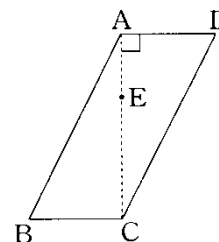


4.空間図形 回転体に関する問題(長さ・面積・体積ほか)

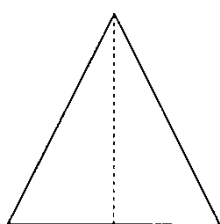
【問 1】

図の四角形 $ABCD$ は、平行四辺形であり、 $AD=6\text{ cm}$, $AC=12\text{ cm}$, $\angle DAC=90^\circ$ である。また、点 E は線分 AC 上の点で $AE=4\text{ cm}$ である。この平行四辺形 $ABCD$ を AC を軸とし、1回転させて立体をつくった。

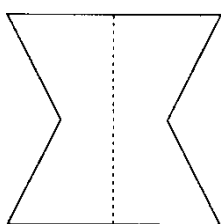
(秋田県 2002 年度)



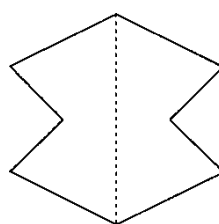
- ① この立体を、回転の軸をふくむ平面で切ったとき、切り口の形を表すものを次のア～エから1つ選び、記号を書きなさい。



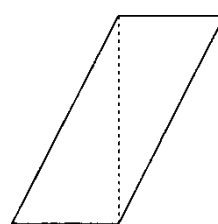
ア



イ



ウ



エ

- ② この立体を、点 E を通り、回転の軸に垂直な平面で切ったとき、その切り口の面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

解答欄

①	
②	cm^2

解答

① イ

② $16\pi \text{ cm}^2$

解説

①

平面図形を1回転させてつくった立体を回転の軸をふくむ平面で切ったとき

切り口は元の図形と元の図形を軸にそって線対称に移動させた図形と合わせたものになる。

②

右図のように

点 E を通り AD と平行な直線を引き CD との交点を F とすると

切り口はこの EF を半径とした円である。

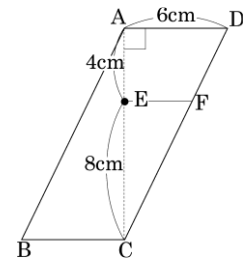
また $EF = x \text{ cm}$ とすると

$\triangle ACD \sim \triangle ECF$ より

$x:6=8:12$ より

$x=4 \text{ cm}$

よって切り口の面積は $\pi \times 4^2 = 16\pi \text{ cm}^2$

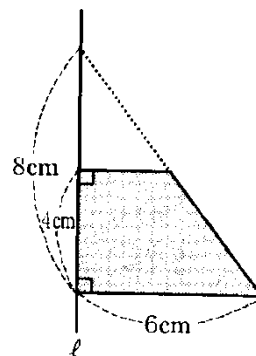


【問 2】

図は、底辺 6 cm、高さ 8 cm の直角三角形を高さの $\frac{1}{2}$ のところで切り取ってできた台形である。この台形を、直線 ℓ を軸として 1 回転したときにできる立体の体積を求めなさい。

(ただし、円周率は π とする。)

(富山県 2002 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$84\pi \text{ cm}^3$$

解説

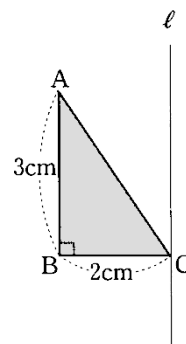
大きい円錐と小さい円錐の体積の差として求める。

$$\frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8 - \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 4 = 84\pi \text{ cm}^3$$

【問 3】

図のような直角三角形 ABC と、その頂点 C を通り辺 AB に平行な直線 ℓ がある。直線 ℓ を軸として、 $\triangle ABC$ を 1 回転させてできる立体の体積を、円周率 π を用いて求めなさい。

(山口県 2002 年度)



解答欄

cm^3

解答

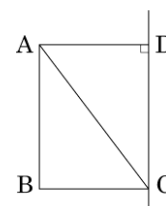
$$8\pi \text{ cm}^3$$

解説

求める体積

= 長方形 ABCD を回転させてできる円柱の体積 - $\triangle ACD$ を回転させてできる円すいの体積

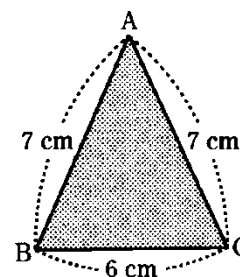
$$= \pi \times 2^2 \times 3 - \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 3 = 8\pi \text{ cm}^3$$



【問 4】

図のような、 $AB=AC=7\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ がある。辺 BC を軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる立体の体積を求めよ。(円周率は π を用いること。)

(愛媛県 2002 年度)



解答欄

cm^3

解答

$80\pi\text{ cm}^3$

解説

頂点 A から底辺 BC に垂線 AH をひくと

三平方の定理より

$$AH^2 = AB^2 - BH^2$$

$$\text{つまり } AH^2 = 7^2 - 3^2 = 40$$

$AH > 0$ より

$$AH = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ を辺 BC を軸として1回転させてできる立体は

底面の半径が $2\sqrt{10}\text{ cm}$ で高さが 3 cm の円錐を2つ合わせたような形になる。

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{10})^2 \times 3 \times 2 = 80\pi\text{ cm}^3$$

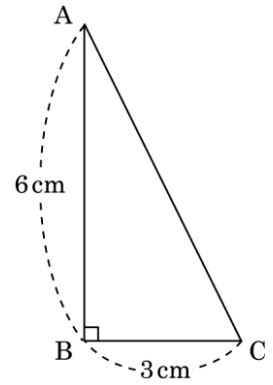
【問 5】

高さ 8 cm の円柱がある。この円柱の体積は、図のような $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 6$ cm, $BC = 3$ cm の $\triangle ABC$ を、辺 AB を軸として1回転させてできる立体の体積と等しくなる。

このとき、次のア～エのうちから、この円柱の底面の半径として正しいものを、1つ選び符号で答えなさい。

(千葉県 2003 年度)

ア $\frac{3}{5}$ cm イ $\frac{5}{4}$ cm ウ $\frac{3}{2}$ cm エ $\frac{8}{5}$ cm



解答欄

解答

ウ

解説

回転体の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi$$

円柱の底面の半径を x cm とすると

$$\pi \times x^2 \times 8 = 18\pi$$

$$x^2 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

$x > 0$ より

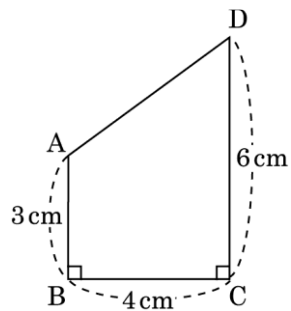
$$x = \frac{3}{2}$$

よってウ

【問 6】

図のような, $AB=3\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$, $CD=6\text{ cm}$, $\angle B=\angle C=90^\circ$ の台形 $ABCD$ がある。この台形を辺 AB を軸として1回転させてできる立体の体積は, cm^3 である。

(岡山県 2003 年度)



解答欄

解答

80π

解説

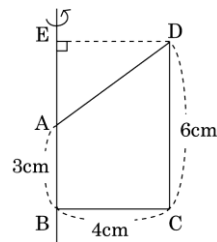
D から回転の軸に垂線 DE をひくと

求める立体の体積は

底面の半径 DE 高さ EB の円柱の体積から

底面の半径 DE 高さ EA の円錐の体積をひいたものに等しい。

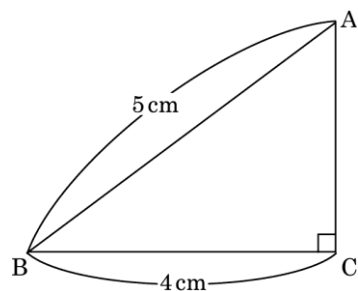
よって $\pi \times 4^2 \times 6 - \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times (6-3) = 96\pi - 16\pi = 80\pi \text{ cm}^3$



【問 7】

図のような $AB=5\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$, $\angle C=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。この三角形を辺 AC を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(佐賀県 2003 年度)



解答欄

 cm^3

解答

$16\pi \text{ cm}^3$

解説

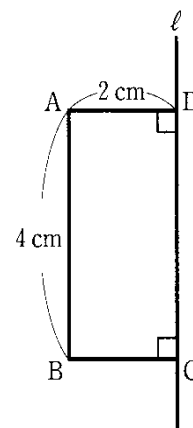
三平方の定理より $AC=3\text{ cm}$

よって $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi \text{ cm}^3$

【問 8】

右の図の長方形 ABCD を直線 l を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(青森県 2004 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$16\pi \text{ cm}^3$$

解説

半径 2cm, 高さ 4cm の円柱となる。

$$\pi r^2 h = \pi \times 2^2 \times 4 = 16\pi \text{ cm}^3$$

【問 9】

図 1 の $\triangle ABC$ は、辺 AB と辺 BC の長さの和が 10cm で、 $\angle C = 90^\circ$ の直角三角形である。これを、2 点 A, C を通る直線 ℓ を軸として 1 回転させ、円すいをつくる。次は、あるクラスで、この円すいをもとに連立方程式の学習をしたときの、授業の場面です。円周率を π としあとの問いに答えなさい。

(山形県 2004 年度)

<授業の場面>

先生： AB の長さを $x\text{ cm}$ 、 BC の長さを $y\text{ cm}$ とするとき、 x と y の関係を等式に表すと、どうなりますか。

正男： $x + y = 10$ となります。

先生： そうですね。次に、この円すいの展開図において、図 2 のように、おうぎ形の中心角が 90° になるようにします。このときの x と y の関係を表す等式をつくってください。

明子： 図 2 で、ア の長さとおうぎ形の弧の長さが等しいことから、 $2\pi y = 2\pi x \times$ イ という式ができます。

先生： そうですね。それでは、これらの式を連立方程式として解くと、 x と y の値はいくらになりますか。

一郎： できました。 $x =$ ウ , $y =$ エ です。

先生： 正解です。今度は、展開図のおうぎ形の中心角を自分で決めて、そのときの x と y の値を求めてみましょう。

.....

図 1

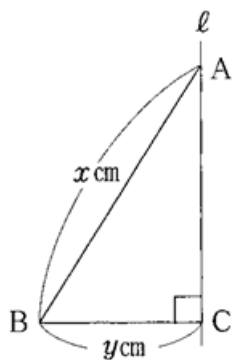
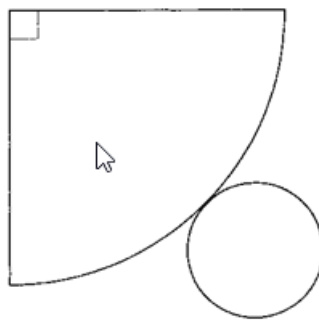


図 2



(1) ア にはあてはまる言葉を、イ ～ エ にはあてはまる数を、それぞれ書きなさい。

(2) 一郎さんが、展開図のおうぎ形の中心角を自分で決めて x と y の値を求めたところ、 $x = 6$ 、 $y = 4$ になった。このときの中心角の大きさを求めなさい。

解答欄

(1)	ア	
	イ	
	ウ	
	エ	
(2)	°	

解答

(1)

ア 円周

イ $\frac{1}{4}$

ウ 8

エ 2

(2) 240°

解説

おうぎ形の弧の長さは 8π cm であるから

$$360^\circ \times \frac{8\pi}{12\pi} = 360^\circ \times \frac{2}{3} = 240^\circ$$

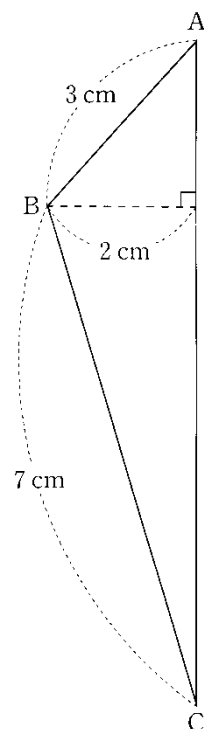
【問 10】

右の図は、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $BC=7\text{ cm}$ の三角形 ABC である。頂点 B から辺 AC に引いた垂線の長さが 2 cm のとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2004 年度)

(ア) 辺 AC の長さを求めなさい。

(イ) この三角形 ABC を、辺 AC を軸として 1 回転させたときにできる立体の表面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。



解答欄

(ア)	cm
(イ)	cm ²

解答

(ア) $4\sqrt{5}\text{ cm}$

(イ) $20\pi\text{ cm}^2$

解説

(ア)

$$AC = \sqrt{3^2 - 2^2} + \sqrt{7^2 - 2^2} = \sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5}\text{ cm}$$

(イ)

点 B から AC にひいた垂線と AC との交点を D とする。

$\triangle ABD$ を回転させてできる円すいの側面の面積は

$$3^2 \times \frac{2}{3} \times \pi = 6\pi\text{ cm}^2$$

$\triangle CBD$ を回転させてできる円すいの側面の面積は

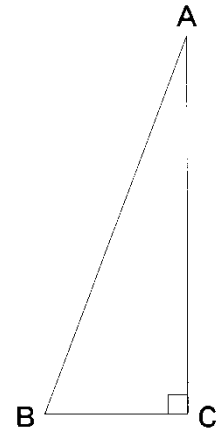
$$7^2 \times \frac{2}{7} \times \pi = 14\pi\text{ cm}^2$$

よって求める表面積は $6\pi + 14\pi = 20\pi\text{ cm}^2$

【問 11】

右の図のような、 $\angle ACB=90^\circ$ である $\triangle ABC$ があり、 $AB=9\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ である。
このとき、次の問い(1)・(2)に答えよ。ただし、円周率は π とする。

(京都府 2004 年度)



(1) 辺ACを軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる回転体の表面積を求めよ。

(2) 辺ABを軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる回転体の体積を求めよ。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1) $36\pi\text{ cm}^2$

(2) $24\pi\text{ cm}^3$

解説

(1)

$$3 \times 3 \times \pi + 9 \times 9 \times \pi \times \frac{6\pi}{18\pi} = 9\pi + 27\pi = 36\pi\text{ cm}^2$$

(2)

$$AC = \sqrt{81-9} = 6\sqrt{2}$$

C から AB に垂線 CD をひく。

$$AD=a \text{ とすると } BD=9-a$$

$$CD^2=72-a^2=9-(9-a)^2$$

これを整理して

$$18a=144$$

$$a=8$$

したがって

$$CD=2\sqrt{2}$$

$$\text{求める回転体の体積は } \frac{1}{3} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \pi \times 9 = 24\pi\text{ cm}^3$$

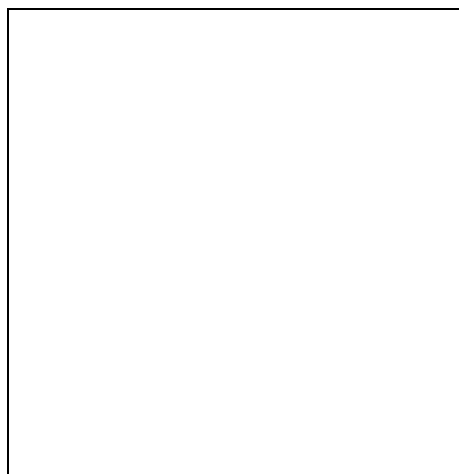
【問 12】

図の三角形 ABC を、直線 ℓ を軸として 1 回転させると、どのような立体ができるか、その見取図をかきなさい。

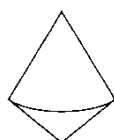
(和歌山県 2004 年度)



解答欄



解答



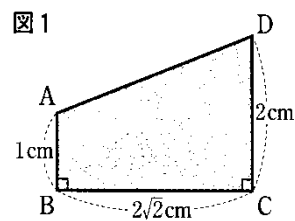
【問 13】

図 1、図 2、図 4 のように、台形 ABCD があり、 $AB=1\text{ cm}$ 、 $BC=2\sqrt{2}\text{ cm}$ 、 $CD=2\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$ である。

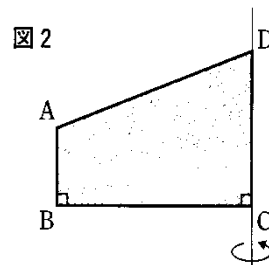
このとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2004 年度)

問 1 辺 AD の長さは何 cm か。

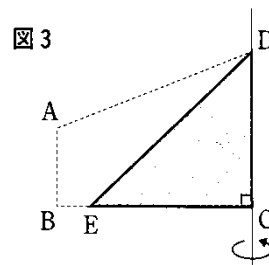


問 2 図 2 のように、台形 ABCD を、辺 CD を軸として 1 回転させてできる立体について、次の(1)、(2)に答えよ。

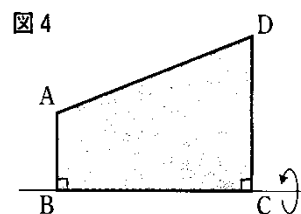


(1)この立体において、点 A が動いたあとにできた円の周の長さは何 cm か。

(2)この立体の体積は何 cm^3 か。



問 3 図 3 のように、図 1 の台形 ABCD の辺 BC 上に点 E をとり、三角形 DEC をつくる。この三角形を辺 CD を軸として 1 回転させてできる立体の体積が、問 2 における立体の体積の $\frac{1}{3}$ になった。このとき、線分 EC の長さは何 cm か。



問 4 図 4 のように、台形 ABCD を、辺 BC を軸として 1 回転させてできる立体の表面積は何 cm^2 か。

解答欄

問1	cm	
問2	(1)	cm
	(2)	cm^3
問3	cm	
問4	cm^2	

解答

問1 3 cm

問2

(1) $4\sqrt{2} \pi \text{ cm}$

(2) $\frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$

問3 $\frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$

問4 $14 \pi \text{ cm}^2$

解説

問1

$$AD^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2-1)^2 = 9 \text{ より}$$

$$AD = 3$$

問2

(1)

半径 $2\sqrt{2}$ の円周を描くので

$$2 \times 2\sqrt{2} \times \pi = 4\sqrt{2} \pi$$

(2)

$$\{(2\sqrt{2})^2 \times \pi \times 1\} + \left\{ \frac{1}{3} \times (2\sqrt{2})^2 \times \pi \times 1 \right\} = \frac{4}{3} \times (2\sqrt{2})^2 \times \pi = \frac{32}{3} \pi$$

問3

$EC = x$ とすると

$$\frac{1}{3} \times x^2 \times \pi \times 2 = \frac{1}{3} \times \frac{32}{3} \pi \text{ が成り立つ。}$$

問4

$CD = 2$ より

半径 2 の円周は 4π

$AD = 3$ より

半径 6 の円周は 12π である。

したがって

立体の側面は $360^\circ \times \frac{4\pi}{12\pi} = 120^\circ$ を中心角とする半径 6 の扇形から半径 3 の扇形をひいたものである。

よって $(1^2 \times \pi) + (2^2 \times \pi) + \frac{1}{3} \times (6^2 \times \pi - 3^2 \times \pi) = 14 \pi \text{ cm}^2$ となる。

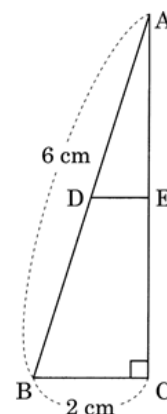
【問 14】

図Ⅰのように、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $BC=2\text{ cm}$ 、 $\angle C=90^\circ$ である直角三角形 ABC があります。辺 AB 、 AC の中点をそれぞれ点 D 、 E とするとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とします。

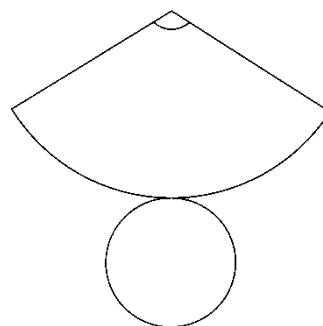
(岩手県 2005 年度)

- (1) あとの図Ⅱは、図Ⅰの $\triangle ABC$ を、辺 AC を軸として1回転させてできる立体の展開図です。図Ⅱのおうぎ形の中心角を求めなさい。

図Ⅰ

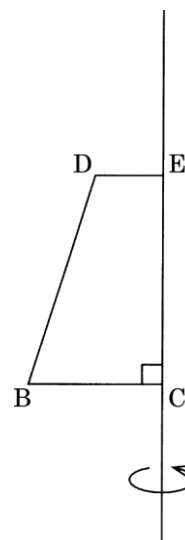


図Ⅱ



- (2) 図Ⅰの中の四角形 $DBCE$ を、あとの図Ⅲのように、辺 EC を軸として1回転させてできる立体の表面積を求めなさい。

図Ⅲ



解答欄

(1)	度
(2)	cm^2

解答

(1) 120 度

(2) $14\pi \text{ cm}^2$

解説

(1)

展開図のおうぎ形の弧の長さは底面の円の円周の長さに等しいので
おうぎ形の中心角を α° とおくと

$$2 \times \pi \times 6 \times \frac{\alpha}{360} = 2 \times \pi \times 2 \text{ が成り立つ。}$$

これを解くと

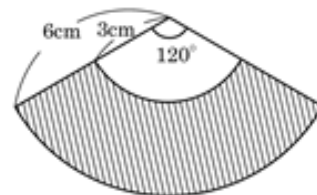
$$\alpha = 120^\circ$$

(2)

求める表面積は

DE を半径とする円の面積と BC を半径とする円の面積と図の斜線図の面積である。

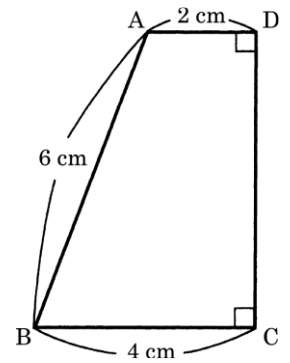
$$\text{したがって } \pi + 4\pi + (36\pi - 9\pi) \times \frac{120}{360} = 14\pi \text{ cm}^2$$



【問 15】

図のように、 $\angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$ 、 $AB = 6 \text{ cm}$ 、 $AD = 2 \text{ cm}$ 、 $BC = 4 \text{ cm}$ の台形 $ABCD$ がある。この台形を辺 DC を軸として一回転させてできる立体の表面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(秋田県 2005 年度)



解答欄

cm^2

解答

$56\pi \text{ cm}^2$

解説

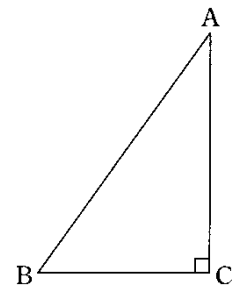
$$16\pi + 4\pi + \left(\pi \times 12^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 6^2 \times \frac{120}{360}\right) = 56\pi \text{ cm}^2$$

【問 16】

図で、 $\triangle ABC$ は、 $AB = 10 \text{ cm}$ 、 $BC = 6 \text{ cm}$ 、 $\angle BCA = 90^\circ$ の直角三角形です。 $\triangle ABC$ を、辺 AC を軸として、1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$96\pi \text{ cm}^3$

解説

$$\text{三平方の定理より } AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ cm}$$

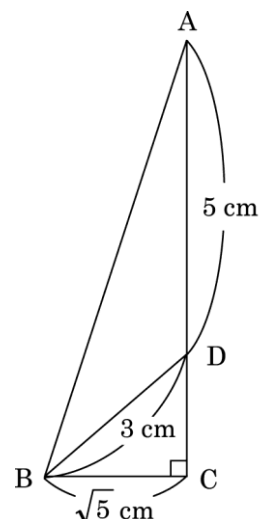
できる立体は底面の半径が 6 cm 、高さが 8 cm の円すいだから

$$\text{その体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi \text{ cm}^3$$

【問 17】

図のように、 $\angle BCA = 90^\circ$ 、 $BC = \sqrt{5}$ cm の直角三角形 ABC があり、辺 AC 上に点 D がある。 $AD = 5$ cm、 $BD = 3$ cm であるとき、 $\triangle ABD$ を辺 AD を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{25}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

底面の半径 BC 、高さ AC の円すいの体積から底面の半径 BC 、高さ DC の円すいの体積をひけばよい。

$\triangle BCD$ に三平方の定理を用いて

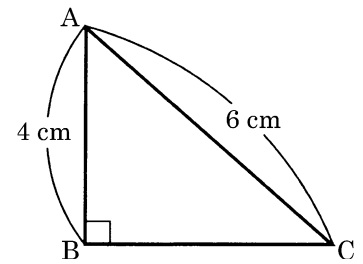
$$CD = \sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2} = 2 \text{ cm}$$

$$\text{よって求める立体の体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{5})^2 \times (5+2) - \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{5})^2 \times 2 = \frac{25}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 18】

図のような直角三角形 ABC がある。この三角形を辺 AB を軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。

(福井県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{80}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

底面の半径が BC , 高さが AB の円すいになる。

$$\text{三平方の定理より } BC^2 = AC^2 - AB^2 = 6^2 - 4^2 = 20$$

$$BC = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

よって求める体積は

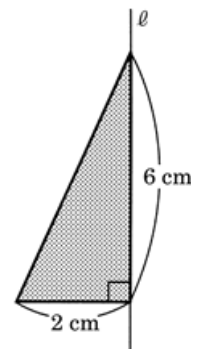
$$\frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{5})^2 \times 4 = \frac{80}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 19】

図の直角三角形を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めると、

cm^3 である。

(島根県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$8\pi$$

解説

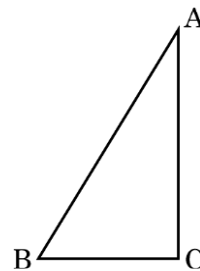
回転体は、底面の半径 2 cm , 高さ 6 cm の円すいになる。

$$\text{よって求める体積は } 2 \times 2 \times \pi \times 6 \times \frac{1}{3} = 8\pi \text{ cm}^3$$

【問 20】

図のような $AB=9\text{ cm}$, $\angle C=90^\circ$ である直角三角形 ABC を, 辺 AC を軸として1回転させてできる立体の底面積が $16\pi\text{ cm}^2$ のとき, この立体の側面積を求めよ。ただし, π は円周率であり, そのまま用いること。

(高知県 2005 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$36\pi\text{ cm}^2$$

解説

回転させてできた円すいの底面の半径を r とすると

$$\pi r^2 = 16\pi$$

$r > 0$ なので

$$r = 4$$

底面の円周と側面の弧の長さは等しいから側面のおうぎ形の中心角を α° とおくと

$$2\pi \times 4 = 2\pi \times 9 \times \frac{\alpha}{360}$$

$$\alpha = 160$$

【問 21】

図1は、 $AC=8\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ 、 $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形 ABC に、辺 AB の中点 D 、辺 AC の中点 E をとり、点 D と点 E を結んだものである。図2は、図1の直角三角形 ABC を、辺 AC を軸として1回転させてできた回転体を表しており、点 B と点 C を通る直線と、円 C の円周との交点のうち、点 B と異なる点を F としたものである。また、円 C に平行で、点 E を中心とし、線分 ED を半径とする円を円 E とする。

次の(1)～(3)の の中にあてはまる最も簡単な数を記入せよ。ただし、 π は円周率を表す。

(福岡県 2005 年度)

図1

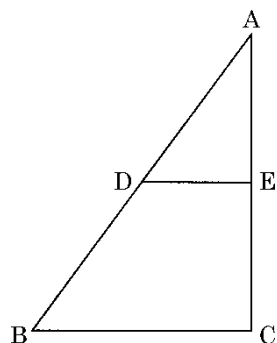
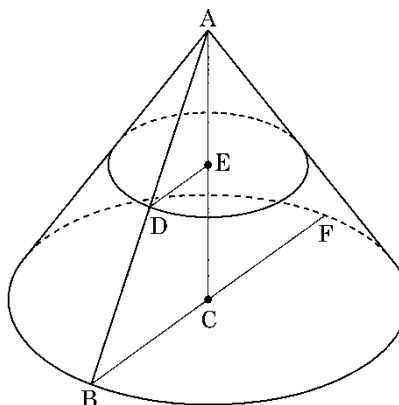


図2



(1) 図1に示す図形で、線分 AB の長さは cm である。

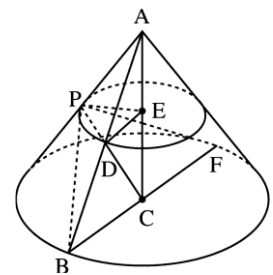
(2) 図2に示す回転体において、円 C を底面とし、線分 AC を高さとする円すいの体積は $\pi\text{ cm}^3$ である。

(3) 図2に示す回転体において、円 E の円周上に点 P を、 $\triangle BPF$ の面積が最も大きくなるようにとる。

このとき、 $\triangle BPF$ の面積は cm^2 である。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	



【問 22】

図のような1辺の長さが 6 cm の立方体がある。正方形 AEFB の対角線 AF 上に $AP=PQ=QF$ となるように2点 P, Q をとる。

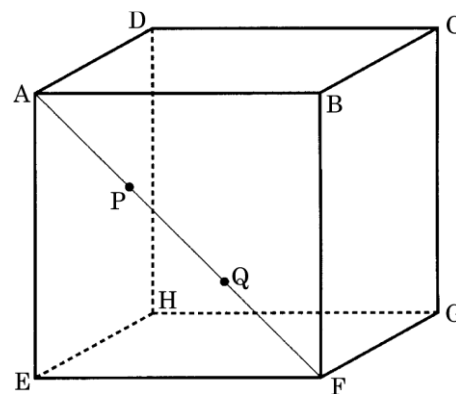
このとき、次の(ア)～(ウ)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2005 年度)

(ア) PD の長さを求めなさい。

(イ) 4点 A, D, E, P を結んでできる三角すいの体積を求めなさい。

(ウ) 四角形 PQGD を直線 PQ を軸として1回転させてできる回転体の体積を求めなさい。



解答欄

(ア)	cm
(イ)	cm ³
(ウ)	cm ³

解答

(ア) $2\sqrt{11}$ cm

(イ) 12 cm³

(ウ) $168\sqrt{2}\pi$ cm³

解説

(ア)

$\triangle APD$ に三平方の定理を用いて $PD = \sqrt{6^2 + \left(\frac{6\sqrt{2}}{3}\right)^2} = 2\sqrt{11}$ cm

(イ)

$\triangle AEP = \frac{1}{3} \triangle AEF = 6$ cm²

三角すい D-AEP = $\frac{1}{3} \times 6 \times 6 = 12$ cm³

(ウ)

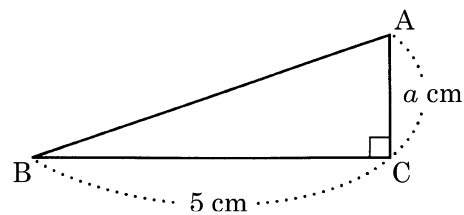
底面の半径 AD 高さ AF の円柱の体積から底面の半径 AD 高さ AP の円すい2つ分の体積をひけばよいから

