

## 2.平面図形の作図 2020 年度出題

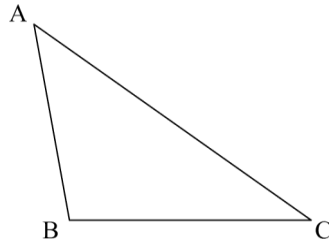
### 【問 1】

下の図のような $\triangle ABC$  があります。辺  $AC$  上に点  $P$  を、 $\angle PBC=30^\circ$  となるようにとります。

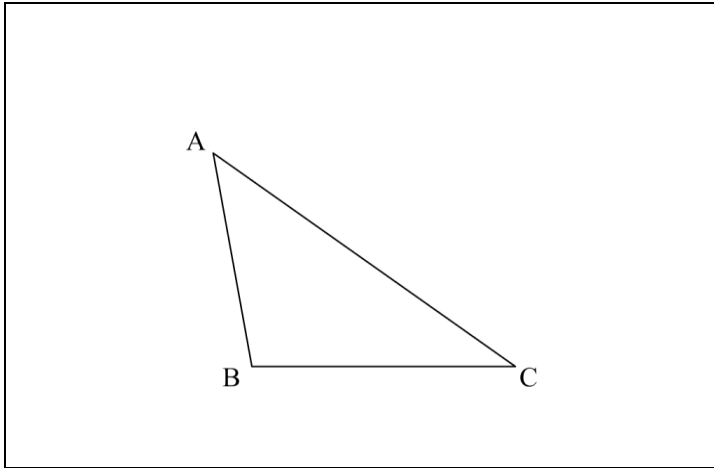
点  $P$  を定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし、点を示す記号  $P$  をかき入れ、作図に用いた線は消さないこと。

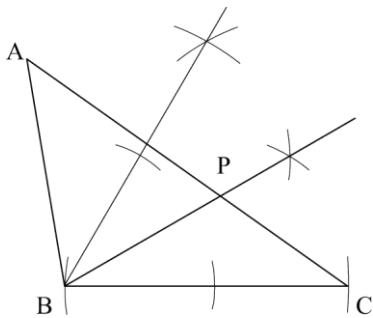
(北海道 2020 年度)



解答欄



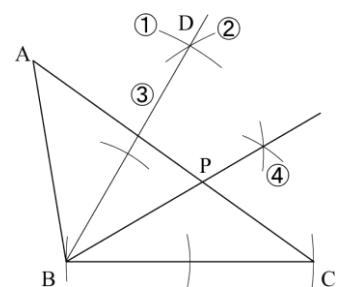
解答



解説

$30^\circ$  の角は、正三角形と角の二等分線の作図を利用してつくることができる。

- ① 点  $B$  を中心、辺  $BC$  を半径とする弧をかく。
- ② 点  $C$  を中心、辺  $BC$  を半径とする弧をかく。
- ③ ①、②でかいた弧の交点を点  $D$  とし、点  $D$  と点  $B$  を結ぶ直線をひく。このとき、 $\triangle DBC$  は正三角形で、 $\angle DBC=60^\circ$  となる。
- ④  $\angle DBC$  の二等分線を作図し、辺  $AC$  との交点を点  $P$  とする。



【問 2】

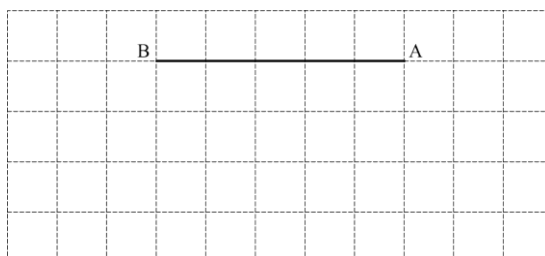
四角形 ABCD がいつでも平行四辺形になるための条件を，次のように考えました。

四角形 ABCD は， $AB \parallel DC$ ， $AD=BC$  を満たせば，いつでも平行四辺形になる。

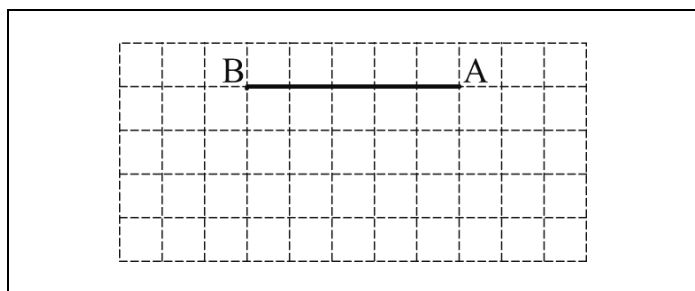
この考えは正しくありません。それを示す四角形 ABCD の反例を 1 つかきなさい。

ただし，方眼を利用して点 C，D をとり，四角形をかくこと。

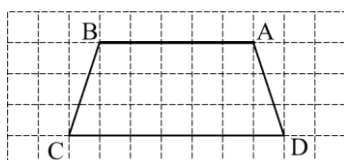
(岩手県 2020 年度)



解答欄

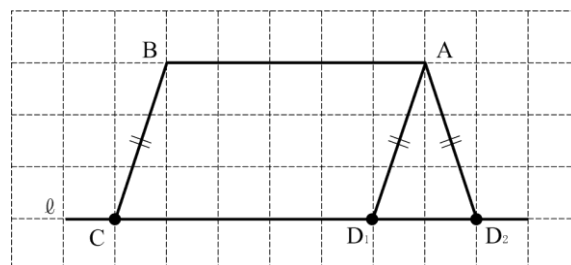


解答



解説

$AB \parallel \ell$ となる直線 $\ell$ をひき，直線 $\ell$ 上に点 C をとる。直線 $\ell$ 上にあり  $AD=BC$  を満たす点として，右の図の  $D_1$ ， $D_2$  の 2 点をとることができる。このとき，四角形  $ABCD_1$  は  $AB=CD_1$  だから平行四辺形になるが，四角形  $ABCD_2$  は  $AB=CD_2$  が成り立たないので平行四辺形にならない。

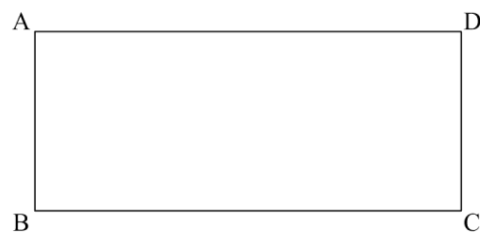


【問3】

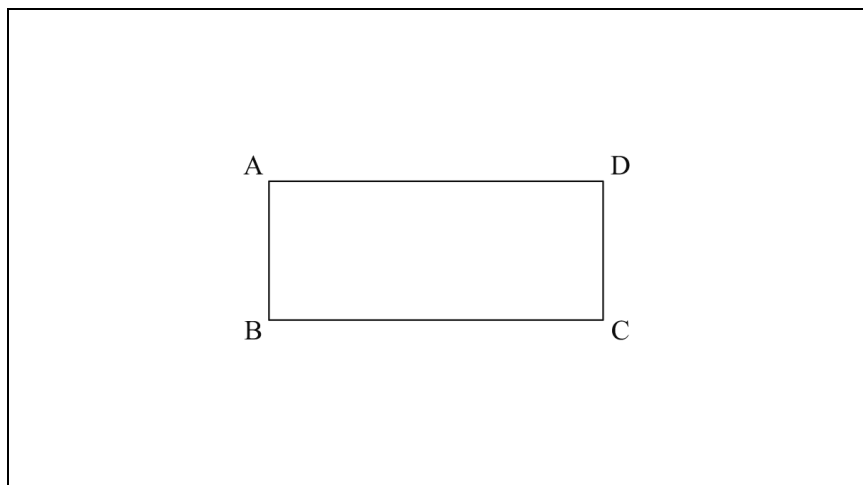
次の図のような長方形  $ABCD$  の紙を、頂点  $A$  が、頂点  $C$  に重なるように折ったときの折り目の線分を**作図**によって求めなさい。

ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に使った線は消さないでおくこと。

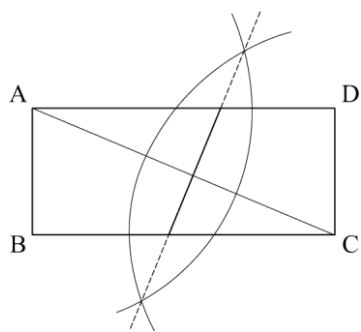
(岩手県 2020 年度)



解答欄



解答



解説

頂点  $A$  が頂点  $C$  と重なるように折るとき、2 点  $A$ ,  $C$  は折り目の直線に関して対称となる。したがって、線分  $AC$  の垂直二等分線をひけばよい。

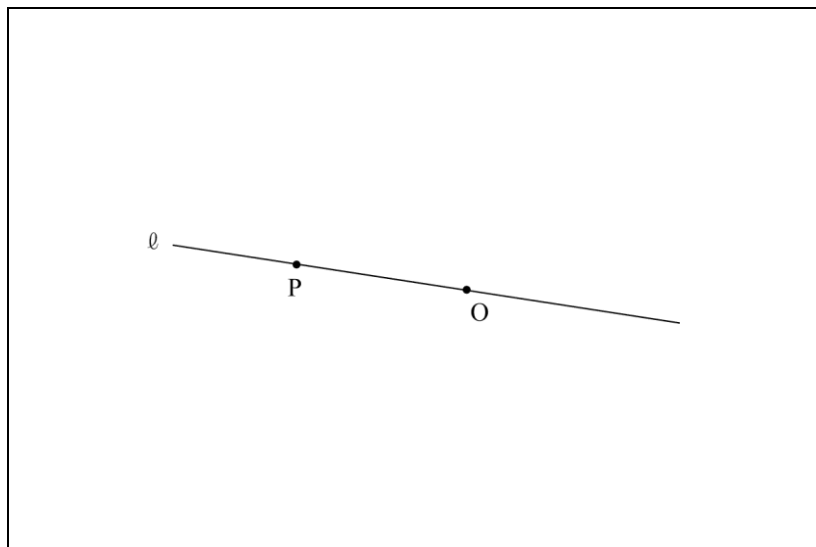
【問 4】

図のように、直線 $\ell$ 上に 2 点  $O$ ,  $P$  がある。点  $O$  を回転の中心として、点  $P$  を時計回りに  $45^\circ$  回転移動させた点  $Q$  を、定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

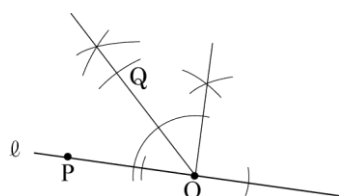
(秋田県 2020 年度)



解答欄



解答

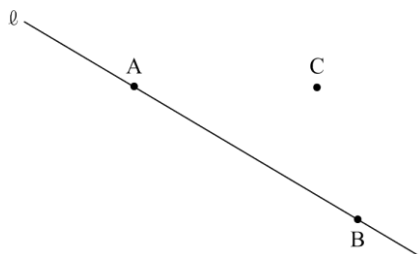


【問 5】

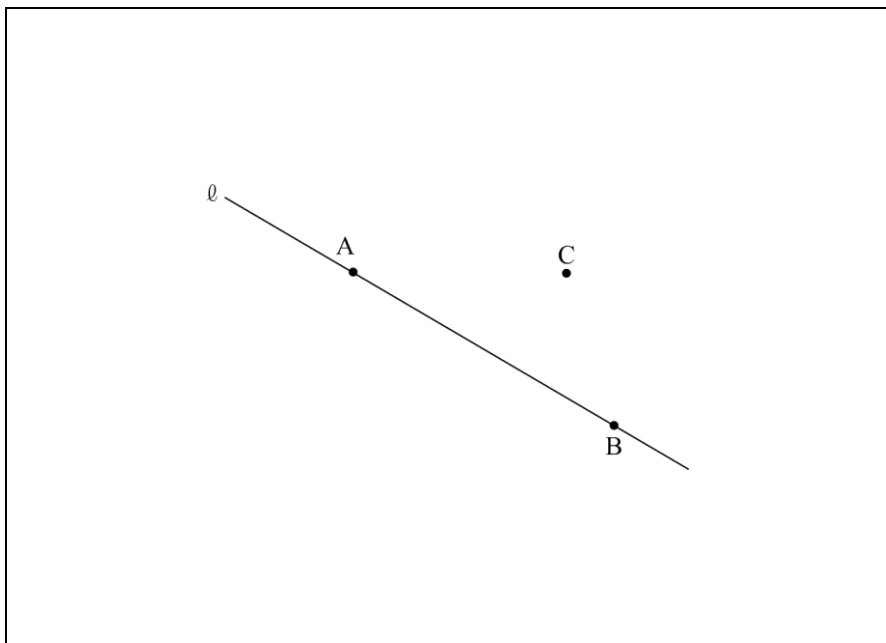
下の図のように、直線  $\ell$  上にある 2 点  $A$ ,  $B$  と、直線  $\ell$  上にない点  $C$  がある。点  $A$  で直線  $\ell$  と接する円の中心であり、また、2 点  $B$ ,  $C$  を通る円の中心でもある点  $P$  を、定規とコンパスを使って作図しなさい。

ただし、作図に使った線は残しておくこと。

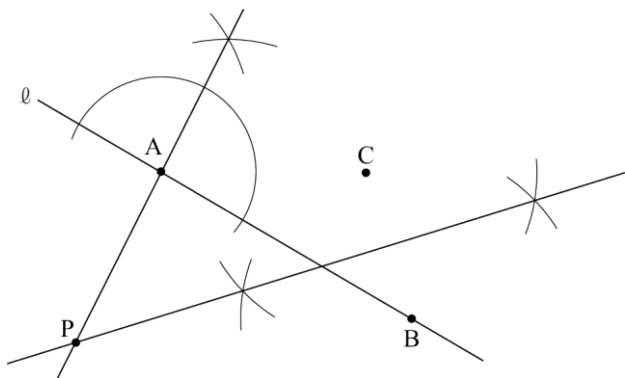
(山形県 2020 年度)



解答欄



解答



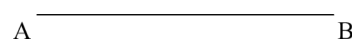
解説

- ・点  $A$  で直線  $\ell$  と接する円の中心  $\Rightarrow$  点  $A$  を通る直線  $\ell$  の垂線上にある。
  - ・2 点  $B$ ,  $C$  を通る円の中心  $\Rightarrow B$  と  $C$  から等距離にある点  $\Rightarrow BC$  の垂直二等分線上にある。
- これらを利用して作図する。

【問 6】

右の図のような，線分  $AB$  がある。

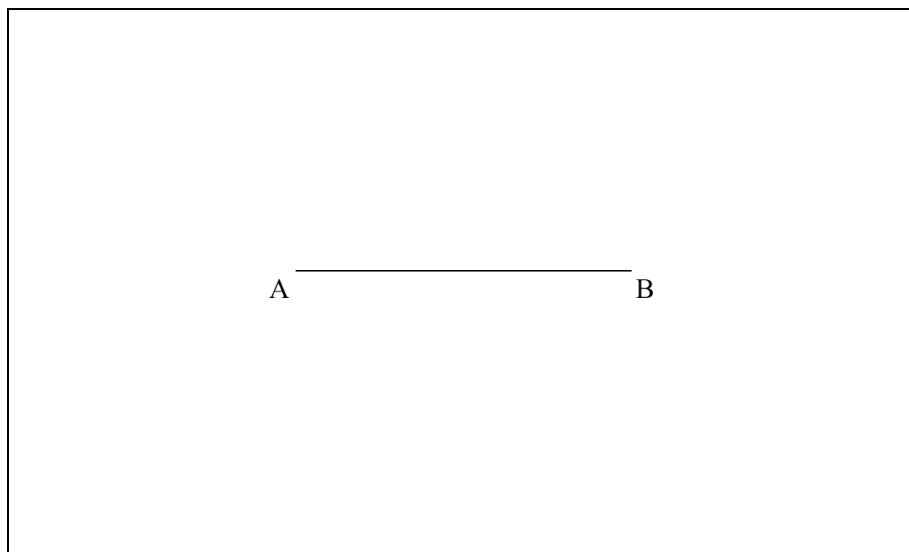
線分  $AB$  を斜辺とする直角二等辺三角形  $PAB$  の辺  $PA$ ， $PB$  を定規とコンパスを用いて 1 つずつ作図しなさい。また，点  $P$  の位置を示す文字  $P$  も書きなさい。



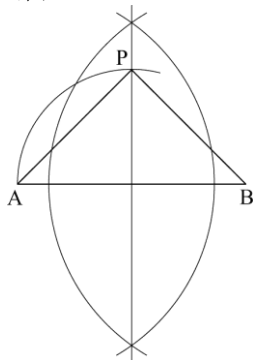
ただし，作図に用いた線は消さないでおきなさい。

(福島県 2020 年度)

解答欄

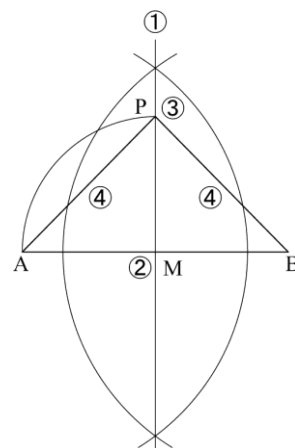


解答



解説

- ① 線分  $AB$  の垂直二等分線を作図する。
- ② ①を利用して線分  $AB$  の中点  $M$  をとる。
- ③ 点  $M$  を中心とし線分  $AB$  を直径（線分  $MA$  を半径）とする円と，①でかいた垂直二等分線との交点を  $P$  とする。
- ④  $P$  と  $A, B$  をそれぞれ結ぶ。



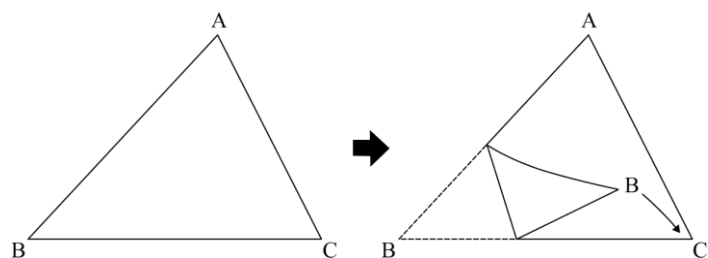
【問 7】

下の図のような $\triangle ABC$ の紙を、頂点  $B$  が頂点  $C$  に重なるように折る。

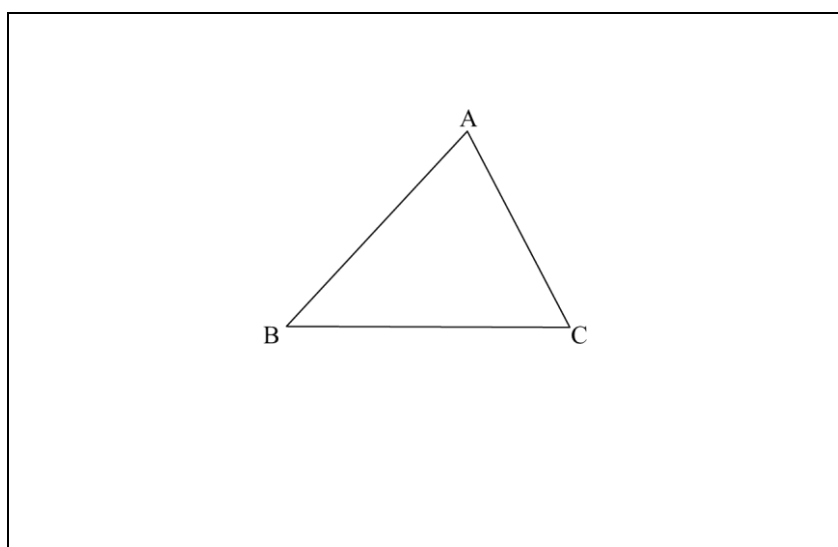
このとき、折り目となる線分を作図によって求めなさい。

ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

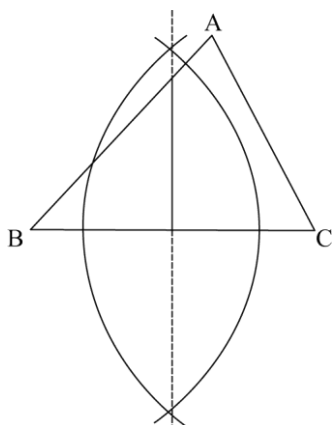
(茨城県 2020 年度)



