長方形であり，辺 BC と円 O とは R において接している。A は直線 BC について O と反対側にあり，BR＝8 cm である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は，その形のままでよい。

（大阪府　2012 年度　後期）

図1



問1　図1において，O と R とを結ぶ。このとき，∠BRO＝90° である。B は直線 OR について P と反対側にある。R を通り線分 PQ に垂直な直線と辺 AD は，A，D と異なる点で交わっている。E は，R を通り線分 PQ に垂直な直線と辺 AD との交点であり，直線 OR について P と反対側にある。F は，R を通り線分 PQ に垂直な直線と線分 PQ との交点である。G は，A を通り直線 EF に平行な直線と辺 BC との交点である。

(1) BG＝x cm とし，0＜x＜8 とするとき，線分 ED の長さを x を用いて表しなさい。

(2) △ABG∽△RFO であることを証明しなさい。

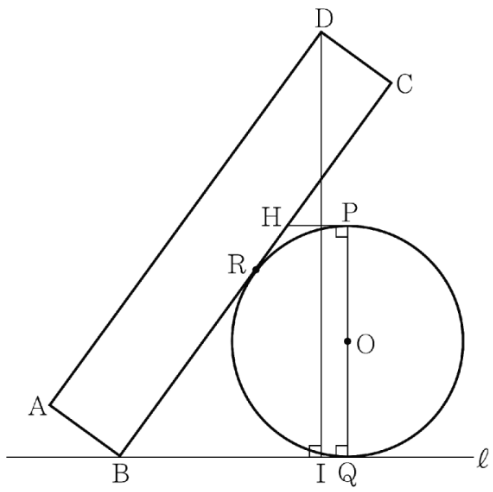
(3) FQ＝7 cm のときの△ABG の面積を求めなさい。

問2　図2において，ℓ は Q を接点とする円 O の接線であり，B は ℓ 上にある。H は，P を接点とする円 O の接線と辺 BC との交点である。このとき，∠HPQ＝∠BQP＝90° であり，BQ＝BR，HP＝HR である。I は，D から ℓ にひいた垂線と ℓ との交点である。

(1) 線分 HB の長さを求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

(2) 線分 DI の長さを求めなさい。

図2



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="3">問1</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>〔証明〕</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>〔求め方〕

cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
</table>

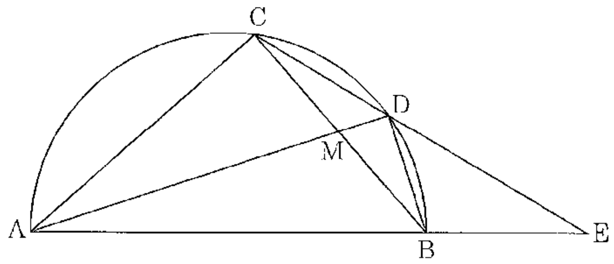
解答
問1
(1) $x+8$ cm
(2)
〔証明〕
△ABGと△RFOにおいて
四角形ABCDは長方形だから$\angle ABG=90^\circ$
$PQ \perp EF$だから$\angle RFO=90^\circ$
よって$\angle ABG=\angle RFO$…㋐
$\angle BAG=180^\circ-(\angle ABG+\angle AGB)$
$=90^\circ-\angle AGB$…㋑
$\angle FRO=180^\circ-(\angle BRO+\angle ERB)$
$=90^\circ-\angle ERB$…㋒
$EF \parallel AG$だから
$\angle AGB=\angle ERB$ (同位角)…㋓
㋑, ㋒, ㋓より
$\angle BAG=\angle FRO$…㋔
㋐, ㋔より
2組の角がそれぞれ等しいから
$\triangle ABG \backsim \triangle RFO$
(3) $\dfrac{27}{14}\sqrt{7}$ cm^2
問2
(1)
〔求め方〕
Hからℓにひいた垂線とℓとの交点をJとする。
$HR=y$ cmとすると四角形HJQPは長方形であり
また$BQ=BR$, $HP=HR$であるから
$HB=HR+BR=y+8$ cm
$BJ=BQ-JQ=8-y$ cm
$\angle HJB=90^\circ$だから$HB^2=BJ^2+HJ^2$
よって$(y+8)^2=(8-y)^2+8^2$
これを解くと$y=2$
したがって$HB=10$ cm
答 10cm
(2) $\dfrac{73}{5}$ cm

解説
問1
(1)
BG＝x cm のとき GR＝8－x cm
四角形 AGRE は向かい合う 2 組の辺がそれぞれ平行であるので平行四辺形である。
よって AE＝GR＝8－x cm
よって ED＝16－(8－x)＝x＋8 cm
(3)
OF＝7－4＝3 cm
△RFO において
三平方の定理より
RF＝$\sqrt{4^2-3^2}$ ＝$\sqrt{7}$ cm
よって△RFO＝$\frac{1}{2}\times\sqrt{7}\times 3=\frac{3\sqrt{7}}{2}$ cm^2
△ABG∽△RFO で
AB : RF＝3 : $\sqrt{7}$ より
面積比は $3^2:(\sqrt{7})^2=9:7$
よって△ABG＝$\frac{9}{7}$△RFO＝$\frac{9}{7}\times\frac{3\sqrt{7}}{2}=\frac{27\sqrt{7}}{14}$ cm^2
問2
(2)
BC と DI の交点を L とし H からℓにひいた垂線とℓとの交点を J とする。
△HBJ∽△LBI∽△LDC だから
△HBJ∽△LDC より
BJ : DC＝HB : LD
6 : 3＝10 : LD
6LD＝30
LD＝5 cm
三平方の定理より
LC＝$\sqrt{5^2-3^2}$ ＝4 cm
LB＝16－4＝12 cm
△HBJ∽△LBI より
HB : LB＝HJ : LI
10 : 12＝8 : LI
10LI＝96
LI＝$\frac{48}{5}$ cm
よって DI＝LD＋LI＝5＋$\frac{48}{5}=\frac{73}{5}$ cm

