

8. 規則性の問題 【2016 年度出題】

【問 1】

下の図1のような、縦 5 cm、横 8 cm の長方形の紙 A がたくさんある。A をこの向きのまま、図2のように、 m 枚を下方向につないで長方形 B をつくる。次に、その B をこの向きのまま、図3のように、右方向に n 列つないで長方形 C をつくる。

長方形の【つなぎ方】は、次の (ア)、(イ) のいずれかとする。

【つなぎ方】

- (ア) 幅 1 cm 重ねてのり付けする。
 (イ) すきまなく重ならないように透明なテープで貼る。

図1

長方形の紙 A

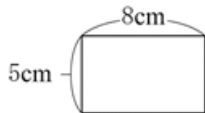


図2

長方形 B

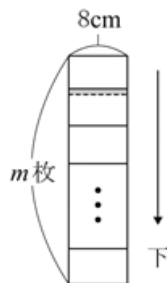
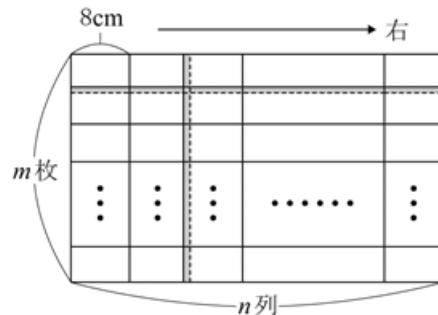


図3

長方形 C

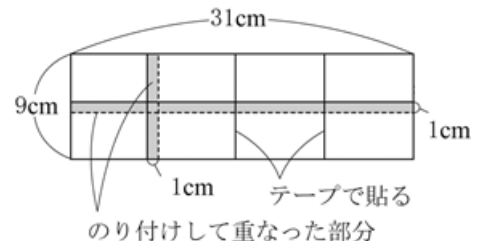


例えば、図4のように、A を 2 枚、(ア) で 1 回つないで B をつくり、その B を 4 列、(ア) で 1 回、(イ) で 2 回つないで長方形 C をつくる。この C は、 $m=2$ 、 $n=4$ であり、縦の長さが 9 cm、横の長さが 31 cm となり、のり付けして重なった部分の面積は 39 cm^2 となる。

このとき、次の問1、問2、問3、問4に答えなさい。

(栃木県 2016 年度)

図4



問1【つなぎ方】は、すべて (イ) とし、 $m=2$ 、 $n=5$ の C をつくった。このとき、C の面積を求めなさい。

問2【つなぎ方】は、すべて (ア) とし、 $m=3$ 、 $n=4$ の C をつくった。このとき、のり付けして重なった部分の面積を求めなさい。

問3 A をすべて (ア) でつないで B をつくり、その B をすべて (イ) でつないで C をつくった。C の周の長さを $\ell \text{ cm}$ とする。右方向の列の数が下方向につないだ枚数より 4 だけ多いとき、 ℓ は 6 の倍数になる。このことを、 m を用いて証明しなさい。

問4 C が正方形になるときの 1 辺の長さを、短い方から 3 つ答えなさい。

解答欄

問1	cm ²	
問2	cm ²	
問3	〔証明〕	
問4	cm, cm, cm	

解答

問1 400cm^2

問2 91cm^2

問3

〔証明〕

右方向の列の数は $m+4$ となる。

縦の長さは $\{5+4(m-1)\}\text{cm}$ 、横の長さは $8(m+4)\text{cm}$ である。

よって

$$\ell = 2\{5+4(m-1)+8(m+4)\}$$

$$= 24m + 66$$

$$= 6(4m + 11)$$

$4m+11$ は整数なので

$6(4m+11)$ は 6 の倍数である。

したがって ℓ は 6 の倍数になる。

問4 15 cm, 22 cm, 23 cm

解説

問1

C は縦が $5 \times 2 = 10\text{ cm}$ 、横が $8 \times 5 = 40\text{ cm}$ だから面積は $10 \times 40 = 400\text{ cm}^2$

問2

【つなぎ方】が(ア)で $m=3$, $n=4$ のとき

C は縦が $5 \times 3 - 1 \times 2 = 13\text{ cm}$ 、横が $8 \times 4 - 1 \times 3 = 29\text{ cm}$

したがってのり付けして重なった部分は

縦 1 cm で横 29 cm の長方形が 2 か所

縦 13 cm で横 1 cm の長方形が 3 か所でき

紙が 4 枚重なる部分が 6 か所できる。

よってその面積は $1 \times 29 \times 2 + 13 \times 1 \times 3 - 1 \times 1 \times 6 = 91\text{ cm}^2$

問3

ℓ が $6 \times (\text{整数})$ の形で表されることを示せばよい。

問4

長方形 C の縦は

(ア)でつながごとに 4 cm ずつ

(イ)でつながごとに 5 cm ずつ大きくなり

横は(ア)でつながごとに 7 cm ずつ

(イ)でつながごとに 8 cm ずつ大きくなる。

したがって

長方形 C の縦は

$m=1$ のとき 5 cm

$m=2$ のときは

$$5+4=9\text{ cm}$$

$$5+5=10\text{ cm}$$

の 2 通りが考えられ

$m=3$ のときは

$$9+4=13\text{ cm}$$

$$9+5=14\text{ cm}$$

$$10+4=14\text{ cm}$$

$$10+5=15\text{ cm}$$

13 cm, 14 cm, 15 cm の 3 通りが考えられる。

以下同様に考えると

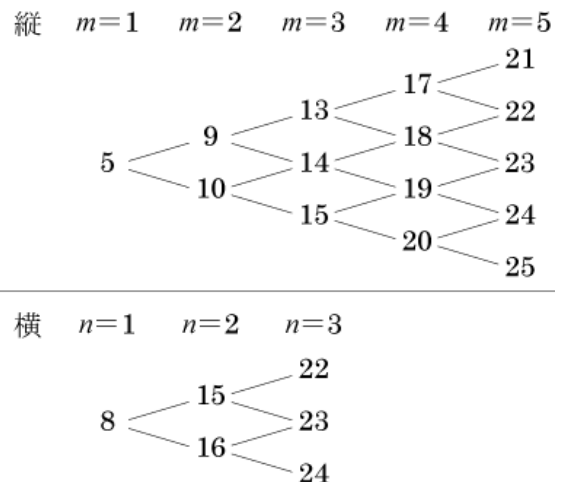
長方形 C の縦、横のとりうる値は右の図のようになる。

C が正方形になるのは

縦と横の長さが等しくなる場合だから

その値を右の図から小さい順に 3 つあげると

15 cm, 22 cm, 23 cm となる。



【問 2】

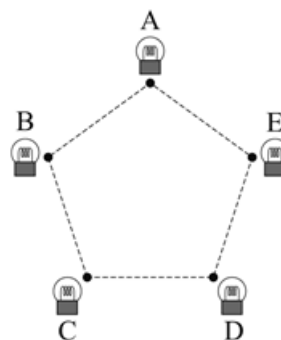
右の図1のように、正五角形の頂点の位置 (・) に、A～E の電球が置いてあり、1つのボタンの操作により、それぞれが「点灯している状態」か「点灯していない状態」になる。

A～E の電球は、操作を始める前、すべて「点灯している状態」にあり、操作を始めてからは、次の規則にしたがう。

規則

- A の電球: ボタンの操作 2 回ごとに「点灯している状態」になる。
 B の電球: ボタンの操作 3 回ごとに「点灯している状態」になる。
 C の電球: ボタンの操作 4 回ごとに「点灯している状態」になる。
 D の電球: ボタンの操作 5 回ごとに「点灯している状態」になる。
 E の電球: ボタンの操作 6 回ごとに「点灯している状態」になる。

図1



例えば、A の電球は、「点灯している状態」からボタンを 1 回操作すると「点灯していない状態」になり、続けてボタンを 1 回操作すると「点灯している状態」になる。

下の表は、ボタンの操作回数が 6 回までの電球の状態を表したものである。

表

電 球 \ 操作回数	0	1	2	3	4	5	6
A	○		○		○		○
B	○			○			○
C	○				○		
D	○					○	
E	○						○

※ ○は「点灯している状態」、空欄は「点灯していない状態」を表す。

※ 操作回数の 0 は、操作を始める前の状態を表す。

このとき、あとの問1～問3に答えなさい。

(千葉県 2016 年度 前期)

問1 ボタンの操作回数が 10 回するとき、「点灯している状態」の電球をすべて選び、A～E の符号で答えなさい。

問2 次の説明は、A～Eの電球の状態について述べたものである。(a)，(b)に入る数をそれぞれ書きなさい。

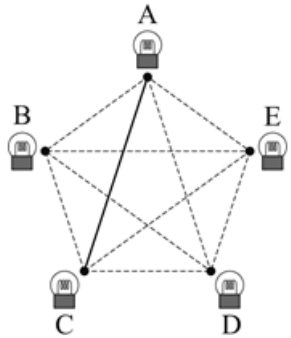
説明

操作を始めてから、次にA～Eすべての電球が「点灯している状態」になるのは、ボタンの操作回数が (a) 回のときである。

また、(a) 回までの間に、すべての電球が「点灯していない状態」になるのは、全部で (b) 回ある。

問3 ボタンの操作により、「点灯している状態」になった電球の位置にある点をそれぞれ結ぶ。例えば、図2の太線は、ボタンの操作回数が4回のときのものである。

ボタンの操作回数が205回までの間に、A～Eの電球のうち、「点灯している状態」の電球が3つで、その電球の位置にある点を結んでできる図形が、正五角形の1つの辺と2つの対角線からなる三角形になるのは何回あるか、求めなさい。



解答欄

問1		
問2	(a)	
	(b)	
問3	回	

解答

問1 A, D

問2

(a) 60

(b) 16

問3 7回

解説

A, B, C, D, E の電球はそれぞれ 2, 3, 4, 5, 6 の倍数の操作回数のときに「点灯している状態」になる。

問1

10 は 2, 5 の倍数であるから A と D が「点灯している状態」である。

問2

(a)

A～E すべての電球が「点灯している状態」になるのは 2, 3, 4, 5, 6 の最小公倍数 60 回のときである。

(b)

すべての電球が「点灯していない状態」になるのは 60 までの数のうち

2, 3, 4, 5, 6 のいずれの倍数でもないときであり

それは 1, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 49, 53, 59 の 16 回である。

問3

正五角形の 1 つの辺と 2 つの対角線からなる三角形となるのは

3 点 A, C, D が「点灯している状態」だけで

2, 4, 5 の最小公倍数 20 の倍数は 205 までに

$205 \div 20 = 10$ 余り 5 より 10 回ある。

しかしこのうち B, E も「点灯している状態」になってしまうことを除かなければならない。

6 と 20 の最小公倍数 60 の倍数は 205 までに

$205 \div 60 = 3$ 余り 25 より 3 回ある。

よって求める回数は $10 - 3 = 7$ 回

【問 3】

下の図1は、1 辺の長さが 6 cm の正方形の折り紙を縦に 5 枚、横に 5 枚、その一部分を重ねてつないだかざりである。縦につなげるとき、重なる部分は 1 辺の長さが 4 cm の正方形になるようにし、横につなげるとき、重なる部分は 1 辺の長さが 2 cm の正方形になるようにする。このようにして、1 辺の長さが 6 cm の正方形の折り紙を縦に x 枚、横に x 枚つないで、図2のようなかざりをつくる。ただし、 x は 5 以上の整数とする。また、図1, 2の  は折り紙が 2 枚重なった部分を表し、 は折り紙が 3 枚重なった部分を表している。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(新潟県 2016 年度)

