

7. 場合の数・確率 (6. 図形に関する問題)

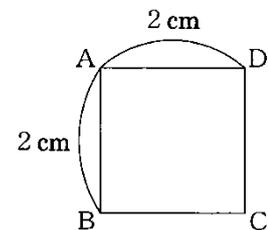
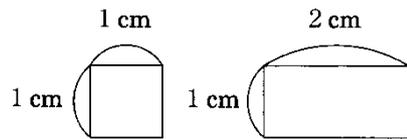
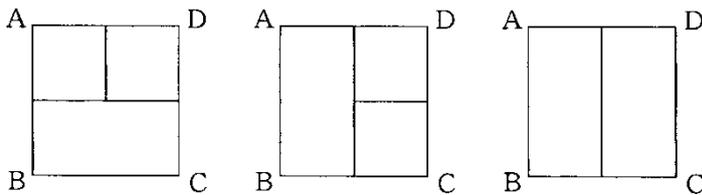
【問 1】

図のような正方形のタイルと長方形のタイルを使って、1辺が 2 cm の正方形 ABCD をしきつめる。下の3つの例はいずれも異なる正方形のしきつめ方として考える。

このとき、例を含めて全部で何通りのしきつめ方があるか。

(福井県 2002 年度)

(例)



解答欄

通り

解答

7通り

解説

正方形のタイル2つと長方形のタイル1つの組み合わせ

正方形のタイル4つの組み合わせ

長方形のタイル2つの組み合わせで考える。

ほかに以下の4通りがあるから合計で7通り

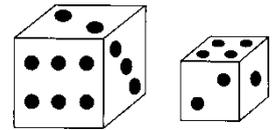


【問 2】

大小2つのさいころを同時に投げるとき、大きなさいころの出る目の数を a 、小さなさいころの出る目の数を b とする。次の問1、問2に答えなさい。

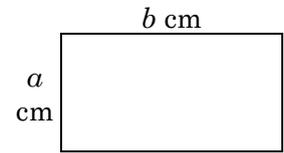
(島根県 2002 年度)

図1



問1 a を十の位の数とし、 b を一の位の数として、2桁の整数をつくる。例えば、図1のようにさいころの目が出た場合、 $a=2$ 、 $b=4$ となり、2桁の整数 24 をつくる。

図2



次の1、2に答えなさい。

1 2桁の整数は全部で何通りできるか、求めなさい。

2 5の倍数は何通りできるか、求めなさい。

問2 図2のように、さいころの出る目の数によって、縦の長さを a cm、横の長さを b cm として、長方形(正方形を含む)をつくる。

次の1～3に答えなさい。

1 周の長さが 12 cm となる確率を求めなさい。

2 面積が 20 cm^2 以上となる確率を求めなさい。

3 縦と横の長さが異なる確率を求めなさい。

解答欄

問1	1	通り
	2	通り
問2	1	
	2	
	3	

解答

問1

1 36 通り

2 6通り

問2

1 $\frac{5}{36}$

2 $\frac{2}{9}$

3 $\frac{5}{6}$

解説

問1

1

2桁の整数は十の位の数 a と一の位の数 b の組み合わせだけできるから全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

2

5 の倍数は一の位の数 b が 5 の倍数になるから

$(a, b) = (1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5), (6, 5)$ の 6通り。

問2

1

$a + b = 6\text{cm}$ となればよいから $(a, b) = (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$ の 5通り。

よって求める確率は $\frac{5}{36}$

2

面積が 20 cm^2 以上になる a, b の組み合わせは

$(a, b) = (4, 5), (4, 6), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$ の 8通り。

よって求める確率は $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

3

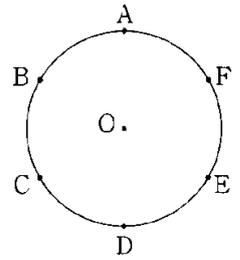
縦と横の長さが異なる確率 $= 1 - (\text{縦と横の長さが同じ確率})$ である。

縦と横の長さが同じ確率は a, b の数が等しい場合だから $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

よって求める確率は $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

【問 3】

図のように、円 O の周を6等分する点を A, B, C, D, E, F とする。そのうち、点 B, C, D, E, F を表す文字 B, C, D, E, F を1つずつ記入した \boxed{B} , \boxed{C} , \boxed{D} , \boxed{E} , \boxed{F} の5枚のカードがある。このカードをよくきって同時に2枚ひき、ひいた2枚のカードが表す点と点 A の3点を結んで三角形をつくる。このとき、その三角形が、直角三角形となる確率を求めよ。



(高知県 2002 年度)

解答欄

解答

$$\frac{3}{5}$$

解説

カードのひき方は

(B, C) (B, D) (B, E) (B, F) (C, D) (C, E) (C, F) (D, E) (D, F) (E, F) の 10 通り。

このうち直角三角形となるのは直径を1辺とするときだから下線をひいた6通り。

よって求める確率は $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

【問 4】

A, B2つのさいころを同時に投げ、Aのさいころの出た目の数を a , Bのさいころの出た目の数を b とする。このとき、底辺を a cm, 高さを b cm とする三角形の面積が 3 cm² になる確率を求めよ。

(鹿児島県 2002 年度)

解答欄

解答

$$\frac{1}{9}$$

解説

題意より三角形の面積について

$$\frac{ab}{2} = 3$$

$$ab = 6$$

よってこれを満たす組み合わせは

$(a, b) = (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)$ の4通り。

よって求める確率は $\frac{4}{6 \times 6} = \frac{1}{9}$

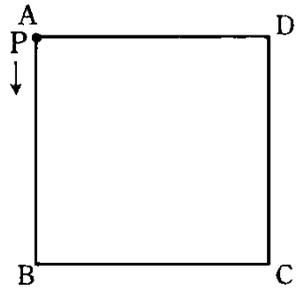
【問 5】

図のような正方形 ABCD がある。1つのさいころを1回投げるとき、点 P は頂点 A を出発点として、出た目の数だけ左回りに各頂点を移動する。

移動のしかたは、 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ の順となる。

(例:1 の目が出たとき、点 P は頂点 B に止まる。)

さいころは、どの目が出ることも同様に確からしいものとして、次の各問いに答えなさい。



(沖縄県 2002 年度)

問1. 点 P が頂点 D に止まるときの確率を求めなさい。

問2. 点 P が頂点 C に止まるときの確率を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	

解答

問1 $\frac{1}{6}$

問2 $\frac{1}{3}$

解説

問1

点 D に止まるのはさいころの目が 3 のときだけなので確率は $\frac{1}{6}$

問2

点 C に止まるのはさいころの目が 2 と 6 の2通り。

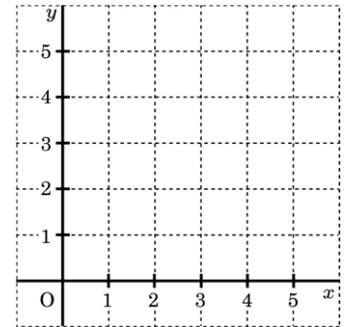
よって確率は $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

【問 6】

1, 2, 3, 4, 5の数字を1つずつ書いた5枚のカードがある。このカードをよくきって1枚ひき, 続いて残りのカードからもう1枚ひく。

最初にひいたカードの数字を a , 続いてひいたカードの数字を b とし, 右の図のような平面上に点 (a, b) をとる。

(福島県 2003 年度)



① このようにして点をとるとき, とりうる点は全部で何個あるか, 求めなさい。

② このようにして点を1つとるとき, とった点が直線 $y = -x + 5$ 上にある確率を求めなさい。

解答欄

①	個
②	

解答

① 20 個

② $\frac{1}{5}$

解説

①

(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4) の 20 個ある。

②

直線 $y = -x + 5$ 上にある点は (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1) の 4 通り

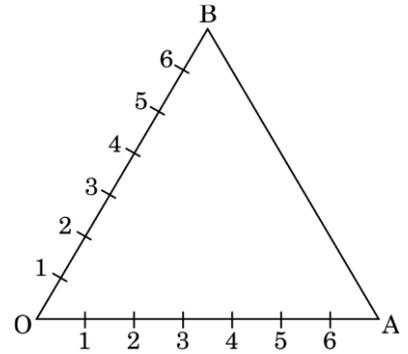
求める確率は $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$ である。

【問 7】

図のような正三角形 OAB がある。辺 OA を7等分する6点をとリ、頂点 O のほうから順に 1, 2, 3, 4, 5, 6 の目盛りをつける。同様に辺 OB も7等分し、頂点 O のほうから順に 1, 2, 3, 4, 5, 6 の目盛りをつける。

1 から 6 までの目のある1個のさいころを2回投げたとき、辺 OA 上において、1回目に出た目の数と同じ目盛りの点を X とし、辺 OB 上においては、2回目に出た目の数と同じ目盛りの点を Y とする。

このとき、3点 O, X, Y を結んでできる $\triangle OXY$ が、直角三角形になる確率を求めなさい。



(茨城県 2003 年度)

解答欄

解答

$$\frac{1}{6}$$

解説

さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

このうち $\triangle OXY$ が直角三角形になるような目の出方は

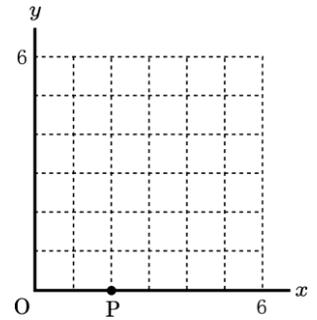
(1回目, 2回目) = (1, 2), (2, 1), (2, 4), (3, 6), (4, 2), (6, 3) の6通り

求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

【問 8】

座標平面上に点 $P(2, 0)$ をとる。また, A, B 2つのさいころを同時に投げ, A の出た目の数を x, B の出た目の数を y として点 $Q(x, y)$ をとる。

(長野県 2003 年度)



① $x=4, y=3$ であった。 PQ 間の距離を求めなさい。

② PQ 間の距離を求めると, その値が整数になる場合がある。その確率を求めなさい。

解答欄

①	
②	

解答

① $\sqrt{13}$

② $\frac{2}{9}$

解説

①

点 Q の座標は, $(4, 3)$ である。

三平方の定理により

$$PQ^2 = (4-2)^2 + (3-0)^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$PQ = \sqrt{13}$$

②

点 Q の座標が $(5, 4)$ または $(6, 3)$ のとき

$$PQ^2 = 25 \text{ となり}$$

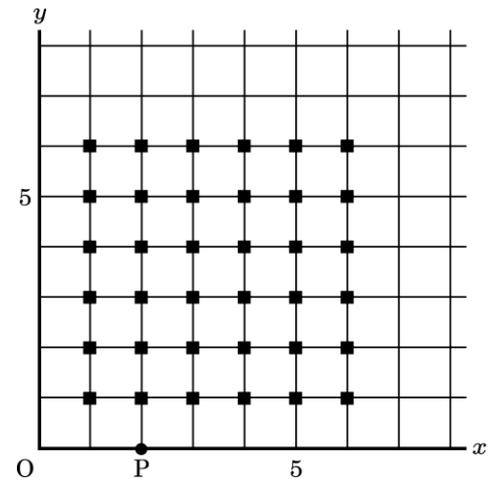
PQ 間の距離は整数の値 5 をとることに注意する。

PQ 間の距離が整数になるのは全部で8通り

$$\text{求める確率は } \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

【問 9】

図で点 P の座標は(2, 0)である。さいころを2回投げ、1回目に出たさいころの目を点 Q の x 座標, 2回目に出たさいころの目を点 Q の y 座標とし, 点 Q を右の図にとる。たとえば, 1回目に出たさいころの目が 5, 2回目に出たさいころの目が 2 ならば, 点 Q の座標は(5, 2)である。図の「■」は, このようにしてとれる点 Q の位置をすべて示したものである。



このとき, 次の各問いに答えなさい。

(三重県 2003 年度)

- ① 1回目に出たさいころの目が 6, 2回目に出たさいころの目が 3 のとき, 2点 P, Q の間の距離を求めなさい。

- ② 2点 P, Q の間の距離が, 6 以上になるさいころの目の出かたは全部で何通りあるか, 求めなさい。

- ③ 2点 P, Q の間の距離が, 整数の値になるさいころの目の出かたは全部で何通りあるか, 求めなさい。

解答欄

①	PQ=
②	通り
③	通り

解答

① $PQ=5$

② 7通り

③ 8通り

解説

①

2点 $P(2, 0)$, $Q(6, 3)$ の間の距離は $\sqrt{(6-2)^2+(3-0)^2} = 5$

②

Q の座標を (x, y) とすると2点 P, Q の間の距離は $\sqrt{(x-2)^2+y^2}$ と表せるから

$(x-2)^2+y^2 \geq 6^2$ を満たす x, y の値を求めればよい。

$y=6$ のときは x の値がいくつでも成り立つ。

また $x=6, y=5$ のとき

$4^2+5^2=41 > 36$ より成り立つ。

よって距離が6以上になる目の出かたは

$(1, 6), (2, 6), (3, 6), (4, 6), (5, 6), (6, 6), (6, 5)$ の7通りある。

③

点 P と点 $Q(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)$ との距離はそれぞれ 1, 2, 3, 4, 5, 6 で整数である。

また $\sqrt{(6-2)^2+3^2} = 5$

$\sqrt{(5-2)^2+4^2} = 5$

となるから P と $Q(6, 3), (5, 4)$ との距離は 5 である。

よって距離が整数となる目の出かたは8通りである。

【問 10】

図1のように、四角形 OABC は、線分 OB を対角線とする平行四辺形で、点 O の座標は(0, 0)、点 A の座標は(1, 0)、点 B の座標は(2, 6)である。また、正しく作られた大小2つのさいころを同時に投げ、大きいさいころの出る目の数を a 、小さいさいころの出る目の数を b とし、その a, b の値に対して、直線 $y=ax+b$ を考えることにする。

このとき、次の①では指示に従って答え、②～⑤では に適当な数を書き入れなさい。

(岡山県 2003 年度)

図1

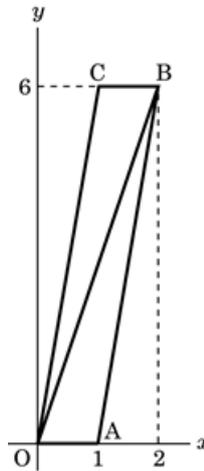
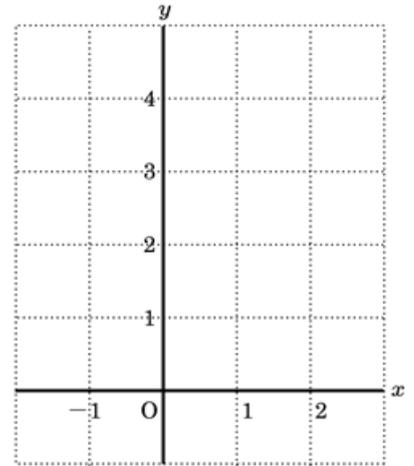


図2



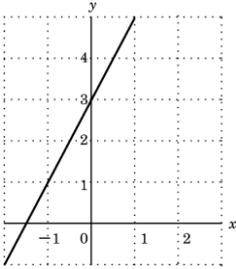
- ① 大きいさいころの出る目の数が 2、小さいさいころの出る目の数が 3 であるときにできる直線のグラフを、図2にかき入れなさい。
- ② 線分 OB に平行な直線 $y=ax+b$ ができるのは、大きいさいころの出る目の数が のときである。
- ③ 直線 $y=ax+b$ は、全部で 本できる。
- ④ 線分 OB と交わる直線 $y=ax+b$ は、全部で 本できる。ただし、直線 $y=ax+b$ が、線分 OB の両端の点(点 O または点 B)を通るときも、線分 OB と交わると考える。
- ⑤ 四角形 OABC の面積を2等分する直線 $y=ax+b$ ができる確率は である。

解答欄

①	図2に記入しなさい。
②	
③	
④	
⑤	

解答

①



② 3

③ 36

④ 6

⑤ $\frac{1}{18}$

解説

①

$y=2x+3$ のグラフは傾きが2, 切片が3の直線だから解答欄のグラフのようになる。

②

平行な2直線の傾きは等しい。

直線 OB の傾きは $\frac{6}{2}=3$ であるから線分 OB に平行な直線の傾きは3である。

③

a, b の値はそれぞれ6通りあるから

直線 $y=ax+b$ は全部で $6 \times 6 = 36$ 本できる。

④

直線 OB の傾きは3であるから

$a \geq 3$ のとき線分 OB と交わる直線 $y=ax+b$ はない。

$a=1$ のとき $b=1, 2, 3, 4$ であれば交わる。

$a=2$ のとき $b=1, 2$ であれば交わる。

以上より線分 OB と交わる直線 $y=ax+b$ は全部で6本できる。

⑤

四角形 $OABC$ は平行四辺形だからその面積を2等分する直線は対角線の交点を通る。

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから線分 OB の中点は $(1, 3)$ となる。

$y=ax+b$ はこの点を通るから $3=a+b$

これを満たす a, b の値の組は $(a, b) = (1, 2), (2, 1)$ の2通りある。

さいころの目の出方は全部で36通りだから

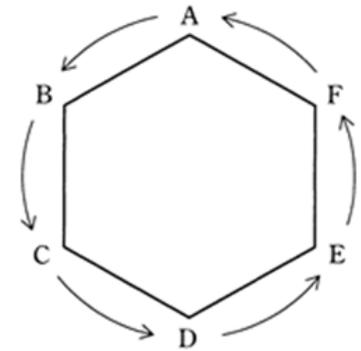
求める確率は $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

【問 11】

図 2 の正六角形 ABCDEF において、それぞれの頂点を移動する点 P があります。点 P は、右の図のような 1 つのさいころを 2 回投げたとき、次のルールにしたがって移動するものとします。



図 2



[ルール 1] 点 P は、さいころの出た目の数にしたがって正六角形の頂点を順に移動します。

[ルール 2] 出た目の数が 3 以下では、点 P は図 2 の矢印の向きに順に出た目の数だけ移動して止まり、出た目の数が 4 以上では、点 P は図 2 の矢印の反対の向きに順に出た目の数だけ移動して止まります。

[ルール 3] 点 P は、さいころを 1 回目に投げたときは頂点 A から、2 回目に投げたときは 1 回目に移動して止まった頂点から移動します。

(例) 出た目の数が順に 2 と 4 のとき、点 P は 1 回目で頂点 C に止まり、2 回目で頂点 C から移動し、最後に頂点 E で止まる。

このルール 1~3 にしたがって、1 つのさいころを 2 回投げたとき、点 P が最後に頂点 B で止まる確率を求めなさい。

(北海道 2004 年度)

解答欄

解答

$$\frac{1}{9}$$

解説

さいころを 2 回投げたときの目の出方は全部で 36 通りある。

さいころの出た目を(1 回目, 2 回目)と表すと

点 P が最後に頂点 B で止まる目の出方は(1, 6), (5, 6), (6, 1), (6, 5)の 4 通りである。

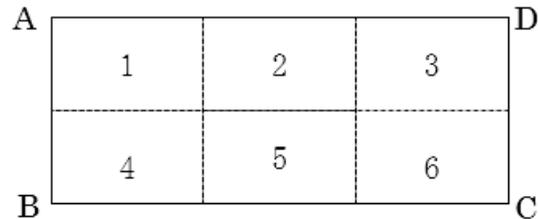
$$\text{求める確率は } \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

【問 12】

長方形 ABCD がある。この長方形は、下の図のように、合同な 6 つの長方形に切り取り線で区切られていて、それぞれには 1, 2, 3, 4, 5, 6 の番号が書かれている。いま、1 から 6 までの目がある 1 個のさいころを投げて、出た目と同じ番号の長方形を切り取って捨てるという操作を 2 回繰り返す。このとき、残った部分が 1 つの長方形になっている確率を求めなさい。

ただし、さいころを投げて、2 回目に 1 回目と同じ目が出た場合には、2 回目はどこも切り取らないものとする。

(茨城県 2004 年度)



解答欄

解答

$$\frac{1}{9}$$

解説

さいころの目の出方は、 $6 \times 6 = 36$ 通り

さいころの目の出方を (a, b) で表す。

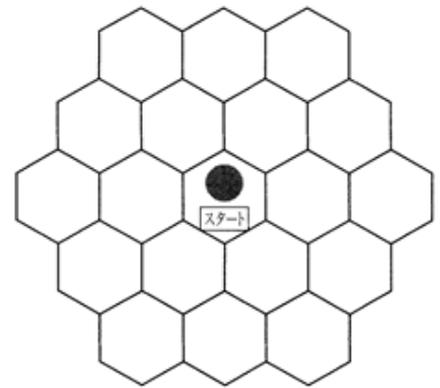
長方形になるのは $(1, 4)$, $(4, 1)$, $(3, 6)$, $(6, 3)$ の 4 通り。

求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

【問 13】

右の図 1 のように、**スタート** と書かれている正六角形のまわりに同じ大きさの正六角形を 6 個、さらにそのまわりに同じ大きさの正六角形 12 個をすき間なく書き、**スタート** と書かれている正六角形の上に 1 枚のコインを置く。

図 1



大, 小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、出た目の数によって、次の①, ②の操作を順に行うことにする。

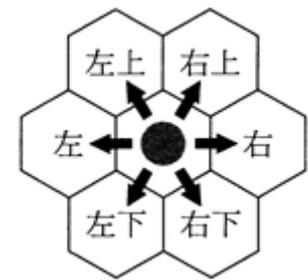
- ① 大きいさいころの出た目の数により次のルールにしたがってコインを動かす。
- ② 小さいさいころの出た目の数により次のルールにしたがってコインを動かす。

[ルール]

さいころの出た目の数が、

- 1 のとき、図 2 のようにコインを今ある位置から右上の正六角形に動かす。
- 2 のとき、図 2 のようにコインを今ある位置から右の正六角形に動かす。
- 3 のとき、図 2 のようにコインを今ある位置から右下の正六角形に動かす。
- 4 のとき、図 2 のようにコインを今ある位置から左下の正六角形に動かす。
- 5 のとき、図 2 のようにコインを今ある位置から左の正六角形に動かす。
- 6 のとき、図 2 のようにコインを今ある位置から左上の正六角形に動かす。

図 2



例

大きいさいころの出た目の数が 6, 小さいさいころの出た目の数が 1 のとき、

- ① 最初に、**スタート** の位置にあるコインを、図 3 のように左上の正六角形に動かす。
- ② 次に、図 3 の位置にあるコインを、右上の正六角形に動かす。

図 3

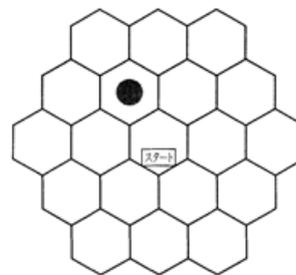
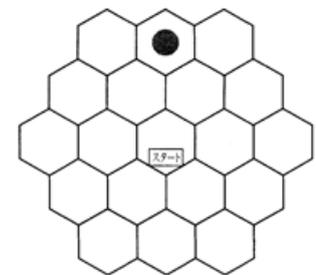


図 4



この結果、コインは最後に図 4 の位置にある。

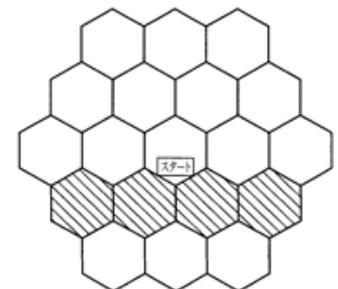
いま、コインが **スタート** の位置にある状態で、大, 小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2004 年度)

(ア) コインが最後に、**スタート** の位置にある確率を求めなさい。

図 5

(イ) コインが最後に、図 5 の斜線のある 4 個の正六角形のいずれかにある確率を求めなさい。



解答欄

(ア)	
(イ)	

解答

(ア) $\frac{1}{6}$

(イ) $\frac{2}{9}$

解説

(ア)

大, 小 2 つのさいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

大, 小のさいころの目の出方を(大, 小)で表すと

スタート の位置にあるのは(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)の 6 通り

よって求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(イ)

斜線部分にあるのは(2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 5), (4, 2), (4, 5), (5, 3), (5, 4)の 8 通り

よって求める確率は $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

【問 14】

大小 2 個のさいころを同時に投げるとき、大きいさいころの出た目を a 、小さいさいころの出た目を b とする。

このとき、次の (1)、(2) に答えなさい。なお、解答欄の には答だけを書くこと。

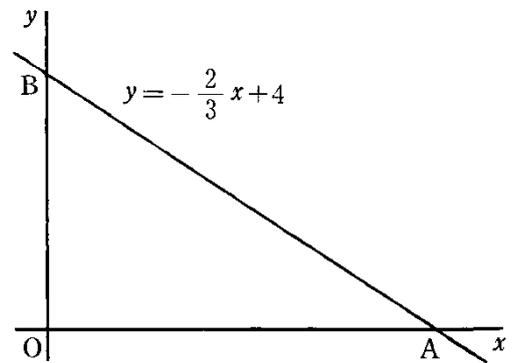
(石川県 2004 年度)

(1) $\frac{b}{a}$ の値が整数になる目の出方は何通りあるか、求めなさい。

(2) 右の図において、直線 $y = -\frac{2}{3}x + 4$ と x 軸、 y 軸との交点

をそれぞれ A、B とする。

このとき、点 (a, b) が $\triangle OAB$ の内部にある確率を求めなさい。ただし、 $\triangle OAB$ の辺上の点は含まないものとする。



解答欄

(1)	通り
(2)	

解答

(1) 14 通り

(2) $\frac{7}{36}$

解説

(1)

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 6), (4, 4), (5, 5), (6, 6) の 14 通り。

(2)

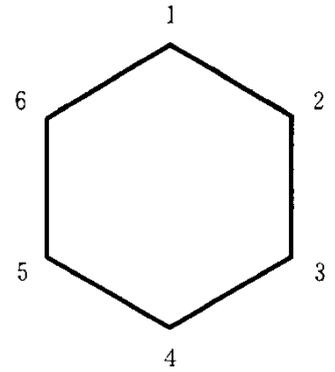
(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 1) の 7 通り。

さいころの目の出方は $6 \times 6 = 36$ 通り

確率は $\frac{7}{36}$

【問 15】

右の図のように、それぞれの頂点に 1 から 6 までの数字をつけた正六角形がある。さいころを 2 回投げ、1 回目に出た目と同じ数字のついている頂点を A, 2 回目に出た目と同じ数字のついている頂点を B として、2 点 A, B の間の距離を考える。



正六角形の 1 辺の長さを 3cm とするとき、次のそれぞれの確率を求めなさい。

(三重県 2004 年度)

① 2 点 A, B の間の距離が 3cm となる確率

② 2 点 A, B の間の距離が 3cm より長くなる確率

解答欄

①	
②	

解答

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

解説

①

1 回目に出た目の数を a , 2 回目に出た目の数を b とすると

2 点 A, B の間の距離が 3cm となる場合の数は

$(a, b) = (1, 2), (1, 6), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4), (5, 6), (6, 1), (6, 5)$ の 12 通り。

全部の目の出方は $6 \times 6 = 36$ 通り

求める確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

②

2 点 A, B 間の距離が 3cm より長くなる場合の数は

$(a, b) = (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (6, 2), (6, 3), (6, 4)$ の 18 通り

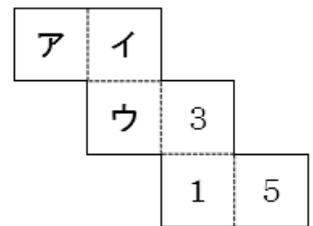
よって $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

【問 16】

図2はさいころの展開図であり、組み立てたときア～ウには向かい合う面の目の数の和が7になる数が入るものとする。次の①, ②の問いに答えなさい。

(滋賀県 2004 年度)

図2



① アに入る数を求めなさい。

② さいころを2回投げるとき、1回目に出た目の数を a , 2回目に出た目の数を b として、一次方程式 $ax = b$ をつくる。このとき、方程式の解が整数となる確率を求めなさい。ただし、さいころは、どの目が出ることも同様に確からしいとする。

解答欄

①	
②	

解答

① 4

② $\frac{7}{18}$

解説

②

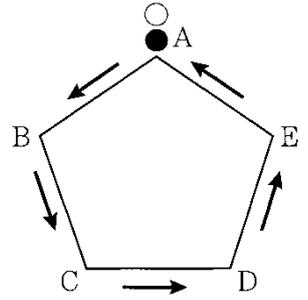
さいころの目の出方は $6 \times 6 = 36$ 通り

$ax = b$ の解が整数となる目の出方を (a, b) で表すと

$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 6), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$ の 14 通り。

【問 17】

図のように、正五角形 ABCDE の頂点 A に白石と黒石が 1 つずつ置いてある。大小 2 つのさいころを同時に 1 回だけ投げ、次の規則にしたがって、この石を矢印の向きに、頂点から頂点へと進める。



- ・白石は、大きなさいころの出た目の数と同じだけ進める。
- ・黒石は、小さなさいころの出た目の数の 2 倍だけ進める。

例えば、大きなさいころの出た目が 2 のとき、白石を頂点 A から頂点 C まで、小さなさいころの出た目が 3 のとき、黒石を頂点 A から 1 周して、さらに頂点 B まで、それぞれ進める。

大小 2 つのさいころを同時に 1 回だけ投げるとき、次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2004 年度)

- (1) 白石が頂点 D に、黒石が頂点 E にあるのはどのようなときか、2 つのさいころの出た目の数を、それぞれ答えなさい。

- (2) 白石と黒石が同じ頂点にあるようなさいころの目の出方は、全部で何通りあるか、答えなさい。

- (3) 頂点 A, 白石のある頂点, 黒石のある頂点の 3 点を結んで三角形ができる確率を求めなさい。

解答欄

(1)	大きなさいころ
	小さなさいころ
(2)	通り
(3)	

解答

(1)

大きなさいころ 3

小さなさいころ 2

(2) 7通り

(3) $\frac{19}{36}$

解説

(2)

目の出方を(大きいさいころ, 小さいさいころ)で表すと

頂点 B で重なるのは(1, 3), (6, 3)

頂点 C では(2, 1), (2, 6)

頂点 D では(3, 4)

頂点 E では(4, 2)

頂点 A では(5, 5)

の全部で 7 通り。

(3)

大きいさいころは 5 の目が出ると頂点 A に進んでしまうので三角形ができなくなる。

よって大きいさいころの目は 5 以外の 5 通りの目の出方が考えられる。

同様に小さいさいころも 5 以外の 5 通りの目の出方が考えられる。

このときの大小のさいころの目の出方は $5 \times 5 = 25$ 通り

ここで 白石, 黒石が同じ頂点にある(2)の 7 通りのうち (5, 5) 以外の 6 通りを除く。

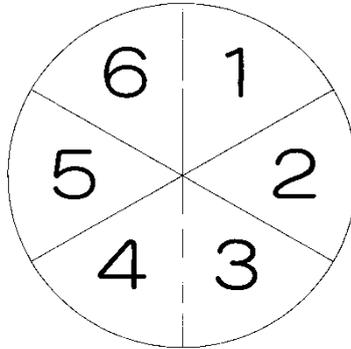
$$\frac{25-6}{36} = \frac{19}{36}$$

【問 18】

下の図のように、円を 6 つの合同なおうぎ形に分けた図形があり、それぞれのおうぎ形に 1 から 6 までの数字が 1 つずつ書かれている。1 から 6 までの目がある 2 つのさいころを同時に 1 回投げて、次の規則に従って色をぬる。

このとき、下の(ア)～(ウ)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2004 年度 後期)



[規則]

- 同じ目が出たとき、その目の数と同じ数字が書かれたおうぎ形と、その両どなりのおうぎ形に色をぬる。
- 違う目が出たとき、出た目の数と同じ数字が書かれたおうぎ形にそれぞれ色をぬる。