$\pi \times 6^2 \times 6\sqrt{2} - \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 2\sqrt{2}\right) \times 2 = 168\sqrt{2}\pi$ cm³

【問 23】

図のように、 $AC=a\text{ cm}$ (a は定数)、 $BC=5\text{ cm}$ 、 $\angle C=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。 $\triangle ABC$ を AC を軸として1回転させてできる立体の体積が、 $\triangle ABC$ を BC を軸として1回転させてできる立体の体積の3倍であるとき、 a の値を求めなさい。

(熊本県 2005 年度)



解答欄

$a=$

解答

$$a=\frac{5}{3}$$

解説

AC を軸としたときの体積は

$$\pi \times 5^2 \times a \div 3$$

BC を軸としたときの体積は

$$\pi \times a^2 \times 5 \div 3$$

$$\pi \times 5^2 \times a \div 3 = (\pi \times a^2 \times 5 \div 3) \times 3 \text{ より}$$

$$a=\frac{5}{3}$$

【問 24】

図 I のような台形 ABCD がある。頂点 A から辺 BC に垂線 AE をひく。台形 ABCD を直線 ℓ を軸として1回転させて図 II のような回転体をつくるとき、次の各問いに答えなさい。(ただし、円周率は π のまま計算すること。)

(沖縄県 2005 年度)

図 I

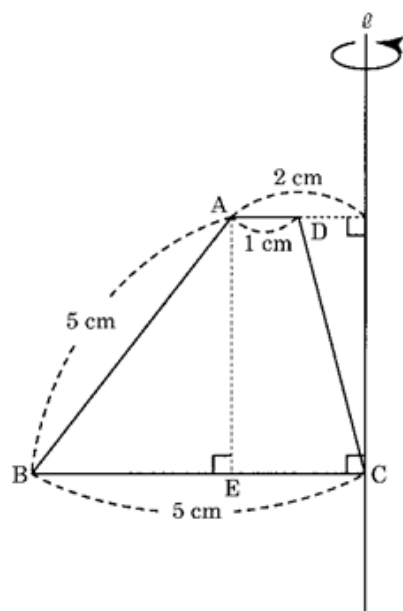
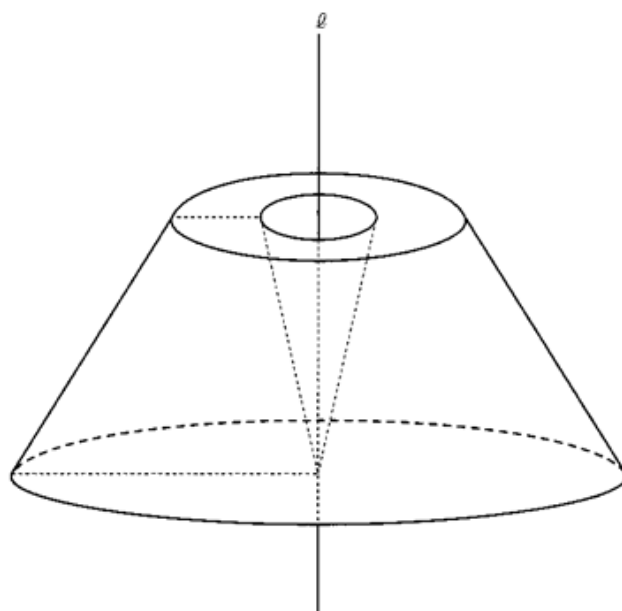


図 II



問1. AE の長さを求めなさい。

問2. 回転体の内側にできる円すいの体積を求めなさい。

問3. 回転体の体積を求めなさい。

解答欄

問1	AE =	cm
問2		cm^3
問3		cm^3

解答

問1 $AE=4\text{ cm}$

問2 $\frac{4}{3}\pi\text{ cm}^3$

問3 $\frac{152}{3}\pi\text{ cm}^3$

解説

問1

$$AE=\sqrt{5^2-(5-2)^2}=4\text{ cm}$$

問2

$$\frac{1}{3}\times\pi\times(2-1)^2\times4=\frac{4}{3}\pi\text{ cm}^3$$

問3

BA の延長と ℓ との交点を F, AD の延長と ℓ との交点を G とし $FG=x\text{ cm}$ とすると

$\triangle FAG\sim\triangle FBC$ だから

$$x:(x+4)=2:5$$

$$x=\frac{8}{3}$$

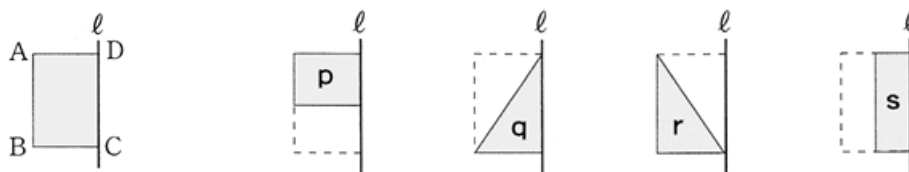
$$\text{よって回転体の体積は}\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times(4+\frac{8}{3})-\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times\frac{8}{3}-\frac{4}{3}\pi=(\frac{500}{9}-\frac{32}{9}-\frac{12}{9})\pi=\frac{152}{3}\pi\text{ cm}^3$$

【問 25】

図 1 のように、辺 CD が直線 ℓ 上にある長方形 $ABCD$ がある。図 2 の $p \sim s$ の灰色の図形は、長方形 $ABCD$ の一部を切り取り、面積がそれぞれもとの長方形の $\frac{1}{2}$ になるようにしたものである。

$p \sim s$ の図形を、直線 ℓ を回転軸として 1 回転させたときにできる立体の体積を、 p から順に P, Q, R, S とする。次のア～エから、正しいものをすべて選び、その記号を書きなさい。

(秋田県 2006 年度)



ア P が最も大きく、 S が最も小さい。

イ R が最も大きく、 S が最も小さい。

ウ Q と R は等しい。

エ P, Q, R, S はすべて異なる。

解答欄

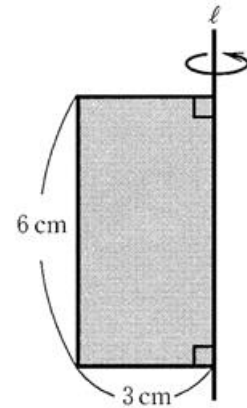
解答

イ, エ

【問 26】

右の図の長方形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(栃木県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$54\pi \text{ cm}^3$$

解説

底面の半径が 3cm 高さが 6cm の円柱になる。

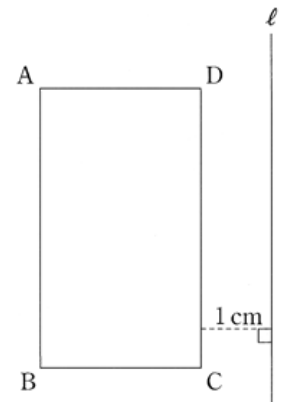
$$\text{よって体積は } \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi \text{ cm}^3$$

【問 27】

右の図で、長方形 ABCD は、 $AB=4 \text{ cm}$ 、 $BC=2 \text{ cm}$ 、また、辺 DC と直線 ℓ は平行で、1 cm の距離にあります。

このとき、長方形 ABCD を、直線 ℓ を軸として、1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$32\pi \text{ cm}^3$$

解説

$$\text{求める体積は } \pi \times (2+1)^2 \times 4 - \pi \times 1^2 \times 4 = 36\pi - 4\pi = 32\pi \text{ cm}^3$$

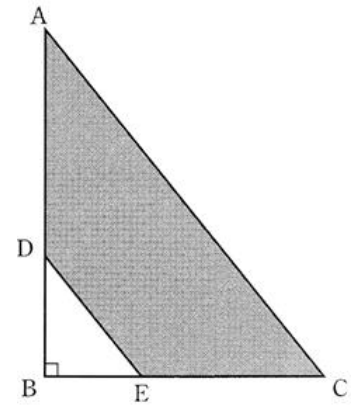
【問 28】

図は、 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC であり、点 D、E は辺 AB、BC 上の点で $DE \parallel AC$ である。BE=3 cm、EC=6 cm、AC=15 cm とする。

(長野県 2006 年度)

(1) DB の長さを求めなさい。

(2) 四角形 ADEC を、直線 AD を軸として 1 回転したときにできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いなさい。



解答欄

(1)	cm
(2)	cm ³

解答

(1) 4 cm

(2) 312π cm³

解説

(1)

△ABC で三平方の定理より

$$AB = \sqrt{15^2 - (3+6)^2} = 12 \text{ cm}$$

DE // AC より

$$DB:AB = EB:CB$$

$$DB:12 = 3:9$$

$$DB = \frac{12 \times 3}{9} = 4 \text{ cm}$$

(2)

円錐から内部の円錐を除く。

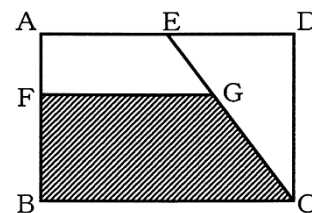
$$\text{体積} = \frac{1}{3} \times 9^2 \pi \times 12 - \frac{1}{3} \times 3^2 \pi \times 4 = 324\pi - 12\pi = 312\pi \text{ cm}^3$$

【問 29】

図で、四角形 ABCD は長方形、E は辺 AD の中点、F、G はそれぞれ線分 AB、EC 上の点で、 $FG \parallel BC$ 、 $AF = \frac{1}{2} FB$ である。

四角形 FBCG を直線 AB を軸として 1 回転させて立体をつくる。AB=6 cm、BC=9 cm のとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。ただし、円周率は π とする。

(愛知県 2006 年度 A)



(1) この立体の体積は何 cm^3 か。

(2) この立体の表面積は何 cm^2 か。

解答欄

(1)	cm^3
(2)	cm^2

解答

(1) $228\pi \text{ cm}^3$

(2) $192\pi \text{ cm}^2$

解説

(1)

BA の延長と CE の延長の交点を P とする。

$\triangle PAE$ と $\triangle CDE$ で

$AE=DE$, $\angle PEA=\angle CED$, $PA \parallel DC$ より $\angle PAE=\angle CDE$ だから

1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle PAE \equiv \triangle CDE$$

よって $PA=CD=6 \text{ cm}$

$$AF = \frac{1}{2} FB \text{ より}$$

$$AF = \frac{1}{3} AB = \frac{1}{3} \times 6 = 2 \text{ cm}$$

また $\triangle PBC$ において

$FG \parallel BC$ より

$$FG:BC=PF:PB$$

$$FG:9=(6+2):(6+6)$$

$$12FG=8 \times 9$$

$$FG=6 \text{ cm}$$

よって求める体積は

$\triangle PBC$ を回転させたものから $\triangle PFG$ を回転させたものをひけばよいから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 12 - \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = 324\pi - 96\pi = 228\pi \text{ cm}^3$$

(2)

求める表面積は

PC を半径とするおうぎ形から PG を半径とするおうぎ形をひき

半径 FG, BC の 2 つの円の面積を加えたものになる。

$$PC = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15 \text{ cm}$$

$$PG = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ cm}$$

おうぎ形の中心角は

$$360^\circ \times 2\pi \times \frac{9}{2\pi} \times \frac{1}{15} = 216^\circ$$

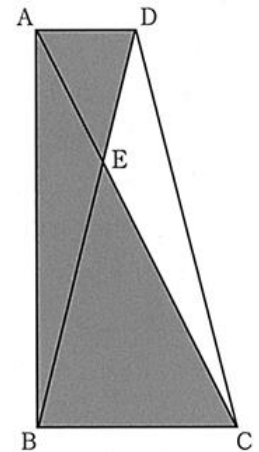
$$\text{よって } \pi \times 15^2 \times \frac{216}{360} - \pi \times 10^2 \times \frac{216}{360} + \pi \times 6^2 + \pi \times 9^2 = 135\pi - 60\pi + 36\pi + 81\pi = 192\pi \text{ cm}^2$$

【問 30】

右図において、四角形ABCDは、 $AD \parallel BC$, $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$, $AB = 12 \text{ cm}$, $AD = 3 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$ の台形である。E は、対角線 AC と対角線 BD との交点である。

で示した部分は、五つの線分 AB, BC, CE, ED, DA によって囲まれてできる図形である。で示した図形を直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 ですか。円周率を π として答えなさい。

(大阪府 2006 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$$164\pi \text{ cm}^3$$

解説

E から AB に垂線 EH をひく。

$AD \parallel BC$ より

$$AE:EC = AD:BC = 3:6 = 1:2$$

$EH \parallel CB$ より

$$EH:CB = AE:AC$$

$$EH:6 = 1:3$$

$$EH = 2 \text{ cm}$$

よって求める体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12 + \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 12 - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times AH - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times BH$$

$$= 180\pi - \frac{1}{3} \times 9\pi \times (AH + BH)$$

$$= 180\pi - \frac{4}{3}\pi \times 12$$

$$= 180\pi - 16\pi$$

$$= 164\pi \text{ cm}^3$$

図 I において、立体 $ABCDEF-GHIJKL$ は底面が正六角形で側面がすべて合同な長方形の六角柱であり、 $GH=8$ cm である。P は正六角形 $ABCDEF$ の対称の中心であり、Q は正六角形 $GHIJKL$ の対称の中心である。このとき、直線 PQ は二つの底面に垂直になる。O は、直線 PQ 上にあって $OP=PQ$ となる点のうち Q と異なる点である。3 点 A, H, C, 3 点 C, J, E, 3 点 E, L, A をそれぞれ結ぶ。 $AG=a$ cm とする。

図 II において, O は平面 AHC , CJE , ELA 上にあり, 四角形 $OAHC$, $OCJE$, $OELA$ は合同なひし形になる。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は、その形のままでよい。

圖 I

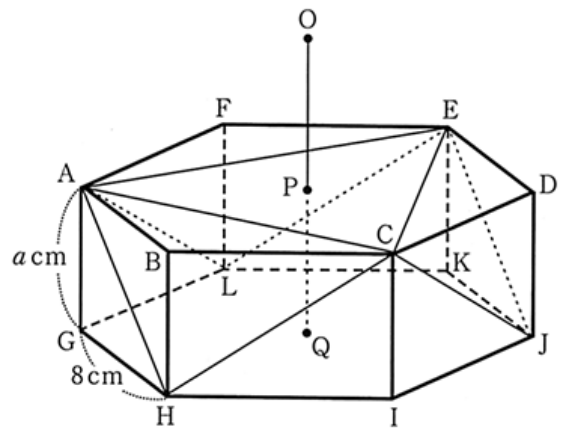
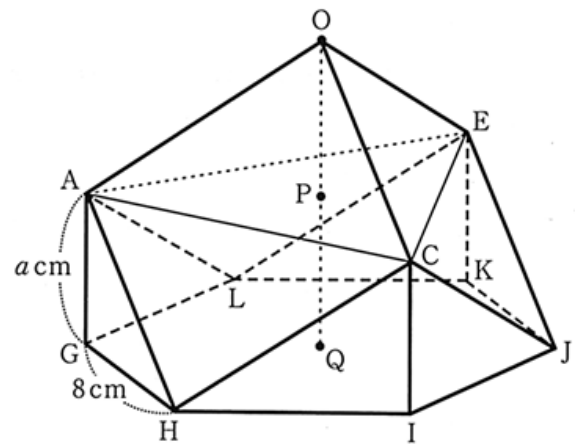


图 II



問2 図Ⅱにおいて、ひし形 OAHC が正方形になるときの a の値を求めなさい。求め方も書くこと。

問3 図Ⅰ中の六角柱の体積と図Ⅱの立体の体積とは等しい。そこで、次に、表面積について考える。図Ⅰ中の六角柱の表面積を $S \text{ cm}^2$ とし、図Ⅱの立体の表面積を $T \text{ cm}^2$ とするとき、 $a=3$ の場合の $S-T$ の値を求めなさい。

解答欄

問1	度	
問2	求め方	
問3		

解答

問1 $180-b$ 度

問2 $4\sqrt{2}$

求め方

直線 GI と直線 HQ との交点を M とすると

$\triangle GHM$ は $GH=8\text{ cm}$, $\angle GMH=90^\circ$, $\angle GHM=60^\circ$ の直角三角形だから

$$GM = \frac{\sqrt{3}}{2} GH = 4\sqrt{3}\text{ cm} \text{ だから}$$

$$GI = 2GM = 8\sqrt{3}\text{ cm}$$

$AC=GI$ だから

$$AC = 8\sqrt{3}\text{ cm}$$

ひし形 OAHG が正方形のとき

$\triangle AHC$ は $HA=HC$ の直角二等辺三角形だから

$$AH = \frac{1}{\sqrt{2}} AC = 4\sqrt{6}\text{ cm}$$

$\triangle AGH$ は $\angle AGH=90^\circ$ の直角三角形だから

$$AH^2 = AG^2 + GH^2 \text{ だから}$$

$$(4\sqrt{6})^2 = a^2 + 8^2$$

これを解くと

$$a > 0 \text{ より}$$

$$a = 4\sqrt{2}$$

問3 $72 - 24\sqrt{3}$

解説

問3

$\triangle PAB$ は 1 辺が 8 cm の正三角形だから P から AB に垂線 PR をひくと $PR = \sqrt{3}$ $AR = 4\sqrt{3}\text{ cm}$

よって正六角形 ABCDEF の面積は $6 \times \frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} = 96\sqrt{3}\text{ cm}^2$

$$\text{したがって } S = 96\sqrt{3} \times 2 + 8 \times 3 \times 6 = 192\sqrt{3} + 144\text{ cm}^2 \cdots \textcircled{1}$$

$\triangle BAC$ において

B から AC に垂線 BN をひくと $\triangle ABN$ は $\angle ABN=60^\circ$ の直角三角形だから

$$AN = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$AC = 2AN = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\text{ cm}$$

$\triangle AGH$ は直角三角形だから

$$AH = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73}\text{ cm}$$

$\triangle HAC$ は, $HA=HC$ の二等辺三角形だから

H と N を結ぶと

$$\angle ANH = 90^\circ$$

$$\text{三平方の定理より } HN = \sqrt{(\sqrt{73})^2 - (4\sqrt{3})^2} = 5\text{ cm}$$

$$\text{よって } T = 6 \times 16\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 3 \times 8 \times 6 + \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 5 \times 6 = 96\sqrt{3} + 72 + 120\sqrt{3} = 216\sqrt{3} + 72\text{ cm}^2 \cdots \textcircled{2}$$

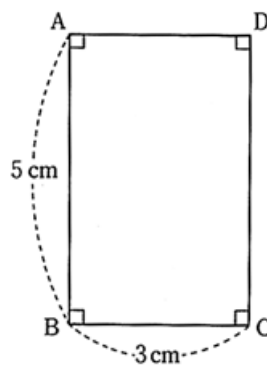
①, ②より

$$S - T = 192\sqrt{3} + 144 - (216\sqrt{3} + 72) = 72 - 24\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

【問 32】

右の図のような, $AB=5\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。この長方形を辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積は, cm^3 である。

(岡山県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$45\pi\text{ cm}^3$$

解説

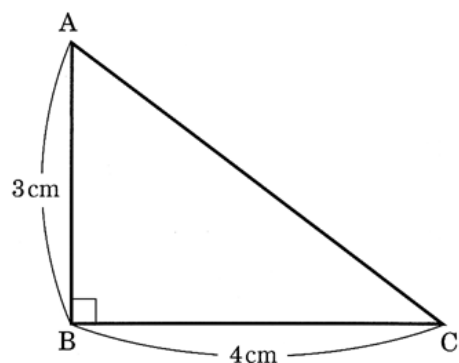
AB を軸として 1 回転させると底面の半径が 3 cm , 高さが 5 cm の円柱ができる。

よって求める体積は $\pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi\text{ cm}^3$

【問 33】

図のように、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $BC=4\text{ cm}$ 、 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。この直角三角形 ABC を、直線 AB を軸として 1 回転させてできる円錐の体積は、直線 BC を軸として 1 回転させてできる円錐の体積の何倍になるか、求めなさい。

(徳島県 2006 年度)



解答欄

倍

解答

$\frac{4}{3}$ 倍

解説

AB を軸として 1 回転させてできる円錐の体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi\text{ cm}^3$

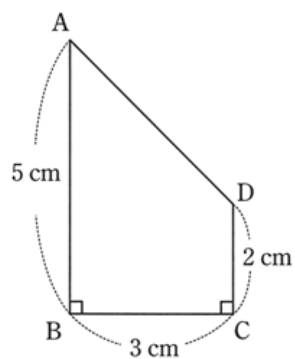
BC を軸として 1 回転させてできる円錐の体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi\text{ cm}^3$

よって $16\pi \div 12\pi = \frac{4}{3}$ 倍

【問 34】

右の図のような台形 ABCD がある。この台形を辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(大分県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

$27\pi \text{ cm}^3$

解説

D から AB に垂線 DH をひく。

求める立体は

$\triangle ADH$ を回転させた円すいと長方形 HBCD を回転させた円柱とでできている。

よってその体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times (5-2) + \pi \times 3^2 \times 2 = 9\pi + 18\pi = 27\pi \text{ cm}^3$

【問 35】

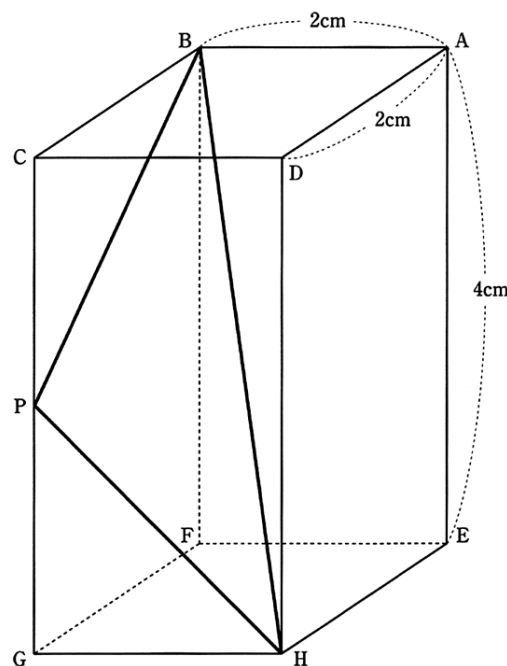
図のように、 $AB=AD=2\text{ cm}$ 、 $AE=4\text{ cm}$ の直方体 $ABCD-EFGH$ があります。

このとき、次の1, 2の問いに答えなさい。

(岩手県 2007 年度)

問1. 対角線 BH の長さを求めなさい。

問2. 辺 CG の中点を P とします。 $\triangle BPH$ を BH を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。



解答欄

問1	cm
問2	cm ³

解答

問1 $2\sqrt{6}\text{ cm}$

問2 $\frac{4\sqrt{6}}{3}\pi\text{ cm}^3$

解説

$\triangle BPH$ は

$BP=HP=2\sqrt{2}$ の二等辺三角形だから
 P から BH に垂線 BK をひくと

$BK=HK=\sqrt{6}$

$\triangle BPK$ で

三平方の定理より $PK=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{2}$

求める体積は

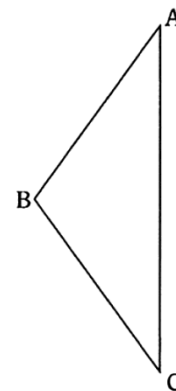
$\triangle BPK$ を回転したものの2倍になるから

$\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{6} \times 2 = \frac{4\sqrt{6}}{3}\pi\text{ cm}^3$

【問 36】

図で、 $\triangle ABC$ は、 $AB=BC=5\text{cm}$ 、 $AC=8\text{cm}$ の二等辺三角形です。 $\triangle ABC$ を、辺 AC を軸として、1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2007 年度)



解答欄

cm^3

解答

$24\pi \text{ cm}^3$

【問 37】

図 1 の四角形 ABCD は、 $EC=12\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ で $\angle EBC$ が直角の $\triangle EBC$ から、 $ED=4\text{ cm}$ で $\angle EAD$ が直角な $\triangle EAD$ を切り取ってできた台形である。また、図 2 は、図 1 の台形 ABCD を、直線 AB を軸として 1 回転させてできた立体である。

数子さんは図 2 の立体の体積や表面積などを求めるには $\triangle EBC$ や $\triangle EAD$ を直線 EB を軸として 1 回転させてできる立体の見取図や展開図を利用すればよいと考えた。

教子さんの考えを参考にして、次の問 1～問 3 に答えなさい。

(山梨県 2007 年度)

図 1

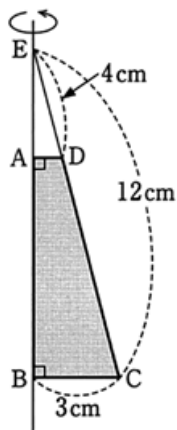
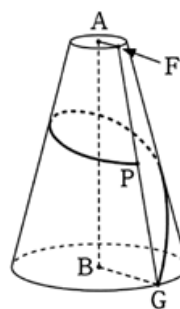


図 2



図 3



問 1 図 2 の立体の体積を求めなさい。

問 2 図 2 の立体の表面積を求めなさい。

問 3 図 3 は、図 2 の立体のそれぞれの底面の円周上に、点 F、G を四角形 ABGF が台形となるようにとり、辺 FG の中点を P としたものである。数子さんは、図 3 のように、点 G から立体の側面を一回りして、点 P までひもをかけた。このひもの長さが最も短くなる場合の長さを求めなさい。

解答欄

問 1	cm^3
問 2	cm^2
問 3	cm

解答

問1 $\frac{26\sqrt{15}}{3} \pi \text{ cm}^3$

問2 $42 \pi \text{ cm}^2$

問3 $4\sqrt{13} \text{ cm}$

解説

問1

三平方の定理より $EB = \sqrt{12^2 - 3^2} = 3\sqrt{15}$

AD // BC より

AD:BC=EA:EB=ED:EC=4:12=1:3

よって AD:3=1:3 より

AD=1

EA: $3\sqrt{15}$ =1:3 より

EA= $\sqrt{15}$

求める体積は

もとの三角形を回転させてできる円すいから切り取った三角形を回転させてできる円すいを除いたものだから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{15} - \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times \sqrt{15} = \frac{26\sqrt{15}}{3} \pi \text{ cm}^3$$

問3

切り取る前の円すいの側面のおうぎ形の中心角の大きさは

$$\frac{2\pi \times 3}{2\pi \times 12} \times 360^\circ = 90^\circ$$

ひもが最も短いとき PG は直角三角形の斜辺になる。

EP=4+(12-4)÷2=8 より

PG= $\sqrt{12^2 + 8^2} = 4\sqrt{13} \text{ cm}$

【問 38】

図 1 の四角形 $ABCD$ は、 $AB=7\text{cm}$ 、 $AD=3\text{cm}$ の長方形である。また、2 点 P 、 Q は、それぞれ辺 AB 、 DC 上の点である。このとき、次の 1、2 の問いに答えなさい。

(静岡県 2007 年度)

図 1

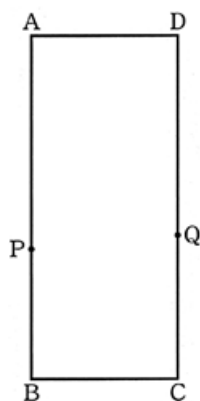


図 2

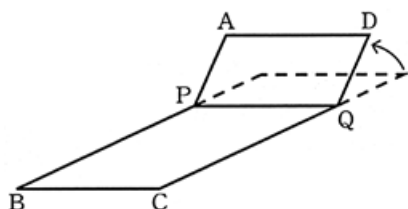
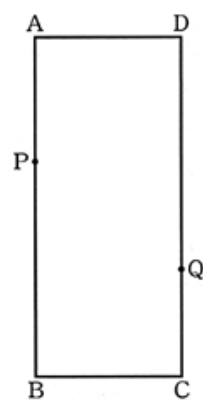


図 3



問1. $PB=QC=5\text{cm}$ であるとき、図 2 のように、長方形 $ABCD$ を、 PQ を折り目にして手前に折り曲げ、平面 $APQD$ と平面 $PBCQ$ が垂直になるようにする。平面 $APQD$ と平面 $PBCQ$ が垂直であるときの、2 点 A 、 B を結ぶ線分 AB の長さを求めなさい。

問2. 図 3 のように $PB=2QC$ であるとき、四角形 $PBCQ$ を、辺 PB を軸として 1 回転させる。このときできる立体の体積が、長方形 $ABCD$ を辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積の半分になるときの、 QC の長さを求めなさい。

解答欄

問1	cm
問2	cm

解答

問1 $\sqrt{29}$ cm

問2 $\frac{21}{8}$ cm

解説

問1

PB=QC=5cm のとき AP=DQ=7-5=2

∠APB=90° だから

三平方の定理より AB= $\sqrt{5^2+2^2} = \sqrt{29}$ cm

問2

QC=x cm とする。

四角形 PBCQ を 1 回転させてできた立体の体積は

$$\pi \times 3^2 \times x + \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times x = 12\pi x \cdots \textcircled{1}$$

また四角形 ABCD を 1 回転させてできた立体の体積は

$$\pi \times 3^2 \times 7 = 63\pi \cdots \textcircled{2}$$

①は②の $\frac{1}{2}$ より

$$12\pi x = \frac{63}{2} \pi$$

$$x = \frac{21}{8} \text{ cm}$$

【問 39】

図 I において、図形 $ABCDEF$ は、六つの線分 AB, BC, CD, DE, EF, FA によって囲まれてできる図形である。 G, H は、それぞれ、 B, C から辺 FE にひいた垂線と辺 FE との交点である。四角形 $ABGF, CDEH$ は長方形である。 $AF=1\text{ cm}, DE=3\text{ cm}, FG=GH=2\text{ cm}, HE=8\text{ cm}$ である。このとき、四角形 $BCHG$ は $BG \parallel CH$ の台形となり、その内角 $\angle BCH$ の大きさは 45° になる。円周率を π とし、次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は、その形のままでよい。

(大阪府 2007 年度 後期)

問1 解答欄の図は、図 I 中の点 C と線分 FE のみを示したものである。 C を通り線分 FE に垂直な直線を、定規とコンパスを使って解答欄の図中に作図しなさい。作図の方法がわかるように、作図に用いた線は残しておくこと。