解答欄



解答

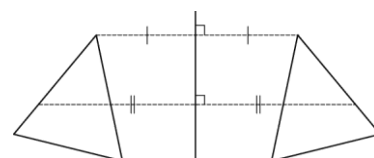


解説

折り返しでは、折り返す部分の図形が折り返し前後で線対称であり、折り目が対称の軸になっている。

このとき折り目は

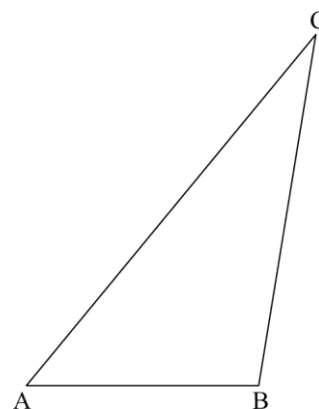
線対称な図形の対応する 2 点を結ぶ線分を垂直に二等分する。



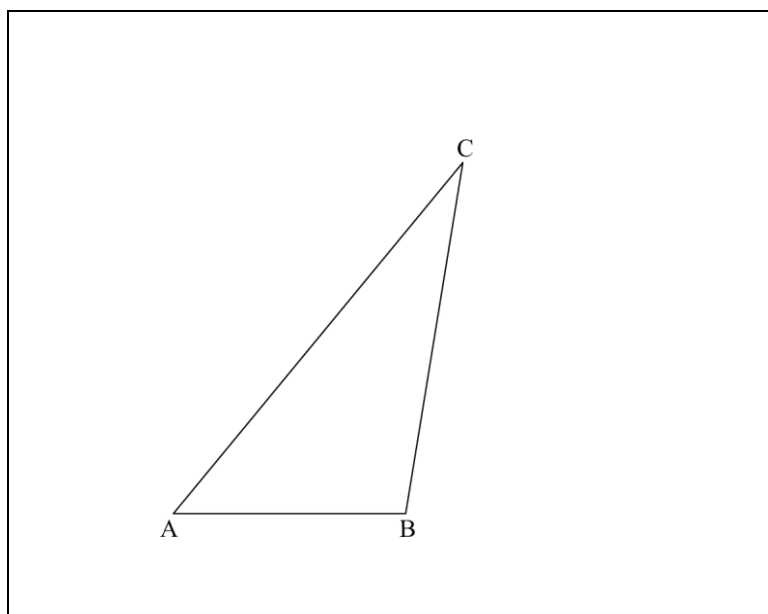
【問 8】

右の図のような $\angle A=50^\circ$ ， $\angle B=100^\circ$ ， $\angle C=30^\circ$ の $\triangle ABC$ がある。  
この三角形を点  $A$  を中心として時計回りに  $25^\circ$  回転させる。この回転により点  $C$  が移動した点を  $P$  とするとき、点  $P$  を作図によって求めなさい。ただし、作図には定規とコンパスを使い、また、作図に用いた線は消さないこと。

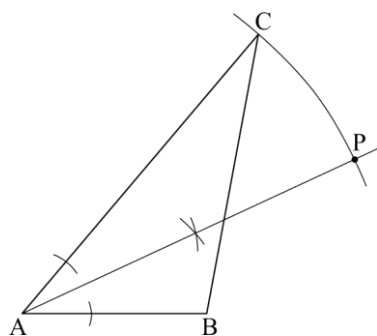
(栃木県 2020 年度)



解答欄



解答



【問 9】

図 1 のような、線分  $AB$  を直径とする半円がある。次の問 1、問 2 に答えなさい。

(群馬県 2020 年度 後期)

- 問 1 弧  $AP$  : 弧  $PB = 1 : 2$  となるような弧  $AB$  上の点  $P$  を、次の手順の i, ii にしたがって作図する。後の (1), (2) の問いに答えなさい。

手 順

- |                                         |
|-----------------------------------------|
| i 直径 $AB$ の中点 $O$ をとる。                  |
| ii $AO = AP$ となるような、弧 $AB$ 上の点 $P$ をとる。 |

- (1) 手順の i に示した直径  $AB$  の中点  $O$  を、コンパスと定規を用いて作図しなさい。  
ただし、作図に用いた線は消さないこと。

- (2) 手順の i, ii によって、なぜ、弧  $AP$  : 弧  $PB = 1 : 2$  となる点  $P$  をとることができるのか、その理由を説明しなさい。

問 2 直径  $AB$  の長さを  $12\text{ cm}$ 、円周率を  $\pi$  とする。次の (1), (2) の問いに答えなさい。

- (1) 問 1 で作図した点  $P$  について、図 2 のように、弦  $PB$  と弧  $PB$  で囲まれた部分を、弦  $PB$  を折り目として折った。折り返した図形ともとの半円とが重なった部分の面積を求めなさい。
- (2) 弧  $AQ$  : 弧  $QB = 1 : 3$  となるような弧  $AB$  上の点  $Q$  をとる。(1) と同様に、弦  $QB$  と弧  $QB$  で囲まれた部分を、弦  $QB$  を折り目として折ったとき、折り返した図形ともとの半円とが重なった部分の面積を求めなさい。

図 1

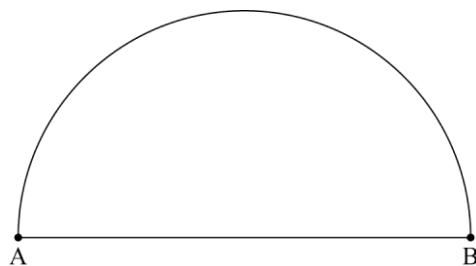
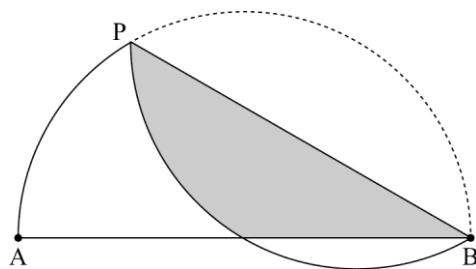
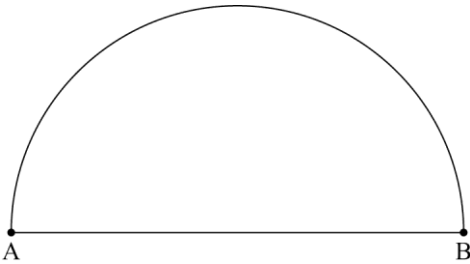


図 2

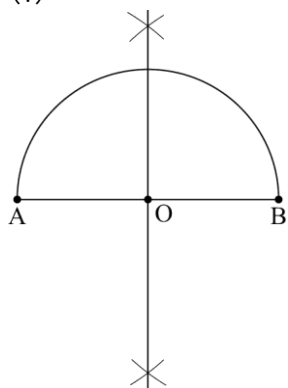


|     |     |                                                                                   |  |
|-----|-----|-----------------------------------------------------------------------------------|--|
| 問 1 | (1) |  |  |
|     | (2) | 〔説明〕                                                                              |  |
| 問 2 | (1) | cm <sup>2</sup>                                                                   |  |
|     | (2) | cm <sup>2</sup>                                                                   |  |

解答

問 1

(1)



(2)

〔説明〕

半径は等しいので、 $AO=PO$  …①

手順の ii より、 $AO=AP$  …②

①，②より、 $\triangle AOP$  は正三角形となるから

$\angle AOP=60^\circ$ ， $\angle BOP=120^\circ$

弧の長さは中心角の大きさに比例するので

弧  $AP$  : 弧  $PB=60 : 120=1 : 2$

したがって、手順の i，ii によって、

弧  $AP$  : 弧  $PB=1 : 2$  となる点  $P$  をとることができる。

問 2

(1)  $6\pi$  ( $\text{cm}^2$ )

(2)  $\frac{9}{2}\pi + 18 - 9\sqrt{2}$  ( $\text{cm}^2$ )

解説

問 2

(1)

条件のとおり図形を折り返したときに、 $O$  と重なる折り返す前の  $\widehat{PB}$  上の点を  $C$  とする。

よって、「 $\widehat{PO}$  と線分  $OM$ ,  $PM$  で囲まれた図形」と「 $\widehat{PC}$  と線分  $CM$ ,  $PM$  で囲まれた図形」は線分  $PB$  に関して対称なので、2 つの図形は合同であり、よって面積は等しい。… ①

また、 $\triangle OPM$  と  $\triangle OBM$  において

点  $C$ ,  $O$  は線分  $PB$  に関して対称なので、 $\angle OMP = \angle OMB = 90^\circ$  … ②

$\triangle OPB$  は  $OP = OB$  の二等辺三角形だから、②より  $PM = BM$  … ③、共通な辺だから  $OM = OM$  … ④

②, ③, ④より、2 辺とその間の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle OPM \equiv \triangle OBM$

よって、 $\triangle OPM = \triangle OBM$  … ⑤

①, ⑤より、求める図形の面積は、おうぎ形  $OPC$  の面積と等しいことがわかる。

ここで、半円の弧に対する円周角なので、 $\angle APB = 90^\circ$

よって、 $\angle APB = \angle OMB = 90^\circ$  より、 $AP \parallel OM$  … ⑥

また、問 1 より  $AO = AP = OP$  だから、 $\triangle AOP$  は正三角形なので、 $\angle APO = 60^\circ$

⑥より、錯角は等しいから、 $\angle POC = \angle APO = 60^\circ$

よって、おうぎ形  $OPC$  の中心角は  $\angle POC = 60^\circ$  なので、 $(\text{おうぎ形 } OPC) = \pi \times 6^2 \times \frac{60}{360} = 6\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

(2)

条件のとおり図形を折り返したときの  $\widehat{QB}$  と直径  $AB$  の交点を  $D'$  とし、折り返したときに  $D'$  と重なる、折り返す前の  $\widehat{QB}$  上の点を  $D$  とする。

$(\widehat{QD'}$  と線分  $D'B$ ,  $QB$  で囲まれた図形)  $\equiv$  ( $\widehat{QD}$  と線分  $DB$ ,  $QB$  で囲まれた図形) だから、

「 $\widehat{QD}$  と線分  $DB$ ,  $QB$  で囲まれた図形」の面積を求めればよいことがわかる。

さらにその図形は、おうぎ形  $OQB$  から  $\triangle QOB$  と「 $\widehat{DB}$  と線分  $DB$  で囲まれた図形」を取り除いた図形である。

以上のことから、まずはおうぎ形  $OQB$  の面積を求める。

点  $D$ ,  $D'$  は線分  $QB$  に対して対称だから、 $\angle ABQ = \angle QBD$

よって、 $\widehat{AQ} = \widehat{QD}$  より、 $\widehat{AQ} : \widehat{QB} = 1 : 3 \Rightarrow \widehat{AQ} : \widehat{QD} : \widehat{DB} = 1 : 1 : 2$

$\Rightarrow \angle AOQ : \angle QOD : \angle DOB = 1 : 1 : 2$

おうぎ形  $OQB$  の中心角は  $\angle QOB = 135^\circ$  なので、 $(\text{おうぎ形 } OQB) = \pi \times$

$$6^2 \times \frac{135}{360} = \frac{27}{2} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

次に  $\triangle OQB$  の面積を求める。

$OB$  を底辺としたときの  $\triangle OQB$  の高さを  $QH$  とすると、 $\triangle QHO$  は  $QH = HO$ ,  $\angle QHO = 90^\circ$  の直角二等辺三角形なので、 $OQ : QH = \sqrt{2} : 1 \Rightarrow 6 : QH = \sqrt{2} : 1 \Rightarrow QH = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$

よって、 $\triangle OQB = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$

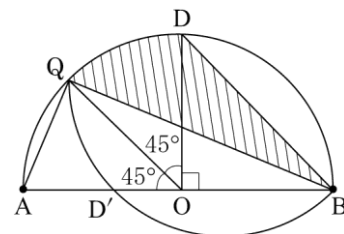
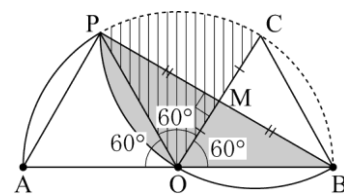
最後に「 $\widehat{DB}$  と線分  $DB$  で囲まれた図形」の面積を求める。「 $\widehat{DB}$  と線分  $DB$  で囲まれた図形」は、おうぎ形  $ODB$  から  $\triangle ODB$  を取り除いた図形なので、まずはそれらの面積を求める。

おうぎ形  $ODB$  の中心角は  $\angle DOB = 90^\circ$  なので、 $(\text{おうぎ形 } ODB) = \pi \times 6^2 \times \frac{90}{360} = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

また、 $\triangle ODB = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18 \text{ (cm}^2\text{)}$

よって、 $(\widehat{DB}$  と線分  $DB$  で囲まれた図形)  $= 9\pi - 18 \text{ (cm}^2\text{)}$

以上のことから求める面積は、 $\frac{27}{2} \pi - 9\sqrt{2} - (9\pi - 18) = \frac{9}{2} \pi + 18 - 9\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$

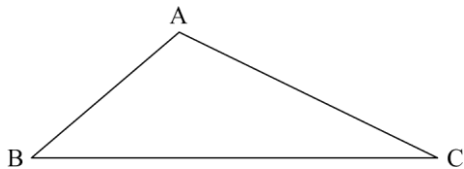


【問 10】

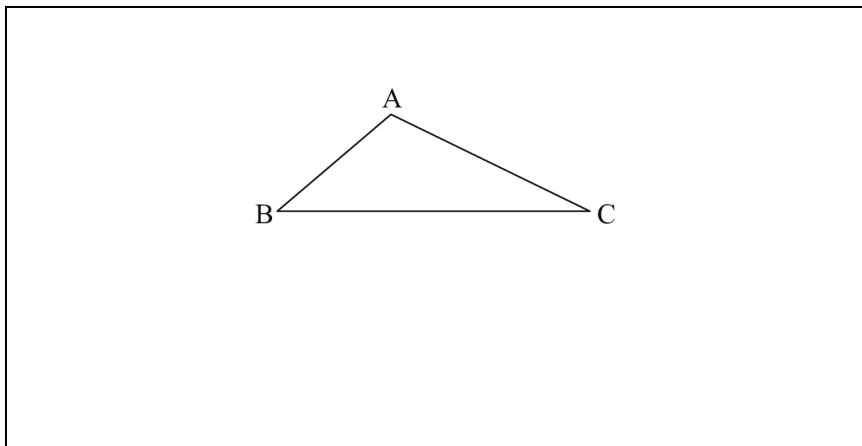
下の図の△ABC で、頂点 A から辺 BC へ垂線をひき、辺 BC との交点を H とします。点 H をコンパスと定規を使って作図しなさい。

ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。

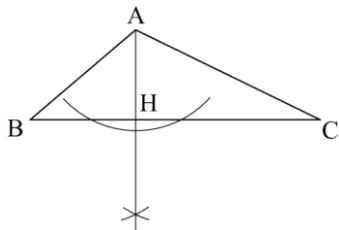
(埼玉県 2020 年度)



解答欄



解答



【問 11】

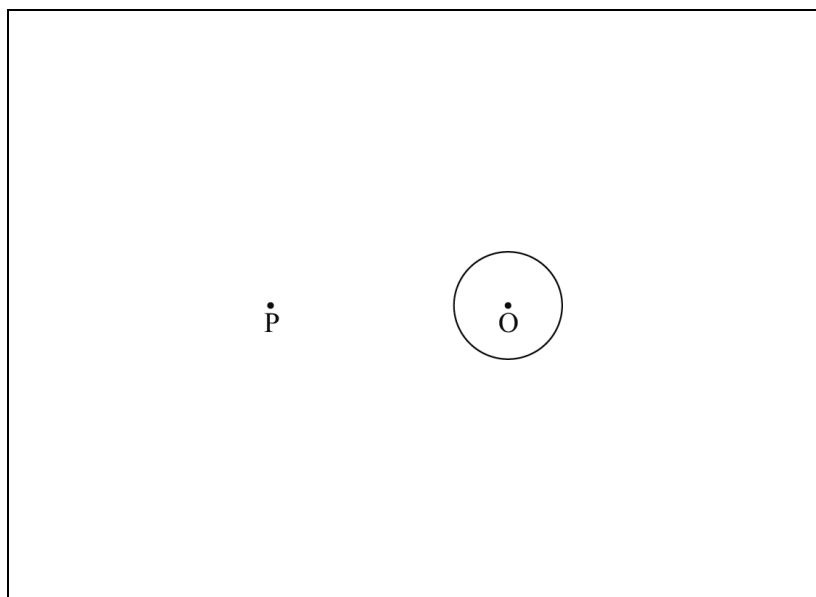
下の図のように、円Oと、この円の外部の点Pがあります。点Pを通る円Oの接線を、コンパスと定規を使って1つ作図しなさい。

ただし、作図するためにかいた線は、消さないでおきなさい。

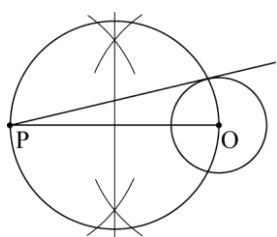
(埼玉県 2020 年度)



解答欄



解答

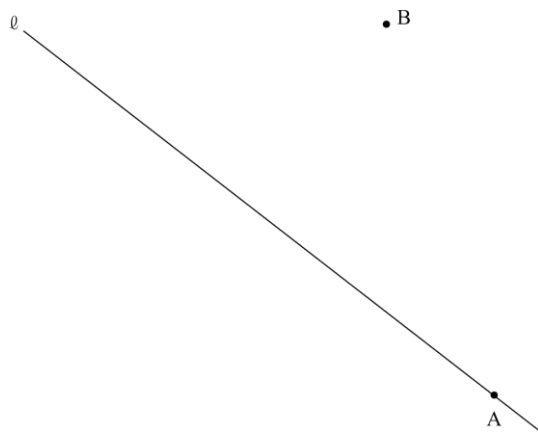


【問 12】

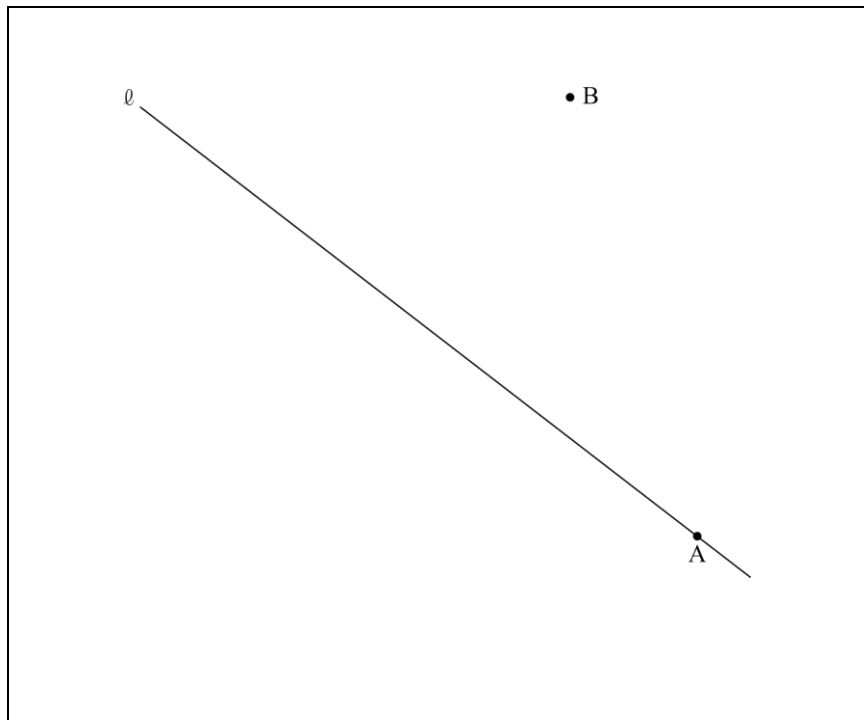
下の図において、点  $A$  は直線  $\ell$  上の点、点  $B$  は直線  $\ell$  上にない点である。直線  $\ell$  上に点  $P$  をとり、 $\angle APB = 120^\circ$  となる直線  $BP$  を作図しなさい。また、点  $P$  の位置を示す文字  $P$  も書きなさい。