例えば、出た目の数がどちらも 4 のときは、3, 4, 5 の数字が書かれたおうぎ形に色をぬり、出た目の数が 1 と 4 のときは、1, 4 の数字が書かれたおうぎ形にそれぞれ色をぬる。

(ア) 色がぬられた図形が半円になる確率を求めなさい。

(イ) 色がぬられた図形が中心角 120 度のおうぎ形になる確率を求めなさい。

(ウ) 6 の数字が書かれたおうぎ形に色がぬられる確率を求めなさい。

解答欄

(ア)	
(イ)	
(ウ)	

解答

(ア) $\frac{1}{6}$

(イ) $\frac{1}{3}$

(ウ) $\frac{13}{36}$

解説

(ア)

半円になるには一度に3枚のおうぎ形に色をぬることになるから
2つのさいころが同じ目のときで6通りある。

2つのさいころの目の出方は全部で36通りあるから

求める確率は $\frac{1}{6}$ となる。

(イ)

中心角 120° のおうぎ形になるのは

数字がとなり合う目が出るということだから全部で12通りある。

よって求める確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

(ウ)

2つのさいころをA, BとするとAの目が6の場合Bは1から5のどの目が出てもよい。

またBの目が6の場合も同様なのでおうぎ形を2ヶ所ぬる場合で10通りある。

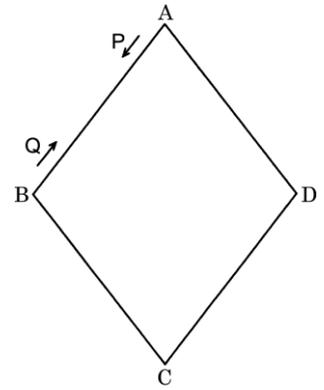
その他A, Bともに1, 5, 6の場合も条件にあてはまるので合計13通り

よって求める確率は $\frac{13}{36}$

【問 19】

大小2つのサイコロを同時に1回投げる。サイコロのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(秋田県 2005 年度)



① 出る目の数の和が 10 となる場合は何通りあるか、求めなさい。

② 図は、1辺の長さが 1 m のひし形 ABCD である。大きいサイコロの出る目の数を a 、小さいサイコロの出る目の数を b とする。点 P は頂点 A から出発し、左まわりに a m、点 Q は頂点 B から出発し、右まわりに b m、それぞれひし形の辺上を移動する。2点 P, Q が同じ頂点に止まる確率を求めなさい。

解答欄

①	通り
②	

解答

① 3通り

② $\frac{2}{9}$

解説

①

(4, 6), (5, 5), (6, 4)の3通り

②

2点 P, Q が同じ頂点に止まるのは $a+b=5, 9$ になる場合で $4+4=8$ 通り

よって求める確率は $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

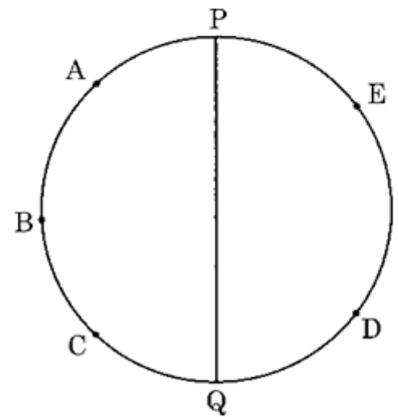
【問 20】

図のように、線分 PQ を直径とする円の周上に5点 A, B, C, D, E がある。また、袋には、これらの点を示す記号 A, B, C, D, E をそれぞれ書いた5枚のカードが入っている。いま、この袋から、同時に2枚のカードを取り出し、そのカードの記号が示す円周上の2点を結ぶ線分をひくとき、その線分が直径 PQ と交わる確率を求めなさい。

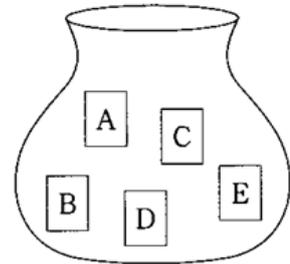
ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

(山形県 2005 年度)

図



袋



解答欄

解答

$$\frac{3}{5}$$

解説

線分のひき方は AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE の 10 通り。

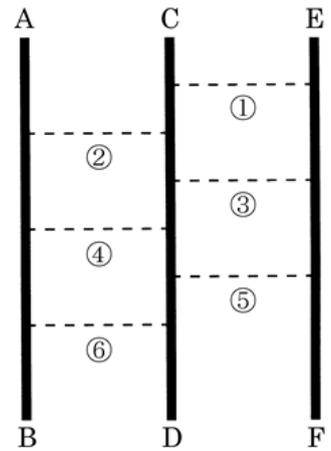
このうち直径 PQ と交わるものは AD, AE, BD, BE, CD, CE の 6 通り。

よって求める確率は $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

【問 21】

図1のように、3本の縦線 AB, CD, EF とその間を結ぶ①～⑥の番号がついた6本の横の点線がある。大, 小2つのさいころを同時に1回投げ, 出た目の数によって, 次の(1), (2)の操作を順に行い経路図をつくり, スタート地点である A, C, E のいずれかの点をスタートし, ゴール地点である B, D, F のいずれかの点にゴールするまで, 移動のルールにしたがって経路図の実線上を進むことにする。

図1



- (1) 大きいさいころの出た目の数と同じ番号の点線上に, 実線を引く。
- (2) 小さいさいころの出た目の数と同じ番号の点線上に, 実線を引く。ただし, すでに実線が引かれている場合は, 新たに実線は引かないものとする。

[移動のルール]

- ・縦線上は, ゴール地点に向かって進む。
- ・横に実線が引かれた位置にきたら, その横線に移り, 横線上をとなりの縦線上に移るまで進む。

例

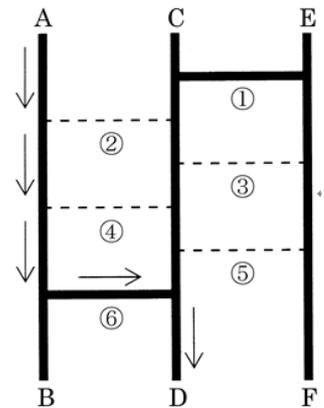
図2

大きいさいころの出た目の数が 6, 小さいさいころの出た目の数が 1 のとき,

- (1) ⑥の点線上に, 実線を引く。
- (2) ①の点線上に, 実線を引く。

これで経路図が完成する。

点 A をスタートした場合, 移動のルールにしたがうと, 図2のように点 D にゴールする。



いま, 横に実線が1本も引かれていない図1の状態, 大, 小2つのさいころを同時に1回投げ, 経路図をつくり, 移動のルールにしたがって進むとき, 次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2005 年度)

(ア) 点 A をスタートした場合, 点 F にゴールする確率を求めなさい。

(イ) 点 C をスタートした場合, 点 F にゴールする確率を求めなさい。

解答欄

(ア)	
(イ)	

解答

(ア) $\frac{1}{6}$

(イ) $\frac{5}{12}$

解説

(ア)

さいころの目の出方は大小それぞれ 6 通りずつだから全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

点 A をスタートして点 F にゴールする場合のさいころの目の出方は

(大, 小) = (2, 3), (2, 5), (3, 2), (4, 5), (5, 2), (5, 4) の 6 通りである。

よって求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(イ)

点 C をスタートして点 F にゴールする場合のさいころの目の出方は

(大, 小) = (1, 1), (1, 2), (1, 4), (1, 6), (2, 1), (3, 3), (3, 4), (3, 6), (4, 1), (4, 3), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 3), (6, 5) の 15 通りである。

よって求める確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

【問 22】

大小2つのさいころを同時に投げ、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。このとき、点 (a, b) が $y = \frac{12}{x}$ のグラフ上の点である確率を求めよ。

(愛知県 2005 年度 A)

解答欄

解答

$$\frac{1}{9}$$

解説

さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

そのうち条件を満たす (a, b) の組み合わせは $(2, 6)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(6, 2)$ の4通り。

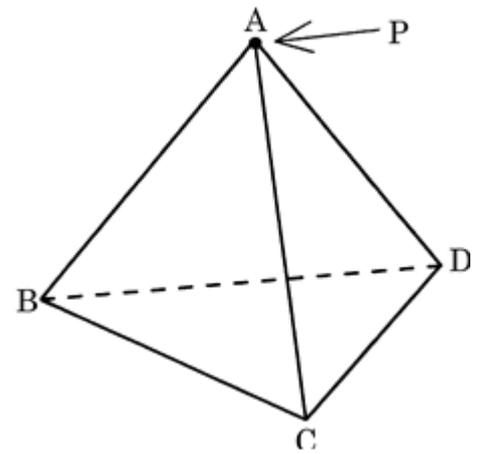
したがって求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

【問 23】

図3のように、一辺 1 cm の正四面体の頂点 A に点 P がある。点 P は頂点 A から動き始め、正四面体の辺上を頂点から頂点へ移動する。3 cm 動いたとき、点 P が頂点 B にある経路は何通りあるか、求めなさい。ただし、点 P は同じ辺上を繰り返し通ることができるものとする。

(滋賀県 2005 年度)

図3



解答欄

通り

解答

7通り

解説

点 P は同じ辺上を繰り返し通ることができることに注意すれば

$A \rightarrow B \rightarrow (A, C, D) \rightarrow B$ の3通り。

$A \rightarrow C \rightarrow (A, D) \rightarrow B$ の2通り。

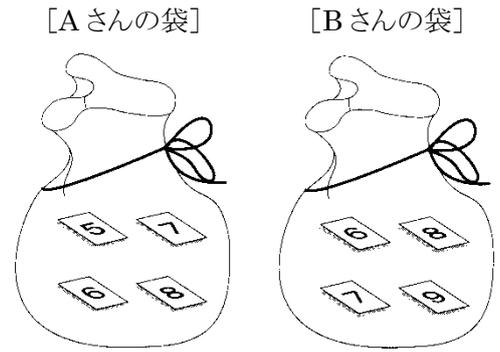
$A \rightarrow D \rightarrow (A, C) \rightarrow B$ の2通り

の合計7通りである。

【問 24】

図のように、Aさんの袋には、5、6、7、8の数字が書かれているカードが1枚ずつ入っている。また、Bさんの袋には、6、7、8、9の数字が書かれているカードが1枚ずつ入っている。Aさん、Bさんが自分の袋からそれぞれ1枚ずつカードを取り出し、Aさんが取り出したカードに書かれている数字を x 、Bさんが取り出したカードに書かれている数字を y とする。

このとき、次の問い(1)・(2)に答えよ。ただし、袋に入っているどのカードの取り出し方も、同様に確からしいものとする。



(京都府 2005 年度)

(1) x と y の積が奇数になる確率を求めよ。

(2) 次の数を3辺とする三角形が、直角三角形になる確率を求めよ。

$$\sqrt{x}, \sqrt{y}, 1$$

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $\frac{1}{4}$

(2) $\frac{3}{8}$

解説

(1) xy が奇数になるには、 x, y ともに奇数でなければならない。よってそのようなものは $2 \times 2 = 4$ 通りある。

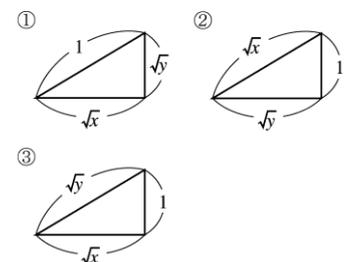
カードの取り出し方は全部で $4 \times 4 = 16$ 通りあるので確率は $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ である。

(2)

三平方の定理より $x+y=1 \cdots$ ①, $x=y+1 \cdots$ ②, $y=x+1 \cdots$ ③が考えられるが、①を満たす x, y は存在しない。

②より $(x, y) = (7, 6), (8, 7)$, ③より $(x, y) = (5, 6), (6, 7), (7, 8), (8, 9)$ したがって直角三角形になるのは6通り。

確率は $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

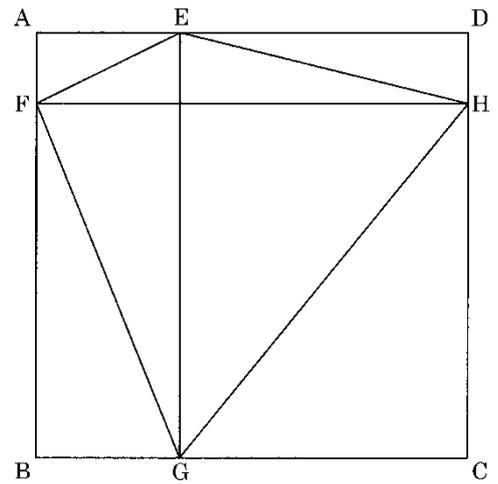


【問 25】

数字を書いた5枚のカード, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ があります。これらのカードをよくきって, 1枚抜き取ります。抜き取ったカードをもとにもどし, もう一度よくきってから, また1枚抜き取ります。最初に抜き取ったカードの数字を x , 次に抜き取ったカードの数字を y で表します。右の図のように, 1辺が 6 cm の正方形 $ABCD$ があります。4点 E, F, G, H をそれぞれ辺 AD, AB, BC, CD 上に, $AE=x\text{ cm}$, $AF=y\text{ cm}$, $EG \perp AD$, $FH \perp AB$ となるようにとります。

これについて, 次の(1)・(2)に答えなさい。

(広島県 2005 年度)



(1) $\triangle AFE$ の面積が 2 cm^2 となるとき, y を x の式で表しなさい。

(2) 四角形 $EFGH$ が線対称な図形となる確率を求めなさい。

解答欄

(1)	$y =$
(2)	

解答

(1) $\frac{4}{x}$

(2) $\frac{17}{25}$

解説

(1)

$$\frac{1}{2} \times x \times y = 2 \text{ より } y = \frac{4}{x}$$

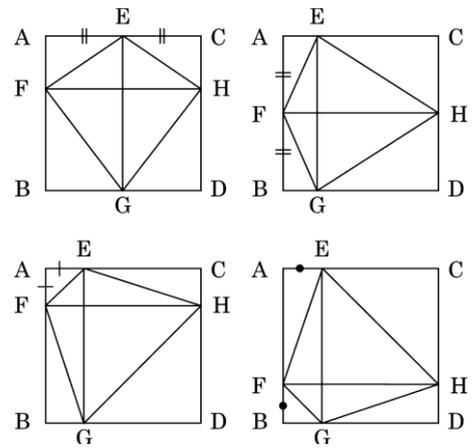
(2)

四角形 EFGH が線対称な図形となるのは図のように
 $AE = EC = 3\text{cm}$, $AF = FB = 3\text{cm}$, $AE = AF$, $AE = FB$
のいずれかの条件を満たすときである。

よって四角形 EFGH が線対称とならない x, y の組み合わせは
 $(x, y) = (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 5), (4, 1), (4, 5), (5, 2), (5, 4)$
の8通り。

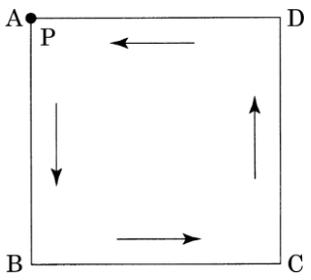
x, y の組み合わせは全部で $5 \times 5 = 25$ 通り

$$\text{求める確率は } \frac{25-8}{25} = \frac{17}{25}$$



【問 26】

図のような正方形 ABCD において、それぞれの頂点を移動する点 P がある。点 P は、1つのさいころを2回投げたとき、次の【規則】に従って移動するものとする。

<p>【規則】</p> <p>(a) 点 P は最初に頂点 A の位置にあり、さいころの出た目の組み合わせにより、正方形の頂点を矢印の方向に順に移動する。</p> <p>(b) 1回目に出た目の数が奇数のときは、2回目に出た目の数だけ移動して止まる。</p> <p>(c) 1回目に出た目の数が偶数のときは、2回目に出た目の2倍の数だけ移動して止まる。</p>	
--	---

このとき、次の(ア)～(ウ)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2005 年度)

(ア) 1回目に 2 の目、2回目に 3 の目が出ると点 P はどこで止まるか。頂点 A～D から1つ選び、記号を書きなさい。

(イ) 点 P を動かし終わったとき、点 P が頂点 B の位置にある確率を求めなさい。

(ウ) 点 P を動かし終わったとき、点 P が頂点 C の位置にある確率を求めなさい。

解答欄

(ア)	
(イ)	
(ウ)	

解答

(ア) C

(イ) $\frac{1}{6}$

(ウ) $\frac{5}{12}$

解説

(ア)

1回目が偶数だから2回目で $3 \times 2 = 6$ だけ移動して頂点 C で止まる。

(イ)

点 P が頂点 B の位置にあるのは点 P の動いた数が 1, 5, 9... の場合である。

よって1回目が奇数, 2回目が1または5であればよい。

このような目の出方は $3 \times 2 = 6$ 通り

すべての目の出方は $6 \times 6 = 36$ 通りあるから

求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(ウ)

点 P が頂点 C の位置にあるのは点 P の動いた数が 2, 6, 10... の場合だから

1回目が奇数のとき2回目は2または6

1回目が偶数のとき2回目は1, 3, 5

のいずれかとなり全部で $3 \times 2 + 3 \times 3 = 15$ 通り

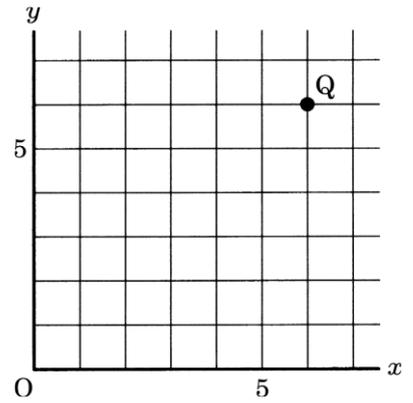
求める確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

【問 27】

1から6までの目が出る1つのさいころを2回投げ、1回目に出た目の数を m 、2回目に出た目の数を n とするとき、次の①、②の問いに答えなさい。ただし、さいころのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(大分県 2005 年度)

① $m+n=4$ になる確率を求めなさい。



② 右の図のような平面上に、点 $P(m, n)$ をとる。点 Q の座標を $(6, 6)$ とするとき、 $\triangle POQ$ が二等辺三角形になる確率を求めなさい。

解答欄

①	
②	

解答

① $\frac{1}{12}$

② $\frac{1}{9}$

解説

①

$m=1$ のとき $n=3$

$m=2$ のとき $n=2$

$m=3$ のとき $n=1$

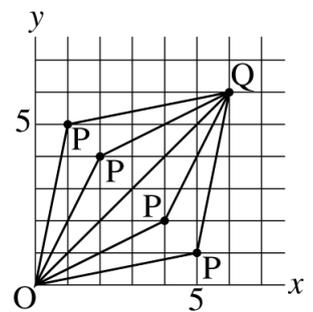
全部で 36 通りなので

求める確率は $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

②

二等辺三角形になるのは図のように4通り。

よって求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$



【問 28】

さいころを 1 度ふり、出た目の数だけ黒石を正五角形 ABCDE の頂点上を 1 つずつ移動させる。

右の図 1 のように、1 回目は、頂点 A を出発点としてさいころを 1 度ふり、出た目の数だけ黒石を移動させる。2 回目は、1 回目に黒石が止まった点を出発点として再びさいころを 1 度ふり、出た目の数だけ黒石を移動させる。ただし、偶数の目が出たときは時計まわり、奇数の目が出たときは反時計まわりに黒石を移動させるものとする。

たとえば、1 回目に 2 の目が出ると、黒石は図 2 で示した位置に移動し、2 回目に 3 の目が出ると、黒石は図 3 で示した位置に移動することになる。

このように、黒石を 2 回移動させたとき、2 回目に黒石が頂点 A に止まる確率を求めなさい。

なお、さいころをふるとき、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(千葉県 2006 年度)

図 1

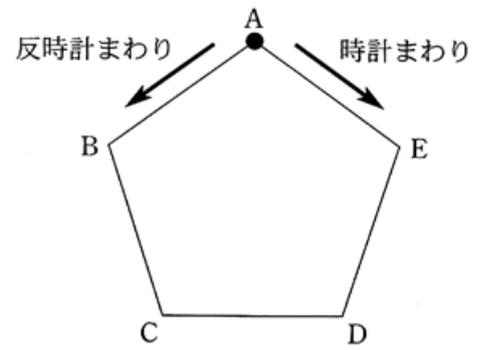


図 2

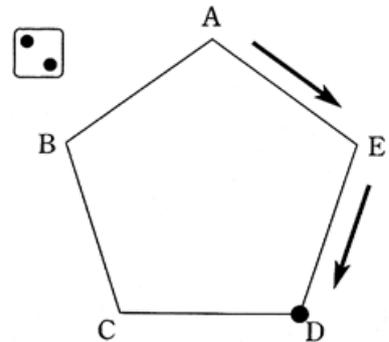
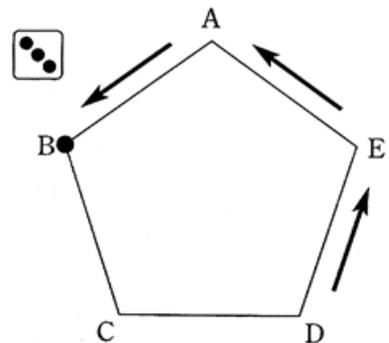


図 3



解答欄

解答

$\frac{5}{36}$

36

解説

2 回目に A に止まるのは

(1 回目, 2 回目) = (1, 6), (4, 6), (5, 5), (6, 1), (6, 4) の 5 通り。

よって求める確率は $\frac{5}{36}$

【問 29】

図 1 のような、直方体 $ABCD-EFGH$ と、図 2 のような、 A, B, C, D, E, F の文字が 1 つずつ書かれた同じ大きさの 6 枚のカードがある。図 2 の 6 枚のカードに書かれている文字は、図 1 の直方体 $ABCD-EFGH$ の 6 つの頂点 A, B, C, D, E, F をそれぞれ示すものとする。この 6 枚のカードをよくきって、同時に 2 枚のカードを取り出し、取り出した 2 枚のカードに書かれている文字が示す 2 つの頂点を通る直線を l とする。

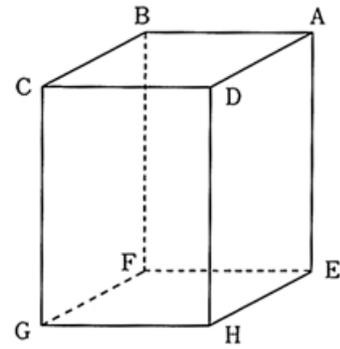


図 1

このとき、次の問 1～問 3 の に適当な数を書き入れなさい。

(岡山県 2006 年度)



図 2

問 1 頂点 A を通る直線 l は、全部で 本できる。

問 2 直線 l は、全部で 本できる。

問 3 直線 l が直線 GH と平行となる確率は である。

解答欄

問 1	<input type="text"/> 本
問 2	<input type="text"/> 本
問 3	<input type="text"/>

解答

問1 5本

問2 15本

問3 $\frac{1}{5}$

解説

問2

AからB, C, D, E, Fに5本

BからAを除くC, D, E, Fに4本…と順に考えて

$5+4+3+2+1=15$ 本

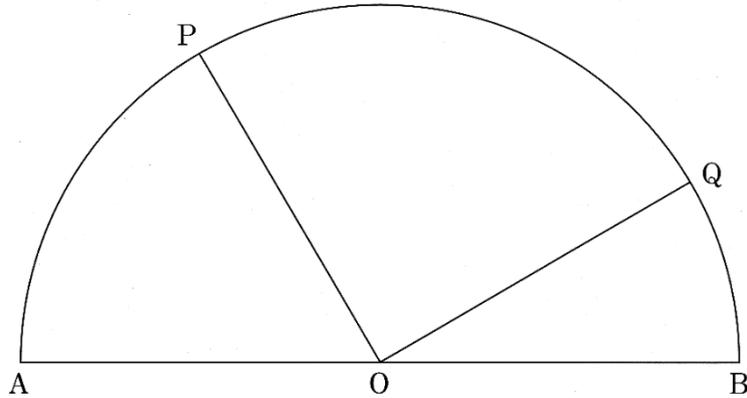
問3

GHと平行になるのはAB, CD, EFの3本。

よって求める確率は $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

【問 30】

下の図のように、 AB を直径とする半円 O があります。正しくつくられた 1 つのさいころを 2 回投げ、1 回目に出る目の数を x , 2 回目に出る目の数を y とします。 \widehat{AB} 上に $\angle AOP$ の大きさが $30^\circ \times x$, $\angle BOQ$ の大きさが $30^\circ \times y$ となるように 2 点 P, Q をとります。



これについて、次の問1・問2に答えなさい。

(広島県 2006 年度)

問1 $\angle ABQ = 60^\circ$ となるとき、 \widehat{AQ} の長さは \widehat{AB} の長さの何倍になりますか。

問2 $\angle POQ = 30^\circ$ となる確率を求めなさい。

解答欄

問1	倍
問2	

解答

問1 $\frac{2}{3}$ 倍

問2 $\frac{5}{18}$

解説

問1

円周角の定理より

$$\angle AOQ = 2\angle ABQ = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$$\angle AOB = 180^\circ$$

よって同一円周上で弧の長さの比と中心角の比は等しいから $\frac{(\text{弧AQ})}{(\text{弧AB})} = \frac{120}{180} = \frac{2}{3}$ 倍

問2

$\angle POQ = 30^\circ$ より

$$\angle AOP + \angle BOQ = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ \text{ だから}$$

$$30x + 30y = 150$$

$$x + y = 5$$

このとき 4 通り。

または $\angle AOP + \angle BOQ - 180^\circ = 30^\circ$ だから

$$30x + 30y - 180 = 30$$

$$x + y = 7$$

このとき 6 通り。

よって $\angle POQ = 30^\circ$ になるのは 10 通り。

$$\text{確率は } \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

【問 31】

右の図のような正方形 ABCD があり、各頂点の座標は、
 A (1, 4), B (3, 4), C (3, 6), D (1, 6)である。

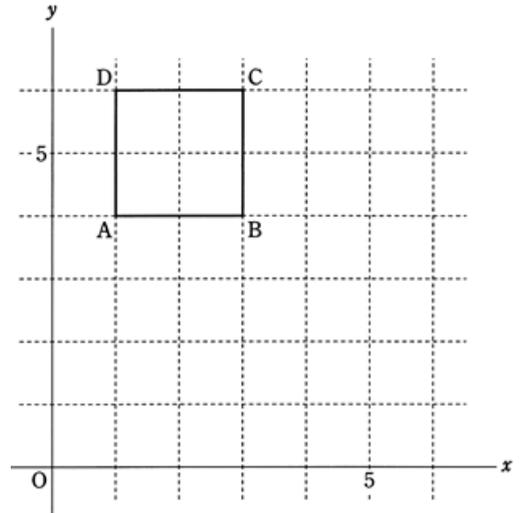
いま、さいころを 2 回投げて、1 回目に出た目の数を a , 2 回目に出た目の数を b として、直線 $y=ax+b$ をかく。この直線を l とするとき、次の(1)~(3)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2006 年度 前期)

(1) $a=1$ (つまり、1 回目に出た目の数が 1) のとき、直線 l が線分 CD (両端を含む) を通るような b の値は何個あるか求めなさい。

(2) 直線 l が、線分 AD (両端を含む) を通る確率を求めなさい。

(3) 直線 l が、正方形 ABCD の周上を通る確率を求めなさい。



解答欄

(1)	個
(2)	
(3)	

解答

(1) 3 個

(2) $\frac{1}{3}$

(3) $\frac{5}{12}$

解説

(1)

$a=1$ のとき直線 l の傾きが 1 だから切片 $b=3, 4, 5$ の 3 個。

(2)

直線 l が AD 上を通るのは

$a=1$ のとき $b=3, 4, 5$

$a=2$ のとき $b=2, 3, 4$

$a=3$ のとき $b=1, 2, 3$

$a=4$ のとき $b=1, 2$

$a=5$ のとき $b=1$

の計 12 通り。

よって求める確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

(3)

直線 l が正方形 ABCD の周上を通るのは AD 上または AB 上を通る場合だから

$a=1$ のとき $b=1, 2, 3, 4, 5$

$a=2$ のとき $b=1, 2, 3, 4$

$a=3$ のとき $b=1, 2, 3$

$a=4$ のとき $b=1, 2$

$a=5$ のとき $b=1$

の計 15 通り。

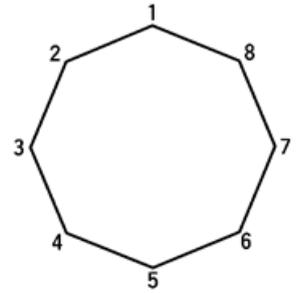
よって求める確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

【問 32】

1 から 7 までの数字を 1 つずつ記入した 7 枚のカードがある。この 7 枚のカードをよ
くきって、2 枚のカードを同時に取り出すとき、次の(1)~(3)に答えよ。

(長崎県 2006 年度)

(1) 2 枚のカードの取り出し方は全部で何通りあるか。



(2) 取り出した 2 枚のカードに記入されている数の和が 5 の倍数になる確率を求めよ。

(3) 右の図のように、頂点に 1 から 8 までの番号をつけた正八角形がある。取り出した 2 枚のカードに記入されて
いる数と同じ番号の 2 つの頂点を選び、この 2 つの頂点と 8 の番号の頂点を結んで三角形をつくる。このよ
うにしてできる三角形が直角三角形になる確率を求めよ。

解答欄

(1)	通り
(2)	
(3)	

解答

(1) 21 通り

(2) $\frac{4}{21}$

(3) $\frac{3}{7}$

解説

(3)

カードの取り出し方は全部で $6+5+4+3+2+1=21$ 通り

正八角形の頂点は 1 つの円周上にあるから三角形の 1 辺がその円の直径になればよい。

よって 2 枚のカードが

(1, 5), (2, 6), (3, 7), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6), (4, 7) であるときの 9 通り。

よって求める確率は $\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$

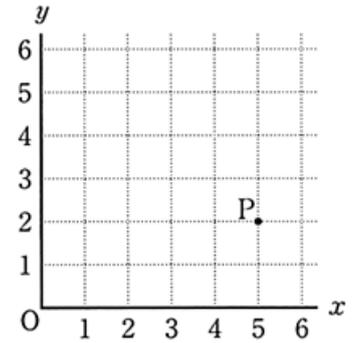
【問 33】

大小 2 つのさいころを同時に投げ、大きいさいころの出た目の数を x 座標、小さいさいころの出た目の数を y 座標とする点を、右の図にとる。

たとえば、大きいさいころの出た目の数が 5、小さいさいころの出た目の数が 2 である場合は、右の図のように点 P (5, 2) をとる。

このようにしてとった点が、傾き 1、切片 2 の直線上の点である確率を求めよ。

(鹿児島県 2006 年度)



解答欄

解答

$$\frac{1}{9}$$

解説

傾きが 1、切片が 2 の直線の式は $y = x + 2$

$1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 6$ (x, y は自然数)で

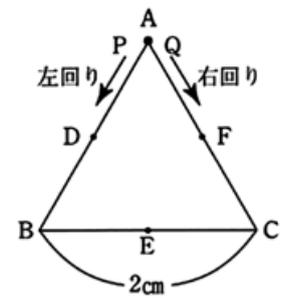
この直線上にある点は(1, 3), (2, 4), (3, 5), (4, 6)の 4 つ。

よって求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

【問 34】

図のように、1 辺の長さが 2 cm の正三角形 ABC があり、辺 AB, BC, CA の中点をそれぞれ D, E, F とする。2 つの点 P, Q はそれぞれ A を出発し、次の【ルール】にしたがって正三角形 ABC の周上を進む。

図

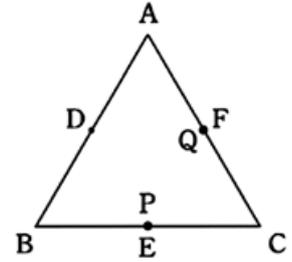


【ルール】

大小 2 つのさいころを同時に投げて、点 P は大きいさいころの出た目の数の長さ(cm)だけ左回りに、点 Q は小さいさいころの出た目の数の長さ(cm)だけ右回りに、それぞれ進む。