問2 図 II, 図 III は、図 I の図形 $ABCDEF$ を直線 FE を軸として 1 回転させてできる立体を示している。この立体を P とする。

(1) 図 II において、 AI は円 F の直径である。 J は、直線 ID と直線 CH との交点である。

① 線分 ID の長さを求めなさい。

② 線分 CJ の長さを求めなさい。

(2) 図 III において、 K は、線分 HE 上にあって E と異なる点である。

① 立体 P の体積を求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

② 立体 P は、 K を通り直線 FE に垂直な平面によって二つの立体に分けられる。その二つの立体のうち、点 F をふくむ方の立体の体積を $V\text{ cm}^3$ とし、点 E をふくむ方の立体の体積を $W\text{ cm}^3$ とする。 $V=3W$ となるときの線分 KE の長さを求めなさい。

図 I

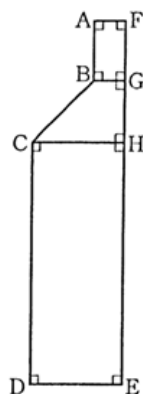


図 II

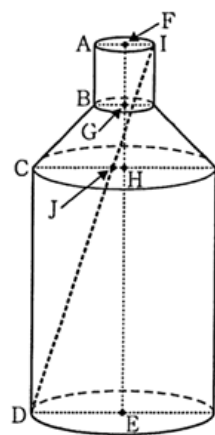
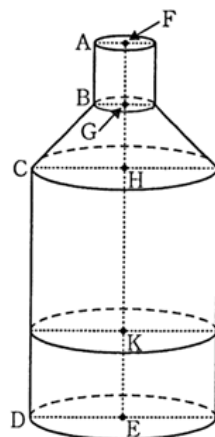


図 III



•
C

•F

- E

(1)

①

cm

②

cm

問2

(2)

①

求め方

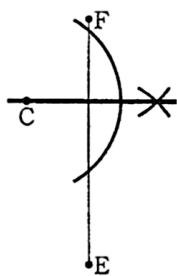
 cm^3

②

cm

解答

問1



問2

(1)

① $4\sqrt{10}$ cm

② $\frac{8}{3}$ cm

(2)

①

求め方

直線 BC と直線 FE との交点を L とすると

$\triangle LCH$ は $\angle CHL = 90^\circ$ の直角二等辺三角形だから

$LH = CH = 3$ cm だから

$LG = LH - GH = 1$ cm

よって立体 P の体積は

$$(\pi \times AF^2 \times FG) + \left(\frac{1}{3} \times \pi \times CH^2 \times LH - \frac{1}{3} \times \pi \times BG^2 \times LG \right) + (\pi \times CH^2 \times HE)$$

$$= \frac{248}{3} \pi \text{ cm}^3$$

答 $\frac{248}{3} \pi \text{ cm}^3$

② $\frac{62}{27}$ cm

解説

問2

(1)

①

I から DE の延長上に垂線 IP をひく。

$\triangle IDP$ において $IP = 2 + 2 + 8 = 12$, $DP = 3 + 1 = 4$ より

三平方の定理を利用して $ID = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}$ cm

②

IP と CH の延長線の交点を Q とすると

$CD \parallel IP$ だから $CJ : JQ = CD : IQ = 8 : 4 = 2 : 1$

$$\text{よって } CJ = \frac{2}{3} CQ = \frac{2}{3} \times (3 + 1) = \frac{8}{3} \text{ cm}$$

(2)

②

$V = 3W$ より

$$W = \frac{1}{4} \times \text{立体 P の体積} = \frac{1}{4} \times \frac{248}{3} \pi = \frac{62}{3} \pi$$

また $W = \pi \times 3^2 \times KE = 9\pi KE$ と表せるから

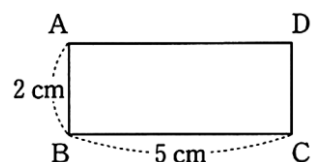
$$9\pi KE = \frac{62}{3} \pi$$

$$KE = \frac{62}{27} \text{ cm}$$

【問 40】

図のような長方形 ABCD がある。辺 CD を軸として、この長方形を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(山口県 2007 年度)



解答欄

cm^3

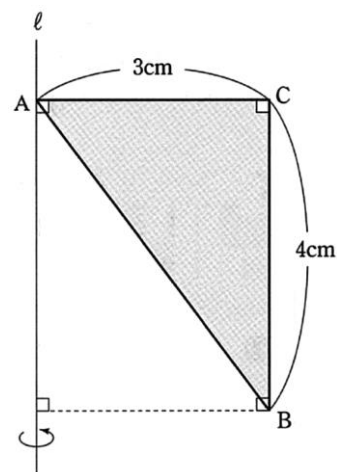
解答

$50\pi \text{ cm}^3$

【問 41】

図のような直角三角形 ABC を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(佐賀県 2007 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$24\pi \text{ cm}^3$

解説

B から直線 ℓ にひいた垂線を BH とする。

求める体積は

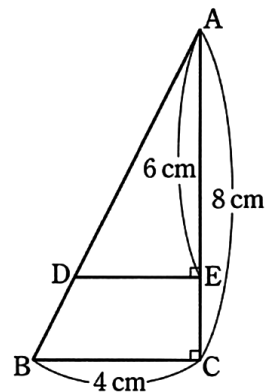
四角形 AHBC を回転させてできる円柱から $\triangle ABH$ を回転させてできる円すいの体積を除いたものだから

$$\pi \times 3^2 \times 4 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi - 12\pi = 24\pi \text{ cm}^3$$

【問 42】

図は、 $BC=4\text{cm}$ 、 $AC=8\text{cm}$ 、 $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形 ABC である。辺 AB 上に点 D を、辺 AC 上に点 E を、 $AE=6\text{cm}$ 、 $BC \parallel DE$ となるようにとるとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(鹿児島県 2007 年度)



(1) 線分 DE の長さは何 cm か。

(2) 台形 $BCED$ を、辺 CE を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。ただし、円周率は π とする。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

解答

(1) 3 cm

(2) $\frac{74}{3} \pi \text{ cm}^3$

解説

(1)

$\angle AED = \angle ACB = 90^\circ$ より同位角が等しいから $DE \parallel BC$

よって $\triangle ABC$ で

$DE:BC = AE:AC$

$DE:4 = 6:8$

$DE = \frac{4 \times 6}{8} = 3\text{ cm}$

(2)

AC を軸として

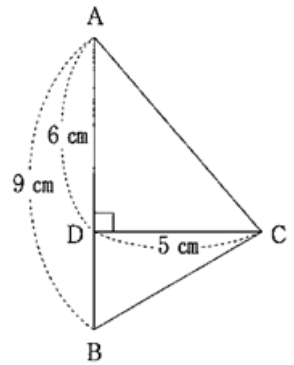
$\triangle ABC$ を 1 回転させたものから $\triangle ADE$ を 1 回転させたものをひいた体積が求める体積となるから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 8 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = \frac{128}{3} \pi - \frac{54}{3} \pi = \frac{74}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 43】

図のように、 $\angle A$ と $\angle B$ がともに 90° より小さい角である $\triangle ABC$ において、頂点 C から辺 AB にひいた垂線と辺 AB との交点を D とします。 $AB=9\text{cm}$, $AD=6\text{cm}$, $CD=5\text{cm}$ のとき、 $\triangle ABC$ を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

(宮城県 2008 年度)



解答欄

cm^3

解答

$75\pi \text{ cm}^3$

解説

回転してできる立体は

底面の半径が $CD=5$ 高さが $AD=6$ の円すいと

底面の半径が $CD=5$ 高さが $BD=9-6=3$ の円すいを

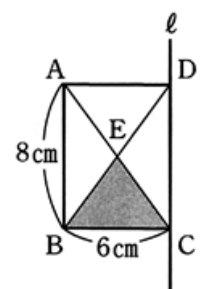
底面の円ではり合わせたものになる。

よって求める体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 6 + \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 3 = 50\pi + 25\pi = 75\pi \text{ cm}^3$

【問 44】

図のように、直線 ℓ と長方形 $ABCD$ があり、辺 CD は直線 ℓ 上にある。点 E は対角線 AC , BD の交点で、 $AB=8\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$ である。直線 ℓ を回転の軸として三角形 BCE を 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(秋田県 2008 年度)



解答欄

cm^2

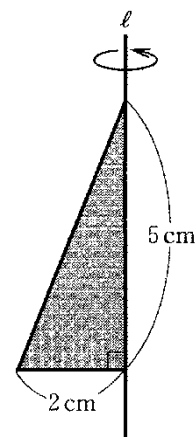
解答

$96\pi \text{ cm}^2$

【問 45】

図の直角三角形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(栃木県 2008 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{20}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

立体は円すいだから体積は

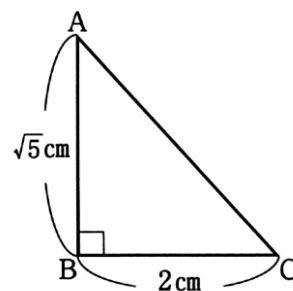
$$\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さより}$$

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 5 = \frac{20}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 46】

図のような、 $AB = \sqrt{5} \text{ cm}$, $BC = 2 \text{ cm}$, $\angle ABC = 90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。 $\triangle ABC$ を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体と、辺 BC を軸として 1 回転させてできる立体のうち、体積が大きい方の立体の体積を求めよ。(円周率は π を用いること。)

(愛媛県 2008 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{10}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

$\triangle ABC$ を AB を軸として回転させてできる立体の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times \sqrt{5} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \pi \text{ cm}^3$$

また BC を軸として回転させてできる立体の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{5})^2 \times 2 = \frac{10}{3} \pi \text{ cm}^3$$

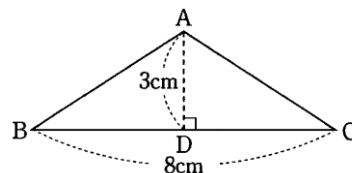
$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}, 10 = \sqrt{100} \text{ より}$$

$$\frac{4\sqrt{5}}{3} \pi < \frac{10}{3} \pi$$

よって求める体積は $\frac{10}{3} \pi \text{ cm}^3$

【問 47】

図のような $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC がある。点 A から辺 BC に垂線をひき、辺 BC との交点を D とする。 $BC=8\text{cm}$, $AD=3\text{cm}$ のとき、辺 BC を軸として 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率には π を用いること。



(高知県 2008 年度)

解答欄

cm^3

解答

$$24\pi \text{ cm}^3$$

解説

$AB=AC$, $AD \perp BC$ より

$$BD=CD=\frac{8}{2}=4$$

よって求める体積は

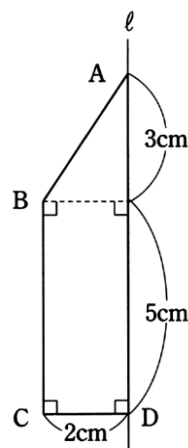
AD を底面の半径とする高さ 4cm の円すいを 2 つあわせたものだから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 \times 2 = 24\pi \text{ cm}^3$$

【問 48】

図の四角形 $ABCD$ を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(佐賀県 2008 年度 後期)



解答欄

cm^3

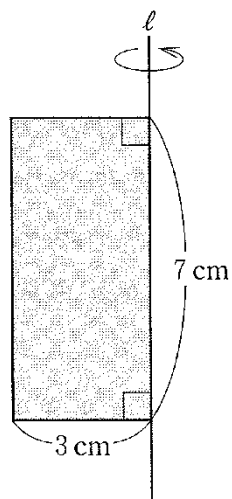
解答

$$24\pi \text{ cm}^3$$

【問 49】

図の長方形を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の側面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(栃木県 2009 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$42\pi \text{ cm}^2$$

解説

回転体は円柱になり

その側面を展開した長方形は

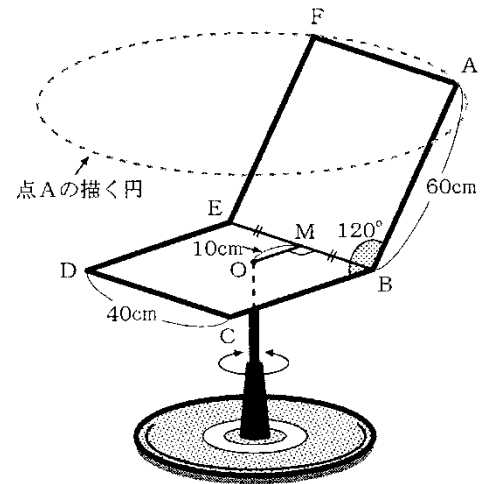
縦が 7 cm , 横が $2\pi \times 3 = 6\pi \text{ cm}$ の長方形であるから

$$7 \times 6\pi = 42\pi \text{ cm}^2$$

【問 50】

図は、背もたれの面を長方形 $ABEF$ 、座る面を正方形 $BCDE$ とした回転式のいす椅子の見取図である。正方形 $BCDE$ 上の点 O を中心に、座る面を常に水平にして回転させるとき、点 A の描く円の半径は何 cm か。求めなさい。ただし、各線分の長さは図 4 のとおりであり、点 M は線分 BE の中点で、 $OM \perp BE$ 、 $\angle ABC = 120^\circ$ とする。

(滋賀県 2009 年度)



解答欄

cm

解答

$20\sqrt{5} \text{ cm}$

解説

A から CB の延長上に垂線 AH をひくと点 A の描く円の半径は OH と等しくなる。

$\triangle ABH$ は $\angle ABH = 60^\circ$ の直角三角形だから

$BH:AB = 1:2$

$AB = 60 \text{ cm}$ より

$BH = 30 \text{ cm}$

ここで O から BC に垂線 OK をひくと

$$OK = MB = \frac{40}{2} = 20 \text{ cm}$$

$KB = OM = 10 \text{ cm}$

$KH = KB + BH = 10 + 30 = 40 \text{ cm}$

$\triangle OKH$ において

三平方の定理より $OH = \sqrt{40^2 + 20^2} = 20\sqrt{5} \text{ cm}$

よって $20\sqrt{5} \text{ cm}$

【問 51】

図 I のように 1 辺の長さが 6cm の立方体の 3 つの頂点 D, E, G を結んでできる $\triangle DEG$ がある。立方体の 2 つの頂点 B と H とを結ぶ対角線をひいたところ、対角線 BH は、 $\triangle DEG$ と垂直に交わった。対角線 BH と $\triangle DEG$ との交点を P とするとき、次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2009 年度)

問1 線分 EG の長さを求めなさい。

問2 $\triangle DEG$ の面積を求めなさい。

問3 線分 PH の長さを求めなさい。

問4 この立方体を図 II のように頂点 B, H を通る直線 ℓ を軸として回転させる。

このときにできる立体を、 ℓ を含む平面で切るとき、切り口はどのような図形になっていますか。次の(ア)～(エ)から正しいものを 1 つ選び記号で答えなさい。

図 I

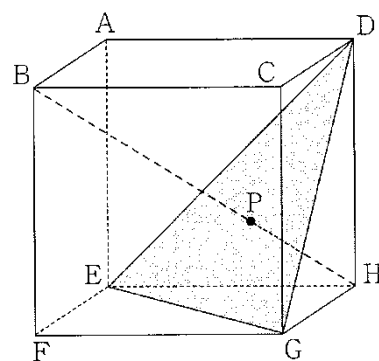
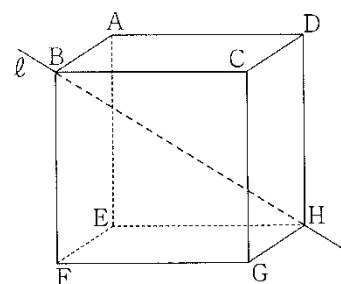


図 II



解答欄

問1	EG＝ cm
問2	cm ²
問3	PH＝ cm
問4	

解答

問1 $6\sqrt{2}$ cm

問2 $18\sqrt{3}$ cm²

問3 $2\sqrt{3}$ cm

問4 (イ)

解説

問2

△DEG は 1 辺が $6\sqrt{2}$ cm の正三角形だから
EG の中点を M とすると

$$EM:DE:DM=1:2:\sqrt{3}$$

$$DM=\frac{\sqrt{3}}{2}\times DE=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{6}\text{ cm}$$

$$\triangle DEG=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 3\sqrt{6}=18\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

問3

点 P は DM と BH の交点である。
正方形の対角線はそれぞれの中点で交わるので
EG の中点 M は FH の中点でもある。

よって BD // FH だから

$$BP:PH=BD:MH=2:1$$

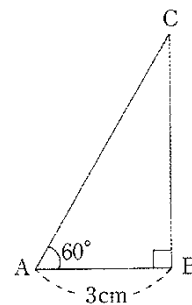
$$BH=\sqrt{6^2+6^2+6^2}=6\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$\text{よって } PH=\frac{1}{3}BH=2\sqrt{3}\text{ cm}$$

【問 52】

図のような、 $AB=3\text{cm}$ 、 $\angle A=60^\circ$ 、 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。この三角形を辺 BC を軸として 1 回転させてできる立体の体積は cm^3 である。

(岡山県 2009 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$9\sqrt{3} \pi \text{ cm}^3$$

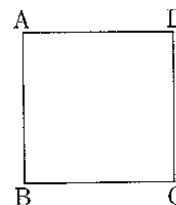
解説

$\triangle ABC$ は $\angle A=60^\circ$ の直角三角形なので $BC = \sqrt{3}AB = 3\sqrt{3} \text{ cm}$
 できる立体は円すいなので

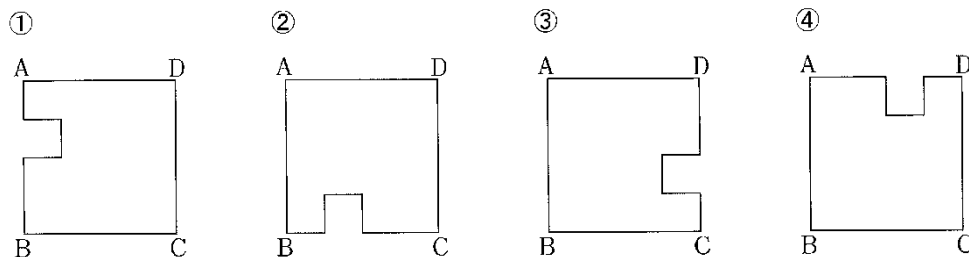
$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi \text{ cm}^3$$

【問 53】

図のように、正方形 $ABCD$ があります。下の①～④はそれぞれ、正方形 $ABCD$ から、1 辺の長さが正方形 $ABCD$ の 1 辺の長さの $\frac{1}{4}$ である正方形を切り取った図です。①～④の中で、直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積が最も大きくなるものはどれですか。その番号を書きなさい。



(広島県 2009 年度)



解答欄

解答

①

【問 54】

図 1～図 3 のように、8 つの点 A, B, C, D, E, F, G, H を頂点とする直方体 ABCDEFGH があり、 $AB=AD=9\text{cm}$ 、 $AE=8\text{cm}$ である。また、点 P は辺 AB 上にあり、 $AP=6\text{cm}$ である。このとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2009 年度)

問1 図 1 の直方体 ABCDEFGH において、辺 AB とねじれの位置にある辺は、全部で何本あるか。

図 1

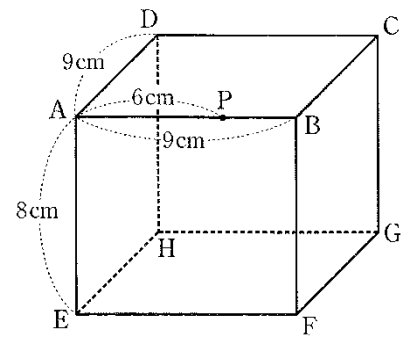


図 2

問2 図 2 において、4 つの点 P, E, F, G を頂点とする三角すい PEFG の体積は何 cm^3 か。

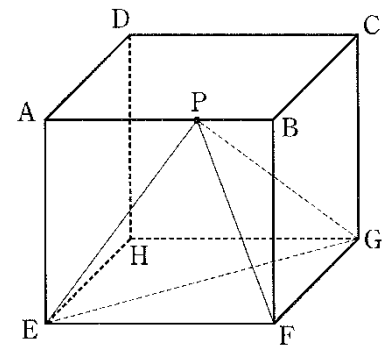
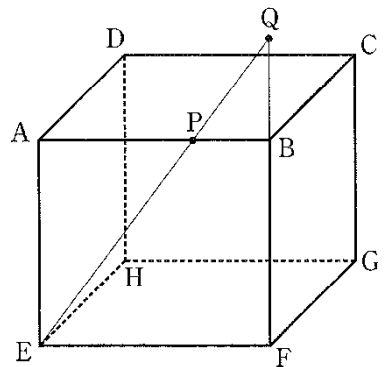


図 3

問3 図 2 において、線分 EP の長さは何 cm か。



問4 図 3 のように、線分 EP の延長と辺 FB の延長との交点を Q とするとき、線分 BQ の長さは何 cm か。

問5 図 3 において、台形 PEFB を、辺 BF を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。

解答欄

問1	本
問2	cm^3
問3	cm
問4	cm
問5	cm^3

解答

問1 4 本

問2 108 cm^3

問3 10 cm

問4 4 cm

問5 $312 \pi \text{ cm}^3$

解説

問5

求める立体は

$\triangle QFE$ を回転させた円すいから $\triangle QBP$ を回転させた円すいを除いたものだから

その体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times (8+4) - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 324 \pi - 12 \pi = 312 \pi \text{ cm}^3$

【問 55】

図 1～図 3 のように、8 つの点 A, B, C, D, E, F, G, H を頂点とする直方体 ABCDEFGH があり、 $AB=AD=9\text{cm}$ 、 $AE=8\text{cm}$ である。また、点 P は辺 AB 上にあり、 $AP=6\text{cm}$ である。このとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2009 年度)

問1 図 1 の直方体 ABCDEFGH において、辺 AB とねじれの位置にある辺は、全部で何本あるか。

図 1

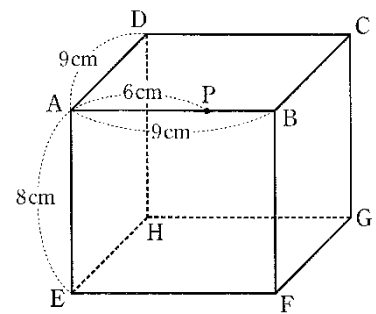
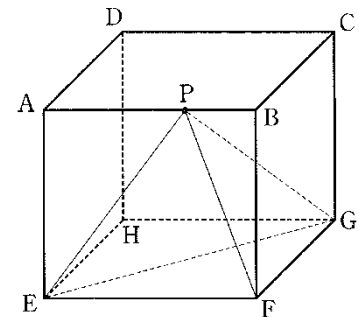


図 2

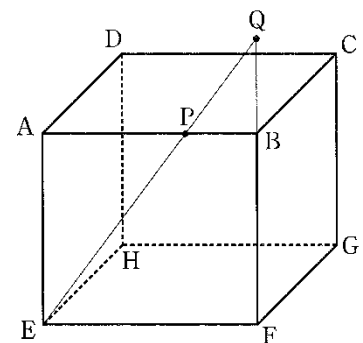
問2 図 2 において、4 つの点 P, E, F, G を頂点とする三角すい PEFG の体積は何 cm^3 か。



問3 図 2 において、線分 EP の長さは何 cm か。

図 3

問4 図 3 のように、線分 EP の延長と辺 FB の延長との交点を Q とするとき、線分 PQ の長さは何 cm か。



問5 図 3 において、台形 PEFB を、辺 BF を軸として 1 回転させてできる立体の表面積は何 cm^2 か。

解答欄

問1	本
問2	cm ³
問3	cm
問4	cm
問5	cm ²

解答

問1 4 本

問2 108 cm³

問3 10 cm

問4 5 cm

問5 210π cm²

解説

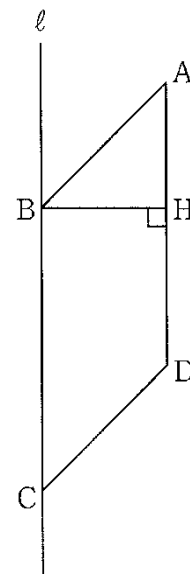
問5

表面積は $\frac{1}{2} \times (5+10) \times (2\pi \times 9) - \frac{1}{2} \times 5 \times 2\pi (9-6) + \pi \times 9^2 + \pi \times (9-6)^2 = 210\pi$ cm²

【問 56】

図のように、平行四辺形 $ABCD$ があり、直線 ℓ 上に辺 BC があります。頂点 B から辺 AD に垂線をひき、辺 AD との交点を H とします。 $AD=10\text{ cm}$, $BH=4\text{ cm}$ のとき、平行四辺形 $ABCD$ を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いなさい。

(北海道 2010 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$160\pi\text{ cm}^3$$

解説

C から AD の延長線上に垂線をひき交点を K とする。

$\triangle ABH$ と $\triangle DCK$ において

四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから

$$AB=DC\cdots\textcircled{1}$$

平行線の同位角は等しいから

$$\angle BAH=\angle CDK\cdots\textcircled{2}$$

$$\angle AHB=\angle DKC=90^\circ\cdots\textcircled{3}$$

①, ②, ③より

直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABH\equiv\triangle DCK$$

平行四辺形 $ABCD$ を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積は

長方形 $BCKH$ を 1 回転させた体積と等しいので

$$\text{求める体積は}\pi\times 4^2\times 10=160\pi\text{ cm}^3$$

【問 57】

図1のように、1 辺の長さが 4 cm の立方体 $ABCD-EFGH$ が平面 P の上にあります。辺 CD の中点を M とします。この立方体に、次の **1** , **2** の操作を順に行います。図2は、**1** の操作を行った後の立方体です。

このとき、次の(1), (2)に答えなさい。ただし、円周率は π を用いなさい。

(北海道 2010 年度)

- 1** 辺 EF を軸として、2 点 A, B が平面 P 上の点となるように 90° まわす。
- 2** **1** によって動いた図2の立方体の辺 AE を軸として、2 点 D, H が平面 P 上の点となるように 90° まわす。

図1

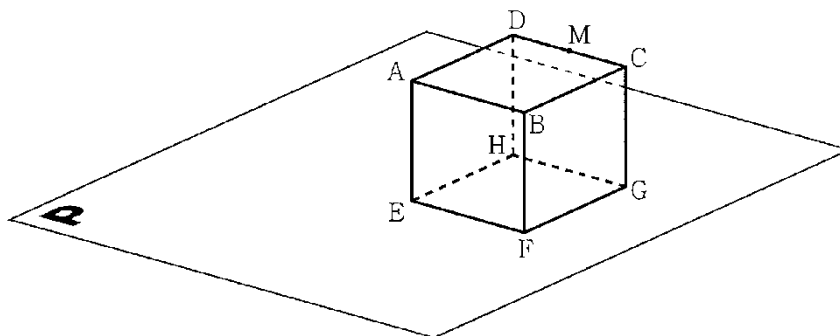
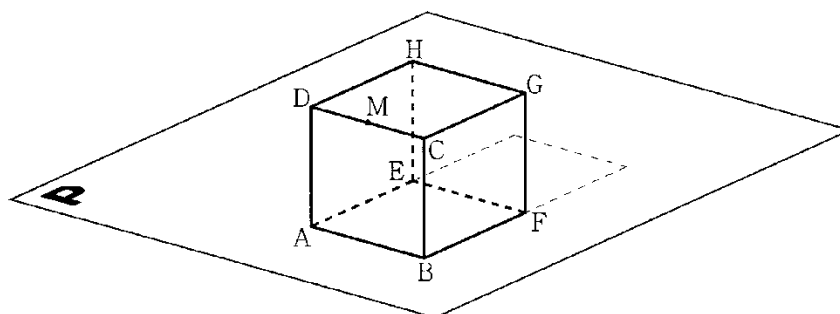


図2



(1) **1** , **2** のそれぞれの操作によって、点 G が動いてできた弧の長さの和を求めなさい。

(2) **1** , **2** のそれぞれの操作によって、線分 DM が動いてできた図形の面積の和を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm ²

解答

(1) $(2 + 2\sqrt{2})\pi$ cm

(2) $(1 + 4\sqrt{2})\pi$ cm²

解説

(1)

G は F を中心として 90° 回転し E を中心として 90° 回転する。

よって求める長さは $2\pi \times 4 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 4\sqrt{2} \times \frac{90}{360} = 2\pi + 2\sqrt{2}\pi = (2 + 2\sqrt{2})\pi$ cm

(2)

DM の動いた図形は

底面の円の半径が $4\sqrt{2}$ cm, 高さが 2 cm の円柱の側面の $\frac{90}{360}$ に

半径が $2\sqrt{5}$ cm, 中心角 90° のおうぎ形と△ADM を加え

半径 4 cm, 中心角 90° のおうぎ形と△ADM をひいたものになる。

よって

$$2\pi \times 4\sqrt{2} \times \frac{90}{360} \times 2 + \pi \times (2\sqrt{5})^2 \times \frac{90}{360} + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 - \pi \times 4^2 \times \frac{90}{360} - \frac{1}{2} \times 4 \times 2$$

$$= 4\sqrt{2}\pi + 5\pi + 4 - 4\pi - 4$$

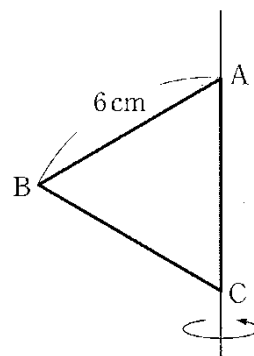
$$= \pi + 4\sqrt{2}\pi$$

$$= (1 + 4\sqrt{2})\pi \text{ cm}^2$$

【問 58】

図の正三角形 ABC を、直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(青森県 2010 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

$$54\pi \text{ cm}^3$$

解説

$\angle B$ の二等分線をひき AC との交点を H とする。

$\triangle ABC$ は正三角形だから

$$BH \perp AC, AH = CH = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

$\triangle ABH$ は、 60° の角をもつ直角三角形だから

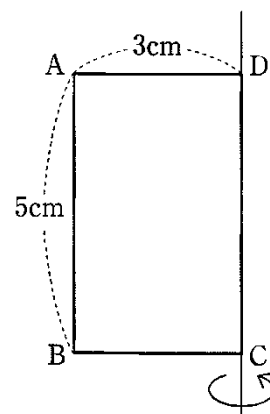
$$BH = \sqrt{3} AH = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{よって求める体積は } 2 \times \frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times 3 = 54\pi \text{ cm}^3$$

【問 59】

図の長方形 ABCD を、辺 CD を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。
ただし、円周率は π とします。

(岩手県 2010 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$45\pi \text{ cm}^3$$

