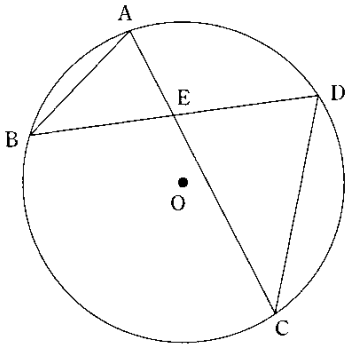
6.証明以外 平面図形の複合問題【2004 年度出題】

【問 1】

右の図のように，円 O の円周上に 4 点 A，B，C，D をとり，線分 AC と BD との交点を E とします。AB＝12cm，CD＝18cm，DE＝12cm のとき，線分 AE の長さを求めなさい。

（北海道　2004 年度）



解答欄

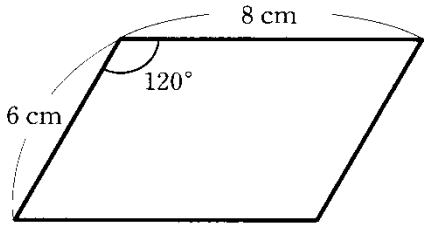
cm

解答
8 cm
解説
同じ弧からできる円周角は等しいことより
∠ABD＝∠DCA，∠BAC＝∠CDB なので
△ABE∽△DCE となる。
対応する辺の比は等しいから
AE:DE＝AB:DC である。
AE:12＝12:18
AE＝8cm

【問 2】

右の平行四辺形の面積を求めなさい。

（青森県　2004 年度）



解答欄

cm^2

解答

$24\sqrt{3}$ cm^2

解説

120° の角の頂点から底辺に垂線をひくと

30°，60°，90° の直角三角形ができる。

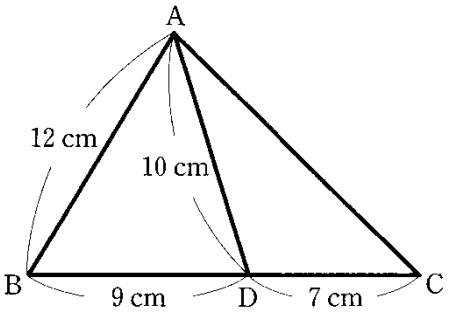
三平方の定理より垂線の長さは $3\sqrt{3}$ cm となる。

よって求める面積は $8\times 3\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$ cm^2

【問 3】

右の△ABC で辺 BC 上に点 D をとるとき，辺 AC の長さを求めなさい。

（青森県　2004 年度）



解答欄

cm

解答

$\frac{40}{3}$ cm

解説

∠B が共通な 2 つの三角形△ABD と△CBA で

AB:CB＝12:16＝3:4

BD:BA＝9:12＝3:4 より

△ABD∽△CBA

したがって，AD:CA＝3:4 である。

10:CA＝3:4

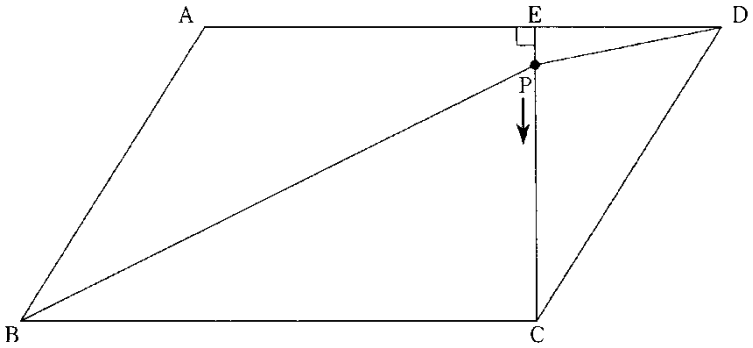
CA＝ $\frac{40}{3}$ cm

【問 4】

下の図のように，∠B＜90°の平行四辺形 ABCD において，点 C から辺 DA に垂線をひき，DA との交点を E とします。このとき，点 P は線分 EC 上を E から C まで動きます。また，点 B と点 P，点 D と点 P をそれぞれ結びます。

あとの（1）～（3）の問いに答えなさい。

（宮城県　2004 年度）



（1）点 P が E からはなれるにつれて，線分 EP の長さは大きくなりますが，一方，長さが小さくなる線分をすべて答えなさい。

（2）BP＋PD の長さが最小となるとき，∠BPD の大きさを求めなさい。

（3）AB＝5 ㎝，BC＝7 ㎝，CE＝4 ㎝とし，点 A と点 P を結びます。AP＋PB の長さが最小となるとき，線分 EP の長さを求めなさい。

解答欄

（1）	
（2）	度
（3）	cm

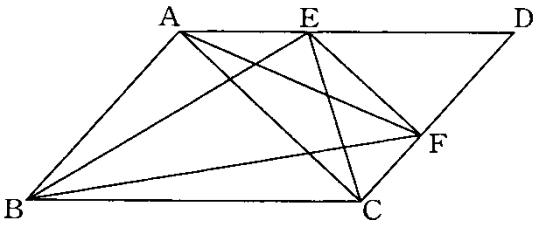
解答
(1) 線分 PB，線分 PC
(2) 180 度
(3) $\frac{16}{11}$ cm

解説
BC の延長上に CF＝7cm の点 F をとる
△AEP∽△FCP，EP:CP=AE:FC＝4:7
$EP=4\times\frac{4}{4+7}=\frac{16}{11}$ cm

【問 5】

右の図で, 四角形 ABCD は平行四辺形である。点 E は辺 AD 上, 点 F は辺 CD 上にあり, AC ∥ EF である。このとき, △ ABE と面積が等しい三角形を **3 つ**書きなさい。

（秋田県　2004 年度）



解答欄

解答
△ACE, △ACF, △BCF

【問 6】

三平方の定理を下のように証明した。［　　］に証明の続きを書いて，証明を完成させなさい。

（秋田県　2004 年度）

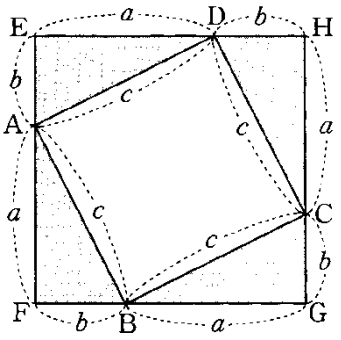
三平方の定理

直角三角形の直角をはさむ 2 辺の長さを a, b, 斜辺の長さを c とすると，次の関係が成り立つ。

$a^2 + b^2 = c^2$

[証明]

直角をはさむ 2 辺の長さが a, b, 斜辺の長さが c の直角三角形を，右の図のように，1 辺の長さが c の正方形 ABCD のまわりにおくと，四角形 EFGH は正方形になる。正方形 EFGH の面積を S とすると，



［　　］

したがって，$a^2 + b^2 = c^2$ が成り立つ。

解答欄

［　　］

解答

正方形 EFGH の面積は 1 辺の長さが $a+b$ より

$S=(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

また正方形 EFGH の面積は

正方形 ABCD の面積に 4 つの直角三角形の面積を加えたものより

$S=c^2+4\times\frac{1}{2}ab=c^2+2ab$

よって $a^2+2ab+b^2=c^2+2ab$

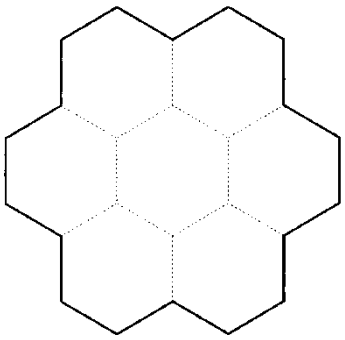
したがって $a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

【問 7】

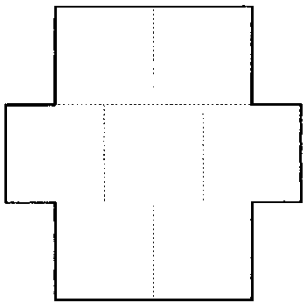
太郎さんは，はちの巣を見て，平面を敷きつめる図形に興味を持った。そこで下のように，同じ大きさの正六角形 7 個からできている図形Pと，同じ大きさの正方形 7 個からできている図形Qをかき，それらについて調べた。それぞれの正六角形と正方形の周の長さを a cm として，あとの問いに答えなさい。

（山形県　2004 年度）

図形 P



図形 Q



(1) 図形Pの周の長さと図形Qの周の長さを，それぞれ求めなさい。

(2) 図形Qの面積を求めなさい。

(3) 図形Pの面積の求め方を下のように考えた。［ ア ］にはあてはまる数を，［ イ ］にはあてはまる文字式を，それぞれ書きなさい。

> 図形Pは，1 辺の長さが $\frac{a}{6}$ cm の正三角形［ ア ］個に分けることができるから，図形Pの面積を求める式は，$\frac{1}{2} \times \frac{a}{6} \times$［ イ ］$\times$［ ア ］である。

