８．規則性の問題 【2009 年度出題】

【問 1】

右のカレンダーで，ある日の数を x とする。x の 2 乗と，x の真上にある数の 2 乗の和は，x の右隣にある数の 2 乗と等しくなる。ある日は何日か求めなさい。

（青森県 2009 年度）

2009 年 2 月

日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

解答欄

2 月	日

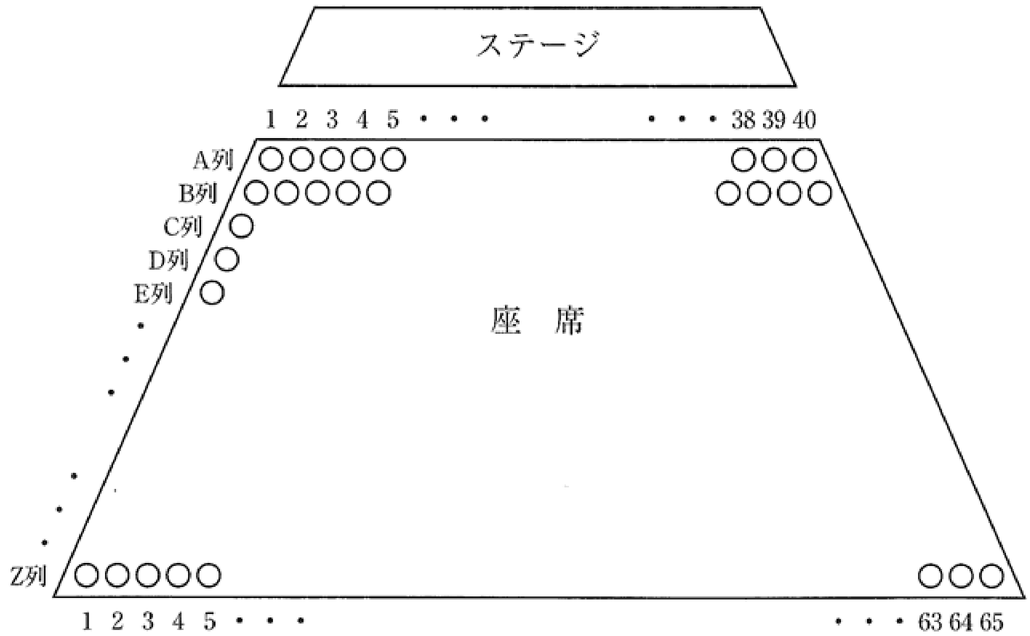
解答
2 月 12 日
解説
x の真上にある数は $x-7$，右隣にある数は $x+1$ と表せる。
x の 2 乗と x の真上にある数の 2 乗の和は，x の右隣にある数の 2 乗と等しいので
$x^2+(x-7)^2=(x+1)^2$
$x^2-16x+48=0$
$(x-12)(x-4)=0$
$x=4,\ 12$
$x=4$ のときカレンダーの真上に数はないので
$x=12$ 日

【問 2】

下の図は，あるコンサートホールの座席の配列の一部を表したものです。このホールには，座席が，最前列の A 列から最後列の Z 列まで 26 列あります。最前列の A 列は 40 席で，1 列後ろに行くごとに 1 席ずつ増えていき，最後列の Z 列は 65 席です。また，各座席には，列ごとに左から 1，2，3，4，5，……と番号が付いています。

このホールで，ある中学校が音楽鑑賞会を開くことにしました。この中学校は，各学年 6 クラスで， 各クラスの生徒数は 40 人です。生徒は，1 年 1 組から出席番号順に，A 列 1 番，A 列 2 番，A 列 3 番，……の座席にそれぞれ着席していき，A 列の座席が埋まったら B 列以後も同じように着席していきます。

このように着席すると，A 列 1 番，B 列 1 番，C 列 1 番の座席には，それぞれ 1 年 1 組 1 番，1 年 2 組 1 番，1 年 3 組 2 番の生徒が着席します。



このとき，次の問1，問2に答えなさい。

（岩手県 2009 年度）

問1 H 列 1 番の座席に着席する生徒は，何年何組何番の生徒ですか。その生徒の学年，組，出席番号を求めなさい。

問2 3 年 1 組 1 番の生徒はどの座席に着席しますか。その座席の列と番号を求めなさい。

解答欄

問1	年　　　組　　　番
問2	列　　　番

解答
問1　2 年 2 組 22 番
問2　K 列 36 番
解説
問2
2 年 6 組 40 番の人が座る席を考える。
$40+41+42+43+\cdots+(40+11)-40\times12=0+1+2+3+\cdots+11=66$ より
12 列目の最後の席 $40+11=51$ 番から 66 席手前までは 2 年生の席となる。
よって 12 列目の 51 席と 11 列目の 50 席から 66 席ひくと
$51+50-66=35$ より
11 列目である K 列の 35 番が 2 年 6 組 40 番の生徒
36 番の席が 3 年 1 組 1 番の席となる。

【問 3】

図 1 のような 1 辺の長さが 1 cm の立方体があり，向かい合う面には同じ数が書かれている。図 2 のような縦 a cm，横 b cm（a，b は 2 以上の整数）の長方形の紙があり，立方体をその A 地点に置き，矢印の方向に長方形の辺に沿って，B 地点まで転がして移動させる。ただし，立方体を A 地点に置くときには，図 3 のような向きで置く。立方体を転がすたびに，長方形の紙と接した立方体の面に書かれている数を長方形の紙に記録していく。A 地点にはあらかじめ 1 が書かれている。例えば，$a=3$，$b=4$ のとき，図 4 のように数が記録される。

図 1

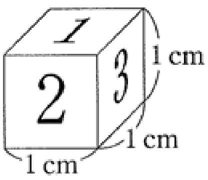


図 2

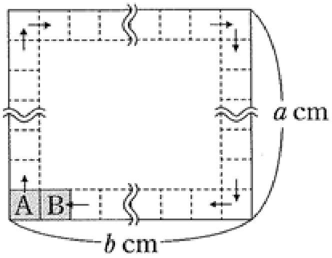


図 3

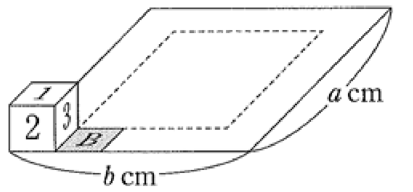


図 4

1	3	1	3
2			2
1	3	1	3

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（栃木県　2009 年度）

問1．$a=2$，$b=3$ のとき，長方形の紙に記録される数を書きなさい。

問2．$a=99$，$b=101$ のとき，長方形の紙に 2 は何回記録されるか。

問3．長方形の紙に記録された数の和について考える。ただし，A 地点の 1 も加えるものとする。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

(1) $a=2x+1$（x は自然数），$b=20$ のとき，和は 124 であった。このとき，x の方程式をつくり，x の値を求めなさい。ただし，途中の計算も書くこと。

(2) 図 5 のように，$a=5$，$b=7$ のときの和と，$a=4$，$b=7$ のときの和は等しい。このように，1 つの b の値に対して，a の値が異なっても，和が等しくなる場合がある。b が 7 でない奇数のとき，次の文の $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる数を求めなさい。