【例】

大きいさいころの目の数が 3, 小さいさいころの目の数が 1 の場合、点 P は 3cm, 点 Q は 1cm, それぞれ進んで、右のようになる。



大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げたとき、次の問1～問4に答えなさい。

(島根県 2007 年度)

問1 点 P が 1 周して A にもどるとき、大きいさいころの出た目の数を答えなさい。

問2 2 つの点 P, Q がともに E に進む確率を求めなさい。

問3 2 つの点 P, Q が同じ点に進む確率を求めなさい。

問4 3 つの点 A, P, Q を線分で結ぶとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 正三角形ができる場合の目の出かたを、解答用紙の表に○で表しなさい。

(2) 直角三角形ができる場合の目の出かたは何通りあるか求めなさい。

解答欄

問1																																																			
問2																																																			
問3																																																			
問4	(1)	<table border="1"> <tr> <td>大 小</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	大 小	1	2	3	4	5	6	1							2							3							4							5							6						
	大 小	1	2	3	4	5	6																																												
1																																																			
2																																																			
3																																																			
4																																																			
5																																																			
6																																																			
(2)	通り																																																		

解答

問1 6

問2 $\frac{1}{36}$

問3 $\frac{1}{6}$

問4

(1)

大 小	1	2	3	4	5	6
1	○					
2		○				
3						
4				○		
5					○	
6						

(2) 8通り

解説

問2

さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

そのうち点 P, Q がともに E で止まるのは(大, 小)=(3, 3)の 1 通り。

よって求める確率は $\frac{1}{36}$

問3

A で止まるのは(6, 6)

D で止まるのは(1, 5)

B で止まるのは(2, 4)

E で止まるのは(3, 3)

C で止まるのは(4, 2)

F で止まるのは(5, 1)で

同じ位置に進むのは 6 通り。

よって求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

問4

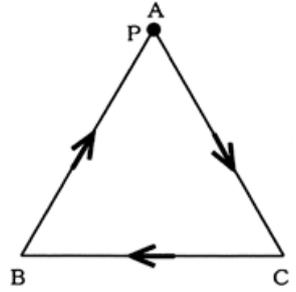
(2)

直角三角形ができるのは(1, 2), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 3), (4, 5), (5, 4)の 8 通り。

【問 35】

図で、点 P は、 $\triangle ABC$ の各頂点を右回りに移動する点である。2 つのさいころを同時に投げて、出た目の数が大きい方の数だけ、点 P は、各頂点を順に移動して止まる。ただし、2 つのさいころの出た目の数が同じ場合は、移動しないものとする。2 つのさいころを 1 回だけ投げるとき、頂点 A から出発した点 P が頂点 B で止まる確率を求めよ。

(愛知県 2008 年度 A)



解答欄

解答

$$\frac{5}{18}$$

【問 36】

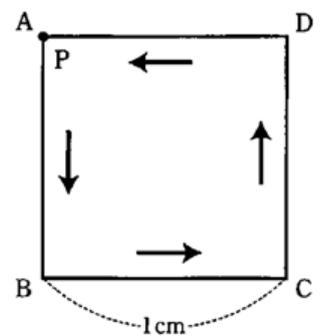
大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき、次の(1) ~ (3)に答えよ。ただし、それぞれのさいころの目は 1 から 6 までであり、どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(長崎県 2008 年度)

(1) 大小 2 つのさいころの出る目の数の和が 6 になる確率を求めよ。

(2) 大小 2 つのさいころの出る目の数の積が 12 になる確率を求めよ。

(3) 図のような 1 辺の長さが 1 cm の正方形 ABCD がある。点 P は、頂点 A を出発し、正方形の辺上を、大小 2 つのさいころの出る目の数の積と同じ長さ (cm) だけ左回りに動いて止まる。例えば、大小 2 つのさいころの出る目の数の積が 6 のとき、点 P は、頂点 A から 6 cm 動いて頂点 C で止まる。点 P が頂点 A を出発し、頂点 A で止まる確率を求めよ。



解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) $\frac{5}{36}$

(2) $\frac{1}{9}$

(3) $\frac{5}{12}$

解説

(3)

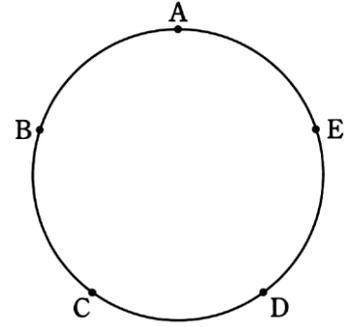
点 P が A で止まるのは目の積が 4 の倍数のときの 15 通りより確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

【問 37】

図のように、円周を 5 等分する 5 個の点 A～E がある。また、箱の中には A～E までの文字が 1 つずつ書かれた 5 枚のカードがあり、同時に 3 枚のカードを取り出すものとする。

次の(1)、(2)の問いに答えなさい。ただし、どのカードの取り出し方も同様に確からしいものとする。

(大分県 2008 年度)



(1) カードの取り出し方は、全部で何通りあるか求めなさい。

(2) 取り出したカードと同じ文字の円周上の点を結んでできる三角形が、鋭角三角形となる確率を求めなさい。

解答欄

(1)	通り
(2)	

解答

(1) 10 通り

(2) $\frac{1}{2}$

解説

(1)

カードの取り出し方は

(A, B, C), (A, B, D), (A, B, E), (A, C, D), (A, C, E), (A, D, E), (B, C, D), (B, C, E), (B, D, E), (C, D, E)の 10 通り。

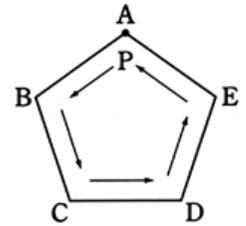
(2)

鋭角三角形となるのは下線の 5 通り。

よって求める確率は $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

【問 38】

図の正五角形 ABCDE において、頂点を移動する点 P は、最初に頂点 A にある。点 P は、大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、出た目の数の和だけ矢印(→)の方向に順に移動する。たとえば、出た目の数の和が 6 のとき、点 P は頂点 B で止まる。点 P が頂点 D で止まる確率を求めよ。



(鹿児島県 2008 年度)

解答欄

解答

$$\frac{7}{36}$$

解説

2 つのさいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

そのうち点 P が頂点 D で止まるのはさいころの目の和が 3 か 8 のとき。

さいころの目の組み合わせを(大, 小)とすると

和が 3 になるのは(1, 2), (2, 1)の 2 通り。

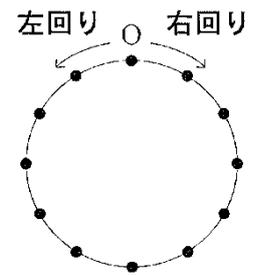
和が 8 になるのは(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)の 5 通り。

よって頂点 D で止まるのは $2 + 5 = 7$ 通り

求める確率は $\frac{7}{36}$

【問 39】

図のように、円周を 12 等分した点があり、そのうちの 1 つを O とする。大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。このとき、次の〈ルール〉にしたがって点 A, B を定め、3 点 O, A, B を結ぶ。



(秋田県 2009 年度)

〈ルール〉

点 A…点 O から円周上の点を左回りに、 a が奇数の場合は a 個分、 a が偶数の場合は $\frac{a}{2}$ 個分進んだ点とする。

点 B…点 O から円周上の点を右回りに b 個分進んだ点とする。

(1) $a=2$ のとき、 $\triangle OAB$ が直角三角形になるような b の値をすべて求めなさい。

(2) $\triangle OAB$ が直角二等辺三角形になる確率を求めなさい。ただし、さいころのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

解答欄

(1)	$b=$
(2)	

解答

(1) $b=5, 6$

(2) $\frac{1}{9}$

解説

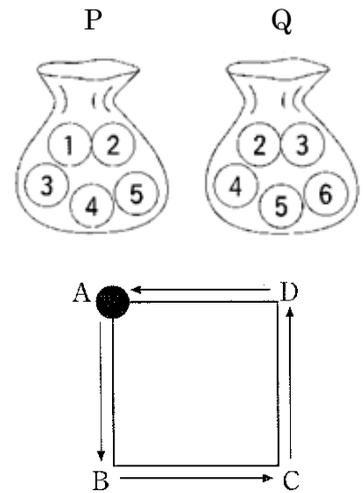
(2)

さいころの組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り
 そのうち $\triangle OAB$ が直角二等辺三角形になるのは
 $(a, b) = (3, 3), (6, 3), (3, 6), (6, 6)$ の 4 通り。

よって求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

【問 40】

P の袋には 1, 2, 3, 4, 5 の数字を 1 つずつ書いた 5 個の玉が入っており, Q の袋には 2, 3, 4, 5, 6 の数字を 1 つずつ書いた 5 個の玉が入っている。下の図のような四角形 ABCD の頂点 A の位置にコインを置き, 次の (ア), (イ) の 2 つの操作を順に行う。



操作

(ア) P の袋の中身をよくかきまぜてから玉を 1 個取り出す。コインを, A を出発点として, 取り出した玉に書いてある数だけ各頂点上を矢印の向きに動かす。

例えば, 5 と書いてある玉を取り出したときは, コインを A→B→C→D→A→B と 5 つ動かし, B でとめる。

(イ) Q の袋の中身をよくかきまぜてから玉を 1 個取り出す。コインを, (ア) の操作でとまった頂点を出発点として, 取り出した玉に書いてある数だけ (ア) と同じように動かす。

このとき, 次の問いに答えなさい。

(福島県 2009 年度)

(1) (ア) の操作を 1 回行うとき, コインが C にとまる確率を求めなさい。

(2) (ア)(イ) の操作を順に 1 回ずつ行うとき, コインが C にとまる確率を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $\frac{1}{5}$

(2) $\frac{6}{25}$

解説

(2)

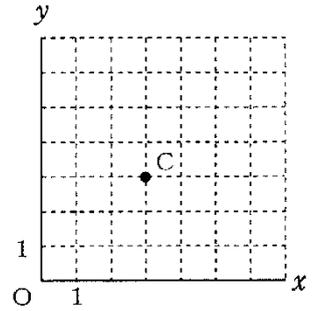
P, Q の袋から玉を取り出すときの組み合わせは全部で $5 \times 5 = 25$ 通り
 そのうちコインが C に止まるのは, P と Q の玉の和が 2, 6, 10 になるとき。
 よって (P, Q) = (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (4, 6), (5, 5) の 6 通りだから

求める確率は $\frac{6}{25}$

【問 41】

1つのさいころを2回投げ、1回目に出た目の数を a 、2回目に出た目の数を b とし、3点 $A(a, 0)$ 、 $B(0, b)$ 、 $C(3, 3)$ を考える。3点 A 、 B 、 C が、 $AC=BC$ の二等辺三角形の頂点となる確率を求めよ。

(愛知県 2009 年度 B)



解答欄

解答

$$\frac{1}{4}$$

解説

さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

そのうち $AC=BC$ の二等辺三角形ができるのは

$(a, b) = (1, 1), (1, 5), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (4, 1), (4, 4), (5, 2), (5, 5)$ の 9 通り。

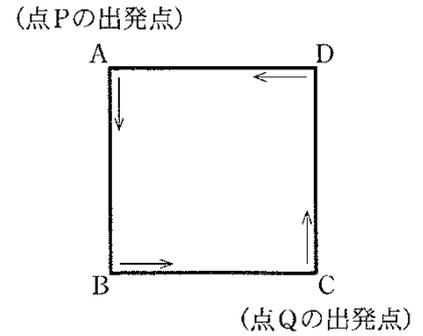
よって求める確率は $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

【問 42】

図のように、正方形 ABCD がある。大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、点 P は頂点 A を出発して大きいさいころの出た目の数だけ、点 Q は頂点 C を出発して小さいさいころの出た目の数だけ、正方形 ABCD の各頂点を矢印の方向に 1 つずつ進む。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2009 年度)



(1) 点 P と点 Q が同じ頂点に止まる大小 2 つのさいころの目の出かたは全部で何通りあるか、求めなさい。

(2) 線分 PQ が正方形 ABCD の対角線になる大小 2 つのさいころの目の出かたは全部で何通りあるか、求めなさい。

解答欄

(1)	通り
(2)	通り

解答

(1) 8 通り

(2) 10 通り

解説

(1)

P, Q が同じ位置になるのは

(P, Q) = (1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4) の 8 通り。

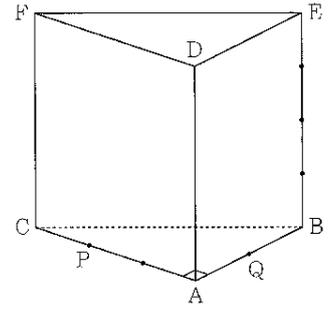
(2)

PQ が対角線になるのは

(P, Q) = (1, 1), (1, 5), (2, 2), (2, 6), (3, 3), (4, 4), (5, 1), (5, 5), (6, 2), (6, 6) の 10 通り

【問 43】

側面がすべて長方形である図のような三角柱があり、その底面は $\angle BAC=90^\circ$ の直角三角形で、 $AB=2\text{ cm}$ 、 $AC=3\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ である。また、点 P 、 Q は、大小 2 つのさいころを同時に 1 回だけ投げ、次の規則にしたがって A の位置から動く点である。



規則

- 大きなさいころの出た目の数を a とすると、点 P は三角柱の辺 AC 上を $A \rightarrow C \rightarrow A$ の順に $a\text{ cm}$ だけ動く。
- 小さなさいころの出た目の数を b とすると、点 Q は三角柱の辺 AB 、 BE 上を $A \rightarrow B \rightarrow E$ の順に $b\text{ cm}$ だけ動く。

図は、大きなさいころの出た目の数が 4、小さなさいころの出た目の数が 1 のときの点 P 、 Q の位置を示している。ただし、図中の点 (●) は各辺を 1 cm ごとに区切る点である。大小 2 つのさいころを同時に 1 回だけ投げ、点 P 、 Q が A の位置から動くとき、次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2009 年度)

問1 点 P 、 Q が図の位置にあるとき、 A 、 D 、 P 、 Q を結んでできる三角すいの体積を求めなさい。

問2 A 、 D 、 P 、 Q を結んでも、三角すいができないようなさいころの目の出方は全部で何通りあるか、求めなさい。

問3 A 、 D 、 P 、 Q を結んでできる三角すいの体積が、図の三角柱の体積の $\frac{1}{3}$ となるようなさいころの目の出方は全部で何通りあるか、求めなさい。

解答欄

問1	cm^3
問2	通り
問3	通り

解答

問1 $\frac{4}{3} \text{ cm}^3$

問2 6 通り

問3 5 通り

解説

問3

三角すいの体積 = $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$ より

底面を $\triangle ABC$, 高さを AD とする三角すい $ABCD$ の体積は三角柱の体積の $\frac{1}{3}$ になる。

このとき P は C , Q は B で(大, 小) = (3, 2)

三角すい $ABCD$ の底面を $\triangle ACD$ (点 P は C の位置にある) と考えると

Q が BE 上のどの位置にあっても高さは変わらないので体積は変わらない。

よって(大, 小) = (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6)

したがって 5 通り

【問 44】

図 1 の $\triangle ADG$ で、点 B, C は辺 AD 上に、点 E, F は辺 DG 上に、点 H, I は辺 GA 上にあり、 $AB=BC=CD, DE=EF=FG, GH=HI=IA$ である。3 点 C, F, I を頂点とする $\triangle CFI$ をつくる。さらに、次の 内の [操作] を行って三角形をつくり、[操作] を行ってできる三角形と $\triangle CFI$ との重なる部分を考える。

図 1

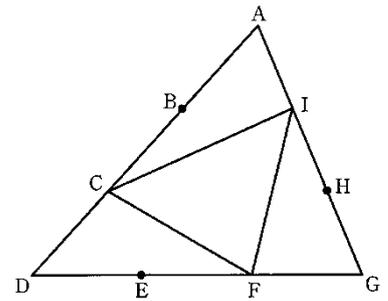


図 2

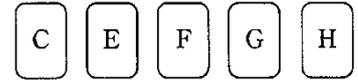
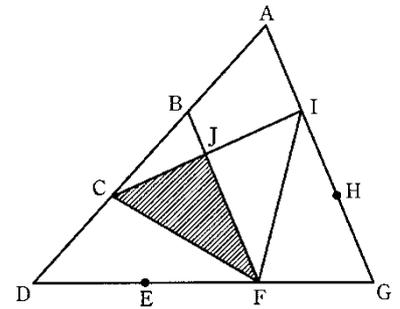


図 3



操作

図 2 のように、 C, E, F, G, H の文字を書いたカードがそれぞれ 1 枚ずつある。この 5 枚のカードをよくきってから同時に 2 枚のカードをひく。ひいた 2 枚のカードに書かれている文字と同じ点を選び、選んだ 2 つの点と点 B の 3 点を頂点とする三角形をつくる。

各問いに答えよ。

(奈良県 2009 年度)

問1 図 3 は、ひいた 2 枚のカードに書かれている文字が C と F のときの図であり、重なった部分は斜線で示した三角形である。線分 BF と線分 CI との交点を J とする。重なった部分の $\triangle CFJ$ の面積は、 $\triangle ADG$ の面積の何倍か。

問2 上の 内の [操作] を行って三角形をつくる時、[操作] を行ってできる三角形と $\triangle CFI$ との重なる部分が四角形になる確率を求めよ。

解答欄

問1	倍
問2	

解答

問1 $\frac{1}{6}$ 倍

問2 $\frac{3}{5}$

解説

問1

$$\triangle CAI = \frac{2}{3} \triangle DAI = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \triangle ADG = \frac{2}{9} \triangle ADG$$

$$\triangle IFG = \frac{2}{3} \triangle AFG = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \triangle ADG = \frac{2}{9} \triangle ADG$$

$$\triangle ADG, \triangle CDF = \frac{2}{3} \triangle CDG = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \triangle ADG = \frac{2}{9} \triangle ADG$$

$$\text{よって} \triangle CFI = \left(1 - \frac{2}{9} \times 3\right) \triangle ADG = \frac{1}{3} \triangle ADG$$

ここで $\triangle ADG$ において $DB:BA=DF:FG=2:1$ より $BF \parallel AG$

よって $\triangle CAI$ で $BJ \parallel JI$ だから $CJ:JI=CB:BA=1:1$

$$\text{したがって} \triangle CFJ = \frac{1}{2} \triangle CFI = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \triangle ADG = \frac{1}{6} \triangle ADG \text{ より}$$

$\frac{1}{6}$ 倍

問2

5枚のカードから同時に2枚のカードをひくときそのひき方は全部で $4+3+2+1=10$ 通り

そのうち2つの三角形の重なりが四角形になるのは

(C, G), (C, H), (E, F), (F, G), (F, H), (G, H)の6通り。

$$\text{よって求める確率は} \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

【問 45】

図 1 の立方体において、点 P は頂点 A を出発して、次の【操作】を繰り返しながら辺上を進む。

【操作】

右のような 3 枚のカードがある。カードをよくきって 1 枚を取り出して、書いてある文字を確かめ、もとにもどす。

書いてある文字が、

x のとき、点 P は辺 AB 上、または辺 AB と平行な辺上を 1 cm 進む。

y のとき、点 P は辺 AD 上、または辺 AD と平行な辺上を 1 cm 進む。

z のとき、点 P は辺 AE 上、または辺 AE と平行な辺上を 1 cm 進む。

【例】

この操作を 3 回繰り返し、取り出したカードの文字が順に x, z, z のとき、点 P は $A \xrightarrow{\text{①}} B \xrightarrow{\text{②}} F \xrightarrow{\text{③}} B$ と進む。

次の(1)～(3)に答えなさい。

図 1

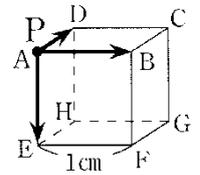
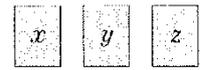


図 2

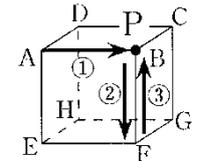
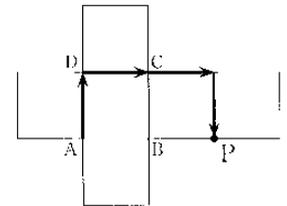


図 3



(島根県 2009 年度)

(1) 図 3 はこの操作を 4 回繰り返したとき、点 P が立方体の辺上を進んだようすを展開図にかいたものである。取り出したカードに書いてあった文字を順に答えなさい。

(2) この操作を 2 回繰り返したとき、点 P が頂点 A にある確率を求めなさい。

(3) この操作を 2 回繰り返したとき、点 P が平面 EFGH 上にある確率を求めなさい。

解答欄

	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目
(1)				
(2)				
(3)				

解答

(1)

1 回目 y

2 回目 x

3 回目 z

4 回目 y

(2) $\frac{1}{3}$

(3) $\frac{4}{9}$

解説

(2)

カードの組み合わせは全部で $3 \times 3 = 9$ 通り

そのうち操作を 2 回繰り返して点 P が頂点 A にあるのは

(1 回目, 2 回目) = $(x, x), (y, y), (z, z)$ の 3 通り。

よって求める確率は $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

(3)

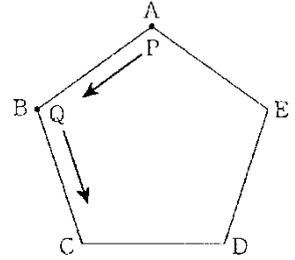
操作を 2 回繰り返して点 P が頂点 E, F, G, H のいずれかにあるのは

(1 回目, 2 回目) = $(x, z), (y, z), (z, x), (z, y)$ の 4 通り。

よって求める確率は $\frac{4}{9}$

【問 46】

図において、2 点 P, Q は、それぞれ正五角形 ABCDE の頂点を、さいころの出た目の数だけ左回りに 1 つずつ順に動く点である。いま、大小 2 つのさいころを同時に 1 回だけ投げて、大きいさいころの出た目の数だけ点 P は頂点 A から動き、小さいさいころの出た目の数だけ点 Q は頂点 B から動くものとする。このとき、2 点 P, Q がともに正五角形の同じ頂点で止まる確率を求めよ。ただし、さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



(高知県 2009 年度)

解答欄

解答

$$\frac{7}{36}$$

解説

大小 2 つのさいころを投げて出る目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

そのうち P, Q がともに同じ頂点で止まるのは

$(P, Q) = (1, 5), (2, 1), (2, 6), (3, 2), (4, 3), (5, 4), (6, 5)$ の 7 通り。

よって求める確率は $\frac{7}{36}$

【問 47】

図 1 のような正方形 ABCD があり, 2 点 P, Q は最初, 頂点 A にある。図 2 のような大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げたとき, 点 P は大きいさいころの出た目の数だけ, 点 Q は小さいさいころの出た目の数だけ, 正方形の頂点を矢印の方向に順に移動する。

このとき, 次の(1)~(3)に答えなさい。

(佐賀県 2009 年度 後期)

(1) 2 点 P, Q がともに頂点 D にある確率を求めなさい。

(2) 2 点 P, Q がともに頂点 C にある確率を求めなさい。

(3) 2 点 P, Q が同じ頂点にある確率を求めなさい。

図 1

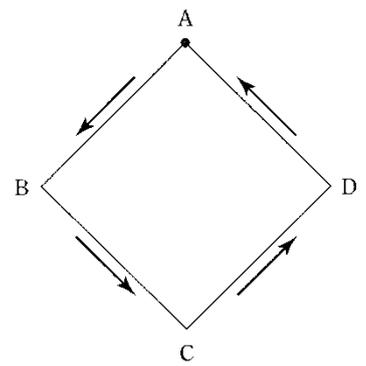
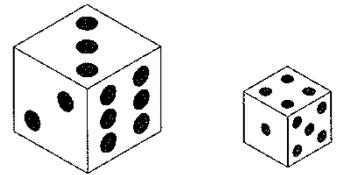


図 2



解答欄

(1)	
(2)	
(3)	

解答

(1) $\frac{1}{36}$

(2) $\frac{1}{9}$

(3) $\frac{5}{18}$

解説

(3)

同じ位置になるのは

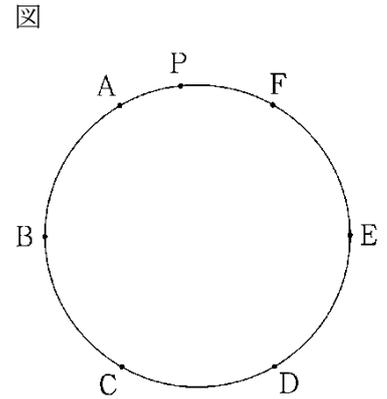
(大, 小)=(1, 1), (1, 5), (2, 2), (2, 6), (3, 3), (4, 4), (5, 1), (5, 5), (6, 2), (6, 6) の 10 通り。

よって 求める確率は $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

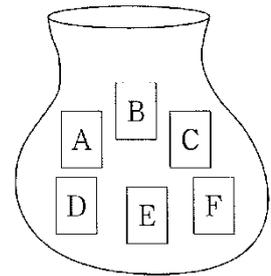
【問 48】

図のように、円周を 6 等分する点 A, B, C, D, E, F があり、それらとは異なる点 P が弧 AF 上にある。また、袋には、A, B, C, D, E, F と 1 つずつ書かれた 6 枚のカードが入っている。いま、この袋から、同時に 2 枚のカードを取り出し、そのカードが示す円周上の 2 点と点 P の 3 点を頂点とする三角形をつくる時、その三角形が直角三角形になる確率を求めなさい。ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

(山形県 2010 年度)



袋



解答欄

解答

$$\frac{1}{5}$$

解説

2 枚のカードの取り出し方は全部で $5+4+3+2+1=15$ 通り。

そのうち直角三角形ができる組み合わせは

円周角の定理より 2 点を結ぶ線分が直径になるときだから

(A, D), (B, E), (C, F) の 3 通り。

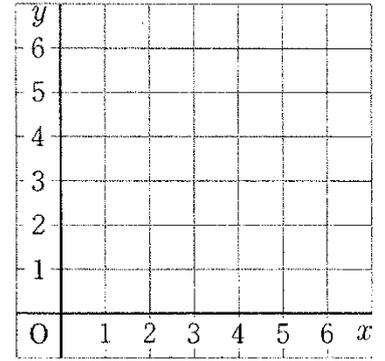
よって求める確率は $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

【問 49】

1 から 6 までの目がある大小 2 個のさいころを投げて、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とし、 O を原点とする平面上に、2 点 $A(a, 0)$, $B(a, b)$ をとる。

(福島県 2010 年度)

(1) 線分 OA と線分 AB の長さの和が 9 となる確率を求めなさい。



(2) $\triangle OAB$ の面積が 6 の倍数となる確率を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

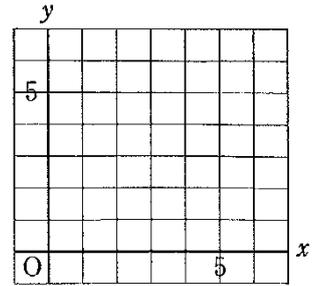
(1) $\frac{1}{9}$

(2) $\frac{7}{36}$

【問 50】

1 つのさいころを 2 回投げて、1 回目に出た目の数を x 座標、2 回目に出た目の数を y 座標とする点を考える。この点が、 $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上にある確率を求めなさい。

(長野県 2010 年度)



解答欄

解答

$$\frac{1}{9}$$

【問 51】

図のような 1 から 5 までの整数を 1 つずつ書いた 5 枚のカードが、袋の中に入っている。この袋の中のカードをよくかき混ぜてから、カードを 1 枚取り出し、そのカードに書かれた数を確認した後、袋の中に戻す。

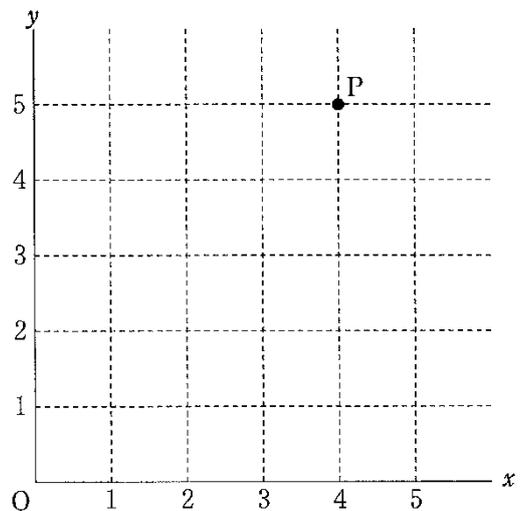


ふたたび、袋の中のカードをよくかき混ぜてから、カードを 1 枚取り出す。1 回目に取り出したカードに書かれた数を a 、2 回目に取り出したカードに書かれた数を b とし、 (a, b) を座標とする点を P とする。たとえば、1 回目に取り出したカードに書かれた数が 4、2 回目に取り出したカードに書かれた数が 5 の場合、下の図のように、点 P の座標は $(4, 5)$ になる。

このとき、あとの各問いに答えなさい。

(三重県 2010 年度)

問1 点 $P(a, b)$ のとり方は全部で何通りあるか、求めなさい。



問2 点 $P(a, b)$ が直線 $y=x$ 上にある確率を求めなさい。

問3 座標の 1 目もりを 1 cm とするとき、原点 O と点 $P(a, b)$ の距離が 3 cm 以上 5 cm 以下になる確率を求めなさい。

解答欄

問1	通り
問2	
問3	

解答

問1 25通り

問2 $\frac{1}{5}$

問3 $\frac{11}{25}$

解説

問3

原点 O と $P(a, b)$ との距離が 3 以上 5 以下より

$$3 \leq \sqrt{a^2 + b^2} \leq 5$$

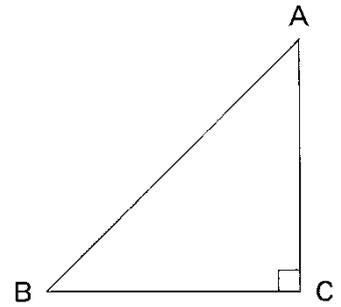
$$9 \leq a^2 + b^2 \leq 25$$

あてはまる $(a, b) = (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)$ の 11 通り。

よって求める確率は $\frac{11}{25}$

【問 52】

大小 2 つのさいころがあり、それぞれ 1 から 6 までの目がある。これら 2 つのさいころを同時に投げ、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。次に、右の図のように、 $BC=CA=8\text{ cm}$ 、 $\angle BCA=90^\circ$ の $\triangle ABC$ があり、辺 BC 上に点 D を点 B から $a\text{ cm}$ のところにとり、辺 CA 上に点 E を点 C から $b\text{ cm}$ のところにとる。このとき、次の問 1、問 2 に答えよ。ただし、それぞれのさいころの 1 から 6 までの目の出方は同様に確からしいものとする。



(京都府 2010 年度)

