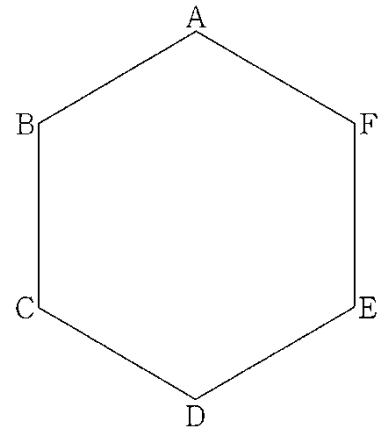


6.証明以外 平面図形の複合問題【2012 年度出題】

【問 1】

図のように、1 辺が 4 cm の正六角形 ABCDEF があります。正六角形 ABCDEF の頂点 A, C, E を結んでできる三角形の面積を求めなさい。

(北海道 2012 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$12\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

解説

△BAC において B から AC に垂線をひき交点を H とする。

△BAC は $BA=BC$, $\angle ABC=120^\circ$ の二等辺三角形だから

△ABH は $\angle ABH=60^\circ$, $BH:AB:AH=1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形である。

よって $AB=4 \text{ cm}$ より $BH=2 \text{ cm}$, $AH=2\sqrt{3} \text{ cm}$

これより△ACE は 1 辺が $2\sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3} \text{ cm}$ の正三角形である。

A から CE に垂線をひき交点を K とする。

△ACK も $CK:AC:AK=1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形になるので

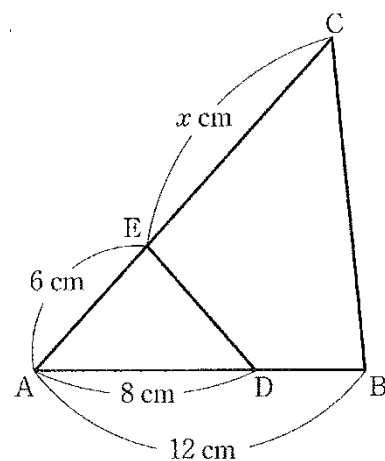
$$AK = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6 \text{ cm}$$

$$\text{よって } \triangle ACE = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 = 12\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

【問 2】

右の図で、 $\angle ACB = \angle ADE$ のとき、 x の値を求めなさい。

(青森県 2012 年度 後期)



解答欄

$x =$

解答

$x = 10$

解説

$\triangle ABC$ と $\triangle AED$ において

条件より $\angle ACB = \angle ADE$

共通なので $\angle BAC = \angle EAD$

これより 2 組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABC \sim \triangle AED$

よって $AB:AE = AC:AD$

$12:6 = (6+x):8$

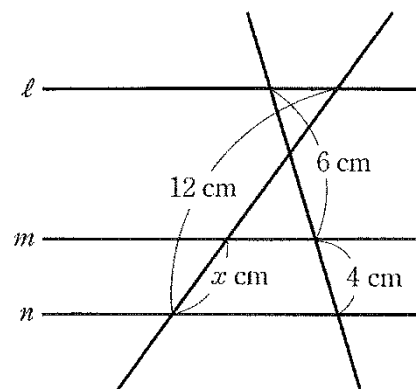
$6(6+x) = 12 \times 8$

これを解いて $x = 10$

【問 3】

図で、 $\ell \parallel m \parallel n$ のとき、 x の値を求めなさい。

(青森県 2012 年度 後期)



解答欄

$x =$

解答

$$x = \frac{24}{5}$$

解説

$\ell \parallel m \parallel n$ のとき

平行線と線分の比の定理より

$$(12 - x) : x = 6 : 4$$

$$6x = 4(12 - x)$$

$$6x = 48 - 4x$$

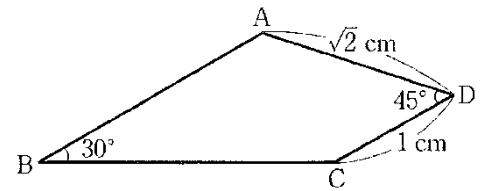
$$10x = 48$$

$$x = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$$

【問 4】

右の図で、 $AB \parallel DC$ である四角形 $ABCD$ の面積を求めなさい。

(青森県 2012 年度 後期)



解答欄

cm^2

解答

$$\frac{1+\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

解説

AC を結ぶ。

$\triangle ACD$ において

$$CD:AD=1:\sqrt{2}$$

$\angle ADC=45^\circ$ より

$\triangle ACD$ は $AC=CD$ の直角二等辺三角形である。

よって $\angle ACD=90^\circ$, $AC=1 \text{ cm}$

また $AB \parallel DC$ より

錯角は等しいので

$$\angle BAC=\angle ACD=90^\circ$$

よって $\triangle ABC$ において

$\angle ABC=30^\circ$ より

$$AC:AB=1:\sqrt{3}$$

$$AB=\sqrt{3} \text{ cm}$$

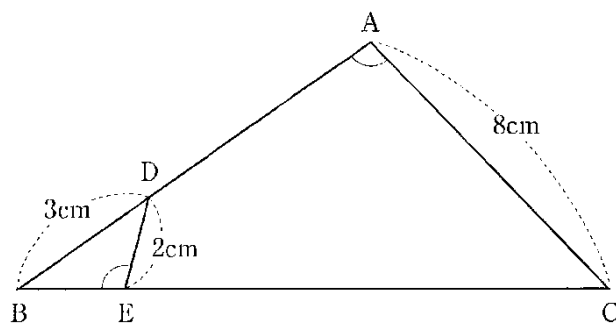
よって四角形 $ABCD$ の面積は

$$\triangle ACD+\triangle ABC=\frac{1}{2} \times 1 \times 1+\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3}=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

【問 5】

次の図で、 $\angle BAC = \angle BED$ のとき、線分 BC の長さを求めなさい。

(岩手県 2012 年度)



解答欄

cm

解答

12 cm

解説

$\triangle ABC$ と $\triangle EBD$ において

$\angle ABC = \angle EBD$, $\angle BAC = \angle BED$ だから

2 組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABC \sim \triangle EBD$

よって $AC:ED = BC:BD$

$8:2 = BC:3$

$2BC = 24$

$BC = 12$ cm

【問 6】

図1のような長方形 ABCD があり、辺 AD の中点を E とします。図2のように、線分 BE を折り目として折り返します。このとき、頂点 A が移る点を F とします。

あとの問1～問3に答えなさい。

(宮城県 2012 年度)

図1

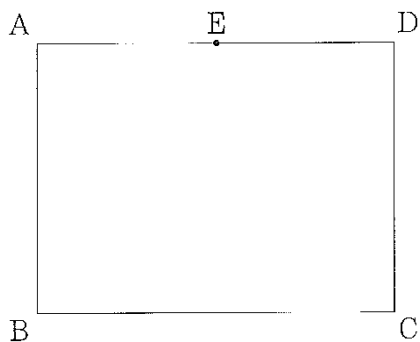
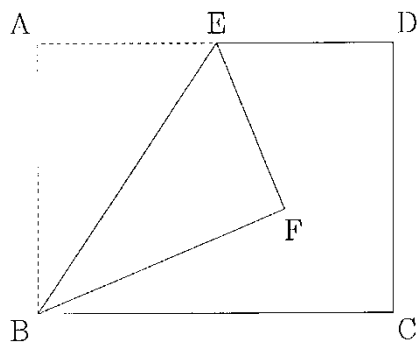


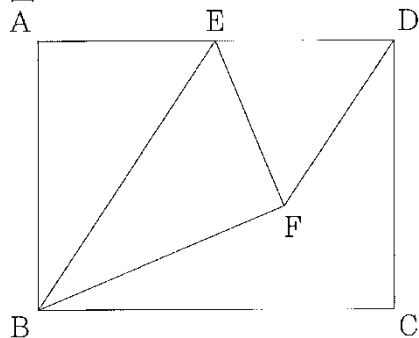
図2



問1 点 F を作図によって求めなさい。作図は、解答用紙の図に行い、点 F の位置を示す文字 F も書きなさい。
なお、作図に用いた線は消さずに残しなさい。

問2 図3は、図2において、折り返した長方形をもとにもどし、点 F と点 B、点 F と点 D、点 F と点 E をそれぞれ結んだものです。このとき、 $\angle BEA$ と同じ大きさの角を、あとのア～オからすべて選び、解答用紙の記号を○で囲みなさい。

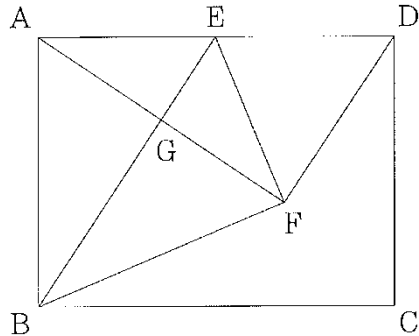
図3



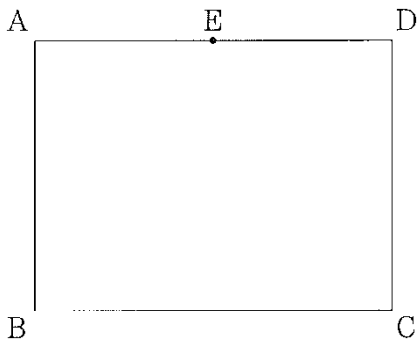
ア $\angle BAE$ イ $\angle BEF$ ウ $\angle BFE$ エ $\angle EFD$ オ $\angle EDF$

問3 図4は、図3において、線分 AF をひき、線分 EB との交点を G としたものです。EB:DF=13:8 のとき、 $\triangle ABG$ と $\triangle EFD$ の面積の比を求めなさい。

図4

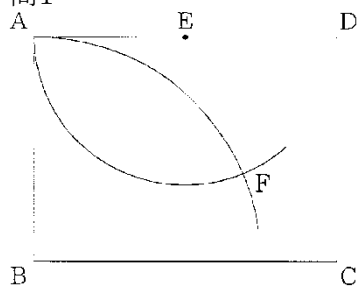


解答欄

問1	図 
問2	ア イ ウ エ オ
問3	$\triangle ABG : \triangle EFD =$ $:$

解答

問1



問2 イ, エ

問3 $\triangle ABG : \triangle EFD = 9 : 8$

解説

問3

$\angle AEB = \angle EDF = 60^\circ$ より

同位角が等しいので $BE \parallel DF$

よって平行線と線分の比の定理より

$GE : FD = AE : AD$

$GE : 8 = 1 : 2$

$2GE = 8$

$GE = 4$

$\triangle ABG$ と $\triangle EFD$ において

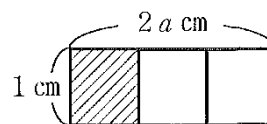
それぞれ BG , FD を底辺とすると高さが等しいので

$\triangle ABG : \triangle EFD = BG : FD = (13 - 4) : 8 = 9 : 8$

【問 7】

右の図のように、縦 1 cm 、横 $2a\text{ cm}$ の長方形の板が 3 等分されている。このとき、図の斜線部分の面積を、 a を用いた式で表しなさい。