図1

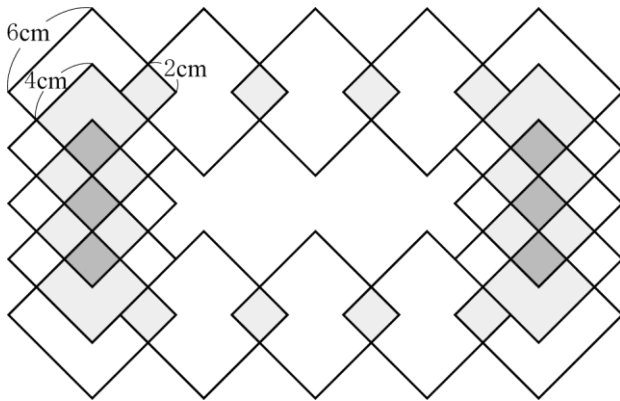
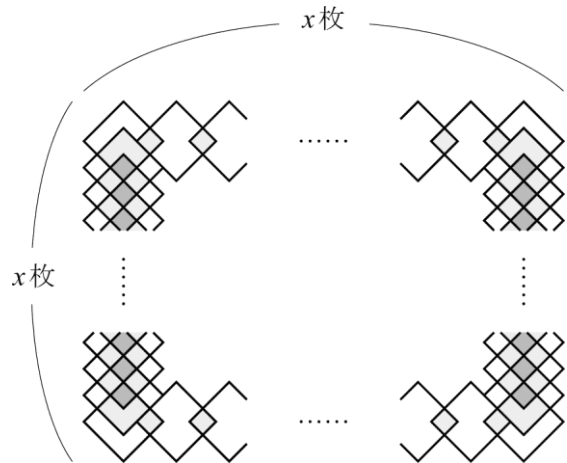


図2



問1 次の  ,  に当てはまる数を、それぞれ答えなさい。

折り紙を縦に 6 枚、横に 6 枚つないでかざりをつくるとき、つないだ折り紙の枚数の合計は

 枚で、折り紙が 3 枚重なった部分の面積の合計は  cm^2 である。

問2 図2について、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

(1) つないだ折り紙の枚数の合計を、 x を用いて表しなさい。

(2) 折り紙が 3 枚重なった部分の面積の合計を、 x を用いて表しなさい。

(3) 折り紙が 2 枚重なった部分の面積の合計が 400 cm^2 であるとき、 x の値を求めなさい。

解答欄

問1	ア	枚
	イ	cm ²
問2	(1)	[求め方] 答 枚
	(2)	[求め方] 答 cm²
	(3)	[求め方] 答 $x =$

解答

問1

ア 20 枚

イ 32 cm^2

問2

(1)

〔求め方〕 解説参照

答 $4x-4$ 枚

(2)

〔求め方〕 解説参照

答 $8x-16\text{ cm}^2$

(3)

〔求め方〕 解説参照

答 $x=17$

解説

問1

縦、横とも 6 枚ずつなので ア には $(6-1) \times 4 = 20$ 枚

3 枚重なった部分は左側に 4, 右側に 4 できるので イ には $8 \times 2 \times 2 = 32\text{ cm}^2$

問2

(1)

$(x-1) \times 4 = 4x-4$ 枚

(2)

左側、右側に $(x-2)$ 個ずつ 3 枚重なった部分ができるので $4 \times 2 \times (x-2) = 8x-16\text{ cm}^2$

(3)

2 枚重なった部分の $2\text{ cm} \times 2\text{ cm}$ の正方形が全体でいくつできるかを求めると

左側には $3 \times 2 + 2 \times (x-3)$ 個

右側も同数。

左側と右側の間の上側には $x-1$ 個

下側も同数。

よって $2 \times \{3 \times 2 + 2 \times (x-3) + x-1\} \times 4 = 400$

$6 + 2x - 6 + x - 1 = 50$

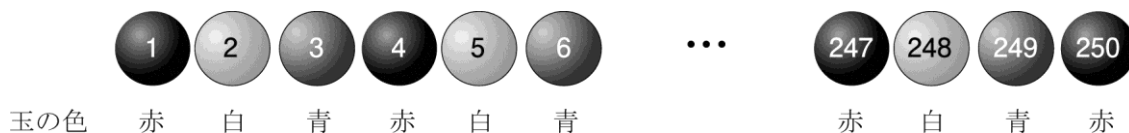
$x = 17$

【問 4】

赤玉, 白玉, 青玉の 3 色の同じ大きさの玉がある。

下の図1のように, 左から赤玉, 白玉, 青玉, 赤玉, 白玉, …の順に 1 列に並んでおり, 左から順に 1, 2, 3, …, 250 の数が書かれている。

図1



このとき, あとの問いに答えなさい。

(富山県 2016 年度)

問1 29 の数が書かれた玉の色を答えなさい。

問2 1, 2, 3, …, 100 の数が書かれた 100 個の玉の中に, 赤玉は何個あるか求めなさい。

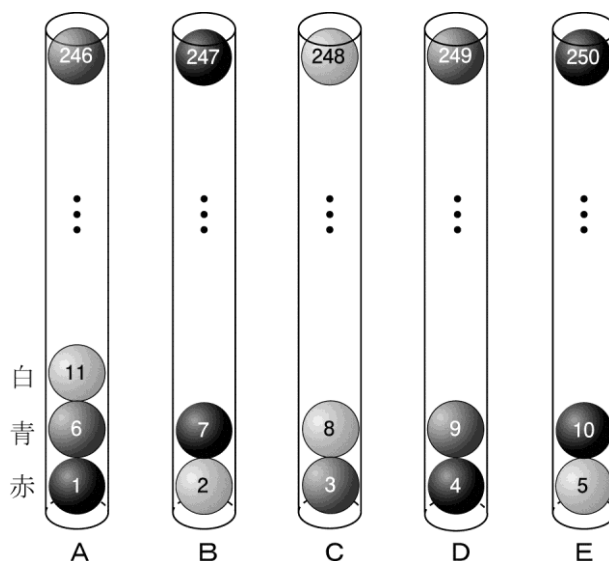
問3 下の図2のように, 5 本の透明な筒A, B, C, D, Eがある。

筒Aには 1 の数が書かれた赤玉, 筒Bには 2 の数が書かれた白玉, 筒Cには 3 の数が書かれた青玉, 筒Dには 4 の数が書かれた赤玉, 筒Eには 5 の数が書かれた白玉を入れ, 次に筒Aには 6 の数が書かれた青玉, …の順に玉を入れていく。

また, 1 本の筒にはそれぞれ 50 個の玉が入るものとする。

(1) 218 の数が書かれた玉が入っている筒は, A～E 図2

のどれか答えなさい。また, 下から何個目にあるか求めなさい。



(2) 右の図3のように、筒Aは、下から数えて1番目の赤玉に書かれている数は1、図3
 下から数えて2番目の赤玉に書かれている数は16となる。
 このとき、下から数えて n 番目の赤玉に書かれている数を n を使った式で表し
 なさい。
 ただし、 n は17以下の自然数とする。



解答欄

問1		
問2	個	
問3	(1)	筒
		下から 個目
	(2)	

解答

問1 白

問2 34 個

問3

(1)

筒 C

下から 44 個目

(2) $15n - 14$

解説

問1

左から何番目かの数を 3 で割って

余りが 1 のとき赤玉

余りが 2 のとき白玉

余りがないとき青玉となるので

$29 \div 3 = 9$ 余り 2 となるので白である。

問2

$100 \div 3 = 33$ 余り 1 となるので赤玉は $33 + 1 = 34$ 個

問3

(1)

$218 \div 5 = 43$ 余り 3 となるので

筒は C

下から 44 番目

(2)

赤球は 3 で割って 1 余る数で

筒 A には 5 で割って 1 余る数の玉が入るので

$15(n - 1) + 1$

$= 15n - 14$

【問 5】

表1, 表2のように, 自然数を規則的に並べた表がある。

このとき, 次の問1～問3に答えなさい。

(石川県 2016 年度)

問1 表1において, 4は1行目の4列目の位置, 2行目の2列目の位置, 4行目の1列目の位置の3か所にある。

10は何か所にあるか求めなさい。

表1

	1列目	2列目	3列目	4列目	...
1行目	1	2	3	4	...
2行目	2	4	6	8	...
3行目	3	6	9	12	...
4行目	4	8	12	16	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

表2

	1列目	2列目	3列目	4列目	...
1行目	1	2	3	4	...
2行目	2	4	6	8	...
3行目	3	6	9	12	...
4行目	4	8	12	16	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	

問2 表1において, 3行目にある数のうち, 横に連続して並んだ3つの数の和が144になるものがある。この3つの数の中で, もっとも小さい数を求めなさい。

問3 表2のように, 縦2つ横2つの4つの数を $\boxed{}$ で囲む。 $(6+12)-(9+8)$ のように, $\boxed{}$ の中の左上の数と右下の数の和から, 右上の数と左下の数の和をひく。このとき, その差は, $\boxed{}$ がどの位置にあっても1になる。このことが成り立つことの証明を完成させなさい。

〔証明〕

a, b を自然数とする。 $\boxed{}$ の中の左上の数が a 行目の b 列目の位置にあるとき, その数の値は ab と表され,

〔証明の続き〕

したがって, 左上の数と右下の数の和から, 右上の数と左下の数の和をひくと, その差は1になる。

解答欄

問1	か所
問2	
問3	〔証明の続き〕

解答

問1 4 か所

問2 45

問3

〔証明の続き〕

右上の数の値は $a(b+1)$

左下の数の値は $(a+1)b$

右下の数の値は $(a+1)(b+1)$ と表される。

このとき

$$\{ab + (a+1)(b+1)\} - \{a(b+1) + (a+1)b\}$$

$$= (2ab + a + b + 1) - (2ab + a + b)$$

$$= 1$$

解説

問1

表1の1行目は1の倍数, 2行目は2の倍数, 3行目は3の倍数…が並んでいる。

10は(1行目の10列目), (2行目の5列目), (5行目の2列目), (10行目の1列目)の4か所ある。

問2

3行目は3の倍数が並んでいる。

連続した3つのうちもっとも小さい数を x とすると

$$x + (x+3) + (x+6) = 144$$

$$3x = 135 \text{ より}$$

$$x = 45$$

問3

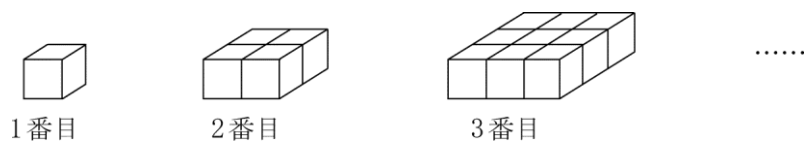
4つの数を a, b を用いて表し(左上の数+右下の数)-(右上の数+左下の数) を計算すればよい。

【問 6】

下の図のように、1 辺の長さが 1 cm の立方体をすき間なく並べて、 n 番目は底面が 1 辺 n cm の正方形となるように立体を作っていく。

このとき、次の問いに答えよ。

(福井県 2016 年度)