問 1 $CD=CE$ となる確率を求めよ。

問 2 $\triangle DCE$ の面積が 6 cm^2 となる確率を求めよ。

解答欄

問1	
問2	

解答

問1 $\frac{5}{36}$

問2 $\frac{1}{9}$

解説

問1

さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

$CD = 8 - a\text{ cm}$ 、 $CE = b\text{ cm}$ と表せるので

$$CD = CE \text{ より } 8 - a = b$$

これを变形して $a + b = 8$ となる a, b の組み合わせを考える。

$(a, b) = (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$ の 5 通り。

よって求める確率は $\frac{5}{36}$

問2

$$\triangle DCE = 6\text{ cm}^2 \text{ より}$$

$$\frac{1}{2} \times CD \times CE = 6$$

$$CD \times CE = 12$$

$$(8 - a)b = 12$$

$2 \leq 8 - a \leq 7$ 、 $1 \leq b \leq 6$ より $(8 - a)b = 12$ となる組み合わせは

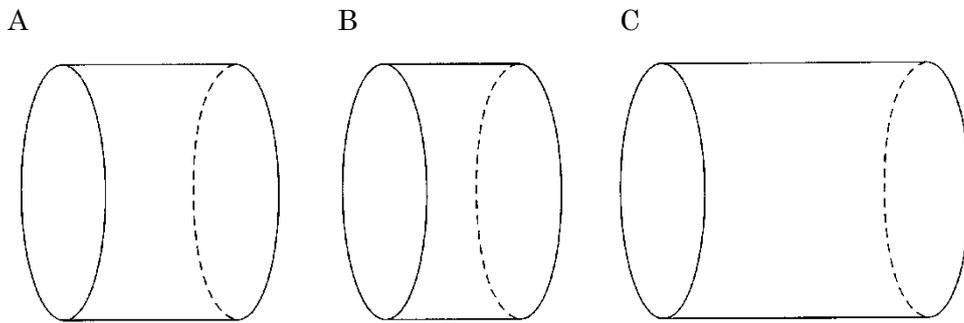
$(8 - a, b) = (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$

つまり $(a, b) = (6, 6), (5, 4), (4, 3), (2, 2)$ の 4 通り。

よって求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

【問 53】

底面の半径が 3 cm, 高さが 13 cm の円柱があります。正しくつくられた大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、大きい方のさいころの出た目の数を x , 小さい方のさいころの出た目の数を y とします。下の図の円柱 A, B, C は、この円柱を、円柱 A の高さが x cm, 円柱 C の高さが y cm となるように、3 つの円柱に切り分けたものです。



これについて、次の問1・問2に答えなさい。

(広島県 2010 年度)

問1 円柱 B の高さが 4 cm となるとき、円柱 A と円柱 C の側面積の和は何 cm^2 ですか。ただし、円周率は π とします。

問2 円柱 B の体積が、円柱 A, C の体積のどちらよりも大きくなる確率を求めなさい。

解答欄

問1	cm^2
問2	

解答

問1 54π

問2 $\frac{5}{9}$

解説

問1

円柱 A の高さが x cm, 円柱 C の高さが y cm のとき円柱 B の高さは $13-(x+y)$ cm と表せる。

$13-(x+y)=4$ より

$x+y=9$

円柱 A と円柱 C の側面積の和は

$$2\pi \times 3 \times x + 2\pi \times 3 \times y = 6\pi(x+y) = 6\pi \times 9 = 54\pi \text{ cm}^2$$

問2

さいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

そのうち円柱 B の体積が円柱 A, C の体積より大きくなるのは

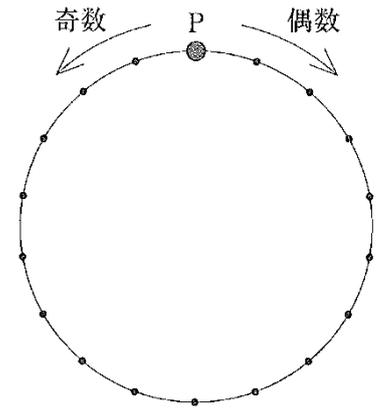
$13-(x+y)$ の値が x, y より大きいときだから x, y の組み合わせは

$(x, y) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 1), (5, 2)$ の 20 通り。

よって求める確率は $\frac{20}{36} = \frac{5}{9}$

【問 54】

図のように、円周上に 18 個の点が等間隔に並んでおり、そのうちの 1 点を P とします。1 個の黒石を点 P 上に置き、この黒石を、1 から 6 までの目が出るさいころを 1 回投げるごとに、出た目の数だけ円周上の点上を順に動かします。動かす方は、偶数の目が出たときは右回りに、奇数の目が出たときは左回りに動かすものとします。



さいころを 3 回投げたとき、黒石が点 P に戻っている確率を求めなさい。

(埼玉県 2011 年度 前期)

解答欄

解答

$$\frac{19}{216}$$

216

解説

さいころの組み合わせは全部で $6 \times 6 \times 6 = 216$ 通り

そのうち黒石が点 P にもどるのは、さいころの目が

(1 回目, 2 回目, 3 回目) = (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (1, 3, 4), (1, 4, 3), (3, 1, 4), (3, 4, 1), (4, 1, 3), (4, 3, 1), (3, 3, 6), (3, 6, 3), (6, 3, 3), (1, 5, 6), (1, 6, 5), (5, 1, 6), (5, 6, 1), (6, 1, 5), (6, 5, 1), (6, 6, 6) の 19 通り。

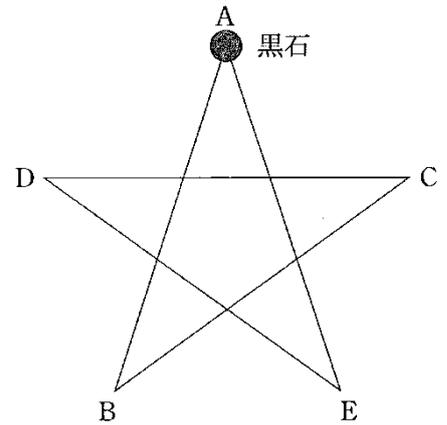
よって求める確率は $\frac{19}{216}$

【問 55】

大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げる。大きいさいころの出た目を 2 倍した数と、小さいさいころの出た目の数を合計し、その数の分だけ、図の頂点 A にある黒石を、 $\rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$ の順に、頂点上を移動させる。

このとき、黒石が頂点 D に止まる確率を求めなさい。ただし、さいころを投げるとき、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(千葉県 2011 年度 後期)



解答欄

解答

$$\frac{2}{9}$$

解説

さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

大小 2 つのさいころの目の数をそれぞれ a, b とすると

$$3 \leq 2a + b \leq 18$$

黒石が頂点 D に止まるのは $2a + b$ の値が 3, 8, 13, 18 になるとき。

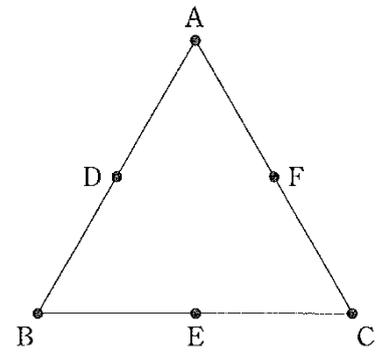
このとき $(a, b) = (1, 1), (1, 6), (2, 4), (3, 2), (4, 5), (5, 3), (6, 1), (6, 6)$ の 8 通り。

よって求める確率は $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

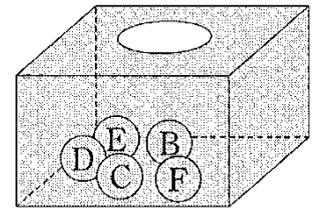
【問 56】

図のように、正三角形 ABC があり、辺 AB, BC, CA の中点をそれぞれ点 D, E, F とする。また、箱の中には B, C, D, E, F の文字が 1 つずつ書かれた 5 個のボールが入っている。箱の中から 2 個のボールを取り出し、それらのボールと同じ文字の点と頂点 A の 3 点を結んでできる図形について、次の問いに答えなさい。

(富山県 2011 年度)



問1 できる図形が、直角三角形になる確率を求めなさい。



問2 できる図形が、三角形にならない確率を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	

解答

問1 $\frac{2}{5}$

問2 $\frac{1}{5}$

解説

問1

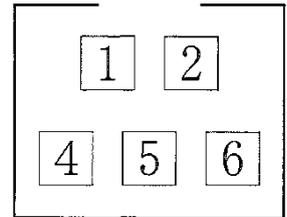
玉の取り出し方は(B, C), (B, D), (B, E), (B, F), (C, D), (C, E), (C, F), (D, E), (D, F), (E, F)の 10 通り。
そのうちできる三角形が直角三角形になるのは下線の 4 通り。

よって求める確率は $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

【問 57】

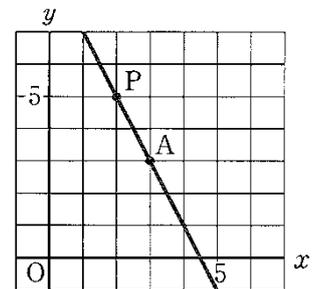
箱の中に、 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{4}$ 、 $\boxed{5}$ 、 $\boxed{6}$ と書かれたカードが 1 枚ずつ、合計 5 枚入っている。この箱から 1 枚のカードを取り出し、箱にもどさずに続けてもう 1 枚のカードを取り出す。このとき、次の問いに答えよ。

(福井県 2011 年度)



問 1 取り出した順に 2 枚のカードを並べるとき、その並べ方は全部で何通りあるか。

問 2 取り出した 1 枚目のカードに書かれている数字を x 、2 枚目のカードに書かれている数字を y として、 (x, y) を座標とする点を P とする。さらに、 $(3, 3)$ を座標とする点を A としたとき、2 点 A, P を通る直線の傾きが正の数になる確率を求めよ。ただし、カードの取り出し方は、同様に確からしいとする。



(例) 1 枚目のカードが $\boxed{2}$ 、2 枚目のカードが $\boxed{5}$ のときは、右の図のように点 P の座標は $(2, 5)$ で、2 点 A, P を通る直線の傾きは -2 となる。

解答欄

問 1	通り
問 2	

解答

問 1 20 通り

問 2 $\frac{2}{5}$

解説

問 1

取り出し方は

(1 回目, 2 回目) = $(\underline{1}, \underline{2})$, $(1, 4)$, $(1, 5)$, $(1, 6)$, $(\underline{2}, \underline{1})$, $(2, 4)$, $(2, 5)$, $(2, 6)$, $(4, 1)$, $(4, 2)$, $(\underline{4}, \underline{5})$, $(\underline{4}, \underline{6})$, $(5, 1)$, $(5, 2)$, $(\underline{5}, \underline{4})$, $(\underline{5}, \underline{6})$, $(6, 1)$, $(6, 2)$, $(\underline{6}, \underline{4})$, $(\underline{6}, \underline{5})$ の 20 通り。

問 2

傾きが正の数より 2 点を結んで右上がりになる点を考えると 8 通り。

よって求める確率は $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

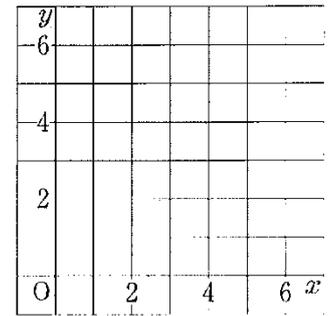
【問 58】

次の【ルール】にしたがって、図1のような、原点を O とする図に、2 点 A, B をとる。

【ルール】

- ① 1 から 6 までの目が出る大小 2 つのさいころを同時に投げて、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。
- ② x 座標が 2, y 座標が a である点を A とし, x 座標が 4, y 座標が b である点を B とする。

図1



このとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、大小 2 つのさいころの目の出方は、どれも同様に確からしいものとする。

(山梨県 2011 年度)

問1 大小 2 つのさいころを同時に投げて、大きいさいころの出た目の数が 4, 小さいさいころの出た目の数が 3 であるとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 図1に、2 点 A, B を通る直線をかきなさい。

(2) 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

問2 大小 2 つのさいころを同時に投げるとき、2 点 A, B を通る直線が y 軸上の点 $(0, 1)$ を通る確率を求めなさい。

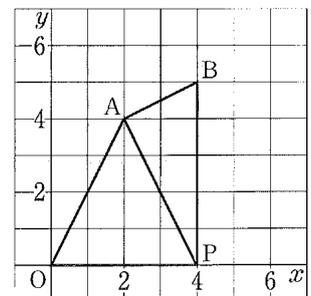
問3 次に、 x 軸上の点 $(4, 0)$ を P とし、 $\triangle AOP$ と $\triangle APB$ について考える。図2

は、大小 2 つのさいころを同時に投げて、大きいさいころの出た目の数が 4, 小さいさいころの出た目の数が 5 であるときを示している。

このとき、次の(1), (2)に答えなさい。ただし、座標の 1 目もりを 1 cm とする。

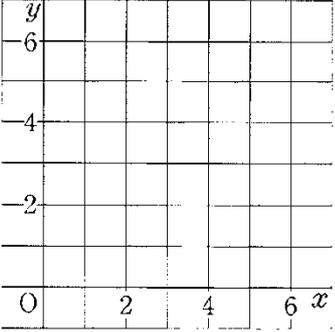
(1) $\triangle AOP$ と $\triangle APB$ の面積の和を、文字 a, b を使った式で表しなさい。

図2



(2) $\triangle AOP$ と $\triangle APB$ の面積の和が、 12 cm^2 となるさいころの目の出方はどんな場合があるか、 a, b の値の組を求め、 $[a, b]$ の形式ですべての場合を示しなさい。

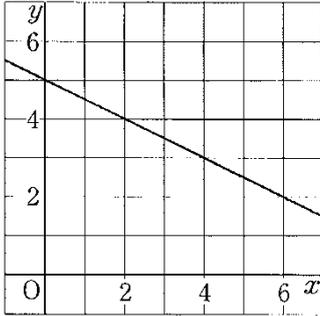
解答欄

問1	(1)	
	(2)	
問2		
問3	(1)	cm^2
	(2)	

解答

問1

(1)



(2) $y = -\frac{1}{2}x + 5$

問2 $\frac{1}{12}$

問3

(1) $(2a + b) \text{ cm}^2$

(2) $[3, 6], [4, 4], [5, 2]$

解説

問1

(1)

A(2, 4), B(4, 3) を通る直線の式を $y = mx + n$ とおく。

A を通るので $4 = 2m + n \cdots \textcircled{1}$

B を通るので $3 = 4m + n \cdots \textcircled{2}$

①, ②を連立方程式として解くと

$$m = -\frac{1}{2}, n = 5$$

よって求める式は $y = -\frac{1}{2}x + 5$

問2

さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

そのうち直線 AB が(0, 1)を通るのは

$(a, b) = (1, 1), (2, 3), (3, 5)$ の3通り。

よって求める確率は $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

問3

(1)

$$\triangle OAP = \frac{1}{2} \times 4 \times a = 2a$$

$$\triangle APB = \frac{1}{2} \times b \times (4 - 2) = b$$

$$\triangle OAP + \triangle APB = 2a + b \text{ cm}^2$$

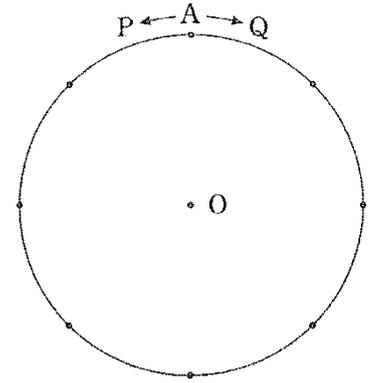
(2)

a, b は 1 から 6 までの自然数だから

$2a + b = 12$ となる $(a, b) = [3, 6], [4, 4], [5, 2]$

【問 59】

図で、周の長さが 8 cm である円 O の円周を 8 等分する点があり、点 A はそのうちの 1 つである。点 P, Q は、A の位置にあり、次のきまりで円周上を動き、8 等分された点の位置で止まる。



〔きまり〕

表に 1, 2, 3, 4 の数字を 1 つずつ記入した 4 枚のカード ①, ②, ③, ④ を、裏返しにしてよくきってから、1 枚ずつ 2 回続けて取り出す。ただし、1 回目に取り出したカードは、もとにもどさない。1 回目に取り出したカードに記入された数を x 、2 回目に取り出したカードに記入された数を y とする。P は、A から、時計の針と反対の回り方で x cm 動いて止まる。Q は、A から、時計回りに y cm 動いて止まる。

3 点 A, P, Q を直線で結び、 $\triangle APQ$ をつくる。

(長野県 2011 年度)

(1) $x=4, y=2$ となるとき、 $\triangle APQ$ の $\angle A$ の大きさを求めなさい。

(2) $\triangle APQ$ が、 $\angle A=90^\circ$ の直角三角形となる確率を求めなさい。

(3) $\triangle APQ$ が直角三角形となる確率を求めなさい。

解答欄

(1)	$\angle A =$ °
(2)	
(3)	

解答

(1) $\angle A = 45^\circ$

(2) $\frac{1}{6}$

(3) $\frac{2}{3}$

解説

(2)

カードの組み合わせは全部で $4 \times 3 = 12$ 通り

そのうち $\angle PAQ = 90^\circ$ となるのは PQ が直径となるときだから $(x, y) = (1, 3), (3, 1)$ の 2 通り。

よって求める確率は $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

(3)

PQ が直径となるのが 2 通り。

AP が直径となるのが $(x, y) = (4, 1), (4, 2), (4, 3)$ の 3 通り。

AQ が直径となるのが $(x, y) = (1, 4), (2, 4), (3, 4)$ の 3 通り。

よって直角三角形になるのは全部で 8 通り。

したがって求める確率は $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

【問 60】

図1のような形の板に、図2の長方形のタイル 5 枚を、表向きに、重ならないようにしきつめる。しきつめ方は何通りあるかを求めなさい。

(岐阜県 2011 年度)

図1

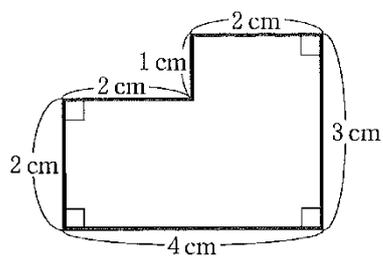
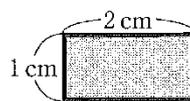


図2



解答欄

通り

解答
7 通り

【問 61】

2つの袋Ⅰ, Ⅱには、ともに3枚のカードが入っており、それぞれのカードには、図1のように、B, C, D, E, F, Gの文字が1つ書いてある。また、図2の多角形 ABCDEFG は正七角形である。この正七角形において、次の中を示したように三角形をつくる。

図1

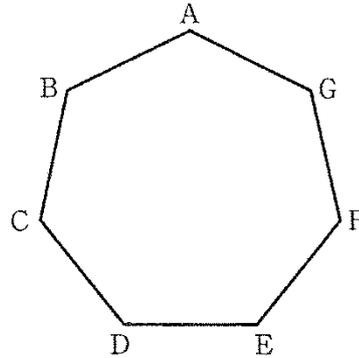
袋Ⅰに入っているカード

B **C** **D**

袋Ⅱに入っているカード

E **F** **G**

図2



2つの袋Ⅰ, Ⅱから、それぞれ1枚のカードを取り出し、取り出した2枚のカードに書いてある文字が表す2つの頂点と、頂点Aの、3点を結んだ三角形をつくる。

このとき、この三角形が二等辺三角形となる確率を、樹形図等をかき、起こりうるすべての場合を調べて、求めなさい。ただし、袋Ⅰからカードを取り出すとき、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。また、袋Ⅱについても同様に考えるものとする。

(静岡県 2011年度)

解答欄

〔樹形図等〕

答

解答

〔樹形図等〕

できる三角形は

$\triangle ABE$, $\triangle ABF$, $\triangle ABG$, $\triangle ACE$, $\triangle ACF$, $\triangle ACG$, $\triangle ADE$, $\triangle ADF$, $\triangle ADG$ の9通り。

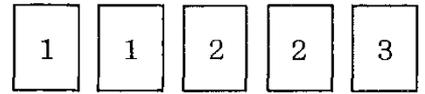
そのうち二等辺三角形になるのは下線の7通り。

よって求める確率は $\frac{7}{9}$

答 $\frac{7}{9}$

【問 62】

図のように、数字 1, 2 を書いたカードがそれぞれ 2 枚ずつ、数字 3 を書いたカードが 1 枚ある。この 5 枚のカードをよくきって、1 枚ずつ 2 回続けて取り出す。1 回目に取り出したカードに書かれている数を a 、2 回目に取り出したカードに書かれている数を b とする。このとき、点 (a, b) が $y = \frac{2}{x}$ のグラフ上の点である確率を求めなさい。ただし、取り出したカードはもとにもどさないものとする。



(愛知県 2011 年度 A)

解答欄

解答

$$\frac{2}{5}$$

解説

カードの取り出し方は全部で $5 \times 4 = 20$ 通り。

そのうち (a, b) が $y = \frac{2}{x}$ 上の点であるとき

つまり $ab = 2$ となるのは

a が 1 で b が 2 になる 4 通りと

a が 2 で b が 1 になる 4 通りの計 8 通り。

よって求める確率は $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

【問 63】

幅が一定の細長い紙テープを図1のように結び、正五角形 ABCDE を作った。対角線 AC と BD の交点を F とする。次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(滋賀県 2011 年度)

(1) 2 種類の三角形を、正五角形 ABCDE の上に敷きつめたい。

次の にあてはまる自然数を答えなさい。

正五角形 ABCDE は、
 「△ ABF と合同な三角形」 個と、
 「△ BCF と合同な三角形」 個を、
 重なることがないようにすき間なく並べて、その
 上に敷きつめることができる。

図1

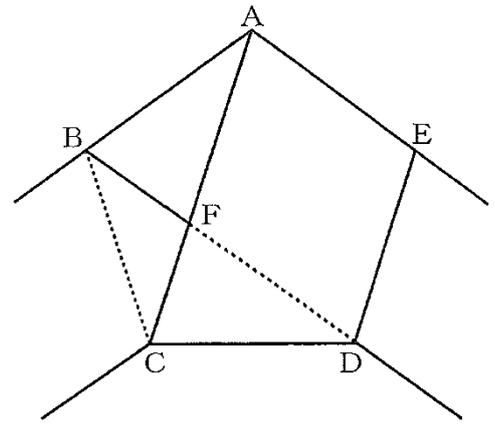
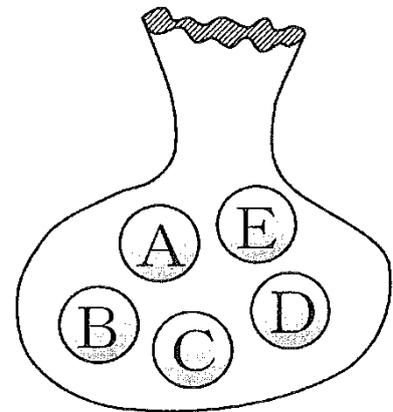


図2



(2) 図2のように、袋の中に同じ大きさの玉が 5 個入っており、それぞれの玉には、図1の正五角形の頂点を表す A から E の文字が書いてある。この袋から玉を同時に 2 個取り出すとき、取り出した玉に書いてある 2 点と点 F を結んでできる図形が三角形となる確率を求めなさい。ただし、どの玉が出ることも同様に確からしいとする。

解答欄

(1)	ア	
	イ	
(2)		

解答

(1)

ア 4

イ 3

(2) $\frac{4}{5}$

解説

(2)

玉の取り出し方は (A, B), (A, C), (A, D), (A, E), (B, C), (B, D), (B, E), (C, D), (C, E), (D, E) の 10 通り。
 そのうち 2 点と F を結んで三角形ができるのは下線の 8 通り。

よって求める確率は $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

【問 64】

「大きいさいころ」と「小さいさいころ」がある。この 2 つのさいころを同時に投げるとき、「大きいさいころ」の出る目の数を a 、「小さいさいころ」の出る目の数を b とする。

このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、この 2 つのさいころはともに、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

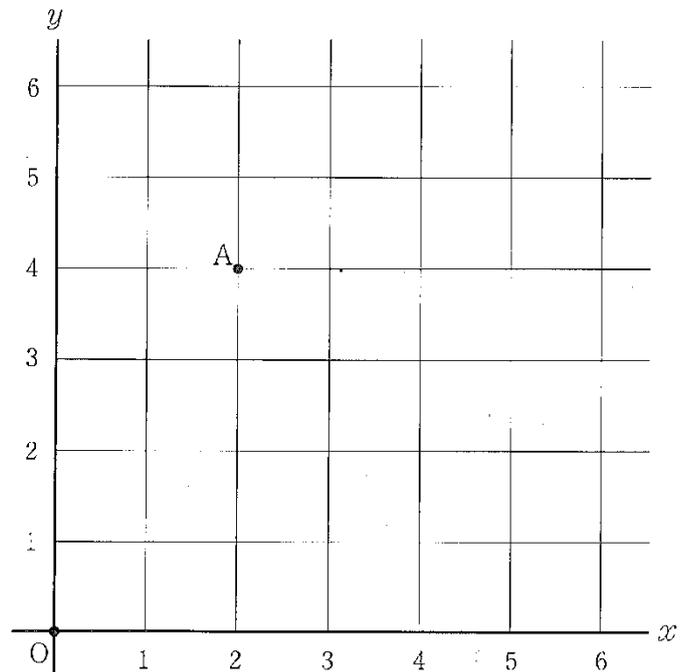
(鳥取県 2011 年度)

問1 $a+b=5$ となる確率を求めなさい。

問2 a を x 座標、 b を y 座標とする点 $P(a, b)$ を平 図

面上にとる。また、図のように点 $O(0, 0)$ 、点 $A(2, 4)$ を平面上にとり、 $\triangle OAP$ の面積について考える。

このとき、次の(1)、(2)、(3)について答えなさい。ただし、3 点 O, A, P を結んだ図形が三角形にならないとき、面積は 0 とする。



(1) $a=6, b=6$ のとき、 $\triangle OAP$ の面積を求めなさい。

(2) $a=3, b=2$ のとき、 $\triangle OAP$ の面積は 4 である。 $\triangle OAP$ の面積が 4 となるような目の出方はこのときを含め、全部で何通りあるか答えなさい。

(3) $\triangle OAP$ の面積が 4 より大きくなる確率を求めなさい。

解答欄

問1		
問2	(1)	
	(2)	通り
	(3)	

解答

問1 $\frac{1}{9}$

問2

(1) 6

(2) 4 通り

(3) $\frac{5}{12}$

解説

問2

(2)

(3, 2)を通り OA に平行な直線…① 上に点 P があるときは△OAP の面積は常に 4 となる。

このとき P (a, b)で a, b は 1 から 6 までの自然数だから(3, 2), (4, 4), (5, 6)

また P が OA を軸として①と対称な直線…② 上にあっても△OAP=4 となる。

このとき(1, 6)

したがって全部で 4 通り。

(3)

直線①と直線②の間を内側とすると P (a, b)が外側にあるとき△OAP>4 となる。

a, b は 1 から 6 までの自然数だから

(3, 1), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

の 15 通り。

よって求める確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

解答

問1

ア B

イ C

問2

〔解〕

大小2つのさいころを同時に1回投げるとき目の出方は全部で36通りある。

このうち白石、黒石が、同じ頂点に止まっているのは

a b 止まっている頂点

1—4 B

2—3 C

3—2 D

4—1 E

4—6 E

5—5 A

6—4 B

の7通りである。

したがって求める確率は $\frac{7}{36}$

答 $\frac{7}{36}$

解説

問2

大小2つのさいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

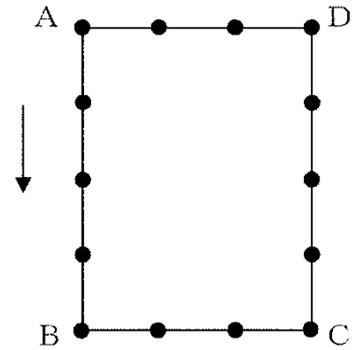
そのうち白石と黒石が同じ位置に止まるのは

$(a, b) = (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (4, 6), (5, 5), (6, 4)$ の7通り。

よって求める確率は $\frac{7}{36}$

【問 66】

図のように、縦の長さが 4 cm、横の長さが 3 cm の長方形 ABCD があり、各辺上には頂点 A から 1 cm ずつ等間隔にとった点がある。いま、頂点 A にコインを 1 個置き、1 から 6 までの目が出る 1 個のさいころを 2 回投げ、出た目の数だけ、そのコインを左回りに点の上を 1 つずつ順に移動させる。1 回目に出た目の数だけ、頂点 A からコインを移動させた点を点 P とし、2 回目に出た目の数だけ、点 P からコインを移動させた点を点 Q とする。



(高知県 2011 年度 後期)

問1 さいころの目が、1 回目に出た目の数が 3、2 回目に出た目の数が 5 のとき、 $\triangle APQ$ の面積を求めよ。

問2 3 点 A, P, Q が一直線上に並ぶ確率を求めよ。

問3 3 点 A, P, Q を頂点とする $\triangle APQ$ ができるとき、その面積が 4 cm^2 となる場合は何通りあるか。

解答欄

問1	cm^2
問2	
問3	通り

解答

問1 $\frac{9}{2} \text{ cm}^2$

問2 $\frac{1}{6}$

問3 4 通り

解説

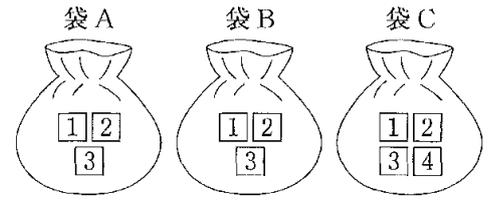
問3

$\triangle APQ = 4 \text{ cm}^2$ となるのは(1 回目, 2 回目) = (4, 2), (5, 2), (6, 3), (6, 6)の 4 通り。

【問 67】

図のように、3つの袋 A, B, C がある。袋 A, B の中には、それぞれ 1, 2, 3 の数字を 1 つずつ書いた 3 枚のカードが、袋 C の中には、1, 2, 3, 4 の数字を 1 つずつ書いた 4 枚のカードが入っている。

袋 A, B, C からそれぞれ 1 枚ずつ、あわせて 3 枚のカードを取り出すとき、次の問1, 問2に答えなさい。



(鹿児島県 2011 年度)

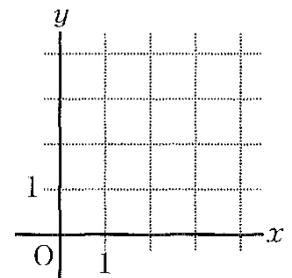
問1 カードの取り出し方は、全部で何通りあるか。

問2 袋 A から取り出したカードに書かれた数を a 、袋 B から取り出したカードに書かれた数を b 、袋 C から取り出したカードに書かれた数を c とするとき、次の(1)~(3)の問いに答えよ。ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

(1) a, b, c がすべて同じ数になる確率を求めよ。

(2) x についての 1 次方程式 $ax - b = c$ の解が 2 になる確率を求めよ。

(3) O を原点とする平面上に、2 点 $P(a, 0)$ 、 $Q(b, c)$ をとる。このとき、 $\triangle OPQ$ が二等辺三角形となる確率を求めよ。



解答欄

問1	通り	
問2	(1)	
	(2)	
	(3)	

解答

問1 36通り

問2

(1) $\frac{1}{12}$

(2) $\frac{1}{6}$

(3) $\frac{7}{36}$

解説

問2

(2)

$ax-b=c$ に $x=2$ を代入して

$$2a-b=c$$

変形して $2a=b+c$ となる組み合わせを考える。

$(a, b, c)=(1, 1, 1), (2, 1, 3), (2, 2, 2), (2, 3, 1), (3, 2, 4), (3, 3, 3)$ の6通り。

よって求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(3)

$a=1$ のとき P (1, 0)

このとき $\triangle OPQ$ が二等辺三角形になるのは Q の座標が(1, 1)のとき。

$a=2$ のとき P (2, 0)

このとき $\triangle OPQ$ が二等辺三角形になるのは Q の座標が(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 2)のとき。

$a=3$ のとき P (3, 0)

このとき $\triangle OPQ$ が二等辺三角形になるのは Q の座標が(3, 3)のとき。

よって7通りだから

求める確率は $\frac{7}{36}$

【問 68】

図1のように、袋 P の中には 1, 2, 3 の数字がかかれた 3 個の玉が、袋 Q の中には 1, 2, 3, 4, 5 の数字がかかれた 5 個の玉が入っている。それぞれよくまぜて 1 個ずつ取り出すとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(青森県 2012年度 後期)