解答欄

(1)	図形 P の周の長さ　　cm	
	図形 Q の周の長さ　　cm	
(2)	cm^2	
(3)	ア	
	イ	

解答

(1)

図形 P の周の長さ　$3a$ cm

図形 Q の周の長さ　$3a$ cm

(2)　$\frac{7}{16}a^2$ cm^2

(3)

ア　42

イ　$\frac{\sqrt{3}}{12}a$

解説

(1)

正六角形の 1 辺の長さは $\frac{a}{6}$ cm

正方形の 1 辺の長さは $\frac{a}{4}$ cm となる。

よって図形 P の周の長さは $\frac{a}{6}\times 18=3a$ cm

また図形 Q の周の長さは $\frac{a}{4}\times 12=3a$ cm

(2)

正方形 1 つの面積は $\frac{a^2}{16}$ cm^2

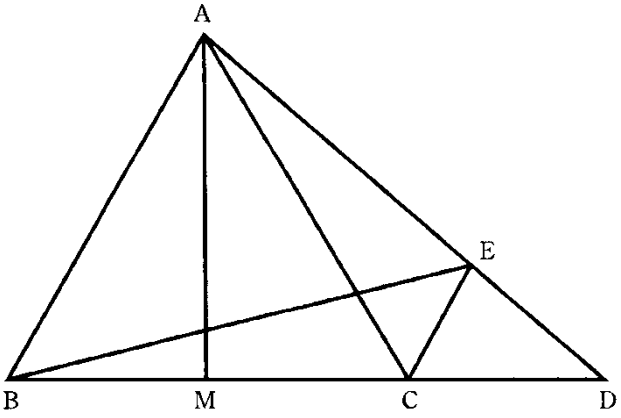
これが 7 個あるから $\frac{a^2}{16}\times 7=\frac{7}{16}a^2$ cm^2

【問 8】

下の図のように，1 辺の長さが 2cm の正三角形 ABC がある。辺 BC の中点を M とし，また，BC の延長上に点 D を MC＝CD となるようにとる。さらに，点 C を通り辺 AB に平行な直線と線分 AD との交点を E とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（茨城県　2004 年度）



(1) △AMD の面積を求めなさい。

(2) 線分 BE の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm

解答

(1) $\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

(2) $\frac{2\sqrt{13}}{3}\mathrm{cm}$

解説

(1)

$\triangle\mathrm{AMD}=2\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

(2)

AB∥EC より∠ACM＝∠ACE＝∠ECD＝60°

点 E から辺 BD に垂線をおろし BD との交点を F とする。

△CDE∽△BDA より

$\mathrm{CE}=2\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$，$\mathrm{CF}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$，$\mathrm{EF}=\frac{1}{3}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

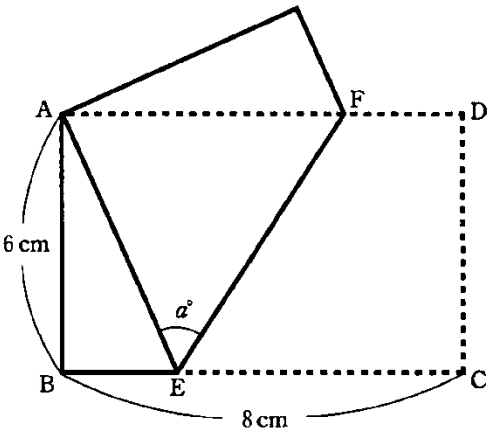
$\mathrm{BE}=\sqrt{\left(2+\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{52}{9}}=\frac{2\sqrt{13}}{3}\mathrm{cm}$

【問 9】

右の図のように，AB＝6 cm，BC＝8 cm の長方形 ABCD を，頂点 C が頂点 A に重なるように折り，そのときの折り目を EF とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（栃木県　2004 年度）



(1) ∠AEF＝a°とするとき，∠AEB の大きさを a を用いて表しなさい。

(2) BE の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	度
(2)	cm

解答

(1) $180-2a$ 度

(2) $\frac{7}{4}$ cm

解説

(1)

∠AEF＝∠CEF＝a

よって∠AEB＝$180-2a$ 度

(2)

BE＝x とすると AE＝$8-x$ となる。

三平方の定理より

$x^2=(8-x)^2-6^2$

$x^2=64-16x+x^2-36$

$16x=28$

$x=\frac{7}{4}$

よって BE＝$\frac{7}{4}$ cm

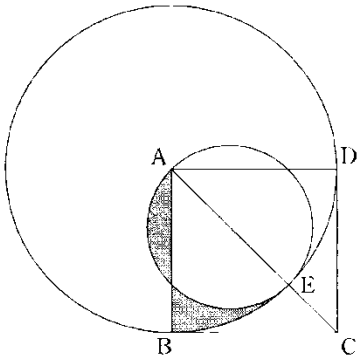
【問 10】

右の図のように，1 辺 20 cm の正方形 ABCD の頂点 A を中心とする半径 20 cm の円をかき，この円と対角線 AC との交点を E として，線分 AE を直径とする円をかきます。

このとき，かげ( )をつけた 2 つの図形の面積の和を求めなさい。

ただし，円周率はπとします。

（埼玉県　2004 年度）



解答欄

解答

$50\pi - 100$ cm^2

解説

図形の面積を移動させて考える。

AB と線分 AE を直径とする円の円周との交点を F とすると

AF と弧で囲まれた図形の面積は，FE と弧で囲まれた図形の面積に等しくなる。

かげをつけた部分の面積は

おうぎ形 ABE－△AFE で求めることができる。

三平方の定理より

$AC = 20\sqrt{2}$

また $AE = 20$

△ABC∽△AFE で

$FE = 20 \times \dfrac{20}{20\sqrt{2}} = 10\sqrt{2}$

よって求める面積は

$20^2 \times \pi \times \dfrac{45}{360} - \dfrac{1}{2} \times 10\sqrt{2} \times 10\sqrt{2}$

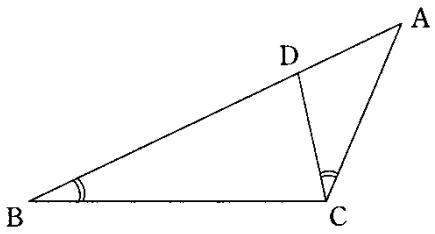
$= 50\pi - 100$ cm^2

【問 11】

右の図で，∠ABC＝∠ACD，AB＝8cm，BC＝6cm，CA＝4cm である。

このとき，BD の長さを求めなさい。

（千葉県　2004 年度）



解答欄

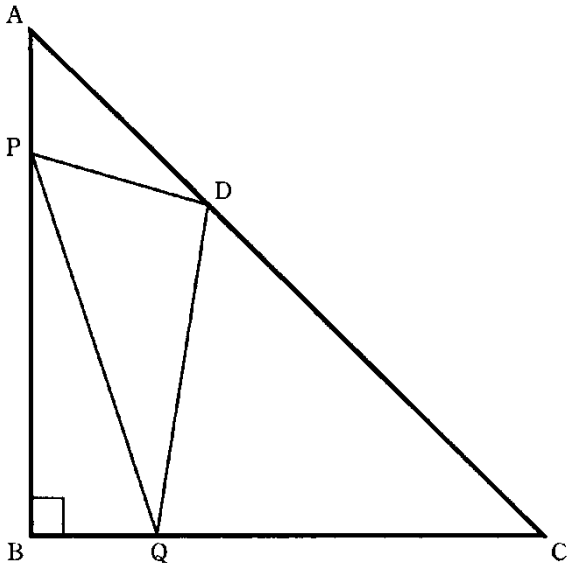
cm

解答
6 cm
解説
△ADC と△ACB において
∠DAC＝∠CAB
∠ACD＝∠ABC
2 組の角がそれぞれ等しいから
△ADC∽△ACB
AD：4＝4：8
より AD＝2
BD＝AB－AD＝8－2＝6cm

【問 12】

下の図のように，直角をはさむ 2 辺の長さが，それぞれ 12 cm である直角二等辺三角形 ABC があり，辺 AC 上に AD:DC＝1:2 となる点 D をとる。辺 AB 上を動く点 P と辺 BC 上を動く点 Q があり，つねに AP＝BQ となるとき，次の (1) , (2) の問いに答えなさい。

（新潟県　2004 年度）



(1) AP＝3 cm のとき，△APD と△DQC の面積を，それぞれ求めなさい。

(2) △DPQ の面積が 34 cm^2 となるとき，線分 AP の長さを求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	

解答
(1)
〔求め方〕
点 D より辺 AB に垂線 DS, 辺 BC に垂線 DT をそれぞれひく。
△ABC∽△ASD より

$\mathrm{SD}=12\times\frac{1}{3}=4\ \mathrm{cm}$

よって$\triangle\mathrm{APD}=\frac{1}{2}\times3\times4=6\ \mathrm{cm}^2$
また△ABC∽△DTC より