ただし、三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

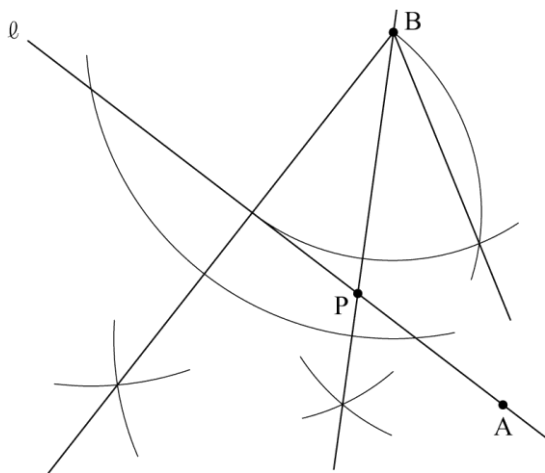
(千葉県 2020 年度 前期)



解答欄



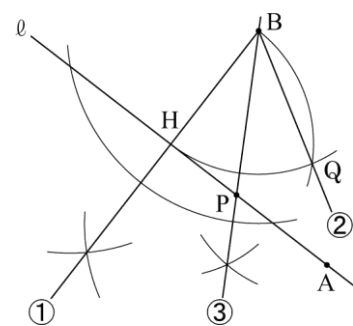
### 解答



解説

- ① 点 B から直線  $l$  に垂線 BH を下ろす。
- ② 点 B, H をそれぞれ中心として半径 BH の円をかき、その交点を Q として、直線 BQ をひく。(△BHQ が正三角形となり、 $\angle HBQ = 60^\circ$  となる)
- ③  $\angle HBQ$  の二等分線をひき、直線  $l$  との交点を P とする。  
( $\angle HBP = 30^\circ$  となる)

☆  $\triangle BHP$  において外角の性質より,  
 $\angle APB = \angle BHP + \angle HBP = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$



【問 13】

図 1 は、点  $O$  を頂点とし、線分  $AB$  を底面の直径とする円錐である。母線  $OB$  の中点を  $P$  とする。点  $A$  から円錐の側面にそって、点  $P$  を通るように糸を 1 周巻きつけて点  $A$  に戻す。

図 2 は、この円錐の側面の展開図であり、点  $A'$  は組み立てたときに点  $A$  と重なる点である。

点  $P$  を通る糸の長さが最も短くなる時、その糸のようすを図 2 に作図しなさい。また、点  $P$  の位置を示す文字  $P$  も書きなさい。

ただし、三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

(千葉県 2020 年度 後期)

図 1

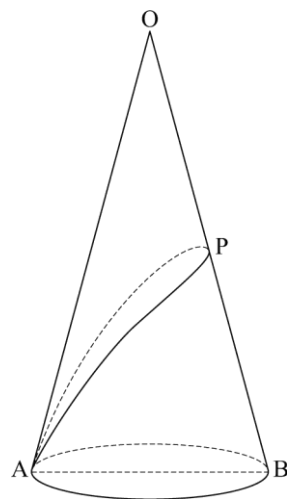
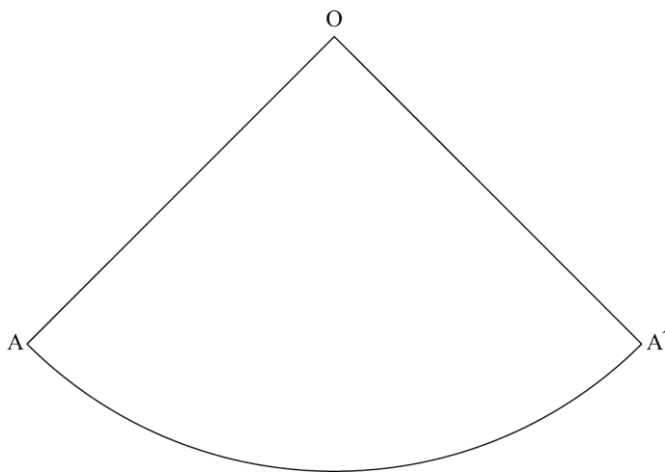
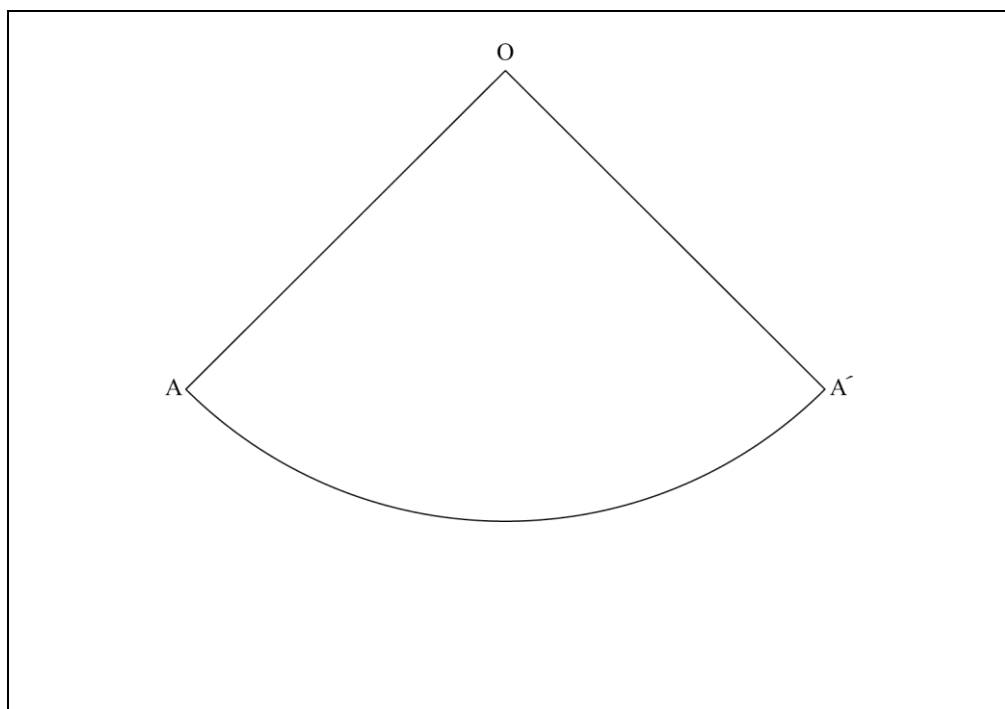


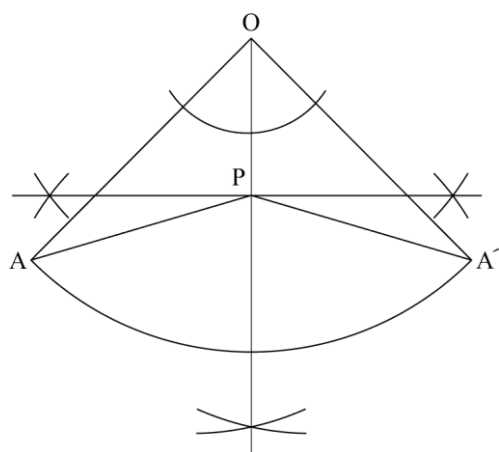
図 2



解答欄

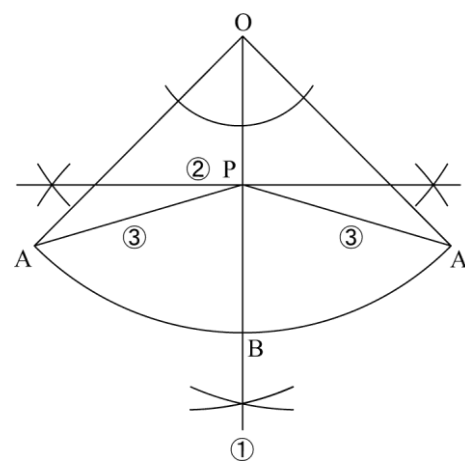


解答



解説

- ①  $\angle AOA'$ の二等分線と $\widehat{AA'}$ の交点をBとする。
  - ② 線分OBの垂直二等分線を作図し、中点Pをとる。
  - ③ PとA, A'をそれぞれ結ぶ。
- この問題では、母線OBの中点Pを通らなければならないので、展開図内にPを作図し、A, A'のそれぞれとPを結べばよい。



【問 14】

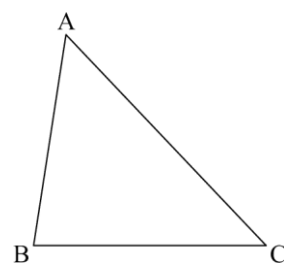
右の図 2 で、 $\triangle ABC$  は、鋭角三角形である。

解答欄に示した図をもとにして、辺  $AC$  上にあり、 $AP=BP$  となる点  $P$  を、定規とコンパスを用いて作図によって求め、点  $P$  の位置を示す文字  $P$  も書け。

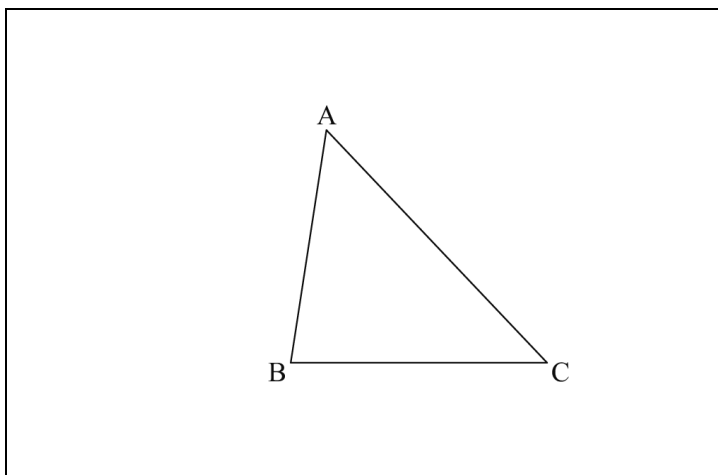
ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

(東京都 2020 年度)

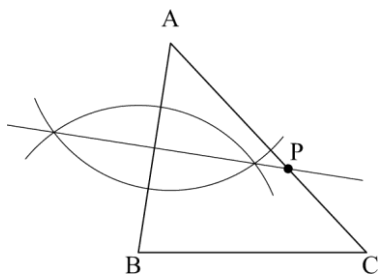
図 2



解答欄



解答

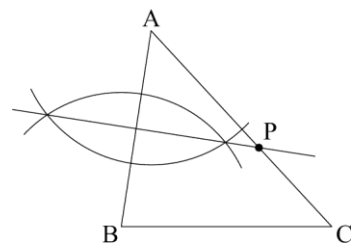


解説

線分の両端の点から等しい距離にある点は

その線分の垂直二等分線上にある。

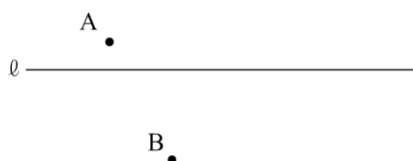
したがって、線分  $AB$  の垂直二等分線と、辺  $AC$  の交点を求めればよい。



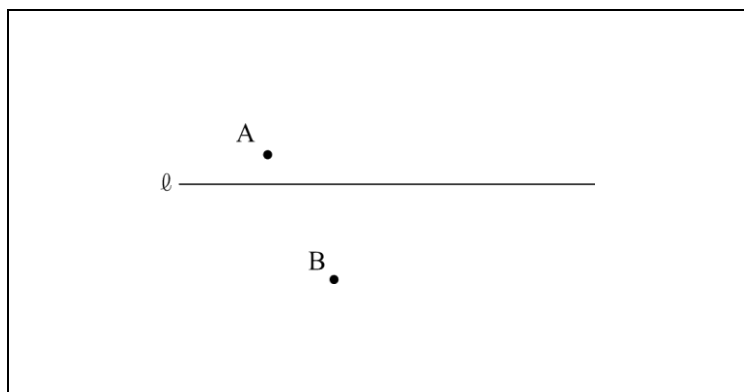
【問 15】

下の図のように、直線 $\ell$ と2つの点A, Bがある。直線 $\ell$ 上にあつて、2つの点A, Bを通る円の中心Pを、定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし、作図は解答用紙に行い、作図に使った線は消さないで残しておくこと。

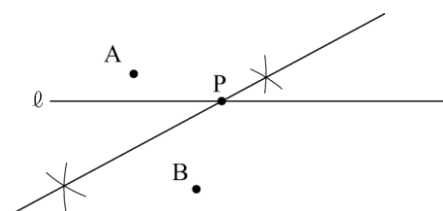
(新潟県 2020 年度)



解答欄



解答



解説

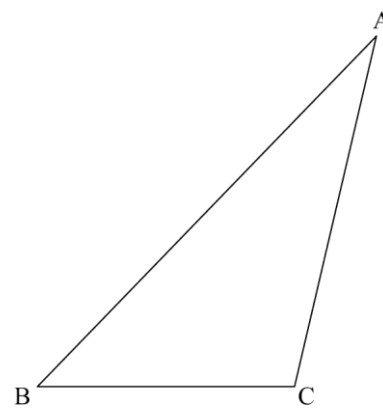
「A, B を通る円の中心」＝「A と B から等距離にある」＝「線分 AB の垂直二等分線」と考えるとよい。

【問 16】

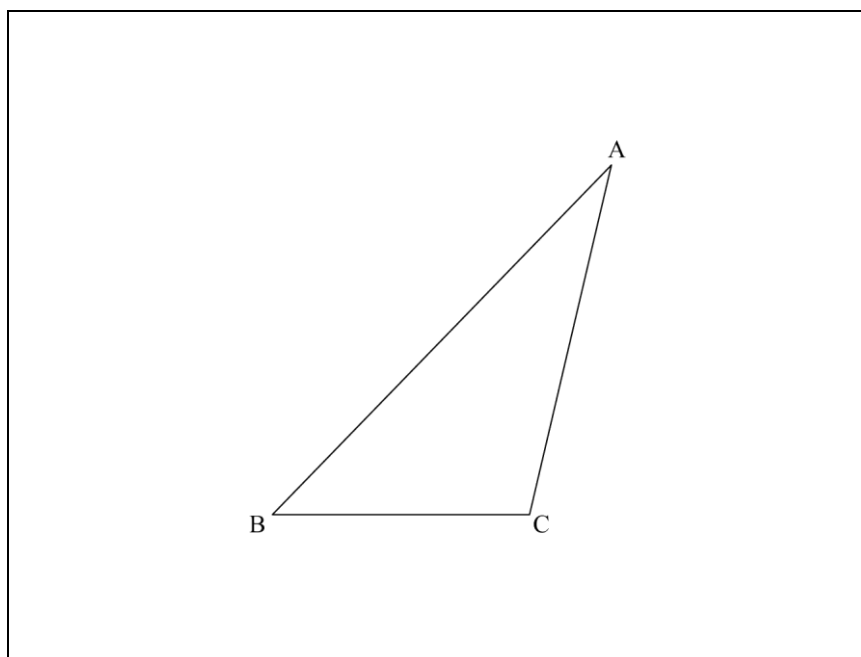
右の図のような $\triangle ABC$ がある。線分 $AC$ 上にあり、 $\angle PAB = \angle PBA$ となる点 $P$ を、作図によって求め、 $P$ の記号をつけなさい。

ただし、作図に用いた線は残しておくこと。

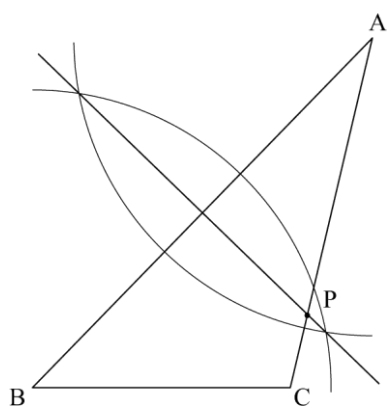
(富山県 2020 年度)



解答欄



解答



解説

$\angle PAB = \angle PBA$ になるということは、 $\triangle PAB$ が二等辺三角形となることを意味している。

つまり、 $PA = PB$ となればよい。

2点 $A$ 、 $B$ から等しい距離にある点は、線分 $AB$ の垂直二等分線上に存在する。

したがって、線分 $AB$ の垂直二等分線と $AC$ の交点が条件を満たす点 $P$ である。

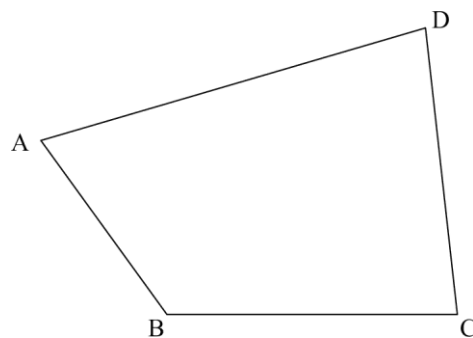
【問 17】

解答用紙に、四角形  $ABCD$  がある。

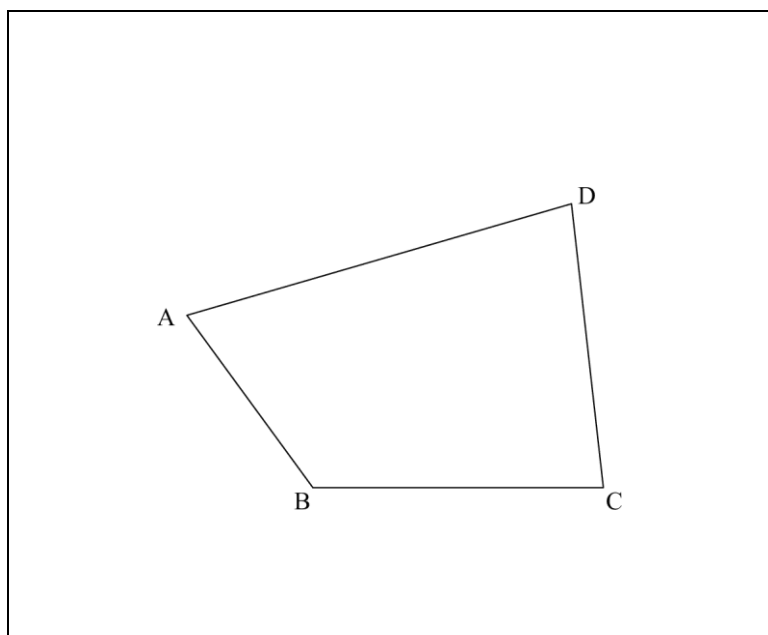
これを用いて、次の        の中の条件①～③をすべて満たす点  $P$  を作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

(石川県 2020 年度)

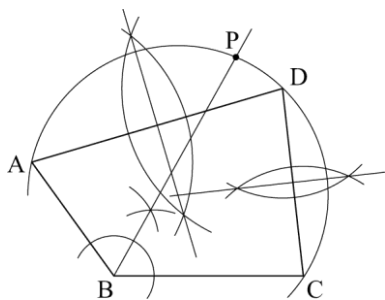
- ① 点  $P$  は、直線  $BC$  に対して点  $A$  と同じ側にある。
- ②  $\angle ABP = \angle CBP$
- ③  $\angle ADC = \angle APC$



解答欄



解答



解説

②… $\angle ABC$  の二等分線  $l$  をかく。

③…①より、2 点  $D, P$  は直線  $AC$  に対して同じ側にあるから、円周角の定理の逆より、4 点  $A, P, C, D$  は同一円周上にある。またその円について、 $\widehat{AC}$  に対する円周角は等しい。