(1) 袋 P, Q から取り出した玉にかかれた数字の和が奇数となる確率を求めなさい。

図1

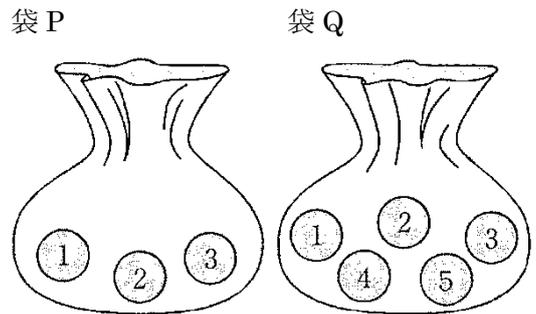
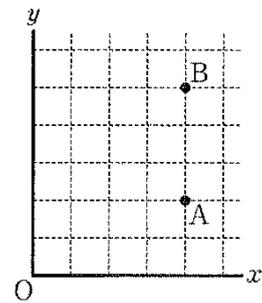


図2



(2) 図2で、点 A の座標は (4, 2)、点 B の座標は (4, 5) である。袋 P から取り出した玉にかかれた数字を x 座標、袋 Q から取り出した玉にかかれた数字を y 座標とする点 C を図2にとる。このとき、 $\triangle ABC$ が直角三角形となる確率を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $\frac{7}{15}$

(2) $\frac{2}{5}$

解説

(2)

玉の取り出し方は全部で $3 \times 5 = 15$ 通り。

$\triangle ABC$ が $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形になる組み合わせは

(P, Q) = (1, 2), (2, 2), (3, 2) の 3 通り。

$\angle B = 90^\circ$ の直角三角形になる組み合わせは

(P, Q) = (1, 5), (2, 5), (3, 5) の 3 通り。

$\angle C = 90^\circ$ の直角三角形になる組み合わせは 0 通り。

よって直角三角形になる組み合わせは 6 通り。

求める確率は $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

【問 69】

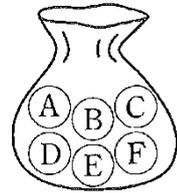
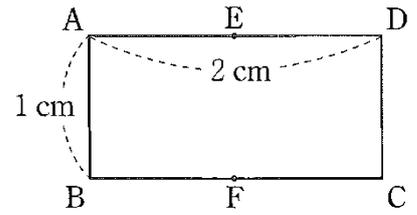
右の図のように、縦が 1 cm、横が 2 cm の長方形 ABCD があり、辺 AD、BC の中点をそれぞれ E、F とする。

また、袋の中には、この長方形の辺上の点を表す A、B、C、D、E、F の文字が 1 つずつ書かれた 6 個の玉が入っている。

この袋の中から同時に 2 個の玉を取り出し、それぞれの玉に書かれた文字が表す点を結ぶ線分をひき、その線分の長さを d cm とする。

(福島県 2012年度)

(1) d が 1 となる確率を求めなさい。



(2) d が整数とならない確率を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $\frac{7}{15}$

(2) $\frac{2}{5}$

解説

(1)

玉の取り出し方は

(A, B), (A, C), (A, D), (A, E), (A, F), (B, C), (B, D), (B, E), (B, F), (C, D), (C, E), (C, F), (D, E), (D, F), (E, F) の 15 通り。

そのうち 2 点を結ぶ距離 d が 1 となるのは下線の 7 通り。

よって求める確率は $\frac{7}{15}$

【問 70】

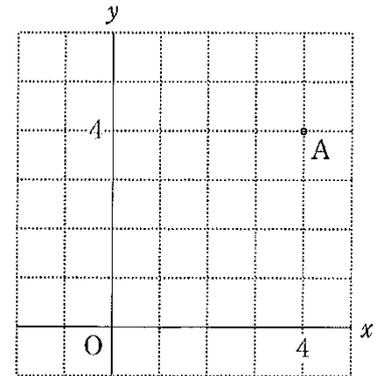
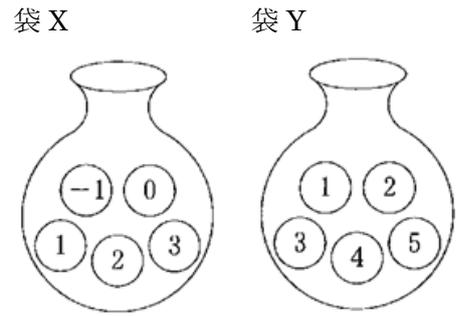
右の図のように、袋 X には、 $-1, 0, 1, 2, 3$ の数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。また、袋 Y には、 $1, 2, 3, 4, 5$ の数字が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。

この 2 つの袋からそれぞれ 1 個ずつ玉を取り出し、袋 X から取り出した玉に書かれた数を a 、袋 Y から取り出した玉に書かれた数を b とし、 (a, b) を座標とする点 P をとる。

さらに、点 A $(4, 4)$ と点 P (a, b) を結び、直線 AP を作るとき、この直線の傾きと切片がともに正の数となる確率を求めなさい。

ただし、それぞれの袋について、どの玉の取り出し方も同様に確からしいものとする。

(千葉県 2012年度 後期)



解答欄

解答

$$\frac{9}{25}$$

解説

a, b の組み合わせは全部で $5 \times 5 = 25$ 通り

そのうち (a, b) と A $(4, 4)$ を結ぶ直線の傾きと切片がともに正の数となるのは

$(a, b) = (-1, 1), (-1, 2), (-1, 3), (0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 3)$ の 9 通り。

よって求める確率は $\frac{9}{25}$

【問 71】

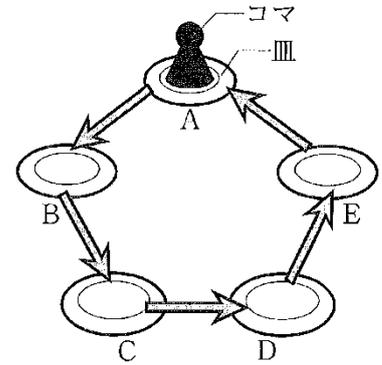
図4のように、5枚の皿 A, B, C, D, E を並べ、皿 A にコマを置く。1つのさいころを2回投げて、次の□の中に示した規則①, ②にしたがって、矢印の向きに皿から皿へコマを動かす。

規則① 皿 A から、1 回目に出た目の数だけ、コマを動かしてとめ、その皿の上にコマを置く。

規則② 規則①でコマが置かれた皿から、2 回目に出た目の数だけ、コマを動かしてとめ、その皿の上にコマを置く。

(例えば、1 回目に 3 の目が出たときは、規則①により動かしたコマは皿 D の上にある。2 回目に 4 の目が出たときは、規則②により動かしたコマは皿 C の上にある。)

図4



このとき、コマを規則①で動かして置いたときも規則②で動かして置いたときも、どちらの場合もコマが皿 B の上にない確率を求めなさい。ただし、さいころを投げるとき、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(静岡県 2012 年度)

解答欄

解答

$$\frac{19}{36}$$

解説

さいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

そのうち規則①でコマが皿 B に止まるのは 1 回目に 1 か 6 の目が出る 12 通り。

規則②でコマが皿 B に止まるのは

1 回目と 2 回目のさいころの目の和が 6 になる

(1 回目, 2 回目) = (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1) の 5 通りと

和が 11 になる

(5, 6), (6, 5) の 2 通り。

そのうち規則①でも規則②でも皿 B に止まる(1, 5), (6, 5) の 2 通りは重複しているので

皿 B に止まるのは $12 + 5 + 2 - 2 = 17$ 通り

よって皿 B に止まらない確率は $1 - \frac{17}{36} = \frac{19}{36}$

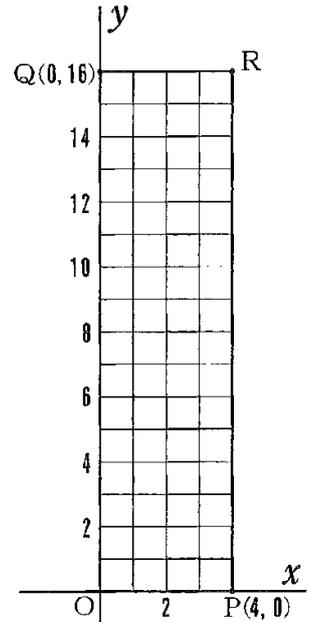
【問 72】

1 から 6 までのどの目が出ることも、同様に確からしい 2 つのさいころ A, B がある。この 2 つのさいころを同時に投げて、さいころ A の出た目の数を a 、さいころ B の出た目の数を b として、関数 $y=ax+b$ のグラフである直線をかく。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(香川県 2012 年度)

(1) 2 つのさいころを同時に投げて、関数 $y=ax+b$ のグラフをかいた。この直線が、点 $(3, 5)$ を通るとき、2 つのさいころの目の数 a, b の値を求めよ。

(2) 右の図で、点 O は原点であり、2 点 P, Q の座標はそれぞれ $(4, 0)$, $(0, 16)$ である。点 P を通り y 軸に平行な直線と、点 Q を通り x 軸に平行な直線との交点を R とする。2 つのさいころを同時に投げて、右の図に関数 $y=ax+b$ のグラフをかくとき、この直線が長方形 $OPRQ$ の面積を二等分する確率を求めよ。



解答欄

(1)	$a=$, $b=$
(2)	

解答

(1) $a=1, b=2$

(2) $\frac{1}{12}$

解説

(1)

$y=ax+b$ が $(3, 5)$ を通るとき $5=3a+b$

a, b は 1 から 6 までの自然数だからこれを満たす $(a, b)=(1, 2)$

(2)

さいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

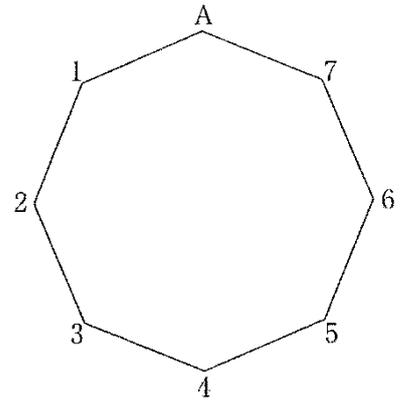
$y=ax+b$ が長方形 $OPRQ$ の対角線の交点である $(2, 8)$ を通るときこの長方形の面積を 2 等分する。

よって $8=2a+b$ より $(a, b)=(1, 6), (2, 4), (3, 2)$ の 3 通り。

したがって求める確率は $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

【問 73】

図のような正八角形があり、1つの頂点にはAが、他の7つの頂点には、1から7までの番号がふられている。1から7までの数字が1つずつ書かれた7枚のカード①、②、③、④、⑤、⑥、⑦から2枚のカードを取り出し、カードに書かれた数字と同じ番号の2点と、点Aの3点を結んで、これらの3点を頂点とする三角形をつくる。このとき、その三角形が直角三角形となる確率を求めよ。ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。



(愛媛県 2012年度)

解答欄

解答

$$\frac{3}{7}$$

解説

正八角形の対角線の交点をOとする。

正八角形の頂点は中心をO、半径をOAとする円周上にある。

円周角の定理より3点を結んだ三角形が直角三角形になるのは3点のうち2点を結んだ線分がこの円の直径と一致するとき。

2枚のカードの取り出し方は

(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (1, 7), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (2, 7), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7), (5, 6), (5, 7), (6, 7)の21通り。

そのうち直角三角形ができるのは下線の9通り。

よって求める確率は $\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$

【問 74】

大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき、大きいさいころの出る目の数を a 、小さいさいころの出る目の数を b とする。

このとき、点 (a, b) が、直線 $y = -x + 5$ 上にある確率を求めなさい。

(佐賀県 2012 年度 一般)

解答欄

解答

$$\frac{1}{9}$$

【問 75】

図1のような、**1**、**2**、**3**、**4** の数が1つずつ書かれた4枚のカードがある。この4枚のカードをよくきって、1枚取り出し、カードに書かれた数を確認してからもとにもどす。

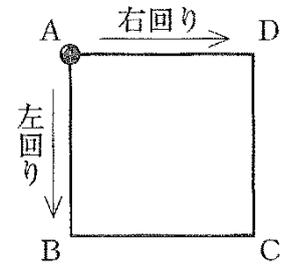
図1



この操作を2回行うとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(宮崎県 2012年度)

図2



(1) カードの取り出し方は、全部で何通りありますか。

(2) 図2のような、正方形 ABCD がある。1個の黒石を点 A 上におく。黒石は、取り出したカードに書かれた数が **1**、**2**、**4** の場合、カードに書かれた数だけ、正方形 ABCD の各頂点を右回りに進む。カードに書かれた数が **3** の場合、正方形 ABCD の各頂点を左回りに3つ進む。1回目の操作を行い黒石を進めた後に、その位置から2回目の操作を行い黒石を進める。

2回目の操作を行い黒石を進めたとき、黒石が点 C にある確率を求めなさい。ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

解答欄

(1)	通り
(2)	

解答

(1) 16通り

(2) $\frac{3}{8}$

解説

(2)

2回の操作を行い黒石を進めたときに C の位置で止まるのは

1, 2, 4 をそれぞれ +1, +2, +4, 3 を -3 と考えたとき

和が -6, -2, 2, 6 になるときである。

(1回目, 2回目)=(1, 1), (1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 2) の 6通り。

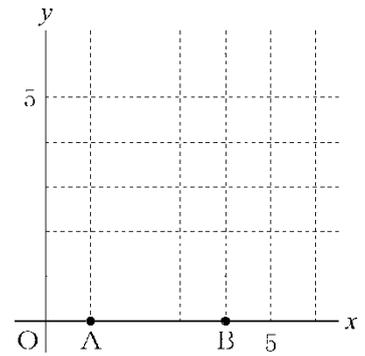
よって求める確率は $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

【問 76】

右の図のように、A (1, 0), B (4, 0) をとります。次に、1 から 6 までの目が出るさいころを 2 回投げて、1 回目に出た目の数を a , 2 回目に出た目の数を b として、 (a, b) を座標とする点 P をとります。 $\triangle ABP$ の面積が 3 cm^2 となる確率を求めなさい。

ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とします。

(埼玉県 2013 年度)



解答欄

解答

$$\frac{1}{6}$$

解説

さいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

そのうち $\triangle ABP$ の面積が 3 cm^2 となるのは $AB = 3 \text{ cm}$ より高さが 2 cm となるとき。

$(a, b) = (1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2), (5, 2), (6, 2)$ の 6 通り。

よって求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

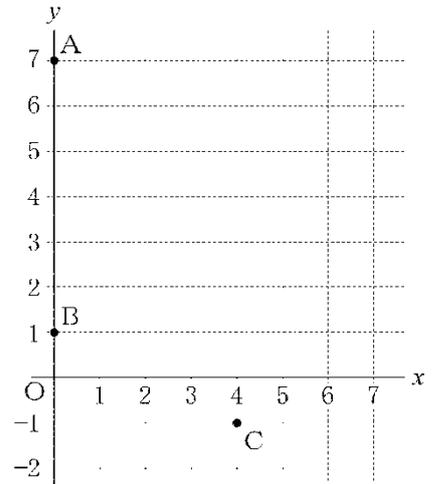
【問 77】

右の図1において、点 A の座標は(0, 7)、点 B の座標は(0, 1)、点 C の座標は(4, -1)である。また、原点を O とする。

1 から 6 までの目が出る大、小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。

このとき、点 P の座標を (a, b) とし、点 P を図1にとる。

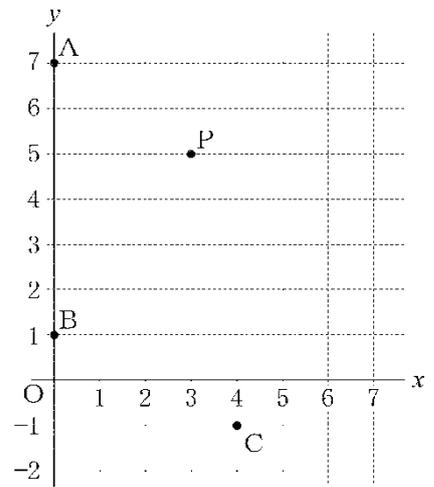
図 1



例

大きいさいころの出た目の数が 3、小さいさいころの出た目の数が 5 のとき、 $a=3$ 、 $b=5$ だから、点 P の座標は(3, 5)となり、この点 P を図1にとる。
この結果、図2のようになる。

図 2



いま、図1の状態、大、小 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき、次の問いに答えなさい。ただし、大、小 2 つのさいころはともに、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(神奈川県 2013 年度)

問1 点 P が線分 AC 上にある確率を求めなさい。

問2 三角形 ABP の面積が 6 cm^2 となる確率を求めなさい。ただし、原点 O から点(1, 0)までの距離および原点 O から点(0, 1)までの距離を 1 cm とする。

問3 三角形 BCP が直角三角形となる確率を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 $\frac{1}{12}$

問2 $\frac{1}{6}$

問3 $\frac{7}{36}$

解説

問1

さいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

そのうち点 P が直線 AC 上にあるのは $(a, b) = (1, 5), (2, 3), (3, 1)$ の 3 通り。

よって求める確率は $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

問2

P から AB に垂線をひき交点を H とする。

$\triangle PAB$ の面積が 6 cm^2 のとき

$$\frac{1}{2} \times AB \times PH = 6$$

$$\frac{1}{2} \times (7-1) \times PH = 6 \quad PH = 2 \text{ より}$$

点 P の x 座標が 2 のとき面積が 6 cm^2 になるので

$(a, b) = (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)$ の 6 通り。

よって求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

問3

$\triangle BCP$ において

$\angle B$ が直角になるとき $(a, b) = (1, 3), (2, 5)$

$\angle C$ が直角になるとき $(a, b) = (5, 1), (6, 3)$

$\angle P$ が直角になるとき円周角の定理の逆より

点 P が BC の中点を円の中心 O とする半径 OB の円周上にあるときだから

$(a, b) = (1, 2), (3, 2), (4, 1)$

よって $\triangle BCP$ が直角三角形になるのは 7 通り。

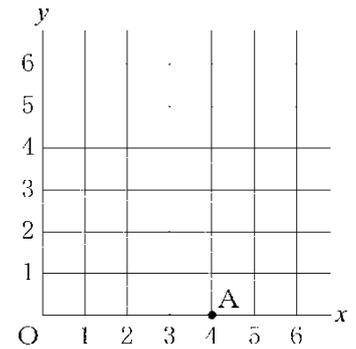
求める確率は $\frac{7}{36}$

【問 78】

原点を O とする座標平面上に、点 $A(4, 0)$ がある。1 から 6 までの目が出る大小 2 つのさいころを同時に投げるとき、大、小のさいころの出た目の数を、それぞれ x 座標、 y 座標の値として、点 $B(x, y)$ を座標平面上にかき入れる。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(宮崎県 2013 年度)



(1) $\angle OAB$ が直角になる場合は、全部で何通りありますか。

(2) $\triangle OAB$ が鈍角三角形になる確率を求めなさい。

ただし、大小 2 つのさいころはともに、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

解答欄

(1)	通り
(2)	

解答

(1) 6 通り

(2) $\frac{5}{12}$

解説

(1)

$\angle OAB$ が 90° になるのは $(x, y) = (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)$ の 6 通り。

(2)

さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

$\angle OBA$ が鈍角になるのは

円周角の定理の逆より OA を直径とする円の内側に点 B があるときで

$(x, y) = (1, 1), (2, 1), (3, 1)$ の 3 通り。

$\angle OAB$ が鈍角になるのは

$(x, y) = (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$ の 12 通り。

$\angle AOB$ が鈍角になることはない。

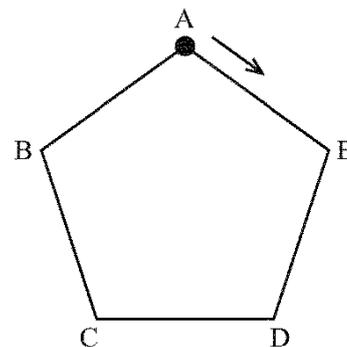
よって鈍角三角形になるのは 15 通りだから

求める確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

【問 79】

右の図のように、正五角形 ABCDE の頂点 A に碁石を置いた。大小 2 個のサイコロを同時に 1 回投げて、出た目の数の和だけ碁石を時計回りに頂点から頂点へ進めるとき、碁石が頂点 C に止まる確率を求めなさい。

(青森県 2014 年度 前期)



解答欄

解答

$$\frac{7}{36}$$

解説

大小 2 つのさいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

そのうち碁石が点 C に止まるのは和が 3, 8 になるときだから

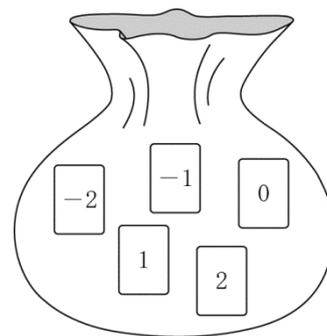
$(a, b) = (1, 2), (2, 1), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$ の 7 通り。

よって求める確率は $\frac{7}{36}$

【問 80】

右の図のように $-2, -1, 0, 1, 2$ の数が書かれた 5 枚のカードが袋の中に入っている。このカードをよくまぜてから 1 枚ずつ 2 回続けて取り出す。1 回目のカードの数を x , 2 回目のカードの数を y として, (x, y) を座標とする点 P をつくる。このとき, 点 P が直線 $y = -x$ 上にある確率を求めなさい。

(青森県 2014 年度 後期)



解答欄

解答

$$\frac{1}{5}$$

解説

カードの取り出し方は全部で $5 \times 4 = 20$ 通り。

そのうち点 (x, y) が $y = -x$ 上にくるのは

$(x, y) = (-2, 2), (-1, 1), (1, -1), (2, -2)$ の 4 通り。

よって求める確率は $\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$

【問 81】

下の図のように、座標平面上に点 A(3, 3), 点 B(5, 5)がある。1 から 6 までの目のある赤と白の 2 個のさいころを同時に投げるとき、赤のさいころと白のさいころの出る目の数をそれぞれ a, b とし、点 P の座標を (a, b) とする。

このとき、次の問1, 問2に答えなさい。ただし、O は原点、座標の目盛りの単位は cm とする。

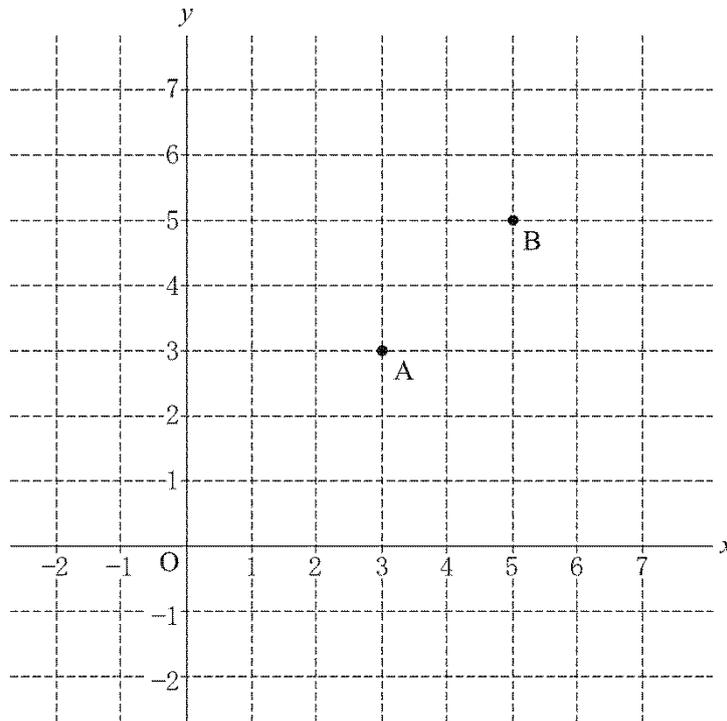
(茨城県 2014 年度)

問1 次の (I) (II) について、 , に当てはまる値をそれぞれ書きなさい。

(I) 2 点 A, P 間の距離が 2 cm となる目の出方は 通りある。

(II) 2 点 A, P 間の距離が $\sqrt{5}$ cm となる目の出方は 通りある。

問2 2 点 A, B を通る直線と点 P との距離が $\sqrt{2}$ cm となる確率を求めなさい。



解答欄

問1	ア	通り
	イ	通り
問2		

解答

問1

ア 4通り

イ 8通り

問2 $\frac{2}{9}$

解説

問1

$AP=2$ となるのは $(a, b)=(1, 3), (3, 1), (3, 5), (5, 3)$ の4通り。

$AP=\sqrt{5}=\sqrt{1^2+2^2}$ だから $AP=\sqrt{5}$ となるのは

$(a, b)=(1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 5), (4, 1), (4, 5), (5, 2), (5, 4)$ の8通り。

問2

さいころの目の組み合わせは $6 \times 6 = 36$ 通り。

$AP=\sqrt{2}=\sqrt{1^2+1^2}$ だから直線ABと点Pとの距離が $\sqrt{2}$ となるのは

$(a, b)=(1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)$ の8通り。

よって求める確率は $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

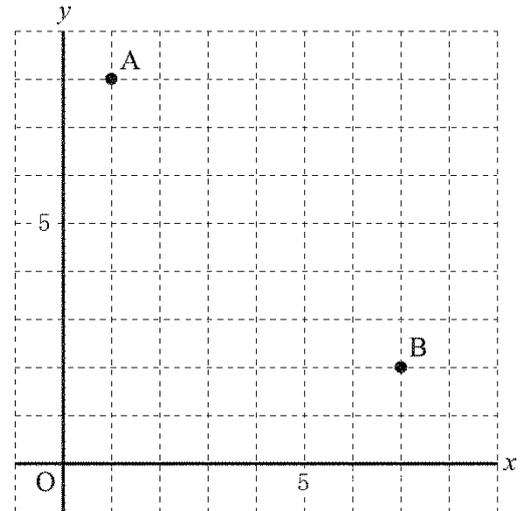
【問 82】

図のように 2 点 A(1, 8), B(7, 2) がある。大小 2 つのさいころを同時に投げ、大きいさいころの出た目の数を x , 小さいさいころの出た目の数を y とし, (x, y) を座標とする点 P をとり, 点 P と点 A, 点 P と点 B, 点 A と点 B をそれぞれ直線で結んでできる図形を考える。

このとき, できる図形が二等辺三角形となる確率を求めなさい。ただし, 座標軸の 1 目盛りの長さを 1 とする。

また, さいころを投げるとき, 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(千葉県 2014 年度 後期)



解答欄

解答

$$\frac{1}{9}$$

解説

さいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

そのうち $\triangle PAB$ が二等辺三角形になるのは $(x, y) = (1, 2), (2, 3), (3, 4), (5, 6)$ の 4 通り。

よって求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

【問 83】

各面に 1 から 6 までの数字が書かれた立方体 A があり、図1は A の展開図である。この A を、図2のように、A の 1 つの面と大きさが同じ正方形のます目が書かれた紙の上に置いてから、大小 2 つのさいころを用いて下の操作ア～ウを順に行う。

図1

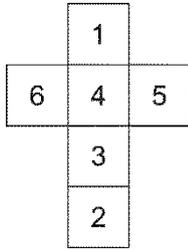
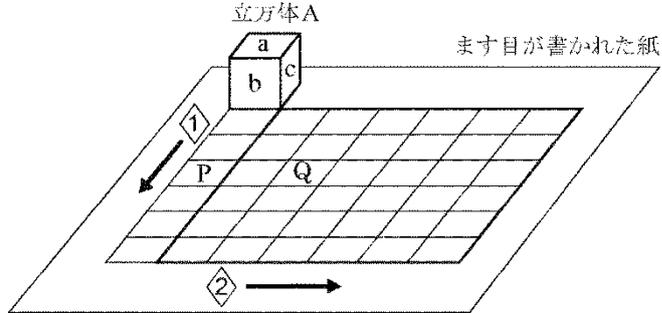


図2



操作ア 大小 2 つのさいころを同時に投げる。

操作イ 大きいさいころの出た目の数だけ A を矢印 ① の方向に、図3のように、すべらないように転がす。

操作ウ 小さいさいころの出た目の数だけ A を矢印 ② の方向に、図4のように、すべらないように転がす。

図3

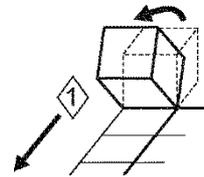


図4

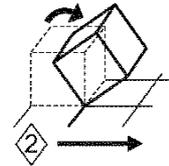


図5

3	1				

操作イを終えたときの A の上面に書かれている数を x ，操作ウを終えたときの A の上面に書かれている数を y とする。

最初に、図2の a の面に 4，b の面に 3，c の面に 5 が書かれているように A を置いてから操作ア～ウを行い、 x と y の関係について調べる。

例えば、大きいさいころと小さいさいころの出た目の数が、それぞれ 3 と 2 のとき、操作イで A は図2の P の位置に、操作ウで A は図2の Q の位置に達する。このときの x と y の値を P と Q の位置にそれぞれ記入すると図5のようになり、 $x > y$ であることがわかる。

次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2014 年度)

問1 大きいさいころと小さいさいころの出た目の数が、それぞれ 6 と 5 のとき、 x と y の値を求めなさい。

問2 $x > y$ となる確率を求めなさい。

問3 図2の c の面に 3 が書かれているように A を置きかえてから操作ア～ウを行うとき、次の問いに答えなさい。

(1) a の面に書かれている数が 6 のとき、b の面に書かれている数はいくらか、答えなさい。

(2) $x > y$ となる確率が最も大きくなるように a と b の面に書かれている数を決めたとき、そのときの確率を求めなさい。

解答欄

問1	x	
	y	
問2		
問3	(1)	
	(2)	

解答

問1

x 2

y 6

問2 $\frac{1}{9}$

問3

(1) 2

(2) $\frac{25}{36}$

解説

問1

図5の表をうめる。

左上から1行目は右に①, 6, 3, 5, 1, 6, 3

2行目は②, 6, 4, 5, 2, 6, 4

3行目は③, 6, 1, 5, 3, 6, 1

4行目は④, 6, 2, 5, 4, 6, 2

5行目は①, 6, 3, 5, 1, 6, 3

6行目は②, 6, 4, 5, 2, 6, 4となる。

よって大きいさいころの目が m のとき, m 行目の左端の数○が x

小さいさいころの目が n のとき, m 行目の左端の○のとなりから1番目, 2番目…と数え m 番目の数を y とする。

よって大きいさいころの目が6 小さいさいころの目が5 のとき $x=2$, $y=\square$ の位置にあるので $y=6$

問2

さいころの目の組み合わせは全部で36通り。

$x > y$ となるのは

(大, 小) = (3, 2), (3, 6), (4, 2), (4, 6) のときで

順に $(x, y) = (3, 1), (3, 1), (4, 2), (4, 2)$ になる4通り。

求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

問3

(1)

a の面が $6c$ の面が3 のとき b の面は2

(2)

$c=3$ のとき c の反対の側の目は1

左端に6が出たときその横には 1, 5, 3, 6, 1, 5 が並び

左端に4が出たときその横には 1, 2, 3, 4, 1, 2 が並ぶ。

左端に5が出たときその横には 1, 6, 3, 5, 1, 6 が並び

左端に2が出たときその横には 1, 4, 3, 2, 1, 4 が並ぶ。

$x > y$ となるものは下線の場合だから

$x > y$ が最も大きくなるのは a の裏と b の裏に4と6がくるとき。(6, 4は逆でもよい)

$x > y$ となるのは $5 \times 2 + 5 \times 2 + 3 + 2 = 25$ 通りになる。

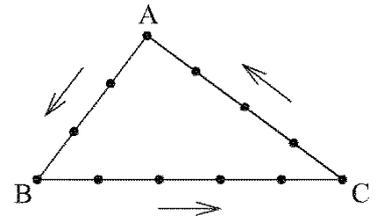
よって求める確率は $\frac{25}{36}$

【問 84】

AB=3 cm, BC=5 cm, CA=4 cm の△ABC がある。図2のように, △ABC の周上に, 頂点から 1 cm の間隔で 12 個の点をとる。2 つのさいころを同時に 1 回投げて出た目の数の和が a のとき, △ABC の周上にとった 12 個の点のうち, 頂点 A から左回りに a 番目の位置にある点を P とする。例えば, a が 8 のとき, 点 P は頂点 C と一致する。