$a=5$，$b=\boxed{\text{ア}}$ のときの和と，

$a=\boxed{\text{イ}}$，$b=\boxed{\text{ア}}$ のときの和は等しい。

図 5

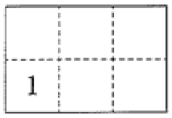
$a=5$，$b=7$

1	3	1	3	1	3	1
2						2
1						1
2						2
1	3	1	3	1	3	1

$a=4$，$b=7$

2	3	2	3	2	3	2
1						1
2						2
1	3	1	3	1	3	1

解答欄

<table>
<tr><td>問1</td><td colspan="5"></td></tr>
<tr><td>問2</td><td colspan="5">回</td></tr>
<tr><td rowspan="2">問3</td><td>(1)</td><td colspan="4">答　$x=$</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>ア</td><td></td><td>イ</td><td></td></tr>
</table>

解答
問1

2	3	2
(1)	3	1

問2　98 回
問3
(1)
長方形の紙に
1 は $x+1+10\times2-2=x+19$ 回
2 は $2x$ 回
3 は $x+1+10\times2-2=x+19$ 回
記録される。
記録された数の和は
$1\times(x+19)+2\times2x+3\times(x+19)=8x+76$
よって $8x+76=124$
これを解くと $x=6$
答　$x=6$
(2)
ア　19
イ　2
解説
問3
(2)
b は奇数より，左右のたての数字は同じになる。
またイが奇数だと上下の横の数字も同じになるので和が等しくなるときイは 5 になる。
よってイ$=2m$，ア$=2n+1$ とおくと
$a=5$，$b=2n+1$ のときの和は
$2(1\times3+2\times2)+2\{3\times n+1\times(n-1)\}=8n+12$
$a=2m$，$b=2n+1$ のときの和は
$2(2\times m+1\times m)+\{3\times n+2\times(n-1)\}+\{3\times n+1\times(n-1)\}=6m+9n-3$
よって
$8n+12=6m+9n-3$
$6m+n=15$
m，n は自然数だから
$(m, n)=(1, 9), (2, 3)$　$(m, n)=(1, 9)$ のとき$(a, b)=(2, 19)$
$(m, n)=(2, 3)$ のとき$(a, b)=(4, 7)$
b は 7 ではないので問題に合わない。
よって
ア　19，イ　2

【問 4】

次の問1，問2に答えなさい。

（群馬県 2009 年度）

問1 同じ長さのマッチ棒を用いて，図 I のように，一定の規則にしたがって，1 番目，2 番目，3 番目，…と，マッチ棒をつなぎ合わせて図形をつくっていく。用いたマッチ棒の数は，1 番目では 4 本，2 番目では 12 本，3 番目では 24 本である。このとき，

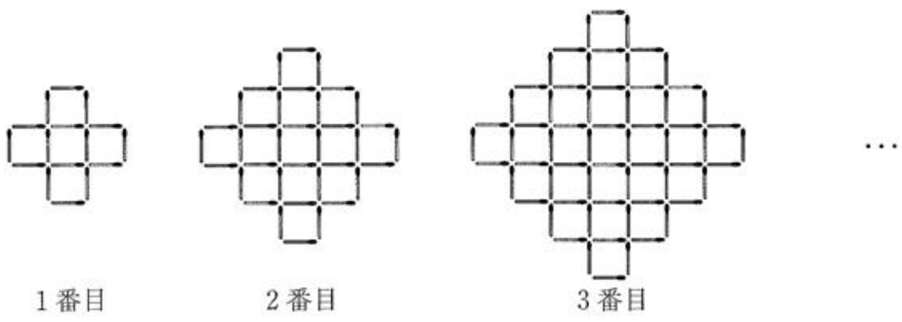
(1) 5 番目の図形をつくるには何本のマッチ棒が必要か，求めなさい。

(2) n 番目の図形をつくるには何本のマッチ棒が必要か，n の式で表しなさい。

図 I

問2 同じ長さのマッチ棒を用いて，図Ⅱのように，一定の規則にしたがって，1 番目，2 番目，3 番目，…と，マッチ棒をつなぎ合わせて図形をつくっていく。このとき，n 番目の図形をつくるには何本のマッチ棒が必要か，n の式で表しなさい。

図Ⅱ



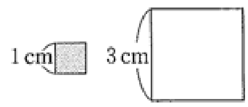
解答欄

問1	(1)	本
	(2)	本
問2		本

解答
問1
(1) 60 本
(2) $2n(n+1)$本
問2 $4(n+1)^2$ 本
解説
問1
(2)
n 番目の図形においてマッチ棒は縦に n 本, $n+1$ 列 並んでおり, 横に n 本, $n+1$ 列並んでいる。
よって n 番目のマッチ棒の本数は $n\times(n+1)\times2=2n(n+1)$本
問2
4 本のマッチ棒で囲まれた正方形を斜めにみると
n 番目の図形には正方形が斜めに $n+1$ 個 並んでおり
斜めの列は $n+1$ 列 あると考えられるので
マッチ棒の本数は $4\times(n+1)^2=4(n+1)^2$ 本

【問 5】

たくさんの正方形の黒タイル，白タイルがあり，1 辺の長さはそれぞれ 1 cm，3 cm です。この白タイルを 1 cm 間隔で横一列に並べて，その周りを黒タイルですき間なく重ならないように左から順に囲み，そのとき使う黒タイルの枚数を調べます。白タイル 1 枚を囲むときは，図 1 のように黒タイルは全部で 16 枚使います。白タイル 2 枚を囲むときは，図 2 のように黒タイルは全部で 27 枚使います。白タイル 7 枚を囲むとき，黒タイルは全部で何枚使いますか。その枚数を求めなさい。



（埼玉県 2009 年度）

図 1

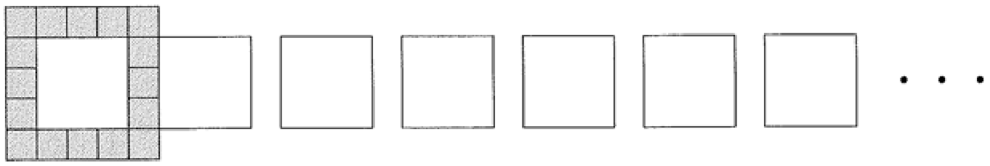
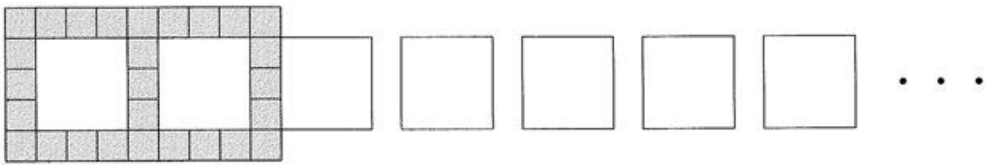


図 2



解答欄

解答
82 枚
解説
白いタイル 1 枚を囲むのに必要な黒いタイルは 16 枚で
白いタイル 7 枚を囲むとき白いタイルと白いタイルとの間の 5 枚の黒いタイルは 6 箇所重なってしまう。
よって必要な黒いタイルは 16×7－5×6＝82 枚