【問 18】

図のように，AB を直径とする半円の周上に点 C をとり，△ABC をつくる。BC の中点を M とし，AM の延長と半円との交点を D とする。また，線分 CD の延長と直径 AB の延長との交点を E とする。

AB＝6 cm，BC＝4 cm とするとき，次の問いに答えなさい。



（兵庫県　2012 年度）

問1 △ACM と△BDM が相似であることを，次のように証明した。$\boxed{\text{(i)}}$ にあてはまるものを【語群Ⅰ】から，$\boxed{\text{(ii)}}$ にあてはまるものを【語群Ⅱ】から選んで証明を完成させるとき，正しい組み合わせを，あとの【選択肢】ア～エから 1 つ選んで，その記号を書きなさい。

〔証明〕　△ACM と△BDM において

$\boxed{\text{(i)}}$

したがって $\boxed{\text{(ii)}}$ がそれぞれ等しいから

△ACM∽△BDM

【語群Ⅰ】	【語群Ⅱ】
a　M は BC の中点なので，CM＝BM	e　3 組の辺の比
b　A，B，C，D は円周上の点なので，AC:AM＝BD:BM	f　2 組の辺の比とその間の角
c　弧 CD に対する円周角は等しいから，∠CAM＝∠DBM	g　2 組の角
d　対頂角は等しいから，∠AMC＝∠BMD	h　1 組の辺とその両端の角

【選択肢】

ア	$\boxed{\text{(i)}}$ … a，b	$\boxed{\text{(ii)}}$ … e
イ	$\boxed{\text{(i)}}$ … b，d	$\boxed{\text{(ii)}}$ … f
ウ	$\boxed{\text{(i)}}$ … c，d	$\boxed{\text{(ii)}}$ … g
エ	$\boxed{\text{(i)}}$ … a，c，d	$\boxed{\text{(ii)}}$ … h

問2 線分 AC の長さは何 cm か，求めなさい。

問3 線分 DM の長さは何 cm か，求めなさい。

問4 △BDE の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

解答欄

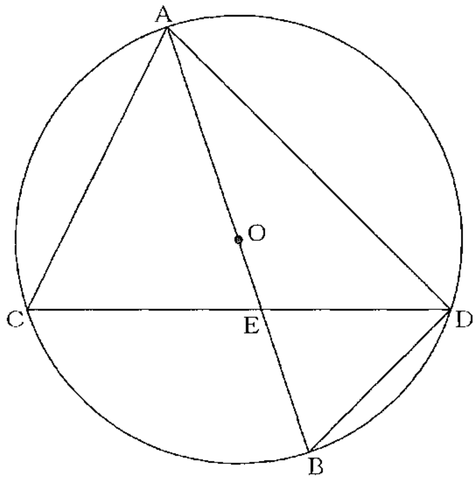
問1	
問2	cm
問3	cm
問4	cm^2

解答
問1 ウ
問2 $2\sqrt{5}$ cm
問3 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ cm
問4 $\dfrac{14\sqrt{5}}{15}$ cm^2
解説
問4
△ACM∽△BDM より
AC : BD＝AM : BM
$2\sqrt{5}$: BD＝$2\sqrt{6}$: 2
$2\sqrt{6}$ BD＝$4\sqrt{5}$
BD＝$\dfrac{\sqrt{30}}{3}$ cm
△BDE と△CAE は 2 組の角がそれぞれ等しいので相似になる。
BD : CA＝$\dfrac{\sqrt{30}}{3}$: $2\sqrt{5}$ ＝1 : $\sqrt{6}$
よって△BDE : △CAE＝$1^2 : (\sqrt{6})^2$＝1 : 6
△BDE＝S とおくと△CAE＝$6S$
四角形 ABDC の面積は $6S-S=5S$ と表せる。
ここで M は BC の中点より
△ACM＝△ABM，△DCM＝△DBM だから
△ACD＝△ABD＝$\dfrac{1}{2}\times\left(2\sqrt{6}+\dfrac{\sqrt{6}}{3}\right)\times\dfrac{\sqrt{30}}{3}=\dfrac{7\sqrt{5}}{3}$ cm^2
四角形 ABCD＝$\dfrac{7\sqrt{5}}{3}\times 2=\dfrac{14\sqrt{5}}{3}$ cm^2
よって $5S=\dfrac{14\sqrt{5}}{3}$　$S=\dfrac{14\sqrt{5}}{15}$ cm^2

【問 19】

右の図で，2 点 C，D は線分 AB を直径とする円 O の周上にあり，AB＝6 cm，∠ADC＝45° である。また，点 E は線分 AB と線分 CD との交点であり，OE＝1 cm である。各問いに答えよ。

（奈良県　2012 年度）



問1　△ACD∽△EBD であることを証明せよ。

問2　点 B を含まない方の$\overset{\frown}{AC}$の長さを求めよ。ただし，円周率は π とする。

問3　△ACD の面積を求めよ。

解答欄

問1	〔証明〕
問2	cm
問3	cm^2

解答
問1
〔証明〕
△ACD と△EBD において
1 つの弧に対する円周角は等しいから
∠ACD＝∠ABD
すなわち∠ACD＝∠EBD…①
仮定より
∠ADC＝45°…②
半円の弧に対する円周角は直角であることから
∠ADB＝90°…③
②, ③より
∠EDB＝∠ADB－∠ADC＝45°…④
②, ④より
∠ADC＝∠EDB…⑤
①, ⑤より
2 組の角がそれぞれ等しいから
△ACD∽△EBD

問2 $\frac{3}{2}\pi$ cm

問3 $\frac{54}{5}$ cm^2

解説
問2
円周角の定理より
∠AOC＝2∠ADC＝2×45°＝90°
よって AC＝$2\pi\times3\times\frac{90}{360}=\frac{3}{2}\pi$ cm
問3
CO を結ぶ。
△COE において三平方の定理より
CE＝$\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$ cm
△EAC と△EDB において
円周角の定理より
∠EAC＝∠EDB
対頂角なので
∠AEC＝∠DEB
よって 2 組の角がそれぞれ等しいので
△EAC∽△EDB
よって EA : ED＝EC : EB
4 : ED＝$\sqrt{10}$: 2
$\sqrt{10}$ ED＝8
ED＝$\frac{4\sqrt{10}}{5}$ cm
よって CE : ED＝$\sqrt{10}:\frac{4\sqrt{10}}{5}$＝5 : 4 より
△ACD＝$\frac{9}{5}$△ACE＝$\frac{9}{5}\times\frac{1}{2}\times4\times3=\frac{54}{5}$ cm^2