問1 4 番目の立体の表面積を求めよ。

問2 n 番目の立体の表面積を n を用いて表せ。

解答欄

問1	cm ²
問2	cm ²

解答

問1 48 cm²

問2 $2n^2 + 4n$ cm²

解説

問1

底面積は $4 \times 4 \times 2 = 32$ cm²

側面積は $1 \times 4 \times 4 = 16$ cm²

よって表面積は $32 + 16 = 48$ cm²

問2

底面積は $n \times n \times 2 = 2n^2$ cm²

側面積は $1 \times n \times 4 = 4n$ cm²

よって表面積は $2n^2 + 4n$ cm²

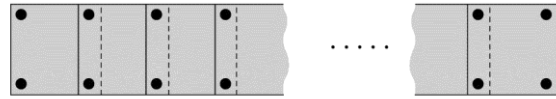
【問 7】

図1のように、正方形の画用紙の一部が重なるようにして、マグネットを使い、上の段と下の段で別々のはり方をする。ただし、はるときには、画用紙の 4 か所を必ずとめるものとする。

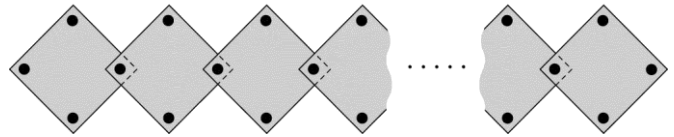
(長野県 2016 年度)

図1

〔上の段〕



〔下の段〕



- (1) 上の段に 6 枚の画用紙をはるとき、マグネットの個数を求めなさい。

- (2) 下の段に画用紙をはる。50 個のマグネットが使えるとき、はることができる画用紙の最大の枚数を求めなさい。

- (3) 上の段と下の段に合計 20 枚の画用紙をはる。50 個のマグネットをすべて使うとき、上の段と下の段にはる画用紙の枚数をそれぞれ x 枚、 y 枚として、 x 、 y についての連立方程式をつくりなさい。また、上の段と下の段にはる画用紙の枚数を、それぞれ求めなさい。

解答欄

(1)	個	
(2)	枚	
(3)	連立方程式	{
	上の段	枚
	下の段	枚

解答

(1) 14 個

(2) 16 枚

(3)

連立方程式
$$\begin{cases} x+y=20 \\ 2x+3y=47 \end{cases}$$

上の段 13 枚

下の段 7 枚

解説

(1)

1 枚の紙の左側に必ず 2 個のマグネットを使い
最後の紙の右側に 2 個のマグネットを使うので
 $2 \times 6 + 2 = 14$ 個

(2)

下段は 1 枚の紙に 3 個のマグネットを使い
最後に 1 個のマグネットを使うので
紙の枚数を x とおくと

$$3x + 1 \leq 50$$

$$3x \leq 49$$

$$x \leq 16.3$$

よって 16 枚

(3)

$$2x + 2 + 3y + 1 = 50 \cdots \textcircled{1}$$

①より

$$2x + 3y = 47 \cdots \textcircled{1}'$$

$$x + y = 20 \cdots \textcircled{2}$$

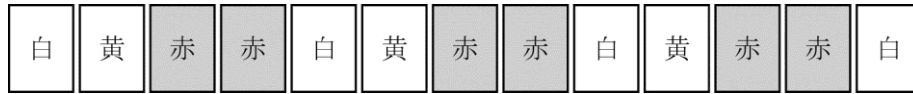
$$\textcircled{1}' - \textcircled{2} \times 2 \text{ より}$$

$$y = 7$$

$$x = 20 - 7 = 13$$

【問 8】

白, 黄, 赤の 3 種類のカードを, 左から 1 列に白を 1 枚, 黄を 1 枚, 赤を 2 枚という順に, くり返し並べる。たとえば, カードを 13 枚並べた場合は, 下の図のようになる。



このとき, 次の各問いに答えなさい。

(三重県 2016 年度)

(1) カードを 35 枚並べたとき, 並べたすべてのカードの中にある赤のカードの枚数を求めなさい。

(2) 最後に並べたカードが黄のカードのとき, 並べたすべてのカードの中に黄のカードが n 枚あった。並べたすべてのカードの枚数を, n を用いた式で表しなさい。

解答欄

(1)	枚
(2)	枚

解答

(1) 17 枚

(2) $4n-2$ 枚

解説

(1)

$35 \div 4 = 8 \cdots 3$ より

(白, 黄, 赤, 赤) のまとまりが 8 個あって
さらに 3 枚並ぶ。

したがって赤のカードの枚数は $2 \times 8 + 1 = 17$ 枚

(2)

最後の 2 枚は白, 黄だから

(白, 黄, 赤, 赤)のまとまりが $(n-1)$ 個あってさらに 2 枚並ぶ。

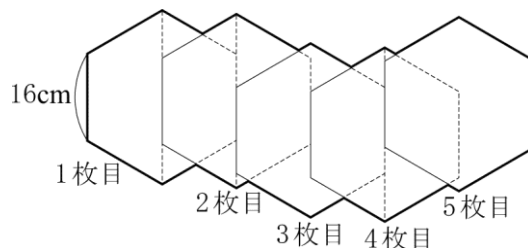
したがって並べたすべてのカードの枚数は $4(n-1) + 2 = 4n - 2$ 枚

【問 9】

和夫さんと弘樹さんは、文化祭で図1のような正六角形を貼り合わせたウェルカムボード（歓迎用の看板）を作成することになり、つくり方をまとめました。また、正六角形を貼り合わせてできる図形の重なる部分の面積と、周の長さについて調べました。後の問1、問2に答えなさい。

（滋賀県 2016 年度）

図1 ウェルカムボードのつくり方



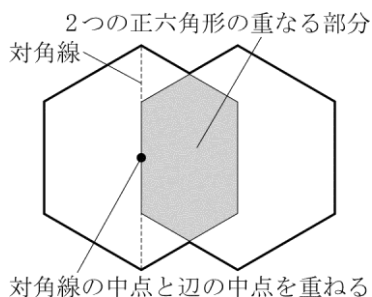
ウェルカムボードのつくり方

- 画用紙を使って、1 辺の長さが 16 cm の正六角形を何枚かつくる。
- 図1のように、1 枚目の正六角形の対称軸となる対角線に、2 枚目の正六角形の一辺を合わせて貼る。3 枚目以降の正六角形も、同様に貼り合わせていく。このとき、辺の両端が対角線からはみ出さないようにする。
- 貼り合わせてできた図形の周の長さを調べ、周上に飾りひもで飾りつけをする。

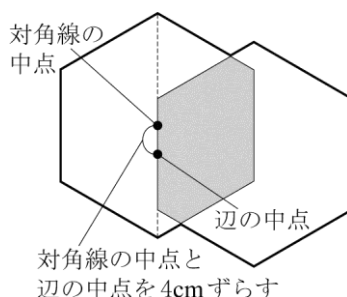
和夫さんと弘樹さんが調べたこと

次の(ア)、(イ)、(ウ)の場合について、2 枚の正六角形を縦にずらして貼り合わせたときの重なる部分の面積と周の長さを調べた。

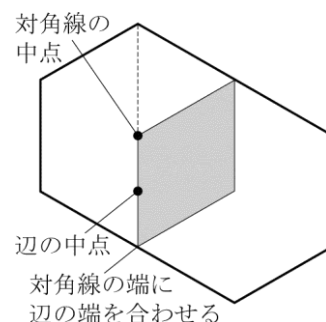
(ア) 対称軸となる対角線の中点に辺の中点を重ねて貼る



(イ) 対称軸となる対角線の中点と辺の中点を 4 cm ずらして貼る



(ウ) 対称軸となる対角線の端に辺の端を合わせて貼る



◎調べて分かったこと

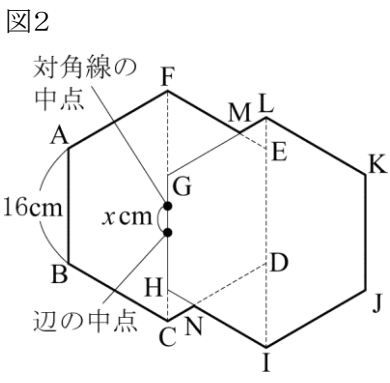
- 正六角形が重なる部分の面積
 - ・(ア)の場合が最大で、(ウ)の場合が最小となる。
- 正六角形を貼り合わせてできる図形の周の長さ
 - ・(ア)、(イ)、(ウ)の場合、いずれも周の長さは 128 cm で変わらない。
 - ・貼り合わせる正六角形の枚数と図形の周の長さとの関係は次の表1ようになる。

表1

貼り合わせる正六角形の枚数 (枚)	1	2	3	4	…
貼り合わせてできる図形の周の長さ (cm)	96	128	160	192	…

問1 和夫さんと弘樹さんが調べたことについて、次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

(1) (ア)の図について、2枚の正六角形が重なる部分の面積は何 cm^2 になりますか。求めなさい。



(2) 弘樹さんは、2枚の正六角形を貼り合わせるときに、(ア), (イ), (ウ)以外の場合でも図形の周の長さが 128 cm になると考えました。

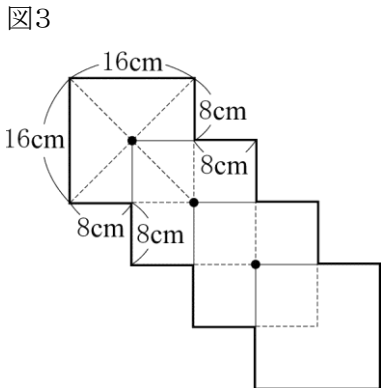
図2のように、正六角形の対角線の中点と辺の中点を $x \text{ cm}$ ずらして貼り合わせた場合、この図形の周の長さが 128 cm になることを説明しなさい。

和夫さんは、正六角形の代わりに、正方形を貼り合わせてできた図形の周の長さについても調べました。

正方形を貼り合わせて調べたこと

2枚の正方形を貼り合わせたときの周の長さを調べた。

- (a) 画用紙を使って、1辺の長さが 16 cm の正方形を何枚かつくる。
- (b) 図3のように、1枚目の正方形の対角線の交点に2枚目の正方形の頂点をおき、2つの正方形の重なる部分が正方形となるように貼り合わせる。3枚目以降の正方形も、同様に貼り合わせていく。
- (c) 貼り合わせてできた図形の周の長さを調べる。



◎調べて分かったこと

・貼り合わせる正方形の枚数と図形の周の長さの関係は次の表2のようになる。

表2

貼り合わせる正方形の枚数 (枚)	1	2	3	4	...
貼り合わせてできる図形の周の長さ (cm)	64	96	128	160	...