$\mathrm{DT}=12\times\frac{2}{3}=8\ \mathrm{cm}$

よって$\triangle\mathrm{DQC}=\frac{1}{2}\times(12-3)\times8=36\ \mathrm{cm}^2$
答　△APD の面積　6 cm², △DQC の面積　36 cm²
(2)
〔求め方〕
AP の長さを x とすると
△DPQ＝△ABC－(△APD＋△DQC＋△PBQ)

$=\frac{1}{2}\times12\times12-\left\{\frac{1}{2}\times x\times4+\frac{1}{2}\times(12-x)\times8+\frac{1}{2}\times x\times(12-x)\right\}$

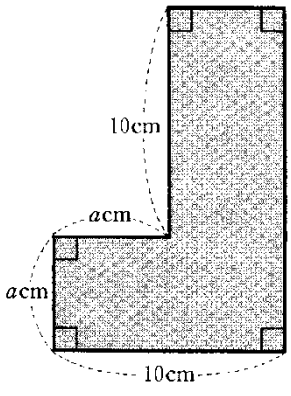
これより$\frac{1}{2}x^2-4x-10=0$

$x^2-8x-20=0$
$(x-10)(x+2)=0$
$x=-2,\ 10$
$x>0$ より
AP＝10 cm
答　10 cm

【問 13】

右の図の ▨ で示した部分の面積を求めなさい。

（富山県　2004 年度）



解答欄

cm^2

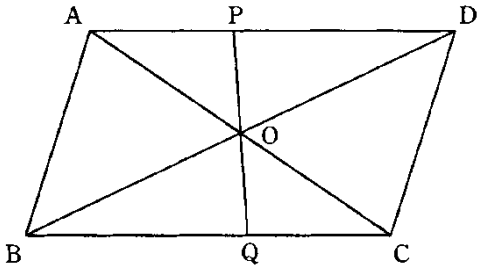
解答
100 cm^2
解説
$10(10+a)-10a=100+10a-10a=100cm^2$

【問 14】

右の図のように，平行四辺形 ABCD の対角線の交点を O とし，O を通る直線が辺 AD，BC と交わる点をそれぞれ P，Q とする。

BQ：QC＝3：2，△OQC＝10 cm² であるとき，△OAB の面積を求めなさい。

（富山県　2004 年度）



解答欄

cm²

解答
25 cm²
解説
△OQB：△OQC＝BQ：QC＝3：2
△OQC＝10cm² より
△OQB＝15cm²
AO＝CO より
△OAB＝△OBC＝△OQB＋△OQC＝15＋10＝25 cm²

【問 15】

高さが底辺より 3 cm 長い三角形の面積が 20 cm² であるとき，底辺の長さを求めなさい。

（石川県　2004 年度）

解答欄

cm

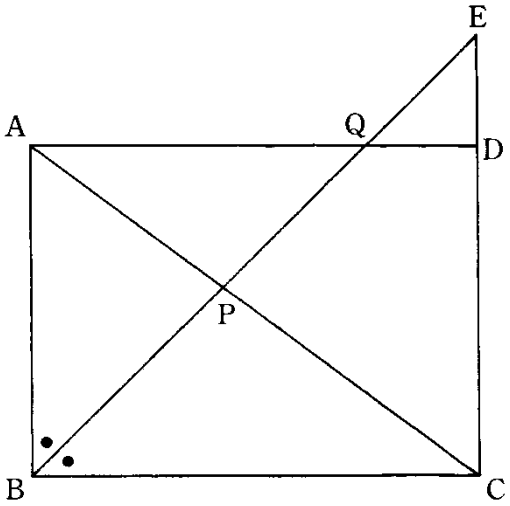
解答
5 cm
解説
底辺を x cm とおくと
$x\times(x+3)\times\frac{1}{2}=20$
$x^2+3x-40=0$
$(x+8)(x-5)=0$
$x>0$ より
$x=5$ cm

【問 16】

右の図のように，AB＝6 cm，BC＝8 cm の長方形 ABCD があり，∠B の二等分線と CD の延長との交点を E とする。また，BE と AC，AD との交点をそれぞれ P，Q とする。

このとき，DE と CP の長さをそれぞれ求めなさい。

（石川県　2004 年度）



解答欄

DE＝	cm
CP＝	cm

解答

DE＝2 cm

CP＝$\frac{40}{7}$ cm

解説

AB∥EC より

∠CEB＝∠ABE＝∠PBC

よって EC＝BC＝8cm

また DC＝AB＝6cm であるから

DE＝EC－DC＝8－6＝2cm

△PAB∽△PCE より

PA:PC＝AB:CE＝6:8＝3:4

△ABC で三平方の定理より

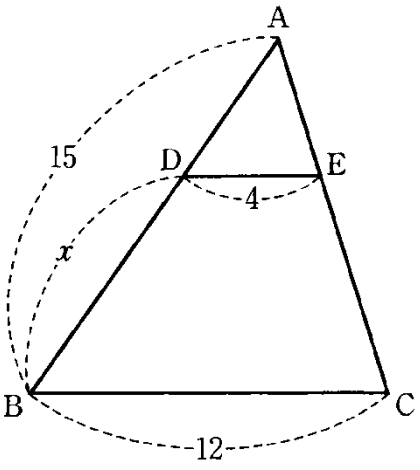
AC＝$\sqrt{6^2+8^2}$ ＝10cm

よって CP＝$10\times\frac{4}{3+4}=\frac{40}{7}$ cm

【問 17】

右の図で，点 D，E はそれぞれ△ABC の辺 AB，AC 上の点である。DE ∥ BC のとき，x の値を求めなさい。

（山梨県　2004 年度）



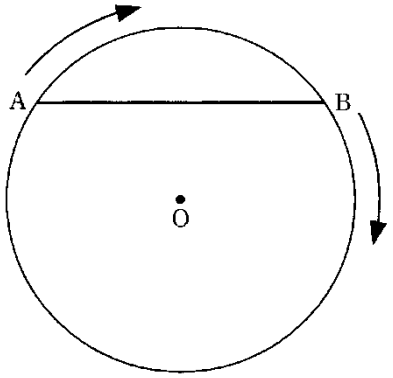
解答欄

解答
$x=10$
解説
$12:4=15:(15-x)$
$60=12\times(15-x)$
$12x=120$
$x=10$

【問 18】

右の図は，円 O に長さ 10cm の弦 AB をかいたものである。弦の長さを 10cm に保ったまま，2 点 A，B が円周上を 1 周するように弦 AB を動かし，弦 AB が動いた跡を塗りつぶす。

このとき，次の**1**～**3**に答えなさい。



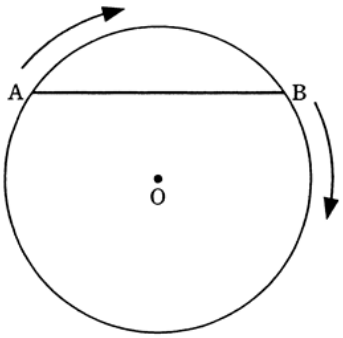
（山梨県　2004 年度）

1　円 O の中で，**塗りつぶされない**部分はどんな図形か，その図形の名称を書きなさい。

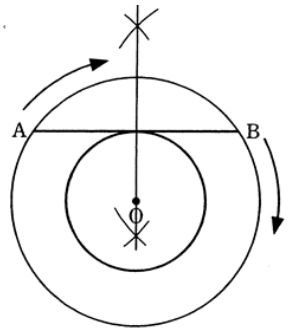
2　**1**の図形を作図しなさい。ただし，作図には定規とコンパスを用い，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。

3　**塗りつぶした**部分の面積を求めなさい。

解答欄

1	
2	
3	cm^2

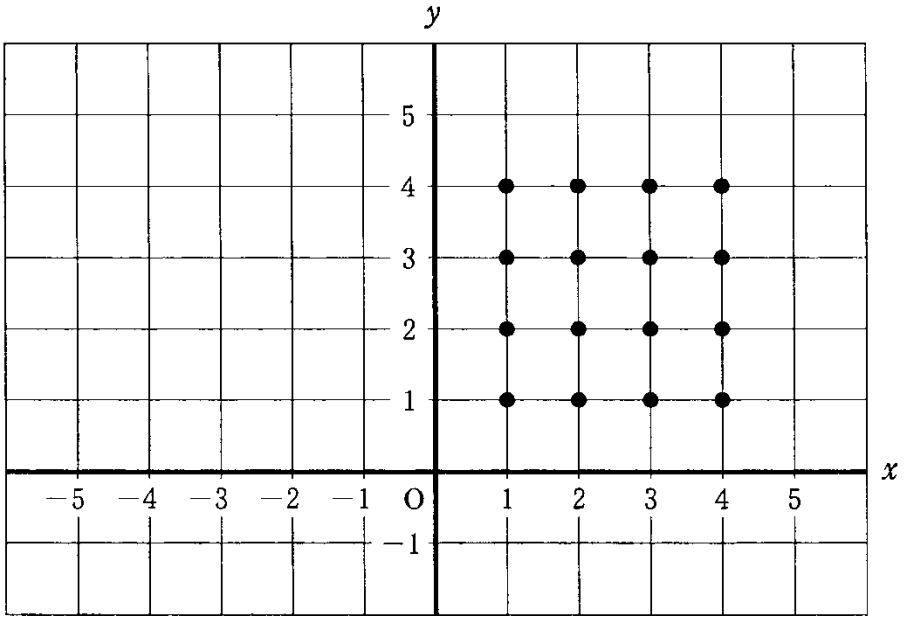
解答
1　円
2



3　25π　cm^2
解説
2
弦 AB の垂直二等分線を引き弦 AB との交点と点 O との距離を半径とした円をかく。
3
2でかいた円の半径を x cm，OB＝y cm とする。
$x=\sqrt{y^2-25}$ …①
ぬりつぶした部分の面積は
$\pi y^2-\pi x^2$…②
で求められる。
②に①を代入する。