以上から、 $l$  と  $\widehat{AD}$  との交点が求める点  $P$  である。

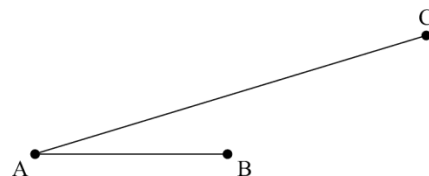
【問 18】

右の図のように、線分  $AB$  と線分  $AC$  がある。

$\angle APB = 30^\circ$  となるような点  $P$  を右の図の線分  $AC$  上に作図せよ。

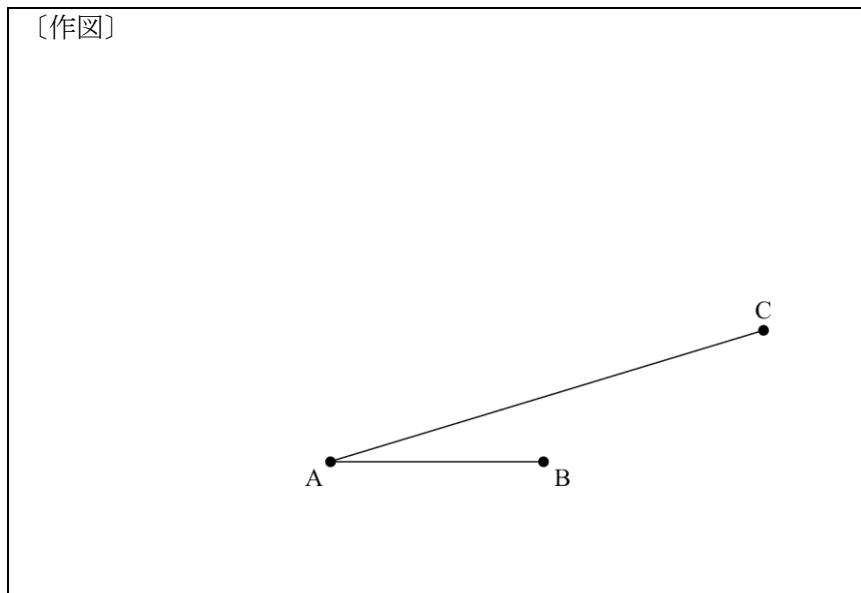
(作図に用いた線は消さないこと。)

(福井県 2020 年度)



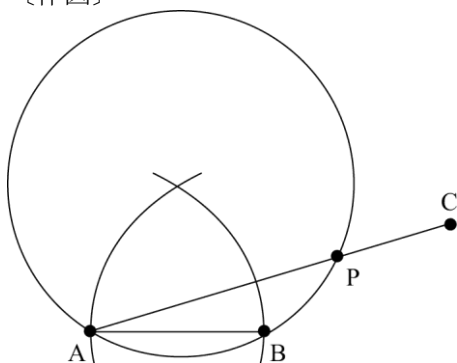
解答欄

〔作図〕



解答

〔作図〕



解説

〔Ⅰ〕中心角と円周角の関係に着目すると、以下の手順になる。

①  $AB$  を底辺とする正三角形  $OAB$  をつくる

②  $O$  を中心とする半径  $OA$  の円をかき、その円周と直線  $AC$  との交点を  $P$  とする。

※このとき、 $\angle AOB = 60^\circ$  だから、中心角と円周角の関係から、 $\angle APB = \angle AOB \div 2 = 30^\circ$

〔Ⅱ〕辺の比が  $1 : 2 : \sqrt{3}$  である直角三角形に着目すると、以下の手順になる。

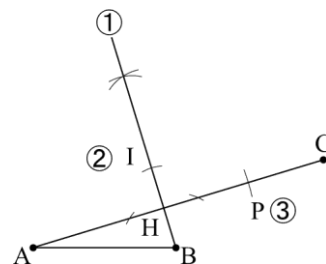
①  $B$  から  $AC$  に垂線をひき、 $AC$  との交点を  $H$  とする

②  $BH$  の延長上に、 $BI = 2BH$  となる点  $I$  をとる

③  $B$  を中心とする半径  $BI$  の円と  $AC$  との交点が  $P$  となる。

※このとき、 $\angle BHP = 90^\circ$ 、 $BH : BP = 1 : 2$  だから、

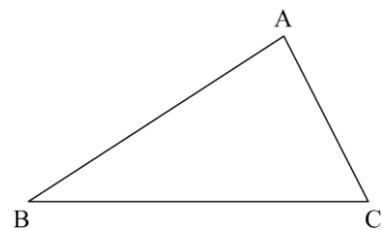
$\triangle BPH$  は  $\angle BHP = 90^\circ$ 、 $\angle HBP = 60^\circ$ 、 $\angle HPB = 30^\circ$  の直角三角形である。よって、 $\angle HPB = \angle APB = 30^\circ$



【問 19】

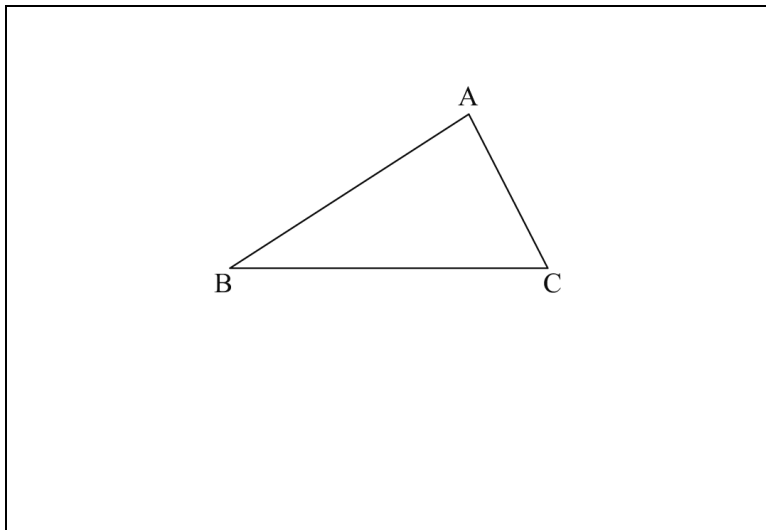
右の図において、 $\triangle ABC$  の辺  $BC$  上にあつて、2 辺  $AB$ ,  $AC$  までの距離が等しい点を作図によって求めなさい。そのとき、求めた点を●で示しなさい。

ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

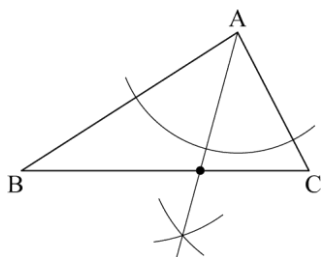


(山梨県 2020 年度)

解答欄



解答



解説

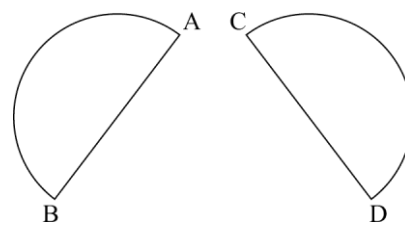
2 辺  $AB$ ,  $AC$  までの距離が等しい点は、 $\angle BAC$  の二等分線上にある。

【問 20】

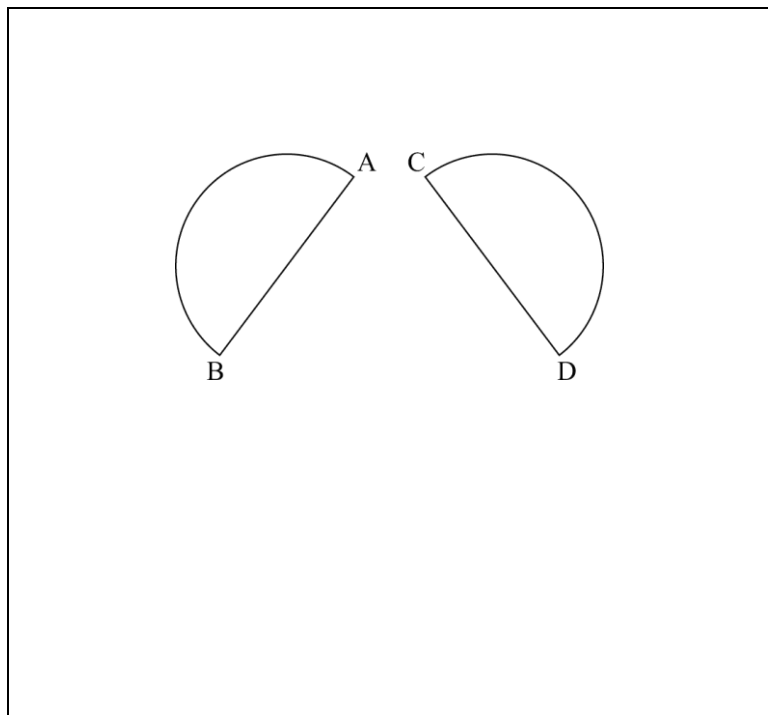
図 3 で、線分  $CD$  を直径とする半円は、ある直線  $\ell$  を対称の軸として、線分  $AB$  を直径とする半円を対称移動したものである。図 3 に、直線  $\ell$  を定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、直線を表す文字  $\ell$  も書き、作図に用いた線は消さないこと。

(長野県 2020 年度)

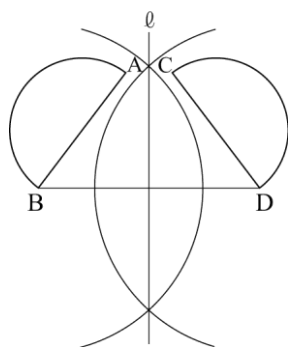
図 3



解答欄



解答



【問 21】

図 1 のように、2 つの辺  $AB$ ,  $AC$  と、点  $P$  がある。

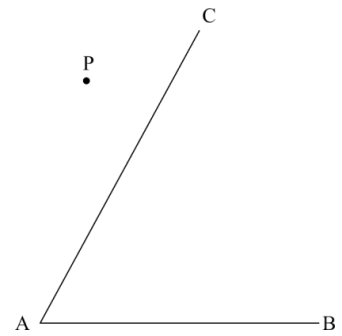
次の □ の中に示した条件①と条件②の両方に当てはまる円の中心  $O$  を作図しなさい。

(静岡県 2020 年度)

条件① 円の中心  $O$  は、点  $P$  を通り辺  $AC$  に垂直な直線上の点である。

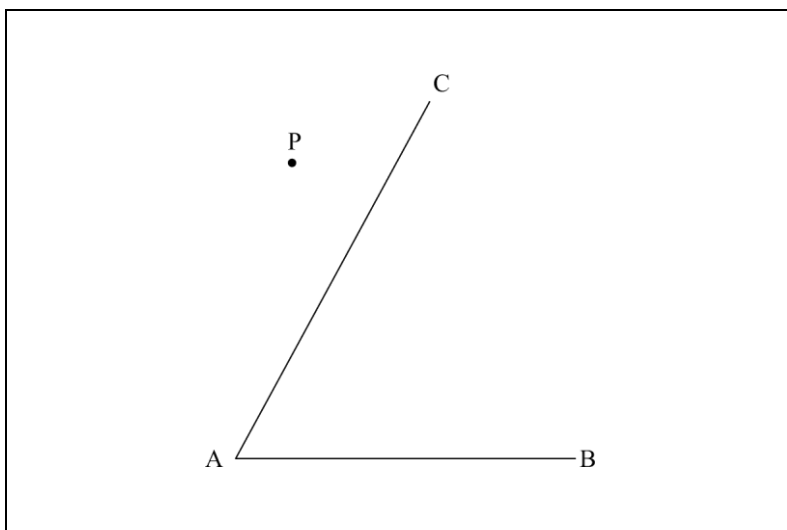
条件② 円  $O$  は、2 つの辺  $AB$ ,  $AC$  の両方に接する。

図 1

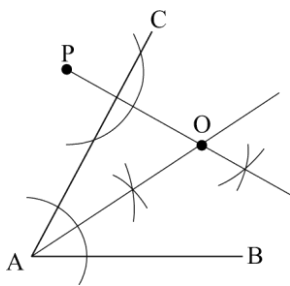


ただし、作図には定規とコンパスを使用し、作図に用いた線は残しておくこと。

解答欄

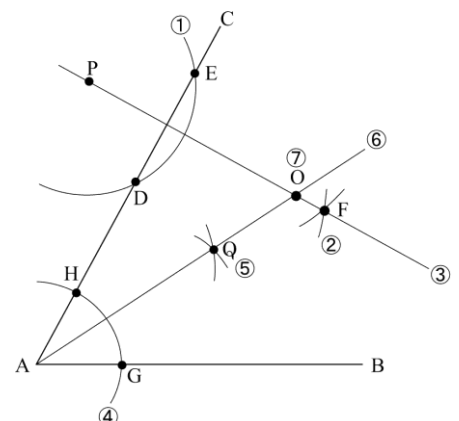


解答



解説

$P$  を通って辺  $AC$  に垂直な直線と  $\angle CAB$  の二等分線との交点が  $O$  である。①  $P$  を中心として円をかき、辺  $AC$  との交点を  $D$ ,  $E$  とする。  
 ②  $D$ ,  $E$  から等距離にある点  $F$  を作る。  
 ③ 直線  $FP$  をひく。  
 ④  $A$  を中心として円をかき、辺  $AB$  との交点を  $G$ , 辺  $AC$  との交点を  $H$  とする。  
 ⑤  $G$ ,  $H$  から等距離にある点  $Q$  を作る。  
 ⑥ 直線  $AQ$  をひく。  
 ⑦ 直線  $OP$  と直線  $AQ$  との交点が求める点  $O$  となる。

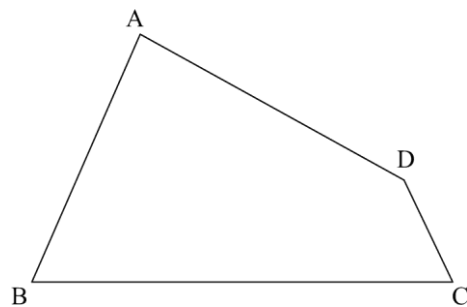


【問 22】

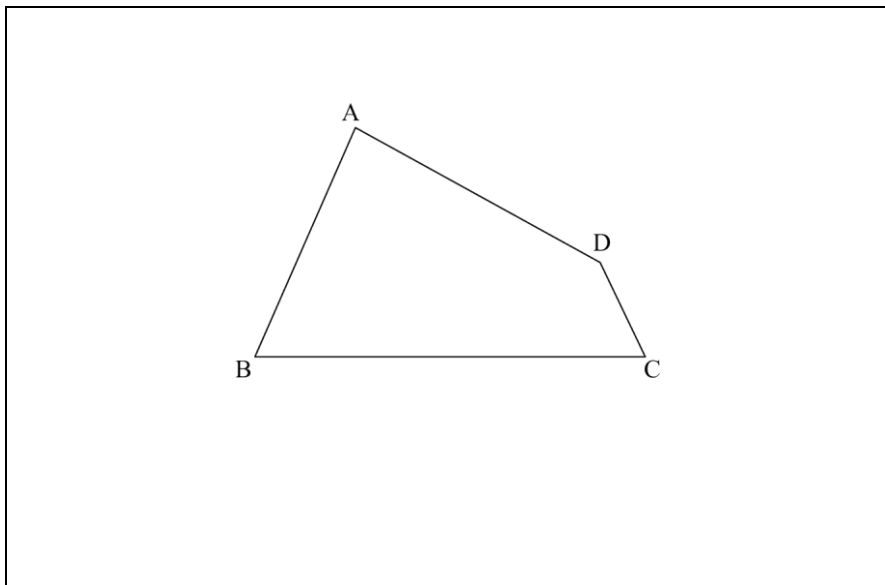
次の図で、中心が四角形  $ABCD$  の辺  $AB$  上にあり、辺  $BC$  と辺  $AD$  に接する円と辺  $BC$  の接点  $P$  を、定規とコンパスを用いて作図しなさい。

なお、作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。

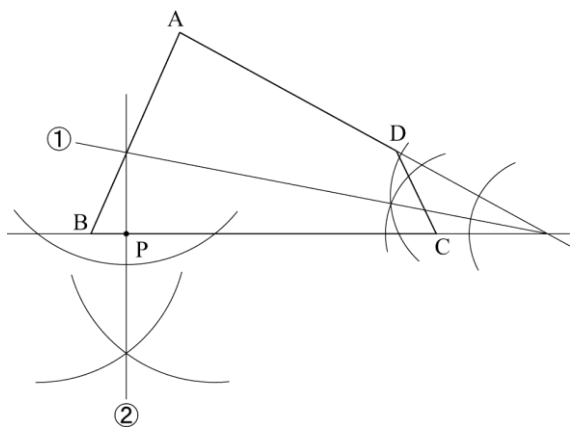
(三重県 2020 年度)



解答欄

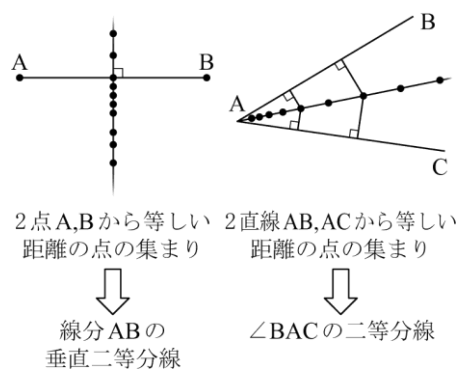


解答



解説

2 辺  $BC$ ,  $AD$  に接する円だから、円の中心から 2 辺  $BC$ ,  $AD$  への距離が等しい。よって、2 直線  $BC$ ,  $AD$  がつくる角の二等分線上に円の中心がある→角の二等分線と  $AB$  の交点を中心。円が直線に接するとき、その半径と直線は垂直だから、中心から  $BC$  にひいた垂線と辺  $BC$  との交点が  $P$



【問 23】

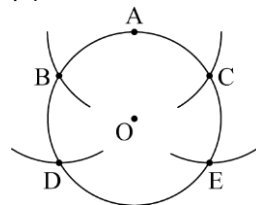
太郎さんは、丸いケーキを三等分に切り分けようとしています。そこで、友達に教えてもらった**円の面積を三等分する方法**を活用することで、丸いケーキを三等分に切り分けることができました。太郎さんは、面積を三等分することに興味をもち、四角形や三角形の面積を三等分することについても考えました。後の問 1～問 3 に答えなさい。

(滋賀県 2020 年度)

円の面積を三等分する方法

- ① 図 1 のように、円  $O$  の円周上の点  $A$  から、半径  $OA$  と長さが等しくなるように、コンパスを使って、点  $B, C$  を円周上にとります。
- ② 同様に点  $B, C$  から半径  $OA$  と長さが等しくなるように、点  $D, E$  を円周上にとります。
- ③ 点  $O$  と点  $A$ , 点  $D$ , 点  $E$  とをそれぞれ結ぶと、円の面積を三等分することができます。

図 1

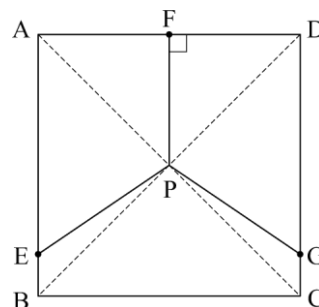


問 1 この円の面積を三等分する方法で、円の面積を三等分することができる理由を説明しなさい。

問 2 図 2 のように、正方形  $ABCD$  の対角線の交点  $P$  を通る線分を使い、面積を三等分します。

図 2

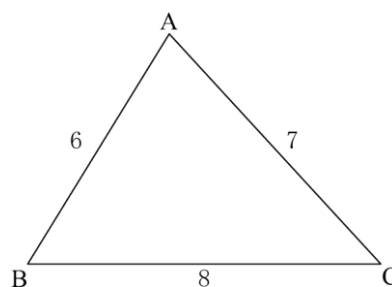
$EB=GC$ ,  $\angle PFD=90^\circ$  となるように、辺  $AB$ ,  $AD$ ,  $CD$  上にそれぞれ点  $E$ ,  $F$ ,  $G$  をとります。線分  $EP$ ,  $FP$ ,  $GP$  で切り分けたときに正方形  $ABCD$  の面積が三等分になるような、線分  $AE$  と線分  $EB$  の長さの比を求めなさい。