問2 和夫さんは、正方形を貼り合わせて調べたことの表2の2枚目以降と、正六角形の場合の表1を比較すると、貼り合わせてできる図形の周の長さの値が同じ数で並ぶことに気づきました。表2の2枚目以降の周の長さが、表1と同じように増えていく理由を説明しなさい。

解答欄

問1	(1)	cm ²
	(2)	
問2		

解答

問1

(1) $160\sqrt{3} \text{ cm}^2$

(2)

線分 AE と線分 FG の交点を P とすると $FP=8$, $PG=x$ となる。

このとき $\triangle FGM$ は正三角形だから $FM=FG=8+x$ である。

また $\triangle MEL$ も正三角形だから $ML=LE=8-x$ である。

ゆえに $FM+ML=(8+x)+(8-x)=16$

同様にして $CN+NI=16$

したがって周の長さは $16 \times 8 = 128$ より 128 cm となる。

問2

正方形の周の長さは 64 cm である。

正方形を 1 枚増やして貼り合わせると

重なる部分は一辺 8 cm の正方形であり

その周は貼り合わせてできる図形の周にはならない。

したがって $64 - 8 \times 4 = 32$ より

貼り合わせてできる図形の周の長さは 32 cm ずつ増えることになるから。

解説

問1

(1)

正六角形の 1 つの角は 120° でその半分は 60°

したがって求める面積は

正六角形の半分の面積から 1 辺が 8 cm の正三角形を 2 つ取り除いた部分の面積となる。

対角線の中点から辺までの長さは図の(ア)の中点とその上の頂点

それと水平にある右の頂点を結ぶと $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形ができるので $8\sqrt{3}$

1 辺が 8 cm の正三角形の面積は高さが $4\sqrt{3}$ なので

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

$$\text{よって } \frac{1}{2} (16 + 32) \times 8\sqrt{3} - 2 \times 16\sqrt{3} = 160\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

(2)

図2の右の正六角形は(ア)の図から $x \text{ cm}$ 下がったところにある。

また $\triangle FGM$ と $\triangle MEL$ が正三角形なので

直線 AE と直線 FG の交点を P とすると

$$FM = FG = 8 + x \text{ cm}$$

$$ML = 16 - (8 + x) = 8 - x$$

したがって $FM + ML = 16 \text{ cm}$ となり周の長さは変わらない。

問2

1 枚目の周の長さが $16 \times 4 = 64 \text{ cm}$

2 枚貼り合わせると 8 cm の長さの辺が 4 つ増えるので $8 \times 4 = 32 \text{ cm}$ 増える。

この 2 枚を最初と最後にもっていくと

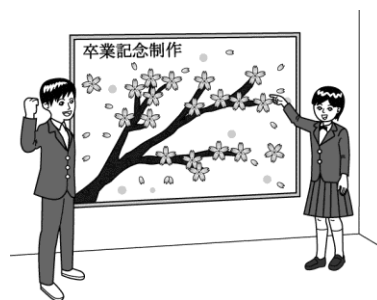
1 枚増えるごとに 8 cm の長さが 4 辺増える図形になっているので

$8 \times 4 = 32 \text{ cm}$ ずつ周の長さは増える。

【問 10】

ある中学校で、右の図1のような卒業記念パネルを制作することにした。

図1



次の図2のように、枠にちょうど収まっているパネルに下絵をかき、縦に n 枚、横に n 枚並ぶように n^2 枚の板に切り分ける。また、これらの板がある位置を上から1段目、2段目、3段目、 $\dots$ 、左から1列目、2列目、3列目、 $\dots$ とする。切り分けたこれらの板を枠の中から取り出してそれぞれに色を塗った後、次の図3のように、1段目の1列目から時計回りに、外側から内側へ向かうように板を枠の中に順番に並べていき、並べた順に1枚目の板、2枚目の板、3枚目の板、 $\dots$ とする。

たとえば、 $n=3$ のとき、8枚目の板の位置は2段目の1列目となる。下の図4は、 $n=3$ のときと $n=4$ のときの、パネルの切り分け方と板を並べる順番を数字で示したものである。

このとき、下の問1～問3に答えよ。

(京都府 2016 年度 前期)

図2

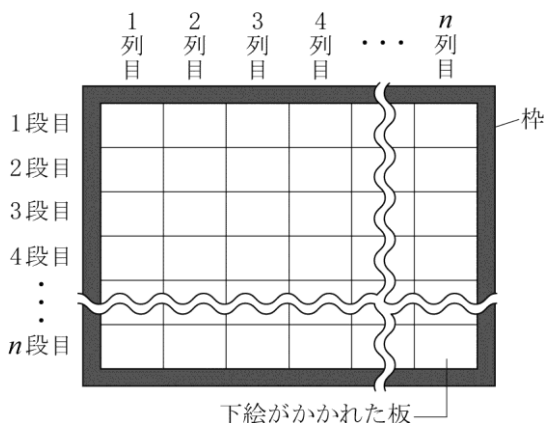


図3

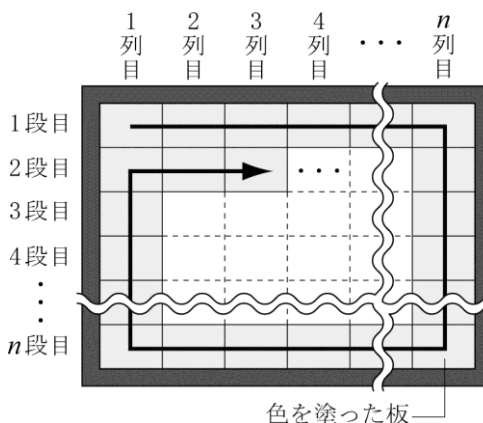
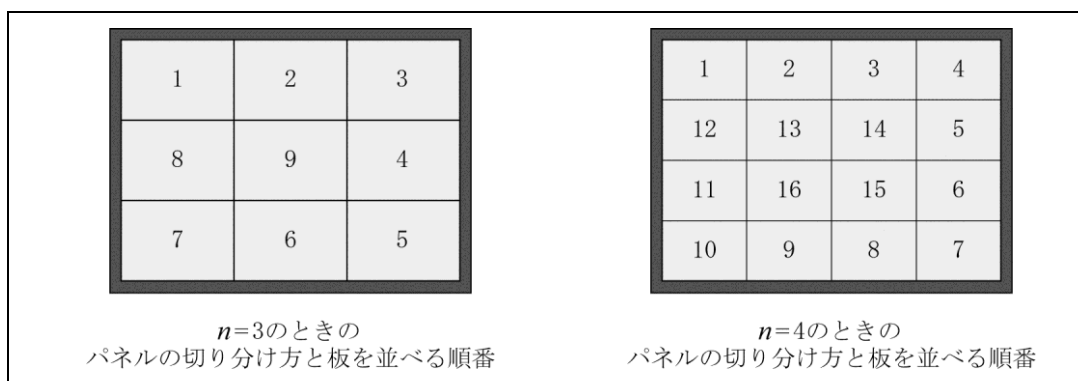


図4



問1 $n=6$ のとき、29枚目の板の位置は何段目の何列目か求めよ。

問2 $n=11$ のとき、3段目の2列目の位置にある板は何枚目の板か求めよ。

問3 219枚目の板の位置が4段目の6列目になる n の値を求めよ。

解答欄

問1	段目の 列目
問2	枚目の板
問3	$n =$

解答

問1 5 段目の 3 列目

問2 72 枚目の板

問3 $n = 21$

解説

1 番外側の切り分けた板の枚数は $(n-1) \times 4 = 4n-4$ 枚

外から 2 番目の切り分けた板の枚数は $(n-3) \times 4 = 4n-12$ 枚

外から 3 番目の切り分けた板の枚数は $(n-5) \times 4 = 4n-20$ 枚

外から 4 番目の切り分けた板の枚数は $(n-7) \times 4 = 4n-28$ 枚

外から 5 番目の切り分けた板の枚数は $(n-9) \times 4 = 4n-36$ 枚

…となる。

1 つ内側に入った板の最初の数はその前までの切り分けた板の総数の +1 になる。

たとえば

2 段目の 2 列目の数は $(4n-4) + 1 = 4n-3$

3 段目の 3 列目の数は $(4n-4) + (4n-12) + 1 = 8n-15$

である。

問1

$n=6$ のとき

1 番外側の板の枚数は $4 \times 6 - 4 = 20$ 枚で

その内側の最初の数 (2 段目の 2 列目の数) は 21 である。

このとき +3 ずつで角を回るので 29 は 5 段目の 3 列目になる。

問2

$n=11$ で

3 段目の 2 列目の数は

外から 2 番目の板の最後になるので

$(4n-4) + (4n-12) = 8n-16$ に $n=11$ を代入して

$8 \times 11 - 16 = 72$ 枚目である。

問3

4 段目の 4 列目の数は

外側から 3 番目までの切り分けた板の総数 +1 で

$(4n-4) + (4n-12) + (4n-20) + 1 = 12n-35$ であるから

4 段目の 6 列目の数はさらに +2 で $12n-35+2=12n-33$ である。

よって $12n-33=219$ より

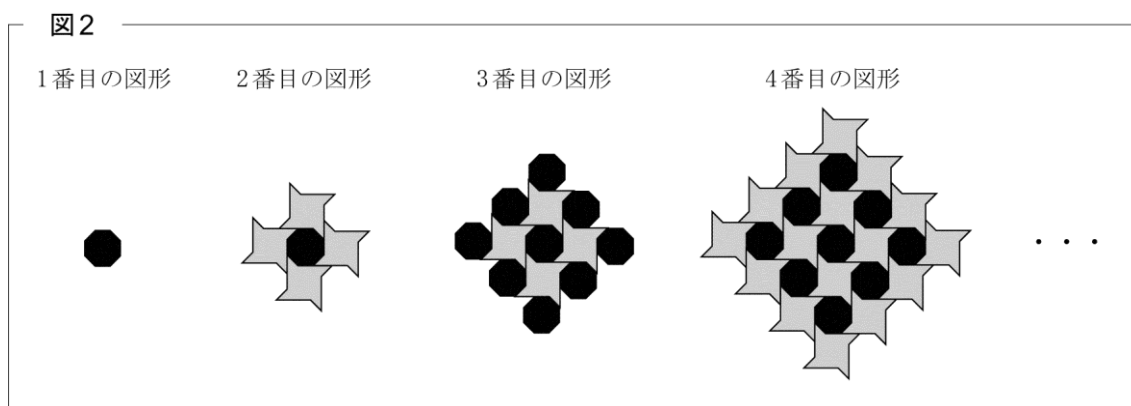
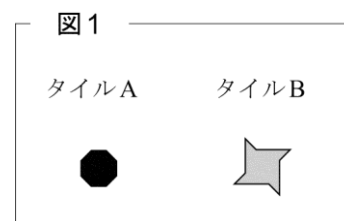
$n=21$ である。

【問 11】

右の図1のようなタイル A とタイル B を, 次の図2のようにすき間なく規則的に並べて, 1 番目の図形, 2 番目の図形, 3 番目の図形, …とする。

このとき, 下の問1, 問2に答えよ。

(京都府 2016 年度 中期)



問1 6 番目の図形について, タイル B の枚数を求めよ。また, n 番目の図形について, タイル A とタイル B の枚数の合計を, n を用いて表せ。

問2 タイル A とタイル B の枚数の合計が 1861 枚になるのは何番目の図形か求めよ。

解答欄

問1	6 番目の図形のタイル B の枚数	枚
	n 番目の図形のタイルの合計	枚
問2	番目の図形	

解答

問1

6 番目の図形のタイル B の枚数 36 枚

n 番目の図形のタイルの合計 $(2n^2 - 2n + 1)$ 枚

問2

31 番目の図形

解説

問1

図2においてタイルの数は規則的で

奇数番目はタイル A の数が $1^2, 3^2, 5^2 \dots$

偶数番目はタイル B の数が $2^2, 4^2, 6^2 \dots$ となる。

6 番目のタイル B の枚数は $6^2 = 36$ 枚

n 番目の図形のタイルの枚数は $n^2 + (n - 1)^2 = 2n^2 - 2n + 1$ 枚

問2

$$2n^2 - 2n + 1 = 1861$$

$$n^2 - n - 930 = 0$$

$$(n - 31)(n + 30) = 0$$

$n > 0$ より

$$n = 31$$

【問 12】

方眼紙の縦線（ $\downarrow$ ）と横線（ — ）の交点に、点（ $\cdot$ ）が打ってある。これらの点を結んで線分をひき、大きさの違う正方形を規則的につくっていく。