(秋田県 2012 年度)



解答欄

cm^2

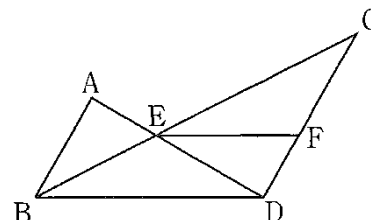
解答

$$\frac{2}{3}a\text{ cm}^2$$

【問 8】

右の図で、線分 AB と線分 CD は平行であり、線分 AD と線分 BC の交点を E とする。点 F は線分 CD 上の点であり、線分 EF と線分 BD は平行である。 $AB=3\text{ cm}$ 、 $BD=6\text{ cm}$ 、 $CD=5\text{ cm}$ であるとき、線分 EF の長さを求めなさい。

(秋田県 2012 年度)



解答欄

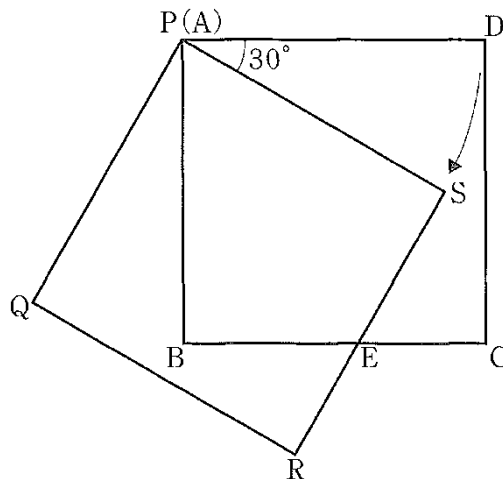
cm

解答

$$\frac{15}{4}\text{ cm}$$

【問 9】

1 辺が 6 cm の正方形 ABCD がある。正方形 ABCD と合同な正方形 PQRS を、頂点 A, B, C, D にそれぞれ頂点 P, Q, R, S が一致するように重ね、図のように、点 P を中心として時計回り (矢印の方向) に 30° 回転させた。このとき、辺 BC と辺 RS の交点を E とする。



次の問1～問3に答えなさい。ただし、円周率を π とする。

(秋田県 2012 年度)

問1 $\angle BES$ の大きさを求めなさい。

問2 点 S が描いた線の長さを求めなさい。

問3 正方形 ABCD と正方形 PQRS が重なってできる四角形 PBES について、

(1) 対角線 PE の長さを求めなさい。

(2) 面積を求めなさい。

解答欄

問1		
問2		
問3	(1)	
	(2)	

解答

問1 120°

問2 π cm

問3 (1) $4\sqrt{3}$ cm (2) $12\sqrt{3}$ cm^2

解説

問3

(1)

$\triangle PBE$ と $\triangle PSE$ は

直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しくなるので合同になる。

よって $\triangle PBE$ は $\angle BPE = 60^\circ \div 2 = 30^\circ$

よって $PE:PB = 2:\sqrt{3}$

$PE:6 = 2:\sqrt{3}$

$\sqrt{3} PE = 12$

$PE = 4\sqrt{3}$ cm

【問 10】

$AB=AC$, $\angle BAC=30^\circ$ の二等辺三角形 ABC がある。二等辺三角形 ABC と合同な三角形 PQR を, 頂点 A, B, C にそれぞれ頂点 P, Q, R が一致するように重ね, 図のように, 点 Q を中心として反時計回り (矢印の方向) に, 点 R が辺 AC 上にくるまで回転させた。このとき, 辺 AB と辺 PR の交点を D とすると, $DR=4\text{ cm}$ である。

次の問1～問3に答えなさい。ただし, 円周率を π とする。

(秋田県 2012 年度)

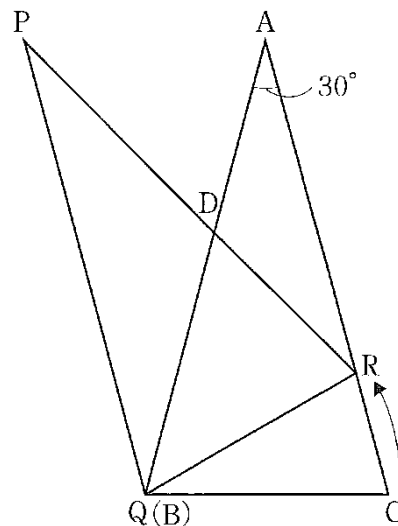
問1 $\angle DQR$ の大きさを求めなさい。

問2 $\triangle ADR$ の面積を求めなさい。

問3 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) 線分 QR の長さを求めなさい。

(2) 点 R が描いた線の長さを求めなさい。



解答欄

問1	°	
問2	cm^2	
問3	(1)	cm
	(2)	cm

解答

問1 45°

問2 $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

問3 (1) $2\sqrt{6} \text{ cm}$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{3} \pi \text{ cm}$

解説

問2

$\angle \text{DRA} = 180^\circ - 75^\circ \times 2 = 30^\circ$ $\angle \text{DRA} = \angle \text{DAR}$ より

$\text{DA} = \text{DR} = 4 \text{ cm}$

D から AR に垂線をひき交点を H とすると

$\triangle \text{ADH}$ において

$\text{DH} : \text{AD} : \text{AH} = 1 : 2 : \sqrt{3}$ より

$\text{DH} = \frac{4}{2} = 2 \text{ cm}$

$\text{AH} = \sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3} \text{ cm}$

$\triangle \text{ADR} = \frac{1}{2} \times (2 \times 2\sqrt{3}) \times 2 = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

問3

(1)

R から AQ に垂線をひき交点を K とする。

$\triangle \text{ARK}$ において

$\text{KR} = \frac{\text{AR}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ cm}$

$\triangle \text{RKQ}$ において

$\text{QR} = \sqrt{2} \text{ KR} = \sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6} \text{ cm}$

【問 11】

辺 AB が辺 BC より短い長方形 $ABCD$ があり, $BC=10\text{ cm}$ である。長方形 $ABCD$ と合同な長方形 $PQRS$ を, 頂点 A, B, C, D にそれぞれ頂点 P, Q, R, S が一致するように重ね, 図1～図3のように, 点 S を中心として反時計回り (矢印の方向) に回転させる。

次の問1, 問2に答えなさい。ただし, 円周率を π とする。

(秋田県 2012 年度)

問1 図1のように, 30° 回転させ, 点 C と点 R を線分で結ぶとき, $\angle CRQ$ の大きさを求めなさい。

図1

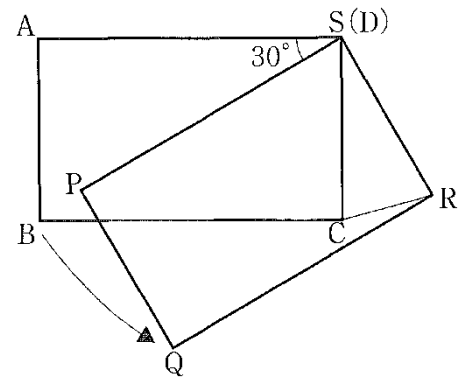
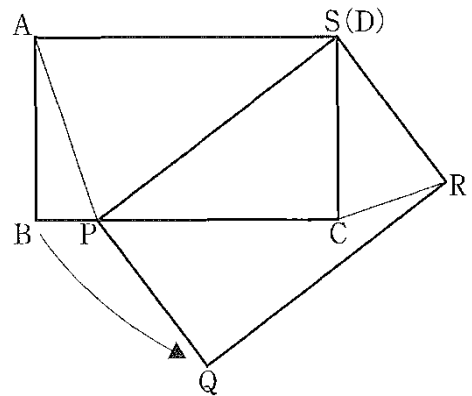


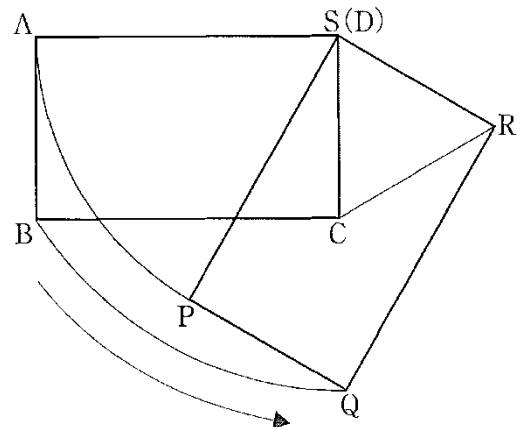
図2



問2 点 P が辺 BC 上にあるとき, $BP=2\text{ cm}$ である。

(1) 図2のように, 点 P が辺 BC 上にくるまで回転させたとき, $\triangle SAP$ の面積は, $\triangle SCR$ の面積の何倍か, 求めなさい。

図3



(2) 図3のように, はじめて $CS=CR$ となる位置まで回転させた。このとき, 点 P が点 A から描いた線, 点 Q が点 B から描いた線, 線分 AB , 線分 PQ によって囲まれた部分の面積を求めなさい。

解答欄

問1		
問2	(1)	倍
	(2)	cm^2

解答

問1 15°

問2 (1) $\frac{25}{9}$ 倍 (2) $6\pi \text{ cm}^2$

解説

問2

(1)

$SP=SA=10 \text{ cm}$, $PC=10-2=8 \text{ cm}$

$\triangle SPC$ で三平方の定理より

$$SC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6 \text{ cm}$$

$\triangle SAP \sim \triangle SCR$ だから

$SA:SC=10:6=5:3$ より

$$\triangle SAP:\triangle SCR=5^2:3^2=25:9$$

よって $\triangle SAP$ の面積は $\triangle SCR$ の面積の $\frac{25}{9}$ 倍

【問 12】

図1のように $AB=6\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$ である長方形 $ABCD$ の紙がある。辺 AB , CD の中点をそれぞれ P , Q とし、2 点 P , Q を結ぶ。次に、図2のように、点 C が点 P に重なるように折り、折り目と辺 BC , CD との交点をそれぞれ R , S とする。図3は、図2の折った部分をもとにもどし、点 P と点 R , S をそれぞれ結んだものである。

このとき、次の (I), (II) について、ア には当てはまる最も簡単な整数の比を、

イ , ウ には当てはまる値をそれぞれ書きなさい。

(茨城県 2012 年度)