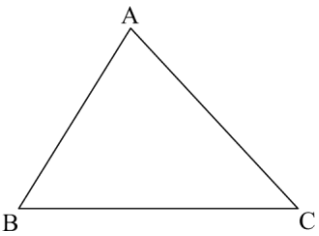


問 3 図 3 のように、辺の長さがそれぞれ違う  $\triangle ABC$  の面積を三等分します。

図 3

$\triangle ABC$  の内部に各辺から等しい距離にある点  $Q$  をとります。次に、辺  $BC$ ,  $CA$  上で頂点とは違うところに、それぞれ点  $E$ ,  $F$  をとります。線分  $BQ$ ,  $EQ$ ,  $FQ$  で  $\triangle ABC$  を切り分けたときに、 $\triangle ABC$  の面積が三等分になるような点  $Q$ ,  $E$ ,  $F$  と線分  $BQ$ ,  $EQ$ ,  $FQ$  をコンパスと定規を使って作図しなさい。ただし、作図に使った線は消さないこと。



|     |                                                                                             |  |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------|--|
| 問 1 | 〔説明〕                                                                                        |  |
| 問 2 | AE : EB =                                                                                   |  |
| 問 3 | 〔作図〕<br> |  |

解答

問 1

〔説明〕

点 A から半径 OA と長さが等しい点 B

また、点 B から、半径 OA と長さが等しい点 D をとるので  
 $\triangle AOB$ ,  $\triangle BOD$  は正三角形である。

したがって

$$\angle AOB = 60^\circ \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle BOD = 60^\circ \cdots \textcircled{2}$$

①+②より

$$\angle AOD = 120^\circ \cdots \textcircled{3}$$

同様にして

$$\angle AOE = 120^\circ \cdots \textcircled{4}$$

③, ④より

$$\angle DOE = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ \cdots \textcircled{5}$$

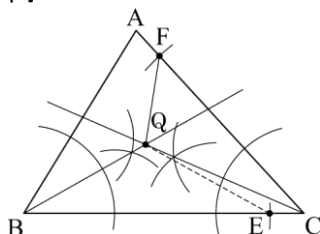
③, ④, ⑤より

3 つのおうぎ形の中心角はそれぞれ  $120^\circ$  になるので

3 つのおうぎ形の面積はそれぞれ円の面積の  $\frac{120}{360}$  倍になり等しくなる。

問 2  $AE : EB = 5 : 1$

問 3



解説

問 3

次の手順で作図をすればよい。

①  $\angle B$  の二等分線と  $\angle C$  の二等分線をひき、その交点を点 Q とする。

② 点 B を中心として、半径が辺 CA の長さに等しい円をかき、辺 BC との交点を点 E とする。

③ 点 C を中心として、半径が辺 AB の長さに等しい円をかき、辺 CA との交点を点 F とする。

④ 線分 BQ, EQ, FQ をかく。

〔説明〕

①  $\triangle ABC$  の辺 BA, BC から等しい距離にある点は  $\angle B$  の二等分線上にある。また、 $\triangle ABC$  の辺 CA, CB から等しい距離にある点は  $\angle C$  の二等分線上にある。よって、 $\angle B$  の二等分線と  $\angle C$  の二等分線の交点が点 Q である。

② 点 Q と辺 AB, BC, CA との距離は等しいので、それを  $h$  とおくと、三角形の面積は

$$\triangle QAB = 3h, \triangle QBC = \frac{7}{2}h, \triangle QCA = 4h \text{ より, } \triangle ABC = \frac{21}{2}h \text{ となる。よ}$$

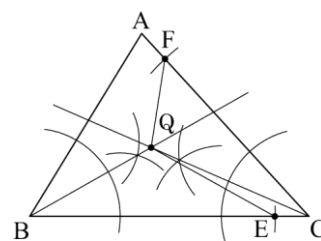
って、 $\triangle ABC$  の面積を三等分するには、面積が  $\frac{7}{2}h$  ずつになるようにすればよい。手順②のように点 E を

とると、 $BE = CA = 7$  となるので、 $\triangle QBE = \frac{1}{2} \times 7 \times h = \frac{7}{2}h$  となる。また、手順③のように点 F をとると、

$$AF = 1 \text{ となるので, } \triangle QFA = \frac{1}{2} \times 1 \times h = \frac{1}{2}h \text{ であるから, 四角形 QBAF} = \triangle QAB + \triangle QFA = 3h + \frac{1}{2}h = \frac{7}{2}h$$

$$\text{となる。このとき, 四角形 QECF} = \triangle QCA - \triangle QFA + \triangle QEC = \frac{7}{2}h - \frac{1}{2}h + \frac{1}{2}h = \frac{7}{2}h$$

よって、 $\triangle ABC$  の面積は、線分 BQ, EQ, FQ によって三等分される。



【問 24】

花子さんと太郎さんは、クラスの文集をつくるときに、紙には、A 判や B 判とよばれる規格があることを知り、A 判と B 判の紙について調べた。次の  内は、2 人が調べたことをまとめたものである。後の問いに答えよ。

(奈良県 2020 年度)

【A 判の紙について調べたこと】

- 1 A0 判の紙は、面積が  $1 \text{ m}^2$  の長方形であり、短い方の辺の長さと同じ方の辺の長さの比は、 $1 : \sqrt{2}$  である。
- 2 図 1 のように、A0 判の紙を、長い方の辺を半分にして切ると、A1 判の紙になり、A0 判の紙と A1 判の紙は、相似になっている。
- 3 図 2 のように、次々と長い方の辺を半分にして切っていくと、A2 判、A3 判、A4 判、A5 判、…の紙になり、それらの紙はすべて相似になっている。

図 1

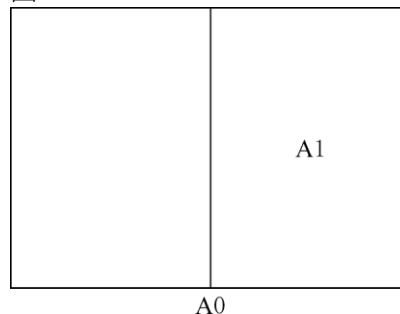
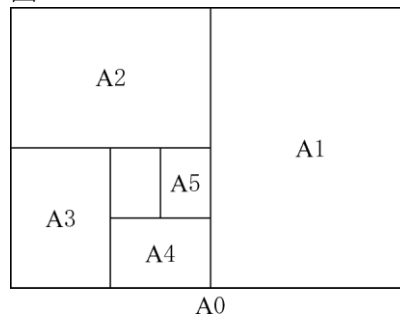


図 2



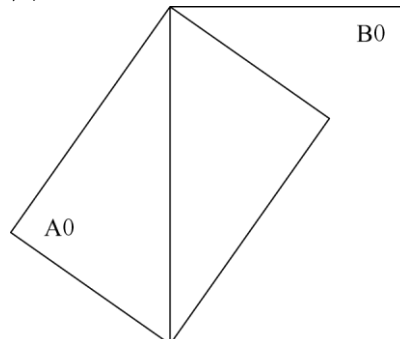
【B 判の紙について調べたこと】

- 1 B0 判の紙は、面積が  $1.5 \text{ m}^2$  の長方形であり、短い方の辺の長さと同じ方の辺の長さの比は、 $1 : \sqrt{2}$  である。
- 2 B0 判の紙を、A 判のときと同じように、次々と長い方の辺を半分にして切っていくと、B1 判、B2 判、B3 判、B4 判、B5 判、…の紙になり、それらの紙はすべて相似になっている。

【A 判の紙と B 判の紙の関係について調べたこと】

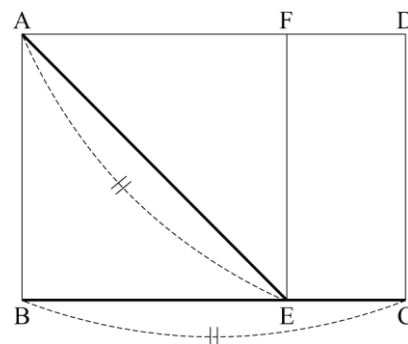
- 1 図 3 のように、A0 判の紙の対角線の長さと B0 判の紙の長い方の辺の長さは、等しくなっている。
- 2 A1 判と B1 判、A2 判と B2 判、A3 判と B3 判、…のように、A 判と B 判の数字が同じとき、A 判の紙の対角線の長さと B 判の紙の長い方の辺の長さは、等しくなっている。

図 3



問 1 図 4 の四角形 ABCD は、A 判の規格の紙と相似な長方形である。辺 BC は、辺 AB を 1 辺とする正方形 ABEF の対角線の長さと等しい。解答欄にある線分 AB をもとに、点 C を、定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお、作図に使った線は消さずに残しておくこと。

図 4



問 2 A0 判の紙の短い方の辺の長さを  $a$  cm とするとき、(1)、(2) の問いに答えよ。

(1) A1 判の紙の短い方の辺の長さを、 $a$  を用いて表せ。

(2) A3 判の紙の面積を、 $a$  を用いて表せ。

問 3 花子さんは、A3 判の資料を、コピー機で B6 判に縮小して文集に使用することにした。次の内は花子さんと太郎さんの会話である。この会話を読んで、(1)、(2) の問いに答えよ。ただし、 $\sqrt{2}=1.414$ 、 $\sqrt{3}=1.732$ 、 $\sqrt{6}=2.449$  とする。

花子：コピー機で、資料を拡大したり縮小したりしてコピーをするときには、倍率を指定するよね。

太郎：そうだね。例えば、ある長方形を縮小するとき、対応する辺の長さを 0.7 倍に縮小したいのなら、倍率を 70% にすればいいよ。

花子：A3 判の資料を、B6 判に縮小するには、倍率を何% にすればいいのかな。

太郎：まず、A3 判と B3 判の関係に着目してみようよ。B3 判の紙の短い方の辺の長さは、A3 判の紙の短い方の辺の長さの ㉞ 倍になるね。

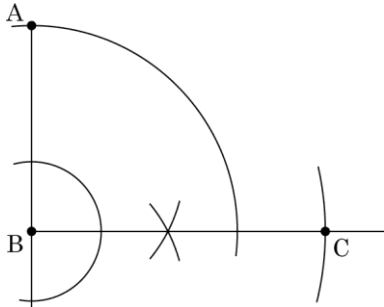
(1) ㉞ に当てはまる数を、小数第 3 位を四捨五入した値で答えよ。

(2) A3 判の資料を B6 判に縮小するには、何% の倍率にすればよいか。小数第 1 位を四捨五入した値で答えよ。

|     |                                                                                   |                 |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 問 1 | 〔作図〕                                                                              |                 |
|     |  |                 |
| 問 2 | (1)                                                                               | cm              |
|     | (2)                                                                               | cm <sup>2</sup> |
| 問 3 | (1)                                                                               |                 |
|     | (2)                                                                               | %               |

解答

問 1



問 2

(1)  $\frac{\sqrt{2}}{2}a$  cm

(2)  $\frac{\sqrt{2}}{8}a^2$  cm<sup>2</sup>

問 3

(1) 1.22

(2) 43 %

解説

問 2

(1) A1 判の紙の短い方の辺は

A0 判の長い方の辺の半分の長さである。よって、 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$  (cm)

(2)

(1) のような考え方で辺の長さを考えると

A3 判の長い方の辺は  $\frac{a}{2}$  (cm)、短い方の辺は  $\frac{\sqrt{2}}{4}a$  (cm) であり、

面積は  $\frac{a}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{4}a = \frac{\sqrt{2}}{8}a^2$  (cm<sup>2</sup>)

問 3

(1)

B0 判の長い方の辺の長さを考える。

問題文・図 3 に注目し、B0 判の長い方の辺を  $x$  cm とおくと

三平方の定理より  $x^2 = a^2 + (\sqrt{2}a)^2$   $x = \sqrt{3}a$  (cm) である。

よって B0 判の短い方の辺の長さは  $\sqrt{3}a \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}a$  (cm) である。

この後、辺の長さを 1 つ 1 つ計算していくと答えが出るが、面倒で時間がかかる。

そこで、規則性に注目する。A 判の短い辺の長さの規則に注目すると

1 つ判が小さくなると、辺の長さは  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  倍になることが分かる。

A 判と B 判でサイズの決め方は同じであることから、この性質を利用すると、

(B3 判の短い方の辺の長さ) = (B0 判の短い方の辺の長さ)  $\times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 = \frac{\sqrt{6}}{2}a \times \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{4}a$  (cm) であり

求める割合は、 $\frac{\sqrt{3}}{4}a \div \frac{\sqrt{2}}{4}a = \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{2.449}{2} = 1.2245$  より 1.22

(2)

(1) で使った規則性を利用すると、

(B6 判の短い方の辺の長さ) = (B0 判の短い方の辺の長さ)  $\times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^6 = \frac{\sqrt{6}}{2}a \times \frac{1}{8} = \frac{\sqrt{6}}{16}a$  (cm) であり

A3 判の短い方の辺の長さである  $\frac{\sqrt{2}}{4}a$  (cm) を用いて倍率を求めると、 $\frac{\sqrt{6}}{16}a \div \frac{\sqrt{2}}{4}a = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1.732}{4} = 0.433$

よって、求める倍率は 43.3% であり、小数第 1 位を四捨五入すると 43%。

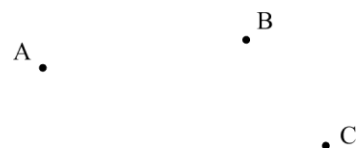
|     | A0          | A1                    | A2                    | A3                    |
|-----|-------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 長い辺 | $\sqrt{2}a$ | $a$                   | $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ | $\frac{a}{2}$         |
| 短い辺 | $a$         | $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ | $\frac{a}{2}$         | $\frac{\sqrt{2}}{4}a$ |

【問 25】

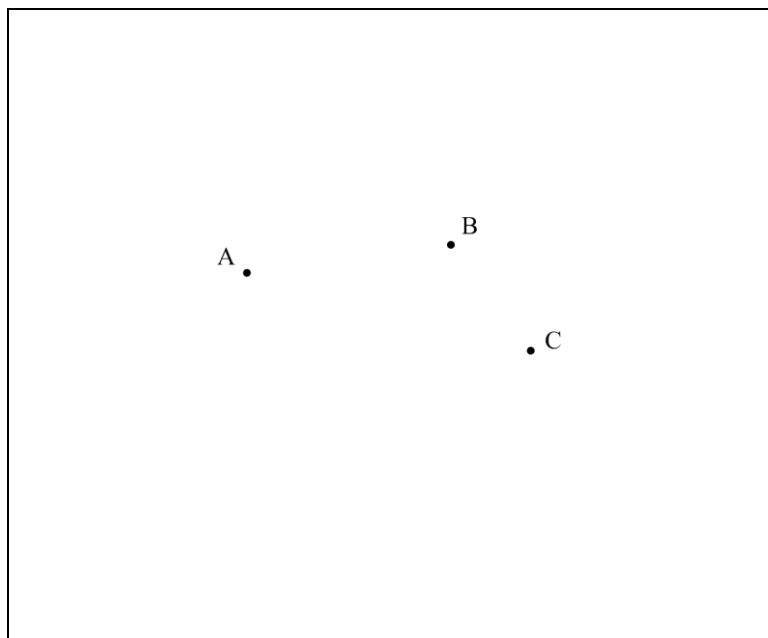
右の図 2 において、3 点 A, B, C を通る円の中心 O を作図しなさい。 図 2

ただし、作図に用いた線は明確にして、消さずに残しておく、作図した円の中心 O には記号 O を書き入れなさい。

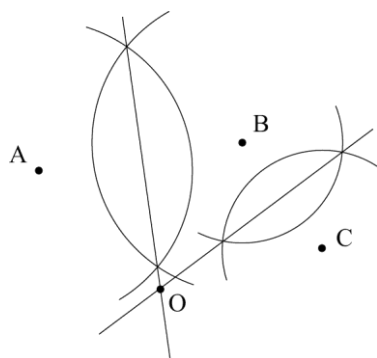
(鳥取県 2020 年度)



解答欄



解答



解説

円は、中心から等しい距離にある点の集合であり  
垂直二等分線は、2 点から等しい距離にある点の集合である。  
よって AB, BC(あるいは CA)の垂直二等分線の交点が O

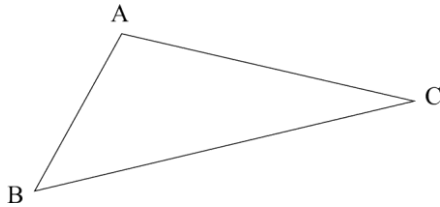
【問 26】

次の問 1，問 2 に答えなさい。

(島根県 2020 年度)

- 問 1 図 1 の  $\triangle ABC$  の 3 つの頂点を通る円の中心  $O$  の位置を定規とコンパスを用いた作図により求め、中心を示す文字  $O$  を書きなさい。ただし、作図に用いた線は消さないでおくこと。

図 1

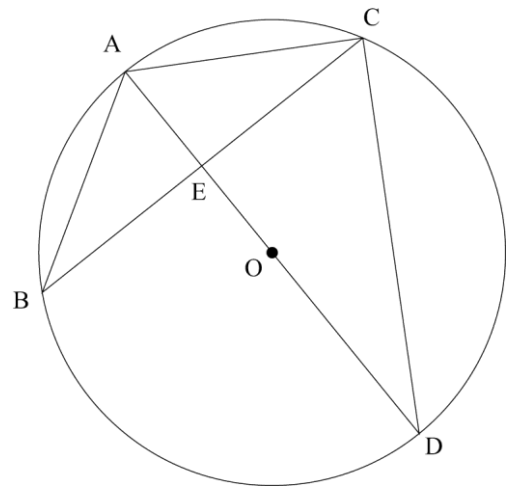


- 問 2 図 2 のように、 $\triangle ABC$  と、中心を  $O$  として 3 点  $A$ ,  $B$ ,  $C$  を通る円  $O$  がある。

$\triangle ABC$  において、 $AB=AC=5\text{ cm}$ ,  $BC=8\text{ cm}$  とする。直線  $AO$  と円  $O$  の交点で点  $A$  でない方の点を  $D$  とし、 $AD$  と  $BC$  の交点を  $E$  とすると、点  $E$  は辺  $BC$  の中点になった。次の (1)～(4) に答えなさい。

- (1)  $\triangle ABE \sim \triangle CDE$  であることを証明しなさい。

図 2

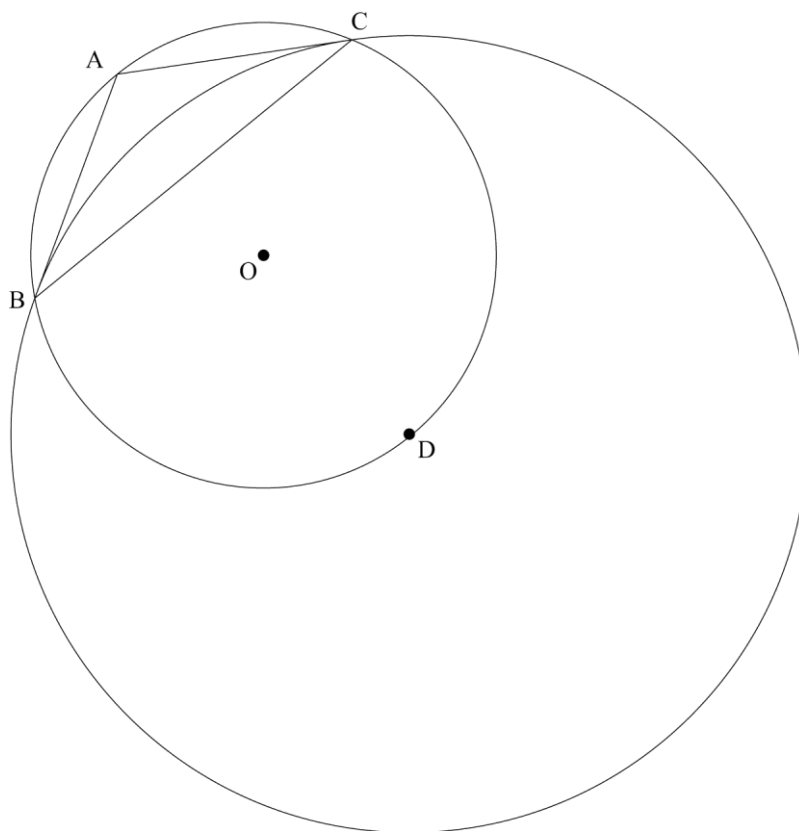


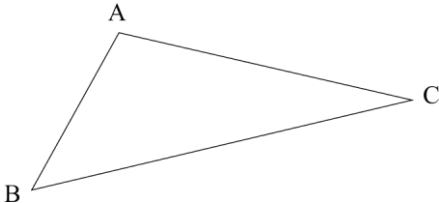
- (2) 線分  $CD$  の長さを求めなさい。

- (3) 円  $O$  の半径を求めなさい。

- (4) 図3のように，点Dを中心として，点Cを通る円を円Dとする。円Oと円Dの面積比を最も簡単な整数の比で答えなさい。

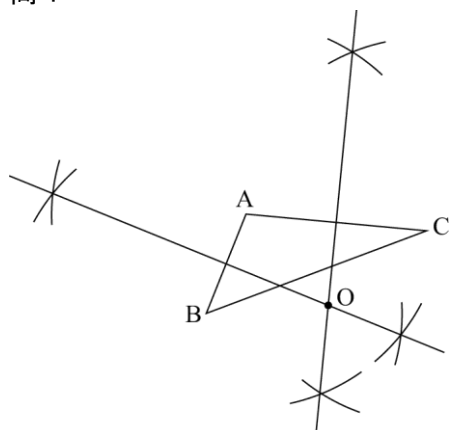
図3



|     |                                                                                    |                                      |    |
|-----|------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|----|
| 問 1 | 〔作図〕                                                                               |                                      |    |
|     |  |                                      |    |
| 問 2 | (1)                                                                                | 〔証明〕<br>△ABE と △CDE において             |    |
|     |                                                                                    | △ABE ∽ △CDE                          |    |
|     | (2)                                                                                |                                      | cm |
|     | (3)                                                                                |                                      | cm |
|     | (4)                                                                                | (円 O の面積) : (円 D の面積) =            : |    |