図1のように、1 番目は、方眼紙の縦線の上にある連続する 2 点を結ぶ線分をひき、それを 1 辺とする正方形を 1 つつくる。2 番目は、方眼紙の縦線の上にある連続する 3 点を結ぶ線分をひき、それを 1 辺とする正方形を 1 つつくる。3 番目は、方眼紙の縦線の上にある連続する 4 点を結ぶ線分をひき、それを 1 辺とする正方形を 1 つつくる。このように、正方形を規則的につくっていく。表1は、この規則に従って正方形をつくったときの順番と点の個数についてまとめたものである。

ただし、正方形の内部の点は、正方形の周上の点を含まないものとする。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

（和歌山県 2016 年度）

図1

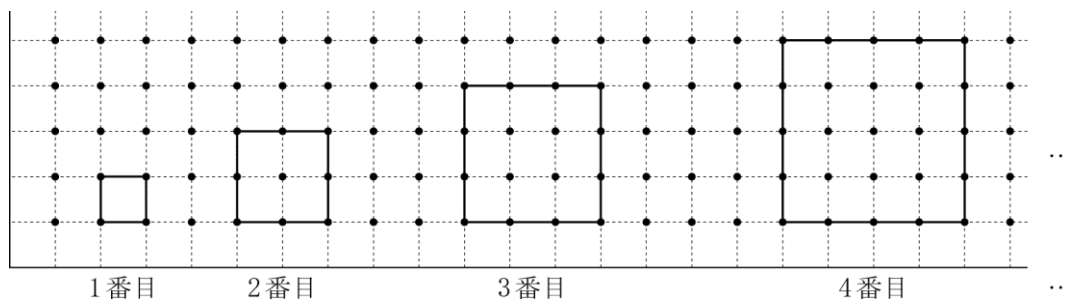


表1

順番 (番目)	1	2	3	4	5	6	7	8	...
正方形の周上の点の個数(個)	4	8	12	16	20	*		*	...
正方形の内部の点の個数(個)	0	1	4	9	16	*	*	*	...
点の合計個数 (個)	4	9	16	25	36	*	*	*	...

*は、あてはまる数を省略したことを表している。

問1 表1中の にあてはまる数をかきなさい。

問2 正方形の内部の点の個数が 196 個のとき、何番目の正方形か、求めなさい。

問3 図2のように、1 番目は、図1の 1 番目の正方形の対角線を 1 辺とする正方形を 1 つつくる。2 番目は、図1の 2 番目の正方形の対角線を 1 辺とする正方形を 1 つつくる。3 番目は、図1の 3 番目の正方形の対角線を 1 辺とする正方形を 1 つつくる。このように、正方形を規則的につくっていく。表2は、この規則に従って正方形をつくったときの順番と点の個数についてまとめたものである。

次の(1), (2)に答えなさい。

図2

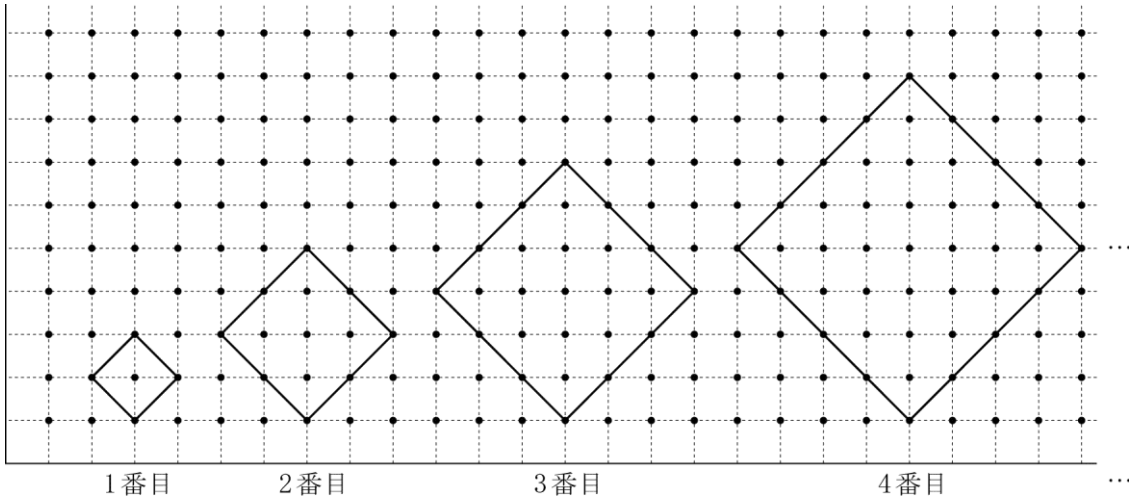


表2

順番 (番目)	1	2	3	4	5	6	7	8	...	n	...
正方形の周上の点の個数 (個)	4	8	12	16	*	*	*	*	...	イ	...
正方形の内部の点の個数 (個)	1	5	13	25	*	*	*	*	...	ウ	...
点の合計個数 (個)	5	13	25	41	ア	*	*	*	...	エ	...

*は、あてはまる数を省略したことを表している。

(1) 表2中の ア にあてはまる数をかきなさい。

(2) 次の考え方を参考にして、表2中の **イ** ～ **エ** にあてはまる n の式をかきなさい。

考え方

図3は、図2の 3 番目の正方形に着目して、これを正
方形 ABCD としたものである。

この正方形の内部には、辺 AB に平行で、3 個の点を通る線分は 3 本あり、2 個の点を通る線分は 2 本ある。

よって、この正方形の内部にある点の個数は、
 $3 \times 3 + 2 \times 2 = 13$ (個) である。

また、この正方形の周上にある点を、図4のような囲み
方をして考えると、

$3 \times 4 = 12$ (個) であるから、3 番目の点の合計個数は、
 $13 + 12 = 25$ (個) である。

4 番目の正方形も同様に考えると、正方形の内部にある
点の個数は、

$4 \times 4 + 3 \times 3 = 25$ (個) である。

また、正方形の周上にある点は、

$4 \times 4 = 16$ (個) であるから、

4 番目の点の合計個数は、

$25 + 16 = 41$ (個) である。

図3

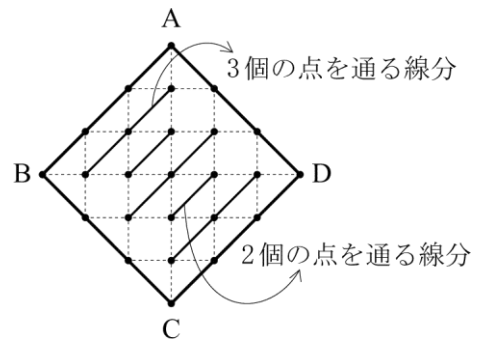
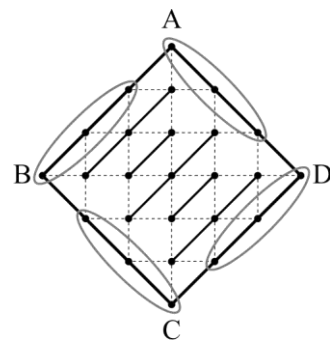


図4



解答欄

問1			
問2	番目		
問3	(1)	ア	
	(2)	イ	
		ウ	
		エ	

解答

問1 28

問2 15 番目

問3

(1)

ア 61

(2)

イ $4n$

ウ $2n^2 - 2n + 1$

エ $2n^2 + 2n + 1$

解説

問1

周上の点の個数は4ずつ増えているので $20 + 4 \times 2 = 28$

問2

正方形の内部の点の個数は順番より1少ない数の2乗の数になっているので

$$196 = (14)^2$$

よって15番目

問3

(1)

前の番号の個数に順番の数 $\times 4$ の数だけ増えていくので

$$5 \text{ 番目は } 41 + 5 \times 4 = 61$$

(2)

イは順番の数 $\times 4$ となっているので $4n$

ウは問題文の考え方にあるように n 番目は $n^2 + (n-1)^2 = 2n^2 - 2n + 1$

エは $4n + 2n^2 - 2n + 1 = 2n^2 + 2n + 1$

【問 13】

右の図4のような黒色と白色の同じ大きさの正方形のタイルがたくさんある。下の図5のように、黒色のタイルと白色のタイルをすき間なく交互に並べて模様を作っていくとき、15 番目の模様における黒色のタイルの枚数と白色のタイルの枚数をそれぞれ求めなさい。

(鳥取県 2016 年度)

図4

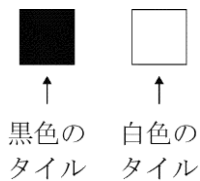
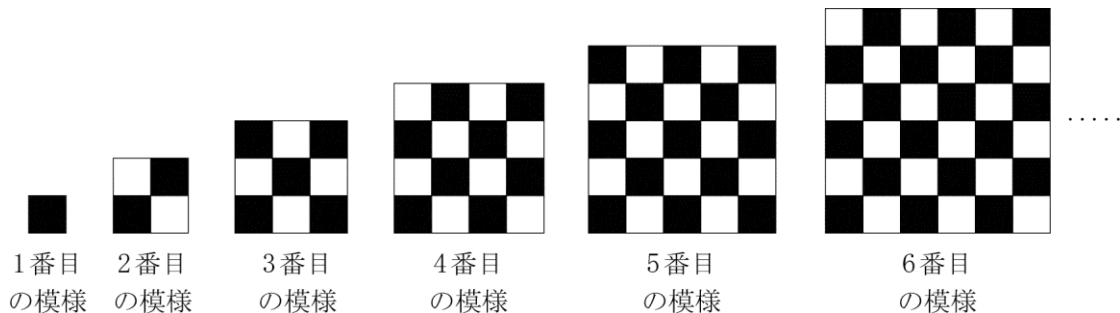