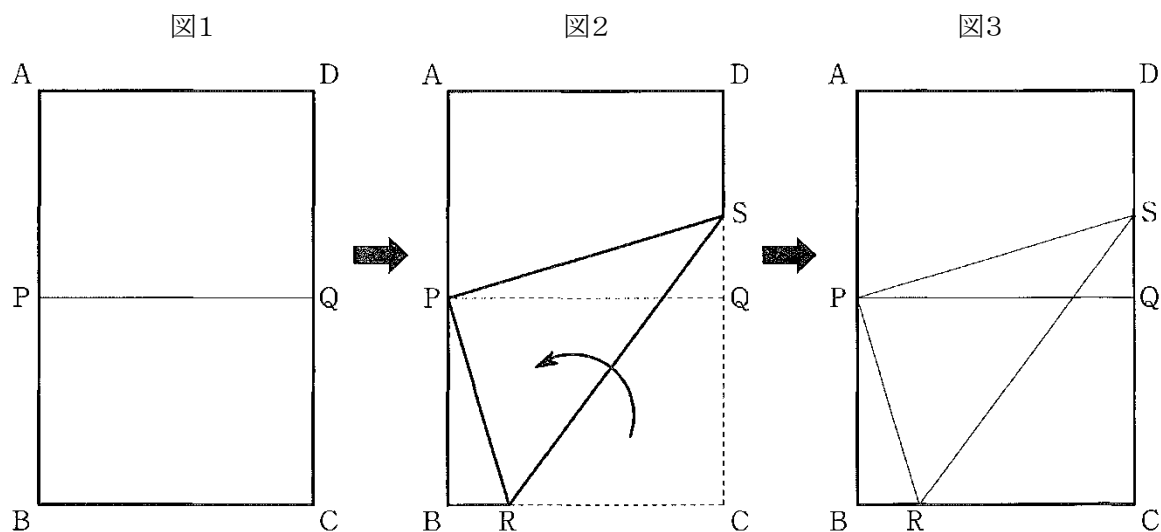
(I) ・ $\triangle PBR \sim \triangle PQS$ である。

・ $\triangle PBR$ と $\triangle PQS$ の面積の比は、ア である。

(II) PS の長さを $x\text{ cm}$ とするとき、

・ QS の長さを x を使った式で表すと、 $(x - \text{イ})\text{ cm}$ である。

・ x の値を求めると、 $PS = \text{ウ}\text{ cm}$ である。



解答欄

ア	:
イ	
ウ	cm

解答

ア 9:16

イ 3

ウ $\frac{25}{6}$ cm

解説

$\triangle PBR \sim \triangle PQS$ で

相似比は $PB:PQ=3:4$ より

面積比は $3^2:4^2=9:16$

$PS=x$ cm とすると

$CS=PS=x$ cm なので

$QS=x-3$ cm

$\triangle PQS$ において三平方の定理より

$$PS^2=PQ^2+QS^2$$

$$x^2=4^2+(x-3)^2$$

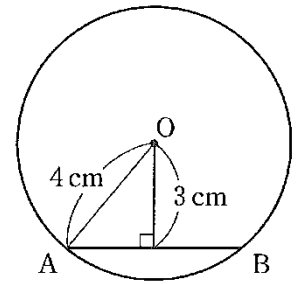
これを解いて

$$x=\frac{25}{6} \text{ cm}$$

【問 13】

図のような半径 4 cm の円 O がある。中心 O からの距離が 3 cm である弦 AB の長さを求めなさい。

(栃木県 2012 年度)



解答欄

cm

解答
 $2\sqrt{7}\text{ cm}$

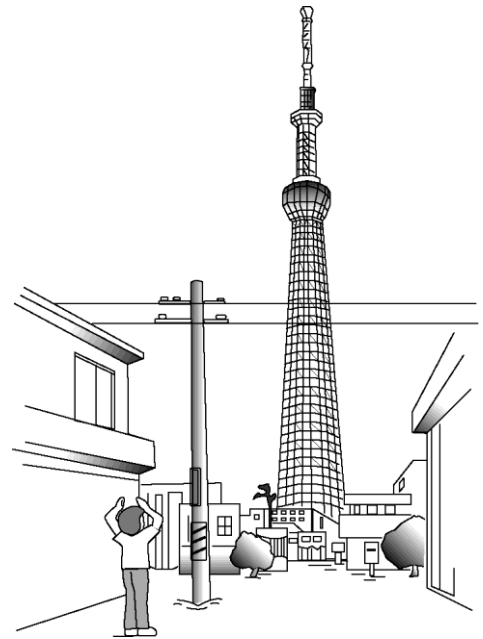
【問 14】

Sさんは、近くに完成した高さ 634 m の新タワーまでの距離を、高さ 12.5 m の電柱を目印にして求めようと考えました。Sさんは、電柱の先端と新タワーの先端が一致して見える位置に立ち、その位置から電柱までの距離を測ったら、ちょうど 10 m でした。

このとき、Sさんが立っている位置から新タワーまでの距離は何 m かを求めなさい。

ただし、Sさんの目の高さを 1.5 m とします。また、Sさん、電柱、新タワーは、同じ平面上に垂直にたっており、それぞれの幅や厚みは考えないものとします。

(埼玉県 2012 年度)



解答欄

m

解答

575 m

解説

Sさんの立っている位置から新タワーまでの距離を x m とする。

平行線と線分の比の定理より

$$(12.5 - 1.5) : (634 - 1.5) = 10 : x$$

$$11 : 632.5 = 10 : x$$

$$11x = 6325$$

$$x = 575 \text{ m}$$

【問 15】

図のような、千葉県マスコットキャラクター「チーバくん」のシールA（縦 3 cm）がある。このシールAと相似なシールB（縦 5 cm）を作成するとき、シールAとシールBの面積の比を、次のア～エのうちから一つ選び、符号で答えなさい。

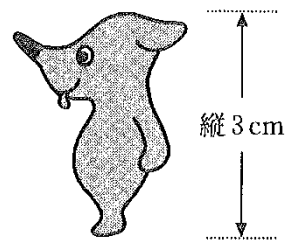
（千葉県 2012 年度 前期）

ア 3:5

イ 6:10

ウ 9:25

エ 27:125



シールA

解答欄

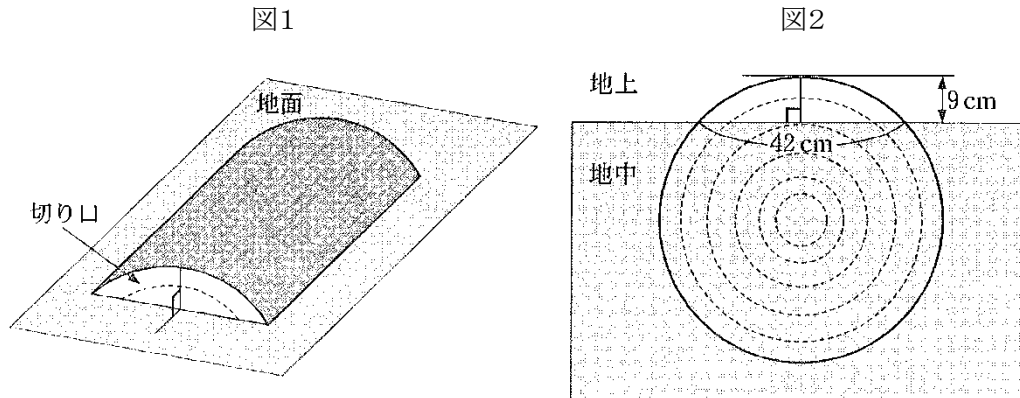
解答
ウ

【問 16】

図1のように、地中に半分以上埋まっている丸太がある。図2のように、この丸太の切り口は円であり、地上に出て
いる部分を測ると、高さが 9 cm, 弦の長さが 42 cm であった。

このとき、この丸太の切り口の半径を求めなさい。ただし、丸太の切り口は地面と垂直であるものとする。

(千葉県 2012 年度 後期)



解答欄

cm

解答

29 cm

解説

丸太の切り口の半径を r cm とし中心を O とする。

弦の両端を A, B とし OA を結ぶ。

O から AB にひいた垂線と AB との交点を H とすると

$$AH = 42 \div 2 = 21 \text{ cm}$$

$\triangle OAH$ において

三平方の定理より

$$OA^2 = OH^2 + AH^2$$

$$r^2 = (r - 9)^2 + 21^2$$

$$r^2 = r^2 - 18r + 81 + 441$$

$$18r = 522$$

$$r = 29 \text{ cm}$$

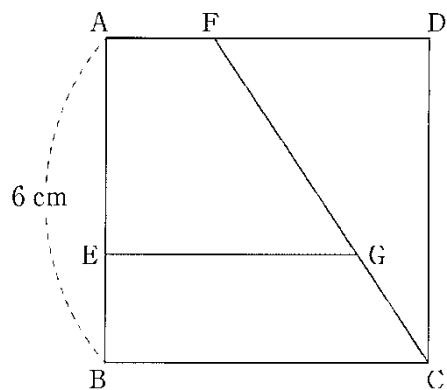
【問 17】

図のような $AB=6\text{ cm}$ の正方形 $ABCD$ がある。辺 AB 上に点 E を $AE=4\text{ cm}$ となるようにとり、辺 AD 上に点 F を $AF=2\text{ cm}$ となるようにとる。

また、線分 CF 上に点 G を $BC \parallel EG$ となるようにとる。

このとき、線分 EG の長さを求めなさい。

(神奈川県 2012 年度)



解答欄

cm

解答

$$\frac{14}{3}\text{ cm}$$

解説

BF と EG の交点を P とする。

$\triangle BAF$ において

$EP \parallel AF$ より

平行線と比の定理を利用して

$$EP:AF=BE:BA$$

$$EP:2=2:6$$

$$6EP=4$$

$$EP=\frac{2}{3}\text{ cm}$$

同様に $\triangle FBC$ において

$PG \parallel BC$ より

$$PG:BC=FP:FB$$

$AF \parallel EP$ より

$$FP:FB=AE:AB \text{ だから}$$

$$PG:6=4:6$$

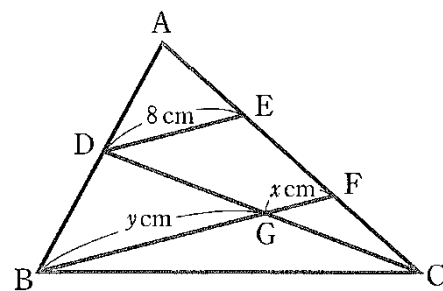
$$PG=4\text{ cm}$$

$$\text{よって } EG=EP+PG=\frac{2}{3}+4=\frac{14}{3}\text{ cm}$$

【問 18】

右の図のように、 $\triangle ABC$ において、辺 AB の中点を D 、辺 AC を 3 等分する点を A に近いほうから順に E 、 F とする。線分 BF と CD の交点を G とするとき、 x 、 y の値をそれぞれ答えなさい。