【問 19】

下の図は，座標平面上に，x 座標，y 座標がそれぞれ 1 から 4 までの整数である 16 個の点をとったものである。



次の(1)～(4)の問いに答えなさい。

（岐阜県　2004 年度）

(1) 原点 O と点(2, 3)の距離を求めなさい。

(2) コンパスを使って，原点 O を中心とし，原点 O と点(2, 3)を結ぶ線分を半径とする円をかく。この円と x 軸との交点のうち，x 座標の符号が正である点を P とするとき，点 P の x 座標はどの範囲にあるか。次のア～エから 1 つ選び，符号で書きなさい。

ア　2 以上 3 未満　　イ　3 以上 4 未満

ウ　4 以上 5 未満　　エ　5 以上 6 未満

(3) 上の図の 16 個の点のうち，原点 O からの距離が 4 以上 5 未満である点の個数を求めなさい。

(4) 上の図の 16 個の点のうち，点(4, 0)からの距離が 4 以上 5 未満である点の個数を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	個
(4)	個

解答

(1) $\sqrt{13}$

(2) イ

(3) 5 個

(4) 4 個

解説

(1)

$\sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$

(2)

$3=\sqrt{9}$, $4=\sqrt{16}$ だから $3<\sqrt{13}<4$

(3)

$4=\sqrt{16}$, $5=\sqrt{25}$ であるから

原点からの距離が $\sqrt{16}$ 以上 $\sqrt{25}$ 未満である点の個数を数えればよい。

原点 O と(1, 4)の距離は $\sqrt{1^2+4^2} = \sqrt{17}$

原点 O と(2, 4)の距離は $\sqrt{2^2+4^2} = \sqrt{20}$

原点 O と(3, 3)の距離は $\sqrt{3^2+3^2} = \sqrt{18}$

原点 O と(4, 1)の距離は $\sqrt{4^2+1^2} = \sqrt{17}$

原点 O と(4, 2)の距離は $\sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{20}$

なお 5 未満であるから原点 O からの距離が 5 となる点はふくまないことに注意する。

(4)

(4, 0)と(1, 3)の距離は $\sqrt{(4-1)^2+(0-3)^2} = \sqrt{18}$

(4, 0)と(2, 4)の距離は $\sqrt{(4-2)^2+(0-4)^2} = \sqrt{20}$

(4, 0)と(3, 4)の距離は $\sqrt{(4-3)^2+(0-4)^2} = \sqrt{17}$

(4, 0)と(4, 4)の距離は 4

なお 4 以上 5 未満であるから

点(4, 0)からの距離が 4 となる点はふくみ 5 となる点はふくまないことに注意する。

【問 20】

次のアからエまでの中から正しいものをすべて選んで，そのかな符号を書け。

（愛知県 2004 年度 A）

ア 絶対値が 3 より小さい整数の個数は 3 個である。

イ 面積 9cm^2 の三角形の底辺を x cm，高さを y cm とすると，y は x に反比例する。

ウ 四角形 ABCD で，AB∥DC，AD＝BC ならば，四角形 ABCD は平行四辺形である。

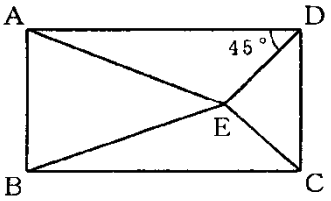
エ 3 つの平面 P，Q，R がある。平面 P と平面 Q が平行であり，平面 Q と平面 R が平行ならば，平面 P と平面 R は平行である。

解答欄

解答
イ，エ
解説
ア -2，-1，0，1，2 の 5 個である。

【問 21】

図で，点Eは長方形 ABCD の内部の点で，∠ADE＝ 45° である。△AED，△ABE，△DEC の面積がそれぞれ 12cm²，21 cm²，7cm² のとき，辺 AD の長さは何 cm か。



（愛知県 2004 年度 A）

解答欄

cm

解答

$4\sqrt{6}$ cm

解説

点 E から辺 AD に垂線を下ろしその交点を P とする。

△ABE と△DEC の面積の比が 3:1 であるから

AP:DP＝3:1 となる。

DP＝t cm とおくと

AP＝$3t$ cm，EP＝t cm とおける。

△AED の面積は 12cm² であるから

$12=(3t+t)\times t\times \frac{1}{2}$　$t=\sqrt{6}$

AD＝$4t$ cm に $t=\sqrt{6}$ を代入して

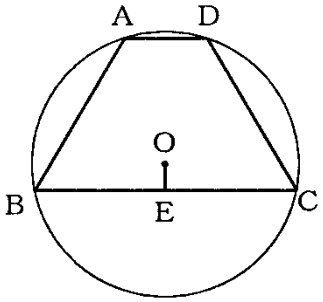
AD＝$4\sqrt{6}$ cm

【問 22】

図で, A, B, C, D は円 O の周上の点で, AD ∥BC である。E は BC 上の点で, OE と BC は垂直である。

AB＝ 5 cm, BC＝ 8 cm, AD＝ 2 cm のとき, 次の①, ②の問いに答えよ。

（愛知県 2004 年度 A）



① 四角形 ABCD の面積は何 cm^2 か。

② 線分 OE の長さは何 cm か。

解答欄

①	
②	

解答

① 20 cm^2

② $\frac{1}{8}$ cm

解説

①

点 A, 点 D から BC へ下ろした垂線の交点をそれぞれ A′, D′ とする。

AD ∥BC より四角形 ABCD は等脚台形となる。

$AA' = \sqrt{5^2-3^2} = 4$cm より

求める面積は $\frac{1}{2}(2+8)\times 4 = 20cm^2$

②

点 O から AD に下ろした垂線の交点を H とする。

$OE = x$ cm とすると $OH = 4-x$ cm となる。

△OAH において

$OA^2 = OH^2 + AH^2 = (4-x)^2 + 1^2$

また△OBE において

$OB^2 = OE^2 + BE^2 = x^2 + 4^2$

OA と OB は円の半径で等しいから

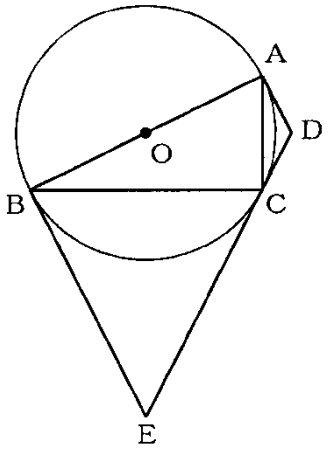
$(4-x)^2 + 1^2 = x^2 + 4^2 \quad x = \frac{1}{8}$

以上より OE の長さは $\frac{1}{8}$ cm

【問 23】

図で，C は AB を直径とする円 O の周上の点で，直線 AD，BE，DE はそれぞれ点 A，B，C で円 O に接している。AC＝ 1 cm，BC＝ 2 cm のとき，四角形 ABED の面積は何 cm^2 か。

（愛知県 2004 年度 B）



解答欄

cm^2

解答

$\frac{25}{8}\,cm^2$

解説

点 E から辺 BC に下ろした垂線の交点を H，点 D から辺 AC に下ろした垂線の交点を I とする。

△ACB≡△CHE≡△BHE より

$BE=\sqrt{5}$ cm

また△IDA∽△CAB より

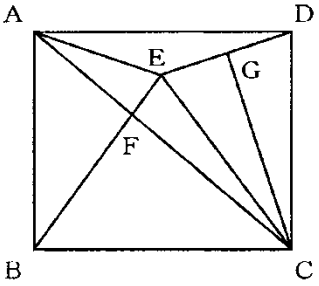
$AD=\frac{\sqrt{5}}{4}$ cm

四角形 ABED の面積は

$\left(\frac{\sqrt{5}}{4}+\sqrt{5}\right)\times\sqrt{5}\times\frac{1}{2}=\frac{25}{8}\,cm^2$

【問 24】

図で, 四角形 ABCD は長方形, E は長方形 ABCD の内部の点で EB＝EC であり, F は線分 AC と EB との交点, G は線分 DE の中点である。AB＝ 5 cm, AD ＝ 6 cm, EB＝ 5 cm のとき, 次の①, ②の問いに答えよ。