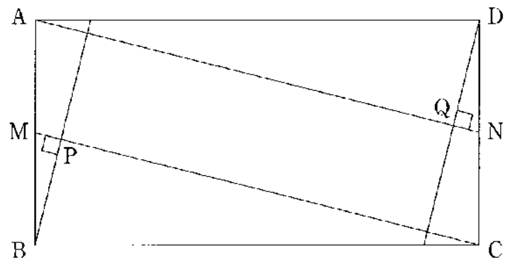
【問 20】

図1で，四角形 ABCD は，AB＝2 cm，AD＝4 cm の長方形である。2 点 M，N は，それぞれ辺 AB，CD の中点である。また，直線 BP，DQ は，それぞれ線分 CM，AN と垂直に交わっている。

次の問1～問4に答えなさい。

（和歌山県　2012 年度）

図1



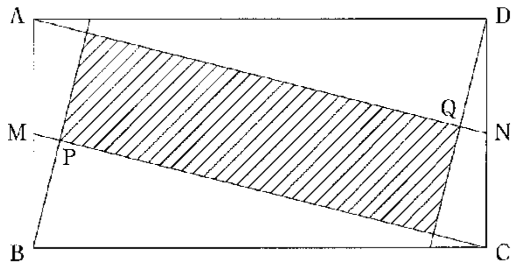
問1　四角形 AMCN の面積を求めなさい。

問2　3 点 A，D，N を通る円の半径を求めなさい。

問3　△ADQ∽△DNQ を証明しなさい。

問4　図2の の部分の面積は，四角形 ABCD の面積の何倍か，求めなさい。

図2



解答欄

問1	cm^2
問2	cm
問3	〔証明〕
問4	倍

解答

問1　$4\ \mathrm{cm}^2$

問2　$\dfrac{\sqrt{17}}{2}\ \mathrm{cm}$

問3

△ADQと△DNQで
AN⊥DQより
∠AQD＝∠DQN＝90°…①
△ADQで∠AQD＝90°より
∠DAQ＝90°－∠ADQ…②
また，∠ADN＝90°より
∠NDQ＝90°－∠ADQ…③
②，③より
∠DAQ＝∠NDQ…④
①，④より
2組の角がそれぞれ等しいので
△ADQ∽△DNQ

問4　$\dfrac{7}{17}$倍

解説

問2

∠AND＝90°よりANがA，D，Nを通る円の直径となる。
△ANDにおいて三平方の定理より
$\mathrm{AN}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}\ \mathrm{cm}$
よって求める半径は$\dfrac{\sqrt{17}}{2}\ \mathrm{cm}$

問4

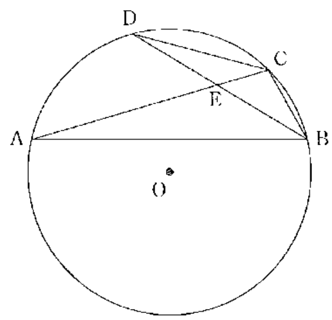
△DNQ＝Sとする。
△ADQ∽△DNQ
AD : DN＝4 : 1より
△ADQ : △DNQ＝$4^2 : 1^2$＝16 : 1
よって△ADQ＝$16S$
長方形ABCD＝4△AND＝$4\times17S=68S$
また直線DQとCMとの交点をRとする。
四角形AMCNは1組の辺が平行で長さが等しいので平行四辺形である。
AN // MCより
△DCR∽△DNQ
DC : DN＝2 : 1より
△DCR : △DNQ＝$2^2 : 1^2$＝4 : 1
△DCR＝$4S$
斜線部分の面積は$68S-2\times16S-2\times4S=28S$
よって斜線部分の面積は四角形ABCDの$\dfrac{28S}{68S}=\dfrac{7}{17}$倍

【問 21】

図1のように，円 O の周上に 4 点 A，B，C，D があり，∠ABC＝60°である。線分 BD は∠ABC の二等分線であり，線分 AC と線分 BD との交点を E とする。次の問1～問3に答えなさい。

（島根県　2012 年度）

図1



問1　∠ACD の大きさを求めなさい。

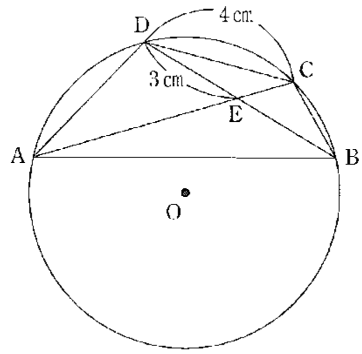
問2　△BCD∽△CED であることを証明しなさい。

問3　図2のように，CD＝4 cm，DE＝3 cm のとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1)　線分 BE の長さを求めなさい。