2 つのさいころを同時に 1 回投げて, 点 A, B, P を結んで直角三角形ができる確率を求めよ。

図2



(奈良県 2014 年度)

解答欄

解答

$$\frac{7}{18}$$

解説

さいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

$$3^2 + 4^2 = 5^2 \text{ より}$$

三平方の定理から $\angle BAC = 90^\circ$

△ABP が直角三角形になるのは $a = 8, 9, 10, 11$ のときで

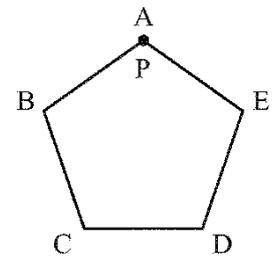
(2, 6), (3, 5), (3, 6), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5) の 14 通り。

よって求める確率は $\frac{14}{36} = \frac{7}{18}$

【問 85】

図1のような正五角形 ABCDE があり、点 P は、頂点 A の位置にある。1 個のさいころを 2 回投げて、次の規則に従って P を移動させる。

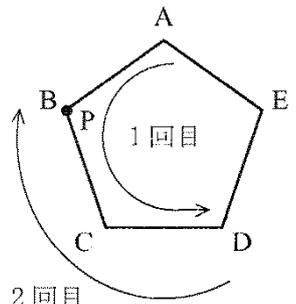
図1



規則

- 1 回目は、出た目の数だけ正五角形の頂点上を反時計回りに移動させる。
- 2 回目は、1 回目に止まった頂点から、出た目の数だけ時計回りに移動させる。

図2



例えば、1 回目に 3 の目が出て、2 回目に 2 の目が出たとすると、P は図2のように動き、頂点 B に移動する。

この規則に従って P を移動させるとき、P の最後の位置が A である確率を求めなさい。ただし、さいころの 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(和歌山県 2014 年度)

2 回目

解答欄

解答

$$\frac{2}{9}$$

解説

2 つのさいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

そのうち P の最後の位置が A であるのはさいころの目が

(1 回目, 2 回目) = (1, 1), (1, 6), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 1), (6, 6) の 8 通り。

よって求める確率は $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

【問 86】

数字 1, 2, 3, 4, 5 が 1 つずつ書いてある 5 枚のカード, 1 つの袋, 正方形の白い紙があり, 次の操作を順に行う。

操作

- ① 図1のように, 袋に 5 枚のカードを入れる。
- ② 図2のように, 正方形の白い紙に, 縦を 6 等分, 横を 6 等分する線を引き, 36 個の正方形に区切る。
- ③ 袋の中のカードをよくかきまぜて, 1 枚のカードを取り出し, ②でできた紙の左側の列からそのカードに書いてある数の列分, すべての正方形に赤色を塗る。取り出したカードは, 袋にもどさない。
- ④ 袋の中のカードをよくかきまぜて, 1 枚のカードを取り出し, ③でできた紙の上側の列からそのカードに書いてある数の列分, すべての正方形に青色を塗る。

図1

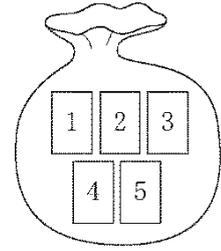


図2

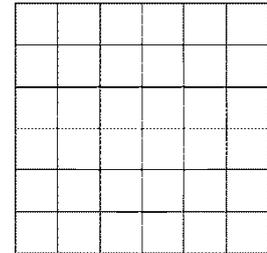
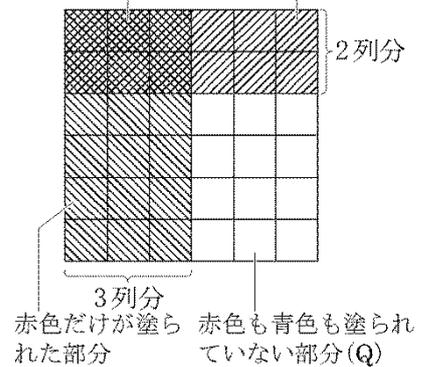


図3

赤色と青色が重ねて塗られた部分(P) 青色だけが塗られた部分



例えば, 操作を①から順に行い, 操作の③で取り出したカードに書いてある数が 3, 操作の④で取り出したカードに書いてある数が 2 であったとき, 操作の④まで終えてできた紙は図3のようになる。

赤色と青色が重ねて塗られた部分を P, 赤色も青色も塗られていない部分を Q とするとき, 次の問1, 問2に答えなさい。

(山口県 2014 年度)

問1 操作を①から順に行い, 操作の③で取り出したカードに書いてある数が 2 であった。操作の④まで終えたとき, P の面積と Q の面積が等しくなった。操作の④で取り出したカードに書いてある数を答えなさい。

問2 操作の①から④まで終えたとき, Q の面積が P の面積よりも大きくなる確率を求めなさい。

解答

問1 4

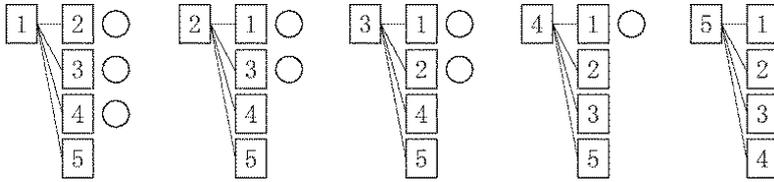
問2

〔解〕

カードの取り出し方を表すと

下の樹形図のようになり全部で 20 通りある。

このうち Q の面積が P の面積よりも大きくなる場合は○印のついた 8 通りである。



したがって求める確率は $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

答え $\frac{2}{5}$

解説

問1

左から 2 列分赤色が塗られているから操作の④で 4 列青を塗ると P の面積と Q の面積が等しくなる。

よってカードの数は 4

問2

カードの組み合わせは全部で $5 \times 4 = 20$ 通り。

そのうち Q の面積が P の面積よりも大きくなるのは

(1 回目, 2 回目) = (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1) の 8 通り。

よって求める確率は $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

【問 87】

さいころを 2 回投げて、1 回目に出た目の数を a 、2 回目に出た目の数を b とし、点 $P(a, b)$ を下の図にかき入れる。点 $A(2, 0)$ 、点 $B(6, 2)$ とするとき、問1～問4に答えなさい。

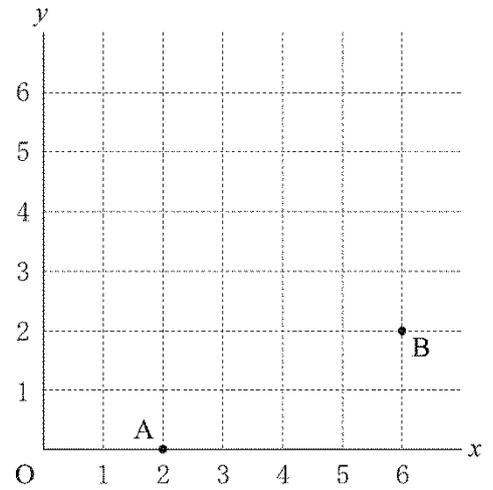
(佐賀県 2014 年度 一般)

問1 $a=2, b=2$ のとき、 $\triangle PAB$ の面積を求めなさい。

問2 $\triangle PAB$ の面積が 4 となる確率を求めなさい。

問3 $\triangle PAB$ の面積が 8 以上となる確率を求めなさい。

問4 $\triangle PAB$ が直角二等辺三角形となる確率を求めなさい。



解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	

解答

問1 4

問2 $\frac{1}{12}$

問3 $\frac{1}{3}$

問4 $\frac{1}{18}$

解説

問1

$a=2, b=2$ のとき $P(2, 2)$

$PA=2, PB=4, \angle APB=90^\circ$ だから $\triangle PAB = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

問2

さいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

$(2, 2)$ を通り AB に平行な直線上にあるのは

$(a, b) = (2, 2), (4, 3), (6, 4)$ の 3 通り。

求める確率は $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

問3

$(2, 4)$ が点 P のとき $\triangle APB = 8$ より

点 P が $(2, 4)$ を通り AB に平行な直線上またはその直線より上方にあるとき面積は 8 以上になるので

$(a, b) = (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6), (6, 6)$ の 12 通り。

よって求める確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

問4

$\triangle PAB$ が $PA=PB$ の直角二等辺三角形になるとき P は AB の垂直二等分線上にある。

AB の中点を M とすると $MP=MA$ ならば $\angle MAP = \angle MPA = 45^\circ$ になるので $\angle APB = 90^\circ$

よって $(a, b) = (3, 3)$ の 1 通り。

$AB=AP$ の直角二等辺三角形になるときはない。

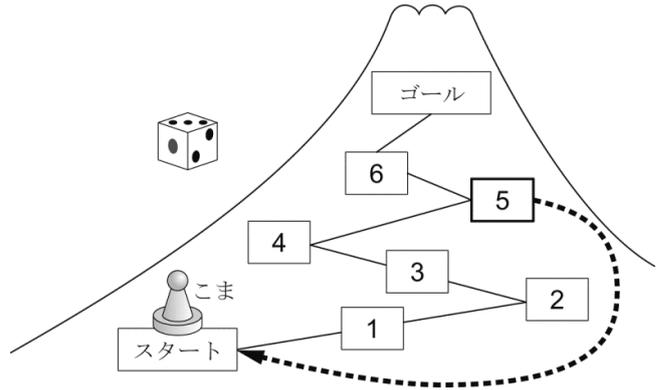
$AB=BP, \angle ABP=90^\circ$ の直角二等辺三角形になるとき

$(a, b) = (4, 6)$ の 1 通り。

よって求める確率は $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

【問 88】

1 から 6 までの目が出るさいころとこまを使って、下の
ような【ルール】で、すごろくゲームをする。



【ルール】

- ① はじめは **スタート** にこまをおく。
 - ② さいころを投げて出た目の数だけ、マスにある数字の順に **ゴール** に向けてこまを進める。
 - ③ こまが **5** に止まったときは、こまを **スタート** にもどす。
 - ④ さいころを投げて出た目の数が、**ゴール** までのマスの数より大きいときは、大きい分だけ **ゴール** からこまをもどす。次に、さいころを投げて出た目の数だけ、その位置から **ゴール** に向けてこまを進める。
- ※ 例えば、こまが **6** にあるとき、さいころを投げて 4 の目が出た場合には、
6 → **ゴール** → **6** → **5** → **4** となる。次に 3 の目が出た場合には、**4** → **5** → **6** → **ゴール** となる。
- ⑤ こまがちょうど **ゴール** で止まったときに終了とする。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(宮崎県 2014 年度)

- (1) さいころを 2 回投げるとき、こまがちょうどゴールで止まる確率を求めなさい。ただし、さいころは、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

- (2) さいころを 3 回投げるとき、3 回目に 1 の目が出て、こまがちょうどゴールで止まる目の出かたは、全部で何通りありますか。

解答欄

(1)	
(2)	通り

解答

(1) $\frac{5}{36}$

(2) 9 通り

解説

(1)

さいころの目の出方は全部で $6 \times 6 = 36$ 通り。

そのうちこまがちょうどゴールで止まるのは

(1 回目, 2 回目) = (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (6, 1) の 5 通り。

よって求める確率は $\frac{5}{36}$

(2)

3 回目に 1 が出てこまがちょうどゴールに行くには 2 回目にこまが動いた後 6 の位置にいることになる。

よって(1 回目, 2 回目) = (1, 5), (2, 4), (2, 6), (3, 3), (3, 5), (4, 2), (4, 4), (5, 6), (6, 2) の 9 通り。

【問 89】

大小 2 つのさいころを同時に投げて、大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。このとき、縦の長さが a cm、横の長さが b cm となる 4 つの角がすべて直角の四角形を作る。四角形の周の長さが 20 cm 以上となる確率を求めよ。

(鹿児島県 2014 年度)

解答欄

解答

$$\frac{1}{6}$$

解説

さいころの目の組み合わせは $6 \times 6 = 36$ 通り

周の長さの和が 20 以上になるとき縦と横の和が 10 以上だから $a + b \geq 10$

このとき $(a, b) = (4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 4), (6, 5), (6, 6)$ の 6 通り。

よって求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

【問 90】

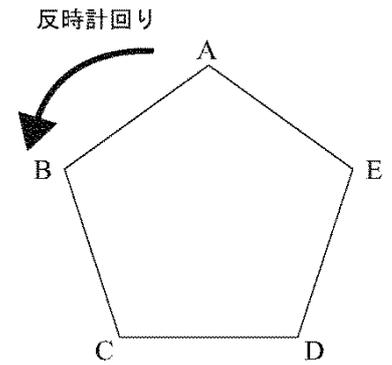
1 辺の長さが 1 の正五角形 $ABCDE$ がある。点 P は最初、頂点 A の上にあり、さいころを投げ、出た目の数だけ点 P は頂点 A から正五角形の辺に沿って頂点を移動し、さらに、その移動した頂点から 2 回目に投げたさいころの目の数だけ正五角形の辺に沿って頂点を移動し止まるものとする。

(沖縄県 2014 年度)

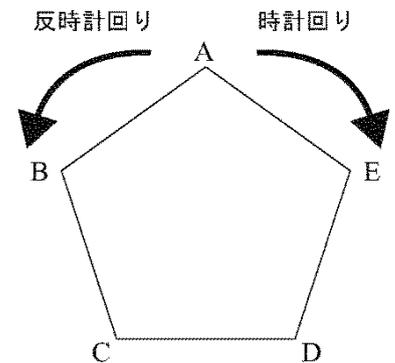
問1 点 P が反時計回りに移動するとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 1 回目に 1 の目、2 回目に 5 の目が出たとき、点 P はどの頂点の上で止まるか答えなさい。

- (2) 2 回さいころを投げた後、点 P が頂点 B の上で止る確率を求めなさい。



問2 さいころの目が奇数の場合、点 P は反時計回りに移動し、さいころの目が偶数の場合、点 P は時計回りに移動するものとする。このとき、点 P が頂点 B の上で止まる場合は全部で何通りあるか答えなさい。



解答欄

問1	(1)	
	(2)	
問2	通り	

解答

問1

(1) B

(2) $\frac{7}{36}$

問2 8通り

解説

問1

(1)

頂点 A から反時計回りに $1+5=6$ 進むので頂点 B で止まる。

(2)

さいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

そのうち頂点 B で止まるのはさいころの目の和が 6, 11 になるときで

(1回目, 2回目) = (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1), (5, 6), (6, 5) の 7 通り。

よって求める確率は $\frac{7}{36}$

問2

点 P が頂点 B で止まるのは

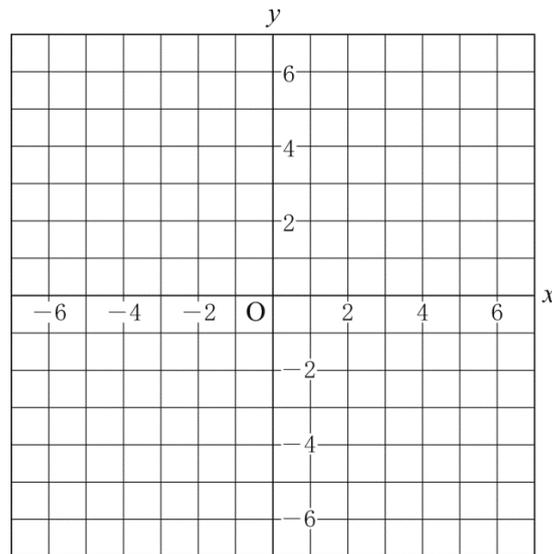
(1回目, 2回目) = (1, 5), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3), (4, 5), (5, 1), (5, 4) の 8 通り。

【問 91】

大小 2 つのさいころを同時に投げ、下の図に、ルール I またはルール II にしたがって点 P をとります。点 O は原点とします。

次の(1), (2)に答えなさい。

(北海道 2015 年度)



(ルール I)

点 P の x 座標は、大きいさいころの出た目の数とし、点 P の y 座標は、小さいさいころの出た目の数とします。

例えば、大きいさいころの出た目の数が 1、小さいさいころの出た目の数が 2 のとき、点 P は (1, 2) となります。

(ルール II)

点 P の x 座標は、大きいさいころの出た目の数が偶数ならばその数とし、奇数ならばその数の符号を負とした数とします。また、点 P の y 座標は、小さいさいころの出た目の数が偶数ならばその数とし、奇数ならばその数の符号を負とした数とします。

例えば、大きいさいころの出た目の数が 1、小さいさいころの出た目の数が 2 のとき、点 P は (-1, 2) となります。

(1) ルール I にしたがうとき、点 P が関数 $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上の点になる確率を求めなさい。

(2) ルール II にしたがうとき、点 P と点 $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ との距離が 5 以下になる確率を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $\frac{1}{9}$

(2) $\frac{4}{9}$

解説

(1)

さいころの目の組み合わせは全部で 36 通り。

そのうち点 P が $y = \frac{6}{x}$ 上の点になるのは $xy = 6$ となるとき。

ルール I において成り立つのは

(大, 小) = (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1) の 4 通り。

よって求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

(2)

ルール II にしたがって P をとると $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ との距離が 5 以下になるのは

点 P が中心が $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ で半径が 5 の円の周上か内部にあるとき。

よって P(-3, -3), (-3, -1), (-3, 2), (-3, 4), (-1, -3), (-1, -1), (-1, 2), (-1, 4), (2, -3), (2, -1), (2, 2), (2, 4), (4, -3), (4, -1), (4, 2), (4, 4) の 16 通り。

求める確率は $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

【問 92】

大小 2 つのさいころを同時に投げるとき、大きいさいころの出た目の数を x 、小さいさいころの出た目の数を y として、 (x, y) を座標とする点 P をつくる。

このとき、点 P が $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上にある確率を求めなさい。

(青森県 2015 年度)

解答欄

解答

$$\frac{1}{9}$$

解説

大小 2 つのさいころの目の出方は全部で 36 通り。

$P(x, y)$ が $y = \frac{6}{x}$ 上の点であるとき $xy = 6$ だから

$(x, y) = (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)$ の 4 通り。

よって求める確率は $\frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

【問 93】

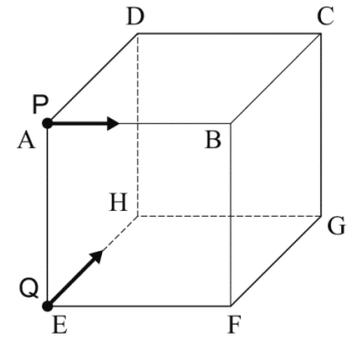
図のように、点 A, B, C, D, E, F, G, H を頂点とする立方体があり、この頂点上を移動する 2 点 P, Q がある。

大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げる。点 P は、点 A を出発点として、大きいさいころの出た目の数だけ、 $\rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C$ の順に移動し、点 Q は、点 E を出発点として、小さいさいころの出た目の数だけ、 $\rightarrow H \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow G$ の順に移動する。

このとき、直線 PQ と直線 CG が、ねじれの位置にある確率を求めなさい。

ただし、さいころを投げる時、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(千葉県 2015 年度 前期)



解答欄

解答

$$\frac{11}{36}$$

解説

さいころの目の組み合わせは全部で 36 通り。

PQ が CG とねじれの位置になるのは PQ が AF, AH, BE, BH, DE, DF と一致するとき。

そのときのさいころの目の組み合わせは

(大, 小) = (4, 3), (4, 1), (4, 5), (1, 4), (5, 4), (1, 1), (1, 5), (5, 1), (5, 5), (3, 4), (3, 3) の 11 通り。

よって求める確率は $\frac{11}{36}$

【問 94】

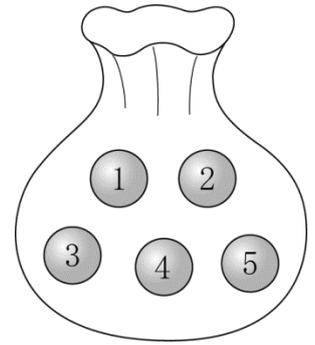
図1のように、袋の中に 1, 2, 3, 4, 5 の数が 1 つずつ書かれた 5 個の玉が入っている。

この袋の中から、2 個の玉を 1 個ずつ順に取り出す。1 個目の玉に書かれた数を a 、2 個目の玉に書かれた数を b とし、2 個の玉の取り出し方を (a, b) と表す。

このとき、次の問1～問4に答えなさい。

ただし、取り出した玉は袋にもどさないものとし、どの玉を取り出すことも同様に確からしいものとする。

図1



(山梨県 2015 年度)

問1 2 個の玉の取り出し方 (a, b) は、全部で何通りあるか求めなさい。

問2 $a \times b$ の値が 4 の倍数になる確率を求めなさい。

問3 1 次方程式 $2ax - 3b = 9$ の解が $x = 3$ になる 2 個の玉の取り出し方はどんな場合があるか、 (a, b) の形式ですべての場合を書きなさい。

問4 図2のように、一辺の長さが 2 cm の正三角形 ABC がある。点 P, Q は、取り出した 2 個の玉に書かれた数を用いた次のルールにしたがって、正三角形の辺にそって移動する。

【ルール】

- ① 点 P は、頂点 A から矢印の向きに、 a cm だけ移動する。
- ② 点 Q は、頂点 A から矢印の向きに、 b cm だけ移動する。

このとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 図2は、 $a = 2$, $b = 5$ であるときの点 P, Q の位置を示している。このとき、3 点 A, P, Q を頂点とする三角形の面積を求めなさい。

(2) 移動した後の 2 点 P, Q を結ぶ線分 PQ の長さが 1 cm になる確率を求めなさい。

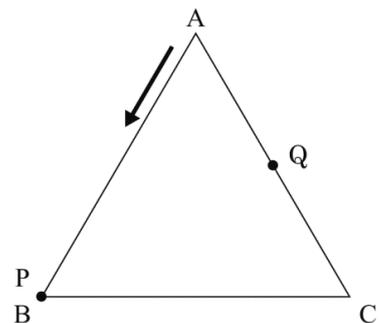


図2

解答欄

問1	通り	
問2		
問3		
問4	(1)	cm^2
	(2)	

解答

問1 20 通り

問2 $\frac{2}{5}$

問3 (2, 1), (4, 5)

問4

(1) $\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

(2) $\frac{7}{10}$

解説

問1

玉を 1, 2, 3, 4, 5 とする。

$(a, b) = (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4)$ の 20 通り。

問2

$a \times b$ の値が 4 の倍数になるのは

$(a, b) = (1, 4), (2, 4), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (5, 4)$ の 8 通り。

よって求める確率は $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

問3

$2ax - 3b = 9$ の解が $x = 3$ のとき

$6a - 3b = 9$

両辺を 3 で割って

$2a - b = 3$

よって $b = 2a - 3$ になるのは $(a, b) = (2, 1), (4, 5)$ のとき。

問4

(1)

$a = 2, b = 5$ のとき点 P は点 A 上に点 Q は辺 AC の中点にある。

$\triangle ABC$ は 1 辺が 2 cm の正三角形より $\angle AQP = 90^\circ, PQ = \sqrt{3} AQ = \sqrt{3} \text{ cm}$

よって $\triangle APQ = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

(2)

点 P, 点 Q は各頂点か各辺の中点にあるので

線分 PQ が 1 cm になるのは同一辺上で一方が頂点で一方が中点にあるとき。

また両方が中点にあるとき中点連結定理より線分 PQ が 1 cm になる。

よって $(a, b) = (1, 2), (1, 3), (1, 5), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (3, 5), (4, 3), (4, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 4)$ の 14 通り。

よって求める確率は $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$

【問 95】

原点を O とする座標平面上に関数のグラフをかいた後、太郎さんと花子さんは、さいころを 1 回ずつ投げ、太郎さんが出した目を m 、花子さんが出した目を n として、その座標平面上に点 $P(m, n)$ をとることにしました。点 P が、関数のグラフより上側にあれば太郎さんの勝ち、下側にあれば花子さんの勝ちとし、グラフ上にあるときは引き分けとします。

【一次関数 $y = \frac{1}{3}x + 2$ のグラフの場合】



太郎さん

さいころの目は 3 だったよ。



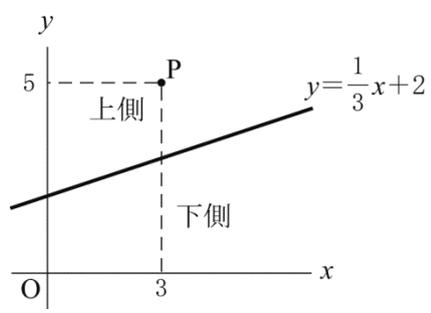
花子さん

私は 5 だったから、
点 P の座標は、 $(3, 5)$ になるね。



太郎さん

点 P はグラフより上側にあるから、
今回は僕の勝ちだね。



次の問1、問2に答えなさい。ただし、さいころの 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいとします。

(滋賀県 2015 年度)

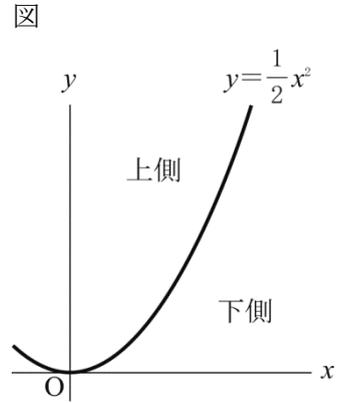
問1 一次関数 $y = \frac{1}{3}x + 2$ のグラフの場合、引き分けとなる点 P の座標を全て求めなさい。

問2 右の図のように、関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ のグラフをかくとき、太郎さんと花子さんのど

ちらが勝ちやすいですか。下のア、イの中から正しいものを 1 つ選んで記号で書き、それが正しいことの理由を、確率を使って説明しなさい。

ア 太郎さんの方が勝ちやすい。

イ 花子さんの方が勝ちやすい。



解答欄

問1	
問2	記号
	〔説明〕

解答

問1 (3, 3), (6, 4)

問2

イ

〔説明〕

点 P の取り方は全部で 36 通りあり

そのうち点 P がグラフより上側にあるのは 12 通り

グラフより下側にあるのは 23 通り

グラフ上にあるのは点(2, 2)の 1 通りである。

よって太郎さんの勝つ確率は $\frac{1}{3}$ であり

花子さんの勝つ確率は $\frac{23}{36}$ なので

太郎さんの勝つ確率より花子さんの勝つ確率の方が大きい。

だから太郎さんより花子さんの方が勝ちやすい。

解説

問1

引き分けとなるのは点 P が $y = \frac{1}{3}x + 2$ 上にあるときだから P(3, 3), (6, 4)

問2

さいころの目の組み合わせは全部で 36 通り。

P が $y = \frac{1}{2}x^2$ の上側になるのは

P(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 5), (3, 6) の 12 通り。

曲線上にあるのは P(2, 2) の 1 通り

下部にあるのは $36 - 12 - 1 = 23$ 通り

よって太郎さんが勝つ確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

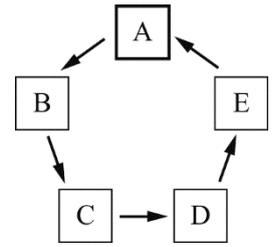
花子さんの勝つ確率は $\frac{23}{36}$

となるから花子さんの方が勝ちやすいといえる。

したがって選択肢はイ。

【問 96】

右の図のような 5 つのマス A～E がある。また、1 から 6 までの目がある正六面体のさいころ P と、1 から 8 までの目がある正八面体のさいころ Q が 1 つずつある。マス A にコマを置き、どちらかのさいころ 1 つのみを投げたときは出た目の数だけ矢印の向きに 1 マスずつコマを進め、2 つのさいころを同時に投げたときは出た目の数の和だけ矢印の向きに 1 マスずつコマを進める



このとき、次の問1, 問2に答えよ。ただし、さいころ P の 1 から 6 までの目の出方と、さいころ Q の 1 から 8 までの目の出方は、それぞれ同様に確からしいものとする。

(京都府 2015 年度 前期)

問1 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき、コマがマス A にちょうど止まる確率を求めよ。

問2 次の(ア)～(ウ)を値の大きいものから順に記号で書け。

(ア) さいころ P のみを 1 回投げるとき、コマがマス D にちょうど止まる確率

(イ) さいころ Q のみを 1 回投げるとき、コマがマス D にちょうど止まる確率

(ウ) 2 つのさいころを同時に 1 回投げるとき、コマがマス D にちょうど止まる確率

解答欄

問1	
問2	() → () → ()

解答

問1 $\frac{3}{16}$

問2 (イ) → (ウ) → (ア)

解説

問1

2つのさいころを同時に1回投げるとき目の出方は全部で48通り。

コマがマスAにちょうど止まるのは2つのさいころの目の和が5または10になるときで目の出方は(P, Q)=(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4)の9通り。

よって求める確率は $\frac{9}{48} = \frac{3}{16}$

問2

(ア)

Pの目が3のときの1通り。

その確率は $\frac{1}{6}$

(イ)

Qの目が3か8のときの2通り。

その確率は $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

(ウ)

PとQのさいころの目の和が3, 8, 13になるときで

(P, Q)=(1, 2), (2, 1), (1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (5, 8), (6, 7)の10通り。

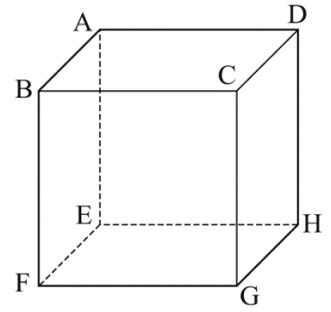
その確率は $\frac{10}{48} = \frac{5}{24}$

よって $\frac{1}{6} < \frac{5}{24} < \frac{1}{4}$ だから

確率の大きいものから順に書くと(イ)→(ウ)→(ア)

【問 97】

図のような立方体があり、点 P はこの立方体の辺上を次の規則に従って移動する。



<規則>

- ① 最初、点 P は頂点 A にある。
- ② 1 秒後には、点 P は隣り合う頂点のいずれかに移動して止まる。このとき、移動後の頂点は 3 通りあり、どの場合が起こることも同様に確からしい。
- ③ 1 秒ごとに②を繰り返す。

例えば、点 P が 1 秒後に頂点 B に止まると、その 1 秒後には頂点 A, C, F のいずれかに止まる。その経路はそれぞれ $A \rightarrow B \rightarrow A$, $A \rightarrow B \rightarrow C$, $A \rightarrow B \rightarrow F$ である。

次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2015 年度)

問1 2 秒後に点 P が頂点 A に止まる確率を求めなさい。

問2 3 秒後に点 P が頂点 G に止まる確率を求めなさい。

問3 点 P が 3 秒後まで移動するとき、1 秒後、2 秒後、3 秒後に止まる頂点をそれぞれ直線で結んで図形をつくる。このとき、できる図形が三角形になる確率を求めなさい。

問4 点 P が 4 秒後まで移動するとき、1 秒後、2 秒後、3 秒後、4 秒後に止まる頂点をそれぞれ直線で結んで図形をつくる。このとき、できる図形が立体になる確率を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	

解答

問1 $\frac{1}{3}$

問2 $\frac{2}{9}$

問3 $\frac{2}{3}$

問4 $\frac{2}{9}$

解説

問1

2秒後の点Pの動き方は

$A \rightarrow B \rightarrow A$, $A \rightarrow B \rightarrow C$, $A \rightarrow B \rightarrow F$, $A \rightarrow D \rightarrow A$, $A \rightarrow D \rightarrow C$, $A \rightarrow D \rightarrow H$, $A \rightarrow E \rightarrow A$, $A \rightarrow E \rightarrow F$, $A \rightarrow E \rightarrow H$ の9通り。
 そのうち点Pが点Aに止まるのは3通り。