(新潟県 2012 年度)



解答欄

$x =$, $y =$

解答

$x = 4$, $y = 12$

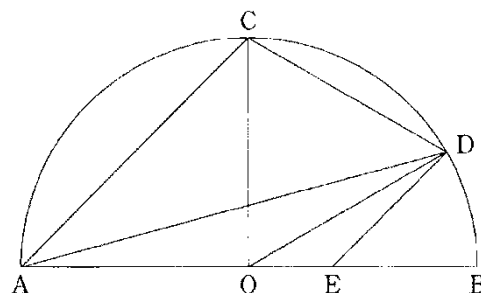
【問 19】

図のように、長さが 8 cm の線分 AB を直径とする半円があり、点 O は線分 AB の中点である。

$\widehat{AB}$ 上に $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ となる点 C, $\widehat{BC}$ 上に $CD = OD$ となる点 D をそれぞれとる。また、線分 AB 上に $CA \parallel DE$ となる点 E をとる。

このとき、次の問いに答えなさい。

(富山県 2012 年度)



問1 $\angle ADC$ の大きさを求めなさい。

問2 線分 AD の長さを求めなさい。

問3 四角形 AEDC の面積を求めなさい。

解答欄

問1	度
問2	() cm
問3	() cm^2

解答

問1 45 度

問2 $(2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \text{ cm}$

問3 $(6 + 6\sqrt{3}) \text{ cm}^2$

解説

問2

C から AD に垂線をひき交点を H とする。

$\triangle HCD$ は $DH:CH:CD=1:1:\sqrt{2}$ の直角三角形で

$CD=OD=4 \text{ cm}$ だから

$$DH=CH=\frac{CD}{\sqrt{2}}=\frac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2} \text{ cm}$$

また $\triangle ACH$ は $CH:AC:AH=1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形だから

$$AH=\sqrt{3} \text{ CH}=\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}=2\sqrt{6} \text{ cm}$$

よって $AD=2\sqrt{2} + 2\sqrt{6} \text{ cm}$

問3

D から AB に垂線をひき交点を K とおく。

$\triangle ODK$ において

$\angle DOK=30^\circ$ だから

$$DK:OD:OK=1:2:\sqrt{3}$$

$OD=4 \text{ cm}$ より

$$DK=\frac{OD}{2}=\frac{4}{2}=2 \text{ cm}$$

$$OK=\sqrt{3} \text{ DK}=2\sqrt{3} \text{ cm}$$

$DE \parallel CA$ より

$\angle DEK=\angle CAB=45^\circ$ だから

$$DK:EK:DE=1:1:\sqrt{2}$$

$$EK=DK=2 \text{ cm}$$

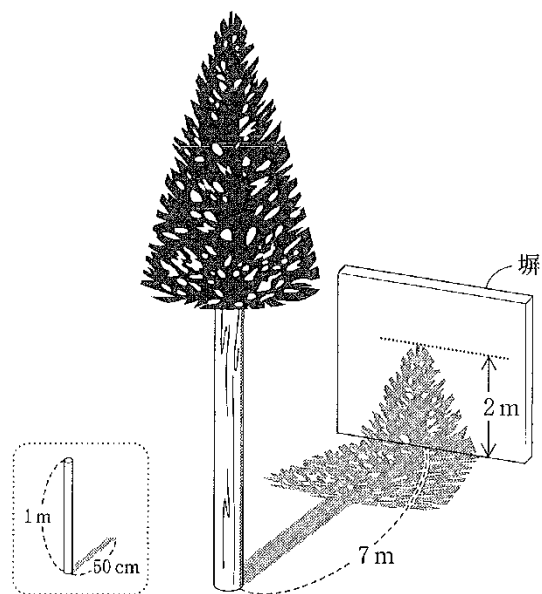
よって求める面積は

$$\triangle ACD + \triangle EAD = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}) \times 2\sqrt{2} + \frac{1}{2} \times (4 + 2\sqrt{3} - 2) \times 2 = 6 + 6\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

【問 20】

ある晴れた日に、長さ 1 m の棒の影の長さをはかると 50 cm であった。このとき、近くにある木の影が右の図のように地面と塀^{へい}に映っていた。この木の高さを求めなさい。ただし、棒、木、塀は地面に対して垂直に立っているものとする。

(石川県 2012 年度)



解答欄

m

解答

16 m

解説

木の高さを x m とする。

相似な図形の比を利用して

$$1:0.5=(x-2):7$$

$$0.5(x-2)=7$$

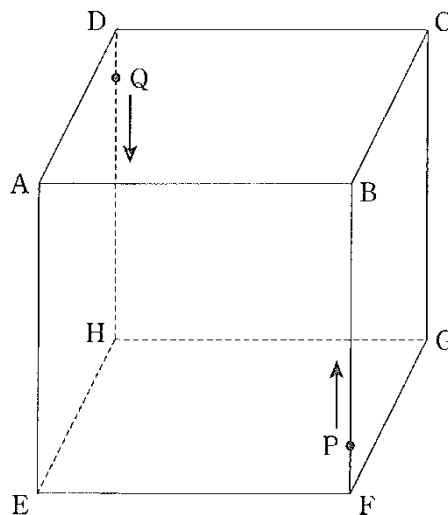
$$0.5x-1=7$$

$$0.5x=8$$

$$x=16 \text{ m}$$

右の図のように、1 辺の長さが 4 cm の立方体 ABCD－EFGH がある。点 P は辺 FB 上を頂点 F から B まで、点 Q は辺 DH 上を頂点 D から H まで、それぞれ毎秒 1 cm の速さで動く。2 点 P、Q が、それぞれ F、D を同時に出発するとき、次の問1～問3に答えなさい。

問1 2点 P, Q が出発してから 1 秒後のとき, 四角形 EPCQ はどんな四角形か, 書きなさい。



問3 2点 P, Q が出発してから, それぞれ B, H に到達するまでの 4 秒間で, 線分 PQ が動いてできる図形の面積を求めなさい。なお, 途中の計算も書くこと。

問1	
問2	cm
問3	〔計算〕
	答 cm ²

解答

問1 平行四辺形

問2 $8\sqrt{5}$ cm

問3

〔計算〕

$$\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{2}\right) \times 2 = 8\sqrt{2}$$

$$8\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

解説

問2

2点 P, Q が出発してから 2 秒後には

P, Q はそれぞれ BF, DH の中点の位置にある。

このとき $\triangle CBP$, $\triangle EFP$, $\triangle CDQ$, $\triangle EHQ$ は合同な直角三角形になるので
三平方の定理より

$$CP = EP = CQ = EQ = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

よって四角形 EPCQ の周の長さは $4 \times 2\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$ cm

問3

長方形 DHFB において

対角線 DF, BH の交点を M とする。

線分 PQ が動いてできる図形は $\triangle MDH$ と $\triangle MFB$ を合せたものになる。

$\triangle ABD$ は直角二等辺三角形なので

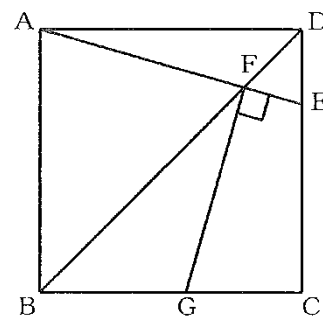
$$DB = AB \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

よって求める面積は $\frac{1}{4} \times 4 \times 4\sqrt{2} \times 2 = 8\sqrt{2} \text{ cm}^2$

【問 22】

図で、四角形 ABCD は正方形、E は辺 DC 上の点で、 $DE = \frac{1}{3} EC$ であり、F は線分 AE と DB との交点である。また、G は辺 BC 上の点で、 $AE \perp FG$ である。
 $AB = 10 \text{ cm}$ のとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(愛知県 A 2012 年度)



(1) 線分 AF の長さは線分 AE の長さの何倍か、求めなさい。

(2) $\triangle FBG$ の面積は何 cm^2 か、求めなさい。

解答欄

(1)	倍
(2)	cm^2

解答

(1) $\frac{4}{5}$ 倍

(2) 24 cm^2

解説

(1)

AB // DE より

$$AF:EF=AB:ED$$

$$DE=\frac{1}{3} EC \text{ より}$$

$$DE:EC=1:3 \text{ だから}$$

$$AB:ED=4:1$$

$$\text{よって } AF:AE=4:5$$

$$AF=\frac{4}{5} AE$$

(2)

AE の延長線と BC の延長線の交点を H とする。

AD // BH より

$$AD:BH=FA:FH=FD:FB=DE:AB=1:4$$

$$\text{よって } BH=4AD=40 \text{ cm}$$

$$FH=\frac{4}{5} AH$$

ここで△ABH において三平方の定理より

$$AH=\sqrt{10^2+40^2}=10\sqrt{17} \text{ cm}$$

$$FH=\frac{4}{5} \times 10\sqrt{17}=8\sqrt{17} \text{ cm}$$

また△CEH と△FGH は相似だから

$$CH:FH=30:8\sqrt{17}=15:4\sqrt{17} \text{ より}$$

$$\triangle CEH:\triangle FGH=15^2:(4\sqrt{17})^2=225:272$$

$$\triangle FGH=\frac{272}{225} \triangle CEH=\frac{272}{225} \times \frac{1}{2} \times 30 \times \left(\frac{3}{4} \times 10\right)=136 \text{ cm}^2$$

F から BC に垂線をひき交点を K とすると

FK // DC より

$$FK:10=4:5$$

$$FK=8 \text{ cm}$$

$$\text{よって } \triangle FBH=\frac{1}{2} \times 40 \times 8=160 \text{ cm}^2$$

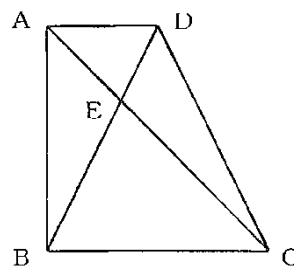
$$\text{したがって } \triangle FBG=\triangle FBH-\triangle FGH=160-136=24 \text{ cm}^2$$

【問 23】

図で、四角形 ABCD は $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$ の台形で、E は線分 AC と DB との交点である。

$AB = BC = 6 \text{ cm}$, $AD = 3 \text{ cm}$ のとき、 $\triangle EBC$ の面積は何 cm^2 か、求めなさい。

(愛知県 B 2012 年度)



解答欄

cm^2

解答

12 cm^2

解説

$AD \parallel BC$ より

$AE:CE = 3:6 = 1:2$

よって $\triangle EBC = \frac{2}{3} \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 12 \text{ cm}^2$