(2)　四角形 ABCD の面積を求めなさい。

図2



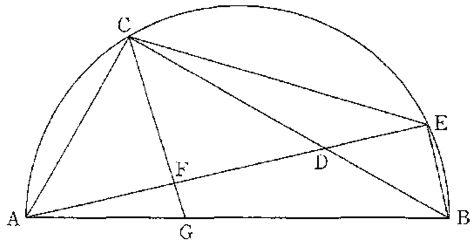
解答欄

問1	°	
問2	〔証明〕	
問3	(1)	cm
	(2)	cm^2

解答
問1　30°
問2
〔証明〕
△BCDと△CEDで
∠BDCと∠CDEは共通な角なので
∠BDC＝∠CDE…①
BDは∠ABCの二等分線だから∠CBD＝∠ABD
弧$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角の大きさは等しいので
∠ACD＝∠ABD
よって∠CBD＝∠ECD…②
①, ②より
2組の角がそれぞれ等しいので
△BCD∽△CED
問3
(1)　$\frac{7}{3}$ cm
(2)　$\frac{64\sqrt{3}}{9}$ cm^2
解説
問3
(2)
$\triangle CDE : \triangle CBE = DE : BE = 3 : \frac{7}{3} = 9 : 7$
同様に$\triangle ADE : \triangle ABE = 9 : 7$
これより$\triangle ABC = \triangle CBE + \triangle ABE = \frac{7}{9}\triangle CDE + \frac{7}{9}\triangle ADE = \frac{7}{9}\triangle ADC$
ここで△ADCは$\angle DCA = \angle DAC = 30^\circ$の二等辺三角形だから
DからACに垂線をひき交点をHとすると
$DH = \frac{1}{2}DC = \frac{4}{2} = 2$ cm
$CH = AH = \sqrt{3}\,DH = 2\sqrt{3}$ cm
よって$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3}$ cm
$\triangle ABC = \frac{7}{9} \times 4\sqrt{3} = \frac{28\sqrt{3}}{9}$ cm^2
求める四角形ABCDの面積は
$\triangle ADC + \triangle ABC = 4\sqrt{3} + \frac{28\sqrt{3}}{9} = \frac{64\sqrt{3}}{9}$ cm^2

【問 22】

右の図のように，線分 AB を直径とする半円がある。この半円の弧 $\overset{\frown}{AB}$ 上に 2 点 A，B と異なる点 C をとり，点 A と点 C，点 B と点 C をそれぞれ結ぶ。ただし，AC＜BC とする。線分 BC 上に点 D を CA＝CD となるようにとり，直線 AD をひき，弧 $\overset{\frown}{AB}$ との交点のうち，点 A と異なる点を E とし，点 E と点 B，点 E と点 C をそれぞれ結ぶ。点 C を通り線分 EB と平行な直線をひき，線分 AE と交わる点を F，線分 AB と交わる点を G とする。



このとき，次の問1では指示に従って答え，問2では $\boxed{}$ に適当な数を書き入れなさい。

（岡山県　2012 年度）

問1　△AEC∽△CBG を証明しなさい。

問2　AB＝4 cm，AC＝2 cm であるとき，

∠CAD＝$\boxed{(ア)}$°，∠ACE＝$\boxed{(イ)}$°，CF＝$\boxed{(ウ)}$ cm である。

また，BD＝$\boxed{(エ)}$ cm であり，△CDE の面積は $\boxed{(オ)}$ cm^2 である。

解答欄

問1	〔証明〕	
問2	(ア)	°
	(イ)	°
	(ウ)	cm
	(エ)	cm
	(オ)	cm^2

解答
問1
〔証明〕
△AEC と△CBG において
弧$\overset{\frown}{AC}$に対する円周角は等しいから
∠AEC＝∠CBG…①
弧$\overset{\frown}{CE}$に対する円周角は等しいから
∠CAE＝∠CBE…②
また EB // CG なので錯角は等しいから
∠CBE＝∠GCB…③
②, ③から∠CAE＝∠GCB…④
①, ④から
2 組の角がそれぞれ等しいので
△AEC∽△CBG
問2
(ア) 45°
(イ) 105°
(ウ) $\sqrt{2}$ cm
(エ) $2\sqrt{3}-2$ cm
(オ) $\sqrt{3}-1$ cm^2
解説
問2
AB は直径より∠ACB＝90°
CA＝CD より△ABC は直角二等辺三角形だから
∠CAD＝45°…(ア)
AD＝$\sqrt{2}$ AC＝$2\sqrt{2}$ cm
また△ABC において
∠ACB＝90°, AC:AB＝1:2 より
△ABC は∠CAB＝60° の直角三角形で
BC＝$\sqrt{3}$ AC＝$2\sqrt{3}$ cm ある。
また円周角の定理より
∠BCE＝∠BAE
よって∠ACE＝∠ACB＋∠BCE＝∠ACB＋∠BAE＝$90^\circ+60^\circ-45^\circ=105^\circ$…(イ)
円周角の定理より
∠AEB＝90°
CG // EB より錯角は等しいので
∠CFD＝90°
よって二等辺三角形の性質より
AF＝DF＝$\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$ cm
△CFD も直角二等辺三角形になるから
CF＝FD＝$\sqrt{2}$ cm…(ウ)
また BD＝BC－CD＝$2\sqrt{3}-2$ cm…(エ)
△CEF は∠CFE＝90°, ∠CEF＝30° の直角三角形より
EF＝$\sqrt{3}$ CF＝$\sqrt{3}\times\sqrt{2}=\sqrt{6}$ cm　DE＝$\sqrt{6}-\sqrt{2}$ cm
よって△CDE＝$\dfrac{1}{2}\times$DE$\times$CF＝$\dfrac{1}{2}\times(\sqrt{6}-\sqrt{2})\times\sqrt{2}=\sqrt{3}-1$ cm^2…(オ)

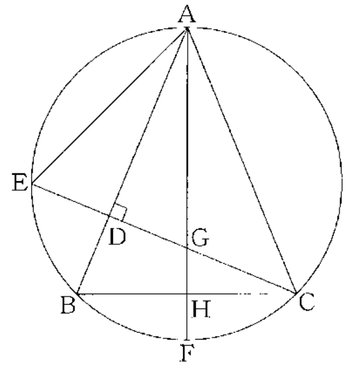
【問 23】

右の図のような円があり，異なる 3 点 A，B，C は円周上の点で，AB＝AC，∠BAC は鋭角である。点 C から線分 AB に垂線をひき，その交点を D とする。直線 CD と円との交点のうち，点 C と異なる点を E とし，点 E と点 A を結ぶ。

また，円周上に，点 E と異なる点 F を，$\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{BF}$となるようにとる。線分 AF と線分 CE，線分 BC との交点をそれぞれ G，H とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（香川県　2012 年度）