よって求める確率は $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

問2

3秒後の点Pの動き方は2秒後の動き方9通りに対してそれぞれ3通りずつあるから27通り。

そのうち点Gにとまるのは2秒後の最後がC, F, Hで終わるときだから

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow G$, $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow G$, $A \rightarrow B \rightarrow F \rightarrow G$, $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$, $A \rightarrow D \rightarrow H \rightarrow G$, $A \rightarrow E \rightarrow H \rightarrow G$ の6通り。

よって求める確率は $\frac{6}{27} = \frac{2}{9}$

問3

点Pが3秒後まで移動するとき1秒後, 2秒後, 3秒後で止まる点がバラバラであれば三角形ができる。

よって3秒後の後に止まる点が1秒後に止まった点に戻るの9通りだから

1秒後に止まった点にもどらないのは $27 - 9 = 18$ 通り。

よって求める確率は $\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$

問4

点Pが4秒後まで移動するとき点の移動方法は全部で81通り。

そのうち1秒後, 2秒後, 3秒後, 4秒後の点を結ぶと立体ができるのは

3秒後までに三角形ができ4秒後にその面に垂直な方向に移動するときの18通り。

よって面に垂直な方向は1通りなので

求める確率は $\frac{18}{81} = \frac{2}{9}$

【問 98】

子ども会のパーティーで、参加者に、あめを袋に入れて配ることにした。次のメモは、A さんがその準備をするためにかいたものである。

メモ

●準備物

- ・図1のとおり、①, ②, △1, △2, △3, △4 のシールが 1 枚ずつはられた展開図を, シールが見えるようにして組み立てて作った立方体 …1 つ
- ・図2のような, 同じ重さのあめ …720 個
- ・図3のような, ○ 印の袋 … x 枚
- ・図4のような, △ 印の袋 … y 枚

●袋に入れるあめの個数

- ・○ 印の袋 1 枚につき 6 個
- ・△ 印の袋 1 枚につき 3 個

図1

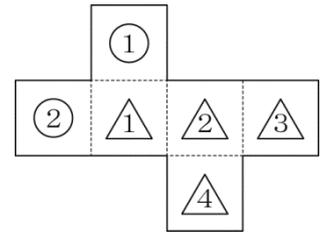


図2



図3



図4



次の問1～問4に答えなさい。

(山口県 2015 年度)

問1 図1の展開図を組み立てて作った立方体において、①のシールがはられている面と、平行な面にははられているシールを、次の中から1つ選び、ア～オの記号で答えなさい。

ア ② イ △1 ウ △2 エ △3 オ △4

問2 図2のような, 同じ重さのあめがたくさんある。その中から, 20 個のあめの重さをはかったところ, 合わせて 90 g であった。このとき, 720 個のあめを準備するためには, 全部で何 g のあめを取り出すとよいか。求めなさい。

問3 720 個すべてのあめを, A さんがかいたメモをもとに, ○ 印の袋と △ 印の袋に入れる。○ 印の袋の数を, △ 印の袋の数の $\frac{3}{10}$ とするとき, ○ 印の袋の数を x 枚, △ 印の袋の数を y 枚として連立方程式をつくり, 準備する ○ 印の袋の数, △ 印の袋の数をそれぞれ求めなさい。

問4 パーティーでは、参加者が立方体を投げ、上になった面にはられているシールにしたがって、次の表のように、あめの入った袋を配ることにした。

立方体の上になった面にはられているシール	①	②	△ ₁	△ ₂	△ ₃	△ ₄
参加者に配る袋の種類	○	○	△	△	△	△
参加者に配る袋の数	1	2	1	2	3	4

例えば、参加者が投げた立方体の上になった面に △₃ のシールがはられているとき、△ 印の袋を 3 つ配る。

参加者が、立方体を 2 回投げ、1 回ごとに袋を配るとき、配る袋の中に入っているあめの個数の合計が、10 個以下となる確率を求めなさい。なお、準備した立方体は、どの面が上になることも同様に確からしいものとする。

解答欄

問1	
問2	g
問3	<p>式 {</p> <p>答え ○ 印の袋の数は 枚 △ 印の袋の数は 枚</p>
問4	<p>[解]</p> <p>答え</p>

解答

問1 オ

問2 3240 g

問3

$$\text{式} \begin{cases} 6x+3y=720 \\ x=\frac{3}{10}y \end{cases}$$

答え

○印の袋の数は 45 枚 △印の袋の数は 150 枚

問4

[解]

上になった面の出方と配る袋の中に入っているあめの個数の合計を表すと

下の表のようになり上になった面の出方は全部で 36 通りある。

このうち配る袋の中に入っているあめの個数の合計が 10 個以下となるのは 5 通りである。

したがって求める確率は $\frac{5}{36}$

2回目 \ 1回目	①	②	△ ₁	△ ₂	△ ₃	△ ₄
①	12	18	<u>9</u>	12	15	18
②	18	24	15	18	21	24
△ ₁	<u>9</u>	15	<u>6</u>	<u>9</u>	12	15
△ ₂	12	18	<u>9</u>	12	15	18
△ ₃	15	21	12	15	18	21
△ ₄	18	24	15	18	21	24

答え $\frac{5}{36}$

解説

問1

立方体を組み立てると①の面と平行なのは△₄ よってオ。

問2

全部で x g のあめを用意すると考えると

$$720:x=20:90$$

$$20x=720 \times 90$$

$$x=3240 \text{ g}$$

問3

○印の袋の数を x 枚, △印の袋の数を y 枚とする。

○印の袋に入れたあめの数と△印の袋に入れたあめの数の合計が 720 個より

$$6x+3y=720 \cdots \text{①}$$

$$\text{○印の袋の数は△印の袋の数の } \frac{3}{10} \text{ より } x=\frac{3}{10}y \cdots \text{②}$$

①, ②を連立方程式として解くと

$$x=45, y=150$$

よって○印の袋は 45 枚, △印の袋の数は 150 枚。

問4

さいころを 2 回投げるときの目の出方は全部で 36 通り。

立方体にはられているシールが①, ②, △₁, △₂, △₃, △₄ のとき

配られるあめの数はそれぞれ 6, 12, 3, 6, 9, 12 である。

あめの合計が 10 個以下になるのは

(1 回目, 2 回目)=(①, △₁) (△₁, ①), (△₁, △₁), (△₁, △₂), (△₂, △₁) の 5 通り。

よって求める確率は $\frac{5}{36}$

【問 99】

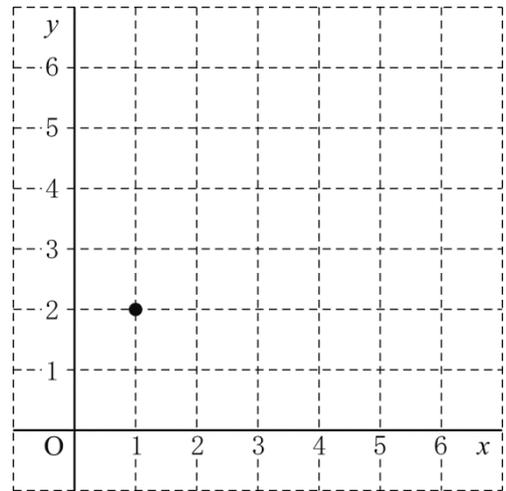
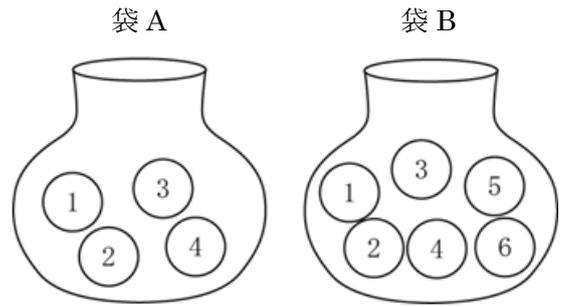
袋 A には 1 から 4 の数字が 1 つずつ書かれた 4 個の球が入っており、袋 B には 1 から 6 の数字が 1 つずつ書かれた 6 個の球が入っている。A, B の袋から、それぞれ 1 個ずつ球を取り出し、球の番号を確認する。

このとき、次の各問いに答えなさい。

ただし、袋 A, B の中は見えないものとし、球の取り出し方は、それぞれ同様に確からしいものとする。

(沖縄県 2015 年度)

問1 球の取り出し方は全部で何通りあるか求めなさい。



問2 次に、袋 A から取り出した球の番号を x 、袋 B から取り出した球の番号を y とし、その x, y の値の組を座標とする点 P について考える。例えば、袋 A から取り出した球の番号が 1、袋 B から取り出した球の番号が 2 の場合は、点 (1, 2) を表すものとする。

このとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 点 P と原点との距離が 5 となるのは全部で何通りあるか求めなさい。

(2) 点 P と原点との距離が 5 以上となる確率を求めなさい。

解答欄

問1	通り	
問2	(1)	通り
	(2)	

解答

問1 24 通り

問2

(1) 2 通り

(2) $\frac{11}{24}$

解説

問1

袋 A, 袋 B から 1 個ずつ玉を取り出すときの組み合わせは

(袋 A, 袋 B)=(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)だから全部で 24 通り。

問2

(1)

$P(a, b)$ のとき $OP = \sqrt{a^2 + b^2}$ だから

$OP = 5$ になるのは $a^2 + b^2 = 25$ になるとき。

$a = 1$ のとき $b^2 = 24$

$a = 2$ のとき $b^2 = 21$

となり $OP = 5$ になる b はない。

$a = 3$ のとき $b^2 = 16$ となり

$b = 4$ のとき $OP = 5$ になる。

$a = 4$ のとき $b^2 = 9$ となり

$b = 3$ のとき $OP = 5$ になる。

よって $(a, b) = (3, 4), (4, 3)$ の 2 通り。

(2)

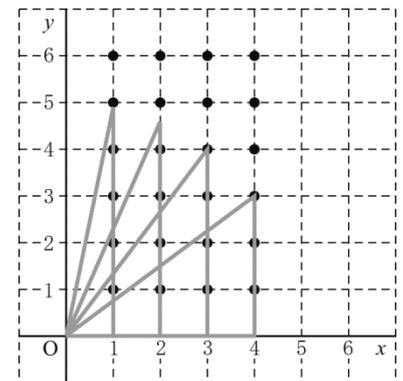
線分 OP が斜辺となる直角三角形を考える。

$OP > 5$ となる点は

右の図でそれぞれの直角三角形の頂点 P より上にある点で 9 通り。

また $OP = 5$ となるのは問2より 2 通りだから全部で 11 通りとなる。

よって求める確率は $\frac{11}{24}$



【問 100】

図1のように、1 辺が 10 cm の立方体 ABCD-EFGH があります。辺 AD, AE 上にそれぞれ点 P, Q を、 $2AP=AQ$ となるようにとります。

次の(1), (2)に答えなさい。

(北海道 2016 年度)

- (1) 図1の立方体を 3 点 B, P, Q を通る平面で切ります。頂点 A をふくむ立体の体積が 20 cm^3 のとき、AP の長さは何 cm になりますか。AP の長さを $x \text{ cm}$ として方程式をつくり、求めなさい。

図1

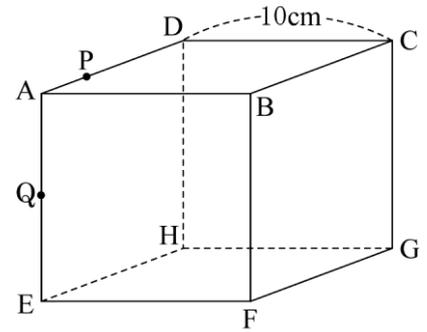
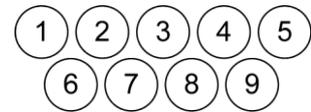
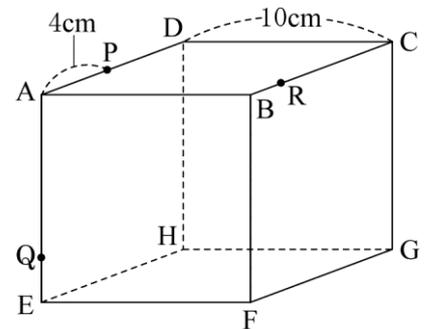


図2



- (2) 図2のように、1 から 9 までの数字を 1 つずつ書いた 9 個のボールがあります。この 9 個のボールを袋に入れ、袋の中から 1 個のボールを取り出し、そのボールに書かれた数を a とします。図3は、図1の立方体で、 $AP=4 \text{ cm}$ としたものです。辺 BC 上に点 R をとり、BR の長さを $a \text{ cm}$ とします。図3の立方体を 3 点 P, Q, R を通る平面で切るときの切り口の図形が、五角形となる確率を求めなさい。

図3



解答欄

(1)	〔方程式〕
	〔計算〕
	答 cm
(2)	

解答

(1)

[方程式]

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times x \times 2x \times 10 = 20$$

[計算]

$$x^2 = 6$$

$x > 0$ より

$$x = \sqrt{6}$$

答 $\sqrt{6}$ cm

(2) $\frac{4}{9}$

解説

(1)

$$AP = x$$

$$AQ = 2x$$

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} x \times 2x = x^2$$

高さは $AB = 10$ なので

$$\frac{1}{3} \times x^2 \times 10 = 20$$

$$x^2 = 6$$

$x > 0$ より

$$x = \sqrt{6} \text{ cm}$$

(2)

直線 PQ を軸として平面を回転させると R が B のときは立方体の切り口は $\triangle PQB$ の三角形

$AP:AQ = 4:8 = 1:2$ なので

$BR = a$ のとき平面と直線 BF との交点を T とおくと $BT = 2a$ となる。

平面が点 F を通るとき切り口は四角形でそのとき $a = 5$ のときである。

a の値が 6 以上のとき平面は辺 EF, FG と交わり切り口は五角形となる。

よって求める確率は $\frac{4}{9}$

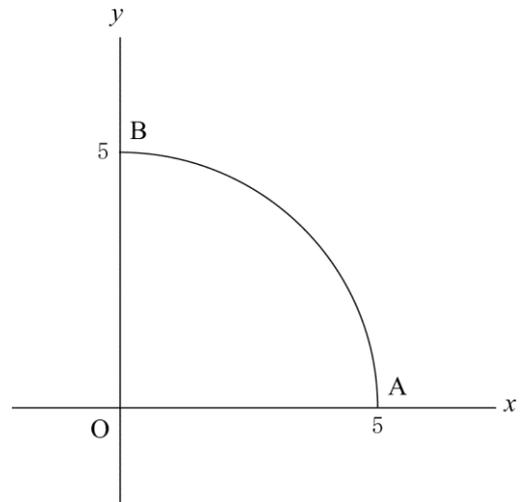
【問 101】

図のように、2点 $A(5, 0)$, $B(0, 5)$ があり、線分 OA , OB を半径とするおうぎ形 OAB がある。

大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、大きいさいころの出た目の数を a , 小さいさいころの出た目の数を b として、 (a, b) を座標とする点 P をとる。このとき、点 P がおうぎ形 OAB の内部または周上にある確率を求めなさい。

ただし、さいころを投げるとき、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(千葉県 2016 年度 前期)



解答欄

解答

$$\frac{5}{12}$$

解説

2 つのさいころの目の出方は全部で 36 通りある。

点 $P(a, b)$ がおうぎ形 OAB の内部または周上にあるのは

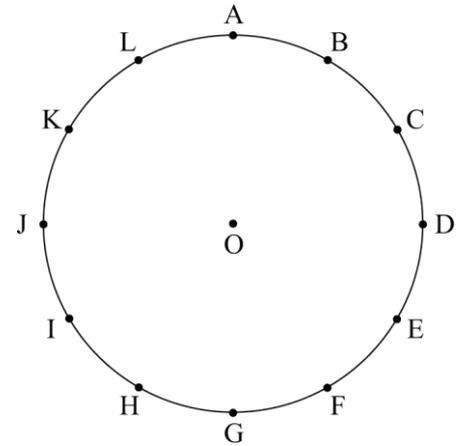
$(a, b) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3)$ の 15 通り。

よって求める確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$

【問 102】

右の図1のように、円 O の周上に、円周を 12 等分する点 $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L$ がある。

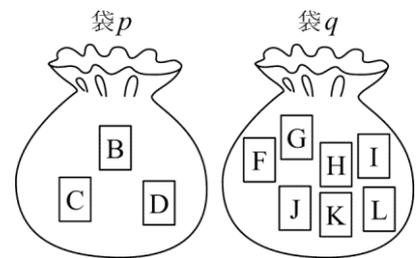
図1



また、図2のように、2 つの袋 p, q があり、袋 p の中には B, C, D の文字が 1 つずつ書かれた同じ大きさの 3 枚のカードが入っており、袋 q の中には F, G, H, I, J, K, L の文字が 1 つずつ書かれた同じ大きさの 7 枚のカードが入っている。

袋 p の中からカードを 1 枚取り出し、そのカードに書かれた文字と同じ文字の図1の点の位置に点 P をとり、袋 q の中からカードを 1 枚取り出し、そのカードに書かれた文字と同じ文字の図1の点の位置に点 Q をとる。

図2



いま、2 つの袋 p, q の中からカードをそれぞれ 1 枚ずつ取り出すとき、次の問いに答えなさい。ただし、それぞれの袋の中から、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

(神奈川県 2016 年度)

問1 線分 PQ が円 O の中心を通る確率を求めなさい。

問2 $\angle APQ$ の大きさが 60° 以上となる確率を求めなさい。

問3 三角形 APQ が二等辺三角形となる確率を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 $\frac{1}{7}$

問2 $\frac{4}{7}$

問3 $\frac{5}{21}$

解説

問1

B, C, D のカードを取り出す確率はそれぞれ $\frac{1}{3}$ で

F, G, H, I, J, K, L のカードを取り出す確率はそれぞれ $\frac{1}{7}$ である。

中心を通るのは BH, CI, DJ があるので求める確率は $3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{7}$

問2

\widehat{AB} に対する中心角は $360^\circ \div 12 = 30^\circ$

円周角は 15° であり A から左へ 4 つ目の \widehat{AI} で円周角は 4 倍となり $\angle ABI = \angle ACI = \angle ADI = 60^\circ$ となる。
したがって 60° 以上になる点は B, C, D のそれぞれで F から I までの 4 点ある。

よって $3 \times 4 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{4}{7}$

問3

辺 AB を 1 辺とする二等辺三角形の他の 1 点は L であり

同様に辺 AC では K と H, 辺 AD では J と G の 5 点である。

よって $5 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{7} = \frac{5}{21}$

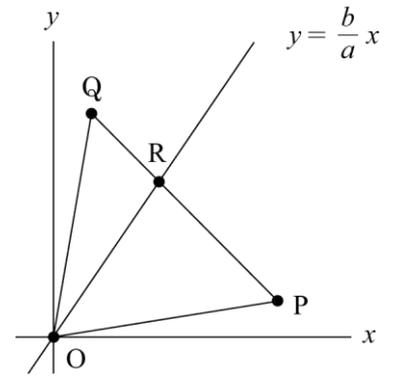
【問 103】

1つのさいころを2回投げ、1回目に出た目の数を a 、2回目に出た目の数を b とする。

図で、2点P、Qの座標は、それぞれ(6, 1)と(1, 6)であり、Rは、直線 $y = \frac{b}{a}x$ と線分QPとの交点である。

このとき、 $\triangle OPR$ の面積が $\triangle OPQ$ の面積の半分以上となる確率を求めなさい。

(愛知県 2016年度 B)



解答欄

解答

$$\frac{7}{12}$$

解説

$\triangle OPR$ の面積が $\triangle OPQ$ の面積の半分以上になるのは $\frac{b}{a} \geq 1$ のときである。

a, b とも1, 2, ..., 6の表を作ると $b \geq a$ となるのは $15 + 6 = 21$ 通りあるので $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

【問 104】

図1のような正六角形 ABCDEF がある。下の(1), (2)に答えなさい。

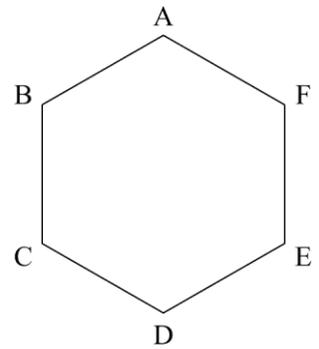
(島根県 2016 年度)

- (1) 1 つのサイコロを投げて出た目に対応する正六角形の頂点に点 P を置くこととする。ただし、サイコロの目と頂点との対応は表のとおりである。例えば、サイコロの出た目が 1 であるとき、対応する頂点は A である。

表

サイコロの目						
頂 点	A	B	C	D	E	F

図1



次の①, ②に答えなさい。

- ① 3 点 A, B, P を結んだとき、三角形ができる確率を求めなさい。
- ② $\triangle ABP$ が直角三角形となるのは点 P がどの頂点にあるときか。そのような頂点をすべて求め、A~F で答えなさい。

- (2) 大小 2 つのサイコロを同時に投げ、大のサイコロを投げて出た目に対応する正六角形の頂点に点 P を、小のサイコロを投げて出た目に対応する正六角形の頂点に点 Q を置くこととする。ただし、それぞれのサイコロの目と頂点との対応は(1)の表と同じである。このとき、 $\triangle APQ$ が直角三角形となる確率を求めなさい。

解答欄

(1)	①	
	②	
(2)		

解答

(1)

① $\frac{2}{3}$

② D, E

(2) $\frac{1}{3}$

解説

(1)

①

サイコロが 3 から 6 までの目となればよいので $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

② D, E

(2)

$\triangle APQ$ が直角三角形になるのは

隣り合う点を結んだ 1 辺に対して上の②のように他の 2 つの点のときである。

また正六角形が円に接しているとき AD は直径になることも考慮する。

P が B のとき Q は D, E

P が C のとき Q は D, F

P が D のとき Q は B, C, E, F

P が E のとき Q は B, D

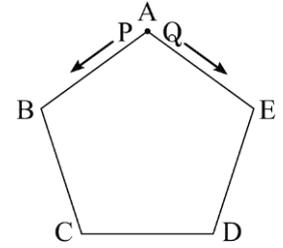
P が F のとき Q は C, D

以上より

確率は $12 \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

【問 105】

図は、正五角形 $ABCDE$ であり、頂点 A の位置に 2 点 P, Q がある。点 P は正五角形 $ABCDE$ の頂点を、さいころの出た目の数だけ左回りに頂点 A から 1 つずつ順に動く点である。点 Q は正五角形 $ABCDE$ の頂点を、さいころの出た目の数だけ右回りに頂点 A から 1 つずつ順に動く点である。このとき、次の問1・問2に答えなさい。ただし、さいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとする。



(高知県 2016 年度)

問1 さいころ 1 つを 1 回投げて、点 P が動く場合を考える。例えば、出た目の数が 3 ならば、点 P は頂点 D に止まる。点 P が頂点 B に止まる確率を求めよ。

問2 さいころ 2 つを同時に 1 回投げて、出た目の数の和だけ点 P と点 Q が動く場合を考える。例えば、出た目の数の和が 9 ならば点 P は頂点 E に、点 Q は頂点 B に止まる。点 P が頂点 C に止まる場合と、点 Q が頂点 C に止まる場合を比べると、どちらのほうが頂点 C に止まりやすいか。点 P が頂点 C に止まる確率と点 Q が頂点 C に止まる確率を使って、説明せよ。ただし、確率を求める過程は書かなくてよい。

解答欄

問1	
問2	

解答

問1 $\frac{1}{3}$

問2

点 P が頂点 C に止まる確率は $\frac{2}{9}$ であり

点 Q が頂点 C に止まる確率は $\frac{7}{36}$ なので

点 Q が頂点 C に止まる確率より点 P が頂点 C に止まる確率のほうが大きい。
したがって点 Q より点 P のほうが頂点 C に止まりやすい。

解説

問1

頂点 B に止まるには目が 1 か 6 を出すことであるから $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

問2

2 つのさいころの目の和は 2 から 12 までありさいころは 2 つなので A と B に分けて考える。

点 P が C に止まるのは和が 2 と 7 と 12 で

2 と 12 はそれぞれ 1 通り

7 は 1 と 6, 2 と 5, 3 と 4 とそれらの逆の計 8 通り。

点 Q が C に止まるのは和が 3 と 8 で

3 は 1 と 2 とその逆

8 は 2 と 6, 3 と 5 のそれぞれの逆と 4 と 4 で計 7 通り。

よって P は $\frac{8}{36}$, Q は $\frac{7}{36}$ の確率となるので P の方が止まりやすい。

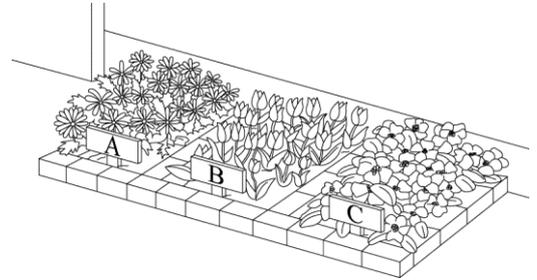
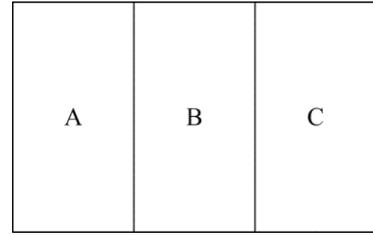
【問 106】

右の図のような、A、B、C の 3 つの部分に仕切られた花だんがあります。この A、B、C の 3 つの部分に、それぞれマーガレット、チューリップ、パンジーのいずれかを植えます。

同じ種類の花を 2 つの部分に植えてもよいものとしますが、となり合った部分には異なる種類の花を植えるものとします。

このとき、植え方は全部で何通りあるか求めなさい。

(埼玉県 2017 年度)



解答欄

通り

解答

12 通り

解説

マーガレットを「マ」、チューリップを「チ」、パンジーを「パ」と表すと
植え方は全部で

(A, B, C) = (マ, チ, マ), (マ, チ, パ), (マ, パ, マ), (マ, パ, チ), (チ, マ, チ), (チ, マ, パ), (チ, パ, マ),
(チ, パ, チ), (パ, マ, チ), (パ, マ, パ), (パ, チ, マ), (パ, チ, パ) の 12 通りある。

【問 107】

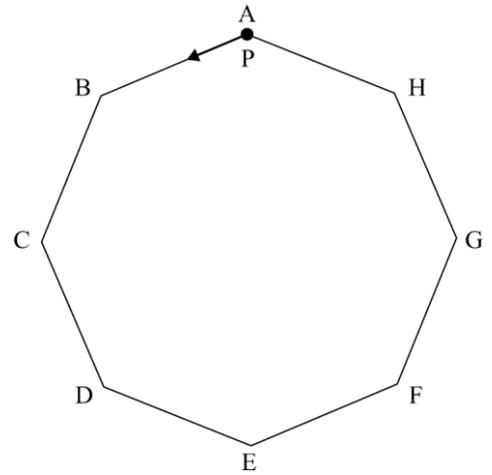
図のように、点 A, B, C, D, E, F, G, H を頂点とする正八角形があり、この頂点上を移動する点 P がある。

大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ、出た目の数の和の分だけ、点 P は、頂点 A を出発点として、 $\rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow \dots$ の順に移動する。

このとき、点 P が、頂点 B または頂点 E に止まる確率を求めなさい。

ただし、さいころを投げるとき、1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(千葉県 2017 年度 後期)



解答欄

解答

$$\frac{2}{9}$$

解説

大小 2 つのさいころの目の出方は全部で 36 通り。

このうち点 P が頂点 B に止まるのは出た目の数の和が 9 となる場合で

(大, 小) = (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3) の 4 通り。

点 P が頂点 E に止まるのは出た目の数の和が 4 または 12 となる場合で

(大, 小) = (1, 3), (2, 2), (3, 1), (6, 6) の 4 通り。

よって点 P が頂点 B または頂点 E に止まる場合は $4 + 4 = 8$ 通り

だから求める確率は $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

【問 108】

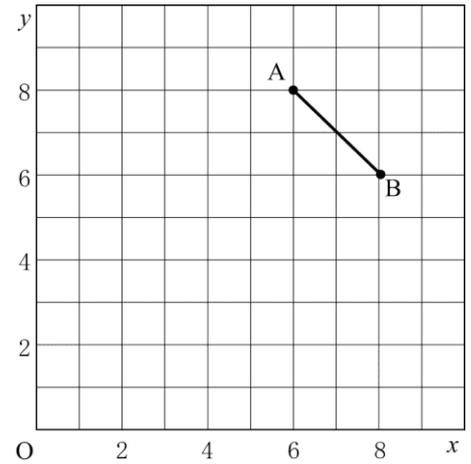
右の図のように、2 点 A (6, 8), B (8, 6) を結んだ線分 AB がある。

1 つのさいころを 2 回投げて、1 回目に出た目の数を x 座標、2 回目に出た目の数を y 座標とする点 P をとる。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、1 から 6 までの目の出かたは同様に確からしいものとする。

(石川県 2017 年度)

問1 点 P の x 座標と y 座標が等しくなる場合は全部で何通りあるか、求めなさい。



問2 直線 OP が線分 AB 上の点を通らない確率を求めなさい。

問3 $\triangle PAB$ の面積が 4 になる確率を求めなさい。また、その考え方を説明しなさい。説明においては、図や表、式などを用いてよい。

解答欄

問1	通り
問2	
問3	<p>[面積が 4 になる確率]</p> <p>[説明]</p>

解答

問1 6通り

問2 $\frac{2}{3}$

問3

〔面積が4になる確率〕 $\frac{1}{12}$

〔説明〕

$AB=2\sqrt{2}$ より条件を満たす $\triangle PAB$ の高さを h とすると

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times h = 4$$

$$\text{よって } h = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

これを満たす点は(6, 4), (5, 5), (4, 6)の3点である。

したがって求める確率は $\frac{3}{6 \times 6} = \frac{1}{12}$

解説

問1

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6) の6通り。

問2

直線 OP が点 A(6, 8)を通るときの傾きは $\frac{8-0}{6-0} = \frac{4}{3}$

直線 OP が点 B(8, 6)を通るときの傾きは $\frac{6-0}{8-0} = \frac{3}{4}$

だから直線 OP の傾きが $\frac{3}{4}$ 以上 $\frac{4}{3}$ 以下であるとき

直線 OP が線分 AB 上の点を通る。

直線 OP の傾きが $\frac{3}{4}$ 以上 $\frac{4}{3}$ 以下となる場合は

(1, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 5), (6, 6) の12通り。

1つのさいころを2回投げるときの目の出方は全部で36通りだから

直線 OP が線分 AB 上の点を通る確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

よって直線 OP が線分 AB 上の点を通らない確率は $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

問3

線分 AB の長さは、直角二等辺三角形の直角をはさむ2辺の長さが2のときの斜辺の長さに等しい。

よって $AB = 2 \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\triangle PAB$ の底辺を AB とするときの高さを h とすると

$$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times h = 4$$

$$h = 2\sqrt{2}$$

直線 AB と平行で直線 AB との距離が $2\sqrt{2}$ である直線を l とすると

直線 l 上に点 P があるとき $\triangle PAB$ の面積が4になる。

点 A(6, 8) からの距離が $2\sqrt{2}$ である直線 l 上の点は(4, 6) と (8, 10)が考えられるがさいころの出た目の数の関係から(8, 10)は問題にあわない。

A(6, 8), B(8, 6) より

直線 AB の式は $y = -x + 14$ だから直線 l の式は傾きが -1 で点(4, 6)を通ることから $y = -x + 10$ となる。

$\triangle PAB$ の面積が4になる場合は

(4, 6), (5, 5), (6, 4)の3通り。

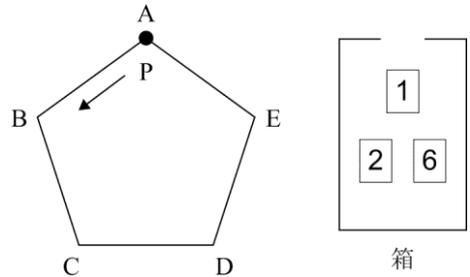
したがって求める確率は $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