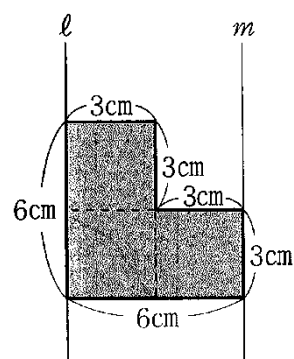
解説

立体は底面の半径が 3 cm 高さが 5 cm の円柱だから
その体積は $\pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi \text{ cm}^3$

【問 60】

図のように、1 辺が 3 cm の正方形を 3 つ組み合わせた図形がある。この図形を、直線 ℓ を軸として 1 回転してできる立体を P、直線 m を軸として 1 回転してできる立体を Q とする。P と Q では、表面積はどちらがどれだけ大きいのか、求めなさい。

(秋田県 2010 年度)



解答欄

が cm^2 大きい

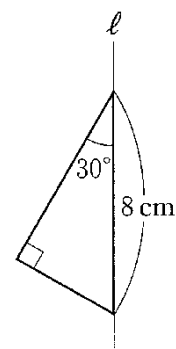
解答

Q が $36\pi \text{ cm}^2$ 大きい

【問 61】

図の直角三角形を直線 l のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(福井県 2010 年度)



解答欄

cm^3

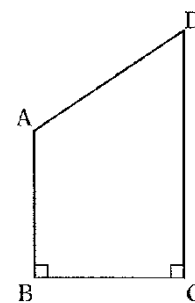
解答

$32\pi\text{ cm}^3$

【問 62】

図は、 $AB \parallel DC$ の台形で、 $AB=3 \text{ cm}$ 、 $DC=5 \text{ cm}$ 、 $AD=4 \text{ cm}$ 、 $\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$ である。

(長野県 2010 年度)



(1) 辺 BC の長さを求めなさい。

(2) 直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体をア、直線 DC を軸として 1 回転させてできる立体をイとする。このとき、アとイの体積についてまとめた次の文の、 $\boxed{\text{I}}$ にはアとイのいずれかの記号を、 $\boxed{\text{II}}$ には当てはまる値を書きなさい。ただし、円周率は π とする。

アとイの体積を比べると、 $\boxed{\text{I}}$ の方が $\boxed{\text{II}} \text{ cm}^3$ 大きい。

解答欄

(1)	cm	
(2)	I	
	II	cm^3

解答

(1) $2\sqrt{3} \text{ cm}$

(2)

I ア

II $8\pi \text{ cm}^3$

解説

(1)

A から CD に垂線 AH をひく。

$DH=5-3=2 \text{ cm}$

$\triangle ADH$ で

三平方の定理より $AH=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3} \text{ cm}$

よって $BC=AH=2\sqrt{3} \text{ cm}$

(2)

立体アの体積は $\pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 5 - \frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 2 = 60\pi - 8\pi = 52\pi \text{ cm}^3$

立体イの体積は $\pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 3 + \frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times 2 = 36\pi + 8\pi = 44\pi \text{ cm}^3$

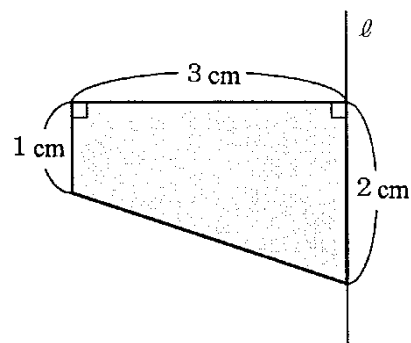
$52\pi - 44\pi = 8\pi \text{ cm}^3$

よってアの方が $8\pi \text{ cm}^3$ 大きい

【問 63】

図のような四角形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる回転体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(滋賀県 2010 年度)



解答欄

cm^3

解答

$12\pi \text{ cm}^3$

解説

回転体を上部の円柱と下部の円錐とに分けて考える。

円柱は底面の半径が 3 cm 高さが 1 cm なので

体積は $\pi \times 3^2 \times 1 = 9\pi \text{ cm}^3$

円錐は底面の半径が 3 cm 高さが $2 - 1 = 1 \text{ cm}$ なので

体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1 = 3\pi \text{ cm}^3$

よって求める体積は $9\pi + 3\pi = 12\pi \text{ cm}^3$

【問 64】

図1のように、 $AB=8$ cm, $BC=9$ cm, $DA=3$ cm, $\angle ADC=\angle BCD=90^\circ$ である台形ABCDがあり、線分BAを延長した直線と線分CDを延長した直線との交点をEとする。

このとき、次の問1・問2に答えよ。ただし、円周率は π とする。

(京都府 2010 年度)

問1 線分CDの長さを求めよ。また、線分DEの長さを求めよ。

図1

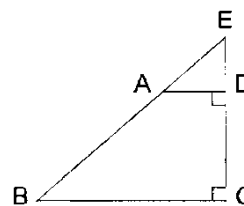
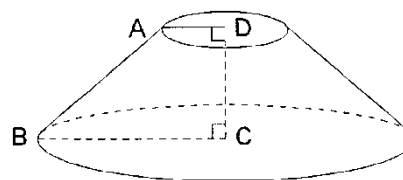


図2



問2 図1の台形ABCDを線分CDを軸として1回転させてできる立体は、右の図2のようになる。この立体の体積を求めよ。

解答欄

問1	CD= cm
	DE= cm
問2	cm ³

解答

問1

$$CD = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$DE = \sqrt{7} \text{ cm}$$

問2

$$78\sqrt{7} \pi \text{ cm}^3$$

解説

問1

AからBCに垂線をひきその交点をHとする。

$$CH = DA = 3 \text{ cm}, BH = 9 - 3 = 6 \text{ cm}$$

△ABHで

$$\text{三平方の定理より } AH = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$CD = AH = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

AD//BCより

$$DE : (DE + DC) = AD : BC$$

$$DE : (DE + 2\sqrt{7}) = 3 : 9$$

$$9DE = 3DE + 6\sqrt{7}$$

$$6DE = 6\sqrt{7}$$

$$DE = \sqrt{7} \text{ cm}$$

問2

求める体積は

△EBCを回転させてできる円錐から△EADを回転させてできる円錐を除いたものだから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times (\sqrt{7} + 2\sqrt{7}) - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times \sqrt{7}$$

$$= 81\sqrt{7} \pi - 3\sqrt{7} \pi$$

$$= 78\sqrt{7} \pi \text{ cm}^3$$

【問 65】

右の写真のような紙パック飲料をモデルにした問題である。図1～図3において、立体 $ABCD-EFGH$ は直方体であり、 $AB=4\text{ cm}$, $AD=3\text{ cm}$, $AE=6\text{ cm}$ である。

次の問いに答えなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は、その形のままでよい。

(大阪府 2010 年度 後期)

問1 図1において、 I は、辺 AE 上にあつて A , E と異なる点である。 E と G , I と G とをそれぞれ結ぶ。 $IG=6\text{ cm}$ である。

- (1) 線分 EG の長さを求めなさい。
- (2) E と直線 IG との距離を求めなさい。求め方も書くこと。必要に応じて解答欄の図を用いてもよい。

問2 図2, 図3において、 J , K は、それぞれ辺 AD , AB 上の点であり、 $AJ=AK=1\text{ cm}$ である。 L は、 J を通り辺 AB に平行な直線と K を通り辺 AD に平行な直線との交点である。

- (1) 図2において、 M は、直線 LG 上にあつて L について G と反対側にある点であり、 $MG=10\text{ cm}$ である。 N は、辺 AE 上にあつて A , E と異なる点である。 O , P , Q はそれぞれ辺 BF , CG , DH 上にあつて、 $NE=OF=PG=QH$ となる点である。 $NE=x\text{ cm}$ とし、 $0 < x < 6$ とする。このとき、4 点 N , O , P , Q は同じ平面上にあつて、この 4 点を結んでできる四角形 $NOPQ$ は長方形である。 R は、平面 $NOPQ$ と直線 MG との交点である。

- ① 線分 ML の長さを求めなさい。
- ② 線分 RG の長さを x を用いて表しなさい。

- (2) 図3は、図2中の直方体 $ABCD-EFGH$ を直線 EH を軸として回転させた状態を示している。図3において、 S は、辺 EH 上の点であり、 $ES=1\text{ cm}$ である。 T は、直線 LS 上にあつて L について S と反対側にある点であり、 $TS=10\text{ cm}$ である。 U , V は、それぞれ辺 AE , DH の中点である。このとき、4 点 U , F , G , V は同じ平面上にあつて、この 4 点を結んでできる四角形 $UFGV$ は長方形である。 W は、平面 $UFGV$ と直線 TS との交点である。線分 WS の長さを求めなさい。

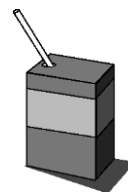


図1

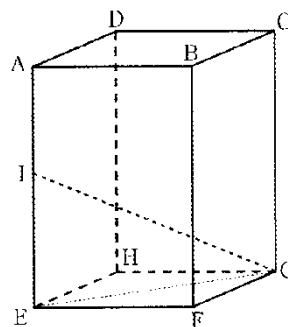


図2

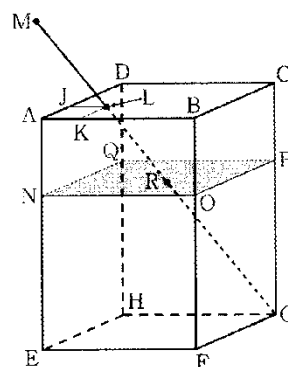
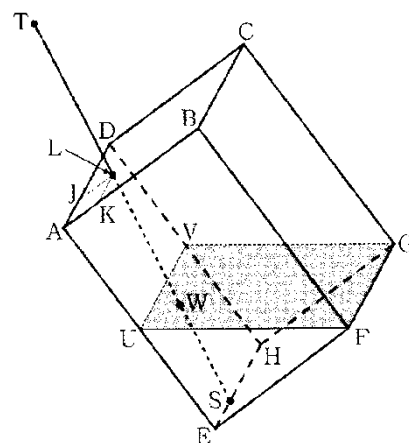
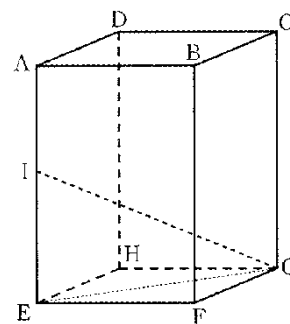
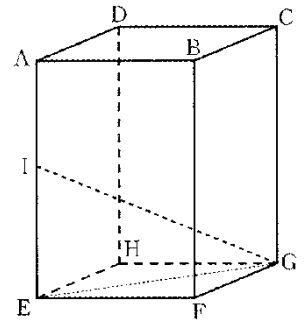


図3





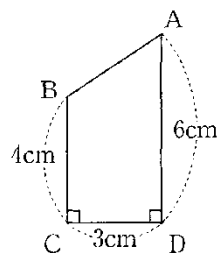
$$\text{よって WS} = \frac{4}{9} \text{LS} = \frac{4}{9} \times \sqrt{37} = \frac{4}{9} \sqrt{37} \text{ cm}$$



【問 66】

図のような台形 ABCD がある。辺 AD を軸として、この台形を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

(山口県 2010 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$42\pi \text{ cm}^3$$

解説

B から AD に垂線をひき交点を H とする。

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times BH^2 \times AH + \pi \times CD^2 \times HD$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times (6-4) + \pi \times 3^2 \times 4$$

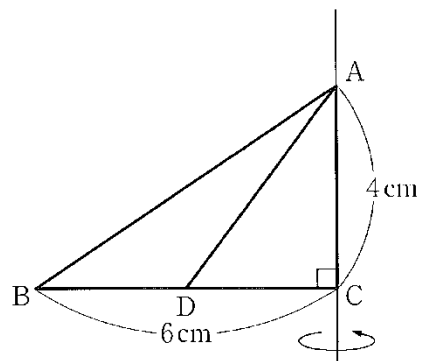
$$= 6\pi + 36\pi$$

$$= 42\pi \text{ cm}^3$$

【問 67】

図の直角三角形 ABC で、辺 BC の中点を D とする。直線 AC を軸として三角形 ABD を 1 回転させてできた立体を P 、直線 AC を軸として三角形 ADC を 1 回転させてできた立体を Q とする。立体 P と立体 Q の体積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(青森県 2011 年度 前期)



解答欄

:

解答

3:1

解説

$$P \text{ の体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 4 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 48\pi - 12\pi = 36\pi \text{ cm}^3$$

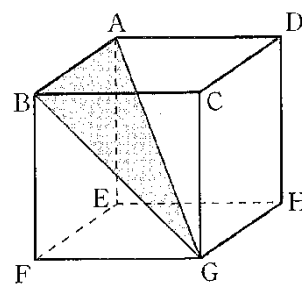
$$Q \text{ の体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi \text{ cm}^3$$

$$P \text{ の体積} : Q \text{ の体積} = 36\pi : 12\pi = 3:1$$

【問 68】

図のように、1 辺が 6 cm の立方体 $ABCD-EFGH$ がある。この立方体の 3 つの頂点 A, B, G を結んでできる $\triangle ABG$ について、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(秋田県 2011 年度)



(1) 辺 AG を底辺としたときの高さを求めなさい。

(2) 辺 AG を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm ³

解答

(1) $2\sqrt{6}$ cm

(2) $48\sqrt{3} \pi$ cm³

【問 69】

図1において、 $\triangle ABC$ は $AC=4$ cm, $\angle C=90^\circ$ の直角三角形である。点 D は辺 AB 上, 点 E は辺 BC 上にあり, $DE=3$ cm, $EB=9$ cm, $\angle DEB=90^\circ$ である。図2は, 図1の $\triangle DBE$ を辺 EB を軸として1回転させてできる立体の形をした容器アと, 図1の台形 $ADEC$ を辺 CE を軸として1回転させてできる立体の形をした容器イを表しており, 容器アには水を注ぎ, 満水にしてある。このとき, あとの問いに答えなさい。ただし, 円周率は π とし, 容器の厚さは考えないものとする。

(山形県 2011 年度)

図1

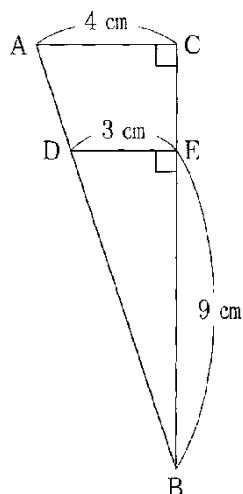
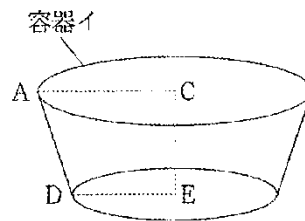
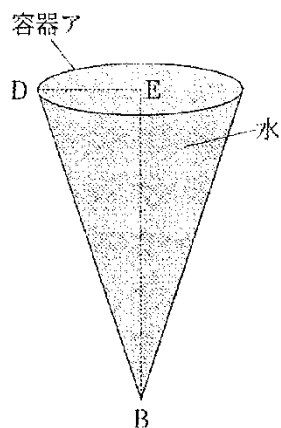


図2



- (1) 容器アに入っている水の体積を求めなさい。

- (2) 容器アに入っている水を, 空の容器イに移したいと考えた。次は, 容器アに入っている水のすべてを, 水平な台に置いた容器イに移すことができるかどうかについて表したものである。[a] にはあてはまる値を, [b] には大きい小さいかのいずれかを, [c] にはできるかできないかのいずれかを, それぞれ書きなさい。

容器アと容器イの容積を比べると容器アのほうが [a] cm^3 [b] ので, 容器アに入っている水のすべてを容器イに移すことが [c] 。

解答欄

(1)	cm^3	
(2)	a	
	b	
	c	

解答

(1) $27\pi \text{ cm}^3$

(2)

a 10π

b 小さい

c できる

解説

(2)

DE//AC より

BE:BC=DE:AC

9:BC=3:4

3BC=9×4

BC=12 cm

容器イの容積は△ABC を BC を軸に 1 回転させたものから容器アの容積をひいたものになる。

よって $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 12 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 9 = 64\pi - 27\pi = 37\pi \text{ cm}^3$

よって容器アの容積－容器イの容積 $= 27\pi - 37\pi = -10\pi \text{ cm}^3$ より

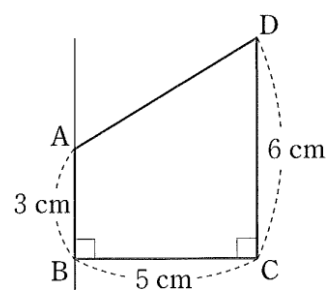
容器アの方が $10\pi \text{ cm}^3$ 小さいので

容器アに入っている水のすべてを容器イに移すことができる。

【問 70】

図の台形 $ABCD$ を、辺 AB を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(福島県 2011 年度)



解答欄

cm^3

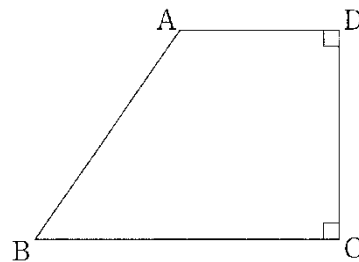
解答

$125\pi\text{ cm}^3$

【問 71】

図のような、 $AB=5\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ 、 $AD=3\text{ cm}$ 、 $\angle C=\angle D=90^\circ$ の台形 $ABCD$ を、辺 DC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2011 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

$$84\pi\text{ cm}^3$$

解説

A から BC に垂線をひき交点を H とする。

$$BH=6-3=3\text{ cm}$$

$\triangle ABH$ で

$$\text{三平方の定理より } AH=\sqrt{5^2-3^2}=4\text{ cm}$$

また BA と CD をそれぞれ延長し交点を E とする。

$AD \parallel BC$ だから $ED=x\text{ cm}$ とおくと

$ED:EC=AD:BC$ より

$$x:(x+4)=3:6$$

$$3(x+4)=6x$$

$$x+4=2x$$

$$x=4\text{ cm}$$

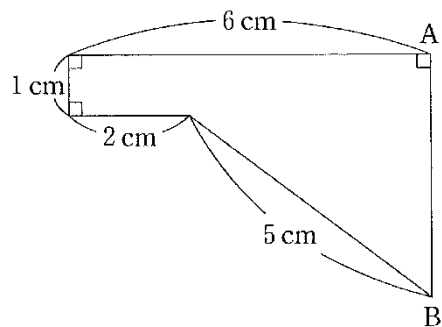
求める体積は $\triangle EBC$ を 1 回転させたものから $\triangle EAD$ を 1 回転させたものを除いた体積になるから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times (4+4) - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 96\pi - 12\pi = 84\pi\text{ cm}^3$$

【問 72】

図形を、辺 AB を軸として 1 回転したときにできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2011 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$$52\pi \text{ cm}^3$$

解説

できた立体は

上部は底面の半径が 6 cm で高さが 1 cm の円柱と

底面の半径が $6 - 2 = 4 \text{ cm}$, 高さが $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$ の円すいを組み合わせたものになる。

$$\text{よって求める体積は } \pi \times 6^2 \times 1 + \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 36\pi + 16\pi = 52\pi \text{ cm}^3$$

【問 73】

OA=6 cm, AB=10 cm, $\angle AOB=90^\circ$ である直角三角形 OAB の辺 AB の中点を C とする。図1のように, 線分 OB を延長した直線 ℓ を軸として, 直角三角形 OAB を 1 回転させてできる立体を X とする。

このとき, 次の各問いに答えなさい。ただし, 円周率は π とする。

(鳥取県 2011 年度)

問1 線分 OB の長さを求めなさい。

問2 X の体積を求めなさい。

問3 図2のように, $\triangle OAC$ に色をぬる。図1と同様に直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体のうちの, 色がついた部分でできる立体を Y とする。このとき, 次の (1), (2)について答えなさい。

(1) X と Y の体積の比を, 最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) Y の表面積のうち, 線分 AC が動いてできた面の面積を求めなさい。

図1

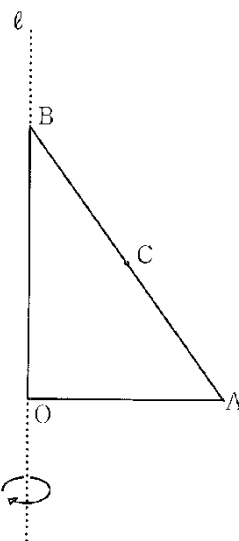
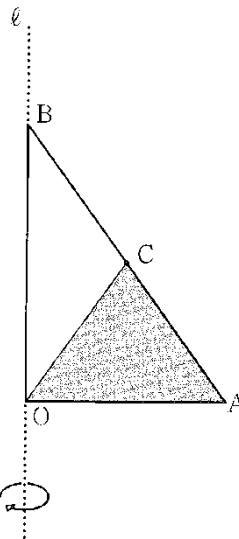


図2



解答欄

問1	cm	
問2	cm ³	
問3	(1)	(X の体積):(Y の体積)= :
	(2)	cm ²

解答

問1 8 cm

問2 $96\pi \text{ cm}^3$

問3

(1) Xの体積:Yの体積=4:3

(2) $45\pi \text{ cm}^2$

解説

問3

(1)

CからBOに垂線CHをひく。

CH // AOより

BH:HO=BC:CA=1:1

CHは共通

$\angle BHC = \angle OHC$ より

$\triangle BHC \equiv \triangle OHC$ だから

YはXから $\triangle BCH$ を1回転させたもの2つ分を除いた体積となる。

CH:AO=BC=BAより

CH:6=1:2

CH=3 cm

$BH = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$

よって $Y = 96\pi - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 \times 2 = 72\pi \text{ cm}^3$

よって X:Y= $96\pi : 72\pi = 4:3$

(2)

$\triangle OAB$ を1回転させてできる円錐の側面のおうぎ形の中心角を x° とする。

$2\pi \times 10 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 6 \quad x = 216^\circ$

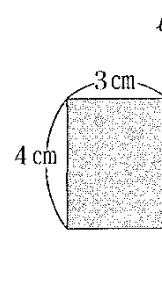
よってACが動いてできる面の面積は

$\pi \times 10^2 \times \frac{216}{360} - \pi \times 5^2 \times \frac{216}{360} = 45\pi \text{ cm}^2$

【問 74】

図の長方形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(島根県 2011 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$36\pi \text{ cm}^3$$

解説

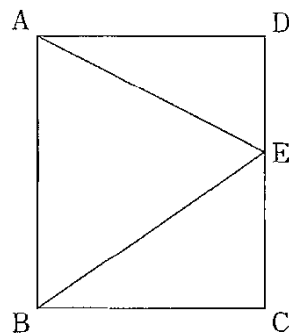
できる立体は底面の半径が 3 cm 高さが 4 cm の円柱となる。

よって求める体積は $\pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi \text{ cm}^3$

【問 75】

図のように、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $AD=5\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ の辺 CD 上に点 E があります。 $\triangle ABE$ を、直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 ですか。ただし、円周率は π とします。

(広島県 2011 年度)



解答欄

cm^3

解答

$50\pi\text{ cm}^3$

解説

E から AB に垂線をひき交点を H とする。

求める体積は

EH を底面の半径とする高さが AH の円すいと

EH を半径とする高さが BH の円すいの和になる。

$$\frac{1}{3} \times \pi \times EH^2 \times AH + \frac{1}{3} \times \pi \times EH^2 \times BH$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times EH^2 \times (AH + BH)$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times EH^2 \times AB$$

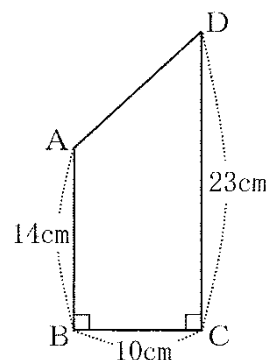
$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 6$$

$$= 50\pi\text{ cm}^3$$

【問 76】

図のような $\angle B = \angle C = 90^\circ$ の四角形 ABCD がある。AB=14 cm, BC=10 cm, CD=23 cm のとき, 辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし, 円周率には π を用いること。

(高知県 2011 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

$2000\pi \text{ cm}^3$

解説

BA の延長線に D から垂線をひき交点を H とする。

回転してできる立体は底面の半径が BC=10 cm 高さが CD=23 cm の円柱から

底面の半径が DH=10 cm 高さが AH=23-14=9 cm の円すいを除いたものになる。

よって求める体積は $\pi \times 10^2 \times 23 - \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 9 = 2300\pi - 300\pi = 2000\pi \text{ cm}^3$

【問 77】

図1のように、底面が1辺4 cm の正方形で、他の辺の長さがすべて $2\sqrt{5}$ cm の正四角すい OABCD がある。また、辺 AB の中点を L、辺 CD の中点を M とし、点 O から線分 LM にひいた垂線と線分 LM との交点を H とする。

このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(佐賀県 2011 年度 後期)

問1 OL の長さを求めなさい。

問2 OH の長さを求めなさい。

問3 $\triangle OLM$ を、直線 OH を軸として1回転させてできる立体の体積を V_1 、正四角すい OABCD の体積を V_2 とするとき、 V_1 と V_2 の比を求めなさい。

問4 図1の正四角すい OABCD について、辺 OC の中点を N、辺 OD の中点を P とし、線分 NP と線分 OM の交点を Q とすると、図2のようになる。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(1) PN および OQ の長さを求めなさい。

(2) 四角すい OABNP の体積を求めなさい。

図1

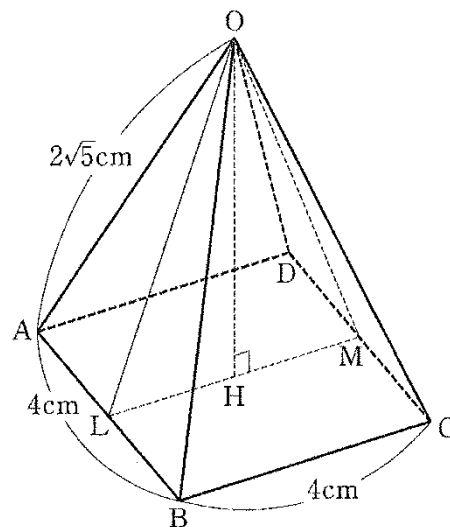
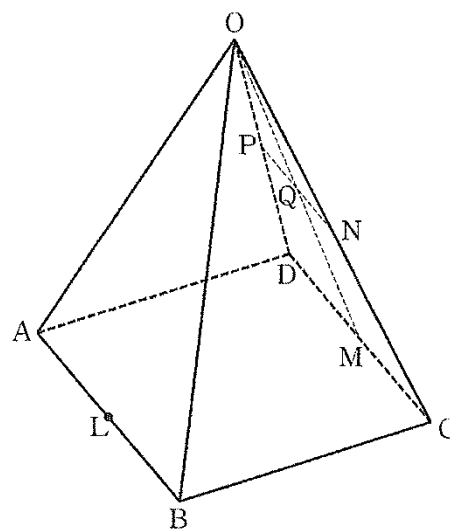


図2



解答欄

問1	cm		
問2	cm		
問3	$V_1 : V_2 =$:		
問4	(1)	PN	cm
		OQ	cm
	(2)	cm^3	

解答

問1 4cm

問2 $2\sqrt{3}$ cm

問3 $V_1:V_2=\pi:4$

問4

(1)

PN 2 cm

OQ 2 cm

(2) $4\sqrt{3}$ cm^3

解説

問4

(2)

P, N から CD に垂線をひき交点をそれぞれ R, S とする。

また R を通る AD に平行な線をひき AB との交点を X とし

S を通る CB に平行な線をひき AB との交点を Y とする。

P から面 ABCD に垂線をひき交点を K とすると

PK // OH より

PK:OH=PD:OD

PK: $2\sqrt{3}=1:2$

PK= $\sqrt{3}$ cm

また DR=(4-2)÷2=1 cm

三角すい P-AXRD と N-YBCS の体積は等しく

$$\frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times \frac{2\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$$

三角柱 PXR-NYS の体積は

$$\frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{3} \times 2 = 4\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

したがって四角すい OABNP の体積は

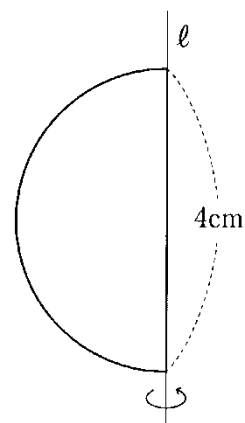
$$\frac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{3} - 2 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

【問 78】

次の図のような半円を、直線 ℓ を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とします。

(岩手県 2012 年度)



解答欄

cm^3

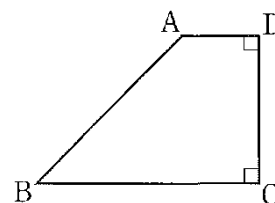
解答

$$\frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 79】

右の図のように、台形 $ABCD$ があり、 $AD=1 \text{ cm}$, $CD=2 \text{ cm}$, $\angle BCD=\angle ADC=90^\circ$, $\angle BAD=135^\circ$ である。この台形 $ABCD$ を辺 CD を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

(秋田県 2012年度)



解答欄

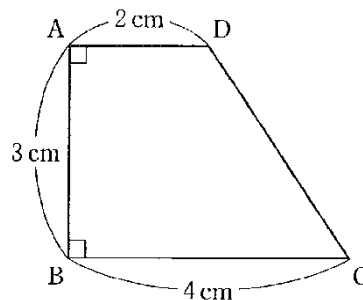
cm^3

解答

$$\frac{26}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 80】

図のような、 $AB=3\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$, $AD=2\text{ cm}$, $\angle BAD=\angle ABC=90^\circ$ の台形 $ABCD$ がある。この台形を、直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体を P , 直線 BC を軸として 1 回転させてできる立体を Q とする。このとき、次の文の ア にあてはまるものを P , Q のうちから 1 つ選んで答えなさい。また、イ にあてはまる数を求めなさい。ただし、円周率は π とする。



(栃木県 2012年度)

立体 P , Q の体積を比較すると、立体 ア の体積の方が イ cm^3 大きい。

解答欄

ア	
イ	

解答

ア P

イ 4π

解説

BA と CD を延長し交点を E とする。

また、 D から BC に垂線をひき交点を H とする。

$AD \parallel BC$ より

$EA:ED=AD:BC$

$EA=x\text{ cm}$ とすると

$$x:(x+3)=2:4$$

$$2(x+3)=4x$$

$$x=3$$

よって立体 P の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times (3+3) - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 28\pi \text{ cm}^3$$

また $BF=AD=2\text{ cm}$ より

$$CF=4-2=2\text{ cm}$$

立体 Q の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 2 + \pi \times 3^2 \times 2 = 24\pi \text{ cm}^3$$

したがって

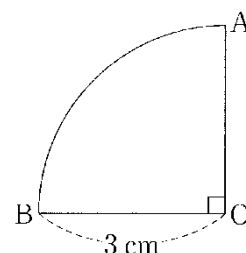
立体 P の体積の方が $28\pi - 24\pi = 4\pi \text{ cm}^3$ 大きい。