問1　△ADE∽△AHB　であることを証明せよ。

問2　点 B と点 E を結ぶとき，BE＝CG　であることを証明せよ。

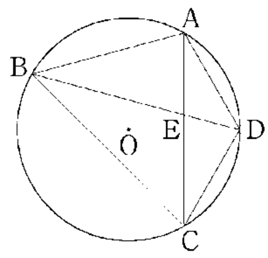
解答欄

問1	〔証明〕
問2	〔証明〕

解答
問1
〔証明〕
△ADE と△AHB において
$\overset{\frown}{\mathrm{BE}}$＝$\overset{\frown}{\mathrm{BF}}$より等しい弧に対する円周角は等しいから
∠BAE＝∠FAB
∠BAE＝∠DAE，∠FAB＝∠HAB だから
∠DAE＝∠HAB…①
$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$に対する円周角は等しいから
∠AEC＝∠ABC
∠AEC＝∠AED，∠ABC＝∠ABH だから
∠AED＝∠ABH…②
①，②より
2 組の角がそれぞれ等しいから
△ADE∽△AHB
問2
〔証明〕
△ABE と△ACG において
仮定より AB＝AC…①
$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$に対する円周角は等しいから
∠ABE＝∠ACE
∠ACE＝∠ACG だから
∠ABE＝∠ACG…②
また問1より
△ADE∽△AHB だから
∠AED＝∠ABH…③
∠ADE＝∠AHB
仮定より∠ADE＝90°だから
∠AHB＝90°…④
△AED は直角三角形だから③より
∠EAD＝90°－∠AED＝90°－∠ABH＝90°－∠ABC
④より∠AHC＝180°－∠AHB＝90°であり△ACH は直角三角形だから
∠HAC＝90°－∠ACH＝90°－∠ACB
AB＝AC より∠ABC＝∠ACB だから
∠EAD＝∠HAC
∠EAD＝∠EAB，∠HAC＝∠GAC だから
∠EAB＝∠GAC…⑤
①，②，⑤より
1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいから
△ABE≡△ACG
よって BE＝CG
解説
問2
△AEB と△ACG において
仮定より，AB＝AC…①
$\overset{\frown}{\mathrm{AE}}$に対する円周角より∠ABE＝∠ACG…②
△ADE∽△AHB より∠AHB＝∠ADE＝90°…③
AC に対する円周角より∠AEC＝∠ABC，AB＝AC より∠ABC＝∠ACB
よって∠AED＝∠ACH…④
∠EAB＝∠ADE－∠AED＝90°－∠AED…⑤
∠GAC＝∠AHC－∠ACH＝90°－∠ACH…⑥
③，④，⑤，⑥より∠EAB＝∠GAC…⑦
①，②，⑦より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
△AEB≡△ACG
よって BE＝CG

【問 24】

半径 2 cm の円 O がある。図のように，円 O の周上に 4 点 A，B，C，D を，$\overset{\frown}{AB}$の長さが円周の長さの $\frac{1}{4}$ 倍，$\angle BAD = 105^\circ$，$\overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD}$となるようにとり，四角形 ABCD をつくる。対角線 AC，BD をひき，その交点を E とする。



次の問1は指示にしたがって答え，問2は □ の中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。

ただし，根号を使う場合は $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい整数にすること。

（福岡県　2012 年度）

問1　上の図において，△ABD と相似な三角形を 1 つ選び，その三角形と△ABD が相似であることを，□ の中に証明せよ。

問2　辺 BA，CD をそれぞれ延長し，その交点を P とするとき，線分 AP の長さは □ cm である。

解答欄

問1	〔証明〕
問2	cm

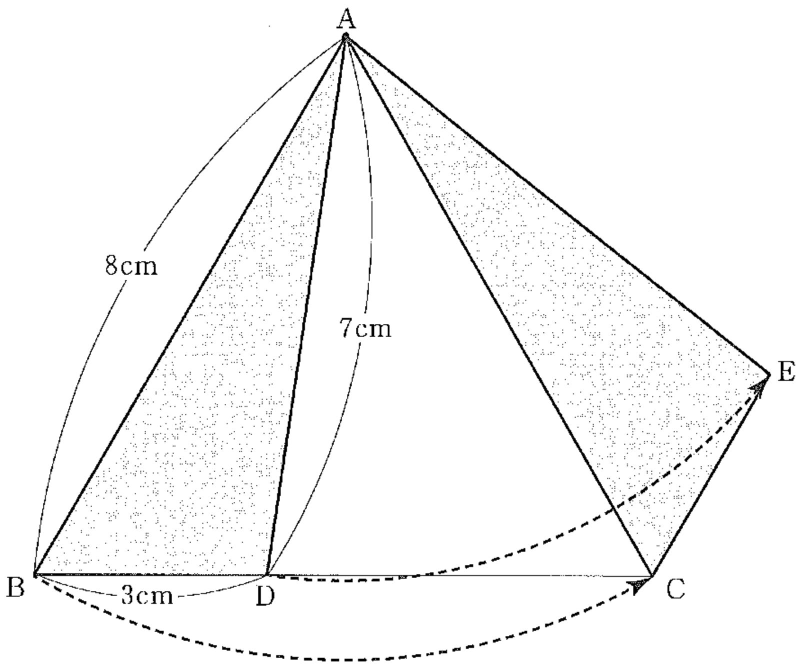
解答
問1
〔証明〕
(△EBCと△ABDにおいての例)
△EBCと△ABDにおいて
$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角は等しいから
∠ECB＝∠ADB…①
$\overset{\frown}{CD}$＝$\overset{\frown}{AD}$から
∠EBC＝∠ABD…②
①, ②より
2組の角がそれぞれ等しいので
△EBC∽△ABD
問2 $\sqrt{6}$ cm
解説
問2
△ABCにおいて中点連結定理より
MN // BC
$\angle AOB = 360^\circ \times \dfrac{1}{4} = 90^\circ$ より
△OABは直角二等辺三角形だから
$AB = \sqrt{2}\,OA = 2\sqrt{2}$ cm
円周角の定理より
$\angle ACB = \dfrac{1}{2}\angle AOB = \dfrac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ \quad \angle ADB = \angle ACB = 45^\circ$
△ABDにおいて$\angle ABD = 180^\circ - 45^\circ - 105^\circ = 30^\circ$
よって∠ACD，∠CBD，∠CADも30°
AからBDに垂線をひき交点をHとすると
△ABEにおいて $AE = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$ cm
△AEDにおいて $AD = \sqrt{2}\,AE = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ cm
DからACに垂線をひき交点をKとする。
△AEDにおいて $DE = \dfrac{AD}{2} = \dfrac{2}{2} = 1$ cm
$AE = \sqrt{3}\,DE = \sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$ cm
よって $AC = 2\sqrt{3}$ cm
△ABD∽△ACPだから
AB : AC＝AD : AP
$2\sqrt{2} : 2\sqrt{3} = 2 : AP$
$2\sqrt{2}\,AP = 4\sqrt{3}$
$AP = \sqrt{6}$ cm