（愛知県 2004 年度 B）

① 線分 GC の長さは何 cm か。

② △AFE の面積は何 cm^2 か。

解答欄

①	cm
②	cm^2

解答

① $\frac{3\sqrt{10}}{2}$ cm

② $\frac{45}{26}$ cm^2

解説

①

点 E から辺 BC に下ろした垂線の交点を H, 点 E から辺 AD に下ろした垂線の交点を I とする。

EH＝$\sqrt{5^2-3^2}$ ＝4 cm より

EI＝1cm

ED＝$\sqrt{3^2+1^2}$ ＝$\sqrt{10}$ cm

また EG＝$\frac{1}{2}$ ED より

EG＝$\frac{1}{2}\times\sqrt{10}=\frac{\sqrt{10}}{2}$ cm

よって CG＝$\sqrt{5^2-\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{10}}{2}$ cm

②

△ABE の面積は $5\times3\times\frac{1}{2}=\frac{15}{2}$ cm^2

△AFE＝$\frac{3}{13}$ △ABE より

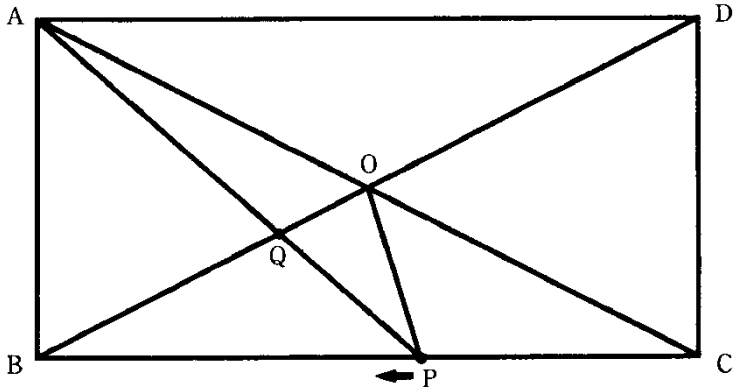
△AFE＝$\frac{3}{13}\times\frac{15}{2}=\frac{45}{26}$ cm^2

【問 25】

次の図で，四角形 ABCD は，AB＝8cm，AD＝16cm の長方形である。点 O は，対角線の交点であり，点 P は，辺 BC 上を点 C から点 B まで毎秒 1cm の速さで動く点である。また，点 Q は，線分 AP と対角線 BD との交点である。

このとき，次の各問いに答えなさい。なお，答えに $\sqrt{\ }$ が含まれるときは，$\sqrt{\ }$ を用いて最も簡単な形で書きなさい。

（三重県　2004 年度）



(1) 線分 AO の長さを求めなさい。

(2) 点 P が点 C を出発してから 2 秒後の△AOP の面積を求めなさい。

(3) ∠AOP＝90° となるのは，点 P が点 C を出発してから何秒後か，求めなさい。

(4) △ABQ＝$\frac{1}{4}$△ABC となるのは，点 P が点 C を出発してから何秒後か，求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

解答

(1) $4\sqrt{5}$ cm

(2) 4 cm^2

(3) 10 秒後

(4) $\frac{32}{3}$ 秒後

解説

(1)

△ABC において

三平方の定理より

$AC^2=8^2+16^2=64+256=320$

$AC=8\sqrt{5}$

したがって $AO=\frac{1}{2}AC=4\sqrt{5}$ cm

(2)

点 P が点 C を出発してから 2 秒後の CP の長さは 2cm。

したがって$\triangle AOP=\triangle ACP-\triangle OCP=\frac{1}{2}\times2\times8-\frac{1}{2}\times2\times4=8-4=4cm^2$

(3)

$\angle AOP=90^\circ$ のとき$\triangle ABC\backsim\triangle POC$

よって BC:OC=CA:CP

$16:4\sqrt{5}=8\sqrt{5}:CP$

$CP=\frac{4\sqrt{5}\times8\sqrt{5}}{16}=2\times5=10cm$

したがって 10 秒後。

(4)

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times16\times8=64cm^2$

よって$\triangle ABQ=\frac{1}{4}\triangle ABC=\frac{1}{4}\times64=16cm^2$

ここで 2 点 O, Q から辺 AB に垂線をひき AB との交点をそれぞれ R, S とすると

$OR=\frac{1}{2}BC=8cm$

$\frac{1}{2}\times AB\times QS=16$ より

$\frac{1}{2}\times8\times QS=16$

$QS=4cm$

よって $QS=\frac{1}{2}OR$ となるので 2 点 Q, S はそれぞれ辺 BO, BR の中点である。

このことから $BS=\frac{1}{2}BR=2cm$

$AS=AB-BS=6cm$

したがって AB:BP=AS:SQ

8:BP=6:4

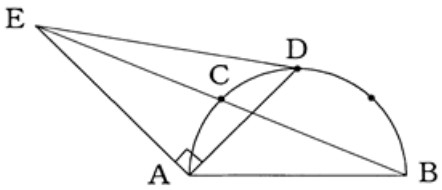
$BP=\frac{8\times4}{6}=\frac{16}{3}$ cm

$CP=BC-BP=16-\frac{16}{3}=\frac{32}{3}$ cm

よって $\frac{32}{3}$ 秒後。

【問 26】

図のように，線分 AB を直径とする半径 2cm の半円がある。弧 AB を 4 等分する点のうち，点 A に近いほうから順に C，D とする。このとき，次の①，②の問いに答えなさい。



（滋賀県　2004 年度）

① ∠ABC の大きさを求めなさい。

② BC の延長上に，∠DAE＝90°となるように点 E をとる。線分 DE の長さを求めなさい。

解答欄

①	度
②	cm

解答

① 22.5 度

② $2\sqrt{6}$ cm

解説

①

$\overset{\frown}{AC}$ の中心角は 180÷4＝45

∠ABC は$\overset{\frown}{AC}$ の円周角なので

45÷2＝22.5 度

②

∠AEB＝180－(22.5＋45＋90)＝22.5　より

△AEB は二等辺三角形となり

EA＝AB＝4

△ADB は直角二等辺三角形であることより

$AD=4\times\frac{1}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

△AED において

三平方の定理を利用すると

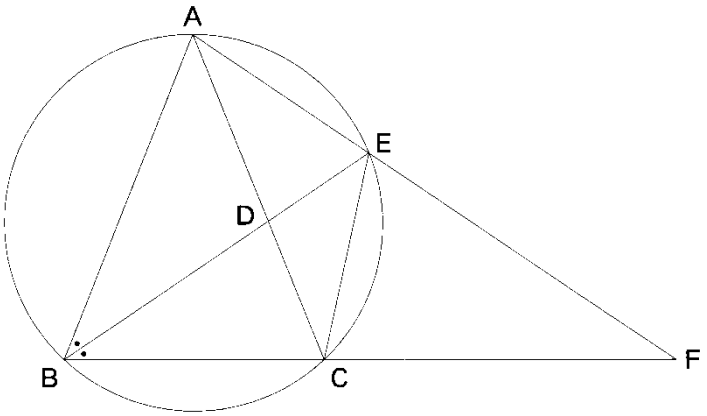
$DE=\sqrt{4^2+(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ cm

【問 27】

下の図のように，円周上の 3 点 A，B，C を頂点とし，AB ＝ AC ＝ 6 cm，BC ＝ 4 cm である△ABC がある。∠B の二等分線と，辺 AC，弧$\overset{\frown}{AC}$との交点をそれぞれ D，E とし，点 C と点 E を線分で結ぶ。また，辺 BC の延長と弦 AE の延長との交点を F とする。

このとき，次の問い（１）～（３）に答えよ。

（京都府　2004 年度）



（１）∠ACB＝a° とするとき，∠CAE の大きさを a を用いて表せ。また，線分 CF の長さを求めよ。

（２）AE:AF を最も簡単な整数の比で答えよ。

（３）線分 CE の長さを求めよ。

解答欄

(1)	∠CAE＝　　°
	CF＝　　cm
(2)	AE:AF ＝　　:
(3)	CE＝　　cm

解答

(1)

$\angle CAE = \frac{a}{2}^\circ$

CF＝6 cm

(2)　AE:AF＝3:8

(3)　CE=$\frac{3\sqrt{6}}{2}$ cm

解説

(1)

△ABC は AB＝AC の二等辺三角形なので$\angle ACB = \angle ABC = a^\circ$

したがって$\angle EBC = \frac{a^\circ}{2}$

また$\angle EBC = \angle CAE$($\overset{\frown}{CE}$ に対する円周角は等しいから)

よって$\angle CAE = \frac{a^\circ}{2}$

(2)

(1)より$\angle CAE = \frac{a^\circ}{2}$

また$\angle AFC = \angle ACB - \angle CAE = \frac{a^\circ}{2}$

よって△ACF は二等辺三角形で AC＝CF＝6

したがって BF＝4＋6＝10

$\angle ACE = \angle ABE = \frac{a^\circ}{2}$ なので

2 組の角が等しいことより

△EAC∽△EBF

またこの 2 つの三角形は二等辺三角形であることより

AE:EF＝AE:BE＝AC:BF＝6:10＝3:5

したがって AE:AF＝3:8

(3)