【問 109】

下の図のように、正五角形 $ABCDE$ と、 $\boxed{1}$ 、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{6}$ と書かれたカードがそれぞれ 1 枚ずつ入った箱がある。点 P は最初、頂点 A にあり、【手順】に従って点 P を移動させる。

【手順】

- [1] 箱の中からカードを 1 枚取り出し、書かれた数を調べ、取り出したカードは箱にもどす。
- [2] [1]の操作をもう 1 回行う。
- [3] 点 P を[1]と[2]で調べた数の和だけ、反時計回りに頂点を順に 1 つずつ移動させる。



例えば、取り出したカードが順に $\boxed{6}$ 、 $\boxed{2}$ のとき、点 P は頂点 D に移動する。

このとき、次の問いに答えよ。ただし、カードの取り出し方は、同様に確からしいとする。

(福井県 2017 年度)

問1 点 P が頂点 C に移動する確率を求めよ。

問2 この 3 枚のカードのときは、点 P が頂点 A に移動する確率は 0 である。そこで 3 枚のカードのうち、 $\boxed{6}$ だけを他の自然数が書かれたカードに交換して、点 P が頂点 A に移動する確率が 0 でないようにしたい。どのような自然数が書かれたカードに交換すればよいか、その自然数について、言葉や数、式などを使って、すべての場合を説明せよ。

〔説明〕

解答欄

問1	
問2	〔説明〕

解答

問1 $\frac{4}{9}$

問2

〔説明〕

交換するカードに書かれた自然数が「5の倍数」の場合
「5の倍数から1を引いた数」の場合
「5の倍数から2を引いた数」の場合
である。

解説

問1

カードの取り出し方は全部で

(1回目, 2回目) = (1, 1), (1, 2), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 6) の9通り。

このうち点Pが頂点Cに移動する(和が2, 7, 12となる)場合は下線をひいた4通り。

よって求める確率は $\frac{4}{9}$

問2

和が5の倍数になるとき点Pは頂点Aに移動する。

たとえば $\boxed{6}$ を $\boxed{4}$ に交換すると

取り出したカードの組み合わせが $\boxed{1}$ と $\boxed{4}$ のとき和が5になり点Pは頂点Aに移動する。

このことから5の倍数より1小さい自然数が書かれたカードに交換するとよいことがわかる。

また $\boxed{6}$ を $\boxed{3}$ に交換すると

取り出したカードの組み合わせが $\boxed{2}$ と $\boxed{3}$ のとき和が5になり点Pは頂点Aに移動する。

このことから5の倍数より2小さい自然数が書かれたカードに交換するとよいことがわかる。

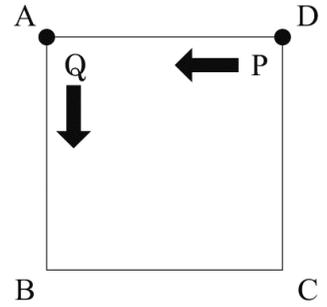
さらに $\boxed{6}$ を $\boxed{5}$ に交換すると

取り出したカードの組み合わせが $\boxed{5}$ と $\boxed{5}$ のとき和が10になり点Pは頂点Aに移動する。

このことから5の倍数が書かれたカードに交換するとよいことがわかる。

【問 110】

右の図のような、1辺が1の正方形 ABCD があり、頂点 D に点 P、頂点 A に点 Q がある。



赤と白の 2 個のさいころを同時に 1 回投げて、赤いさいころの出た目の数だけ P を左回りに頂点から頂点へ移動させ、白いさいころの出た目の数だけ Q を左回りに頂点から頂点へ移動させる。

たとえば、赤いさいころの出た目が 1、白いさいころの出た目が 2 のときは、P を D → A と移動させ、Q を A → B → C と移動させる。

次の問1～問3に答えなさい。

(岐阜県 2017 年度)

問1 赤と白の 2 個のさいころを同時に 1 回投げて、P、Q を移動させるとき、P の位置が頂点 B で、Q の位置が頂点 D になる確率を求めなさい。

問2 赤と白の 2 個のさいころを同時に 1 回投げて、P、Q を移動させるとき、P の位置と Q の位置が同じ頂点になる確率を求めなさい。

問3 右の表のように、各頂点の点数を決め、P、Q の移動後の位置に応じてそれぞれ点数を与える。赤と白の 2 個のさいころを同時に 1 回投げて、P、Q を移動させるとき、P の点数が Q の点数より高くなる確率を求めなさい。

頂点	A	B	C	D
点数	1	2	3	4

解答欄

問1	
問2	
問3	

解答

問1 $\frac{1}{18}$

問2 $\frac{1}{4}$

問3 $\frac{5}{18}$

解説

2 個のさいころを同時に投げたときの目の出方と

そのときの止まる頂点 [() 中のアルファベットは止まる頂点]をまとめると
右の表の通りで全部で 36 通り。

問1

P の位置が頂点 B で Q の位置が頂点 D になるのは右の表で

★をつけた 2 通りだから

求める確率は $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

問2

P と Q の位置が同じ頂点になるのは右の表で○をつけた 9 通りだから

求める確率は $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

問3

P の点数が Q の点数より高くなるのは右の表で▲をつけた 10 通りだから

求める確率は $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

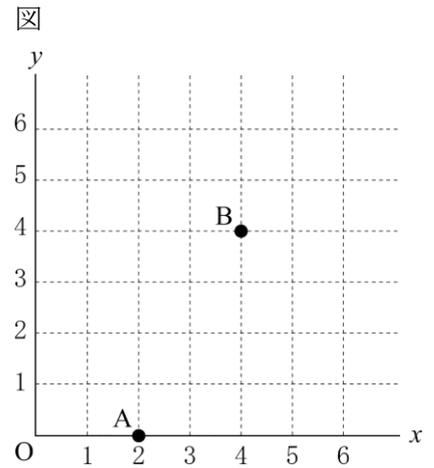
P \ Q	1 (B)	2 (C)	3 (D)	4 (A)	5 (B)	6 (C)
1 (A)				○		
2 (B)	○		★	▲	○	
3 (C)	▲	○		▲	▲	○
4 (D)	▲	▲	○	▲	▲	▲
5 (A)				○		
6 (B)	○		★	▲	○	

【問 111】

右の図のように座標平面上に点 A(2, 0), 点 B(4, 4) があります。大小 2 つのさいころを同時に振り, 大きいさいころの出た目の数を a , 小さいさいころの出た目の数を b とし, 点 P(a, b) を右の座標平面上にとります。このとき, 次の問1から問3に答えなさい。ただし, さいころは, 1 から 6 までのどの目が出ることも同様に確からしいとします。

(滋賀県 2017 年度)

問1 点 P が $y = \frac{6}{x}$ のグラフ上にあるのは何通りですか。求めなさい。



問2 $\angle APB$ が 90° になる確率を求めなさい。

問3 $\triangle PAB$ の面積が 5 以上になる確率を求めなさい。

解答欄

問1	通り
問2	
問3	

解答

問1 4通り

問2 $\frac{5}{36}$

問3 $\frac{5}{18}$

解説

問1

$(a, b) = (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)$ の4通り。

問2

$\angle APB$ が 90° になるのは線分 AB を直径とする円の周上に点 P があるときである。

このとき半円の弧に対する円周角は直角であるから $\angle APB = 90^\circ$ となる。

$A(2, 0), B(4, 4)$ より線分 AB を直径とする円 Q の中心の座標は $(3, 2)$ となる。

ここで点 B から x 軸に垂直にひいた直線と x 軸との交点を C とする。

$\triangle ACB$ において

三平方の定理より

$$AB^2 = AC^2 + CB^2 = (4-2)^2 + (4-0)^2 = 20$$

$AB > 0$ より

$$AB = 2\sqrt{5}$$

よって円 Q の半径は $2\sqrt{5} \div 2 = \sqrt{5}$ だから

x 座標と y 座標がともに 6 以下の自然数で点 $(3, 2)$ からの距離が $\sqrt{5}$ である点を考えればよいので

$(a, b) = (1, 1), (1, 3), (2, 4), (5, 1), (5, 3)$ の5通り。

大小 2 つのさいころの目の出方は全部で 36 通りだから

求める確率は $\frac{5}{36}$

問3

x 軸上にあり $\triangle RAB$ の面積が5になる点を R とすると

点 R は x 座標が点 A の x 座標より大きいときと点 A の x 座標より小さいときの2通りが考えられる。

$R(r, 0)$ とおき $\triangle RAB$ の底辺を AR とすると高さは点 B の y 座標より4となるから

点 R の x 座標が点 A の x 座標より大きいとき

$$\frac{1}{2} \times (r-2) \times 4 = 5 \text{ となり}$$

$$\text{これを解くと } r = \frac{9}{2}$$

また点 A の x 座標より小さいとき

$$\frac{1}{2} \times (2-r) \times 4 = 5 \text{ となり}$$

$$\text{これを解くと } r = -\frac{1}{2}$$

ここで $R\left(\frac{9}{2}, 0\right)$ を通り直線 AB に平行な直線を l とすると

直線 l 上に点 P があるとき $\triangle PAB$ の面積は5になる。

また直線 l の右側に点 P があるとき $\triangle PAB$ の面積は5より大きくなる。

よって直線 AB の傾きは $\frac{4-0}{4-2} = 2$ だから

直線 l の式を $y = 2x + b$ として

$$x = \frac{9}{2}, y = 0 \text{ を代入すると}$$

$$0 = 2 \times \frac{9}{2} + b$$

$$b = -9$$

直線 l の式は $y = 2x - 9$ となるから面積が5になる点は $(5, 1), (6, 3)$ であり

面積が5より大きくなる点は $(6, 2), (6, 1)$

同様に $R\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ を通り直線 AB に平行な直線を m とすると

直線 m 上に点 P があるとき $\triangle PAB$ の面積は5になる。

また直線 m の左側に点 P があるとき $\triangle PAB$ の面積は5より大きくなる。

よって直線 m の式を $y = 2x + c$ として $x = -\frac{1}{2}, y = 0$ を代入すると

$$0 = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + c$$

$$c = 1$$

直線 m の式は $y = 2x + 1$ となるから面積が5になる点は $(1, 3), (2, 5)$ であり

面積が5より大きくなる点は $(1, 4), (2, 6), (1, 5), (1, 6)$

したがって面積が5以上になる場合は全部で $4 + 6 = 10$ 通りだから

$$\text{求める確率は } \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

【問 112】

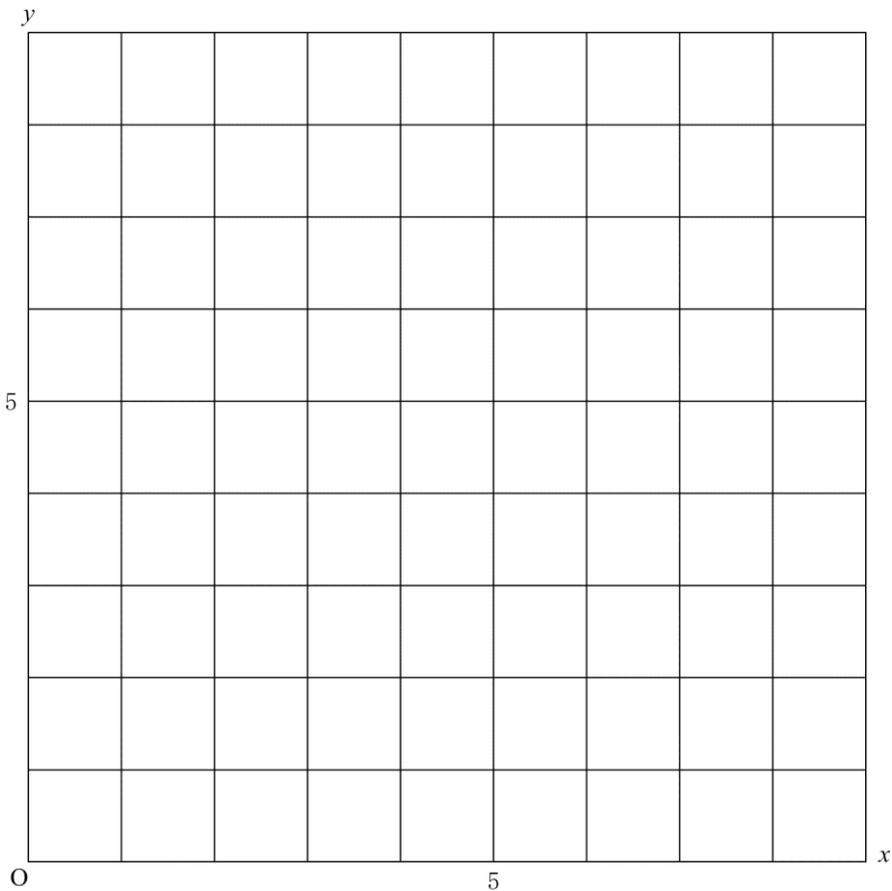
大小 2 つのさいころを同時に投げる。大きいさいころの出た目の数を a 、小さいさいころの出た目の数を b とする。
次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2017 年度)

問1 $\frac{b}{a} = 2$ となる確率を求めなさい。

問2 2 直線 $y = \frac{b}{a}x$, $y = -x + 8$ の交点の x 座標, y 座標がともに自然数となる確率を求めなさい。

問3 3 直線 $y = \frac{b}{a}x$, $y = \frac{a}{b}x$, $y = -x + 8$ で囲まれる三角形の内部に、半径 $\sqrt{2}$ cm の円をかくことができる a, b の組み合わせは何通りあるか、求めなさい。ただし、座標軸の単位の長さは 1 cm とする。



解答欄

問1	
問2	
問3	通り

解答

問1 $\frac{1}{12}$

問2 $\frac{1}{3}$

問3 12 通り

解説

問1

大小 2 つのさいころの目の出方は全部で 36 通りで

$\frac{b}{a} = 2$ となる場合は $(a, b) = (1, 2), (2, 4), (3, 6)$ の 3 通り。

よって求める確率は $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

問2

$$y = \frac{b}{a}x, y = -x + 8 \text{ より } \frac{b}{a}x = -x + 8$$

$$x \text{ について整理すると } x = \frac{8a}{a+b}$$

$a+b$ が $8a$ の約数であるとき $\frac{8a}{a+b}$ は自然数となる。

$a+b$ が $8a$ の約数となる場合は

$(a, b) = (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 6), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (5, 5), (6, 2), (6, 6)$ の 12 通り。

よって求める確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

問3

たとえば $y = \frac{1}{3}x$ と $y = 3x$ について考えるとこの 2 直線は直線 $y = x$ に対称になるから

直線 $y = \frac{b}{a}x$ と直線 $y = \frac{a}{b}x$ は直線 $y = x$ について対称である。

また直線 $y = -x + 8$ も、直線 $y = x$ について対称である。

ここで $y = -x + 8$ と $y = x$ の交点を求めると $(4, 4)$ になり

この点で半径 $\sqrt{2}$ cm の円が接しこの円の中心は $(3, 3)$ になる。

よって $\frac{b}{a} = 2$ とすると直線 $y = \frac{b}{a}x$ と円は

異なる 2 点で交わり 3 直線で囲まれる三角形の内部に円をかくことはできない。

また $\frac{b}{a} = \frac{5}{2}$ とすると直線 $y = \frac{b}{a}x$ と円は交わらないので

3 直線で囲まれる三角形の内部に円をかくことができる。

同様に $\frac{b}{a} = \frac{1}{2}$ とすると 3 直線で囲まれる三角形の内部に円をかくことはできないが

$\frac{a}{b} = \frac{2}{5}$ とすると 3 直線で囲まれる三角形の内部に円をかくことができる。

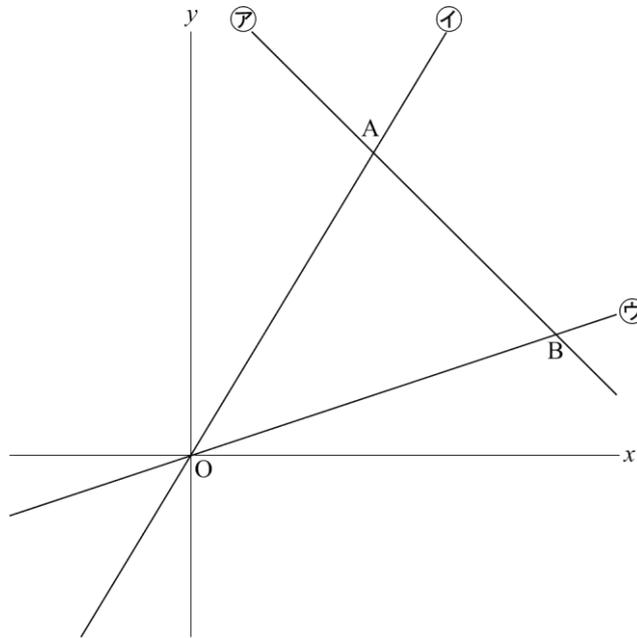
以上のことから 3 直線で囲まれる三角形の内部に円をかくことができる a, b の組み合わせは

$(a, b) = (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (5, 2), (6, 1), (6, 2)$ の 12 通り。

【問 113】

次の図のように、2点 $A(3, 5)$, $B(6, 2)$ があり、㉞は2点 A, B を、㉟は原点 O と点 A を、㊱は原点 O と点 B をそれぞれ通る直線である。次の問1～問3に答えなさい。

(秋田県 2018 年度)



問1 直線㉞の式を求めなさい。求める過程も書きなさい。

問2 $\triangle AOB$ の面積を求めなさい。ただし、原点 O から $(0, 1)$, $(1, 0)$ までの距離を、それぞれ 1 cm とする。

問3 大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げたとき、大きいさいころの出た目の数を m , 小さいさいころの出た目の数を n とし、2 つのさいころを投げたときにできる点の座標を (m, n) とする。点 (m, n) が、 $\triangle AOB$ の内部にある確率を求めなさい。ただし、 $\triangle AOB$ の辺上の点も内部に含まれるものとし、さいころのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

解答

問1

〔過程〕

求める直線㉞の式を $y=ax+b$ とすると

この直線は 2 点 A (3, 5), B (6, 2) を通るので

$$\text{傾きは } a = \frac{2-5}{6-3} = -1$$

したがって求める直線の式は $y=-x+b$ と表すことができる。

この直線は (3, 5) を通るから

$y=-x+b$ に $x=3, y=5$ を代入すると

$$5 = -1 \times 3 + b$$

これを解くと

$$b = 8$$

よって $y=-x+8$

答 $y=-x+8$

問2 12cm^2

問3 $\frac{5}{12}$

解説

問1

直線㉞の式を $y=ax+b$ とする。

A(3, 5) を通るから $5=3a+b \cdots \text{①}$, B(6, 2) を通るから $2=6a+b \cdots \text{②}$

①, ② を連立方程式として解く。

①-②より

$$3 = -3a$$

$$a = -1$$

これを①に代入すると $5=3 \times (-1) + b$

$$b = 8$$

よって $y=-x+8$

問2

直線㉟の式を $y=px$ とする。

B(6, 2) を通るから $2=p \times 6$ $p=\frac{1}{3}$

よって $y=\frac{1}{3}x$

A(3, 5) を通り y 軸に平行な直線と直線㉟との交点を C とすると点 C の x 座標は 3, y 座標は $y=\frac{1}{3} \times 3 = 1$

よって C(3, 1)

$\triangle AOB = \triangle AOC + \triangle ABC$ で, $\triangle AOC$ と $\triangle ABC$ の底辺を $AC=5-1=4\text{cm}$ と見たとき
高さはそれぞれ O と A の x 座標の差, B と A の x 座標の差になるから

$$\triangle AOC = \frac{1}{2} \times 4 \times (3-0) = 6\text{cm}^2, \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times (6-3) = 6\text{cm}^2$$

よって $\triangle AOB = 6 + 6 = 12\text{cm}^2$

問3

直線㉞の式を $y=qx$ とする。

A(3, 5) を通るから $5=q \times 3$ $q=\frac{5}{3}$ よって $y=\frac{5}{3}x$

したがって, 直線㉞~㉟の式と点 (m, n) は, 右の図のようになる。

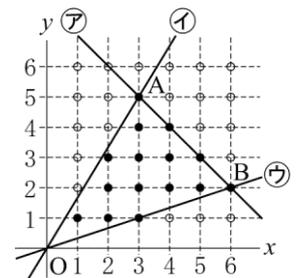
図の ● と ○ は, (m, n) のとりうるすべての場合

(大小 2 つのさいころの目の出方なので $6 \times 6 = 36$ 通り) を表している。

このうち (m, n) が $\triangle AOB$ の内部にあるのは右の図の ● の部分で

(1, 1), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 2), (5, 3), (6, 2) の 15 通りある。

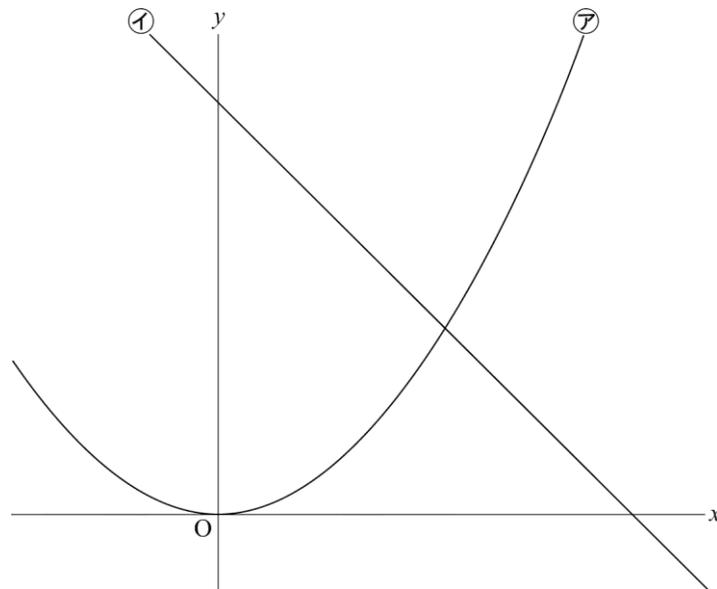
よって求める確率は $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$



【問 114】

次の図において、㉞は関数 $y = \frac{1}{4}x^2$ ，㉟は関数 $y = -x + b$ のグラフである。次の問1，問2に答えなさい。

(秋田県 2018 年度)



問1 ㉞上に x 座標が 3 である点 A をとる。㉟が点 A を通る直線であるとき、 b の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。

問2 大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げたとき、大きいさいころの出た目の数を m ，小さいさいころの出た目の数を n とし、2 つのさいころを投げたときにできる点の座標を (m, n) とする。ただし、さいころのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(1) ㉟において、 $b=6$ のとき、点 (m, n) が、 y 軸と㉞、㉟の $x \geq 0$ の部分で囲まれた図形の内部にある確率を求めなさい。ただし、 y 軸と㉞、㉟の $x \geq 0$ の部分で囲まれた図形の周上の点も内部に含まれるものとする。

(2) 点 (m, n) が、 y 軸と㉞、㉟の $x \geq 0$ の部分で囲まれた図形の内部にある確率が $\frac{1}{2}$ であるとき、 b のとりうる値の範囲を求めなさい。ただし、 y 軸と㉞、㉟の $x \geq 0$ の部分で囲まれた図形の周上の点も内部に含まれるものとする。

解答

問1

〔過程〕

㉗上に x 座標が 3 である点 A をとるので点 A の y 座標は $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 3$ を代入して $y = \frac{9}{4}$

よって点 A の座標は $(3, \frac{9}{4})$

㉘は $(3, \frac{9}{4})$ を通るから $y = -x + b$ に $x = 3, y = \frac{9}{4}$ を代入すると

$$\frac{9}{4} = -1 \times 3 + b$$

これを解くと

$$b = \frac{21}{4}$$

答 $b = \frac{21}{4}$

問2

(1) $\frac{5}{18}$

(2) $9 \leq b < 10$

解説

問1

点 A の座標を求めその x, y 座標の値を直線㉘の式に代入する。

問2

(1)

$b = 6$ のときのそれぞれの関数のグラフと点 (m, n) は右の図のようになる。

図の●と○は (m, n) のとりうるすべての場合

(大小 2 つのさいころの目の出方なので $6 \times 6 = 36$ 通り) を表している。

このうち (m, n) が y 軸と㉗, ㉘の $x \geq 0$ の部分で囲まれた図形の内部にあるのは右の図の●の部分で

$(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3)$

の 10 通りある。

よって求める確率は $\frac{10}{36} = \frac{5}{18}$

(2)

$$\frac{1}{2} = \frac{18}{36} \text{ だから}$$

確率が $\frac{1}{2}$ になるのは

図形の内部にある (m, n) が 18 個ある場合で (1) のときよりも 8 個多くなる。

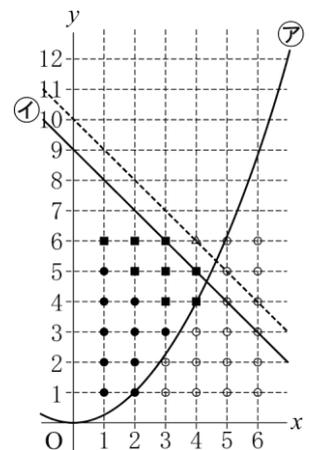
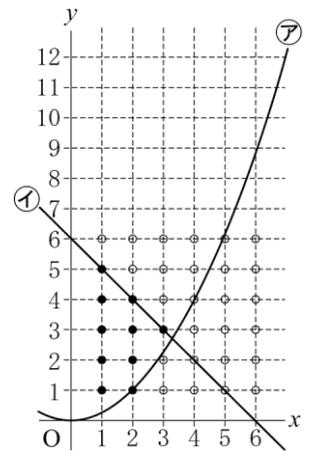
よって右の図の点■までを含むように考えればよい。

直線㉘を $b = 6$ の状態から上にスライドさせて b の値を大きくしていくと

■がすべて内部にあるときの b の最小値は $b = 9$

さらにスライドさせて $b = 10$ になると点 $\triangle(4, 6)$ も内部に入って 19 個になる。

したがって条件にあてはまる b の値の範囲は $9 \leq b < 10$



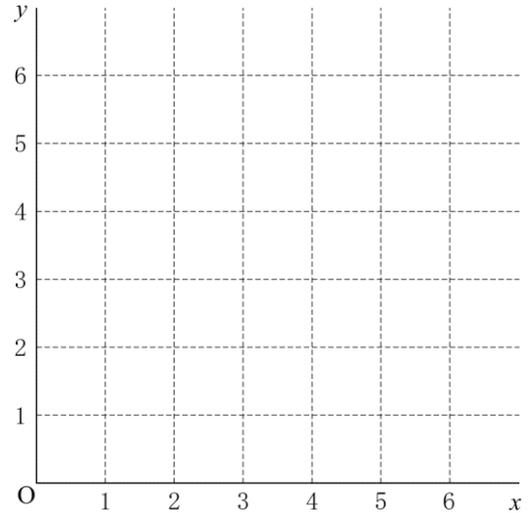
【問 115】

2つのさいころ A, B を投げて, A のさいころの出た目の数を a , B のさいころの出た目の数を b とする。下の図のような O を原点とする平面上に, 2 点 $P(a, 0)$, $Q(b, b)$ をとり, 3 点 O, P, Q を頂点とする三角形 OPQ を考える。このとき, 次の問1~問3に答えなさい。ただし, 2 つのさいころはどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(高知県 2018 年度 A)

問1 2つのさいころ A, B を同時に 1 回投げて, A のさいころの出た目の数が 6 であった。このとき, 三角形 OPQ が直角三角形になるような b の値をすべて求めよ。

問2 2つのさいころ A, B を同時に 1 回投げて, 三角形 OPQ の面積が 6 となった。このとき, 2 つのさいころ A, B の出た目の組み合わせは, 全部で何通りあるか求めよ。



問3 2つのさいころ A, B を同時に 1 回投げて, 三角形 OPQ が鈍角三角形になる確率を求めよ。

解答欄

問1	$b =$
問2	通り
問3	

解答

問1 $b=3, 6$

問2 4通り

問3 $\frac{7}{12}$

解説

問1

$\triangle OPQ$ が直角三角形になるのは $\angle OPQ=90^\circ$ のときと $\angle OQP=90^\circ$ のときである。

$\angle OPQ=90^\circ$ のときは $b=6$ で $\angle OQP=90^\circ$ のときは $b=3$ である。

問2

$\triangle OPQ$ の面積は $\frac{1}{2} \times a \times b = \frac{1}{2}ab$ より

面積が 6 となるのは $\frac{1}{2}ab=6$

つまり $ab=12$ のときである。

このような a, b の組み合わせは $(a, b)=(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$ の 4 通り。

問3

$\triangle OPQ$ が鈍角三角形, 直角三角形, 鋭角三角形になるときの

a, b の組み合わせをまとめると右図のようになる

(ただし, 鈍角三角形を「鈍」, 直角三角形を「直」, 鋭角三角形を「鋭」と省略して書いている)。

よって求める確率は $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

$a \backslash b$	1	2	3	4	5	6
1	直	鈍	鈍	鈍	鈍	鈍
2	直	直	鈍	鈍	鈍	鈍
3	鈍	鋭	直	鈍	鈍	鈍
4	鈍	直	鋭	直	鈍	鈍
5	鈍	鈍	鋭	鋭	直	鈍
6	鈍	鈍	直	鋭	鋭	直

【問 116】

下の図1のように、方眼紙に座標軸をかいた平面があり、その平面上に2点 $O(0, 0)$, $A(4, 0)$ がある。また、下の図2のように、1, 2, 3, 4の数字が1つずつ書かれた4個の玉が入った袋があつて、この袋から玉を1個取り出し、玉に書かれている数を確認してから袋にもどすことを2回行う。1回目に取り出した玉に書かれている数を a , 2回目に取り出した玉に書かれている数を b とし、図1の平面上に、点 $P(a, b)$ をとる。

(熊本県 2018 年度)

図1

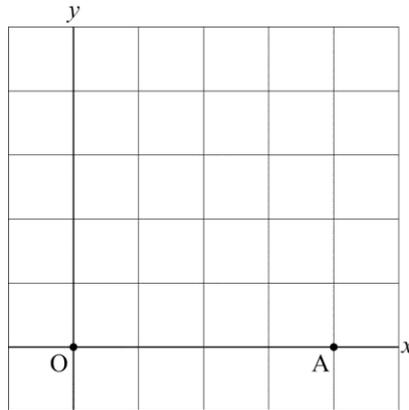
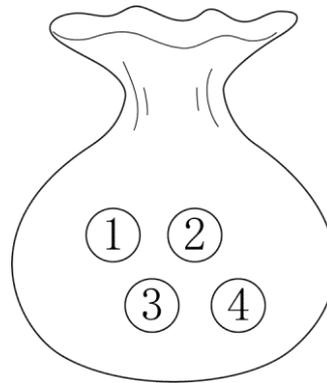


図2



(1) 点 P のとり方は全部で何通りあるか、求めなさい。

(2) $\triangle OAP$ が二等辺三角形になる確率を求めなさい。ただし、どの玉が取り出されることも同様に確からしいものとする。

解答欄

(1)	通り
(2)	

解答

(1) 16 通り

(2) $\frac{5}{16}$

解説

(1)

右の図のように 16 通りある。

(2)

$OP=AP$ となる P の座標は(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4)の 4 通り

$OA=PA$ となる P の座標は(4, 4)

よって $\triangle OAP$ が二等辺三角形になる場合は合わせて 5 通りあるから

確率は $\frac{5}{16}$