図5



解答欄

黒色のタイル	枚, 白色のタイル	枚
--------	-----------	---

解答

黒色のタイル 113 枚, 白色のタイル 112 枚

解説

奇数番目のタイルは上から 2 段ずつの黒と白のタイル数は同じで最後の段だけ黒のタイルが 1 つ多くなっている。

$$15 \times 15 \div 2 = 112 \text{ 余り } 1$$

よって黒色のタイル 113 枚, 白色のタイル 112 枚。

【問 14】

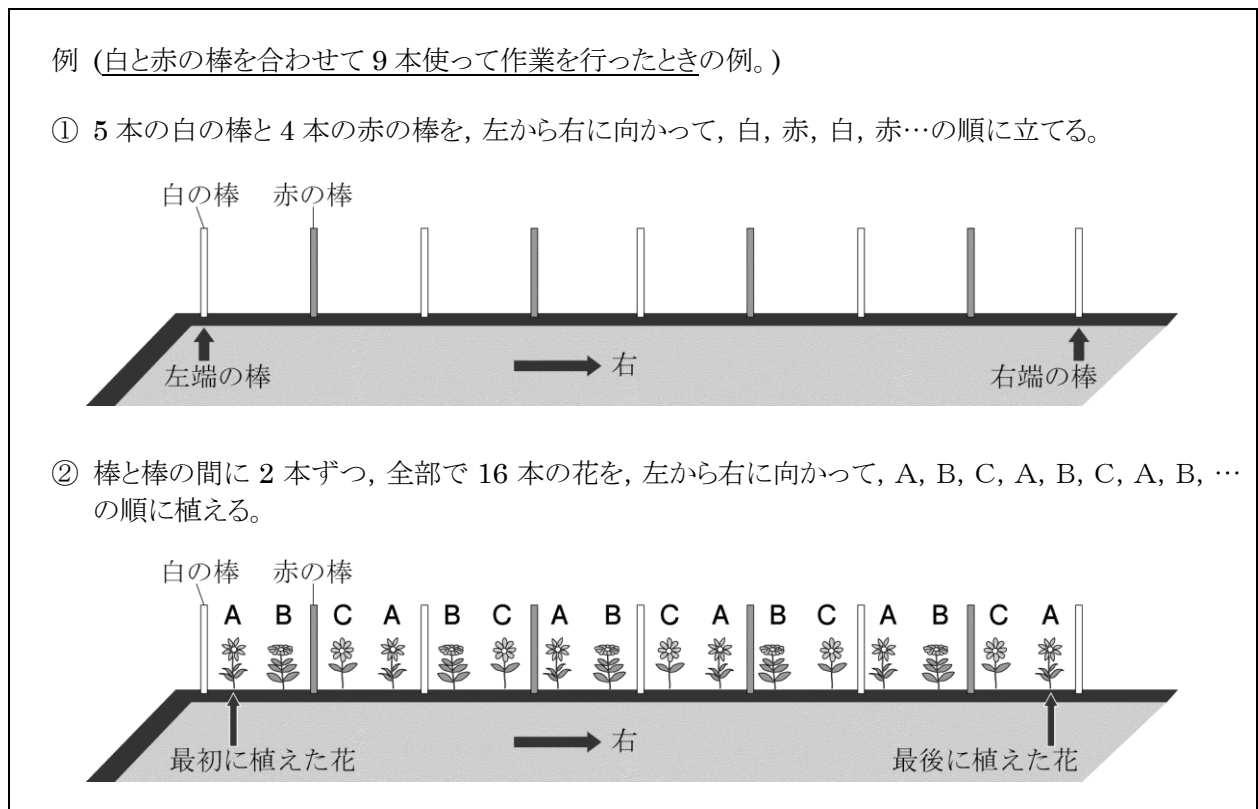
公園にまっすぐな道があり、その道沿いに、次の手順1にしたがって白の棒と赤の棒を立てていき、その後、手順2にしたがって花を植えていくという作業を行う。下の例は、白と赤の棒を合わせて 9 本使って作業を行ったときのものである。

【手順1】左端に白の棒を立て、その後、右に向かって、赤と白の棒を交互に立てる。

【手順2】立てた棒と棒の間に、花を 2 本ずつ植える。ただし、花にはA, B, Cの 3 種類の種類があり、この 3 種類の花を、Aから始めてA, B, Cの順に繰り返して、左から右に向かって植えていく。また、隣り合う 2 本の棒の間には、必ず 2 本の花を植えるものとする。

このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2016 年度)



問1 作業を終えたとき、A, B, C合わせて、全部で 32 本の花が植えられていた場合、

(1) 右端の棒の色と最後に植えた花の種類を書け。ただし、棒の色を書くときは「白」または「赤」の色の名を書き、花の種類を書くときはA～Cの記号で書け。

(2) この作業で立てた棒の本数は、白と赤を合わせて全部で ア 本である。また、植えた 32 本の花のうち、白の棒の右隣のAは、最初に植えた花Aと 13 番目に植えた花Aと イ 番目に植えた花Aの、全部で 3 本ある。ア, イに当てはまる数を、それぞれ書け。

問2 白と赤の棒を n 本ずつ、合わせて $2n$ 本用意し、用意した $2n$ 本の棒を手順1にしたがって全て立てたあと、手順2にしたがって花を植えていった。この作業で植えた花の本数は、A, B, C 合わせて全部で何本か。その本数を、 n を使って表せ。

問3 手順1にしたがって何本かの白と赤の棒を立てたところ、右端の棒の色は白であった。続いて、手順2にしたがって花を植えていったところ、最後に植えた花はAになった。また、この作業で植えた花のうち、白の棒の右隣のAだけ数えると、11 本であった。この作業の手順1で立てた棒のうち、赤の棒の本数を求めよ。

解答欄

問1	(1)	右端の棒の色			
		最後に植えた花の種類			
	(2)	ア		イ	
問2	本				
問3	本				

解答

問1

(1)

右端の棒の色 白

最後に植えた花の種類 B

(2)

ア 17

イ 25

問2 $4n-2$ 本

問3 31 本

解説

問1

(1)

例②の図には 16 本の花があるのでちょうどこの 2 倍の本数が植えられることになる。

棒は例②の図に赤, 白, 赤, 白, 赤, 白, 赤, 白と 8 本加えるので右端の棒の色は白

また花は BC, AB, CA, BC, AB, CA, BC, ABと 16 本加えるので最後に植えた花の種類は B

(2)

棒と棒の間には花を 2 本ずつ植える。

$32 \div 2 = 16$ より棒の数は $16 + 1 = 17$ 本

よってアは 17

また棒は白, 赤の 2 色をくり返し棒と棒の間の 2 本の花の組み合わせは AB, CA, BC の 3 種類をくり返す。

したがって棒の色とその右隣の花の種類を組み合わせると

白 AB, 赤 CA, 白 BC, 赤 AB, 白 CA, 赤 BC の 6 通りあり

花 12 本ごとに同じ組み合わせをくり返すことになるから

白の棒の右隣の A は 1 番目, $1 + 12 = 13$ 番目, $13 + 12 = 25$ 番目…となる。

よってイは 25

問2

棒が $2n$ 本あるとき棒と棒の間は $(2n-1)$ か所ある。

1 か所に 2 本ずつ花を植えるから花の本数は $2(2n-1) = 4n-2$ 本

問3

右端の棒の色が白だから白の棒は赤の棒より 1 本多い。

赤の棒の本数を n 本とすると白の棒の本数は $(n+1)$ 本。

棒と棒の間は $n + (n+1) - 1 = 2n$ か所あるから花の本数は $2 \times 2n = 4n$ 本

したがって花の本数は 4 の倍数であることがわかる。

また白の棒の右隣の A の 11 本目は最初に植えた花から数えると

$12 \times 10 + 1 = 121$ 番目

121 は 4 の倍数ではないからこれは最後に植えた A ではない。

その次に植える A は $121 + 3 = 124$ 番目

124 は 4 の倍数だからこれは最後の A にあてはまる。

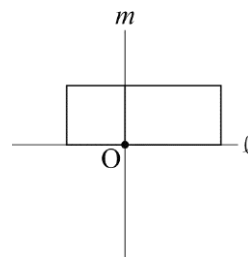
$4n = 124$

$n = 31$

よって赤の棒の本数は 31 本

【問 15】

右の図1のように、点 O で垂直に交わる直線 ℓ と直線 m があり、点 O を頂点にもつ正方形のブロックと長方形のブロックがある。これらのブロックを、次の[ルール]に従って移動させる。

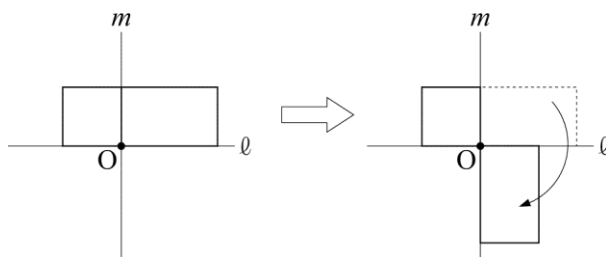


[ルール]

- 1回の操作では、正方形か長方形のいずれか一方のブロックを、点 O を中心として時計の針の回転と同じ向きに 90° だけ回転させる。
- 正方形のブロックと長方形のブロックは重ねることはできない。

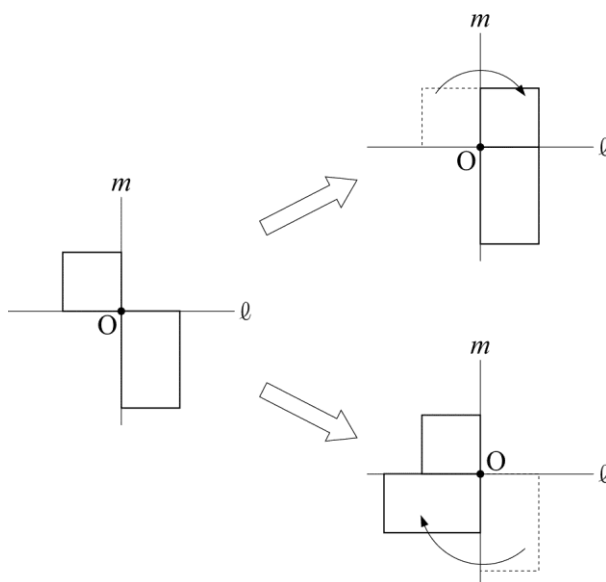
例えば、図1の状態にあるブロックに 2 回の操作を行うと、まず 1 回目の操作で回転させることができるのは長方形のブロックのみであるので、図2-1のようになる。