【問 81】

右の図のような、半径 3 cm で中心角が 90° のおうぎ形 OAB があります。このおうぎ形 OAB を、線分 AO を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2012 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$18\pi \text{ cm}^3$$

解説

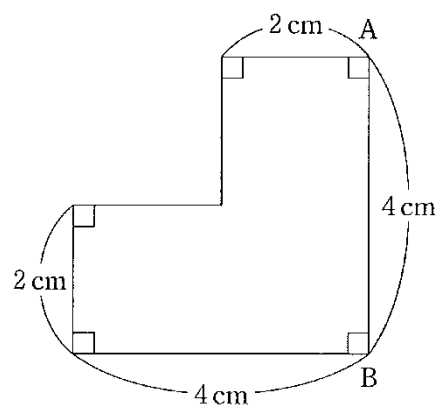
おうぎ形 OAB を AO を軸として 1 回転させてできる立体は半径 3 cm の半球となるから

$$\text{その体積は } \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 \div 2 = 18\pi \text{ cm}^3$$

【問 82】

図形を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2012 年度 前期)



解答欄

cm^2

解答

$$56\pi \text{ cm}^2$$

【問 83】

AB=9 cm, BC=6 cm, $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。図1は, $\triangle ABC$ において, 辺 AB, AC の中点をそれぞれ M, N とし, 点 M と点 N を結んだものである。図2は, $\triangle ABC$ を辺 AC を軸として 1 回転させてできた円すいを表しており, 線分 AB 上で AD=3 cm となる点を D, 底面の円の直径のうち直線 BC に垂直なものを PQ とする。

図1

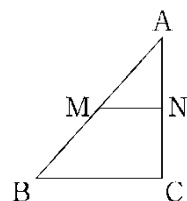
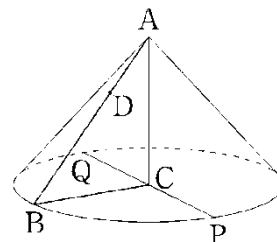


図2



次の問1～問3の の中であてはまる最も簡単な数を記入せよ。ただし, 根号を使う場合は $\sqrt{\quad}$ の中を最も小さい整数にすること。

(福岡県 2012 年度)

問1 図2に示す円すいの体積は, 図1の $\triangle AMN$ を辺 AN を軸として 1 回転させてできた立体の体積の 倍 である。

問2 図2に示す円すいにおいて, $\triangle DCP$ の辺 DP の長さは cm である。

問3 図2に示す円すいの側面を, 母線 AQ で切って開いた展開図において, 線分 DP の長さは cm である。

解答欄

問1	倍
問2	cm
問3	cm

解答

問1 8 倍

問2 $2\sqrt{15}$ cm

問3 $3\sqrt{7}$ cm

解説

問2

△ABC において

三平方の定理より

$$AC^2 = 9^2 - 6^2 = 45$$

C から AB に垂線をひき交点を H とする。

BH = x cm とすると

$$AC^2 - AH^2 = BC^2 - BH^2 \text{ より}$$

$$45 - (9 - x)^2 = 6^2 - x^2$$

$$x = 4$$

$$CH^2 = 6^2 - 4^2 = 20$$

$$DH = 9 - 3 - 4 = 2 \text{ cm}$$

$$CD^2 = DH^2 + CH^2 = 2^2 + 20 = 24$$

$$DP^2 = CD^2 + CP^2 = 24 + 6^2 = 60$$

DP > 0 より

$$DP = \sqrt{60} = 2\sqrt{15} \text{ cm}$$

問3

側面のおうぎ形の中心角は

$$360^\circ \times \frac{2\pi \times 6}{2\pi \times 9} = 240^\circ$$

展開図において P から AB に垂線をひき交点を K とする。

△PAK は ∠PAK = 60° の直角三角形だから

$$AK = \frac{AP}{2} = \frac{9}{2} \text{ cm}$$

$$PK = \sqrt{3} AK = \frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}$$

$$DK = \frac{9}{2} - 3 = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

△DPK において

三平方の定理より

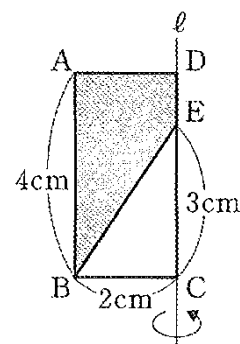
$$DP^2 = DK^2 + PK^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{9\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 63$$

$$\text{よって } DP = 3\sqrt{7} \text{ cm}$$

【問 84】

右の図は、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=2\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ で、辺 CD 上に点 E を、 $CE=3\text{ cm}$ となるようにとったものである。線分 CD を延長した直線 ℓ を軸として、色をつけた部分 () を 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。ただし、円周率は π とする。

(鹿児島県 2012 年度)



解答欄

cm^3

解答

$12\pi\text{ cm}^3$

解説

1 回転させてできる立体は円柱から円すいをくりぬいた形になる。

求める体積は $\pi \times 2^2 \times 4 - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 16\pi - 4\pi = 12\pi\text{ cm}^3$

【問 85】

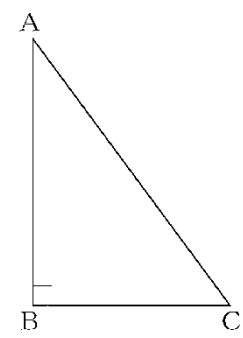
図1のように、 $AB=16\text{ cm}$ 、 $BC=12\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ の $\triangle ABC$ があります。

次の(1)、(2)に答えなさい。

(北海道 2013 年度)

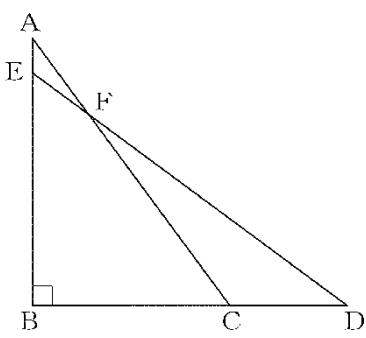
- (1) $\triangle ABC$ を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。
ただし、円周率は π を用いなさい。

図 1



- (2) 図2は、図1の $\triangle ABC$ にそれと相似な $\triangle DBE$ を重ねたものです。点 D は辺 BC の延長上に、点 E は辺 AB 上にあります。辺 AC と辺 DE の交点を F とします。
 $DF=20\text{ cm}$ のとき、 $\triangle FAE$ と $\triangle FDC$ の面積の比を、もっとも簡単な整数の比で求めなさい。

図 2



解答欄

(1)	cm^3
(2)	〔計 算〕 答 $\triangle FAE$ の面積:$\triangle FDC$ の面積＝ :

解答

(1) $768\pi \text{ cm}^3$

(2)

$$AC^2 = 16^2 + 12^2 = 400$$

$AC > 0$ より

$$AC = 20 \cdots \textcircled{1}$$

点 F から線分 BC に垂線をひき線分 BC との交点を G とすると
 $\triangle DGF$ が $\triangle ABC$ と合同だから

$$FG = 12 \cdots \textcircled{2}$$

$$FC = 12 \times \frac{20}{16} = 15$$

$$AF = 20 - 15 = 5 \cdots \textcircled{3}$$

$$\text{よって } AF:DF = 5:20 = 1:4 \cdots \textcircled{4}$$

$\triangle FAE \sim \triangle FDC$ だから

$$\triangle FAE \text{ の面積} : \triangle FDC \text{ の面積} = 1:16$$

答 $\triangle FAE$ の面積 : $\triangle FDC$ の面積 = 1:16

解説

(1)

できる立体は底面の半径が 12 cm 高さが 16 cm の円錐である。

$$\text{よって求める体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 12^2 \times 16 = 768\pi \text{ cm}^3$$

(2)

$\triangle ABC$ において

$$\text{三平方の定理より } AC = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ cm}$$

F から BD に垂線をひき交点を G とする。

$\triangle ABC$ と $\triangle DGF$ において

$$\angle ABC = \angle DGF = 90^\circ \cdots \textcircled{1}$$

$$AC = DF \cdots \textcircled{2}$$

$\triangle ABC \sim \triangle DBE$ より

$$\angle BAC = \angle FDG \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より

直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABC \equiv \triangle DGF$$

よって $FG = 12 \text{ cm}$ $FG \parallel AB$ より

$$CG:CB = 12:16 = 3:4$$

よって $AF:AC = BG:BC = 1:4$

$$AF = 20 \times \frac{1}{4} = 5 \text{ cm}$$

$\triangle FAE$ と $\triangle FDC$ は

2 組の角がそれぞれ等しいので相似だから

相似比は $AF:DF = 5:20 = 1:4$ より

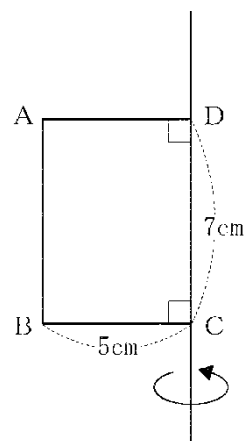
$$\text{面積比は } \triangle FAE : \triangle FDC = 1^2 : 4^2 = 1:16$$

【問 86】

図で、長方形 ABCD を、辺 CD を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とします。

(岩手県 2013 年度)



解答欄

cm^3

解答

$175\pi \text{ cm}^3$

解説

できる立体は底面の半径が 5 cm 高さが 7 cm の円柱

求める体積は $\pi \times 5^2 \times 7 = 175\pi \text{ cm}^3$

【問 87】

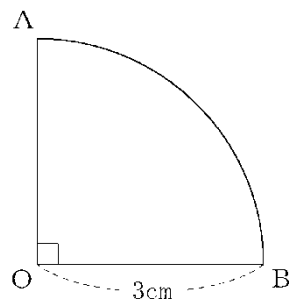
図1のような、 $\angle AOB=90^\circ$ ，半径 3 cm のおうぎ形があります。

次の(1)，(2)の問いに答えなさい。ただし，円周率を π とします。

(宮城県 2013 年度 前期)

- (1) このおうぎ形を，直線 OA を軸として 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。

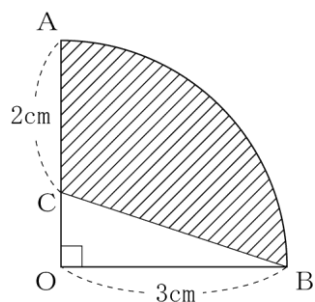
図 1



- (2) 図2は，図1において，線分 OA 上に点 C を $AC=2\text{ cm}$ となるようにとり，点 C と点 B を結び， $\widehat{AB}$ と線分 CA ， CB とで囲まれた部分を斜線で示したものです。

この斜線部分を，直線 OA を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

図 2



解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1) $27\pi\text{ cm}^2$

(2) $15\pi\text{ cm}^3$

解説

(1)

できる回転体は半径が 3 cm の半球だから

その表面積は $4\pi \times 3^2 \div 2 + \pi \times 3^2 = 18\pi + 9\pi = 27\pi\text{ cm}^2$

(2)

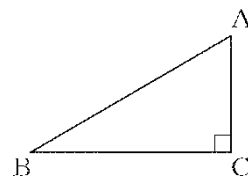
求める体積は(1)の半球の体積から底面の半径が 3 cm 高さが $3-2=1\text{ cm}$ の円錐の体積をひいたものだから

$\frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 \div 2 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1 = 18\pi - 3\pi = 15\pi\text{ cm}^3$

【問 88】

右の図のように、 $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形 ABC があり、 $AC=3\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=30^\circ$ である。この直角三角形 ABC を辺 AC を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

(秋田県 2013 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$27\pi\text{ cm}^3$$

解説

$\triangle ABC$ において

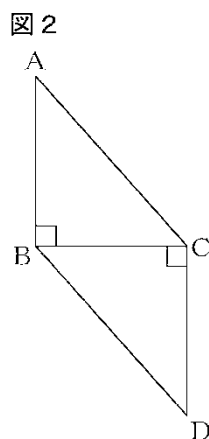
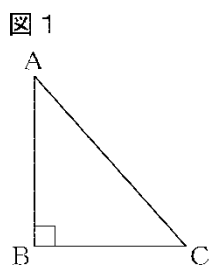
$\angle ACB=90^\circ$ 、 $\angle ABC=30^\circ$ より

$$BC=\sqrt{3}\text{ AC}=3\sqrt{3}\text{ cm}$$

$\triangle ABC$ を AC を軸として 1 回転してできる円錐の体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times 3 = 27\pi\text{ cm}^3$

【問 89】

図1, 図2の三角形 ABC は, $AC=3\text{ cm}$, $BC=2\text{ cm}$, $\angle ABC=90^\circ$ の直角三角形である。



次の問1, 問2に答えなさい。ただし, 円周率は π とする。

(群馬県 2013 年度)

問1 図1の三角形 ABC を, 辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体をアとすると,

- (1) アの見取図をかきなさい。また, その立体の名称を書きなさい。

ただし, 見取図をかく際に, コンパスや定規を用いる必要はない。

- (2) アの体積を求めなさい。

問2 図2のように, 三角形 ABC と合同な三角形 DCB を用いて四角形 ABDC をつくる。

この四角形 ABDC を, 辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体をイとすると,

- (1) イの体積を求めなさい。

- (2) イの表面積を求めなさい。

解答欄

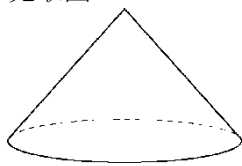
問1	(1)	見取図		
		立体の名称		
	(2)	cm ³		
問2	(1)	cm ³		
	(2)	cm ²		

解答

問1

(1)

見取図



立体の名称 円すい

(2) $\frac{4\sqrt{5}}{3} \pi \text{ cm}^3$

問2

(1) $4\sqrt{5} \pi \text{ cm}^3$

(2) $(12 + 4\sqrt{5}) \pi \text{ cm}^2$

解説

問1

(1)

$\triangle ABC$ を AB を軸として 1 回転すると底面の半径が BC 高さが AB の円すいができる。

(2)

$\triangle ABC$ で

三平方の定理より $AB = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5} \text{ cm}$

求める体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times \sqrt{5} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \pi \text{ cm}^3$

問2

(1)

立体イは上部が立体アと同じで

下部が底辺の半径が 2 cm 高さが $\sqrt{5} \text{ cm}$ の円柱から立体アを除いたものなので

求める体積は底辺の半径が 2 cm 高さが $\sqrt{5} \text{ cm}$ の円柱の体積になる。

よって $\pi \times 2^2 \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5} \pi \text{ cm}^3$

(2)

求める表面積は

立体アの側面のおうぎ形の面積 2 つ分と立体イの下部の円柱の側面の長方形の面積の和だから

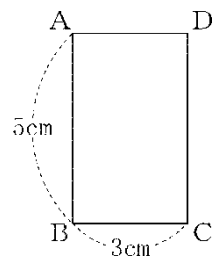
$\pi \times 3^2 \times \frac{2\pi \times 2}{2\pi \times 3} \times 2 + 2\pi \times 2 \times \sqrt{5} = 12\pi + 4\sqrt{5}\pi \text{ cm}^2$

【問 90】

右の図のように、 $AB=5\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ があります。この長方形 $ABCD$ を、辺 DC を軸として 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。

ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2013 年度)



解答欄

cm^2

解答

$48\pi\text{ cm}^2$

解説

1 回転させてできた立体は底面の半径が 3 cm 高さが 5 cm の円柱だから

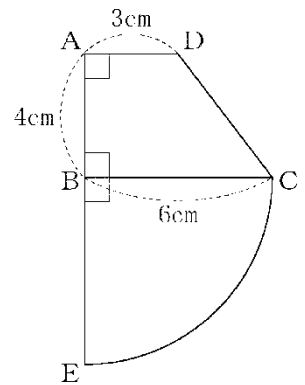
求める表面積は $\pi \times 3^2 \times 2 + 5 \times 2\pi \times 3 = 18\pi + 30\pi = 48\pi\text{ cm}^2$

【問 91】

右の図のように、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ 、 $AD=3\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ 、 $\angle BAD=90^\circ$ の四角形 $ABCD$ と、半径 6 cm 、中心角 90° のおうぎ形 BCE をくっつけた図形がある。この図形を、辺 AE を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とする。

(三重県 2013 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$228\pi\text{ cm}^3$$

解説

BA と CD を延長して交点を F とする。

$\triangle FAD \sim \triangle FBC$ だから

相似比は $AD:BC=3:6=1:2$

よって $FA:FB=1:2$ だから $FA=4\text{ cm}$

$\triangle FAD$ を FA を軸として 1 回転させてできる円錐と

$\triangle FBC$ を FB を軸として 1 回転させてできる円錐の体積比は $1^3:2^3=1:8$

$\triangle FAD$ を FA を軸として 1 回転させてできる円錐の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi\text{ cm}^3 \text{ より}$$

台形 $ABCD$ を AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積は $12\pi \times (8-1) = 84\pi\text{ cm}^3$

またおうぎ形 BCE を BE を軸として 1 回転させてできる立体は半球だから

$$\text{その体積は } \frac{4}{3} \pi \times 6^3 \times \frac{1}{2} = 144\pi\text{ cm}^3$$

したがって求める体積は $84\pi + 144\pi = 228\pi\text{ cm}^3$

【問 92】

図1のような $\angle C=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。

次の問1～問3に答えなさい。

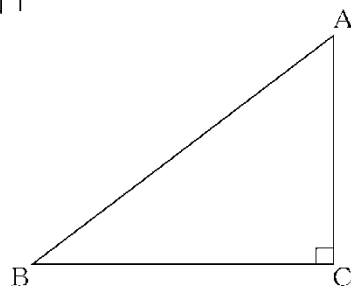
(和歌山県 2013 年度)

問1 図1において、 $BC=4\text{ cm}$ 、 $AC=3\text{ cm}$ のとき、辺 AC を軸として $\triangle ABC$

を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とする。

図 1

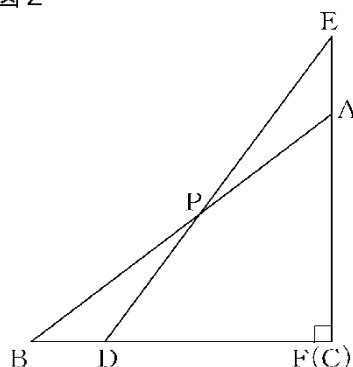


問2 $\triangle ABC$ と合同な $\triangle DEF$ を用意し、図2のように、 $\angle C$ と $\angle F$ が重なるよ

うにおき、辺 BC と DF を重ねておく。

辺 AB と DE の交点を P とするとき、 $BP=EP$ を証明しなさい。

図 2



問3 次の操作を行った。

操作

$\triangle ABC$ と合同な $\triangle DEF, \triangle GHI, \dots$ を 枚用意し、図3のように、 $\triangle ABC$ を直線 ℓ と BC を重ねておき、次に、 $\triangle DEF$ を BC の長さの $\frac{1}{3}$ だけ右にずらし、直線 ℓ と EF を重ねておく。さらに、 $\triangle GHI$ を EF の長さの $\frac{1}{3}$ だけ右にずらし、直線 ℓ と HI を重ねておく。このように、1 つ前においた三角形の底辺の長さの $\frac{1}{3}$ だけ右にずらして、直線 ℓ と次の三角形の底辺を重ねて順においていく。

図 3

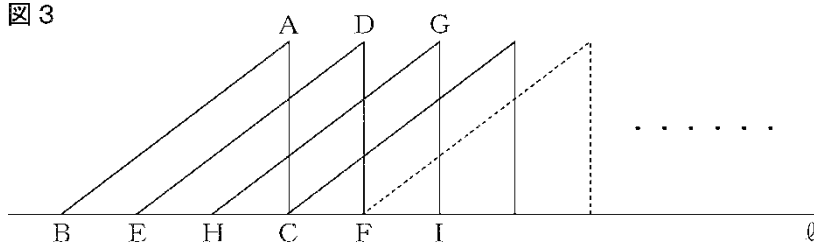
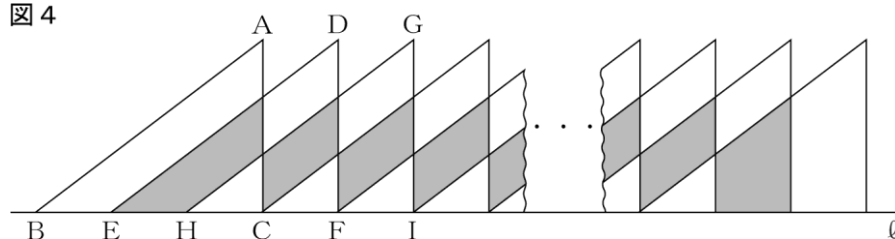


図4は、用意したすべての合同な三角形で上の操作を行って並べ、三角形が 2 枚だけ重なった部分を

で表したものである。2 枚だけ重なった部分の面積の和は、 $\triangle ABC$ の面積の 4 倍であった。

このとき、上の操作の にあてはまる数字を求めなさい。

図 4



解答欄

問1	cm^3
問2	〔証明〕
問3	

解答

問1 $16\pi \text{ cm}^3$

問2

〔証明〕

$\triangle DBP$ と $\triangle AEP$ で

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ だから

$\angle DBP = \angle AEP \cdots \textcircled{1}$

また $BC = EF$, $DF = AC$ であることと

$BD = BC - DF$, $EA = EF - AC$ から

$BD = EA \cdots \textcircled{2}$

$\angle FDE = \angle CAB$ であることと

$\angle PDB = 180^\circ - \angle FDE$

$\angle PAE = 180^\circ - \angle CAB$ から

$\angle PDB = \angle PAE \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ から

一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$\triangle DBP \equiv \triangle AEP$

よって $BP = EP$

問3 8

解説

問1

辺 AC を軸として $\triangle ABC$ を 1 回転させてできる立体は

底面の円の半径が 4 cm 高さが 3 cm の円錐である。

よって求める体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi \text{ cm}^3$

問2

$\triangle DBP$ と $\triangle AEP$ で

一組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいことを示し合同を導くと $BP = EP$ を証明できる。

問3

$\triangle ABC$ と合同な三角形を n 枚用意したとする。

また $\triangle ABC$ と $\triangle ABC$ の内部の 3 枚が重なった部分の直角三角形は相似で

その相似比が $3:1$

3 枚が重なった部分の直角三角形の面積を S とすると

$\triangle ABC = 9S$ とおけるので

2 枚だけ重なった部分の面積は

$(4S - S) + (4S - 2S) \times (n - 2) + (4S - S)$

$= 6S + 2S(n - 2)$

$= (2n + 2)S$

これが $\triangle ABC$ の面積 $9S$ の 4 倍より

$2n + 2 = 9 \times 4$

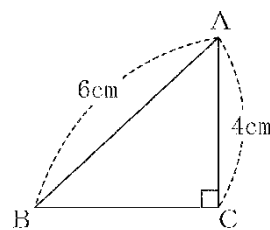
$2n = 34$

$n = 17$

【問 93】

右の図のように、 $\angle C=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。 $AB=6\text{ cm}$, $AC=4\text{ cm}$ のとき、辺 AC を軸として 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率は π を用いること。

(高知県 2013 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{80}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

$\triangle ABC$ を AC を軸として 1 回転してできる立体は

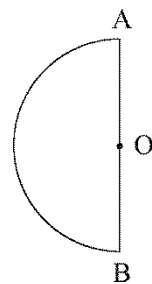
底面の半径が $BC = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}\text{ cm}$ 高さが 4 cm の円すいとなる。

$$\text{その体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{5})^2 \times 4 = \frac{80}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 94】

右の図のように、長さが 6 cm の線分 AB を直径とする半円 O がある。この半円 O を、線分 AB を軸として 1 回転してできる立体の表面積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

(秋田県 2014 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$36\pi\text{ cm}^2$$

解説

回転してできる球の半径は 3 cm だから

$$\text{表面積は } 4\pi \times 3^2 = 36\pi\text{ cm}^2$$

【問 95】

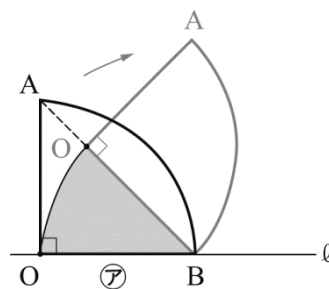
半径が 1 cm で中心角が 90° のおうぎ形 OAB がある。このとき、次の問1、問2に答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(山梨県 2014 年度)

問1 図1, 2において、おうぎ形 OAB は最初に直線 ℓ 上に半径 OB がくるような㊦の位置にあるとする。

このとき、次の (1), (2) に答えなさい。

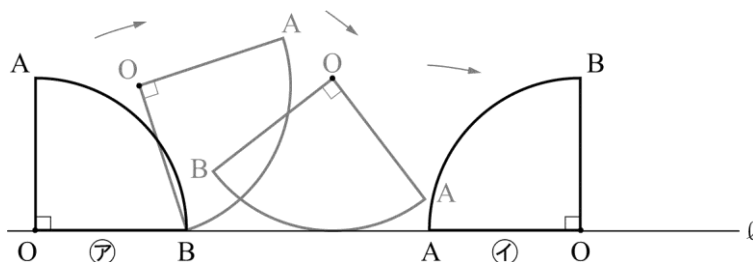
図1



- (1) おうぎ形 OAB を、点 B を中心として時計回りに回転移動させる。点 O が㊦の位置にあったおうぎ形 OAB の弦 AB 上にくるまで回転させたとき、半径 OB の動いたあととは図1の  で示したおうぎ形になる。この  で表されたおうぎ形の面積を求めなさい。

- (2) 図2のように、おうぎ形 OAB を、直線 ℓ 上をすべらないように回転させながら、㊦の位置から㊩の位置まで移動させる。このとき、点 O がえがいた線全体の長さを求めなさい。

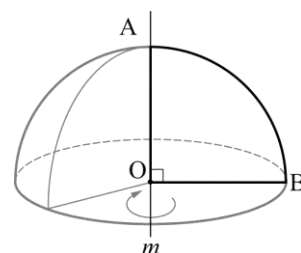
図2



問2 図3のように、おうぎ形 OAB において、半径 OA を通る直線 m を考える。

このとき、次の (1)~(3) に答えなさい。

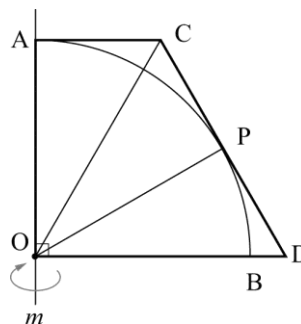
図3



- (1) おうぎ形 OAB を直線 m を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

- (2) 図4のように、図3のおうぎ形 OAB がちょうど入る台形 $AODC$ を考える。ただし、辺 CD は $\widehat{AB}$ と点 P で接し、 $AC \parallel OD$ である。
 $\triangle OAC \equiv \triangle OPC$ となることを証明して、 $CA = CP$ を示しなさい。

図4



- (3) 図4において、 $\angle ODC = 60^\circ$ のとき、台形 $AODC$ を直線 m を軸として1回転させてできる立体を考える。線分 CD が動いてできる面の面積を求めなさい。

解答欄

問1	(1)	cm ²	
	(2)	cm	
問2	(1)	cm ³	
	(2)	〔証明〕	
	(3)	cm ²	

解答

問1

(1) $\frac{1}{8}\pi \text{ cm}^2$

(2) $\frac{3}{2}\pi \text{ cm}$

問2

(1) $\frac{2}{3}\pi \text{ cm}^3$

(2)

〔証明〕

$\triangle OAC$ と $\triangle OPC$ において

$AC \parallel OD$ から

$\angle OAC = 90^\circ \dots (\text{ア})$

CD は $\widehat{AB}$ に点 P で接しているから

$\angle OPC = 90^\circ \dots (\text{イ})$

(ア), (イ)より

$\angle OAC = \angle OPC = 90^\circ \dots \textcircled{1}$

OA と OP はおうぎ形の半径だから

$OA = OP \dots \textcircled{2}$

また OC は共通 $\dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$ より $\triangle OAC$ と $\triangle OPC$ はともに直角三角形で

$\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ より

斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいから

$\triangle OAC \equiv \triangle OPC$

合同な三角形の対応する辺は等しいから

$CA = CP$

(3) $2\pi \text{ cm}^2$

解説

問1

(1)

$\triangle OAB$ は直角二等辺三角形だから $\angle OBA = 45^\circ$

よって求める面積は $\pi \times 1^2 \times \frac{45}{360} = \frac{1}{8} \pi \text{ cm}^2$

(2)

点 O がえがいた線全体の長さは

$$2\pi \times 1 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 1 \times \frac{90}{360} + 2\pi \times 1 \times \frac{90}{360} = \frac{3}{2} \pi \text{ cm}$$

問2

(1)

できる立体は半径 1 cm の半球だから

その体積は $\frac{4}{3} \pi \times 1^3 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \pi \text{ cm}^3$

(2)

$\triangle OAC$ と $\triangle OPC$ において

直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しいことから合同を導き

$CA = CP$ を示す

(3)

直線 m と直線 CD の交点を Q とする。

$AC \parallel OD$ より

$\angle QCA = 60^\circ$

よって $\angle OCA = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$

$\triangle OAC$ と $\triangle OPD$ において

$OA = OP$, $\angle OAC = \angle OPD = 90^\circ$, $\angle COA = \angle DOP = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$ より

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

$\triangle OAC \equiv \triangle OPD$

また $\triangle OAC$ と $\triangle QAC$ についても

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$\triangle OAC \equiv \triangle QAC$

$OA = 1 \text{ cm}$ より

$$AC = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

$$OC = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

$\triangle QOD$ において

$$QD = \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3} \text{ cm}$$

$\triangle QOD$ を直線 m を軸として1回転させてできる立体を展開したときの中心角を x° とすると

$$2\pi \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \times \frac{x}{360} = 2\pi \times \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

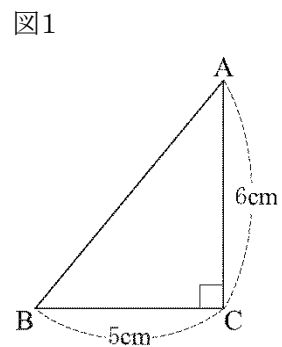
$x = 180^\circ$

$$\text{よって求める面積は } \pi \times \left(\frac{4\sqrt{3}}{3} \right)^2 \times \frac{180}{360} - \pi \times \left(\frac{2\sqrt{3}}{3} \right)^2 \times \frac{180}{360} = 2\pi \text{ cm}^2$$

【問 96】

図1のような直角三角形 ABC を、辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か、求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(兵庫県 2014 年度)