【問 25】

図のように，1 辺の長さが 8 cm の正三角形 ABC があり，辺 BC 上に BD＝3 cm となる点 D をとると，AD＝7 cm となる。△ABD を，点 A を回転の中心として，辺 AB を辺 AC に移すように回転移動した三角形を△ACE とする。

このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（佐賀県　2012 年度　特色）



問1 「△ADE は正三角形である」ことを，次の［証明］のようにして示した。このとき，①，②にあてはまる数または記号を書きなさい。

［証明］

△ADE において，

△ACE は，△ABD を，点 A を回転の中心として $\boxed{①}$° 回転移動した三角形なので

∠DAE＝$\boxed{①}$°　…①

また，AD＝$\boxed{②}$＝7 cm より，△ADE は二等辺三角形である。

二等辺三角形の 2 つの底角は等しいから

∠ADE＝∠AED　…②

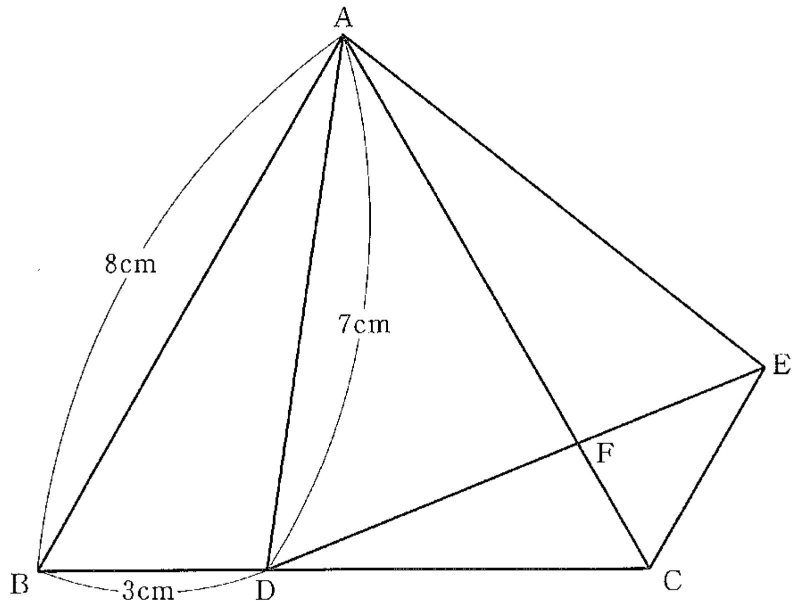
①，②より，∠ADE＝∠AED＝$\boxed{①}$°

よって，

3 つの角がすべて等しいので，△ADE は正三角形である。

問2　下の図のように，線分 AC と線分 DE の交点を F とする。

このとき，(1)～(4)の各問いに答えなさい。



(1)　$\triangle ABD \backsim \triangle AEF$ であることを証明しなさい。ただし，問1で証明したことがらを利用してもよい。

(2) AF の長さを求めなさい。

(3) DF : FE を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(4)　$\triangle ADC$ の面積を S_1，$\triangle FCE$ の面積を S_2 とするとき，$S_1 : S_2$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

問1	①	
	②	
問2	(1)	
	(2)	cm
	(3)	DF：FE＝　　：
	(4)	S_1：S_2＝　　：

解答
問1
① 60
② AE
問2
(1)
△ABDと△AEFにおいて
△ACEは，△ABDを回転移動した三角形だから
△ABDと△ACEは合同となり
∠BAD＝∠EAF …①
△ABCと△ADEは正三角形だから
∠ABD＝∠AEF＝60°…②
①，②より
2組の角がそれぞれ等しいので
△ABD∽△AEF
(2) $\frac{49}{8}$ cm
(3) DF：FE＝ 5：3
(4) $S_1:S_2=64:9$
解説
問2
(2)
△ABD∽△AEFより
AB：AE＝AD：AF
8：7＝7：AF
8AF＝49
AF＝$\frac{49}{8}$ cm
(3)
△ABD∽△AEFより
AB：AE＝BD：EF
8：7＝3：EF
8EF＝21
EF＝$\frac{21}{8}$ cm
DF＝$7-\frac{21}{8}=\frac{35}{8}$
よってDF：FE＝$\frac{35}{8}:\frac{21}{8}=5:3$
(4)
△ADCと△EFCにおいて
∠ACD＝∠FCF＝60°…①
△ABD∽△AEFより∠ADB＝∠AFE…②
∠ADC＝180°－∠ADB…③
∠EFC＝180°－∠AFE…④
②，③，④より
∠ADC＝∠EFC…⑤
①，⑤より
2組の角がそれぞれ等しいので
△ADC∽△EFC
AC：EC＝8：3より
△ADC：△EFC＝$8^2:3^2=64:9$
$S_1:S_2=64:9$