図2-1



次に 2 回目の操作では、正方形か長方形のいずれか一方のブロックを回転させることができるので、図2-2のようになる。

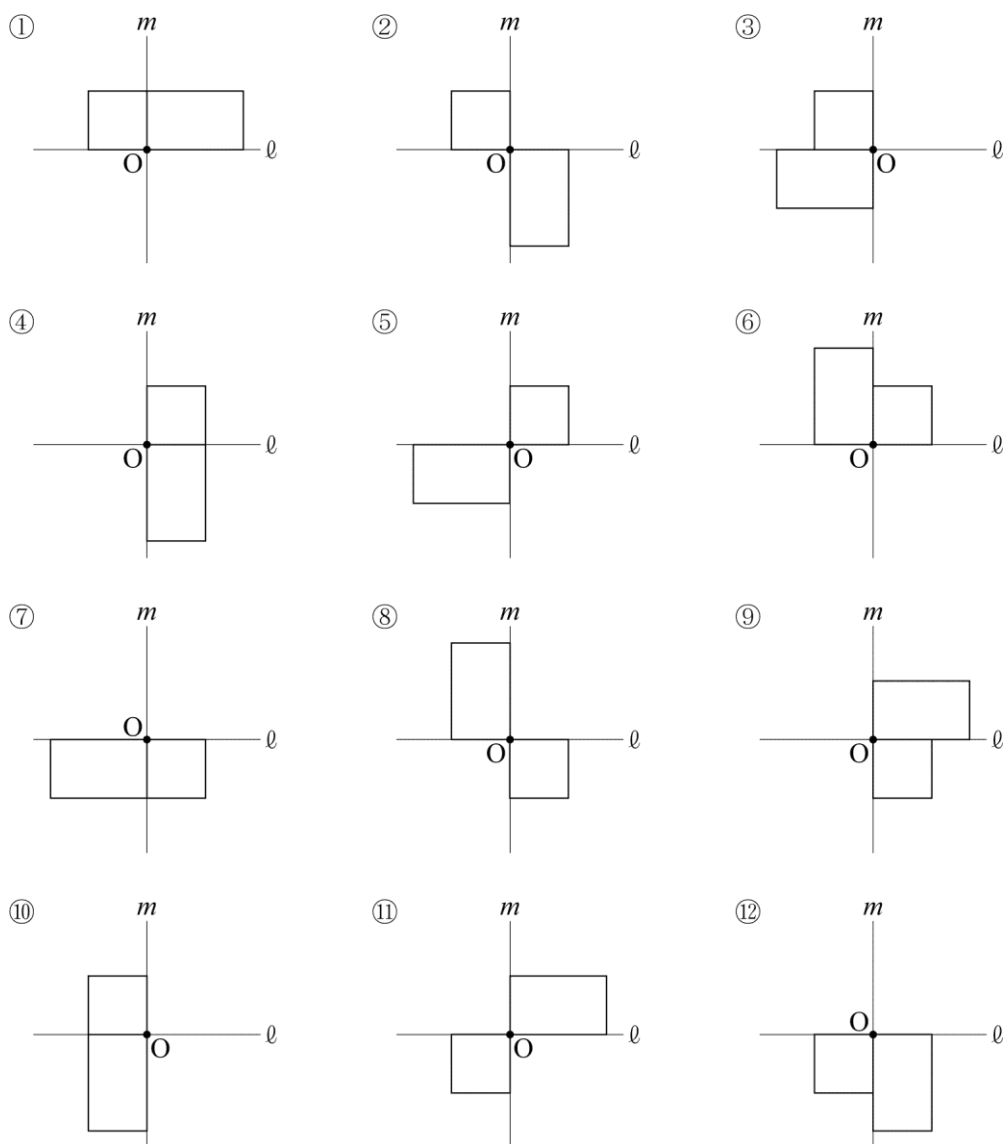
図2-2



操作を何回か行くと、図3の①～⑫のように、12通りの状態ができる。

このとき、(1)～(4)の各問いに答えなさい。

図3



(1) ⑨の状態にあるブロックに 1 回の操作を行ってできる状態を, ①~⑫の中から 1 つ選び, 番号を書きなさい。

(2) ①の状態にあるブロックに 3 回の操作を行ってできる状態を, ①~⑫の中から 1 つ選び, 番号を書きなさい。

(3) ①の状態にあるブロックに何回かの操作を行って⑫の状態にすると, 最も少ない操作の回数を求めなさい。

(4) ①の状態にあるブロックに 20 回の操作を行ってできる状態を, ①~⑫の中からすべて選び, 番号を書きなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	回
(4)	

解答

(1) ⑪

(2) ⑤

(3) 8 回

(4) ⑥, ⑦

解説

(1)

⑨の状態から 1 回の操作で回転させることができるのは正方形のブロックのみだから⑪ようになる。

(2)

状態の変わり方は①→②→④→⑤, ①→②→③→⑤の 2 通りあるがどちらの場合も⑤になる。

(3)

(2)より①の状態から 3 回の操作の結果⑤の状態になる。

ここから⑫の状態にするには正方形のブロックは 2 回長方形のブロックは 3 回回転させる必要があるので

①の状態から⑫の状態にする最も少ない操作の回数は $3+2+3=8$ 回

(4)

奇数回の操作後の状態を調べると

1 回目後は②

3 回目後は⑤

5 回目後は⑧

7 回目後は⑪で

以下 9 回目以降②, ⑤, ⑧, ⑪をくり返し

19 回目後は⑤となる。

よって 20 回目の操作で正方形のブロックを回転させると⑦

長方形のブロックを回転させると⑥となるから

できる状態は⑥と⑦

【問 16】

下の表のように、1 行目の左から、1, 2, 3, 4, 0, 0, 0 の 7 個の数をこの順に繰り返し並べ、一行に 10 個の数が並ぶと改行していく。

このとき、問1～問4に答えなさい。

(佐賀県 2016 年度 一般)

表

1 行目	1	2	3	4	0	0	0	1	2	3
2 行目	4	0	0	0	1	2	3	4	0	0
3 行目	0	1	2	3	4	0	0	0	1	2
4 行目	3	4	0	0	0	...				

問1 6 行目の最後の数を求めなさい。

問2 50 行目の最後の数を求めなさい。

問3 1 行目の最初の数から 50 行目の最後の数までの、すべての数の和を求めなさい。

問4 次の にあてはまる数を求めなさい。

1 行目の最初の数から 行目の最後の数までの、すべての数の和は 2016 となる。

解答欄

問1	
問2	
問3	
問4	

解答

問1 4

問2 3

問3 716

問4 141

解説

問1

4行目は3400012340

5行目は0012340001

6行目は2340001234と並ぶから

6行目の最後の数は4

問2

1, 2, 3, 4, 0, 0, 0の7個の数を1組とみてこれをAとする。

また50行目までに並ぶ数の総数は $10 \times 50 = 500$ 個

$500 \div 7 = 71$ 余り3より

50行目までにはAが71組と1, 2, 3の数が並ぶ。

よって50行目の最後の数は3

問3

A1組の7個の数の和は $1+2+3+4+0+0+0=10$

よって求める数の和は $10 \times 71 + 1 + 2 + 3 = 716$

問4

$2016 \div 10 = 201$ 余り6

$6 = 1 + 2 + 3$ より

A201組と1, 2, 3の3つの数の和が2016となることがわかる。

求める数を x とすると1行目から x 行目までに並ぶ数の総数は

$7 \times 201 + 3 = 1410$ 個

一行に10個の数が並ぶから $x = 1410 \div 10 = 141$

【問 17】

同じ大きさの長方形の紙がたくさんある。この紙を何枚か使って、図1のように、重ねて真ん中で 2 つに折る。さらに、外側から 1 枚目の紙から左開きになるようにページ番号を 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, …と順につけていく。このとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2016 年度)

問1 最後のページ番号が 60 のとき、外側から 1 枚目, 2 枚目, …の紙の両面には図2のようにページ番号がついている。

このとき、次の(1), (2)に答えよ。

(1) 使った長方形の紙は全部で何枚か。

(2) 外側から 6 枚目の紙の両面についている 4 つのページ番号のうち、最も小さいページ番号を求めよ。

問2 図1のように、長方形の紙を何枚か使ってページ番号をつけていくと、どの紙でも同じ面についている 2 つのページ番号の和は必ず一定の値になる。例えば、図2のように最後のページ番号が 60 のときは、 $1+60$, $2+59$, $3+58$, $4+57$, …のように和は 61 となり、一定の値になる。最後のページ番号が 180 のとき、次の(1), (2)に答えよ。

(1) 1 枚の紙の両面についている 4 つのページ番号のうち、最も小さいページ番号が 71 である紙についている最も大きいページ番号を求めよ。

(2) ある 1 枚の紙の両面についている 4 つのページ番号のうち、最も小さいページ番号と最も大きいページ番号の積に 10 を加えると、残り 2 つのページ番号の積に等しくなった。このとき、この 1 枚の紙の両面についている 4 つのページ番号のうち、最も小さいページ番号を答えよ。ただし、答えだけでなく、答えを求める過程がわかるように、途中の式なども書くこと。なお、解答は解答用紙の「4 つのページ番号のうち、最も小さいページ番号を n とする。」に続けて完成させよ。

図1

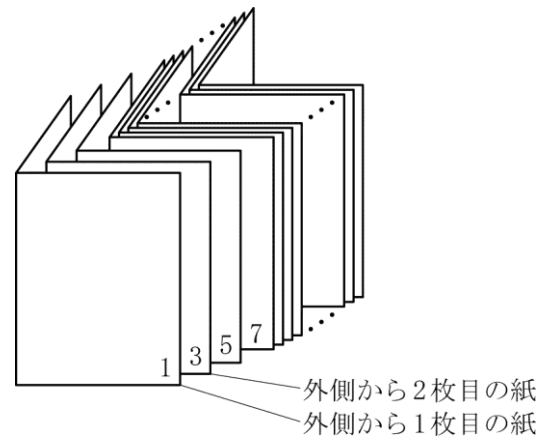
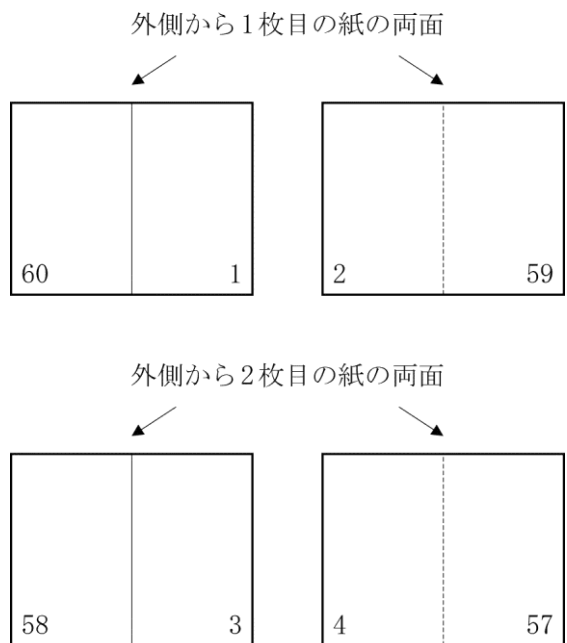


図2

最後のページ番号が60のとき



解答欄

問1	(1)	枚
	(2)	
問2	(1)	
	(2)	4つのページ番号のうち、最も小さいページ番号を n とする。 答 最も小さいページ番号は

解答

問1

(1) 15 枚

(2) 11

問2

(1) 110

(2)

[4 つのページ番号のうち、最も小さいページ番号を n とする。]

同じ面についている 2 つのページ番号の和は一定の値なので

最も大きいページ番号は

最も小さいページ番号と同じ面についている。

最後のページ番号が 180 なので

最も大きいページ番号は $181 - n$

残り 2 つのページ番号は同じ面にあり

それぞれ

$$n + 1, 181 - (n + 1) = 180 - n$$

$$\text{よって } n(181 - n) + 10 = (n + 1)(180 - n)$$

この方程式を解いて $n = 85$

答 最も小さいページ番号は 85

解説

問1

(1)

1 枚の紙で 4 ページになるので $60 \div 4 = 15$ 枚

(2)

外側から 1 枚目で小さい方から 2 ページ

その内側の紙で 2 ページ…となるので

$$6 \text{ 枚目では } 5 \times 2 + 1 = 11$$

問2

(1)

最も大きいページ番号は最も小さいページ番号と同じ面で和は 181。

和が 181 になるので $181 - 71 = 110$

(2)

最も大きいページ番号は最も小さいページ番号と同じ面についていて

それらの和が 181 であるから

最も大きいページ番号は $181 - n$

残りの 2 ページは同じ面にあり同様に $n + 1$ と $181 - (n + 1) = 180 - n$ である。

したがって $n(181 - n) + 10 = (n + 1)(180 - n)$

これより $n = 85$

よって最も小さいページ番号は 85

【問 18】

1 円硬貨, 50 円硬貨, 500 円硬貨がたくさんある。硬貨の重さは, 1 円硬貨が 1 g, 50 円硬貨が 4 g, 500 円硬貨が 7 g である。これらの硬貨を, 1 円硬貨, 50 円硬貨, 1 円硬貨, 500 円硬貨の順にそれぞれ 1 枚ずつ貯金箱へ繰り返し入れていく。貯金箱に入れた硬貨の, 枚数と金額と重さについて, それぞれの合計をまとめていくと, 下の表のようになる。