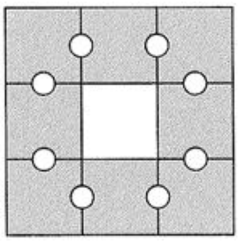
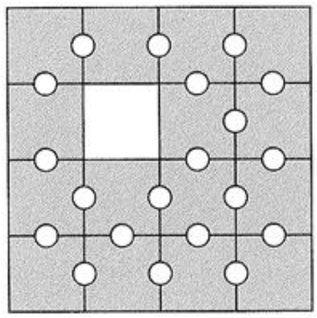
【問 6】

1 辺の長さが 1 cm の正方形の黒いタイルを重ならないようにすき間なくしきつめて，1 辺の長さが n cm の正方形をつくる。

次に，しきつめたタイルのうち，4 つの辺がすべて他のタイルと接しているタイルの中から 1 つだけを，他のタイルが動かないように取り除く。

この状態で，となりあう 2 つのタイルが接している 1 cm の辺の部分を「共通な辺」と呼ぶこととし，その「共通な辺」の中点に小さな白い丸シールを 1 枚はりつける。このように，すべての「共通な辺」に小さな白い丸シールを 1 枚ずつはりつけ，そのシールの枚数を調べることにする。ただし，n は 3 以上の整数とする。

次の表は，$n=3$，$n=4$ のときの，図の例とはりつけた小さな白い丸シールの枚数を示したものである。

n の値	3	4
図の例		
はりつけた小さな白い丸シールの枚数（枚）	8	20

このとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県　2009 年度）

問1　$n=5$ のとき，はりつけた小さな白い丸シールの枚数を求めなさい。

問2　はりつけた小さな白い丸シールの枚数が 308 のとき，n の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	$n=$

解答

問1　36 枚

問2　$n=13$

解説

問2

1辺の長さが n cm の正方形において

タイルをはずす前の共通な辺は $n\times(n-1)\times2$ 本で

タイル 1 枚を取り除くと共通な辺は4本減るので

白い丸シールをはる辺の数は $2n(n-1)-4=2n^2-2n-4$ 枚

これが 308 枚だから

$2n^2-2n-4=308$

$n^2-n-156=0$

$(n-13)(n+12)=0$

$n=13,\ -12$

$n>0$ より

$n=13$

【問 7】

次のように数が規則的に並んでいる。

$$5,\ \frac{26}{5},\ \frac{27}{5},\ \frac{28}{5},\ \frac{29}{5},\ 6,\ \frac{31}{5},\ \frac{32}{5},\ \frac{33}{5},\ \frac{34}{5},\ 7,\ \frac{36}{5},\ \frac{37}{5},\ \cdots$$

このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（石川県 2009 年度）

問1 5 と 6 の間には，$\frac{26}{5}$，$\frac{27}{5}$，$\frac{28}{5}$，$\frac{29}{5}$ が並んでおり，その和は 22 である。同じように考えて，7 と 8 の間に並ぶ数の和を求めなさい。

問2 1 番目の数を 5，2 番目の数を $\frac{26}{5}$，3 番目の数を $\frac{27}{5}$，…としたとき，83 番目の数を求めなさい。

問3 5 と 6 の間に並んでいる数は 4 個あり，5 と 7 の間に並んでいる数は 9 個ある。 5 と自然数 n の間に並んでいる数は何個あるか，n を使った式で表しなさい。ただし，$n>5$ とする。

解答欄

問1	
問2	
問3	個

解答
問1　30

問2　$\dfrac{107}{5}$

問3　$(5n-26)$個

解説

問2

$5=\dfrac{25}{5}$，$\dfrac{26}{5}$，$\dfrac{27}{5}$ …と$\dfrac{1}{5}$ずつ増えていくから

83 番目の数は$\dfrac{25+83-1}{5}=\dfrac{107}{5}$

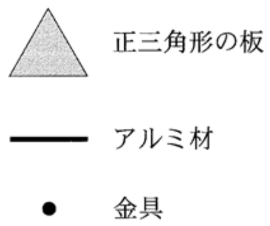
問3

$5=\dfrac{25}{5}$と自然数$n=\dfrac{5n}{5}$の間には$\dfrac{26}{5}$から$5n-\dfrac{1}{5}$までの数が並んでいるから

その個数は $5n-1-26+1=5n-26$ 個

【問 8】

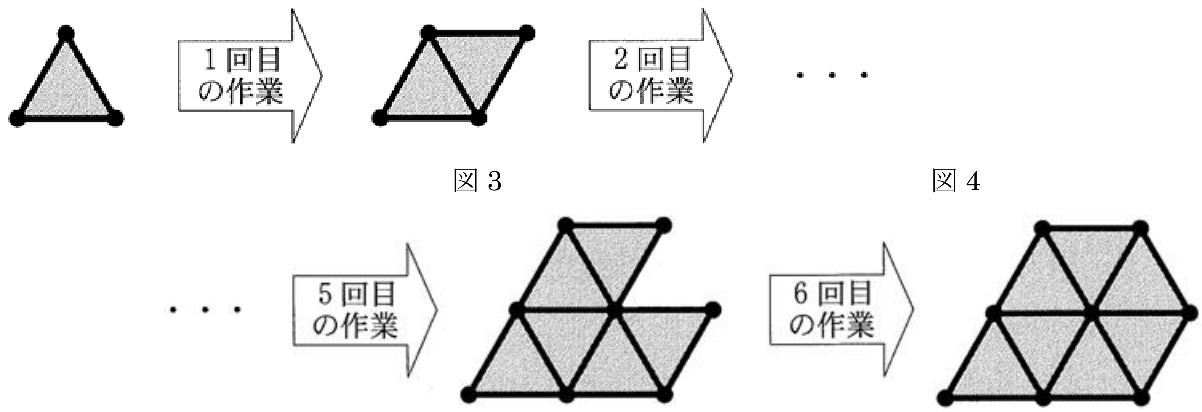
図のような３種類の材料がたくさんあり，これらを使って壁面をつくりたい。最初，図１のように，３本のアルミ材と３個の金具でつくった枠に，１枚の正三角形の板が固定されている。その状態から，次の作業Ｐまたは作業Ｑのうち，どちらかの作業を行って，１枚ずつ板を追加していく。



【作業Ｐ】２本のアルミ材と１個の金具を加えて新しく枠をつくり，１枚の板を固定する。 (例えば，図１の状態から図２の状態にする作業) 【作業Ｑ】１本のアルミ材を加えて新しく枠をつくり，１枚の板を固定する。 (例えば，図３の状態から図４の状態にする作業)

〈壁面のつくり方の例〉

図１　図２　図３　図４



次の問1～問3に答えなさい。

（岐阜県　2009 年度）

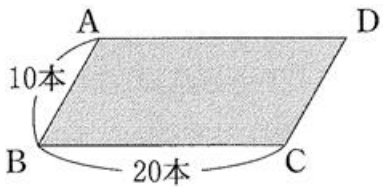
問1　図１の状態から図４の壁面ができるまでに，６回の作業を行った。このとき，作業Ｐと作業Ｑをそれぞれ何回行ったかを求めなさい。