解答

問 1



問 2

(1)

〔証明〕

$\triangle ABE$  と  $\triangle CDE$  において

対頂角は等しいから

$$\angle AEB = \angle CED \quad \cdots \textcircled{1}$$

円周角の定理より

$$\angle BAE = \angle DCE \quad \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より, 2組の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABE \sim \triangle CDE$$

$$(2) \frac{20}{3} \text{ cm}$$

$$(3) \frac{25}{6} \text{ cm}$$

$$(4) (\text{円 O の面積}) : (\text{円 D の面積}) = 25 : 64$$

解説

問 1

$\triangle ABC$  の 3 つの頂点を通る円の中心が  $O$  であるということは,  $OA, OB, OC$  がすべて円  $O$  の半径となるため,  $OA=OB=OC$  が成り立つ。よって, 3 点  $A, B, C$  から等距離にある点を作図すればよいので, 2 点から等距離にある点はその 2 点を結んでできる線分の垂直二等分線上にあることを利用して作図する。

よって作図の手順は, ① 線分  $AB$  の垂直二等分線を作図する。② 線分  $AC$  の垂直二等分線を作図する。③

①, ②のそれぞれで作図した直線の交点を  $O$  とする。

問 2

(2)

$AB=AC$  より,  $\triangle ABC$  は二等辺三角形だから,

$BE=CE$  より, 二等辺三角形の性質から  $\angle AEB=90^\circ$

直角三角形  $ABE$  で三平方の定理により,

$$AE^2 = AB^2 - BE^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \Rightarrow AE > 0 \text{ より } AE = 3(\text{cm})$$

$$(1) \text{より } \triangle ABE \sim \triangle CDE \text{ だから, } AB : CD = AE : CE \Rightarrow 5 : CD = 3 : 4 \Rightarrow CD = \frac{20}{3}(\text{cm})$$

(3)

線分  $AD$  は円  $O$  の直径だから, 半円の弧に対する円周角は  $90^\circ$  なので,  $\angle ACD=90^\circ$

$$\text{よって, 直角三角形 } ACD \text{ で三平方の定理により, } AD^2 = AC^2 + CD^2 = 5^2 + \left(\frac{20}{3}\right)^2 = \frac{625}{9}$$

$$\Rightarrow AD > 0 \text{ より } AD = \frac{25}{3}(\text{cm}) \text{ よって円の半径は, } \frac{25}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{25}{6}(\text{cm})$$

(4)

円はすべて互いに相似であり, 円  $O \sim$  円  $D$  だから, 円  $O$  と円  $D$  の面積比は相似比から求められる。

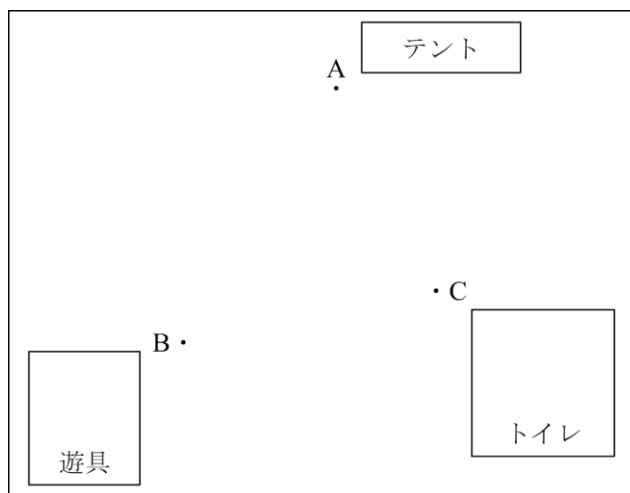
円  $O$  の半径は (3) より  $\frac{25}{6}\text{cm}$  であり, 円  $D$  の半径は (2) より  $CD = \frac{20}{3}(\text{cm})$  だから,

円  $O$  と円  $D$  の相似比は,  $\frac{25}{6} : \frac{20}{3} = 5 : 8$ 。よって, 面積比は,  $5^2 : 8^2 = 25 : 64$

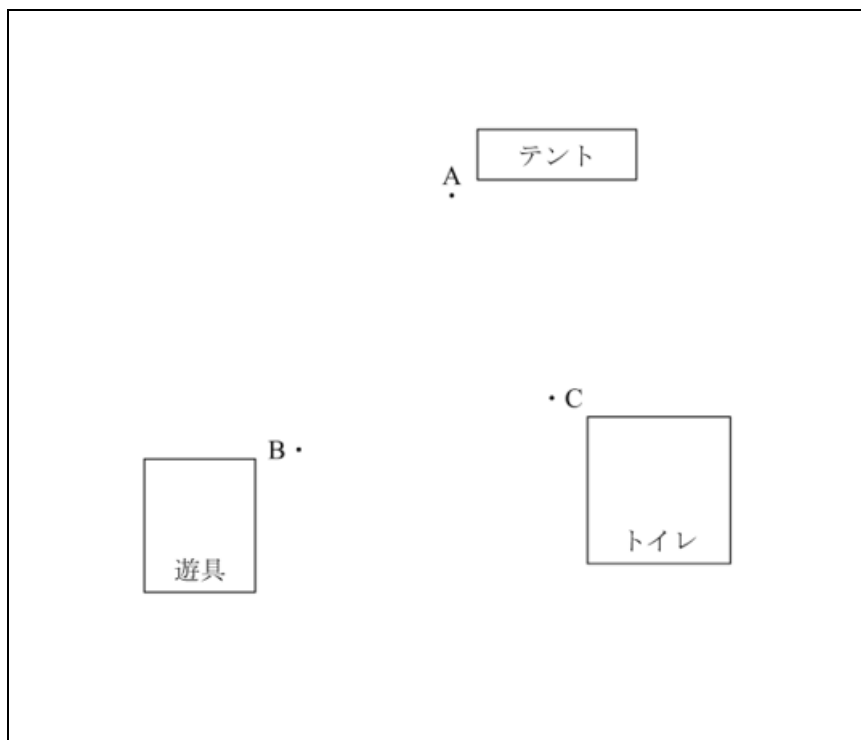
【問 27】

次の図は、ある公園を真上から見た模式図である。この公園で盆踊りを計画していて、そのときに使う円の作図について考える。公園にあるテント、遊具、トイレを避けて円をかくために、3点A、B、Cを目印に定めた。3点A、B、Cを通る円を、定規とコンパスを使って作図しなさい。作図に使った線は残しておきなさい。

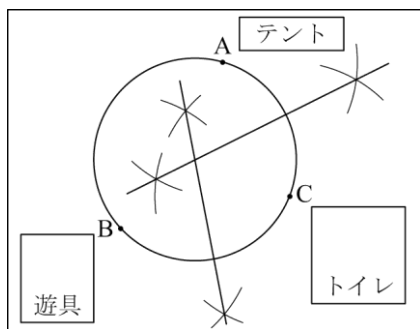
(岡山県 2020 年度 特別)



解答欄



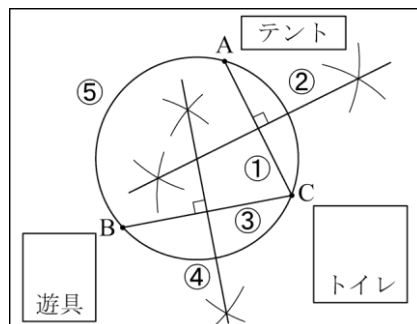
## 解答



## 解説

点 A, B, C からの距離がすべて等しい点を中心とする円をかけばよい。

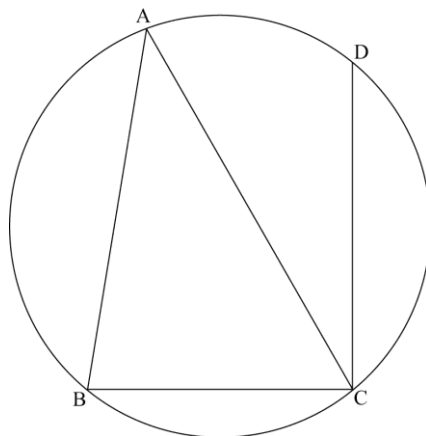
- ① 2点 A, C を結ぶ直線をひく。
- ② 線分 AC の垂直二等分線を作図する。
- ③ 2点 B, C を結ぶ直線をひく。
- ④ 線分 BC の垂直二等分線を作図する。
- ⑤ 線分 AC, BC の垂直二等分線の交点を中心とする円をかく。



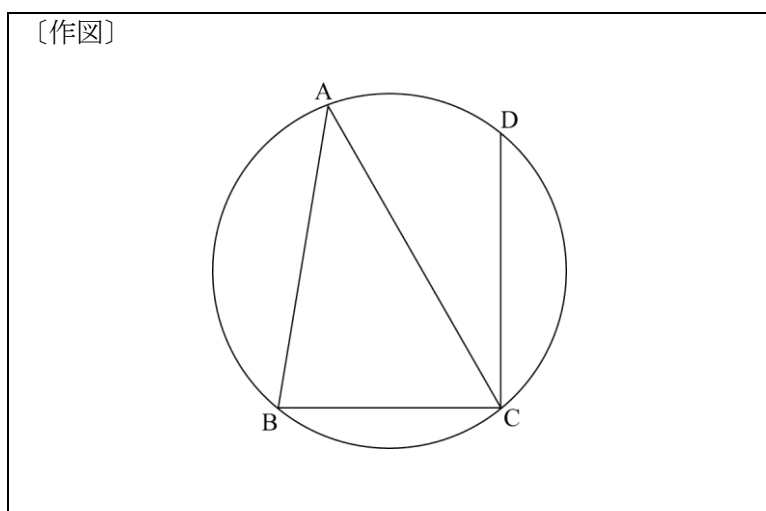
【問 28】

下の図のように、円周上に 4 点 A, B, C, D があり、 $\angle ABC=80^\circ$ 、 $\angle ACD=30^\circ$ である。線分 CD 上にあり、 $\angle CBP=25^\circ$ となる点 P を、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

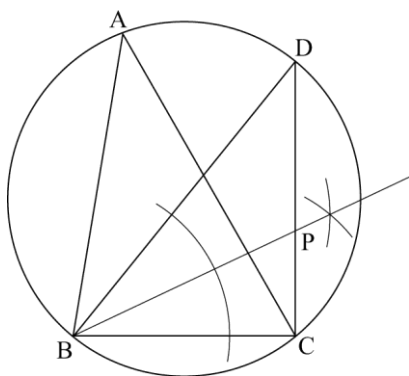
(山口県 2020 年度)



解答欄



解答



解説

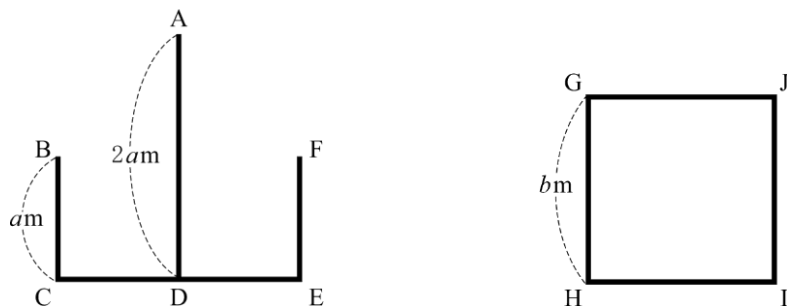
$\widehat{AD}$ に対する円周角は等しいので、 $\angle ABD=\angle ACD=30^\circ$ である。  
 よって、 $\angle DBC=50^\circ$ となるので、 $\angle DBC$ の二等分線を作図すれば $\angle CBP=25^\circ$ となる。

【問 29】

校庭に「山口」の人文字をつくることになった。

図 1 のように、「山」の文字は、 $BC=FE=a$  m,  $AD=CE=2a$  m とし、点 D は線分 CE の中点で、線分 BC, AD, FE はそれぞれ線分 CE に垂直であり、「口」の文字は 1 辺の長さが  $b$  m の正方形である。

図 1



次の問 1, 問 2 に答えなさい。

(山口県 2020 年度【学校指定】)

問 1 長さ  $a$ ,  $b$  を自然数とし、校庭にかいた文字の上に、次のルールにしたがって生徒が立ち、人文字をつくる。

ルール

- ・点 A～J に 1 人ずつ立つ。
- ・点 A～J に立っている生徒から 1 m ごとに 1 人ずつ立つ。

例えば、図 2 は  $a=2$ ,  $b=3$  として生徒が立つ位置を ● で表したものであり、「山」と「口」の人文字をつくるのに必要な人数は、それぞれ 13 人と 12 人である。

図 2



次の (1), (2) に答えなさい。

(1)  $a=3$  とするとき、「山」の人文字をつくるのに必要な人数を求めなさい。

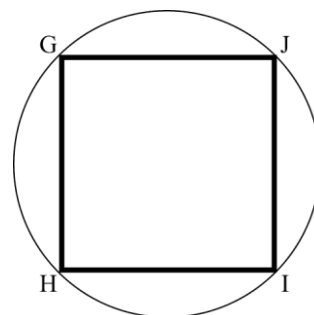
(2) 「山」と「口」の人文字をつくるのに必要な人数をそれぞれ  $a$ ,  $b$  を使った式で表しなさい。

問2 人文字をつくるために、校庭に円を2つかき、その円の中に1文字ずつ「山」と「口」をできるだけ大きくかくことにする。

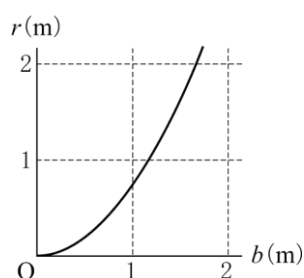
次の(1)，(2)に答えなさい。

- (1) 「口」の文字を円の中にできるだけ大きくかくと、図3のように4点G，H，I，Jが円の周上になる。円の半径を $r$  m とするとき， $r$ を $b$ を使った式で表しなさい。また， $r$ と $b$ の関係を表したグラフとして，最も適切なものを次のア～エの中から選び，記号で答えなさい。

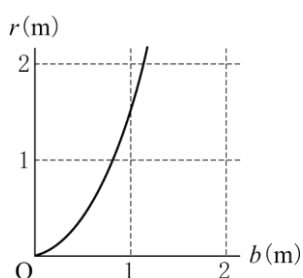
図3



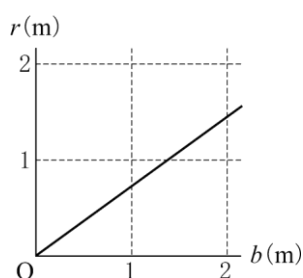
ア



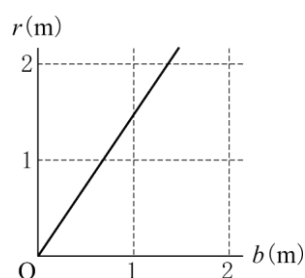
イ



ウ



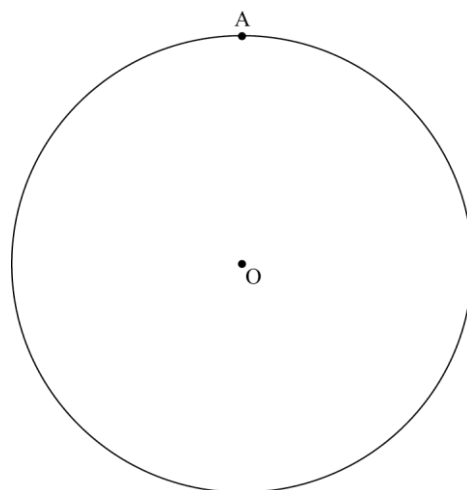
エ

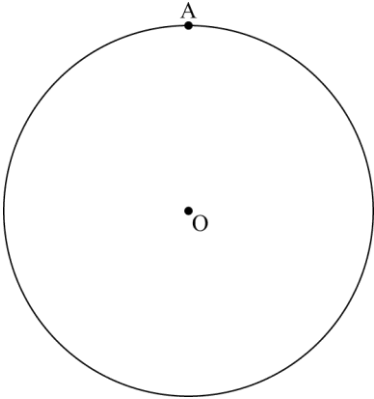


- (2) 「山」の文字を円の中にできるだけ大きくかくと、3 図4

点A，C，Eが円の周上になる。線分CEの長さを8 m とするとき，円の半径を求めなさい。

また，図4のように，円Oの周上に点Aをとったとき，点Cを定規とコンパスを用いて作図しなさい。ただし，作図に用いた線は消さないこと。



|     |     |                                                                                                                            |
|-----|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 問 1 | (1) | 人                                                                                                                          |
|     | (2) | 「山」の人文字をつくるのに必要な人数 (人)                                                                                                     |
|     |     | 「口」の人文字をつくるのに必要な人数 (人)                                                                                                     |
| 問 2 | (1) | 式 $r=$                                                                                                                     |
|     |     | 〔グラフ〕                                                                                                                      |
|     | (2) | <div>m</div> <div>〔作図〕</div> <div></div> |

解答

問 1

(1) 19 人

(2)

「山」の人文字をつくるのに必要な人数  $6a+1$  (人)

「口」の人文字をつくるのに必要な人数  $4b$  (人)

問 2

(1)

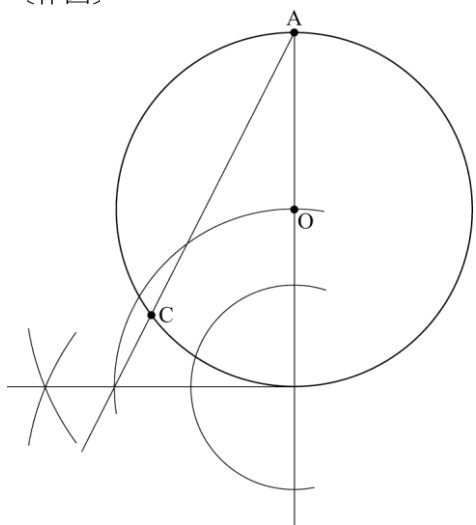
式  $r = \frac{\sqrt{2}}{2}b$

〔グラフ〕 ウ

(2)