【問 24】

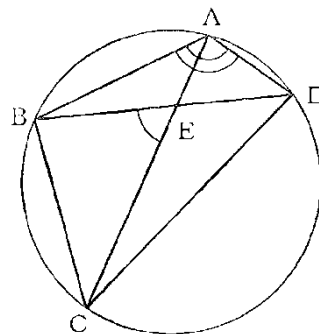
図のように、円周上の 4 点 A, B, C, D を頂点とする四角形 ABCD があり, E は線分 AC と BD との交点である。

AB=BC, 円の半径が 2 cm のとき, 次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(愛知県 B 2012 年度)

(1) $\angle BEC = a^\circ$ のとき, $\angle BAD$ の大きさは何度か, a を使って表しなさい。

(2) $\angle BEC = 60^\circ$ のとき, 線分 BD の長さは何 cm か, 求めなさい。



解答欄

(1)	度
(2)	cm

解答

(1) $180 - a$ 度

(2) $2\sqrt{3}$ cm

解説

(2)

$\angle BEC = 60^\circ$ のとき $\angle BAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

円の中心を O とし BO, DO を結ぶと

点 A を含まない BD に対する中心角 $\angle BOD = 2 \times 120^\circ = 240^\circ$

よって点 A を含む BD に対する中心角 $\angle BOD = 360^\circ - 240^\circ = 120^\circ$

$\triangle BOD$ において

O から BD に垂線をひき交点を H とすると

$OB = OD$ より $\angle BOH = \angle DOH = 60^\circ$

よって $\triangle BOH$ において

三平方の定理より $OH = \frac{OB}{2} = \frac{2}{2} = 1$ cm

$BH = \sqrt{3} OH = \sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$ cm

$BD = 2BH = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ cm

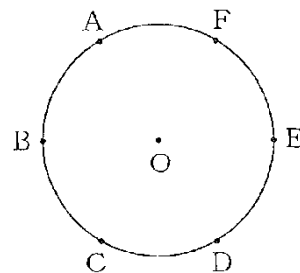
【問 25】

図1のように、半径 1 の円 O の円周を 6 等分する点 A, B, C, D, E, F がある。次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(滋賀県 2012 年度)

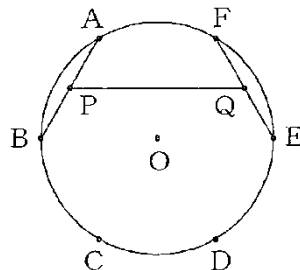
- (1) さいころの 6 つの面に、図1の円周上の点を表す A から F の文字のシールがはってある。このさいころを 2 回投げ、出た文字の 2 つの点を結んだとき、線分の長さが 1 になる確率を求めなさい。ただし、同じ文字が出たときは線分の長さを 0 とする。また、どの文字が出ることも同様に確からしいとする。

図1



- (2) 図2のように、線分 AB, EF の中点を、それぞれ点 P, Q とするとき、線分 PQ の長さを求めなさい。

図2



解答欄

(1)	
(2)	

解答

(1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{3}{2}$

解説

(1)

さいころの目の組み合わせは全部で $6 \times 6 = 36$ 通り

そのうち出た文字を結んだときの線分の長さが 1 になるのは

(A, B), (A, F), (B, A), (B, C), (C, B), (C, D), (D, C), (D, E), (E, D), (E, F), (F, E), (F, A) の 12 通り

よって求める確率は $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$

(2)

A と O, F と O を結ぶ。

AO, FO と PQ との交点をそれぞれ G, H とする。

AP:PB=FQ:QE=1:1 より AF // PQ // BE で AG:GO=FH:HO=1:1

△ABO, △OAF, △FOE について

中点連結定理より

$$PG = \frac{1}{2} BO = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2} \text{ cm}$$

同様に $GH = HQ = \frac{1}{2} \text{ cm}$

よって $PQ = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \text{ cm}$

右の図のように、 $AB=10$ cm, $BC=6$ cm, $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形ABCがある。線分ABの中点をDとし、点Dを通り、線分ACに平行な直線と線分BCとの交点をEとする。また、点Cを中心とし、線分CEを半径とする円をかき、線分ACとの交点をFとする。

(京都府 2012 年度)

解答欄

問1	AC= cm	CE= cm
問2	cm ³	

問1

CE=3 cm

解説

問1

$\triangle ABC$ において

三平方の定理より

$$AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ cm}$$

DE // ACだから平行線と線分の比の定理より

$$BE:EC=BD:DA=1:1$$

$$\text{よってCE} = \frac{1}{2} \text{BC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ cm}$$

問2

ACを軸として一回転させてできた立体は

底面の半径が 6 cm, 高さが 8 cm の円すいから

半径が 3 cm の半球を除いたものである。

よつて求める体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 96\pi - 18\pi = 78\pi \text{ cm}^3$$

【問 27】

右の図のように、円Oの周上に4点A, B, C, Dがこの順にあり、 $AB=AD=2$ cm, $AC=BC$, $\angle ABD=30^\circ$ である。線分ACと線分BDとの交点をEとする。

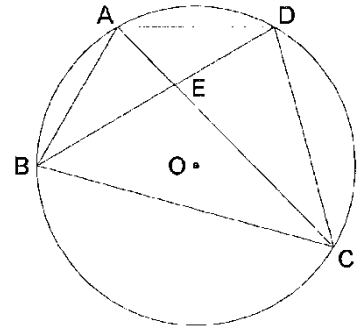
このとき、次の問1～問3に答えよ。

(京都府 2012 年度)

問1 $\angle ACD$ の大きさを求めよ。

問2 点Aから線分BDに垂線をひき、線分BDとの交点をFとするとき、線分AFの長さを求めよ。また、線分BDの長さを求めよ。

問3 $\triangle AED$ の面積を求めよ。



解答欄

問1	$\angle ACD = \quad \circ$	
問2	$AF = \quad \text{cm}$	$BD = \quad \text{cm}$
問3	$\quad \text{cm}^2$	

解答

問1 $\angle ACD=30^\circ$

問2

 $AF = 1 \text{ cm}$
$$BD = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

問3 $(\sqrt{3} - 1) \text{ cm}^2$

解説

問2

AB=ADよりAF ⊥ BDのときBF=DF

また $\angle ABF = 30^\circ$ より $AF:AB:BF = 1:2:\sqrt{3}$

よって $AF = 1$ cm, $BF = \sqrt{3}$ cm, $BD = 2BF = 2\sqrt{3}$ cm

問3

円周角の定理と二等辺三角形の性質より

$$\angle ACB = \angle ADB = \angle ABD = 30^\circ$$
$$AC=BC \text{ より } \angle CAB=(180^{\circ}-30^{\circ}) \div 2=75^{\circ}$$
$$\angle BEA = 180^\circ - 30^\circ - 75^\circ = 75^\circ$$

よって $BE = BA = 2 \text{ cm}$

これよりED = $2\sqrt{3} - 2$ cm

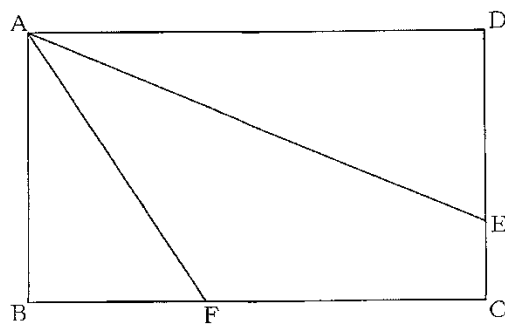
$$\text{よって}\triangle\text{AED}=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{3}-2)\times 1=\sqrt{3}-1\text{cm}^2$$

【問 28】

右の図の四角形 ABCD は、 $AB=7\text{ cm}$ 、 $BC=12\text{ cm}$ の長方形である。点 E、F はそれぞれ辺 DC、BC 上の点であり、 $DE=5\text{ cm}$ 、 $\angle BAF=\angle EAF$ である。各問いに答えよ。

(奈良県 2012 年度)

問1 点 F を、定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお、作図に使った線は消さずに残しておくこと。



問2 $\angle DAE=a^\circ$ とするとき、 $\angle AFC$ の大きさを a を用いて表せ。

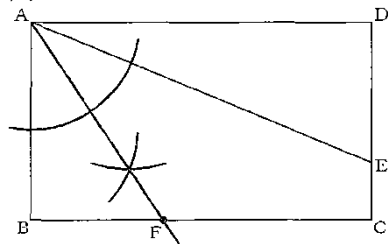
問3 線分 BF と線分 FC の長さの比を求めよ。

解答欄

問1	〔作図〕	
問2		
問3	BF:FC=	:

解答

問1



問2 $135^\circ - \frac{a^\circ}{2}$

問3 BF:FC=7:11

解説

問2

$$\angle \text{BAF} = \angle \text{FAE} = \frac{90^\circ - a^\circ}{2} = 45^\circ - \frac{a^\circ}{2}$$

$\triangle ABF$ において

三角形の内角と外角の関係より

$$\angle AFC = \angle BAF + \angle ABF = 45^\circ - \frac{a^\circ}{2} + 90^\circ = 135^\circ - \frac{a^\circ}{2}$$

問3

ΔADE において

三平方の定理より

$$AE = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$$

DC と AF の延長線の交点を G とする。

AB // DG より $\angle BAG = \angle EGA$

$$\angle \text{BAG} = \angle \text{EAG} \text{ より } \angle \text{EAG} = \angle \text{EGA}$$

よって $EG=EA=13\text{ cm}$

AB // EG より

平行線と線分の比の定理から

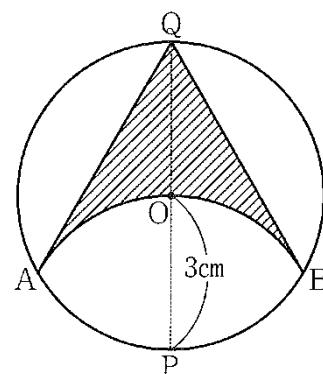
$$BF:FC=AB:GC=7:(13+5-7)=7:11$$

【問 29】

右の図のように、点 O を中心とし PQ を直径とする半径 3 cm の円と、点 P を中心とし PO を半径とする円との交点を A, B とする。

このとき、線分 QA 、線分 QB 、点 O を含む弧 AB で囲まれた斜線部分の図形の面積を求めなさい。

(鳥取県 2012 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$9\sqrt{3} - 3\pi \text{ cm}^2$$