問2　図１の状態からある壁面をつくったところ，作業Ｐの回数は x 回，作業Ｑの回数は y 回であった。この壁面の板と金具について，板の枚数を x と y を使った式で表し，金具の個数を x を使った式で表しなさい。

問3　図５のような平行四辺形 ABCD の壁面をつくりたい。ただし，辺 AB はアルミ材が 10 本，辺 BC はアルミ材が 20 本，それぞれ一直線につながっているものとする。

(1)　この壁面の板の枚数と金具の個数を，それぞれ求めなさい。

図５



(2)　図１の状態から図５の壁面ができるまでに，作業Ｐと作業Ｑをそれぞれ何回行うことになるかを求めなさい。

解答欄

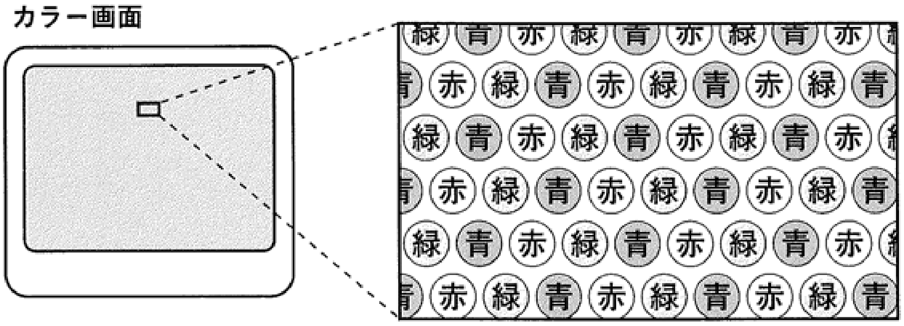
問1	作業P　　　回		作業Q　　　回
問2	板　　　　　枚		金具　　　　　個
問3	(1)	板　　　　枚	金具　　　　個
	(2)	作業P　　　回	作業Q　　　回

解答
問1
作業P　5回
作業Q　1回
問2
板　$(x+y+1)$枚
金具　$(x+3)$枚
問3
(1)
板　400枚
金具　231個
(2)
作業P　228回
作業Q　171回
解説
問2
板の枚数は
図1の1枚に作業Pをx回でx枚
作業Qをy回でy枚増えるから
合わせて$x+y+1$枚
金具の数は
図1の3個に作業Pをx回でx個
作業Qには金具を使わないので
合わせて$x+3$個
問3
(1)
板の枚数は$2\times10\times20=400$枚
金具の個数は$11\times21=231$個
(2)
$x+y+1=400$…①
$x+3=231$…②
①, ②を連立方程式として解くと
②より$x=228$
①に代入して
$228+y+1=400$
$y=171$
よって作業Pを228回, 作業Qを171回

【問 9】

コンピュータやテレビのカラー画面は，規則正しく並んだたくさんの小さな赤，緑，青の点で，さまざまな色を表示している。図 1 は，あるカラー画面とその一部を拡大したものを模式的に表している。また，赤，緑，青の点をそれぞれ円で表している。

図 1



下の問1，問2に答えなさい。

（和歌山県 2009 年度）

問1 図 2 は，図 1 のカラー画面のある一行を取り出し，赤の円の一つを 1 番目とし，その右側にある円を 2 番目，さらにその右側を 3 番目，…としたものである。

図 2

このとき，下の(1)，(2)に答えなさい。

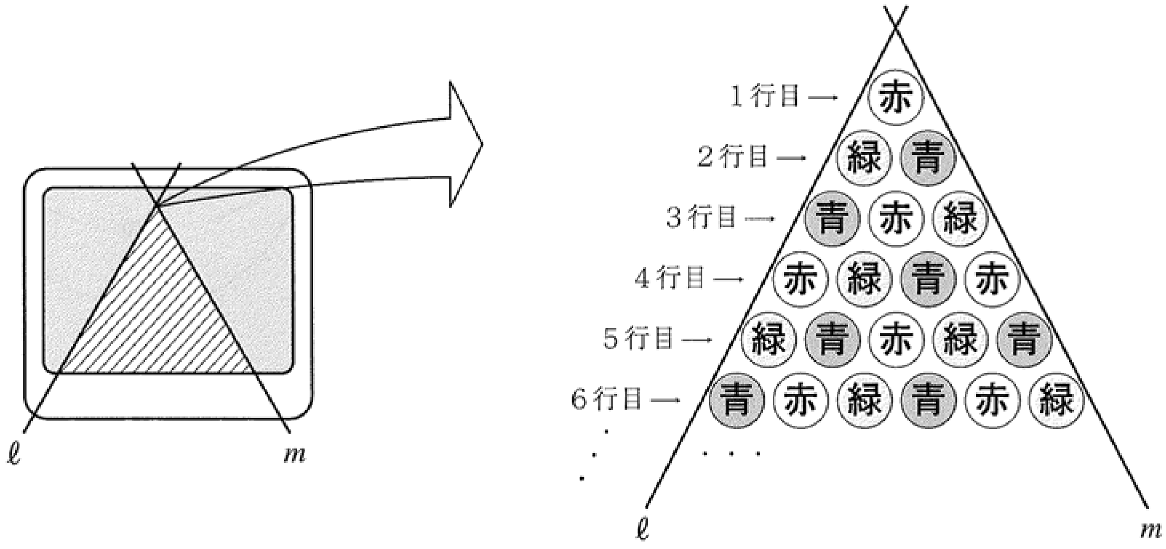
(1) 20 番目の円の色を答えなさい。

(2) 1 番目から 100 番目までに，赤の円は何個あるか，求めなさい。

問2 図３は，図１のカラー画面に直線ℓ，mをひき，この２つの直線で挟まれた の部分の一部を拡大し，一番上の赤の円を１行目，その下の行を２行目，さらにその下の行を３行目，…としたものである。下の表は，図３について，各行ごとの円の色や個数についてまとめたものである。表中の☆，★は，連続する２つの順番を表し，＊は，あてはまる数，式，色を省略したことを示している。なお，aは自然数である。

このとき，下の(1)，(2)に答えなさい。

図３



表

順番（行目）	1	2	3	4	5	6	7	…	(ウ)	…	☆	★	…
直線ℓに最も近い円の色	赤	緑	青	赤	緑	青	＊	…	緑	…	＊	＊	…
赤の円の個数	1	0	1	2	1	2	(ア)	…	5	…	a	$a-1$	…
緑の円の個数	0	1	1	1	2	2	＊	…	6	…	＊	＊	…
青の円の個数	0	1	1	1	2	2	(イ)	…	＊	…	＊	＊	…
その行にあるすべての円の個数	1	2	3	4	5	6	7	…	(ウ)	…	(エ)	＊	…

(1) 表中の(ア)～(ウ)にあてはまる数を求めなさい。また，(エ)にあてはまる式をaを使って求めなさい。

(2) 251行目の左端から数えて21個目の円の色を求めなさい。ただし答えを求める過程がわかるようにかきなさい。

解答欄

<table>
<tr><td rowspan="2">問1</td><td>(1)</td><td colspan="2">色</td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">個</td></tr>
<tr><td rowspan="5">問2</td><td rowspan="4">(1)</td><td>(ア)</td><td></td></tr>
<tr><td>(イ)</td><td></td></tr>
<tr><td>(ウ)</td><td></td></tr>
<tr><td>(エ)</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td colspan="2">求める過程