解答欄

cm^3

解答

$50\pi \text{ cm}^3$

解説

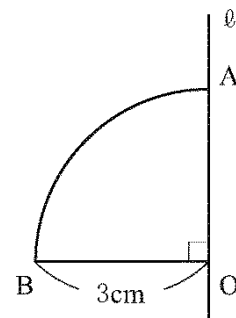
できる円すいの体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 6 = 50\pi \text{ cm}^3$

【問 97】

右の図のおうぎ形 OAB は、半径 3 cm 、中心角 90° である。このおうぎ形 OAB を、 AO を通る直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積と表面積を求めなさい。

ただし、円周率は π とする。

(和歌山県 2014 年度)



解答欄

体 積	cm^3
表 面 積	cm^2

解答

体積 $18\pi\text{ cm}^3$

表面積 $27\pi\text{ cm}^2$

解説

できる立体は半径 3 cm の半球になる。

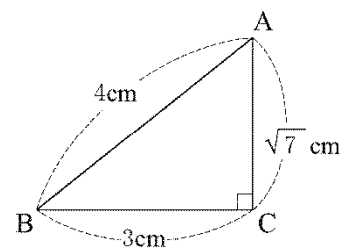
その体積は $\frac{4}{3}\pi \times 3^3 \times \frac{1}{2} = 18\pi\text{ cm}^3$

表面積は $4\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 3^2 = 18\pi + 9\pi = 27\pi\text{ cm}^2$

【問 98】

右の図のような直角三角形 ABC がある。辺 BC を軸として、この直角三角形を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(山口県 2014 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$7\pi \text{ cm}^3$$

解説

辺 BC を軸として $\triangle ABC$ を 1 回転させてできる立体は
底面の半径が $\sqrt{7} \text{ cm}$ 高さが 3 cm の円錐だから

$$\text{その体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{7})^2 \times 3 = 7\pi \text{ cm}^3$$

【問 99】

図のように、 $\angle ACB=90^\circ$ 、 $BC=4\text{ cm}$ の直角三角形 ABC があり、辺 AB 上に点 D をとると、 $\triangle DBC$ が正三角形となった。

このとき、問1～問4に答えなさい。

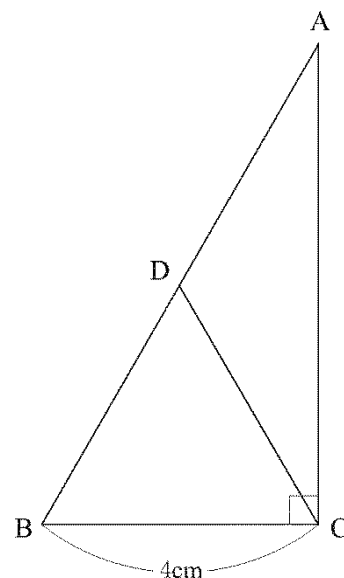
(佐賀県 2014 年度 一般)

問1 AD の長さを求めなさい。

問2 $\triangle ADC$ の面積を求めなさい。

問3 $\triangle ADC$ を、辺 DC を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

問4 $\triangle ABC$ を、辺 DC を折り目として折り曲げて、 A を頂点とする三角すい $ABCD$ を考える。三角すい $ABCD$ の体積が最も大きくなるとき、その体積を求めなさい。



解答欄

問1	cm
問2	cm ²
問3	cm ³
問4	cm ³

解答

問1 4 cm

問2 $4\sqrt{3}\text{ cm}^2$

問3 $16\pi\text{ cm}^3$

問4 8 cm^3

解説

問1

$\triangle DBC$ は正三角形より

$BD=BC=4\text{ cm}$, $\angle ABC=60^\circ$ $AB=2BC=2\times 4=8\text{ cm}$

よって $AD=8-4=4\text{ cm}$

問2

$AC=\sqrt{3}\text{ BC}=\sqrt{3}\times 4=4\sqrt{3}\text{ cm}$ $AD=DB=4\text{ cm}$ より

$$\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times \frac{1}{2}\times 4\times 4\sqrt{3}=4\sqrt{3}\text{ cm}^2$$

問3

A から CD の延長線に垂線をひき交点を H とする。

$\angle ACH=30^\circ$ だから

$$AH=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$CH=\sqrt{3}AH=\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}=6\text{ cm}$$

$$DH=6-4=2\text{ cm}$$

$$\text{求める体積は}\frac{1}{3}\times \pi \times (2\sqrt{3})^2\times 6-\frac{1}{3}\times \pi \times (2\sqrt{3})^2\times 2=24\pi -8\pi =16\pi\text{ cm}^3$$

問4

三角すい $ABCD$ の体積が最も大きくなるのは面 ACD が底面の $\triangle BCD$ に垂直であるとき。

このとき高さは問3の AH と一致するから

$$\text{求める体積は}\frac{1}{3}\times 4\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}=8\text{ cm}^3$$

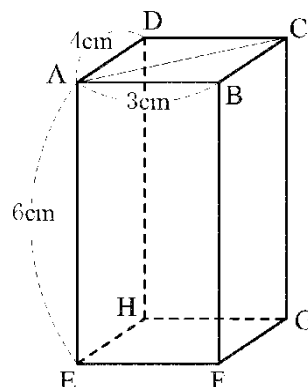
【問 100】

図1～図3のように、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ 、 $AE=6\text{ cm}$ の直方体 $ABCDEFGH$ がある。このとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2014 年度)

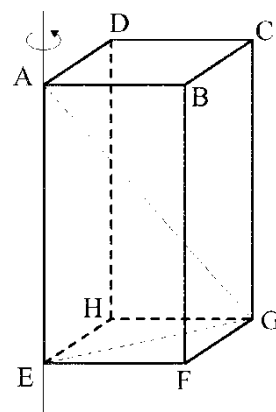
問1 図1において、線分 AC の長さは何 cm か。

図1



問2 直方体 $ABCDEFGH$ の表面積は何 cm^2 か。

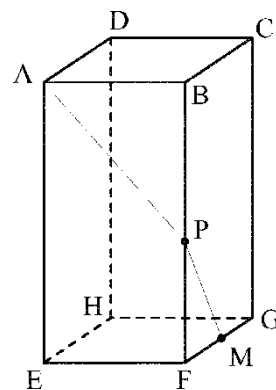
図2



問3 図2において、 $\triangle AEG$ を辺 AE を軸として 1 回転させてできる円すいの体積は何 cm^3 か。

図3

問4 図3のように、辺 FG の中点を M とし、直方体 $ABCDEFGH$ に、頂点 A から辺 BF と交わるように点 M まで糸をかける。かける糸の長さが最も短くなるときの、糸と辺 BF との交点を P とする。このとき、次の(1)、(2)に答えよ。



(1) 線分 AP と線分 PM の長さの比を最も簡単な整数の比で表せ。

(2) 台形 $AEFP$ の面積は何 cm^2 か。

解答欄

問1	cm	
問2	cm ²	
問3	cm ³	
問4	(1)	AP:PM= :
	(2)	cm ²

解答

問1 5 cm

問2 108 cm²

問3 50π cm³

問4

(1) AP:PM=3:2

(2) $\frac{63}{5}$ cm²

解説

問1

三平方の定理より $AC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ cm

問2

表面積は $4 \times 3 \times 2 + 6 \times (3 \times 2 + 4 \times 2) = 24 + 84 = 108$ cm²

問3

円すいの体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 6 = 50\pi$ cm³

問4

(1)

側面を AE で切り開いた展開図において点 P は直線 AM と BF との交点となる。

AB // FM より

AP:PM=AB:MF=3:2

(2)

BP:PF=AP:PM=3:2

$PF = 6 \times \frac{2}{5} = \frac{12}{5}$ cm

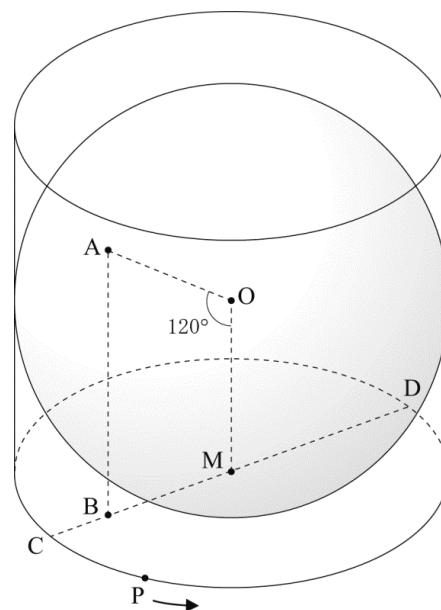
台形 AEFP の面積は $\left(\frac{12}{5} + 6\right) \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{63}{5}$ cm²

【問 101】

図のように、底面の直径が 12 cm 、高さが 12 cm の円柱と、この円柱の中にぴったり入った球があり、球の中心を O とし、円柱の 1 つの底面の円の中心を M とする。球の表面上に点 A を、 $\angle AOM = 120^\circ$ となるようにとり、 A を通り底面に垂直な直線と M を含む底面との交点を B とする。直線 BM と M を含む底面の円周との交点のうち、 B に近い方を C 、 B から遠い方を D とする。また、点 P は、 M を含む底面の円周上を C から D まで、矢印の向きに動く点である。

このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、根号がつくときは、根号のついたままで答えること。

(熊本県 2014 年度)



(1) 線分 AB の長さを求めなさい。

(2) 三角すい $ABPM$ の体積が最も大きくなるとき、

① 三角すい $ABPM$ の体積を求めなさい。

② 線分 BP の中点を Q とする。点 Q と $\triangle APM$ を含む平面との距離を求めなさい。

解答欄

(1)	cm	
(2)	①	cm^3
	②	cm

解答

(1) 9 cm

(2)

① $27\sqrt{3} \text{ cm}^3$

② $\frac{9}{4} \text{ cm}$

解説

(1)

O から AB に垂線をひき交点を H とすると

△OAH において

∠AOH=30°, ∠AHO=90° より

$$AH = \frac{1}{2} OA = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ cm} \quad HB = OM = 6 \text{ cm} \text{ より}$$

$$AB = 3 + 6 = 9 \text{ cm}$$

(2)

①

△OAH において

$$OH = \sqrt{3} AH = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$BM = OH = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

底面を△ABM と考えると P から CD にひいた垂線の長さが三角すいの高さとなるから

三角すい ABPM の体積が最も大きくなるのは PM ⊥ CD のときで高さが 6 cm になるとき。

$$\text{よって求める体積は } \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{3} \times 6 = 27\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

②

△ABM において

$$AM = \sqrt{9^2 + (3\sqrt{3})^2} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

点 B から△APM にひいた垂線の長さを h cm とすると

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 \times h = 27\sqrt{3}$$

$$6\sqrt{3}h = 27\sqrt{3}$$

$$h = \frac{9}{2}$$

Q は BP の中点より

Q から△APM にひいた垂線の長さを k とすると

$$h:k = 2:1$$

$$\frac{9}{2}:k = 2:1$$

$$k = \frac{9}{4} \text{ cm}$$

【問 102】

図1の四角形 ABCD は、 $AB=8\text{ cm}$ 、 $BC=2\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ 、 $CD=h\text{ cm}$ 、 $\angle ADC = \angle BCD = 90^\circ$ の台形である。

図2は、図1の台形 ABCD を辺 CD を軸として 1 回転させてできる立体の形をした容器 X を表しており、容器 X の高さは、 $h\text{ cm}$ である。

次の問1～問4の問いに答えなさい。ただし、容器の厚さは考えないものとする。

(大分県 2014 年度)

図1

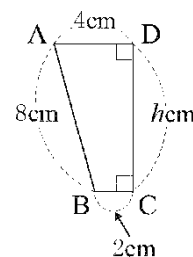


図2

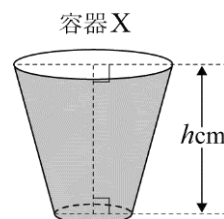
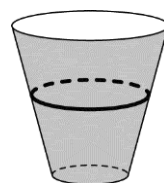
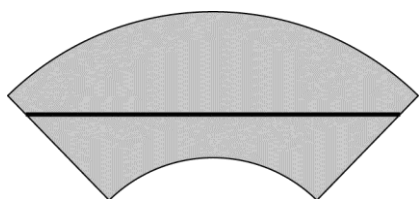


図3

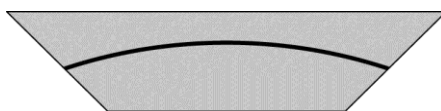


問1 図3のように、容器 X の側面にサインペンで円形の模様をかいた。このときの容器 X の側面の展開図として適切なものを下のア～エから 1 つ選び、記号で答えなさい。

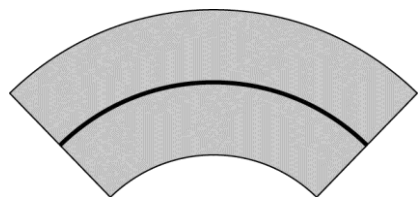
ア



イ



ウ



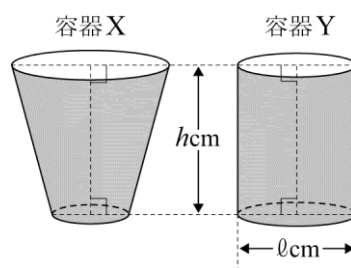
エ



問2 h の値を求めなさい。

問3 図4のような円柱の形をした容器 Y があり、容器 Y の高さと同側面積は、容器 X の高さと同側面積とそれぞれ等しい。容器 Y の底面の円の直径の長さを $l\text{ cm}$ として、 l の値を求めなさい。

図4



問4 問3のとき、容器 X と容器 Y のそれぞれに水をいっぱいに入れる。容器 X の中に入っている水の体積を $a\text{ cm}^3$ 、容器 Y の中に入っている水の体積を $b\text{ cm}^3$ とするとき、 a と b の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答欄

問1	
問2	$h =$ cm
問3	$\ell =$ cm
問4	$a:b =$:

解答

問1 ウ

問2 $h = 2\sqrt{15}$ cm

問3 $\ell = \frac{8\sqrt{15}}{5}$ cm

問4 $a:b = 35:36$

解説

問1

側面はおうぎ形から中心部分のおうぎ形をとりのぞいたものになる。

また模様はおうぎ形の弧になるので選択肢はウ

問2

B から AD に垂線をひき交点を H とする。

$AH = 4 - 2 = 2$ cm

△ABH で

三平方の定理より $BH = \sqrt{8^2 - 2^2} = 2\sqrt{15}$ cm

よって $h = 2\sqrt{15}$ cm

問3

AB と DC の延長線の交点を O とする。

BC // AD より

$OC:OD = OB:OA = 2:4 = 1:2$

よって $OC = 2\sqrt{15}$ cm, $OB = 8$ cm

△OBC を OC を軸として 1 回転させてできる円すいの側面のおうぎ形の中心角を α° とすると

$2\pi \times 8 \times \frac{\alpha}{360} = 4\pi$

$\alpha = 90^\circ$

よって容器 X の側面の面積は $\pi \times 16^2 \times \frac{90}{360} - \pi \times 8^2 \times \frac{90}{360} = 48\pi$ cm²

容器 Y の側面積は

$\ell \pi \times 2\sqrt{15} = 48\pi$

$\ell = \frac{8\sqrt{15}}{5}$ cm

問4

$a = \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 4\sqrt{15} - \frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 2\sqrt{15} = \frac{56\sqrt{15}}{3} \pi$ cm³

$b = \pi \times \left(\frac{4\sqrt{15}}{5} \right)^2 \times 2\sqrt{15} = \frac{96\sqrt{15}}{5} \pi$ cm³

よって $a:b = \frac{56\sqrt{15}}{3} \pi : \frac{96\sqrt{15}}{5} \pi = 35:36$

【問 103】

次のア～ウの立体で、体積がもっとも小さいものは である。

(沖縄県 2014 年度)

ア 底面の半径が 3 cm, 高さが 10 cm の円錐

イ 底面の半径が 3 cm, 高さが 4 cm の円柱

ウ 半径 3 cm の球

解答欄

解答

ア

解説

体積はそれぞれ

$$\text{ア } \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 10 = 30\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{イ } \pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{ウ } \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi \text{ cm}^3$$

よって最も小さいのはア

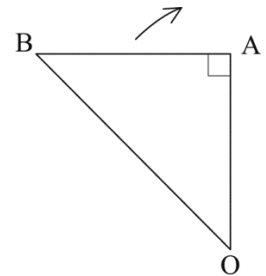
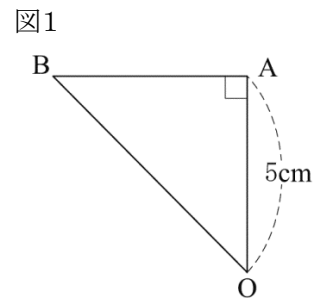
【問 104】

図1のように、 $OA=5\text{ cm}$ の直角二等辺三角形 OAB があります。

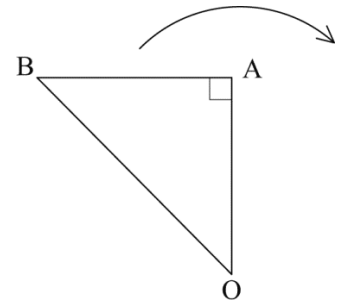
次の(1)～(3)に答えなさい。ただし、円周率は π を用いなさい。

(北海道 2015 年度)

- (1) 図1の $\triangle OAB$ を、点 O を中心として矢印の方向に 20° 回転させるとき、点 B が動いてできる弧の長さを求めなさい。

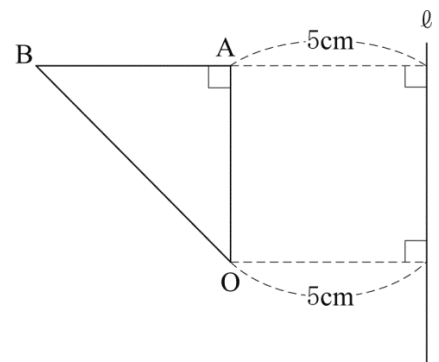


- (2) 図1の $\triangle OAB$ を、点 O を中心として矢印の方向に 90° 回転させるとき、辺 AB が動いてできる図形の面積を求めなさい。



- (3) 図2のように、図1の $\triangle OAB$ の辺 OA と平行で、距離が 5 cm の直線 ℓ があります。 $\triangle OAB$ を、辺 OA を軸として1回転させてできる立体を P 、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体を Q とします。立体 P の体積を求めなさい。また、立体 P の体積は、立体 Q の体積の何倍ですか、求めなさい。

図2



解答欄

(1)	cm
(2)	[計 算] 答 cm²
(3)	cm ³
	倍

解答

$$(1) \frac{5\sqrt{2}}{9} \pi \text{ cm}$$

(2)

[計算]

△OABは直角二等辺三角形より

OB = $5\sqrt{2}$ となる…①

△OABを 90° 回転させた三角形を△OCDとすると

求める図形の面積のうち

線分BDより上方部分の面積は

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \times 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} \times \pi - \frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times 2 \\ &= \frac{25}{2} \pi - 25 \cdots \textcircled{2} \end{aligned}$$

求める図形の面積のうち

線分ADより下方部分の面積は

$$5 \times 5 - \frac{1}{4} \times 5 \times 5 \times \pi = 25 - \frac{25}{4} \pi \cdots \textcircled{3}$$

②, ③より

$$\left(\frac{25}{2} \pi - 25 \right) + \left(25 - \frac{25}{4} \pi \right) = \frac{25}{4} \pi$$

$$\text{答 } \frac{25}{4} \pi \text{ cm}^2$$

(3)

$$\frac{125}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$\frac{1}{4} \text{ 倍}$$

解説

(1)

$\triangle OAB$ は $AO=AB=5\text{ cm}$, $\angle OAB=90^\circ$ の直角二等辺三角形より

$$OB=5\sqrt{2}\text{ cm}$$

よって点 B が動いた長さは半径が $5\sqrt{2}\text{ cm}$ 中心角 20° のおうぎ形の弧の長さと一致するので

$$2\pi \times 5\sqrt{2} \times \frac{20}{360} = \frac{5\sqrt{2}}{9} \pi \text{ cm}$$

(2)

$\triangle OAB$ を点 O を中心として矢印の方向に 90° 回転させたとき A, B が移った点をそれぞれ A', B' とする。

辺 AB が動いてできる図形の面積は

$$\text{おうぎ形 } OBB' + \triangle OA'B' - \triangle OAB - \text{おうぎ形 } OAA'$$

$$\triangle OAB \equiv \triangle OA'B' \text{ より}$$

$$\text{おうぎ形 } OBB' - \text{おうぎ形 } OAA'$$

$$= \pi \times (5\sqrt{2})^2 \times \frac{90}{360} - \pi \times 5^2 \times \frac{90}{360} = \frac{25}{4} \pi \text{ cm}^2$$

(3)

立体 P は底面の半径が 5 cm 高さが 5 cm の円錐だからその体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 5 = \frac{125}{3} \pi \text{ cm}^3$$

A から直線 l に垂線をひき交点を H とし O から直線 l に垂線をひき交点を K とする。

また BO の延長線と直線 l との交点を I とする。

$\triangle IBH$ を直線 l を軸として 1 回転させてできる円錐を立体 R とし

正方形 $OAHK$ を直線 l を軸として 1 回転させてできる円柱を立体 T

$\triangle IKO$ を直線 l を軸として 1 回転させてできる立体を立体 U とする。

立体 R は立体 P と相似で

相似比は $5:10=1:2$ より

体積比は $1:8$

よって立体 R の体積は

$$\frac{125}{3} \pi \times 8 = \frac{1000}{3} \pi \text{ cm}^3$$

立体 T の体積は

$$\pi \times 5^2 \times 5 = 125 \pi \text{ cm}^3$$

立体 U は立体 P と合同なので

$$\text{その体積は } \frac{125}{3} \pi \text{ cm}^3$$

よって立体 Q の体積 = 立体 R の体積 - 立体 T の体積 - 立体 U の体積

$$= \frac{1000}{3} \pi - 125 \pi - \frac{125}{3} \pi$$

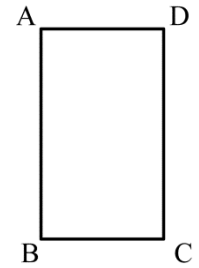
$$= \frac{500}{3} \pi \text{ cm}^3$$

したがって立体 P の体積は立体 Q の体積の $\frac{125}{3} \pi \div \frac{500}{3} \pi = \frac{1}{4}$ 倍

【問 105】

右の図で、四角形 ABCD は、 $AB=7\text{ cm}$ 、 $BC=4\text{ cm}$ の長方形である。この長方形を辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

(秋田県 2015 年度)



解答欄

cm^2

解答

$$88\pi\text{ cm}^2$$

解説

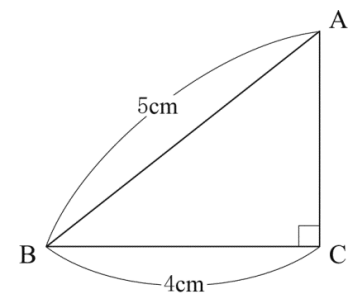
できる立体は底面の半径が 4 cm 高さが 7 cm の円柱である。

$$\text{よって求める表面積は } \pi \times 4^2 \times 2 + 7 \times 2\pi \times 4 = 32\pi + 56\pi = 88\pi\text{ cm}^2$$

【問 106】

図の $\triangle ABC$ を、辺 AC を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2015 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$$16\pi\text{ cm}^3$$

解説

$\triangle ABC$ において

$\angle ACB = 90^\circ$ より

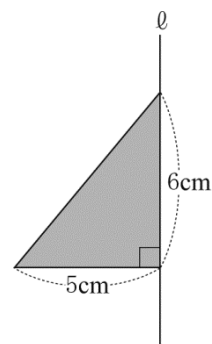
$$\text{三平方の定理を利用して } AC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3\text{ cm}$$

$$\text{よって } \triangle ABC \text{ を } AC \text{ を軸として 1 回転してできる円すいの体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi\text{ cm}^3$$

【問 107】

右の図は、底辺 5 cm 、高さ 6 cm の直角三角形である。この直角三角形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(富山県 2015 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$50\pi\text{ cm}^3$$

解説

できる立体は

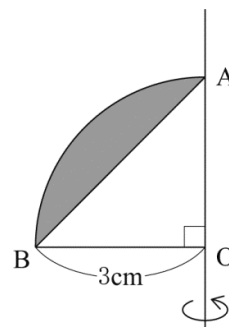
底面の半径が 5 cm の円高さが 6 cm の円すいだから

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3}\pi \times 5^2 \times 6 = 50\pi\text{ cm}^3$$

【問 108】

図のように、半径 3 cm、中心角 90° のおうぎ形 OAB がある。このとき、 $\widehat{AB}$ と弦 AB で囲まれた部分を直線 OA を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(福井県 2015 年度)



解答欄

cm³

解答

9π cm³

解説

求める体積は

おうぎ形 OAB を OA を軸として 1 回転させてできる半径 3 cm の半球の体積から

△OAB を OA を軸として 1 回転させてできる底面の半径 3 cm 高さ 3 cm の円錐の体積をひいたものである。

よって求める体積は $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 3^3 - \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 3 = 18\pi - 9\pi = 9\pi$ cm³

【問 109】

底面の円の半径が 3 cm, 高さが 9 cm の円柱がある。このとき, 次の問1～問3に答えなさい。ただし, 円周率は π とする。

(山梨県 2015 年度)

問1 図1のように, 円柱の底面である円の中心をそれぞれ O , H とする。また, 円柱の側面または点 H を含む底面を動く点 P を考える。

このとき, 次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 線分 OP の長さが最大になるのは, 点 P がどこにあるときか簡潔に書きなさい。

(2) 線分 OP の長さの最大値を求めなさい。

図1

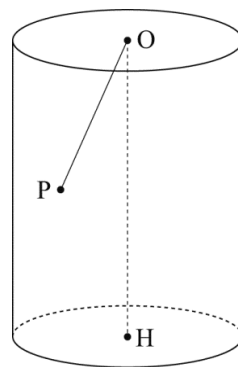
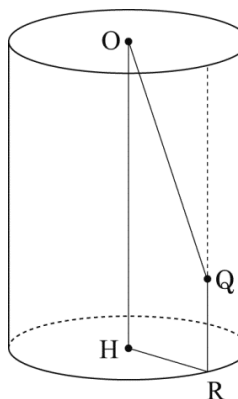


図2



問2 図2のように, 円柱の側面上を動く点 Q をとり, 点 Q を通る円柱の母線と点 H を含む底面との交点を R とする。このときできる四角形 $OHRQ$ を直線 OH を軸として 1 回転させてできる立体の体積と円柱の体積の比が 1:2 になるとき, 線分 QR の長さを求めなさい。

問3 図3は, 長方形 $KLMN$ を紙にかいて切り取ったものである。これを, 円柱の側面にすきまなく, 重なりもないように斜めに巻き付ける。図4のように, 側面を 2 回りして, 2 点 N , K が円柱の同じ母線上の距離 6 cm の位置にくるとき, 長方形 $KLMN$ の面積を求めなさい。ただし, 紙の厚さは考えないものとする。

図3

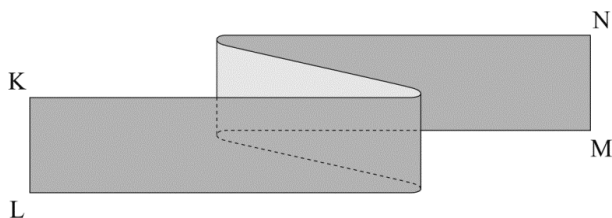
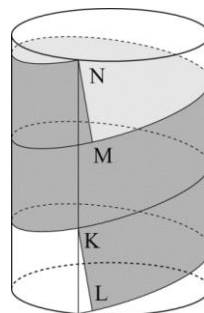


図4



解答欄

問1	(1)	
	(2)	cm
問2		cm
問3		cm ²

解答

問1

(1) 線分 OP の長さが最大になるのは点 P が点 H を含む底面の円周上にあるときである。

(2) $3\sqrt{10}$ cm

問2 $\frac{9}{4}$ cm

問3 36π cm²

解説

問1

(1)

点 P から線分 OH へ垂線をひき交点を U とする。

線分 PU は底面の円の半径と等しいので一定である。

線分 OP は直角三角形 OPU の斜辺になるので

線分 OU の長さが最大になるとき線分 OP の長さが最大になる。

よって線分 OP の長さが最大になるのは点 U と点 H が一致するときで

点 P が点 H を含む底面の円周上にあるときとなる。

(2)

(1)より

線分 OP の長さの最大値は

$$\sqrt{3^2+9^2} = 3\sqrt{10} \text{ cm}$$

問2

QR=x cm とする。

台形 OHRQ を直線 OH を軸として 1 回転してできる立体の体積は

$$\pi \times 3^2 \times x + \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times (9-x) = 6\pi x + 27\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{円柱の体積は } \pi \times 3^2 \times 9 = 81\pi \text{ cm}^3$$

$$(6\pi x + 27\pi) : 81\pi = 1:2 \text{ より}$$

$$12\pi x + 54\pi = 81\pi$$

$$x = \frac{9}{4} \text{ cm}$$

問3

点 H を含む底面の円周と点 N を通る母線との交点を V とする。

点 L と点 V を結ぶ。

また辺 NK の中点を X とする。

△NMX と △KLV は直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいので合同である。

よって長方形 KLMN の面積は

円柱の側面の面積から直角をはさむ辺が 3 cm と $2\pi \times 3 = 6\pi$ cm の直角三角形 2 つを除いたものになる。

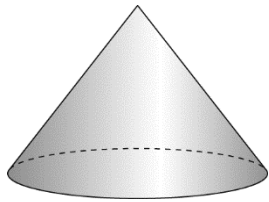
$$\text{したがって } 9 \times 6\pi - 2 \times \frac{1}{2} \times 6\pi \times 3 = 54\pi - 18\pi = 36\pi \text{ cm}^2$$

【問 110】

図のように、底面の半径が 3 cm で、高さが 4 cm の円錐がある。

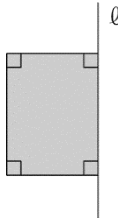
(長野県 2015 年度)

図

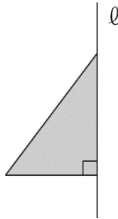


- (1) 円錐は、ある平面図形を直線のまわりに 1 回転させてできる立体とみることができる。直線 l を回転の軸として 1 回転させたとき、円錐ができる図形として正しいものを、次のア～オから 1 つ選び、記号を書きなさい。