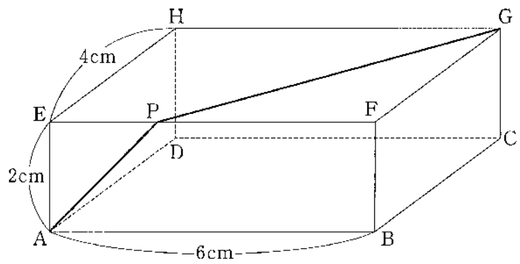
【問26】

図1のように，AB＝6 cm，AE＝2 cm，EH＝4 cmの直方体があり，頂点Aから頂点Gまで，黒いひもを辺EFに交わるようにかける。黒いひもの長さが最も短くなるとき，黒いひもと辺EFが交わる点をPとする。

このとき，問1～問3に答えなさい。

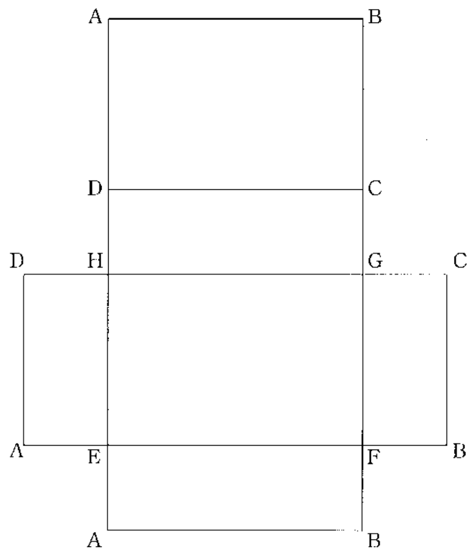
（佐賀県　2012年度　一般）

図1



問1 黒いひもが通る線を，直方体の展開図図2に図示しなさい。

図2



問2 黒いひもの長さを求めなさい。

問3 図1の直方体に，頂点Bから頂点Dまで赤いひもを辺EF，辺HGの順に交わるようにかける。赤いひもの長さが最も短くなるとき，赤いひもと辺EFが交わる点をQ，赤いひもと辺HGが交わる点をR，赤いひもと黒いひもが交わる点をSとする。

このとき，(1)～(4)の各問いに答えなさい。

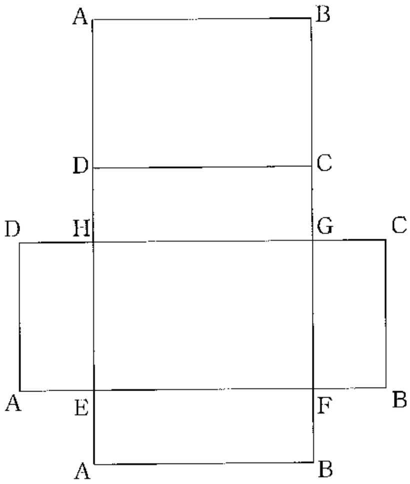
(1) △SPQ∽△SGRであることを証明しなさい。

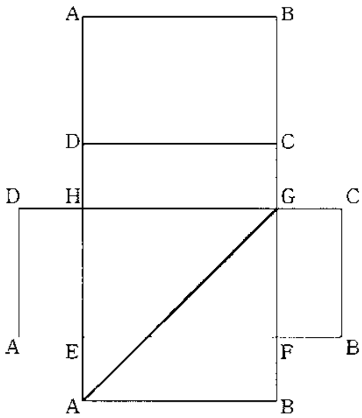
(2) HRの長さを求めなさい。

(3) RQの長さを求めなさい。

(4) RSの長さを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="2">cm</td></tr>
<tr><td rowspan="4">問3</td><td>(1)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(3)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(4)</td><td>cm</td></tr>
</table>

解答
問1


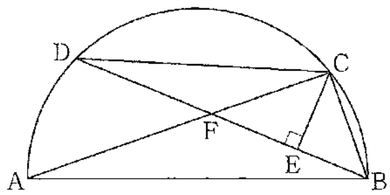
問2　$6\sqrt{2}$ cm
問3
(1)
△SPQと△SGRにおいて
対頂角は等しいので
∠PSQ＝∠GSR…①
PQ // GRより錯角は等しいので
∠SPQ＝∠SGR…②
①, ②より
2組の角がそれぞれ等しいので
△SPQ∽△SGR
(2)　$\frac{3}{2}$ cm
(3)　5 cm
(4)　$\frac{45}{14}$ cm
解説
問3
(3)
△DABにおいて
三平方の定理より
DB＝$\sqrt{8^2+6^2}$ ＝10 cm
HR // EQ // ABより
DR:RQ:QR＝DH:HE:EA＝2:4:2＝1:2:1
よってRQ＝$\frac{2}{4}$DB＝$\frac{2}{4}$×10＝5 cm
(4)
RG＝6－$\frac{3}{2}$ ＝$\frac{9}{2}$ cm
EP // HGよりEP:6＝2:6　EP＝2 cm
BF // ADよりFQ:QE＝FB:DE＝2:6＝1:3
よってFQ＝$\frac{1}{4}$EF＝$\frac{1}{4}$×6＝$\frac{3}{2}$ cm
PQ＝6－2－$\frac{3}{2}$ ＝$\frac{5}{2}$ cm
RG // PQより
RS:SQ＝RG:PQ＝$\frac{9}{2}$: $\frac{5}{2}$ ＝9:5
よってRS＝$\frac{9}{14}$RQ＝$\frac{9}{14}$×5＝$\frac{45}{14}$ cm

【問 27】

右の図は，線分 AB を直径とする半円で，点 C は $\overset{\frown}{AB}$ 上にあり，点 D は $\overset{\frown}{AC}$ 上にある。点 E は C から線分 BD にひいた垂線と BD との交点であり，点 F は線分 AC と線分 DE との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県　2012 年度）



問1　△ABC∽△DCE であることを証明しなさい。

問2　AB＝12 cm，BC＝4 cm，CD＝9 cm のとき，

(1) 線分 CE の長さを求めなさい。

(2) 線分 EF の長さを求めなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="2">〔証明〕</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問2</td><td>(1)</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>cm</td></tr>
</table>