よって，求める円の色は，　　　　　である。</td></tr>
</table>

解答
問1
(1) 緑
(2) 34 個
問2
(1)
(ア) 3　　(イ) 2　　(ウ) 17　　(エ) $3a-2$
(2)
249 は 3 の倍数で円の色は青だから 251 行目の左端は緑となる。
円の色は緑青赤のくり返しだから 251 行目の 21 個目の円の色は赤である。
よって求める円の色は赤である。
解説
問1
(1)
赤, 緑, 青の繰り返しなので
$20\div3=6\cdots2$ より
赤緑青を 6 回繰り返し赤緑となるので 20 番目は緑色となる。
(2)
$100\div3=33\cdots1$ より
赤青緑を 33 回繰り返し 100 番目に赤となるので赤は $33+1=34$ 個
問2
(1)
7 行目は赤緑青…と 7 個並ぶので
赤は 3 個…(ア)
緑は 2 個
青は 2 個…(イ) となる。
(ウ) は緑青赤…と並ぶ。
緑から始まる行は 3 で割ると 2 余る数の行であり
行目と行にある円の個数は同じだから円の個数も 3 で割ると 2 余る。
赤が 5 個, 緑が 6 個だから
緑青赤の 3 個を 5 回繰り返し緑と青の 2 個が並ぶ。
よって(ウ)$=3\times5+2=17$
☆の次の★の行の赤が 1 つ減っているので☆は赤で始まる行である。
また赤で始まる行は 3 で割ると 1 余る行なので
赤緑青の 3 個を $a-1$ 回繰り返し最後に赤が並ぶ。
よって(エ)$=3(a-1)+1=3a-2$

【問 10】

右の表 1 は，大小 2 つのさいころの目の数をもとに，次の規則にしたがって計算した値を，各マスに途中まで記入したものである。

> 規則
>
> 大きいさいころの目の数から 1 を引いた値に，小さいさいころの目の数を 2 倍した値を加える。

このようにしてすべてのマスに値を記入した表において，

・大きいさいころの目の数が m のときの，横に並ぶ 6 つの数の和を A (m)

・小さいさいころの目の数が n のときの，たてに並ぶ 6 つの数の和を B (n)

と表すことにする。

例えば，A (1)，B (2)は，それぞれ表 2，表 3 の太線で囲まれた部分にある 6 つの数の和を表し，

A (1)＝2＋4＋6＋8＋10＋12＝42

B (2)＝4＋5＋6＋7＋8＋9＝39

である。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（鳥取県 2009 年度）

表 1

小さいさいころの目の数

大きいさいころの目の数	1	2	3	4	5	6
1	2	4	6	8	10	12
2	3	5	7	9	11	13
3	4	6	8			
4	5	7			X	
5	6	8				
6	7	9				

表 2

小さいさいころの目の数

大きいさいころの目の数	1	2	3	4	5	6	
1	2	4	6	8	10	12	A (1)
2	3	5	7	9	11	13	
3	4	6	8				
4	5	7					
5	6	8					
6	7	9					

表 3

小さいさいころの目の数

大きいさいころの目の数	1	2	3	4	5	6
1	2	4	6	8	10	12
2	3	5	7	9	11	13
3	4	6	8			
4	5	7				
5	6	8				
6	7	9				
		B (2)				

問1 表 1 の，X の値（大きいさいころの目の数が 4 で，小さいさいころの目の数が 5 であるときの値）を求めなさい。

問2 A (3) の値を求めなさい。

問3 次の文の空欄(ア)，(イ)にあてはまる式を，最も簡単な形で答えなさい。

> 大きいさいころの目の数が m，小さいさいころの目の数が n であるマスに入る値は，規則にしたがって考えると $\boxed{\text{(ア)}}$ である。A (1) の求め方を参考にすると，A (m) は，(ア) の式の n（小さいさいころの目の数）に 1，2，3，4，5，6 を代入し，その結果をそれぞれ加えたものであるから，
>
> $A(m)=(m+1)+(m+3)+(m+5)+(m+7)+(m+9)+(m+11)$
>
> $\quad =6m+36$
>
> と表すことができる。
>
> 同様に考えて B(n)は，
>
> $B(n)=\boxed{\text{(イ)}}$
>
> と表すことができる。

問4 $A(m)+B(n)=141$ となるときの m，n の値の組 (m, n) を，すべて求めなさい。

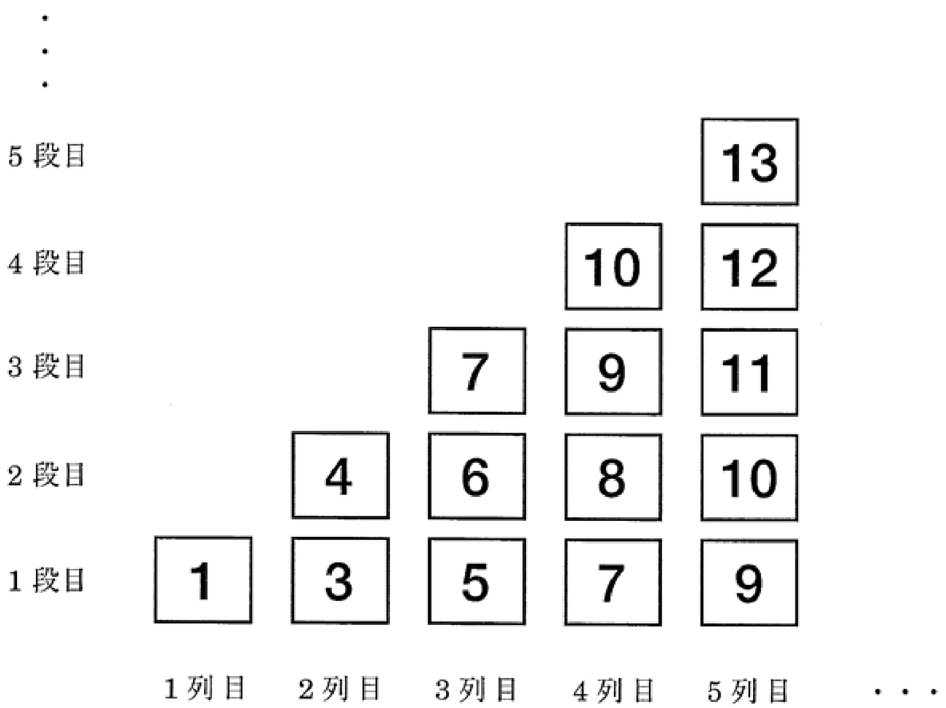
解答欄

問1	X＝			
問2	A (3) ＝			
問3	(ア)		(イ)	
問4	$(m,\ n)$ ＝			

解答
問1　13
問2　54
問3
(ア)　$m+2n-1$
(イ)　$12n+15$
問4　(3, 6), (5, 5)
解説
問3
各マスに入る数は
$(m-1)+2n=m+2n-1$…(ア)
$B(n)=2n+(2n+1)+(2n+2)+(2n+3)+(2n+4)+(2n+5)=12n+15$…(イ)
問4
$A(m)+B(n)=141$ より
$(6m+36)+(12n+15)=141$
$6m+12n=90$
$m+2n=15$
m, n はそれぞれ 1 から 6 までの自然数だから
$(m,\ n)=(3,\ 6),\ (5,\ 5)$