解説

O と A 、 A と P 、 O と B 、 B と P を結ぶ。

$\triangle OAP$ 、 $\triangle OBP$ は正三角形なので

おうぎ形 PAB は半径が 3 cm 、中心角が 120° である。

また円周角の定理より

$\angle QAP = 90^\circ$ で $\angle QPA = 60^\circ$ だから

$\triangle QAP$ において

$$AP:QA = 1:\sqrt{3}$$

$$AP = 3\text{ cm} \text{ より } QA = 3\sqrt{3}\text{ cm}$$

よって斜線部分の面積は

四角形 $QAPB$ －おうぎ形 PAB

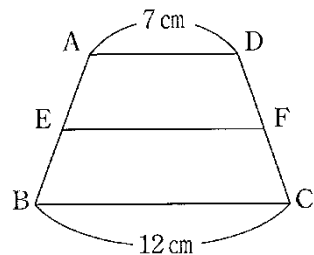
$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3\sqrt{3} \times 2 - \pi \times 3^2 \times \frac{120}{360}$$

$$= 9\sqrt{3} - 3\pi \text{ cm}^2$$

【問 30】

図において、四角形 ABCD は $AD \parallel BC$ の台形であり、E、F はそれぞれ辺 AB、CD の中点である。 $AD=7\text{ cm}$ 、 $BC=12\text{ cm}$ のとき、EF の長さを求めなさい。

(島根県 2012 年度)



解答欄

cm

解答

9.5 cm

解説

AC と EF の交点を G とする。

$\triangle ABD$ において

$EG \parallel AD$ より

$BG:GD=BE:EA=1:1$

よって中点連結定理より

$$EG = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} \times 7 = \frac{7}{2} \text{ cm}$$

$\triangle DBC$ においても同様に

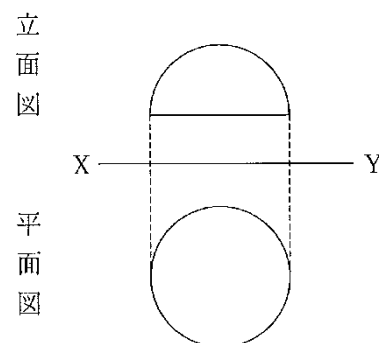
$$GF = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ cm}$$

$$\text{よって } EF = \frac{7}{2} + 6 = \frac{19}{2} = 9.5 \text{ cm}$$

【問 31】

菓子店で売られているお菓子は、次の投影図で表される半径 3 cm の半球形であった。このお菓子 1 個の体積を求めなさい。

(島根県 2012 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$18\pi \text{ cm}^3$$

解説

半径 r の球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ より

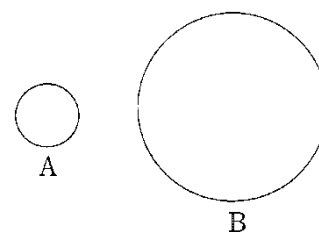
半径 3 cm の半球の体積は

$$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 \times \frac{1}{2} = 18\pi \text{ cm}^3$$

【問 32】

右の図のように、円 A、B があり、A と B の相似比は 1:3 である。円 A の面積が $4\pi \text{ cm}^2$ であるとき、円 B の面積は cm^2 である。

(岡山県 2012 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$36\pi \text{ cm}^2$$

解説

相似比が 1:3 より

$$\text{面積比は } 1^2:3^2=1:9$$

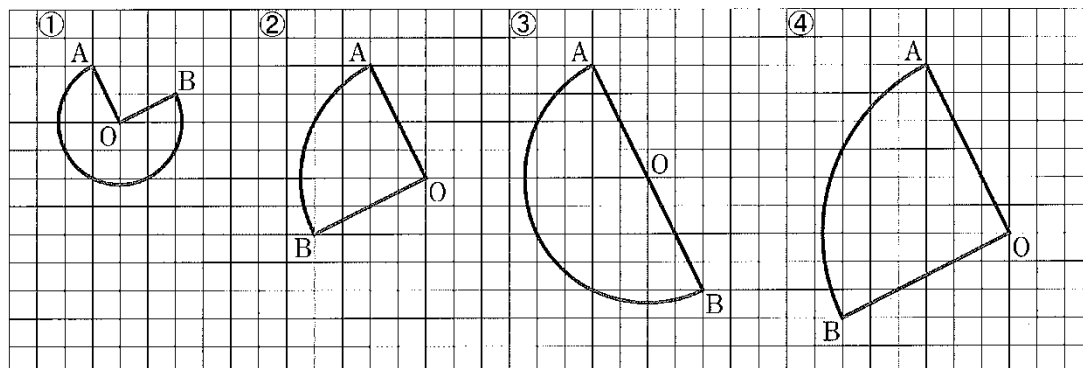
よって 4π : 円 B の面積 = 1:9

$$\text{円 B の面積は } 4\pi \times 9 = 36\pi \text{ cm}^2$$

【問 33】

下の①～④はそれぞれ、半径 OA , OB と $\widehat{AB}$ で囲まれたおうぎ形です。①～④の中に、 $\widehat{AB}$ の長さが等しいものが 2 つあります。それはどれとどれですか。その 2 つの番号を書きなさい。ただし、3 点 O , A , B は方眼紙の縦の線と横の線の交点です。

(広島県 2012 年度)



解答欄

解答

①, ④

解説

$OA=r$ とすると AB の長さは

$$\textcircled{1} \quad 2\pi r \times \frac{3}{4} = \frac{3}{2}\pi r$$

$$\textcircled{2} \quad 2\pi \times 2r \times \frac{1}{4} = \pi r$$

$$\textcircled{3} \quad 2\pi \times 2r \times \frac{1}{2} = 2\pi r$$

$$\textcircled{4} \quad 2\pi \times 3r \times \frac{1}{4} = \frac{3}{2}\pi r$$

よって等しいのは①と④

【問 34】

1 辺の長さが 2 cm の正三角形 F と, 1 辺の長さが 3 cm の正三角形 G がある。F と G の面積の比を求めなさい。

(徳島県 2012 年度)

解答欄

F の面積:G の面積＝ :

解答

F の面積:G の面積＝4:9

解説

正三角形は相似で

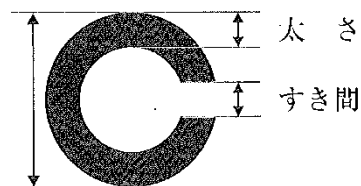
F と G の相似比は 2:3 だから

F と G の面積比は $2^2:3^2=4:9$

【問 35】

右の図は、視力を検査するときに使うもので、「ランドルト環」とよばれている。

ランドルト環は、直径とすき間の大きさの比は 5:1 で、すき間の大きさと太さは同じである。



日本では、直径 7.5 mm、すき間 1.5 mm、太さ 1.5 mm のランドルト環を、5 m 離れたところから見たときにすき間が判別できれば 1.0 の視力があるとされている。問1～問3に答えなさい。

(徳島県 2012 年度)

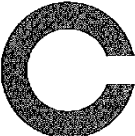
問1 直径 7.5 mm、すき間 1.5 mm、太さ 1.5 mm のランドルト環を、大きさは変えずに x m 離れたところから見たときにすき間が判別できれば y の視力があるとする。このとき、 x と y には次のような比例の関係があることが知られている。

--	--	--	--	--

 にあてはまる数を書きなさい。

x	...	4	5	6	...
y	...	0.8	1.0		...

問2 異なる大きさのランドルト環を用いた視力検査表を使って、5 m 離れたところから距離は変えずに視力を検査するとき、ランドルト環の直径やすき間と視力との間には、次のような反比例の関係があることが知られている。(1)・(2)に答えなさい。

		
直径 15 mm	直径 7.5 mm	直径 (ア) mm
すき間 3 mm	すき間 1.5 mm	すき間 (イ) mm
視力 0.5	視力 1.0	視力 1.5

(1) (ア)・(イ) に、それぞれあてはまる数を書きなさい。

(2) ランドルト環の直径を x mm、視力を y とするとき、 y を x の式で表しなさい。

問3 科学部に所属するのりこさんは、5 m 離れたところから検査できる視力検査表をもとにして、3 m 離れたところから検査できる視力検査表をつくることができるのではないかと思います、理科室で大きさの異なる 2 つのランドルト環を厚紙でつくり確かめてみることにした。次は、そのときののりこさんの考え方である。(1)・(2)に答えなさい。

【のりこさんの考え方】

図1のような 2 つのランドルト環を図2のように置き、電球の中心 A から出る光によってスクリーンに映る 2 つの影がちょうど重なるよう、位置を調整する。このとき、A の位置からランドルト環 P を見ることは、ランドルト環 Q を見ることに同じであると考えられる。

そこで、ランドルト環 P の直径を BC、ランドルト環 Q の直径を DE、電球の中心 A からランドルト環 P までの距離を x 、ランドルト環 Q までの距離を y として、直径と距離の関係について調べる。

図1

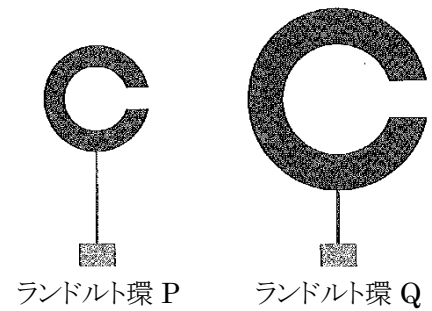
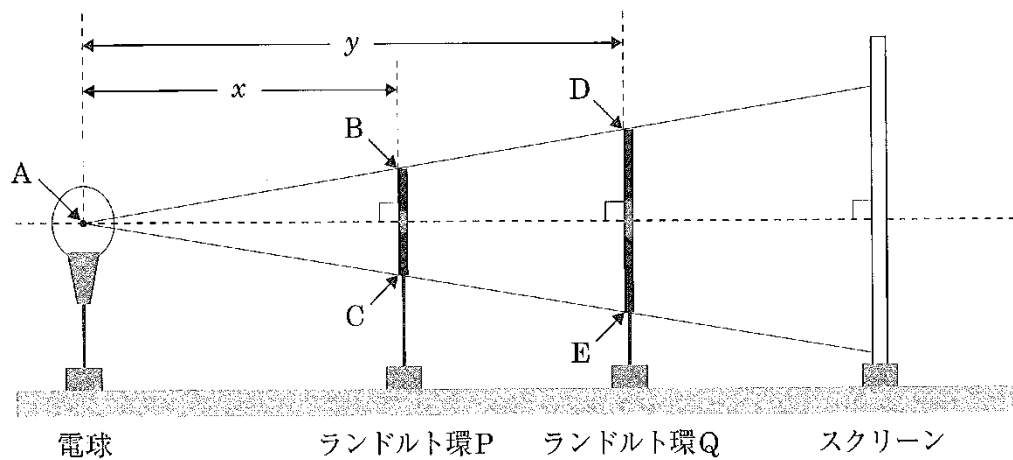