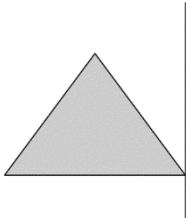
ア



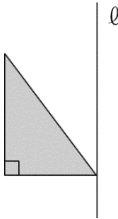
イ



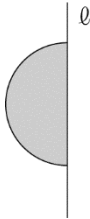
ウ



エ



オ



- (2) 図の円錐の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

- (3) 図の円錐の側面となるおうぎ形の半径と、中心角の大きさを求めなさい。

解答欄

(1)		
(2)	cm ³	
(3)	半径	cm
	中心角	°

解答

(1) イ

(2) $12\pi \text{ cm}^3$

(3)

半径 5 cm

中心角 216°

解説

問1

(1)

円錐は直角をはさむ 2 辺が 4 cm , 3 cm の直角三角形を 4 cm の辺を軸として 1 回転させてできる立体なので
選択肢はイ

(2)

体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi \text{ cm}^3$

(3)

側面のおうぎ形の半径は

$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$

中心角を x° とすると

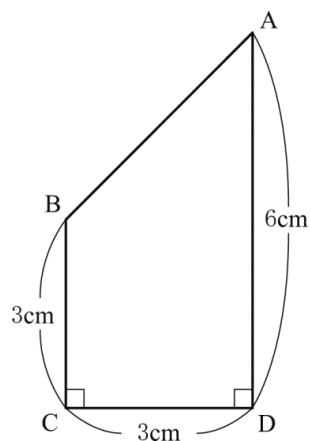
$$2\pi \times 5 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 3$$

$x = 216^\circ$

【問 111】

図の台形 ABCD を, 辺 AD を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。(円周率は π を用いなさい。)

(岐阜県 2015 年度)



解答欄

cm^3

解答

$36\pi \text{ cm}^3$

解説

台形 ABCD を 1 回転してできる立体は

底面の半径が 3 cm 高さが 3 cm の円柱と

底面の半径が 3 cm 高さが $6-3=3\text{cm}$ の円すいを合わせたものになる。

よって求める体積は $\pi \times 3^2 \times 3 + \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 3 = 27\pi + 9\pi = 36\pi \text{ cm}^3$

【問 112】

右の図1のように、 $AC=6\text{ cm}$, $BC=8\text{ cm}$, $AD=5\text{ cm}$, $\angle ACB=90^\circ$ の三角柱がある。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(鳥取県 2015 年度)

問1 線分 AB の長さを求めなさい。

図1

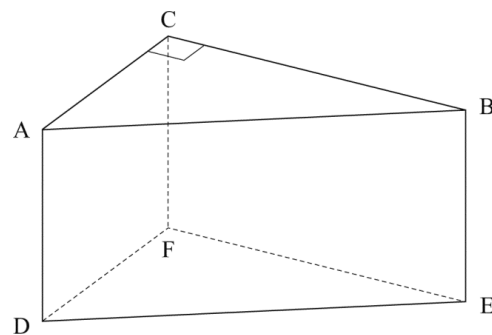
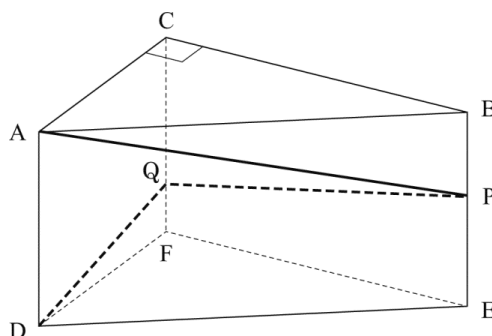


図2

問2 $\triangle ADE$ を、直線 AD を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。



問3 右の図2のように、図1の三角柱の表面に、頂点 A から2辺 BE , CF と交わるように、頂点 D までひもをゆるまないようにかける。かけるひもの長さがもっとも短くなるとき、2辺 BE , CF と交わる点をそれぞれ P , Q とする。このとき、次の(1), (2)に答えなさい。

(1) 線分 PE の長さと線分 QF の長さの比を、もっとも簡単な整数の比で表しなさい。

(2) 三角錐 $DFPQ$ の体積を求めなさい。

解答欄

問1	cm	
問2	cm ³	
問3	(1)	$PE:QF=$:
	(2)	cm ³

解答

問1 10 cm

問2 $\frac{500}{3} \pi \text{ cm}^3$

問3

(1) $PE:QF=7:3$

(2) 10 cm^3

解説

問1

$\triangle ABC$ において

$\angle ACB=90^\circ$ より

三平方の定理から $AB=\sqrt{6^2+8^2}=10 \text{ cm}$

問2

$\triangle ADE$ を AD を軸として 1 回転させてできる立体は

底面の半径が 10 cm 高さが 5 cm の円錐だから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 5 = \frac{500}{3} \pi \text{ cm}^3$$

問3

(1)

かけるひもの長さをもっとも短くなるのは右の図のようになるとき。

このとき $QF \parallel PE$ だから

$$PE:QF=DE:DF=14:6=7:3$$

(2)

三角錐 $DFPQ$ の底面を $\triangle DQF$ と考える。

(1)の図より $QF \parallel AD$ から

$$QF:AD=6:24=1:4$$

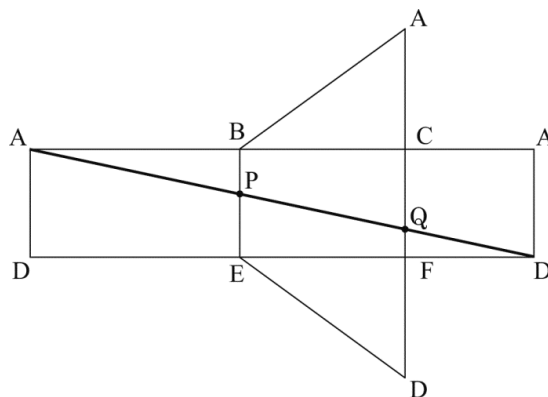
$$QF:5=1:4$$

$$4QF=5$$

$$QF=\frac{5}{4} \text{ cm}$$

よって求める体積は

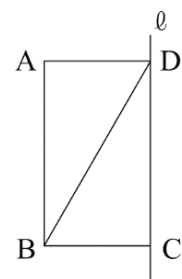
$$\frac{1}{3} \times \triangle DQF \times EF = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{5}{4} \times 8 = 10 \text{ cm}^3$$



【問 113】

右の図のような、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $AD=3\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。この長方形を、点 C と点 D を通る直線 l を軸として 1 回転させてできる立体を X とするとき、 X の体積は (1) cm^3 である。また、 $\triangle ABD$ を直線 l を軸として 1 回転させてできる立体の体積は、 X の体積の (2) 倍である。

(岡山県 2015 年度 特別)



解答欄

(1)	cm^3
(2)	倍

解答

(1) $54\pi\text{ cm}^3$

(2) $\frac{2}{3}$ 倍

解説

立体 X の体積は $\pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi\text{ cm}^3$

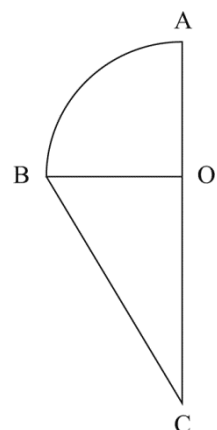
$\triangle ABD$ を 1 回転させてできる立体の体積は $54\pi - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 36\pi\text{ cm}^3$ で

X の体積の $\frac{2}{3}$ 倍である。

【問 114】

右の図のように、 $\angle AOB=90^\circ$ のおうぎ形 OAB と $\angle BOC=90^\circ$ の直角三角形 BCO があります。おうぎ形 OAB を線分 AO を軸として 1 回転させてできる立体の体積と直角三角形 BCO を辺 CO を軸として 1 回転させてできる立体の体積が等しいとき、線分 AO と辺 CO の長さの比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

(広島県 2015 年度)



解答欄

AO:CO= :

解答

$$AO:CO=1:2$$

解説

$AO=r$, $CO=h$ とする。

おうぎ形 OAB を線分 AO を軸に 1 回転してできる半球の体積は

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times r^3 = \frac{2}{3} \pi r^3$$

$\triangle OCB$ を辺 CO を軸として 1 回転してできる円すいの体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

この 2 つの回転体の体積が等しいので

$$\frac{2}{3} \pi r^3 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$h=2r$$

よって $AO:CO=1:2$

【問 115】

図1のように、円 O が $AB=AC=4\text{ cm}$, $BC=6\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ の各辺と接している。

図1

$\triangle ABC$ の面積を $S\text{ cm}^2$, 円 O の半径を $r\text{ cm}$ として、次の各問に答えなさい。

(沖縄県 2015 年度)

問1 S の値を求めなさい。

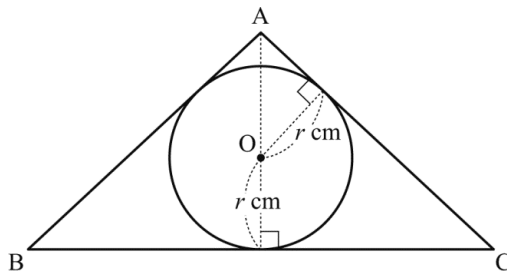
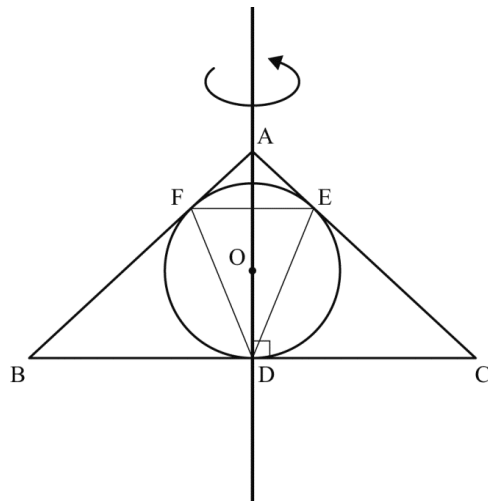


図2

問2

(1) S を r を使って表しなさい。

(2) r の値を求めなさい。



問3 円 O と $\triangle ABC$ の各辺との接点を、図2のように D, E, F とする。直線 AD を軸として $\triangle DEF$ を 1 回転させてできる回転体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

解答欄

問1	$S=$ cm^2	
問2	(1)	$S=$
	(2)	$r=$ cm
問3	cm^3	

解答

問1 $3\sqrt{7} \text{ cm}^2$

問2

(1) $S=7r$

(2) $r = \frac{3\sqrt{7}}{7} \text{ cm}$

問3 $\frac{9\sqrt{7}}{64} \pi \text{ cm}^3$

解説

問1

AB=AC より

点 A から辺 BC にひいた垂線と辺 BC との交点を H とすると BH=CH=3 cm

△AHC において

三平方の定理より $AH = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7} \text{ cm}$

よって $S = \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7} \text{ cm}^2$

問2

(1)

△ABC=△ABO+△BCO+△CAO より

$$\frac{1}{2} \times 4 \times r + \frac{1}{2} \times 6 \times r + \frac{1}{2} \times 4 \times r = 2r + 3r + 2r = 7r$$

(2)

$S = 3\sqrt{7}$ より $7r = 3\sqrt{7}$

よって $r = \frac{3\sqrt{7}}{7}$

問3

図2において△AOEと△ACDは2組の角がそれぞれ等しいので相似である。

よって AE:AD=OE:CD

$$AE: \sqrt{7} = \frac{3\sqrt{7}}{7} : 3$$

$$3AE=3$$

$$AE=1 \text{ cm}$$

同様に AF=1 cm

EFとADの交点をKとすると

$$AF:FB=AE:EC=1:3 \text{ より}$$

$$EF \parallel BC$$

$$EF:BC=AE:AC$$

$$EF:6=1:4$$

$$4EF=6$$

$$EF = \frac{3}{2} \text{ cm}$$

また AK:AD=AE:AC より

$$AK: \sqrt{7} = 1:4$$

$$4AK = \sqrt{7}$$

$$AK = \frac{\sqrt{7}}{4} \text{ cm}$$

$$DK = \sqrt{7} - \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{3\sqrt{7}}{4} \text{ cm}$$

△DEFをADを軸に1回転させてできる立体は

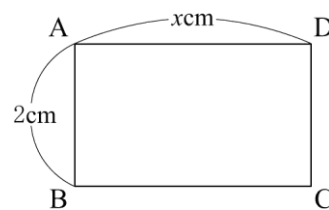
底面の直径がEFの円高さがDKの円錐なので

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{3\sqrt{7}}{4} = \frac{9\sqrt{7}}{64} \pi \text{ cm}^3$$

【問 116】

図のような $AB=2\text{ cm}$, $AD=x\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。この長方形を、直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体の表面積は $96\pi\text{ cm}^2$ であった。このとき、 x の方程式をつくり、辺 AD の長さを求めなさい。ただし、 π は円周率である。

(栃木県 2016 年度)



解答欄

方程式

答え

cm

解答

$$\pi x^2 \times 2 + 2 \times 2 \pi x = 96 \pi$$

$$2 \pi x^2 + 4 \pi x = 96 \pi$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x+8)(x-6) = 0$$

$$x = -8, x = 6$$

$$x > 0 \text{ より}$$

$$x = 6$$

答え 6 cm

解説

長方形 $ABCD$ を 1 回転させてできる立体は
底面の半径が $x\text{ cm}$ 高さが 2 cm の円柱になる。

円柱の表面積＝底面積×2＋側面積より

表面積に着目して方程式をつくると

$$\pi x^2 \times 2 + 2 \times 2 \pi x = 96 \pi$$

これを解くと

$$x = -8, x = 6$$

$$x > 0 \text{ より}$$

$$x = 6$$

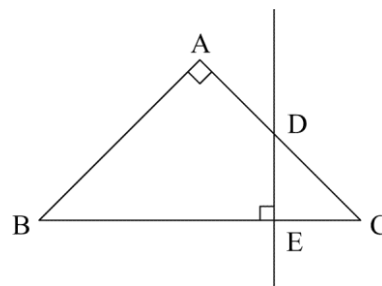
よって $AD = 6\text{ cm}$

【問 117】

図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の直角二等辺三角形で、 D は辺 AC の中点であり、 E は辺 BC 上の点で、 $\angle DEB=90^\circ$ である。

$BC=4\text{ cm}$ のとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(愛知県 2016 年度 B)



(1) 線分 BE を、直線 DE を回転の軸として 1 回転させてできる図形の面積は何 cm^2 か、求めなさい。

(2) 四角形 $ABED$ を、直線 DE を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か、求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1) $9\pi\text{ cm}^2$

(2) $\frac{25}{3}\pi\text{ cm}^3$

解説

(1)

点 A から辺 BC へ垂線 AF を下ろすと
 $\triangle ACF \sim \triangle DCE$ で相似比は $2:1$ なので

$$FE=1$$

$$BE=3$$

よって BE を DE を軸に回転させたときの面積は $\pi \times 3^2 = 9\pi\text{ cm}^2$

(2)

点 A から直線 DE へ垂線 AG を下ろすと

四角形 $ABEG$ を回転させたものから $\triangle ADG$ を回転させたものを除けば求める立体の体積となる。

辺 BA の延長と直線 ED の交点を O とすると $\triangle OBE$ を DE を軸として回転させる。

$OE=3$ となるので

$$\frac{1}{3} \times \pi \times BE^2 \times OE = \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 3 = 9\pi$$

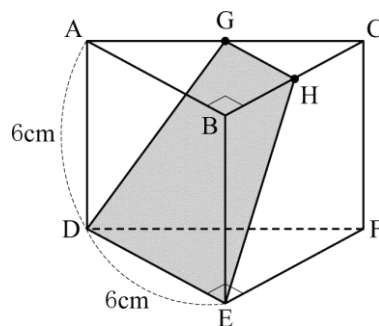
これから $\triangle OAD$ を軸 DE を中心に回転させたときの体積を除けばよいので

$$9\pi - 2 \times \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 1 = \frac{27-2}{3} \pi = \frac{25}{3} \pi\text{ cm}^3$$

【問 118】

右の図のように、点 A, B, C, D, E, F を頂点とし、 $\angle DEF=90^\circ$ の直角二等辺三角形 DEF を底面の 1 つとする三角柱がある。辺 AC の中点を G, 辺 BC の中点を H とし、4 点 D, E, H, G を結んで四角形 DEHG をつくる。辺 AD の長さが 6 cm, 辺 DE の長さが 6 cm のとき、次の各問いに答えなさい。なお、答えに $\sqrt{\quad}$ がふくまれるときは、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ小さい自然数にちなさい。

(三重県 2016 年度)



(1) 辺 GH の長さを求めなさい。

(2) 四角形 DEHG の面積を求めなさい。

(3) 四角形 DEHG を、辺 EH を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm ²
(3)	cm ³

解答

(1) 3 cm

(2) $\frac{27\sqrt{5}}{2} \text{ cm}^2$

(3) $63\sqrt{5} \pi \text{ cm}^3$

解説

(1)

$\triangle CAB$ で

点 G, H はそれぞれ辺 CA, CB の中点だから

中点連結定理より $GH = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ cm}$

(2)

四角形 DEHG は $GH \parallel DE$, $\angle DEH = \angle GHE = 90^\circ$ の台形である。

直角三角形 BEH で

$$HE^2 = BH^2 + BE^2 = 3^2 + 6^2 = 45$$

$HE > 0$ より

$$HE = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ cm}$$

したがって求める面積は $\frac{(3+6) \times 3\sqrt{5}}{2} = \frac{27\sqrt{5}}{2} \text{ cm}^2$

(3)

できる立体は

右の図の直角三角形 ODE を辺 OE を軸として 1 回転させてできる円錐を
点 H を通る底面に平行な平面で切った上部の円錐を取り除いた回転体になる。

もとの円錐と切り取った小さい円錐は相似で

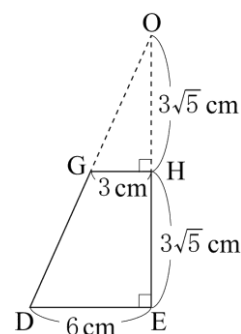
相似比は 2:1 だから

$$\text{体積の比は } 2^3:1^3=8:1$$

よって台形 DEHG を回転させてできる立体の体積は

大きい円錐の体積の $\frac{8-1}{8} = \frac{7}{8} = 7$ にあたる。

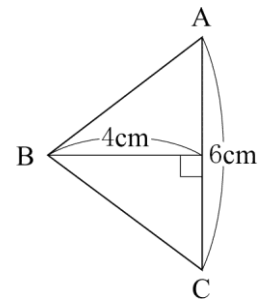
したがって求める体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 6\sqrt{5} \times \frac{7}{8} = 63\sqrt{5} \pi \text{ cm}^3$



【問 119】

右の図の△ABC は, BA=BC の二等辺三角形である。この△ABC を, 辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(鳥取県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$32\pi \text{ cm}^3$$

解説

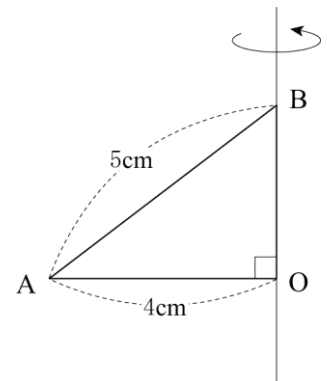
半径 4 cm 高さ 3 cm の円錐が 2 つできると考える。

$$\text{よって } \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 3 \times 2 = 32\pi \text{ cm}^3$$

【問 120】

図のような $\angle AOB = 90^\circ$, $OA = 4 \text{ cm}$, $AB = 5 \text{ cm}$ の直角三角形 OAB を, 直線 BO を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(島根県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$16\pi \text{ cm}^3$$

解説

△OAB は辺の比が 3:4:5 の直角三角形なので

$$OB = 3 \text{ cm}$$

1 回転させてできる立体は

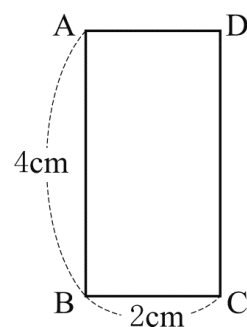
底辺の半径が 4 cm の円を底面とし, 高さが 3 cm の円錐になるので

$$\text{体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi \text{ cm}^3$$

【問 121】

図のような長方形 ABCD を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。

(長崎県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$16\pi \text{ cm}^3$$

解説

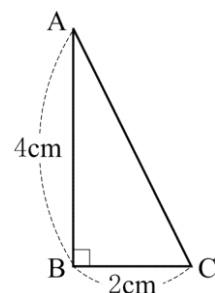
半径 $BC=2 \text{ cm}$ 高さ $AB=4 \text{ cm}$ の円柱となるので

$$\pi \times 2^2 \times 4 = 16\pi \text{ cm}^3$$

【問 122】

図のような直角三角形 ABC を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。

(長崎県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{16}{3}\pi \text{ cm}^3$$

解説

半径 2 cm の円を底面とし高さ 4 cm の円すいとなるので

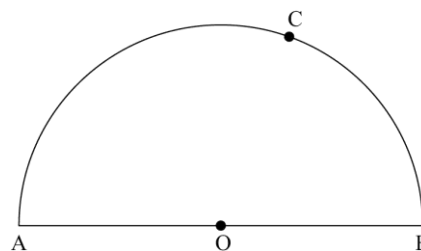
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 4 = \frac{16}{3}\pi \text{ cm}^3$$

【問 123】

図のように、線分 AB を直径とする半円の弧 AB 上に点 C があります。
 線分 AB の中点を点 O とします。

次の(1)～(3)に答えなさい。

(北海道 2017 年度)



- (1) $AC=BC$ とします。 $\triangle ABC$ を、線分 AB を軸として 1 回転させてできる立体を P 、半円を、線分 AB を軸として 1 回転させてできる立体を Q とします。立体 P の体積は、立体 Q の体積の何倍ですか、求めなさい。
- (2) 線分 AC が線分 AB より 1 cm 短く、線分 BC が線分 AB より 2 cm 短いとき、線分 AB の長さは何 cm になりますか。線分 AB の長さを x cm として方程式をつくり、求めなさい。
- (3) 線分 AB を 4 cm とします。点 C は、弧 AB 上を、点 A から点 B まで移動するものとします。 $\angle ABC$ の二等分線と $\angle BAC$ の二等分線との交点を D とするとき、点 D がえがいてできる線の長さを求めなさい。ただし、点 C が点 A の位置にあるとき、点 D は点 A の位置にあり、点 C が点 B の位置にあるとき、点 D は点 B の位置にあるものとします。また、円周率は π を用いなさい。

解答欄

(1)	倍
(2)	〔方程式〕 〔計 算〕 答 cm
(3)	cm

解答

(1) $\frac{1}{2}$ 倍

(2)

〔方程式〕

$$x^2 = (x-1)^2 + (x-2)^2$$

〔計算〕

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0$$

$$x = 1, 5$$

$$x > 2 \text{ より}$$

$$x = 5$$

答 5 cm

(3) $\sqrt{2} \pi$ cm

解説

(1)

半円の弧に対する円周角は直角であるから $\angle ACB = 90^\circ$

$AC = BC$ より $\triangle ABC$ は直角二等辺三角形だから $CO \perp AB$ となる。

半円 O の半径を r とすると立体 P の体積は

底面の半径が r で高さが r の円錐の体積の 2 倍だから円周率を π として

$$\left(\frac{1}{3} \times \pi r^2 \times r \right) \times 2 = \frac{2}{3} \pi r^3$$

また立体 Q の体積は半径 r の球の体積と等しいから $\frac{4}{3} \pi r^3$

$$\text{よって } \frac{2}{3} \pi r^3 \div \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{2} \text{ 倍}$$

(2)

条件より

$AB = x \text{ cm}$, $AC = x - 1 \text{ cm}$, $BC = x - 2 \text{ cm}$ と表される。

$\triangle ABC$ において

$$\text{三平方の定理より } (x-1)^2 + (x-2)^2 = x^2$$

これを整理すると

$$(x-1)(x-5) = 0$$

よって $x = 1, 5$

$x = 1$ のとき

$AB = 1 \text{ cm}$, $AC = 0 \text{ cm}$, $BC = -1 \text{ cm}$ となり問題にあわない。

$x = 5$ のとき

$AB = 5 \text{ cm}$, $AC = 4 \text{ cm}$, $BC = 3 \text{ cm}$ となり問題にあっている。

(3)

$\angle ABC = \angle y$, $\angle BAC = \angle z$ とする。

$\triangle ABC$ において $\angle ACB = 90^\circ$ だから

$$\angle y + \angle z + 90^\circ = 180^\circ \text{ より}$$

$$\angle y + \angle z = 90^\circ$$

$\triangle ABD$ において

$$\angle ABD = \frac{1}{2} \angle y, \angle BAD = \frac{1}{2} \angle z \text{ と表されるから}$$

$$\angle ADB + \frac{1}{2} \angle y + \frac{1}{2} \angle z = 180^\circ \text{ より}$$

$$\angle ADB = 180^\circ - \left(\frac{1}{2} \angle y + \frac{1}{2} \angle z \right)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} (\angle y + \angle z)$$

$$= 180^\circ - \frac{1}{2} \times 90^\circ = 135^\circ$$

点 C が点 A, B を除く $\widehat{AB}$ 上のどこにあっても $\angle ADB$ の大きさは 135° で一定だから

点 D がえがいてできる線は円周角の大きさが 135° になるような $\widehat{AB}$ である。

右の図のように

点 D がえがいてできる $\widehat{AB}$ を含む円の中心を O' とすると

小さい方の $\angle A'O'B$ の大きさは $360^\circ - 135^\circ \times 2 = 90^\circ$ だから

$\triangle O'AB$ は直角二等辺三角形になる。

$O'A = a \text{ cm}$ とすると

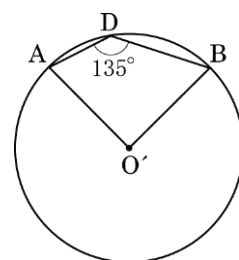
$$O'A : AB = 1 : \sqrt{2}$$

$$a : 4 = 1 : \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} a = 4$$

$$a = 2\sqrt{2}$$

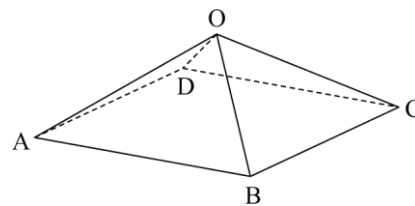
$$\text{よって求める長さは } 2\pi \times 2\sqrt{2} \times \frac{90}{360} = \sqrt{2} \pi \text{ cm}$$



【問 124】

右の図の正四角すいは、底面が 1 辺 4 cm の正方形で、他の辺が 3 cm である。次の(1)～(4)に答えなさい。

(青森県 2017 年度)



(1) 辺 OA とねじれの位置にある辺をすべて書きなさい。

(2) AC と BD の交点を H とするとき、OH と底面 ABCD は垂直である。このとき、OH の長さを求めなさい。

(3) OH を軸として、正四角すいを 1 回転させたときにできる立体の体積を求めなさい。

(4) 辺 OB 上の点を P とするとき、点 A から点 P を通って点 C まで糸をかける。この糸の長さが最も短くなる時の、糸の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	cm
(3)	cm ³
(4)	cm

解答

(1) 辺 BC, 辺 CD

(2) 1 cm

(3) $\frac{8}{3} \pi \text{ cm}^3$

(4) $\frac{8\sqrt{5}}{3} \text{ cm}$

解説

(1)

辺 OA とねじれの位置にある辺は辺 OA と平行でなく交わらない辺である。

よって辺 BC, 辺 CD

(2)

$\triangle OAH$ において $\angle OHA = 90^\circ$, $OA = 3 \text{ cm}$ だから

三平方の定理より $OH^2 = OA^2 - AH^2 = 3^2 - AH^2$ が成り立つので

AH の長さを求めれば OH の長さが求まる。

$\triangle HAD$ は四角形 ABCD が正方形で点 H は対角線の交点になるから

$HA = HB$, $\angle AHB = 90^\circ$ の直角二等辺三角形になる。

よって $AH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} AB = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times 4 = 2\sqrt{2} \text{ cm}$ だから

$$OH^2 = 3^2 - (2\sqrt{2})^2 = 9 - 8 = 1$$

したがって $OH > 0$ より

$$OH = 1 \text{ cm}$$

(3)

求める体積は

$\triangle OAH$ を OH を軸として 1 回転させたときにできる立体の体積になる。

できる立体は底面の半径が $2\sqrt{2} \text{ cm}$ で高さが 1 cm の円すいだから

$$\text{求める体積} = \frac{1}{3} \times \{\pi \times (2\sqrt{2})^2\} \times 1 = \frac{8}{3} \pi \text{ cm}^3$$

(4)

右の図のように正四角すいの展開図の一部をかいて考える。

糸の長さが最も短くなる時その糸は右の図の線分 AC で表され

$\triangle OAB \equiv \triangle OCB$ であることから $OA = OC$ より $AC \perp OB$ となる。

ここで $\triangle OAB$ は $OA = OB$ の二等辺三角形より

点 O から辺 AB に垂線 OE をひくと

$$AE = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ cm} \text{ となる。}$$

$\angle OEA = 90^\circ$ だから

$$OE^2 = OA^2 - AE^2 = 3^2 - 2^2 = 5$$

$OE > 0$ より

$$OE = \sqrt{5} \text{ cm} \text{ だから}$$

$\triangle OAB$ の面積は

$$\frac{1}{2} \times 4 \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

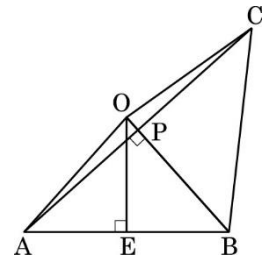
よって $\triangle OAB$ の面積の関係から

$$\frac{1}{2} \times 3 \times AP = 2\sqrt{5}$$

$$AP = \frac{4\sqrt{5}}{3}$$

$$CP = AP = \frac{4\sqrt{5}}{3} \text{ cm} \text{ だから}$$

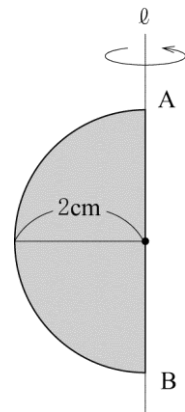
$$AC = AP + CP = \frac{4\sqrt{5}}{3} + \frac{4\sqrt{5}}{3} = \frac{8\sqrt{5}}{3} \text{ cm}$$



【問 125】

右の図のような半径 2 cm の半円を、直径 AB を含む直線 l を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(栃木県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

半径 2 cm の球ができるから

$$\text{求める体積は } \frac{4}{3} \pi \times 2^3 = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 126】

図の直角三角形 ABC について、辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体を、次のア～エのうちから 1 つ選び、符号で答えなさい。