【問 11】

下の図のように，段と列を決めてカードを並べる。まず，1 段目に，1 列目から順に $\boxed{1}$，$\boxed{3}$，$\boxed{5}$，…と奇数のカードを並べる。次に，1 つ下の段のカードの数より 1 大きい数のカードを，2 列目は 2 段目まで，3 列目は 3 段目まで，…と規則的に並べていく。



このとき，次の問1～問3に答えなさい。

（徳島県 2009 年度）

問1 7 列目の 3 段目に置かれたカードの数は何か，答えなさい。

問2 $\boxed{43}$ のカードは何枚置かれているか，答えなさい。

問3 n 列目の 1 段目から 3 段目に並べられている 3 枚のカードの数の和が 210 であるとき，n 列目のカードの中で一番大きい数は何か，答えなさい。

解答欄

問1	
問2	枚
問3	

解答
問1 15
問2 8 枚
問3 103
解説
問2
n 列目の n 段目にある数字は 1，4，7，10…と 1 から 3 ずつ増えている。
(43－1)÷3＝14，14＋1＝15 より
15 列目の 15 段目に 43 がある。
そこから 16 列目の 13 段目，17 列目の 11 段目…
m 列目の 1 段目まで 43 が並ぶ。
m 列目の 1 段目の数は 2m－1 より
2m－1＝43
m＝22
よって 43 のカードは 22－15＋1＝8 枚 置かれている。
問3
n 列目の 1 段目のカードを 2n－1 とおくと
2 段目は 2n
3 段目は 2n＋1 とおける。
3 枚のカードの和が 210 より
2n－1＋2n＋2n＋1＝210
6n＝210
n＝35
よって 35 列目の中で一番大きい数は 35 段目のカードだから
その数は(2×35－1)＋(35－1)＝103

【問 12】

長方形の画用紙の 4 隅を画びょうでとめて掲示板に掲示する。1 枚だけを掲示するときは，図 1 のように 4 個の画びょうで 4 隅をとめて掲示するが，2 枚以上を掲示するときは，次の規則にしたがって掲示する。ただし，掲示する画用紙の大きさはすべて同じである。

図 1

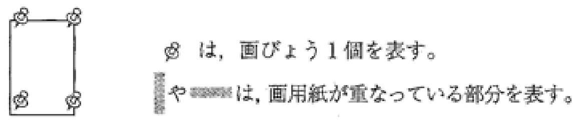


図 2

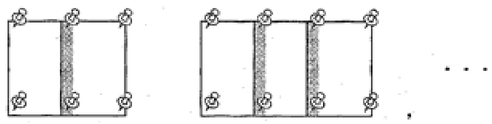


図 3

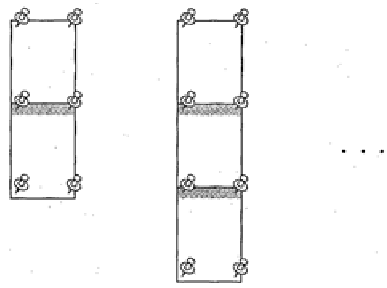
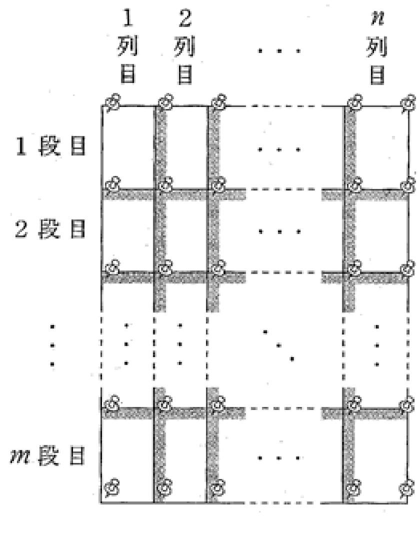


図 4



規則

・掲示する画用紙の向きはすべて同じにし，横の方向と縦の方向以外には並べないものとする。
・横に並べるときは図 2 のように左右のとなりあう画用紙を少しの幅だけ重ねて画びょうでとめる。
・縦に並べるときは図 3 のように上下のとなりあう画用紙を少しの幅だけ重ねて画びょうでとめる。
・横にも縦にも並べるときは図 4 のように，縦に m 段，横に n 列で全体が長方形の形になるように並べ，左右や上下のとなりあう画用紙をどちらも少しの幅だけ重ねて画びょうでとめる。

このとき，次の問いに答えなさい。

（愛媛県　2009 年度）

問1 6 枚の画用紙を掲示するとき，

(1) 横に 6 枚並べて掲示する場合，使用する画びょうの個数を求めよ。

(2) 縦に 2 段，横に 3 列で並べて掲示する場合，使用する画びょうの個数を求めよ。

問2 12 枚の画用紙を掲示するとき，使用する画びょうの個数が最も少なくなるような並べ方で掲示すると，使用する画びょうは何個か。

問3 何枚かの画用紙を上の規則にしたがって掲示したとき，画用紙をとめるのに使用した画びょうの個数が 35 個であった。このとき，掲示した画用紙は何枚であったか。

問4. 図 4 のように，画用紙を縦に m 段，横に n 列で並べて掲示するときに使用する画びょうの個数は，このときと同じ枚数の画用紙を重ねずに並べ，すべての画用紙を 1 枚につき 4 個の画びょうでとめて掲示する場合に必要となる画びょうの個数より，何個少なくなるか。その個数を m，n を使って表せ。

解答欄

問1	(1)	個
	(2)	個
問2		個
問3		枚
問4		個

解答
問1
(1)　14 個
(2)　12 個
問2　20 個
問3　24 枚
問4　$3mn-m-n-1$ 個
解説
問2
画用紙を縦に m 段，横に n 列並べるときの画びょうの個数は$(m+1)(n+1)$個と表せる。
縦と横が逆になっても画用紙の枚数や画びょうの個数は変わらないので
$12=1\times12$，2×6，3×4 より
画びょうの個数は
$2\times13=26$
$3\times7=21$
$4\times5=20$
よって画びょうを最も少なくなるように並べたときの画びょうの個数は 20 個
問3
$(m+1)(n+1)=35$
$35=1\times35$
5×7
$m\geqq1$，$n\geqq1$ より
$m+1=5$
$n+1=7$
または
$m+1=7$
$n+1=5$
よって$(m, n)=(4, 6), (6, 4)$
したがって画用紙の枚数は $4\times6=24$ 枚
問4
重ねずに使用する画びょうは画用紙 $m\times n=mn$ 枚
それぞれに 4 個ずつの必要だから $4\times mn=4mn$ 個
よって画用紙を重ねて使用する画びょうの個数と重ねずに使用する画びょうの個数の差は
$4mn-(m+1)(n+1)=4mn-mn-m-n-1=3mn-m-n-1$ 個