5 m

〔作図〕



解説

問 2

(1)について、円の中心を  $O$  とすると、 $r : b = OG : GH = 1 : \sqrt{2}$ より

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}}b = \frac{\sqrt{2}}{2}b$$

(2)について、 $OC=r$  とおくと、 $OD=AD-OA=CE-OA=8-r$ 、 $CD=4$  である。

$\triangle OCD$  において三平方の定理より

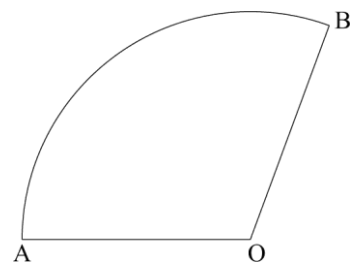
$$4^2 + (8-r)^2 = r^2$$

$$16r = 80$$

$$r = 5(\text{m})$$

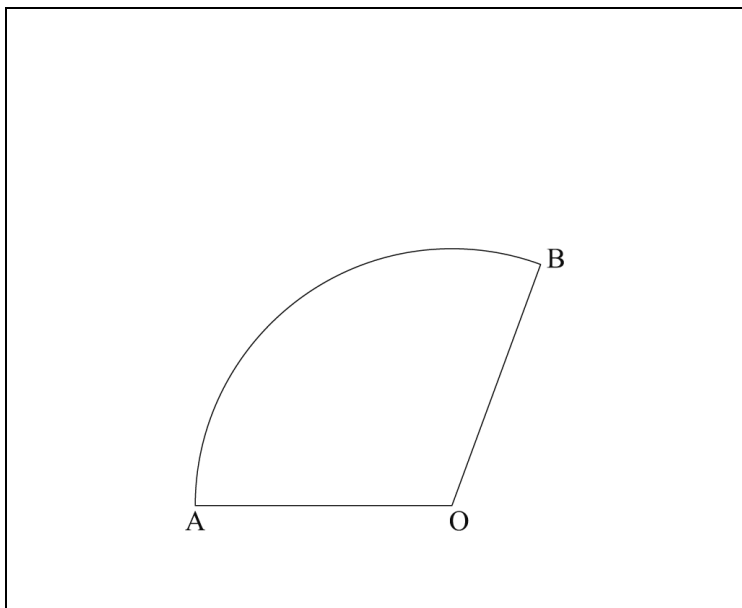
【問 30】

右の図は、おうぎ形  $OAB$  である。 $\widehat{AB}$  上にあり、 $\widehat{AP}$  の長さが、 $\widehat{PB}$  の長さの 3 倍となる点  $P$  を、定規とコンパスの両方を使って解答用紙に作図しなさい。ただし、作図に使った線は消さずに残しておくこと。また、定規やコンパスを持っていない場合は、作図の方法を文章で書きなさい。



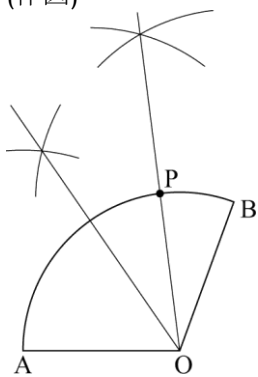
(徳島県 2020 年度)

解答欄



解答

(作図)



(文章記述)

- ① 2 点  $A$ ,  $B$  を、それぞれ中心として、等しい半径の円をかき、その交点と点  $O$  を通る直線をひき、 $\widehat{AB}$  との交点を  $C$  とする。
- ② 同様に、2 点  $C$ ,  $B$  を、それぞれ中心として、等しい半径の円をかき、その交点と点  $O$  を通る直線をひくと、 $\widehat{AB}$  との交点が  $P$  である。

解説

$\widehat{AP}$  の長さが  $\widehat{PB}$  の長さの 3 倍であるということは、 $\widehat{AB}$  の長さは  $\widehat{PB}$  の長さの 4 倍  
つまり  $\widehat{PB} = \frac{1}{4}\widehat{AB}$  となる。

弧の長さとし、その弧に対する中心角の大きさは比例するので、 $\angle POB = \frac{1}{4}\angle AOB$  である。

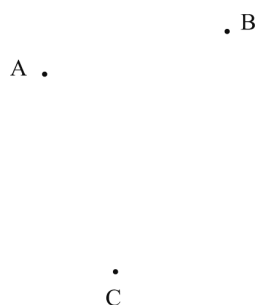
よって作図の手順は

- ①  $\angle AOB$  の二等分線を作図し、 $\widehat{AB}$  との交点を  $C$  とする（解答には記述不要）。
- ②  $\angle COB$  の二等分線を作図し、 $\widehat{AB}$  との交点を  $P$  とする。

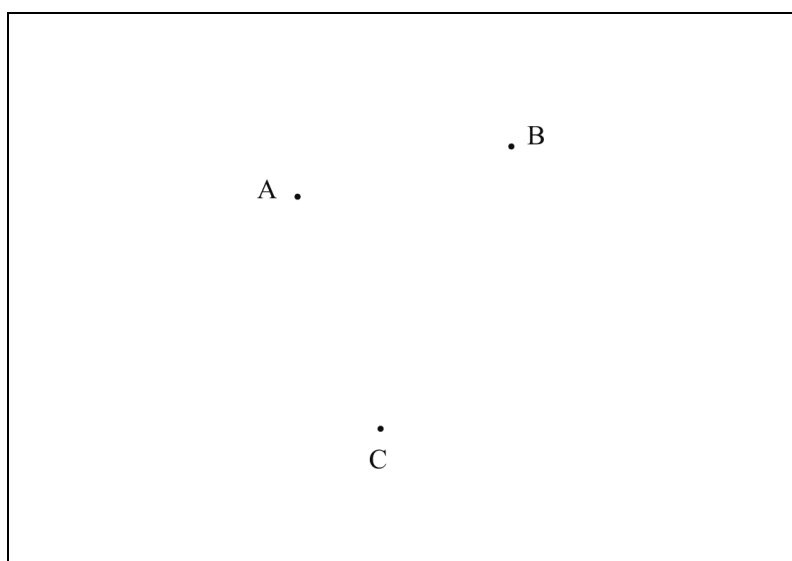
【問 31】

下の図のように、3 点 A, B, C がある。2 点 A, B から等しい距離にある点のうち、点 C から最も近い点 P を、解答欄に作図せよ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

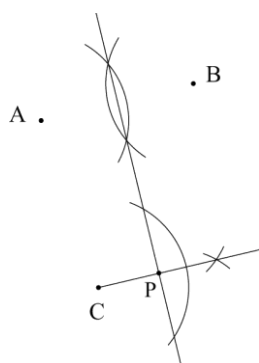
(愛媛県 2020 年度)



解答欄



解答



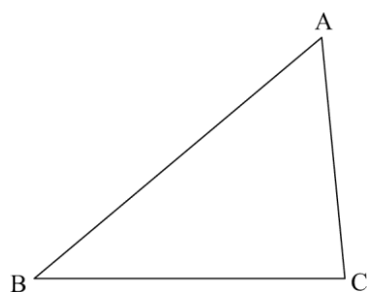
解説

2 点 A, B から等しい距離にある点は、線分 AB の垂直二等分線上にある。  
また、点 C を含まない直線上の C から最も近い点は、C からひいた垂線と直線との交点である。  
したがって、線分 AB の垂直二等分線をひき  
この垂直二等分線に C から垂線をひいてできる交点を点 P とすればよい。

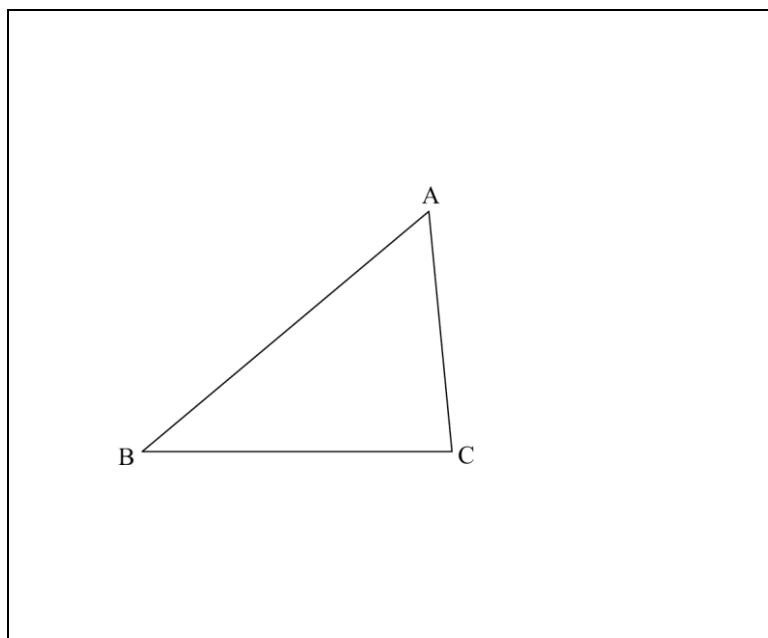
【問 32】

下の図のような，三角形  $ABC$  がある。 $\angle B$  の二等分線上にあつて，点  $A$  からの距離が最も短い点  $P$  を，定規とコンパスを使い，作図によって求めよ。ただし，定規は直線をひくときに使い，長さを測ったり角度を利用したりしないこととする。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

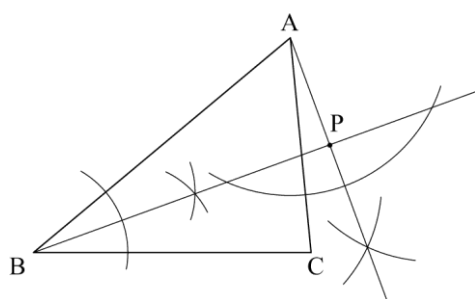
(高知県 A 2020 年度)



解答欄



解答



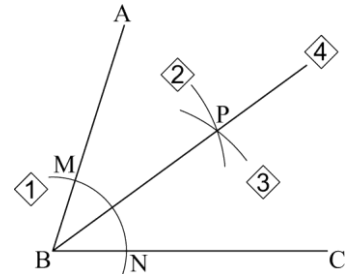
【問 33】

香さんと孝さんは、次の**方法**で、 $\angle ABC$  の二等分線を**図 1**のように作図できる理由について、話し合っている。下の会話文は、その内容の一部である。

方 法

- ① 点  $B$  を中心として、適当な半径の円をかき、線分  $AB$ 、 $BC$  との交点をそれぞれ点  $M$ 、 $N$  とする。
- ② ① でかいた円の半径より長い半径で、点  $M$  を中心として円をかく。
- ③ 点  $N$  を中心として、② でかいた円の半径と等しい半径の円をかき、② の円との交点の 1 つを点  $P$  とする。
- ④ 直線  $BP$  をひく。

図 1



香さん

この**方法**で直線  $BP$  をひくと、 $\angle ABP = \angle CBP$  になるのは、  
どうしてかな。

点  $P$  と点  $M$ 、 $N$  をそれぞれ結んでできる四角形  $PMBN$  が  
(①) な図形だからだよ。



孝さん



なるほど。 $\triangle MBP \equiv \triangle NBP$  になっているからだね。

そうだよ。**方法**の① から(②)、② と③ から(③)が  
わかり、共通な辺もあるので、 $\triangle MBP \equiv \triangle NBP$  が示せるね。



次の問 1 ～問 4 に答えよ。

(福岡県 2020 年度)

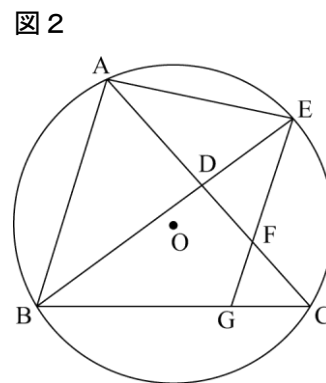
問 1 会話文の ( ① ) には、四角形  $PMBN$  がもつ、ある性質があてはまる。( ① ) にあてはまるものを次のア～エから 1 つ選び、記号で答えよ。

- ア 点  $B$  を対称の中心とする点対称
- イ 線分  $BP$  の中点を対称の中心とする点対称
- ウ 直線  $BP$  を対称の軸とする線対称
- エ 点  $M$  と点  $N$  を結ぶ直線を対称の軸とする線対称

問 2 会話文の ( ② )、( ③ ) には、 $\triangle MBP$  と  $\triangle NBP$  の辺や角の関係のうち、いずれかがあてはまる。( ② )、( ③ ) にあてはまる関係を、記号  $=$  を使って答えよ。

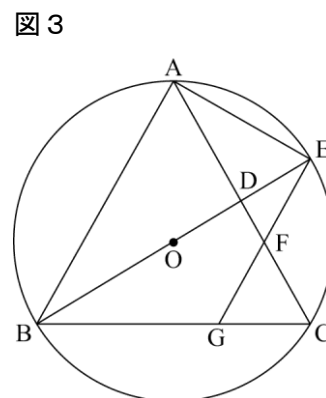
問3 図2は、図1の $\angle ABC$ において、 $\angle ABC < 90^\circ$ 、3点A, B, Cが円Oの周上にある場合を表しており、 $\angle ABC$ の二等分線と線分AC、円Oとの交点をそれぞれD, Eとし、点Aと点Eを線で結び、点Eを通り線分ABに平行な直線と線分AC, BCとの交点をそれぞれF, Gとしたものである。

このとき、 $\triangle ABD \sim \triangle FAE$ であることを証明せよ。



問4 図3は、図2において、 $\angle ABC = 60^\circ$ 、線分BEが円Oの直径となる場合を表している。

$\triangle ABC$ の面積が $15 \text{ cm}^2$ のとき、四角形BGFDの面積を求めよ。



解答欄

|    |                 |  |
|----|-----------------|--|
| 問1 | ①               |  |
| 問2 | ②               |  |
|    | ③               |  |
| 問3 | 〔証明〕            |  |
| 問4 | cm <sup>2</sup> |  |

解答

問 1

①ウ

問 2

②BM=BN

③MP=NP

問 3

〔証明〕

$\triangle ABD$  と  $\triangle FAE$  において

BE は  $\angle ABC$  の二等分線だから

$\angle ABD = \angle CBD \cdots ①$

$\widehat{CE}$  に対する円周角は等しいから

$\angle CBD = \angle FAE \cdots ②$

①, ②より

$\angle ABD = \angle FAE \cdots ③$

平行線の錯角は等しいから,  $AB \parallel EG$  より

$\angle BAD = \angle AFE \cdots ④$

③, ④より, 2組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABD \sim \triangle FAE$

問 4  $\frac{35}{6} \text{ cm}^2$

解説

問 4

半円の弧に対する円周角は直角だから  $\angle BAE = 90^\circ$  である。

また,  $\angle ABE = 30^\circ$  だから  $\angle AEB = 60^\circ$  である。

弧 AB に対する円周角は等しいから  $\angle ACB = \angle AEB = 60^\circ$

よって,  $\triangle ABC$  は正三角形である。 $AB \parallel EG$  より  $\triangle ABC \sim \triangle FGC$  となるから  $\triangle FGC$  も正三角形である。

$\triangle OAD \sim \triangle EAD$  より,  $OD = ED$  であるから  $BO : OD = 2 : 1 \cdots \cdots ①$

$\angle ABE = \angle CBE$ ,  $AB \parallel EG$  であることから  $\angle GBE = \angle GEB$  となり

$\triangle GEB$  は二等辺三角形であることがわかる。

$\triangle GEB$  は二等辺三角形であるから  $\angle BOG = 90^\circ$  となり

$\triangle BGO \sim \triangle BCD$  である。

①より,  $CG : CB = 1 : 3$  であるから

$\triangle FGC : \triangle ABC = 1^2 : 3^2 = 1 : 9$

よって四角形 BGFD の面積は

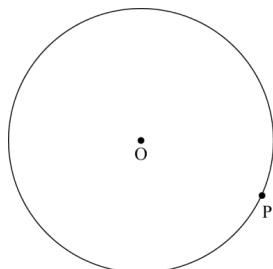
$$\triangle BCD - \triangle FGC = \frac{1}{2} \triangle ABC - \frac{1}{9} \triangle ABC = \frac{7}{18} \triangle ABC = \frac{7}{18} \times 15 = \frac{35}{6} (\text{cm}^2)$$

【問 34】

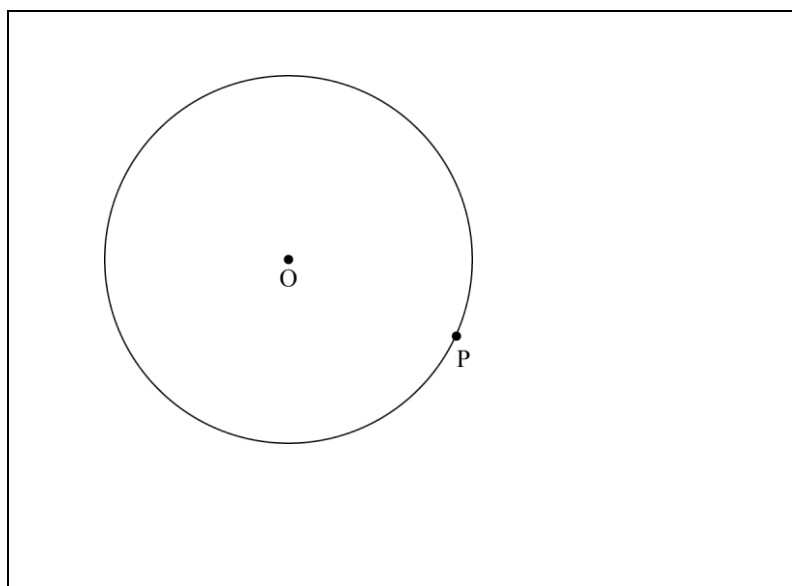
下の図のように、点  $O$  を中心とする円があり、円周上に点  $P$  がある。点  $P$  が接点となる円の接線を作図しなさい。

ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

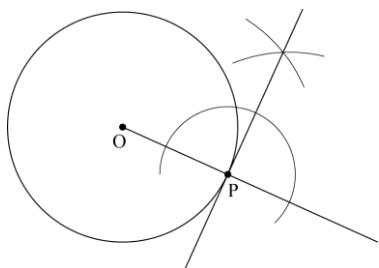
(佐賀県 2020 年度 特色)



解答欄

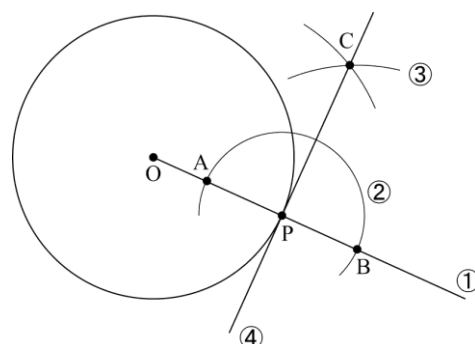


解答



解説

- ①直線  $OP$  をひく。
- ② $P$  を中心として円をかき、直線  $OP$  との交点を  $A, B$  とする。
- ③ $A, B$  から等距離にある点  $C$  を作る。
- ④直線  $PC$  が求める接線となる。



【問 35】

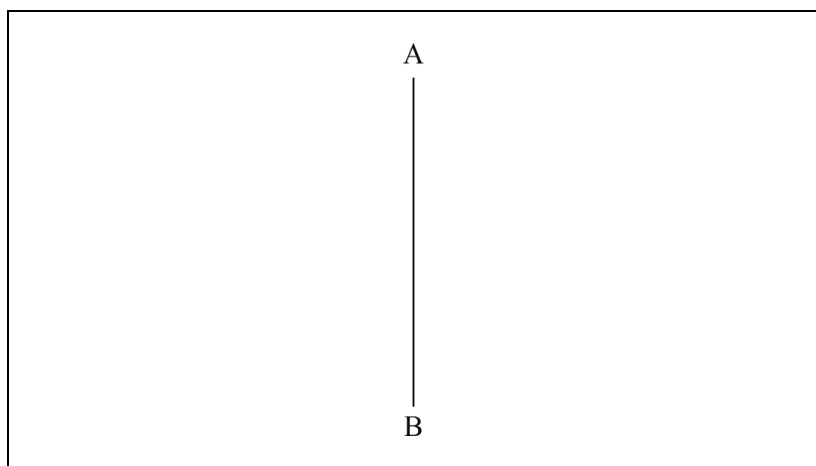
図 2 において、線分 AB の垂直二等分線を定規とコンパスを用いて解答用紙の図 2 に作図せよ。ただし、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

(長崎県 2020 年度)