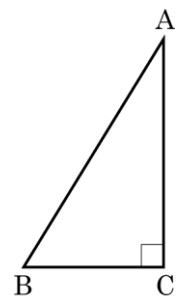
(千葉県 2017 年度 前期)

ア 円柱

イ 三角錐

ウ 三角柱

エ 円錐



解答欄

解答

エ

解説

直角三角形の直角をはさむ 2 辺のいずれかを軸として 1 回転させると円錐ができる。

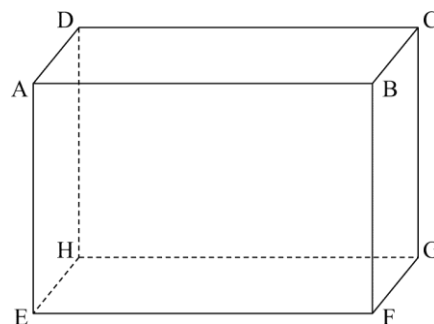
【問 127】

図3の立体は、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $AD=2\text{ cm}$ 、 $AE=4\text{ cm}$ の直方体である。
このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(静岡県 2017 年度)

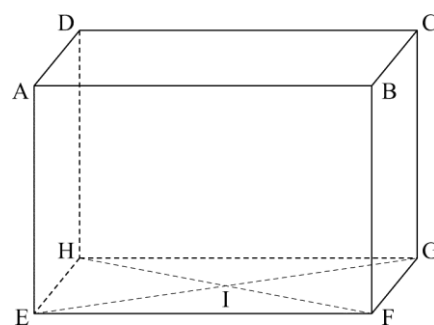
問1 辺 AB とねじれの位置にあり、面 $ABCD$ と平行である辺はどれか。
すべて答えなさい。

図3



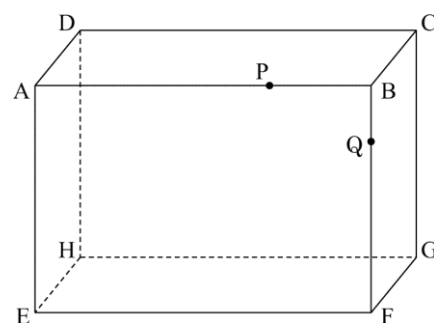
問2 この直方体において、図4のように、面 $EFGH$ の対角線 EG 、 HF の交点を I とする。 $\triangle DHI$ を、辺 DH を軸として 1 回転させてできる円すいの母線の長さを求めなさい。

図4



問3 この直方体において、図5のように、辺 AB 、 BF 上の点をそれぞれ P 、 Q とする。 $DP+PQ+QG$ が最小となるときの、三角すい $BPQC$ の体積を求めなさい。

図5



解答欄

問1	
問2	cm
問3	cm ³

解答

問1 辺 EH, 辺 FG

問2 $\sqrt{26}$ cm

問3 $\frac{25}{9}$ cm³

解説

問1

辺 AB とねじれの位置にある辺は辺 CG, DH, EH, FG である。

このうち面 ABCD と平行である辺は辺 EH, FG

問2

この円すいの母線の長さは線分 DI の長さと等しい。

DI の長さは $\angle DHI = 90^\circ$ より

$\triangle DHI$ において

三平方の定理より $DI^2 = DH^2 + HI^2$ が成り立つ。

ここで $\triangle EFH$ において

三平方の定理より $2^2 + 6^2 = HF^2$

$HF^2 = 40$

$HF > 0$ だから

$HF = 2\sqrt{10}$ cm

よって $HI = \frac{1}{2} HF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} = \sqrt{10}$ cm

したがって $DI^2 = 4^2 + (\sqrt{10})^2 = 26$ となるから

$DI > 0$ より

$DI = \sqrt{26}$ cm

問3

右の図のように直方体の展開図の一部をかいて考える。

$DP + PQ + QG$ が最小となるとき

3 つの線分 DP, PQ, QG は、右の図の線分 DG と重なる。

右の図において $DE = 2 + 4 = 6$ cm

$EG = 6 + 2 = 8$ cm となる。

$\triangle DAP \sim \triangle DEG$ より

$DA : DE = AP : EG$ だから

$AP = a$ cm とすると

$2 : 6 = a : 8$

$6a = 16$

$a = \frac{8}{3}$

よって $PB = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$ cm

また $\triangle QFG \sim \triangle DEG$ より

$QF : DE = FG : EG$ だから

$QF = b$ cm とすると

$b : 6 = 2 : 8$

$8b = 12$

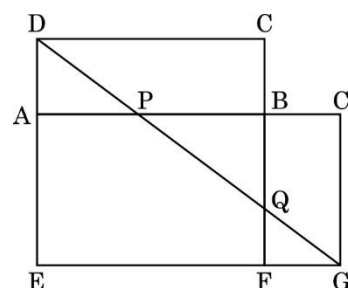
$b = \frac{3}{2}$

よって $BQ = 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$ cm

図5において

三角すい BPQC の底面を $\triangle BPQ$ とすると高さは BC となるから

三角すい BPQC の体積は $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times \frac{5}{2} \right) \times 2 = \frac{25}{9}$ cm³

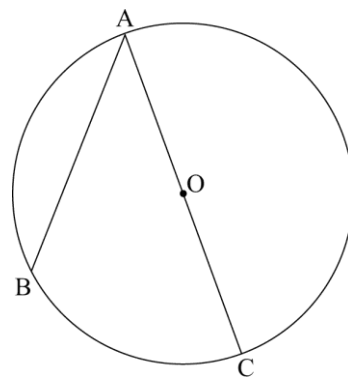


【問 128】

右の図のように、半径 6 cm の円 O の周上に 3 点 A, B, C があり、 AC は円 O の直径である。また、 $AB=9\text{ cm}$ である。

このとき、次の問1～問3に答えよ。

(京都府 2017 年度 中期)



問1 線分 BC の長さを求めよ。

問2 直線 AC を対称の軸として、点 B と線対称な点を D とするとき、線分 BD の長さを求めよ。

問3 $\triangle ABC$ を、直線 AC を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積は、半径 6 cm の球の体積の何倍か求めよ。

解答欄

問1	cm
問2	cm
問3	倍

解答

問1 $3\sqrt{7}$ cm

問2 $\frac{9\sqrt{7}}{2}$ cm

問3 $\frac{63}{128}$ 倍

解説

問1

半円の弧に対する円周角は直角であるから $\angle ABC = 90^\circ$

$\triangle ABC$ において

三平方の定理より

$$9^2 + BC^2 = (6+6)^2$$

$$BC^2 = 12^2 - 9^2$$

$$BC^2 = 63$$

$BC > 0$ だから

$$BC = 3\sqrt{7} \text{ cm}$$

問2

条件より $BD \perp AC$ である。

また線分 BD と直線 AC との交点を E とすると $BE = DE$ となる。

$\triangle ABC$ と $\triangle AEB$ において

$\angle ABC = \angle AEB = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle EAB$ より

2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABC \sim \triangle AEB$$

このことから $AC : AB = BC : EB$

$$12 : 9 = 3\sqrt{7} : EB$$

$$12EB = 27\sqrt{7}$$

$$EB = \frac{9\sqrt{7}}{4}$$

よって $DE = BE = \frac{9\sqrt{7}}{4}$ cm だから

$$BD = BE + DE = \frac{9\sqrt{7}}{4} + \frac{9\sqrt{7}}{4} = \frac{9\sqrt{7}}{2} \text{ cm}$$

問3

$\triangle ABC = \triangle ABE + \triangle CBE$ より

$\triangle ABC$ を直線 AC を回転の軸として1回転させてできる立体の体積は

$\triangle ABE$ を直線 AC を回転の軸として1回転させてできる立体の体積と

$\triangle CBE$ を直線 AC を回転の軸として1回転させてできる立体の体積の和になる。

よって $AE = x$ cm とすると

$$\frac{1}{3} \times \left\{ \pi \times \left(\frac{9\sqrt{7}}{4} \right)^2 \right\} \times x + \frac{1}{3} \times \left\{ \pi \times \left(\frac{9\sqrt{7}}{4} \right)^2 \right\} \times (12 - x)$$

$$= \frac{1}{3} \times \left\{ \pi \times \left(\frac{9\sqrt{7}}{4} \right)^2 \right\} \times \{x + (12 - x)\}$$

$$= \frac{1}{3} \times \left\{ \pi \times \left(\frac{9\sqrt{7}}{4} \right)^2 \right\} \times 12$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{567}{16} \pi \times 12$$

$$= \frac{567}{4} \pi \text{ cm}^3$$

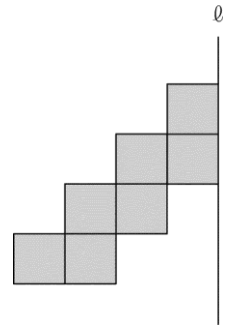
半径 6 cm の球の体積は $\frac{4}{3} \pi \times 6^3 = 288 \pi \text{ cm}^3$

したがって $\frac{567}{4} \pi \div 288 \pi = \frac{63}{128}$ 倍

【問 129】

右の図のように、一辺の長さが 2 cm の正方形を 7 枚組み合わせた図形がある。この図形を、直線 l を回転の軸として 1 回転させてできる回転体の体積を求めなさい。

(鳥取県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$200\pi\text{ cm}^3$$

解説

上の 2 段と下の 2 段の空いているところが同じ形なので移動させることができるから求める体積は

底面が半径 6 cm の円、高さ 2 cm の円柱の体積と

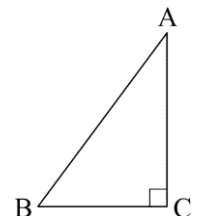
底面が半径 8 cm の円、高さ 2 cm の円柱の体積の和になる。

$$\text{よって } \pi \times 6^2 \times 2 + \pi \times 8^2 \times 2 = 72\pi + 128\pi = 200\pi\text{ cm}^3$$

【問 130】

右の図のような、 $AC=4\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ 、 $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。この直角三角形を、辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(岡山県 2017 年度 一般)



解答欄

cm^3

解答

$$12\pi\text{ cm}^3$$

解説

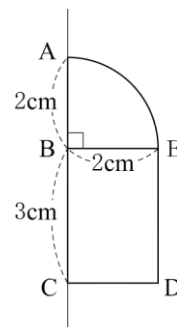
できる立体は、底面の半径が 3 cm で高さが 4 cm の円錐である。

$$\text{よって求める体積は } \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 4 = 12\pi\text{ cm}^3$$

【問 131】

図のようなおうぎ形 ABE と長方形 BCDE をくっつけた図形を、直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。ただし、 $AB=BE=2\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ とする。

(長崎県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{52}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

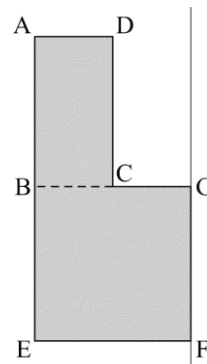
半径 2 cm の球の体積の半分と底面の半径が 2 cm で高さが 3 cm の円柱の体積の和になる。

$$\text{よって求める体積は } \frac{4}{3} \pi \times 2^3 \div 2 + (\pi \times 2^2) \times 3 = \frac{52}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 132】

右の図のように、長方形 ABCD と正方形 BEFG が同じ平面上にあり、点 C は線分 BG の中で、 $AB=BE=4\text{ cm}$ である。長方形 ABCD と正方形 BEFG を合わせた図形を、直線 GF を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

(秋田県 2018 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$112 \pi \text{ cm}^3$$

解説

底面の半径が 4 cm で高さが 8 cm の円柱から底面の半径が 2 cm で高さが 4 cm の円柱を取り除いた立体になる。

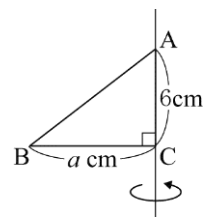
$$\text{よって求める体積は } \pi \times 4^2 \times 8 - \pi \times 2^2 \times 4 = 128 \pi - 16 \pi = 112 \pi \text{ cm}^3$$

【問 133】

右の図の直角三角形 ABC を、直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を $V \text{ cm}^3$ とするとき、 V を a の式で表しなさい。

ただし、円周率は π とする。

(群馬県 2018 年度 前期)



解答欄

解答

$$V=2\pi a^2$$

解説

直角三角形 ABC を直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体は半径 $a \text{ cm}$ の円を底面にもつ高さ 6 cm の円錐だから

$$\text{その体積 } V \text{ は } V=\frac{1}{3}\pi \times a^2 \times 6=2\pi a^2 \text{ cm}^3$$

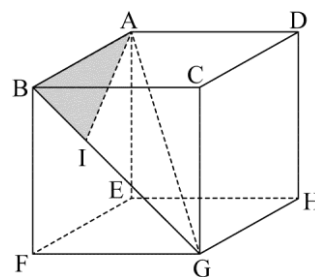
【問 134】

図で、立体 $ABCDEFGH$ は立方体である。I は線分 BG 上の点で、 $BI:IG=1:2$ である。

$AB=3\text{ cm}$ のとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(愛知県 2018 年度 A)

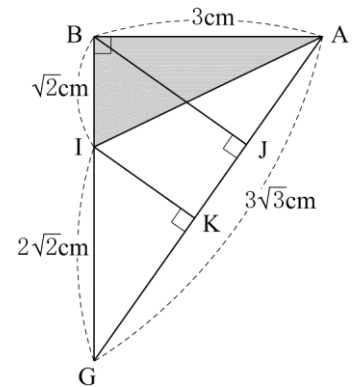
(1) 線分 AI の長さは何 cm か、求めなさい。



(2) $\triangle ABI$ を、直線 AG を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か、求めなさい。

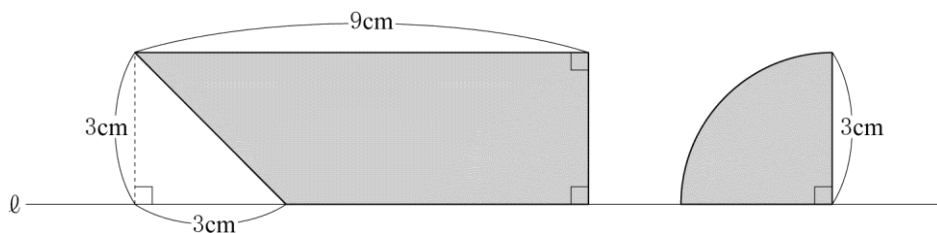
解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3



【問 135】

下の図のように、縦 3 cm、横 9 cm の長方形から、底辺 3 cm、高さ 3 cm の直角三角形を取り除いてできる台形と、半径 3 cm、中心角 90° のおうぎ形が、直線 ℓ 上にある。この台形とおうぎ形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させる。



このとき、次の問いに答えよ。(円周率は π を用いること。)

(愛媛県 2018 年度)

(1) 台形を 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(2) 台形を 1 回転させてできる立体の体積は、おうぎ形を 1 回転させてできる立体の体積の何倍か。

解答欄

(1)	cm^3
(2)	倍

解答

(1) $72\pi \text{ cm}^3$

(2) 4 倍

解説

(1)

底面が半径 3cm の円で高さ 9cm の円柱から

底面が半径 3cm で高さ 3cm の円すいの体積をひいたものが求める立体の体積だから

$$\pi \times 3^2 \times 9 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3 = \pi \times 3^2 \times (9 - 1) = 9\pi \times 8 = 72\pi \text{ cm}^3$$

(2)

おうぎ形を 1 回転させてできる立体は半径 3cm の半球だから

$$\frac{4}{3} \pi \times 3^3 \times \frac{1}{2} = 18\pi \text{ cm}^3$$

よって台形を 1 回転させてできる立体の体積は

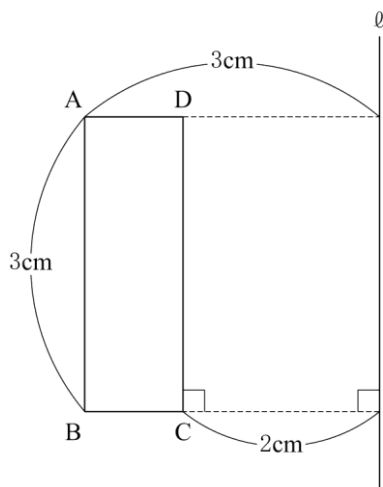
おうぎ形を 1 回転させてできる立体の体積の $72\pi \div 18\pi = 4$ 倍

【問 136】

下の図の長方形 ABCD を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2019 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

$15\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

解説

長方形 ABCD を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体は

半径 3cm の円を底面とし高さが 3cm の円柱から半径 2cm の円を底面とし高さが 3cm の円柱を取り除いた立体である。

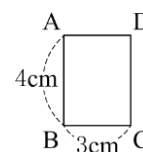
よって、 $\pi \times 3^2 \times 3 - \pi \times 2^2 \times 3 = 15\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

【問 137】

右の図のような、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ の長方形 ABCD がある。この長方形

を、辺 DC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(岡山県 2019 年度 一般)



解答欄

$\text{(cm}^3\text{)}$

解答

$36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

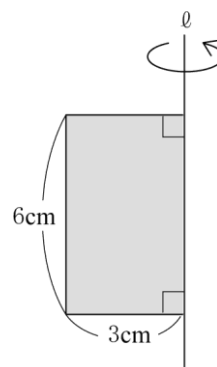
解説

底面の半径が 3cm で、高さが 4cm の円柱になるから、体積は、 $\pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

【問 138】

右の図の長方形を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(栃木県 2020 年度)



解答欄

cm^3

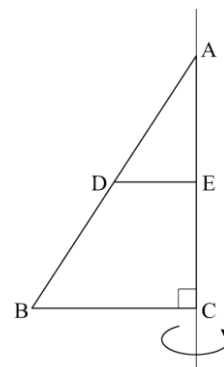
解答

54π (cm^3)

【問 139】

右の図の直角三角形ABCにおいて、辺AB、ACの中点をそれぞれD、Eとする。直線ACを軸として1回転させたとき、三角形ADEが1回転してできる立体の体積 P と、四角形DBCEが1回転してできる立体の体積 Q の比 $P:Q$ を、最も簡単な整数比で表しなさい。

(群馬県 2020 年度 前期)



解答欄

$P:Q= \quad : \quad$

解答

$P:Q= 1 : 7$

解説

線分比 $AD:AB=1:2$ なので

体積比である $P:(P+Q)=1^3:2^3=1:8$ である。

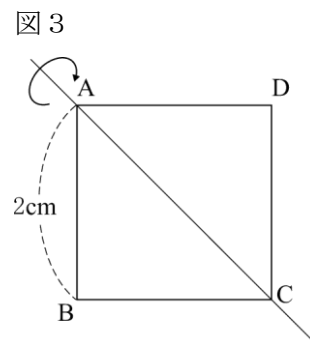
よって、 $P:Q=1:7$

【問 140】

図 3 のように、1 辺の長さが 2 cm の正方形 ABCD がある。次の (1), (2) に答えなさい。

(島根県 2020 年度)

(1) 対角線 AC の長さを求めなさい。



(2) 正方形 ABCD を、直線 AC を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm ³

解答

(1) $2\sqrt{2}$ cm

(2) $\frac{4\sqrt{2}}{3}\pi$ cm³

解説

(1)

△ABC は直角二等辺三角形なので

$$AB : AC = 1 : \sqrt{2}$$

$$2 : AC = 1 : \sqrt{2}$$

$$AC = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

(2)

正方形 ABCD を、直線 AC を軸として回転させてできる立体は

線分 BD を直径とする円を底面とし

点 A, C をそれぞれ頂点とする 2 つの円錐があわさった立体である。

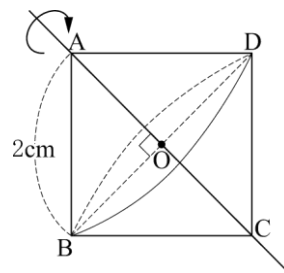
そして、その 2 つの円錐は合同な立体だから

一方の円錐の体積を求めてそれを 2 倍すれば、求める立体の体積となる。

ここで、対角線 AC, BD の交点を O とする。

正方形の対角線の性質より

$$AO = BO = \frac{1}{2}AC = \sqrt{2} \text{ (cm)}$$

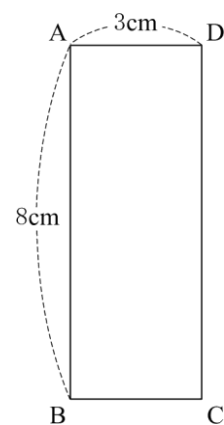


$$\text{よって、求める立体の体積は、} \left\{ (\pi \times BO^2) \times AO \times \frac{1}{3} \right\} \times 2 = \left[\pi \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{3} \right] \times 2 = \frac{4\sqrt{2}}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

【問 141】

右の図のような長方形 $ABCD$ がある。辺 CD を軸として、この長方形を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(山口県 2020 年度)



解答欄

cm^3

解答

$72\pi \text{ cm}^3$

【問 142】

ゆうとさんは、夕食の準備のときに計量カップの代わりに、図3のような自分の持っているコップを使うことにした。このコップは、図4のような $AD=4\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ 、 $CD=9\text{ cm}$ である台形 $ABCD$ を、辺 CD を回転の軸として1回転させてできる立体であると考えたと体積は何 cm^3 か、求めなさい。ただし、円周率は π とし、コップの厚さは考えないものとする。

図3

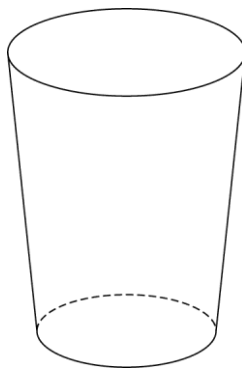
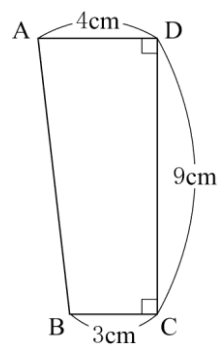


図4



(徳島県 2020 年度)

解答欄

cm^3

解答

$111\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

解説

図4の辺 AB 、辺 DC それぞれを延長した直線の交点を E とし
辺 CD を回転の軸として1回転させると、右図のような立体ができる。

$\triangle AED$ と $\triangle BEC$ において

$\angle ADE = \angle BCE = 90^\circ$ 、共通な角より $\angle AED = \angle BEC$ だから

2組の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle AED \sim \triangle BEC$

$AD : BC = ED : EC$

$4 : 3 = ED : (ED + 9)$

$ED = 36(\text{cm})$ より

円 D を底面、 E を頂点とする円錐の体積は $(\pi \times 4^2) \times 36 \times \frac{1}{3} = 192\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

ここで、円 D を底面、 E を頂点とする円錐と

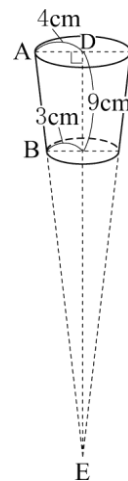
円 C を底面、 E を頂点とする円錐は相似な立体であり

その相似比は $AD : BC = 4 : 3$ なので、体積比は $4^3 : 3^3 = 64 : 27$ となる。

よって、求めるコップの体積は、円 D を底面、 E を頂点とする円錐の体積の

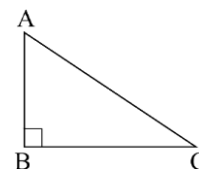
$\frac{64-27}{64} = \frac{37}{64}$ (倍)であることがわかる。

したがって、求める体積は、 $192\pi \times \frac{37}{64} = 111\pi \text{ (cm}^3\text{)}$



【問 143】

右の図のように、 $AB=2\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ 、 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。この直角三角形 ABC を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる円錐の体積は、辺 BC を軸として 1 回転させてできる円錐の体積の何倍か、求めなさい。



(秋田県 2021 年度)

解答欄

倍

解答

$\frac{3}{2}$ 倍

解説

AB を回転軸とした円錐の体積は、 $\frac{1}{3} \times 3^2 \pi \times 2 = 6\pi (\text{cm}^3)$

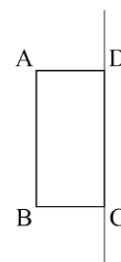
BC を回転軸とした円錐の体積は、 $\frac{1}{3} \times 2^2 \pi \times 3 = 4\pi (\text{cm}^3)$ よって、 $6\pi \div 4\pi = \frac{3}{2}$ (倍)

【問 144】

右図において、四角形 ABCD は長方形であり、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $AD=3\text{ cm}$ である。

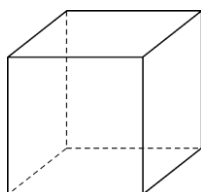
四角形 ABCD を直線 DC を軸として 1 回転させてできる立体を P とする。

(大阪府 A 2021 年度)

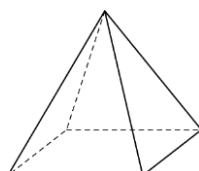


- (1) 次のア～エのうち、立体 P の見取図として最も適しているものはどれですか。一つ選び、記号を○で囲みなさい。

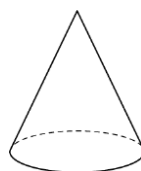
ア



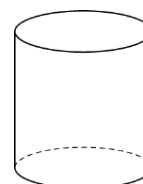
イ



ウ



エ



- (2) 円周率を π として、立体 P の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	ア イ ウ エ
(2)	cm^3

解答

(1) エ

(2) $54\pi\text{ cm}^3$

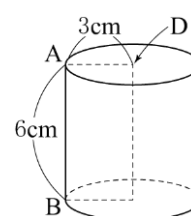
解説

(2)

立体 P は図 3 のような円柱になるので

その体積は、 $\pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi\text{ (cm}^3\text{)}$

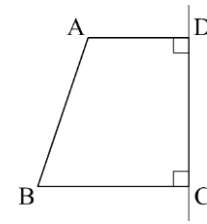
図 3



【問 145】

右図において、四角形 ABCD は $AD \parallel BC$ の台形であり、 $\angle ADC = \angle DCB = 90^\circ$ 、 $AD = 2 \text{ cm}$ 、 $BC = DC = 3 \text{ cm}$ である。四角形 ABCD を直線 DC を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 ですか。円周率を π として答えなさい。

(大阪府 B 2021 年度)



解答欄

cm^3

解答

$19\pi \text{ cm}^3$

解説

図 2 のように、直線 BA と直線 CD の交点を E とする。

点 E を頂点、円 D を底面とする円錐 P と

点 E を頂点、円 C を底面とする円錐 Q は

相似な立体であり

その相似比は、 $AD : BC = 2 : 3$ である。

よって、高さの比 $ED : EC = 2 : 3$ だから、

$ED : DC = 2 : 1 \Rightarrow ED : 3 = 2 : 1 \Rightarrow ED = 6 (\text{cm})$

したがって、円錐 P の体積は、 $\pi \times 2^2 \times 6 \times \frac{1}{3} = 8\pi (\text{cm}^3)$

また、円錐 P と円錐 Q の体積比は、 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$ だから

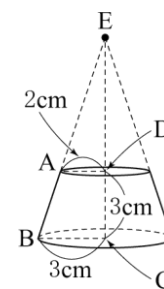
円錐 P と求める立体の体積比は、 $8 : (27 - 8) = 8 : 19$

よって、求める立体の体積を V とすると

$8\pi : V = 8 : 19$

$V = 19\pi (\text{cm}^3)$

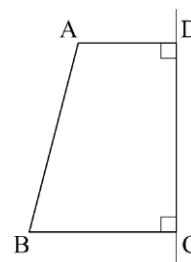
図 2



【問 146】

右図において、四角形 $ABCD$ は $AD \parallel BC$ の台形であり、
 $\angle ADC = \angle DCB = 90^\circ$ ， $AD = 2 \text{ cm}$ ， $AB = 4 \text{ cm}$ ， $BC = 3 \text{ cm}$ である。
 四角形 $ABCD$ を直線 DC を軸として 1 回転させてできる立体の表面積は
 何 cm^2 ですか。円周率を π として答えなさい。

(大阪府 C 2021 年度)



解答欄

cm^2

解答

$33\pi \text{ cm}^2$

解説

図 3 のように直線 BA と直線 CD の交点を E とする。 図 3

$AD \parallel BC$ より、 $\triangle EBC$ において

平行線と線分の比から、 $EA : EB = AD : BC = 2 : 3$

$\Rightarrow EA : AB = 2 : 1 \Rightarrow EA = 8(\text{cm})$

立体の側面は、図 4 のような、おうぎ形 EBB' からおうぎ形 EAA' を取り除いた形になる。

$\widehat{AA'}$ の長さは、点 D を中心とする半径 2cm の円の円周と等しいので、 $\widehat{AA'} = 4\pi(\text{cm})$

$\widehat{BB'}$ の長さは、点 C を中心とする半径 3cm の円の円周と等しいので、 $\widehat{BB'} = 6\pi(\text{cm})$

よって、立体の側面積は

$$(\text{おうぎ形 } EBB') - (\text{おうぎ形 } EAA') = \frac{1}{2} \times 6\pi \times 12 - \frac{1}{2} \times 4\pi \times 8 = 20\pi(\text{cm}^2)$$

また、立体の上底は、点 D を中心とする半径 2cm の円、下底は、点 C を中心とする半径 3cm の円なのでその面積の合計は、 $\pi \times 2^2 + \pi \times 3^2 = 13\pi(\text{cm}^2)$

したがって、立体の表面積は、 $20\pi + 13\pi = 33\pi(\text{cm}^2)$

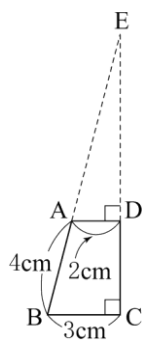
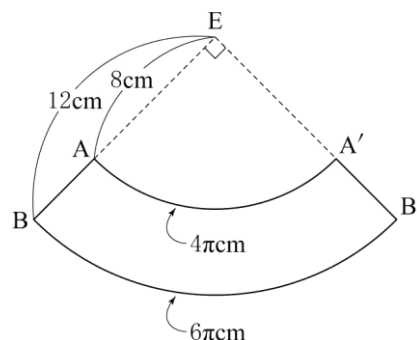


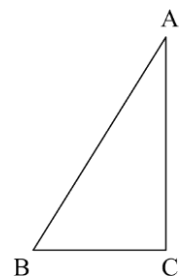
図 4



【問 147】

右の図のように、 $BC=3\text{ cm}$ 、 $AC=5\text{ cm}$ 、 $\angle BCA=90^\circ$ の直角三角形 ABC があります。直角三角形 ABC を、辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 ですか。ただし、円周率は π とします。

(広島県 2021 年度)



解答欄

cm^3

解答

15π (cm^3)