頂点 A より BC に垂線 AG をおろす。

△AGF において

$AG = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$

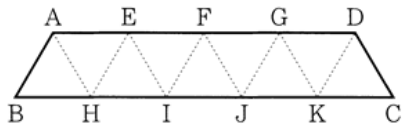
GF＝2＋6＝8

したがって$AF = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 8^2} = 4\sqrt{6}$

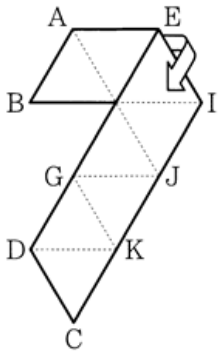
$CE = AE = AF \times \frac{3}{8}$ より$CE = 4\sqrt{6} \times \frac{3}{8} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$ cm

【問 28】

図 1 のように，同じ大きさの正三角形 9 個を並べた形の紙 ABCD があり，辺 AD，BC 上で正三角形の頂点にあたるそれぞれの点を E，F，G，H，I，J，K とする。



この紙を図 2 のように，EI を折り目にして折り，さらに，GJ を折り目にして折って図 3 のような正六角形をつくる。

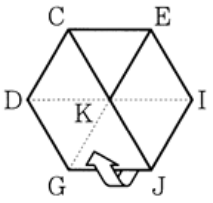


次の問いに答えなさい。

（兵庫県　2004 年度）

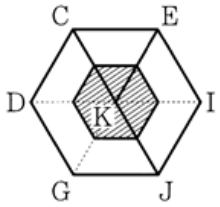
(1) A～J の各点のうち，図 3 で点 K と重なっている点をすべて答えなさい。

(2) 図 4 の斜線部分は，点 K と正六角形の各頂点を結んだ線分の中点を頂点とする正六角形である。この斜線部分を切り取り，正六角形の穴をあけたのち，この紙をひろげた。

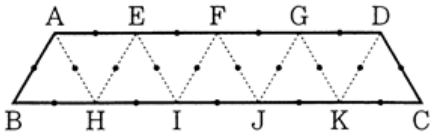


① 切り取られた部分を解答欄の図に斜線で示しなさい。ただし，解答欄の図中の点(・)は各線分の中点である。

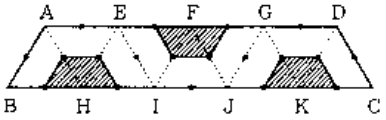
② 切り取られずに残った部分の面積は，切り取られた部分の面積の何倍か，求めなさい。



解答欄

(1)		
(2)	①	
	②	倍

解答
(1) F, H
(2)
①



② 3 倍
解説
(2)
②
9 個の正三角形のそれぞれが同じ大きさの正三角形を切り取られている。
切り取られた正三角形は
もとの正三角形と相似で
相似比は 1:2 であるから

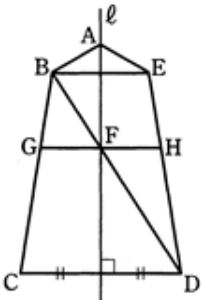
$$\text{切り取った三角形の面積}=\left(\text{もとの正三角形の底辺}\times\frac{1}{2}\right)\times\left(\text{もとの正三角形の高さ}\times\frac{1}{2}\right)\times\frac{1}{2}$$

$$=\text{もとの正三角形の面積}\times\frac{1}{4}$$

よって残った部分の面積＝切り取った三角形の面積×3 である。

【問 29】

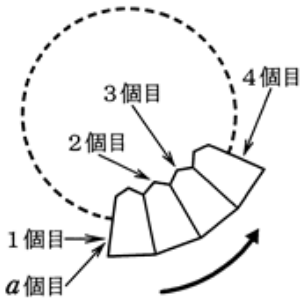
図1の五角形 ABCDE は，辺 CD の垂直二等分線 ℓ を対称の軸とする線対称な図形であり，∠BAE＝120°，AB＝$\sqrt{3}$ cm，CD＝5cm である。直線 ℓ と対角線 BD との交点を F とし，点 F を通り辺 CD に平行な直線と辺 BC，ED との交点をそれぞれ G，H とする。各問いに答えよ。



（奈良県　2004 年度）

(1) 対角線 BE と線分 GH の長さをそれぞれ求めよ。

(2) 辺 BC 上に点 P をとり，PD＝PB である二等辺三角形 PDB をつくる。この二等辺三角形の 1 辺 PD を，定規とコンパスを使って解答欄の枠内に作図せよ。なお，作図に使った線は消さずに残しておくこと。

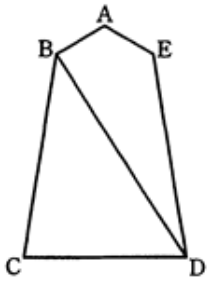


(3) 五角形 ABCDE と合同な図形を，図2のように，平面上で，1個ずつ順に太線で示した矢印の向きに並べていく。ただし，2個目以降は，その直前に並べた図形と，辺 ED と長さが等しい辺を共有するように並べるものとする。

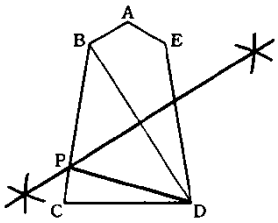
このようにして，五角形 ABCDE と合同な図形を並べていったところ，a 個目の図形でちょうど1まわりして1個目の位置にもどり，a 個目の図形が1個目の図形ときちんと重なった。次のア～エの中に，∠BCD の大きさとして考えられるものが1つある。その角度を選び，記号で答えよ。

ア　83°　　イ　81°　　ウ　79°　　エ　77°

解答欄

(1)	〔対角線 BE〕　cm
	〔線分 GH〕　cm
(2)	
(3)	

解答
(1)
〔対角線 BE〕 3 cm
〔線分 GH〕 $\frac{15}{4}$ cm
(2)

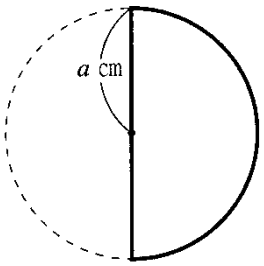


(3) イ
解説
(1)
BE とℓとの交点を I とすると
△ABI は∠BAI＝60° の直角三角形なので
BI＝AB×$\frac{\sqrt{3}}{2}$ である。
BE＝BI×2＝$\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times2$＝3cm
CD とℓとの交点を J とすると
△BIF∽△DJF で
相似比は 3:5 である。
△BGF∽△BCD で
BF:FD＝3:5 より
GF:CD＝3:8 となる。
GF＝CD×$\frac{3}{8}$
GH＝GF×2 より
GH＝$5\times\frac{3}{8}\times2=\frac{15}{4}$ cm
(2)
線分 BD の垂直二等分線をかき BC との交点を P とする。
(3)
辺 BC, ED の延長が交わった点を K とすると△KCD は二等辺三角形となる。
a 個目の図形が 1 個目ときちんと重なったということは
∠CKD の大きさが$(a-1)$個分で 360° になるということである。
したがって∠BCD＝x° とすると$(180-2x)$は 360 の約数でなければならない。
ア～エの中であてはまるのはイだけである。

【問 30】

図のような，半径が $a$cm の半円がある。このとき，半円の周（太線の部分）の長さを a の式で表しなさい。ただし，円周率は π とする。

（和歌山県　2004 年度）



解答欄

cm

解答
$2a+\pi a$ cm
解説
$2a+2\pi a\times\frac{1}{2}=2a+\pi a$ cm

【問 31】

幅が一定の紙テープを折り返し，写真①，②のようにして結び目を作ったところ，図 I のような 1 辺の長さが 3 cm の正五角形 ABCDE ができた。

この正五角形の対角線 AD の長さを x cm とするとき，次の各問いに答えなさい。

（鳥取県　2004 年度）

写真 ①

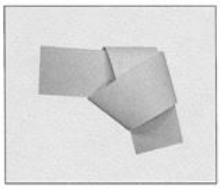


写真 ②

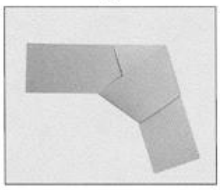
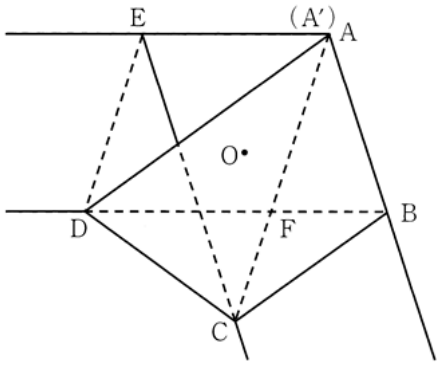