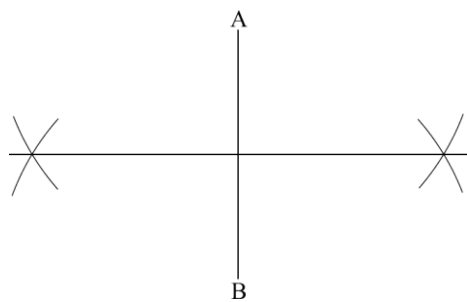
図 2



解答欄



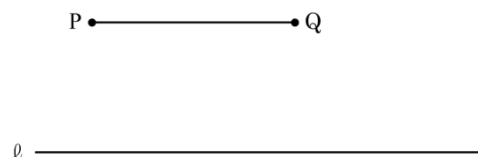
解答



【問 36】

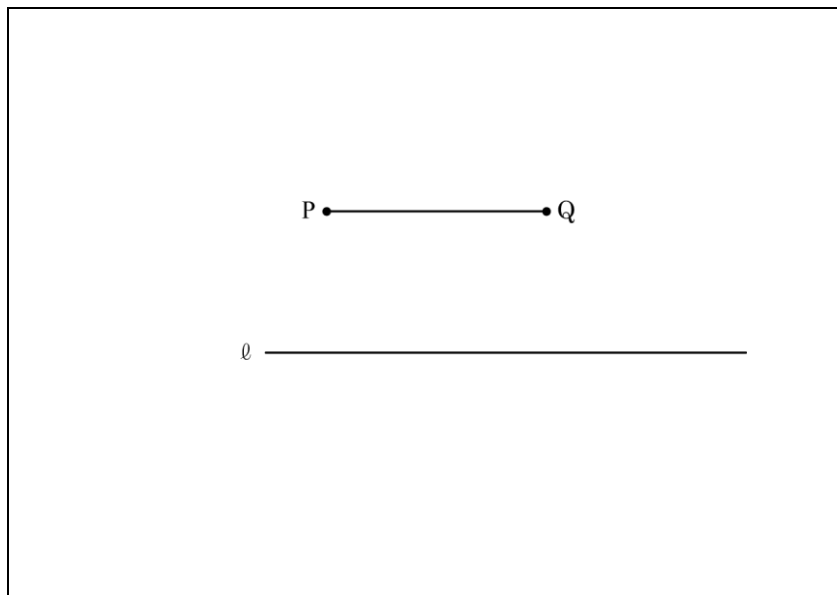
図 2 において，線分  $PQ$  は直線  $\ell$  と平行である。2 点  $P$ ， $Q$  を通り，直線  $\ell$  に接する円の中心  $O$  を定規とコンパスを用いて解答紙の図 2 に作図して求め，その位置を点  $\bullet$  で示せ。ただし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図 2

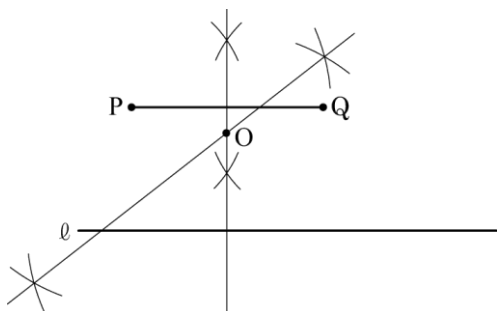


(長崎県 2020 年度)

解答欄



解答



解説

複雑な作図の問題は，完成図を予想してから逆算して作図方法を見つけるとよい。

円  $O$  は 2 点  $P$ ， $Q$  を通るので， $OP=OQ$  となる。

よって，中心  $O$  は線分  $PQ$  の垂直二等分線上にある。

また，円  $O$  は直線  $\ell$  に接するので，中心  $O$  と接点  $T$  を結んだ線分は直線  $\ell$  と垂直になる。

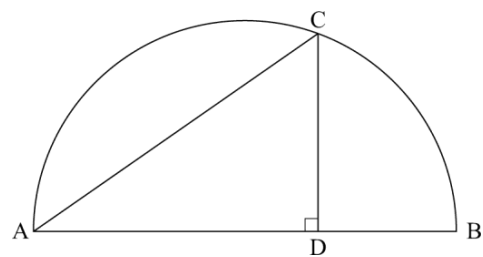
よって，接点  $T$  は先述した線分  $PQ$  の垂直二等分線上にある。

さらに，円  $O$  は 3 点  $P$ ， $Q$ ， $T$  を通ることになるので， $OP=OQ=OT$  となる。

よって，線分  $PT$  の垂直二等分線と先述した線分  $PQ$  の垂直二等分線との交点が中心  $O$  となる。

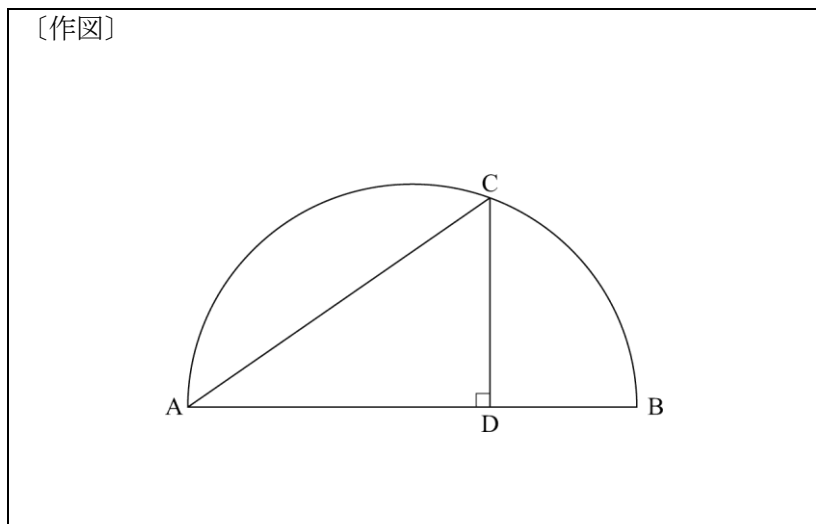
【問 37】

右の図は、線分  $AB$  を直径とする半円で、点  $C$  は  $\widehat{AB}$  上にあり、点  $D$  は線分  $AB$  上にあって、 $CD \perp AB$  である。 $\widehat{AC}$  上に点  $P$  を、 $\triangle ADP$  の面積が  $\triangle ADC$  の面積の半分となるようにとりたい。点  $P$  を、定規とコンパスを使って作図しなさい。なお、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

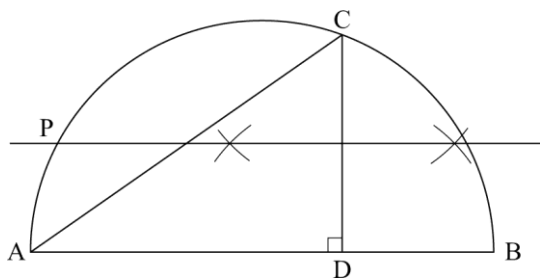


(熊本県 2020 年度)

解答欄



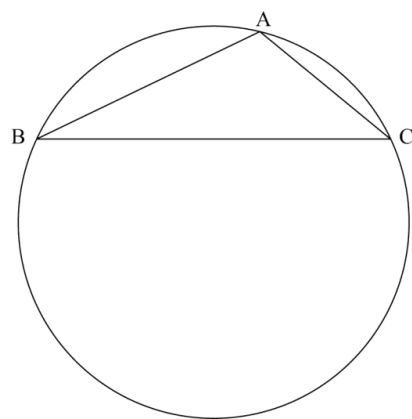
解答



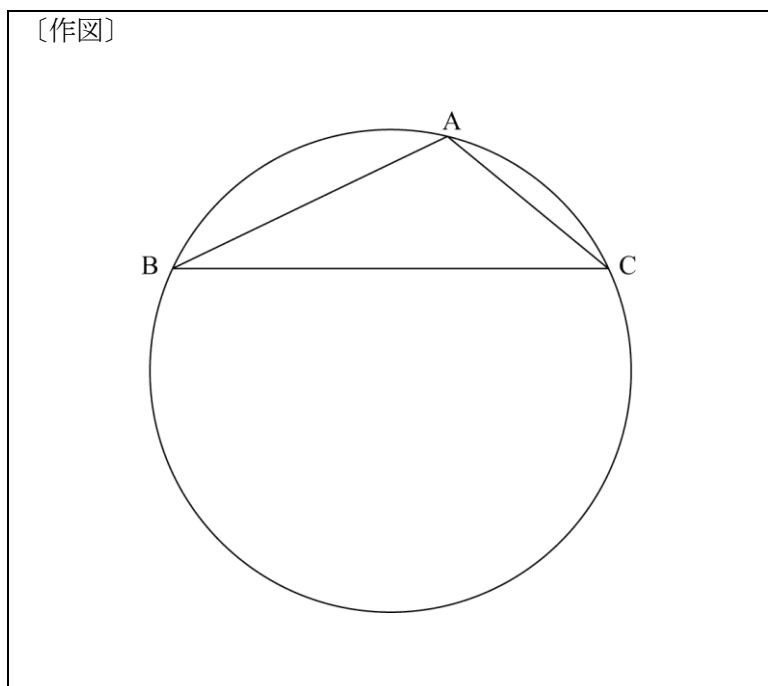
【問 38】

右の図のように、円があり、円の周上に 3 点 A, B, C がある。A を含まない  $\widehat{BC}$  上に点 P を、 $\triangle BPC$  の面積が  $\triangle ABC$  の面積と等しくなるようにとりたい。点 P を、定規とコンパスを使って 1 つ作図しなさい。なお、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

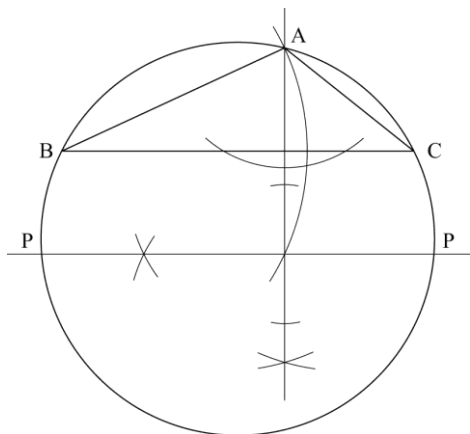
(熊本県 2020 年度)



解答欄



解答

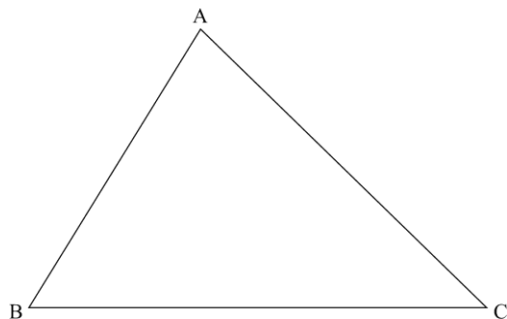


【問 39】

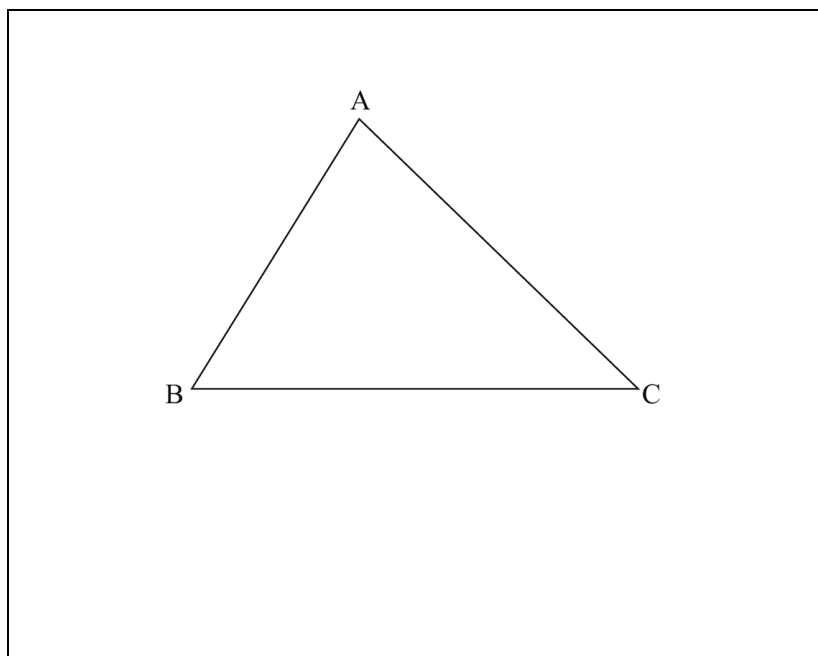
下の図のように、 $\triangle ABC$  の紙がある。 $\angle A$  の二等分線と辺  $BC$  の交点を  $P$  とし、頂点  $A$  が点  $P$  に重なるように折るとき、折り目となる線を作図しなさい。

ただし、作図には定規とコンパスを用い、作図に使った線は消さないこと。

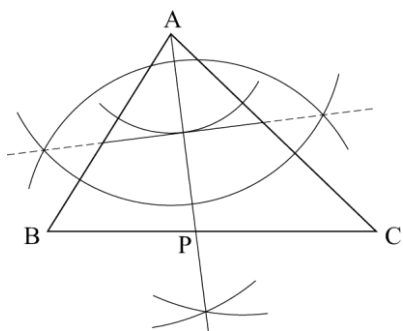
(大分県 2020 年度)



解答欄



解答



【問 40】

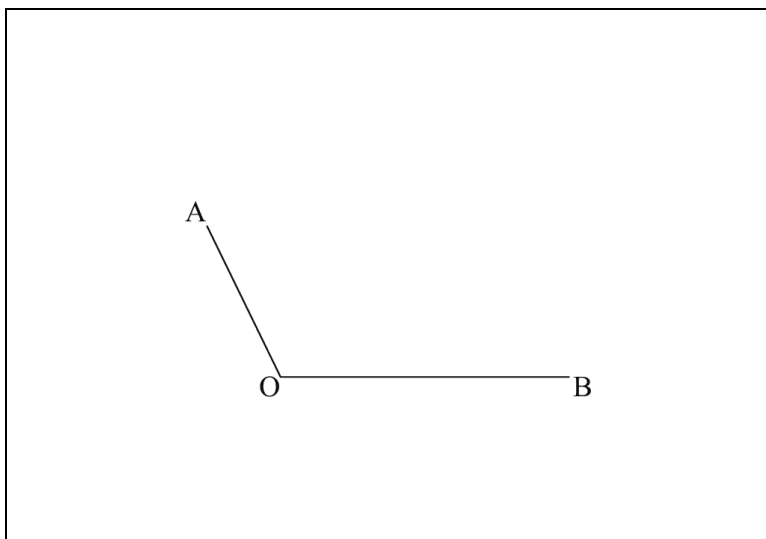
右の図のように，線分  $OA$ ， $OB$  がある。

$\angle AOB$  の二等分線上にあり，2 点  $O$ ， $B$  から等しい距離にある点  $P$  を，コンパスと定規を使って作図しなさい。作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

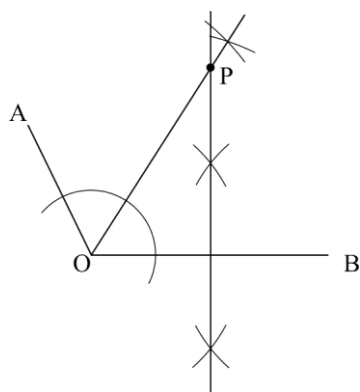
(宮崎県 2020 年度)



解答欄

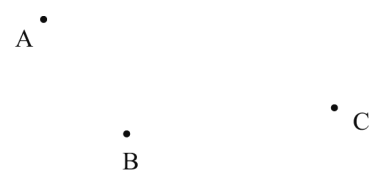


解答



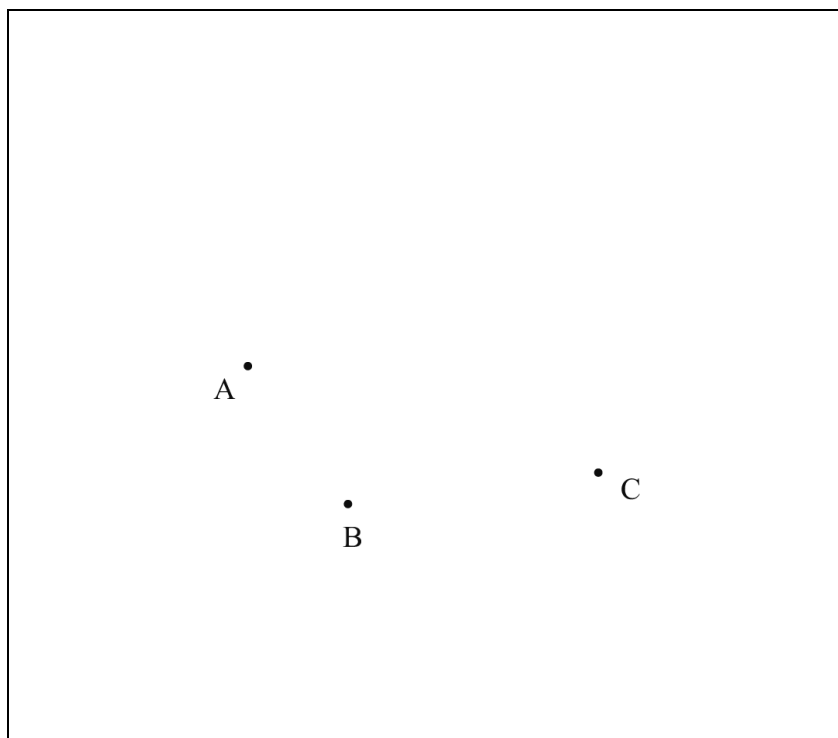
【問 41】

右の図のように、3 点 A, B, C がある。この 3 点 A, B, C を通る円周上において、点 B を含まない  $\widehat{AC}$  上に  $\angle ABD = \angle CBD$  となる点 D を、定規とコンパスを用いて作図せよ。ただし、点 D の位置を示す文字 D を書き入れ、作図に用いた線も残しておくこと。

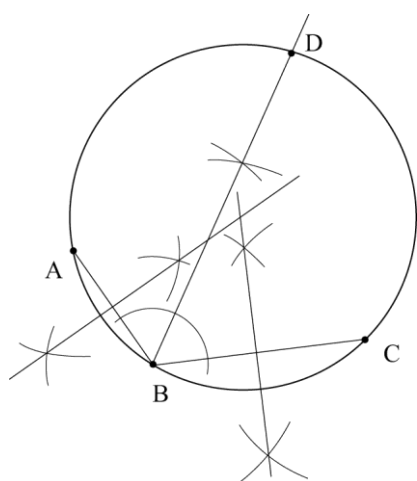


(鹿児島県 2020 年度)

解答欄



解答



【問 42】

次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2020 年度)

問 1 図 1 において、直線  $\ell$  に対して点 A と対称な点 P を、定規とコンパスを使って作図して示しなさい。  
ただし、点を示す記号 P をかき入れ、作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

図 1



問 2 図 2 のように、直線  $\ell$  に対して点 A と同じ側に点 B をとる。また、直線  $\ell$  に対して点 A と対称な点を P とする。  
線分 BP と直線  $\ell$  との交点を Q とするとき、線分 AQ, QB, BP の長さの関係について正しいものを、次のア～ウのうちから 1 つ 選び、記号で答えなさい。

図 2



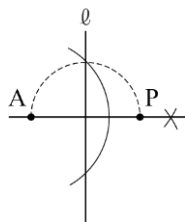
- ア  $AQ + QB$  は BP より大きい。
- イ  $AQ + QB$  は BP と等しい。
- ウ  $AQ + QB$  は BP より小さい。

解答欄

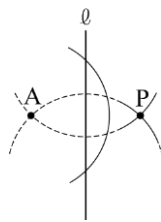
|     |  |
|-----|--|
| 問 1 |  |
| 問 2 |  |

解答

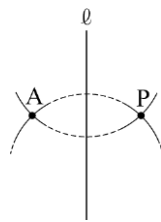
問 1



別解 1



別解 2



問 2 イ

解説

問 2

直線  $\ell$  は線分  $AP$  の垂直二等分線なので、 $AQ=PQ$  である。  
したがって、 $AQ+QB=PQ+QB=BP$  となり、イが正しい。