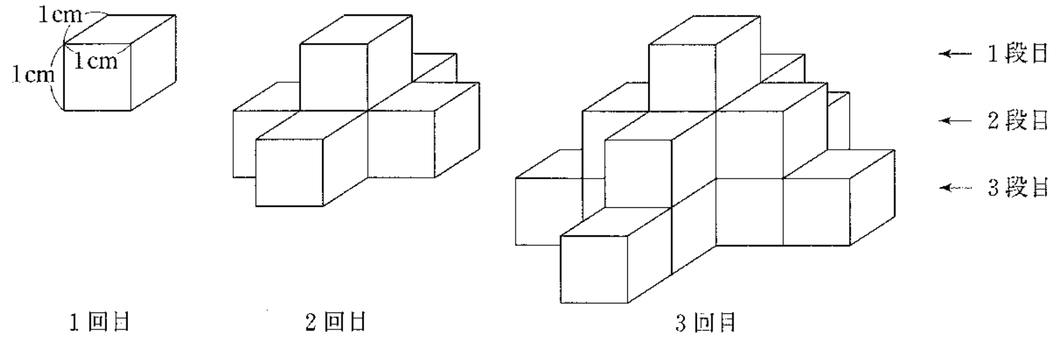
【問 13】

1 辺の長さが 1cm の立方体のブロックを使って，いろいろな立体をつくるとき，次の問1，問2に答えなさい。

（佐賀県 2009 年度 前期）

問1 図 1 のように，1 回目，2 回目，3 回目，… と操作を続け，1 段ずつ増やしていき立体をつくる。

図 1



A さんは図 1 を見て，次のことに気づいた。

3 回目の操作でできた立体は 1 段目には 1 個，2 段目には 5 個，3 段目には $\boxed{①}$ 個のブロックがある。このことから，1 段増えるごとに前の段よりも $\boxed{②}$ 個のブロックが多く必要である。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) 上の①，②にあてはまる数を求めなさい。

(2) 4 回目の操作をしたとき，4 段目には $\boxed{③}$ 個のブロックがある。したがって，4 回目の操作でできあがった立体は，全部で $\boxed{④}$ 個のブロックからできており，表面積は $\boxed{⑤}$ cm^2 である。さらに，この操作を何回か行ったとき，$\boxed{⑥}$ 段目には 33 個のブロックがある。③，④，⑤，⑥にあてはまる数を求めなさい。

問2 20 個のブロックをすべて使って 1 つの直方体をつくるとき，何種類かの直方体ができる。

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

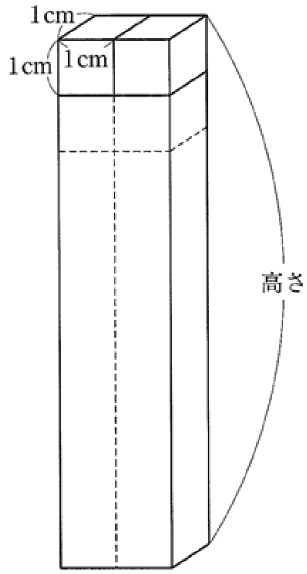
(1) 図 2 のような直方体ができたとき，次の①，②に答えなさい。

① 図 2 の直方体の高さは何 cm か求めなさい。

② 図 2 の直方体の表面積は何 cm^2 か求めなさい。

(2) このときできる直方体は図 2 以外にもある。それぞれの直方体の表面積で，最も大きい表面積は何 cm^2 か，また，最も小さい表面積は何 cm^2 か，求めなさい。

図 2



解答欄

<table>
<tr><td rowspan="6">問1</td><td rowspan="2">(1)</td><td>①</td><td></td></tr>
<tr><td>②</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">(2)</td><td>③</td><td></td></tr>
<tr><td>④</td><td></td></tr>
<tr><td>⑤</td><td></td></tr>
<tr><td>⑥</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">問2</td><td rowspan="2">(1)</td><td>①</td><td>cm</td></tr>
<tr><td>②</td><td>cm^2</td></tr>
<tr><td rowspan="2">(2)</td><td colspan="2">最も大きい表面積 cm^2</td></tr>
<tr><td colspan="2">最も小さい表面積 cm^2</td></tr>
</table>

解答
問1
(1)
① 9
② 4
(2)
③ 13
④ 28
⑤ 90
⑥ 9
問2
(1)
① 10 cm
② 64 cm^2
(2)
最も大きい表面積 82 cm^2
最も小さい表面積 48 cm^2
解説
問1
(1)
4 回目の操作をしたとき 4 段目には $1+4+4+4=13$ 個のブロックがある。
したがって 4 回目の操作でできあがった立体は
全部で $1+5+9+13=28$ 個のブロックからできており
表面積は $1\times5+4\times4+6\times4+8\times4+13=90\mathrm{cm}^2$ である。
さらにこの操作を何回か行ったとき
n 回行ったとすると n 段目のブロックの数は $1+4\times(n-1)=4n-3$ 個と表せる。
$4n-3=33$
$n=9$
よって 9 段目には 33 個のブロックがある。
問2
(1)
①
2 0 個のブロックでできた直方体の体積は 20 cm^3 だから $1\times2\times$高さ$=20$ 高さ$=10$ cm
②
表面積は $2\times(1\times2+1\times10+2\times10)=64\ \mathrm{cm}^2$
(2)
$20=1\times1\times20,\ 1\times2\times10,\ 1\times4\times5,\ 2\times2\times5$ より
表面積はそれぞれ
$2\times(1\times1+1\times20+1\times20)=82\ \mathrm{cm}^2$
64 cm^2
$2\times(1\times4+4\times5+1\times5)=58\mathrm{cm}^2$
$2\times(2\times2+2\times5+5\times2)=48\mathrm{cm}^2$
よって
最も大きい表面積は 82cm^2
最も小さい表面積は 48cm^2

【問 14】

下の［表］のように自然数が規則的に並んでいる。

［表］

	第1列	第2列	第3列	第4列	第5列	・	・	・
第1行	1	2	5	10	17	・	・	・
第2行	4	3	6	11	18	・	・	・
第3行	9	8	7	12	・	・	・	・
第4行	16	15	14	13	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・	・
・	・	・	・	・	・	・	・	・

このとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

（佐賀県 2009 年度 後期）

(1) 表の中の第 6 行で第 1 列の数は $\boxed{①}$ であり，第 2 行で第 6 列の数は $\boxed{②}$ である。このとき，①，②にあてはまる数を求めなさい。

(2) 84 は第何行で第何列の数か，求めなさい。

解答欄

(1)	①		②	
(2)	第　　行　第　　列			

解答

(1)

① 36

② 27

(2) 第 3 行 第 10 列

【問 15】

ある自然数 n の正の倍数を小さい順に考え，その順に各倍数の一の位の数を確かめる。例えば，6 の正の倍数は小さい順に 6，12，18，24，30，36，…なので，各倍数の一の位の数は順に 6，2，8，4，0，6，…となる。このように，n の正の倍数の一の位の数を順に確かめ，それを正方形状に左上の隅(図 1～図 3 の の位置) から，縦，横に n 個ずつ反時計回りに順に並べていく。