図2



$\triangle ABC$ と $\triangle ADE$ で、

BC // DE から、同位角は等しいので、 $\angle ABC = \angle ADE$ ①

共通な角だから、 $\angle BAC = \angle DAE$ ②

①、②から、(ア) ので、

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

したがって、三角形の相似および平行線と線分の比の関係から、

$BC : DE = x : y$ が成り立つ。

そこで、 $x = 3 \text{ m}$ 、 $y = 5 \text{ m}$ とすると、

イ

(1) 【のりこさんの考え方】の (ア) にあてはまる三角形の相似条件を書きなさい。

(2) 3 m 離れたところから検査できる視力検査表のランドルト環の大きさはどのようにすればよいかを、イ に言葉や式を用いて書き、【のりこさんの考え方】を完成させなさい。

解答欄

問1		
問2	(1)	ア イ
	(2)	
問3	(1)	
	(2)	

解答

問1 1.2

問2

(1) ア 5 イ 1

$$(2) y = \frac{7.5}{x}$$

問3

(1) 2組の角が、それぞれ等しい

(2)

$$BC:DE=3:5 \text{ より } BC = \frac{3}{5} DE$$

つまり 5 m 離れたところから検査できる視力検査表のランドルト環の大きさの $\frac{3}{5}$ 倍にすればよい。

解説

問1

x と y には比例の関係があり $\frac{y}{x} = \frac{1}{5}$ より y は x に比例し $y = \frac{1}{5}x$ の関係があるとわかる。

$$x=6 \text{ を代入して } y = \frac{1}{5} \times 6 = 1.2$$

問2

(1)

すき間と視力の間には反比例の関係があり

すき間 $\times$ 視力 $= 1.5$ より

$$\text{イ} \times 1.5 = 1.5$$

よってイは 1

また直径:すき間 $= 5:1$ より

$$\text{直径はア} = 1 \times 5 = 5$$

(2)

直径が x mm のとき

$$\text{すき間は } \frac{1}{5}x \text{ mm}$$

すき間 $\times$ 視力 $= 1.5$ より

$$\frac{1}{5}x \times y = 1.5$$

$$y = \frac{7.5}{x}$$

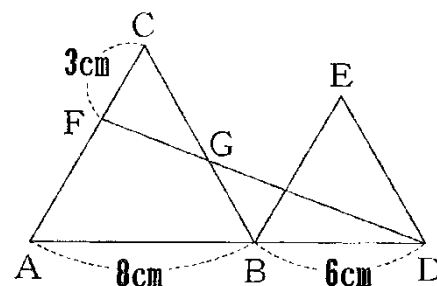
【問 36】

右の図のように、1 辺が 8 cm の正三角形 ABC と、1 辺が 6 cm の正三角形 BDE があり、点 D は辺 AB の延長上の点で、2 点 C、E は直線 AD について同じ側にある。

辺 AC 上に、2 点 A、C と異なる点 F をとり、線分 DF と辺 BC との交点を G とする。

CF=3 cm であるとき、線分 BG の長さは何 cm か。

(香川県 2012 年度)



解答欄

cm

解答

$$\frac{10}{3} \text{ cm}$$

解説

BE と FD の交点を K とする。

$\angle DBE = \angle DAC = 60^\circ$ より

同位角が等しいので

$BE \parallel AC$

よって平行線と線分の比の定理より

$BK : AF = DB : DA$

$BK : 5 = 6 : 14$

$14BK = 30$

$$BK = \frac{15}{7} \text{ cm}$$

また $BC \parallel DE$ だから

$BG : ED = BK : EK$

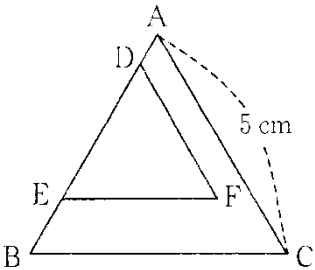
$$BG : 6 = \frac{15}{7} : \left(6 - \frac{15}{7} \right)$$

$$\frac{27}{7} BG = 6 \times \frac{15}{7}$$

$$BG = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

【問 37】

図において、三角形 ABC は、1 辺の長さが 5 cm の正三角形であり、辺 AB 上に、 $AD < AE$, $AD:EB=1:2$ となるように点 D と点 E をとる。点 D を通り辺 AC に平行な直線と、点 E を通り辺 BC に平行な直線との交点を F とし、三角形 DEF をつくる。このとき、次の問1・問2に答えなさい。



(高知県 2012 年度 前期)

問1 $AD=1$ cm のとき、三角形 ABC から三角形 DEF を除いた残りの部分の図形の面積を求めよ。

問2 三角形 ABC から三角形 DEF を除いた残りの部分の図形の面積が、三角形 ABC の面積の 36% であるとき、線分 AD の長さを求めよ。

解答欄

問1	cm ²
問2	cm

解答

問1 $\frac{21}{4} \sqrt{3} \text{ cm}^2$

問2 $\frac{1}{3} \text{ cm}$

解説

問1

AD=1 cm のとき AD:EB=1:2 より

EB=2 cm

このとき DE=5-1-2=2 cm

△ABC, △DEF は正三角形なので相似である。

△ABC と △DEF の相似比は 2:5 だから

面積比は $2^2:5^2=4:25$

よって $\triangle DEF = \frac{4}{25} \triangle ABC$

△ABC において A から BC に垂線をひき交点を H とすると

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 5 = \frac{5\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

$$\text{よって } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times AH = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

$$\text{したがって } \triangle DEF = \frac{4}{25} \times \frac{25\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\text{求める面積は } \frac{25\sqrt{3}}{4} - \sqrt{3} = \frac{21\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

問2

△DEF は △ABC の $100-36=64 \%$ だから

△DEF と △ABC の面積比は

$$64:100=8^2:10^2$$

よって相似比は

$$8:10=4:5$$

DE:AB=4:5 で

AB=5 cm より DE=4 cm

$$\text{よって } AD = \frac{1}{3} (5-4) = \frac{1}{3} \text{ cm}$$

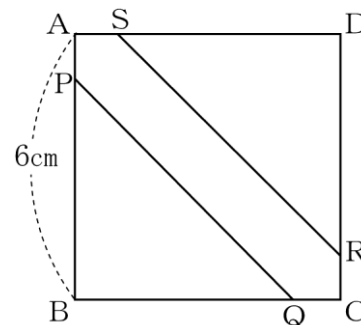
【問 38】

図のように、1 辺の長さが 6 cm の正方形 ABCD がある。線分 AP, QC, CR, SA の長さがすべて等しくなるように辺 AB 上に点 P, 辺 BC 上に点 Q, 辺 CD 上に点 R, 辺 DA 上に点 S をとり、点 P と点 Q, 点 S と点 R をそれぞれ結ぶ。このとき、次の問1・問2に答えなさい。

(高知県 2012 年度 後期)

問1 三角形 PBQ の面積が 8 cm^2 のとき、線分 PQ の長さを求めよ。

問2 $AP = \sqrt{5} \text{ cm}$ のとき、六角形 APQCRS の面積を求めよ。



解答欄

問1	cm
問2	cm^2

解答

問1 $4\sqrt{2} \text{ cm}$

問2 $(12\sqrt{5} - 5) \text{ cm}^2$

解説

問1

$AP = QC$, $AB = BC$ より

$PB = BQ$

$PB = BQ = x \text{ cm}$ とおく。

$\triangle PBQ = 8 \text{ cm}^2$ より

$$\frac{1}{2} \times x^2 = 8$$

$$x^2 = 16$$

$x > 0$ より

$$x = 4 \text{ cm}$$

$\triangle PBQ$ は直角二等辺三角形だから

$$PQ = \sqrt{2} PB = \sqrt{2} \times 4 = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

問2

$AP = \sqrt{5} \text{ cm}$ のとき

$$PB = BQ = SD = RD = 6 - \sqrt{5} \text{ cm}$$

六角形 APQCRS の面積は正方形 ABCD - $2\triangle PBQ$ より

$$6^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times (6 - \sqrt{5})^2$$

$$= 36 - (36 - 12\sqrt{5} + 5)$$

$$= 36 - (41 - 12\sqrt{5})$$

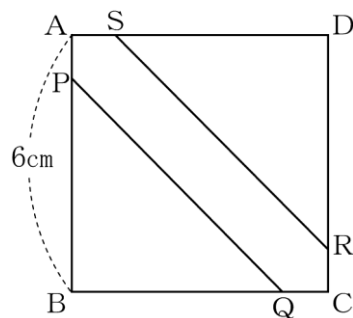
$$= 36 - 41 + 12\sqrt{5}$$

$$= 12\sqrt{5} - 5 \text{ cm}^2$$

【問 39】

図のように、1 辺の長さが 6 cm の正方形 ABCD がある。線分 AP, QC, CR, SA の長さがすべて等しくなるように辺 AB 上に点 P, 辺 BC 上に点 Q, 辺 CD 上に点 R, 辺 DA 上に点 S をとり、点 P と点 Q, 点 S と点 R をそれぞれ結ぶ。このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(高知県 2012 年度 後期)



問1 三角形 PBQ の面積が 8 cm^2 のとき、線分 PQ の長さを求めよ。

問2 $AP = \sqrt{5} \text{ cm}$ のとき、六角形 APQCRS の面積を求めよ。

問3 六角形 APQCRS の面積が、三角形 PBQ の面積の $\frac{2}{5}$ 倍であるとき、線分 AP の長さを求めよ。

解答欄

問1	cm
問2	cm^2
問3	cm

解答

問1 $4\sqrt{2} \text{ cm}$

問2 $(12\sqrt{5} - 5) \text{ cm}^2$

問3 $(6 - \sqrt{30}) \text{ cm}$

解説

問3

六角形 APQCRS = 正方形 ABCD - $2\triangle PBQ$ より

正方形 ABCD - $2\triangle PBQ = \frac{2}{5} \triangle PBQ$ より

$\frac{12}{5} \triangle PBQ = \text{正方形 ABCD}$

$\triangle PBQ = \frac{5}{12} \text{ 正方形 ABCD}$

$BP = x \text{ cm}$ とする。

$\frac{1}{2}x^2 = \frac{5}{12} \times 6^2$

$x^2 = 30$

$x > 0$ より $x = \sqrt{30} \text{ cm}$

よって $AP = 6 - \sqrt{30} \text{ cm}$

【問 40】

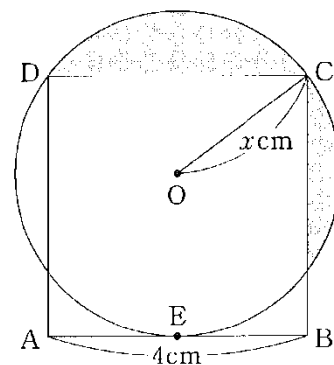
図のように、円 O と 1 辺の長さが 4 cm の正方形 $ABCD$ がある。辺 AB は点 E で円 O に接し、点 C, D は円 O の周上にある。