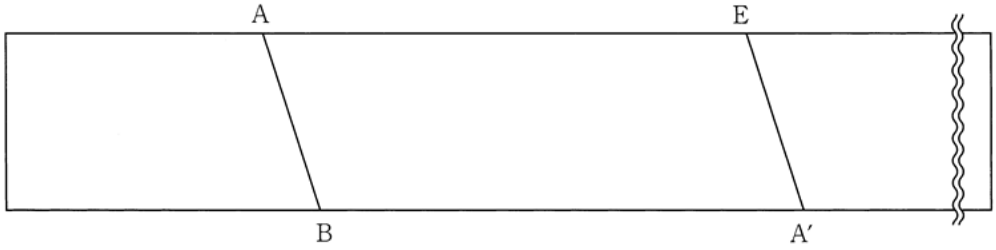
図 I



問 1　図 I に示した点 O の位置に針を通して穴をあけてから，紙テープを結び目をほどいて広げた。このとき，広げた紙テープには，針の穴が何個あいているか答えなさい。

問 2　図 I の紙テープを結び目をほどいて広げると，3 本の折り目がついている。折り目 AB と EA′ が下の図 II の位置にあるとき，折り目 CD をコンパスと定規を使って作図しなさい。なお，作図に用いた線は，消さずに残しておきなさい。また，点 A′ は結び目を作ったとき，点 A と重なる点である。

図 II



問 3　図 I において，DE と BC で紙テープの両端を切り落としてから，正五角形の部分を結び目をほどいて広げたとき，広げた紙テープの周の長さを，x を使って表しなさい。

問 4　図 I における正五角形の対角線の長さ x について，下の［ア］，［イ］にあてはまる式を，それぞれ x を使って書きなさい。

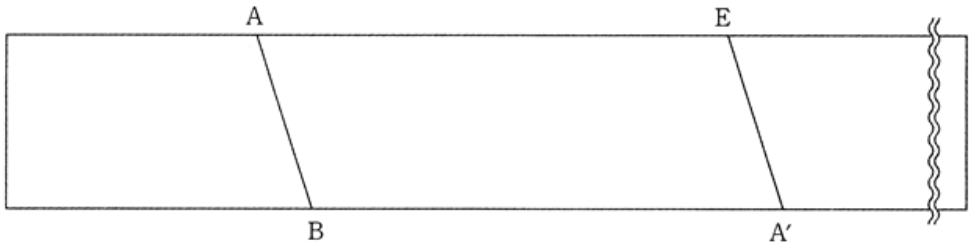
2 つの対角線 AC と BD の交点を F とすると，

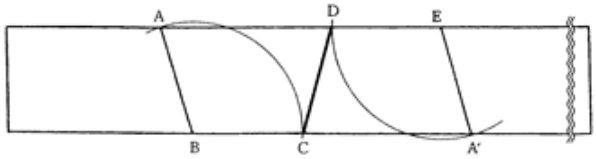
△FAD∽△FCB であることから，

$x:3=3:$［ア］がいえる。

したがって，［イ］$=0$ となる。

解答欄

問1	個	
問2		
問3	cm	
問4	ア	
	イ	

解答
問1　4　個
問2


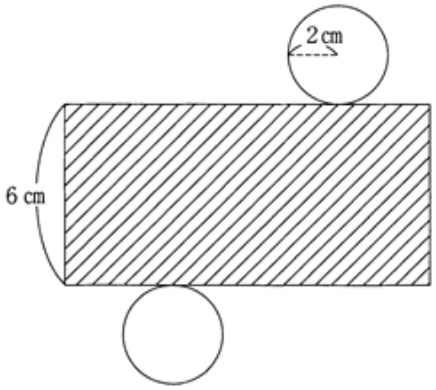
問3　$4x+18$ cm
問4
ア　$x-3$
イ　x^2-3x-9
解説
問3
広げた紙テープは AB の左側に台形が 1 つ, EA'の右側に台形が 1 つついた平行四辺形である。
横の長さは $3\times2+x\times2=2x+6$
周の長さは $2\times(2x+6)+3\times2=4x+18$cm
問4
ア
四角形 AEDF は 1 辺が 3cm のひし形である。
AF＝3cm より FC＝$x-3$cm
△FAD∽△FCB だから
AD:AF＝CB:CF
$x:3=3:(x-3)$
イ
$x(x-3)=9$
$x^2-3x=9$
$x^2-3x-9=0$

【問 32】

図は，底面の半径が 2cm，高さが 6cm の円柱の展開図である。

このとき，側面（斜線部）の面積は □ cm^2 である。

（島根県　2004 年度）



解答欄

cm^2

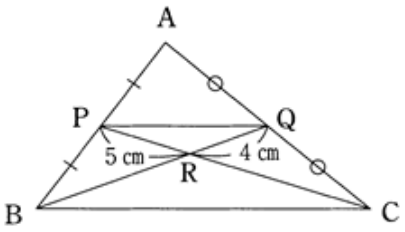
解答
24π cm^2
解説
側面の横の長さは
$2\times2\times\pi=4\pi$
求める面積は
$6\times4\pi=24\pi$ cm^2

【問 33】

図で，2 点 P，Q はそれぞれ辺 AB，辺 AC の中点であり，点 R は 2 つの線分 BQ と CP の交点である。

PR＝5cm，QR＝4cm のとき，BR＝ □ cm である。

（島根県　2004 年度）



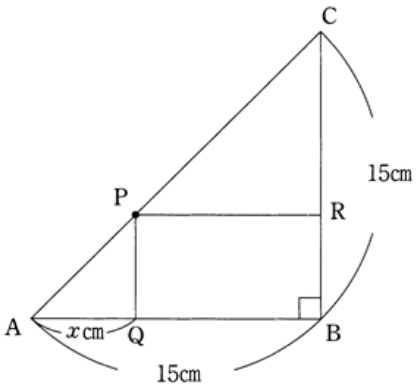
解答欄

cm

解答
8 cm

【問 34】

AB＝BC＝15cm の直角二等辺三角形 ABC がある。図のように，四角形 PQBR が長方形になるように斜辺 AC 上に点 P，辺 AB 上に点 Q，辺 BC 上に点 R をとる。次の 1，2 に答えなさい。



（島根県　2004 年度）

1. AQ の長さを x cm とするとき，次の（１），（２）に答えなさい。

（１）△AQP の面積を x を用いて表しなさい。

（２）△AQP の面積と長方形 PQBR の面積が等しいとき，x の値を求めなさい。

2. 図の点 P が辺 AC 上を C へ向かって動くとき，長方形 PQBR の周の長さについて正しく述べているものは次のア～エのどれか。1 つ選んで記号で答えなさい。

ア だんだん長くなり途中から短くなる　　イ だんだん長くなる

ウ だんだん短くなり途中から長くなる　　エ 変化しない

解答欄

1	(1)	cm^2
	(2)	
2		

解答

1

(1) $\frac{1}{2}x^2$ cm^2

(2) 10

2 エ

解説

1

(1)

△AQP∽△ABC より△AQP は直角二等辺三角形である。

AQ＝PQ＝x

$\triangle AQP = x \times x \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x^2$

(2)

長方形 PQBR の面積は $x(15-x)=15x-x^2$ と表されるから

$\frac{1}{2}x^2 = 15x - x^2$

$x(x-10)=0$　$x=0,\ 10$

$x>0$ より

$x=10$

【問 35】

半径が 8 cm の円で，中心からの距離が 2 cm である弦の長さは □ cm である。

（岡山県　2004 年度）

解答欄

cm

解答

$4\sqrt{15}$ cm

解説

求める弦の長さを $2x$ cm とすると

$x^2+2^2=8^2$ が成り立つから

$x=\sqrt{64-4}=\sqrt{60}=2\sqrt{15}$

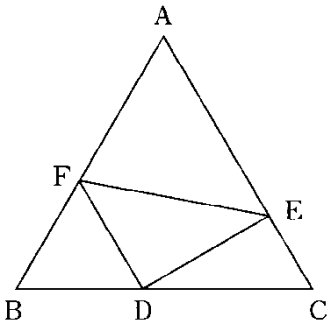
求める弦は

$2\times 2\sqrt{15}=4\sqrt{15}$ cm

【問 36】

右の図のように，1 辺が 7cm の正三角形 ABC があります。BD＝3 cm，DE ⊥AC，DF ∥ CA となるように，辺 BC 上に点 D，辺 AC 上に点 E，辺 AB 上に点 F をとります。このとき，線分 EF の長さを求めなさい。