図 1，図 2 は，この並べ方にしたがって，それぞれ $n=3$ のときと，$n=6$ のときに数を並べたものである。

自然数 n について，この並べ方にしたがって正方形状に数を並べたものを「n の倍数正方形」と呼ぶことにする。図 1 の数の並びは 3 の倍数正方形，図 2 の数の並びは 6 の倍数正方形であり，それぞれ 8 個，20 個の数が並んでいる。n の倍数正方形において，図 3 のように四隅にある数を左上から反時計回りに A，B，C，D とする。また，A の右隣の数を E とする。例えば，図 1 の 3 の倍数正方形において，A は 3，B は 9，C は 5，D は 1，E は 4 である。

このとき，次の問いに答えなさい。ただし，n は 3 以上の自然数とする。

（長崎県 2009 年度）

図 1

$n=3$ のとき（3 の倍数正方形）

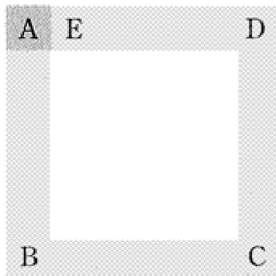
3	4	1
6		8
9	2	5

図 2

$n=6$ のとき（6 の倍数正方形）

6	0	4	8	2	6
2					0
8					4
4					8
0					2
6	2	8	4	0	6

図 3



問1 4 の倍数正方形において，B，C，D をそれぞれ求めよ。

問2 17 の倍数正方形には，全部で何個の数が並んでいるか。

問3 25 の倍数正方形には，0 が全部で何個あるか。

問4 次の(1)，(2)に答えよ。

(1) 十の位の数が m，一の位の数が 6 である 2 けたの自然数を n とするとき，n の倍数正方形において，E が 0 になることを次のように説明した。$\boxed{\text{(ア)}}$ ～ $\boxed{\text{(ウ)}}$ にあてはまる式を入れよ。
ただし，$\boxed{\text{(ア)}}$ には n の式を，$\boxed{\text{(イ)}}$，$\boxed{\text{(ウ)}}$ には m の式を入れること。

> n の倍数正方形には，全部で $\boxed{\text{(ア)}}$ 個の数が並んでいるので，E は $n\times$($\boxed{\text{(ア)}}$)の一の位の数である。n は十の位の数が m，一の位の数が 6 であるので，$n=$ $\boxed{\text{(イ)}}$ と表され，$n\times$($\boxed{\text{(ア)}}$) は，m の式で $10\times$($\boxed{\text{(ウ)}}$)と表される。$\boxed{\text{(ウ)}}$ は整数だから，$10\times$($\boxed{\text{(ウ)}}$)は 10 の倍数である。したがって，E は 0 になる。

(2) 十の位の数が m，一の位の数が 5，6 と連続する 2 つの 2 けたの自然数について，それぞれの自然数の倍数正方形にある 0 の個数を順に S，T とする。このとき，S＋T の値を m の式で表せ。

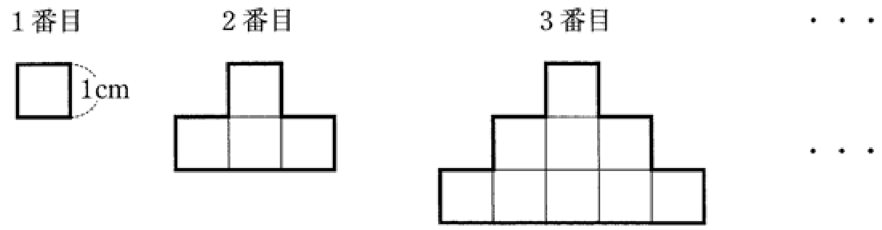
解答欄

問1	B		C		D	
問2	個					
問3	個					
問4	(1)	(ア)				
		(イ)				
		(ウ)				
	(2)	S＋T＝				

解答
問1 B 6，C 8，D 0
問2 64 個
問3 48 個
問4
(1)
(ア) $4n-4$
(イ) $10m+6$
(ウ) $40m^2+44m+12$
(2) S＋T＝$28m+12$
解説
問4
(2)
2 つの数を $10m+5$，$10m+6$ とする。
$10m+5$ の倍数正方形には$(10m+5-1)\times4=40m+16$ 個の数が並び
その数は 5，0 の 2 つの数が繰り返し並んでいるので
0 の数は $S=(40m+16)\div2=20m+8$
$10m+6$ の倍数正方形には$(10m+6-1)\times4=40m+20$ 個の数が並び
その数は，6，2，8，4，0 の 5 つの数が繰り返し並んでいるので
0 の数は $T=(40m+20)\div5=8m+4$
よって $S+T=20m+8+8m+4=28m+12$

【問 16】

図の 1 番目，2 番目，3 番目，･･･のように，1 辺の長さが 1 cm である同じ大きさの正方形を規則的に並べて図形をつくる。図の太線は図形の周を表しており，例えば，2 番目の図形の周の長さは 10 cm である。



次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（大分県　2009 年度）

(1)　4 番目の図形の周の長さを求めなさい。

(2)　n 番目の図形の周の長さを n を使って表しなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm

解答
(1)　22 cm
(2)　$6n-2$ cm
解説
(2)
n 番目の図形は縦に n 段並んでいるので
縦線の長さの和は $n\times2=2n$ cm
いちばん下の段の数は $1+2(n-1)=2n-1$ 個だから
横線の長さの和は$(2n-1)\times2=4n-2$ cm
よって周の長さは $2n+4n-2=6n-2$ cm

【問 17】

Aさんは，3 日練習したら 1 日休みがある卓球部に所属している。1 週目の月曜日から練習を始めると，練習日は下の表のようになる。ただし，〇は練習日，／は休みの日を表している。次の問いに答えなさい。

（沖縄県　2009 年度）

	月	火	水	木	金	土	日
1 週目	〇	〇	〇	／	〇	〇	〇
2 週目	／	〇	〇	〇	／	〇	〇
3 週目	〇	／	〇	〇	〇	／	〇
4 週目	〇	〇	／	〇	〇	〇	／
⋮							

問1　練習開始日から数えて 10 回目の休みの日は何曜日になるか答えなさい。

問2　練習開始日から数えて 10 週目の木曜日は何回目の練習日になるか答えなさい。

問3　練習開始日から数えて 200 回目の練習日となるのは何週目の何曜日であるか答えなさい。

解答欄

問 1	曜日
問2	回目
問3	週目の　　　　曜日

解答
問1　金曜日
問2　51 回目
問3　38 週目の日曜日
解説
問1
10 回目の休みは練習開始日から 4×10＝40 日目
40÷7＝5…5 より
5 週間と 5 日目なので金曜日となる。
問2
10 週目の木曜日は練習開始日から 7×9＋4＝67 日目
67÷4＝16…3 より
67 日の間に 16 日の休みがあったから 67－16＝51 回目の練習日となる。
問3
200 回目の練習日は 200÷3＝66…2 より
練習開始日から 4×66＋2＝266 日目
266÷7＝38 より
ちょうど 38 週間。
よって 38 週目の日曜日となる。