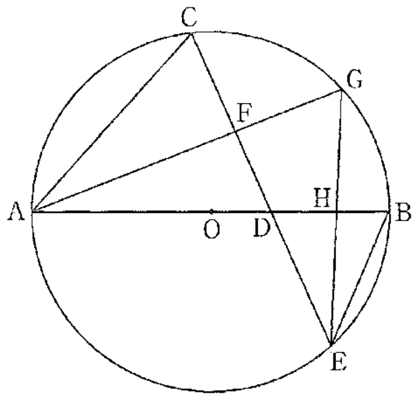
解答
問1
〔証明〕
△ABCと△DCEにおいて
∠BACと∠CDEは$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角だから
∠BAC＝∠CDE…①
ABは半円の直径だから
∠ACB＝90°…②
一方，CE⊥BDだから
∠DEC＝90°…③
②，③より
∠ACB＝∠DEC…④
①，④より
2組の角がそれぞれ等しいから
△ABC∽△DCE
問2
(1) 3 cm
(2) $\dfrac{9\sqrt{7}}{7}$ cm

【問 28】

右の図は，点 O を中心とする円で，線分 AB は円の直径である。点 C は円 O の周上にあり，点 D は線分 AB 上にあって，AC＝AD である。点 E は CD の延長と円 O との交点である。点 F は線分 CD 上にあって，点 G は AF の延長と円 O との交点である。また，点 H は線分 AB と線分 GE との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県　2012 年度）



問1 △ADF∽△EBH であることを証明しなさい。

問2 AB＝12 cm，AC＝8 cm，DF＝3 cm のとき，線分 BH の長さを求めなさい。ただし，根号がつくときは，根号のついたままで答えること。

解答欄

問1	〔証明〕
問2	cm

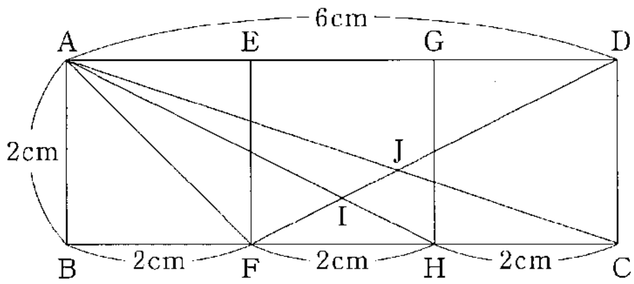
解答
問1
〔証明〕
△ADFと△EBHにおいて
∠FADと∠HEBは$\overset{\frown}{BG}$に対する円周角だから
∠FAD＝∠HEB…①
AC＝ADだから
∠ADF＝∠ACE…②
∠EBHと∠ACEは$\overset{\frown}{AE}$に対する円周角だから
∠EBH＝∠ACE…③
②, ③より
∠ADF＝∠EBH…④
①, ④より
2組の角がそれぞれ等しいから
△ADF∽△EBH
問2 $\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$ cm
解説
問2
△OEB∽△EBDだから
OE : EB＝EB : BD
6 : EB＝EB : 4
EB^2＝24
EB＞0より
EB＝$2\sqrt{6}$ cm
また△ADF∽△EBHだから
AD : EB＝DF : BH
8 : $2\sqrt{6}$ ＝3 : BH
8BH＝$6\sqrt{6}$
BH＝$\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$ cm

【問 29】

図のような，長方形 ABCD があり，AB＝2 cm，AD＝6 cm である。この長方形の中に，1 辺の長さが 2 cm の正方形 ABFE, EFHG, GHCD をつくる。点 I は線分 AH と線分 DF との交点，点 J は線分 AC と線分 DF との交点である。

このとき，次の問1～問4に答えなさい。

（宮崎県　2012 年度）



問1 ∠AFC の大きさを求めなさい。

問2 線分 AF と線分 CF の長さの比 AF : CF は 1 : $\boxed{}$ である。このとき，$\boxed{}$ にあてはまる数を求めなさい。

問3 △AFH∽△CFA であることを証明しなさい。

問4 △AIJ の面積を求めなさい。

解答欄

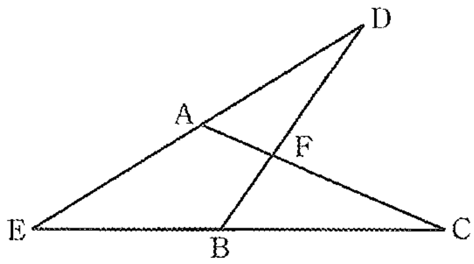
問1	∠AFC＝　　　　度
問2	
問3	〔証明〕
問4	cm^2

解答
問1 $\angle$AFC＝135 度
問2 $\sqrt{2}$
問3
〔証明〕
△AFH と△CFA で
AF : CF＝$2\sqrt{2}$: 4＝1 : $\sqrt{2}$ …①
FH : FA＝2 : $2\sqrt{2}$ ＝1 : $\sqrt{2}$ …②
①, ②より
AF : CF＝FH : FA…③
また,
$\angle$AFH＝$\angle$CFA (共通)…④
よって③, ④より
2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので
△AFH∽△CFA
問4 $\frac{9}{10}$ cm^2
解説
問4
AD // BC より
平行線と線分の比の定理から
FJ : DJ＝FC : DA＝4 : 6＝2 : 3
同様に FI : DI＝FH : DA＝2 : 6＝1 : 3
$\triangle \mathrm{AIJ} = \triangle \mathrm{AFJ} - \triangle \mathrm{AFI} = \frac{2}{5}\triangle \mathrm{AFD} - \frac{1}{4}\triangle \mathrm{AFD} = \frac{3}{20}\triangle \mathrm{AFD} = \frac{3}{20} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = \frac{9}{10}$ cm^2

【問 30】

右の図の 4 点 A, B, C, D が同じ円周上にあるとき, 図の中には相似な三角形の組がいくつかある。そのうちの 1 組を選び, 相似であることを証明せよ。

（鹿児島県　2012 年度）



解答欄

〔証明〕

解答

〔証明〕

△AFD と△BFC において

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する円周角は等しいから

∠ADF＝∠BCF…①

対頂角は等しいから

∠AFD＝∠BFC…②

①, ②より

2 組の角がそれぞれ等しいから

△AFD∽BFC