（広島県　2004 年度）



解答欄

cm

解答

$\sqrt{21}$ cm

解説

DF ∥CA より

∠FDE＝∠DEC＝90°

△FBD は正三角形

△DCE は 30°，60°，90° の直角三角形になるので

FD＝BD＝3cm，CD＝7－3＝4cm

CD:DE＝2: $\sqrt{3}$ より DE＝$2\sqrt{3}$ cm

よって△DEF で三平方の定理より

$EF^2=FD^2+DE^2=3^2+(2\sqrt{3})^2=9+12=21$

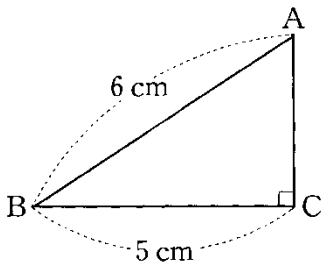
EF＞0 より

EF＝$\sqrt{21}$ cm

【問 37】

右の図の直角三角形 ABC で, 辺 AC の長さを求めなさい。

（山口県　2004 年度）



解答欄

cm

解答

$\sqrt{11}$ cm

解説

三平方の定理より

$AC^2+5^2=6^2$

よって $AC^2=11$

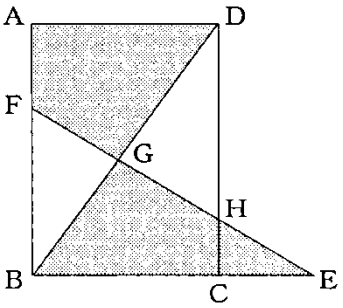
$AC>0$ より

$AC=\sqrt{11}$ cm

【問 38】

右の図のような長方形 ABCD があり，点 E は辺 BC の延長上の点で，BC:CE＝2:1 である。辺 AB 上に，2 点 A，B と異なる点 F をとり，点 E と点 F を結ぶ。また，線分 EF と対角線 BD，辺 CD との交点をそれぞれ G，H とする。

四角形 AFGD の面積と△BEG の面積が等しいとき，線分 CH の長さは線分 HD の長さの何倍か。



（香川県　2004 年度）

解答欄

倍

解答

$\frac{2}{7}$ 倍

解説

四角形 AFGD と△BEG の面積が等しいということは

△BDA＝△EFB ということである。

AB＝a，BE＝b とすると

$\frac{1}{2}\times a\times\frac{2}{3}b=\frac{1}{2}\times \mathrm{FB}\times b$

これより $\mathrm{FB}=\frac{2}{3}a$

△EFB∽△EHC より

BE:CE＝FB:HC

$3:1=\frac{2}{3}a:\mathrm{HC}$

よって $\mathrm{HC}=\frac{2}{9}a$

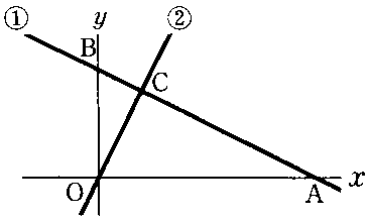
$\mathrm{HD}=\frac{7}{9}a$ となることより

$\mathrm{HC}=\frac{2}{7}\mathrm{HD}$

つまり $\frac{2}{7}$ 倍である。

【問 39】

右の図のように，2 点 A (4，0)，B (0，2)を通る直線①と，原点を通る右上がりの直線②があり，直線①，②は点 C で交わっている。△OAB∽△CAO であるとき，点 C の座標を求めよ。



（愛媛県　2004 年度）

解答欄

解答

$\left(\frac{4}{5},\ \frac{8}{5}\right)$

解説

直線①は傾きが $\frac{-2}{4}=-\frac{1}{2}$，切片が 2 のグラフであるから

式は，$y=-\frac{1}{2}x+2$ である。

△OAB∽△CAO ということは

∠AOB＝∠ACO＝90° なので①と②は垂直に交わっていることになる。

よって②の直線の傾きは 2 となるので

式は $y=2x$ である。

$\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x+2 \\ y=2x \end{cases}$

$\frac{5}{2}x=2$

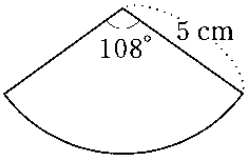
$x=\frac{4}{5}$

$y=2\times\frac{4}{5}=\frac{8}{5}$

よって交点 C の座標は$\left(\frac{4}{5},\ \frac{8}{5}\right)$

【問 40】

右の図は，半径 5cm，中心角 108° のおうぎ形である。このおうぎ形の弧の長さを求めなさい。ただし，円周率はπとする。



（熊本県　2004 年度）

解答欄

cm

解答

3π cm

【問 41】

次の(A)は，正しいことがらである。(A)を参考にして，(B)が正しいことがらになるように，

［ ア ］には適当なことばを，［ イ ］には適当な式を入れて，あなたなりに文を完成しなさい。

（熊本県　2004 年度）

(A) 二等辺三角形において，底辺の長さが $a$cm，等しい 2 辺のそれぞれの長さが $b$cm，周の長さが 4cm であるとき，a，b の関係を式で表すと，$a+2b=4$ となる。

(B) 長方形において，［　　ア　　］であるとき，x，y の関係を式で表すと，［ イ ］$=4$ となる。

解答欄

ア	
イ	

解答

（例）

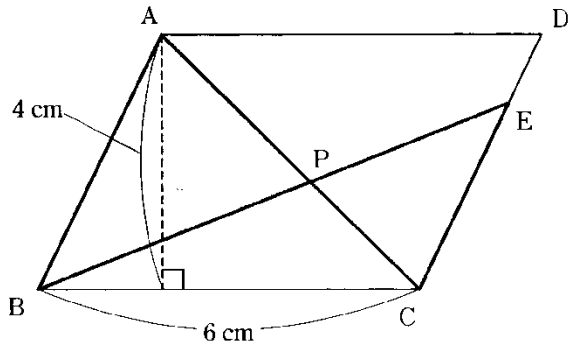
ア　縦の長さが x cm，横の長さが y cm，面積が 4cm^2

イ　xy

【問 42】

下の図で，四角形 ABCD は平行四辺形であり，点Eは辺 DC を 1:3 に分ける点である。また，点Pは線分 AC と BE の交点である。このとき，△ABP と△ECP の面積の差を求めなさい。

（大分県　2004 年度）



解答欄

cm^2

解答

3 cm^2

解説

$$\begin{array}{rll} & \triangle ABP & = \triangle ABC - \triangle PBC \\ -) & \triangle ECP & = \triangle EBC - \triangle PBC \\ \hline & \triangle ABP - \triangle ECP & = \triangle ABC - \triangle EBC \end{array}$$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$　$\triangle EBC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9$

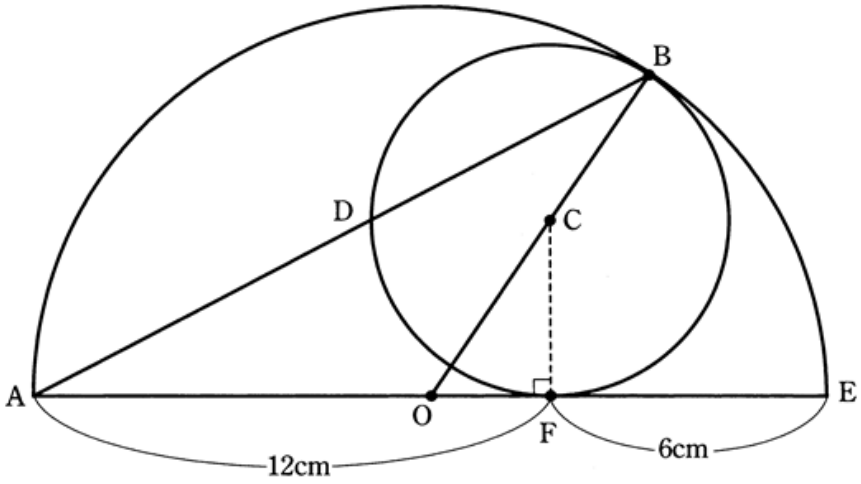
$\triangle ABP - \triangle ECP = 12 - 9 = 3\ cm^2$

【問 43】

下の図のように，点 O を中心とし，線分 AE を直径とする半円と，点 C を中心とし，線分 AE，半円 O にそれぞれ点 F，B で接する円がある。

AF＝12 cm，FE＝6 cm，AB と円 C の交点を D とするとき，次の各問いに答えなさい。

（沖縄県　2004 年度）



(1) 半円 O の半径を求めなさい。

(2) 円 C の半径を求めなさい。

(3) △BDF の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm
(3)	cm^2

解答
(1) 9 cm
(2) 4 cm
(3) $\frac{96}{5}$ cm^2
解説
(1)
直径 AE＝12＋6＝18 だから AO＝9
(2)
半径を x とすると
$(9-x)^2=3^2+x^2$ が成り立つ。
(3)
点 B より線分 AE に垂線 BH を下ろす。
△OCF∽△OBH より
OC:OB＝CF:BH
5:9＝4:BH
よって BH＝$\frac{36}{5}$
また点 D より線分 AE に垂線 DI を下ろす。
四角形 CDIF は正方形だから
DI＝CF＝4
△BDF＝△ABE－(△ADF＋△BFE)
$=(\frac{1}{2}\times 18\times\frac{36}{5})-\left\{\left(\frac{1}{2}\times 12\times 4\right)+\left(\frac{1}{2}\times 6\times\frac{36}{5}\right)\right\}=\frac{96}{5}$