このとき、(1)、(2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 2012 年度 一般)

(1) 円 O の半径を $x\text{ cm}$ とするとき、 x の値を求めなさい。

(2) 右の図で、色をつけた部分の面積を求めなさい。



解答欄

(1)	
(2)	cm^2

解答

(1) $\frac{5}{2}$

(2) $\frac{25}{8}\pi - 6\text{ cm}^2$

解説

(1)

EO の延長線と CD の交点を H , 円 O の周と BC の交点を K とする。

$$OH = 4 - x\text{ cm}$$

$OH \parallel BC$ より

$$DH : HC = DO : OK = 1 : 1 \text{ より}$$

$$CH = \frac{4}{2} = 2\text{ cm}$$

$\triangle OCH$ で

三平方の定理より

$$(4 - x)^2 + 2^2 = x^2$$

$$x = \frac{5}{2}$$

【問 41】

次の問いに答えなさい。

(長崎県 2012 年度)

問1 図1のように、 $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形 ABC があり、 $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$ とする。この直角三角形の3辺の長さの間に成り立つ三平方の定理を、 a , b , c を使って式で表せ。

図1

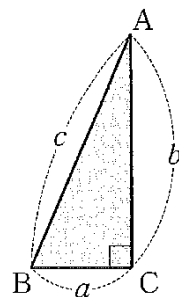
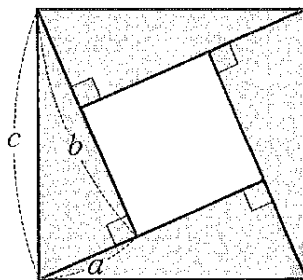
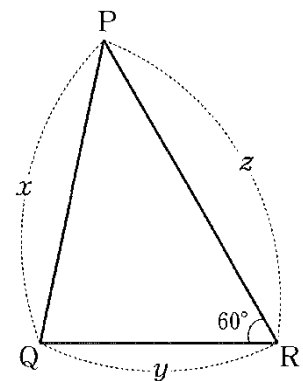


図2



問2 図2のように、図1の直角三角形 ABC と合同な直角三角形を4つ並べると、1辺の長さが c の正方形を作ることができる。このとき、問1で表した式が成り立つことを証明せよ。

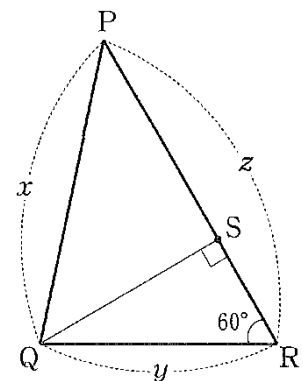
図3



問3 図3, 図4のように、 $\triangle PQR$ があり、 $\angle PRQ=60^\circ$ である。 $PQ=x$, $QR=y$, $RP=z$ とするとき、次の(1), (2)に答えよ。

(1) 図4のように、辺 PR 上に $\angle QSR=90^\circ$ となる点 S をとるとき、線分 SR の長さを y の式で表せ。

図4



(2) x , y , z の間に、 $x^2=y^2-yz+z^2$ の関係が成り立つことを証明せよ。

解答欄

問1		
問2		
問3	(1)	
	(2)	

解答

問1 $a^2 + b^2 = c^2$

問2

1 辺の長さが c である外側の正方形の面積は

$\triangle ABC$ の面積の 4 倍と 1 辺の長さが $b-a$ である内側の正方形の面積の和に等しいから

$$c^2 = \frac{1}{2} ab \times 4 + (b-a)^2$$

$$= 2ab + b^2 - 2ab + a^2$$

$$= a^2 + b^2$$

したがって

$$a^2 + b^2 = c^2$$

問3

(1) $\frac{1}{2}y$

(2)

$$SQ = \frac{\sqrt{3}}{2}y$$

$$PS = z - \frac{1}{2}y \text{ であるから}$$

$\triangle PQS$ において

三平方の定理より

$$x^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}y \right)^2 + \left(z - \frac{1}{2}y \right)^2$$

$$= \frac{3}{4}y^2 + z^2 - yz + \frac{1}{4}y^2$$

$$= y^2 - yz + z^2$$

したがって

$$x^2 = y^2 - yz + z^2$$

解説

問3

(1)

$\triangle QSR$ は $\angle QRS = 60^\circ$ の直角三角形より

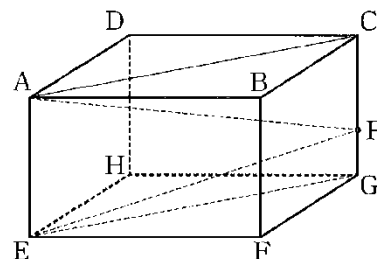
$$SR : y = 1 : 2$$

$$SR = \frac{1}{2}y \text{ cm}$$

【問 42】

図は、直方体 $ABCD-EFGH$ であり、辺 CG 上に点 P をとったものである。 $\angle CAP=25^\circ$ 、 $\angle EPG=78^\circ$ のとき、 $\angle APE$ の大きさは何度か。

(鹿児島県 2012 年度)



解答欄

度

解答

37 度

解説

長方形 $AEGC$ において

P から AE に垂線をひき交点を K とする。

$AC \parallel KP$ より錯角は等しいので

$$\angle APK = \angle CAP = 25^\circ$$

$$\angle EPK = 90^\circ - \angle EPG = 90^\circ - 78^\circ = 12^\circ$$

$$\text{よって } \angle APE = 25^\circ + 12^\circ = 37^\circ$$

【問 43】

右の図は、線分 AB を直径とし、点 O を中心とする半円の $\widehat{AB}$ 上に、2 点 A, B と異なり、互いに一致しない 3 点を取り、点 A に近い方から順に点 C, D, E としたものである。点 A と点 C 、点 C と点 D 、点 D と点 E 、点 E と点 B をそれぞれ結び、2 直線 AD, BE の交点を F とする。このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(鹿児島県 2012 年度)

問1 $\angle AOD = 60^\circ$ 、 $\widehat{AC} = \widehat{CD}$ となるように 2 点 C, D をとる。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

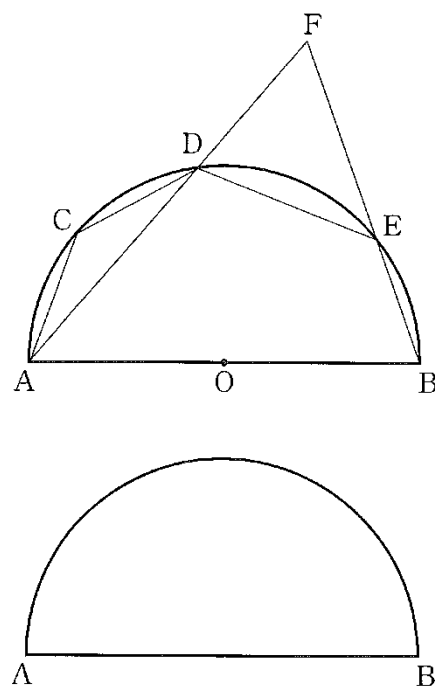
(1) 半円の中心 O と点 C を定規とコンパスを使って作図せよ。ただし、中心 O と点 C の位置を示す文字 O, C も書き入れ、作図に用いた線も残しておくこと。

(2) $\angle ACD$ の大きさは何度か。

問2 $AB = 2 \text{ cm}$ 、 $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EB}$ のとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(1) 線分 FD の長さは何 cm か。

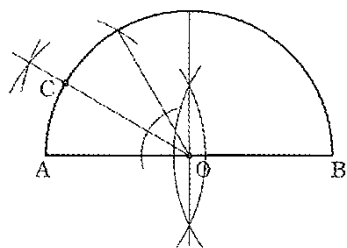
(2) 2 つの線分 FD, FE と $\widehat{DE}$ とで囲まれた部分の面積は何 cm^2 か。ただし、円周率は π とする。



解答欄

問1	(1)	
	(2)	度
問2	(1)	cm
	(2)	cm^2

(1)



(1) $2 - \sqrt{2}$ cm

解説

△OAD は $\angle AOD = 90^\circ$ の直角二等辺三角形だから
三平方の定理より

また $\triangle BAF$ において

$\angle OBE = \angle BAF = 45^\circ$ より

同位角が等しいので

$$OE \parallel AF$$

よって平行線と線分の比の定理より

$$BE:EF=BO:OA=1:1$$

中点連結定理より

$$AF = 2OE = 2 \times 1 = 2 \text{ cm}$$

よって $FD = 2 - \sqrt{2}$ cm

(2)

O から AF に垂線をひき交点を H とする。

$\triangle AOH$ は $\angle AHO = 90^\circ$ の直角二等辺三角形だから
三平方の定理より

$$OH = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm}$$

求める面積は

台形 OEFD—おうぎ形 ODE

$$= \{1 + (2 - \sqrt{2})\} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} - \pi \times 1^2 \times \frac{45}{360}$$

$$= \frac{6\sqrt{2} - 4 - \pi}{8} \text{ cm}^2$$

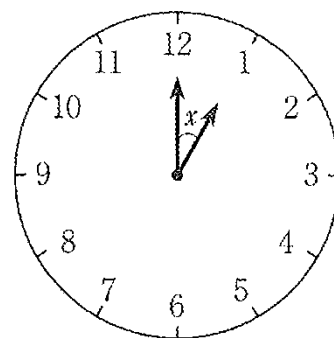
【問 44】

図1の時計は、1時を示している。このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2012 年度)

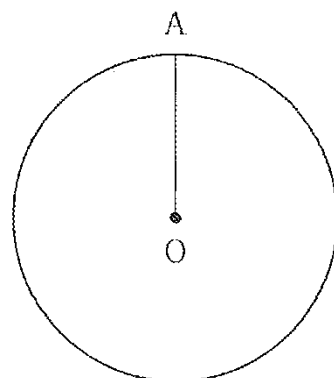
問1 長針と短針の間の角を $\angle x$ とする。このとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

図1



問2 図2の円 O で、線分 OA は図1の時計の長針を表す。このとき、図1の短針を表す線分を、定規とコンパスを使って作図しなさい。

図2



解答欄

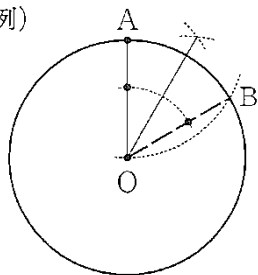
問1	$\angle x =$ °
問2	

解答

問1 $\angle x = 30^\circ$

問2

(例)



解説

問1

$$\angle x = 360^\circ \div 12 = 30^\circ$$