このとき, 次の各問いに答えなさい。

(熊本県 2016 年度)

入れた硬貨	1 円	50 円	1 円	500 円	1 円	50 円	1 円	…
枚数の合計 (枚)	1	2	3	4	5	6	7	…
金額の合計 (円)	1	51	52	552	553	603	604	…
重さの合計 (g)	1	5	6	13	14	18	19	…

問1 貯金箱に入れた硬貨の枚数の合計が 10 枚のとき, 貯金箱に入っている硬貨の, 金額の合計と重さの合計をそれぞれ求めなさい。

問2 貯金箱の中に n 枚目の 50 円硬貨を入れたとき, 貯金箱に入っている硬貨の重さの合計を, n を使った式で表しなさい。

問3 貯金箱に入れた硬貨の重さの合計が 200 g となったとき, 貯金箱に入れた硬貨の金額の合計を求めなさい。

解答欄

問1	金額の合計	円
	重さの合計	g
問2		g
問3		円

解答

問1

金額の合計 1155 円

重さの合計 31 g

問2 $13n-8$ g

問3 8331 円

解説

問1

(1)

1 枚目 1 円, 1 g

2 枚目で 51 円, 5 g

3 枚目で 52 円, 6 g

4 枚目が 552 円, 13 g

このことの繰り返しで増加していくので

10 枚目では $10 \div 4 = 2$ 余り 2 なので

金額の合計は $552 \times 2 + 51 = 1155$ 円

重さの合計は $13 \times 2 + 5 = 31$ g

問2

n 枚目の 50 円硬貨を入れたので

$13n$ から 1 円と 500 円硬貨の重さを引けばよいので $13n-8$ g

問3

$200 \div 13 = 15$ 余り 5 なので

$552 \times 15 + 51 = 8331$ 円

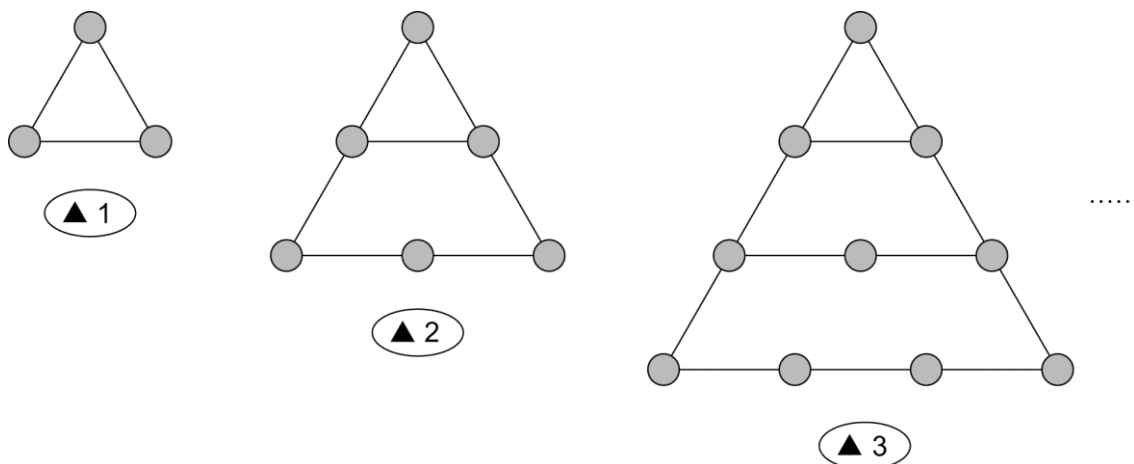
【問 19】

次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2016 年度)

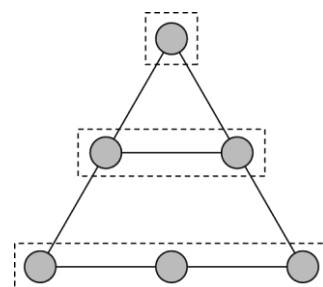
問1 図1のように玉を並べて三角形を次々に作っていく。 $\triangle 1$ の形には玉が 3 個、 $\triangle 2$ の形には玉が 6 個並んでいる。 $\triangle 4$ の形には玉が何個並ぶか求めなさい。

図1



問2 図2のように $\triangle 2$ の玉の数を区切って考えると、自然数の和 $1+2+3$ になっている。 $\triangle 3$ の玉の数は自然数の和 $1+2+3+4$ になっている。

この規則性を利用して、 $\triangle 10$ の形には玉が何個並ぶか求めなさい。



問3 今度は図3のように四角形を次々に作っていく。 $\blacksquare 1$ の形には玉が 4 個、 $\blacksquare 2$ の形には玉が 9 個並んでいる。

次の $\boxed{\text{ア}}$ $\sim$ $\boxed{\text{エ}}$ に適切な数を入れなさい。

図3

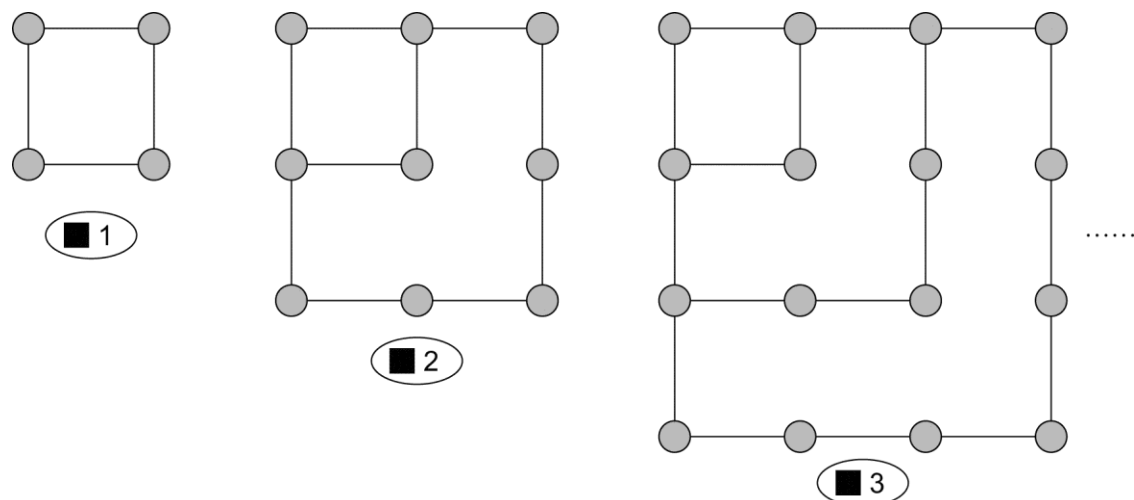
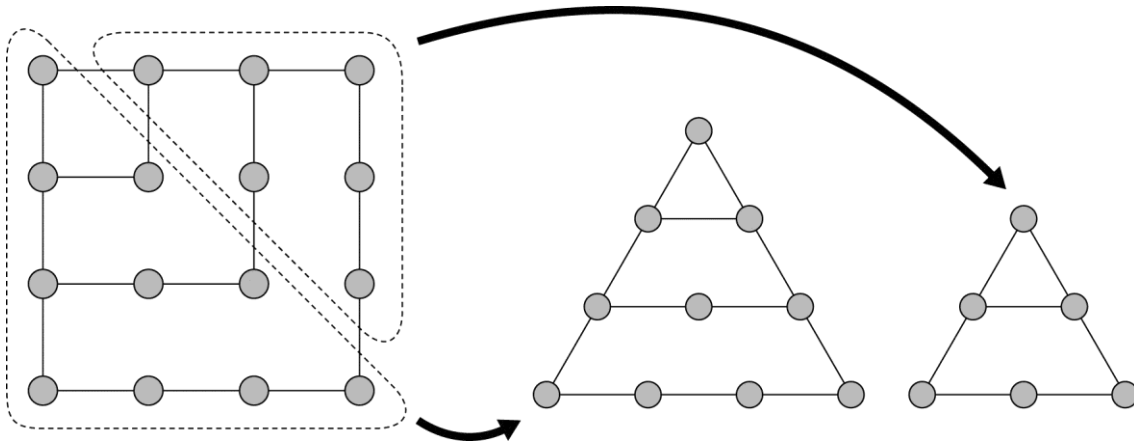


図4



たとえば (■ 3) の玉の数をかぞえるとき、図4のように区切って考えると、

$$\begin{aligned}
 & ((\blacksquare 3) \text{ の玉の数}) \\
 &= ((\blacktriangle \boxed{\text{ア}}) \text{ の玉の数}) + ((\blacktriangle \boxed{\text{イ}}) \text{ の玉の数}) \\
 &= (1+2+3+4) + (1+2+3)
 \end{aligned}$$

が成り立っている。

これを参考に、(■ 4) の玉の数を区切る方法で考えると、

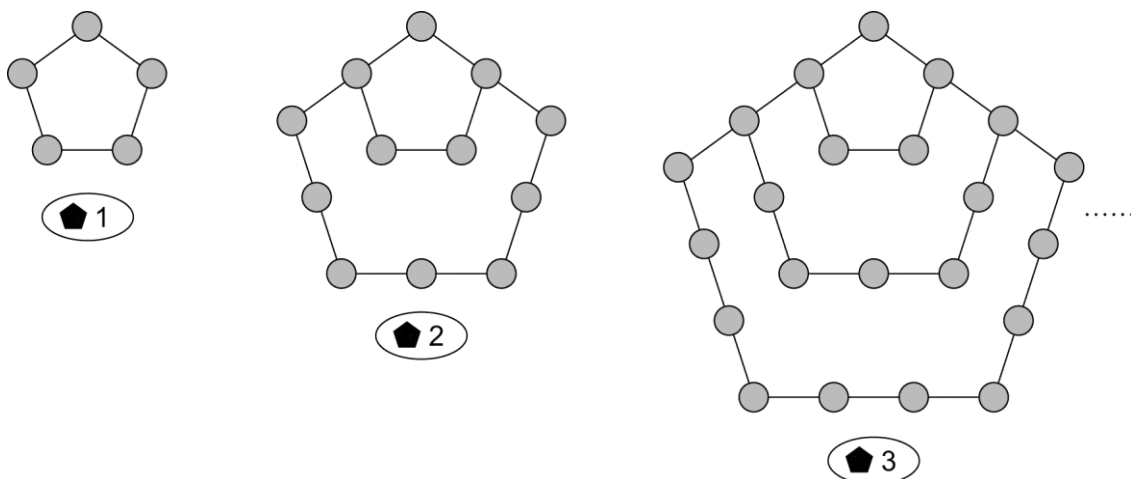
$$\begin{aligned}
 & ((\blacksquare 4) \text{ の玉の数}) \\
 &= ((\blacktriangle \boxed{\text{ウ}}) \text{ の玉の数}) + ((\blacktriangle \boxed{\text{エ}}) \text{ の玉の数}) \\
 &= (1+2+3+4+5) + (1+2+3+4)
 \end{aligned}$$

が成り立っていて、自然数の和の組合せで求めることができる。

問4 最後に図5のように五角形を次々に作っていく。(● 1) の形には玉が 5 個、(● 2) の形には玉が 12 個並んでいる。

(● 10) の形には玉が何個並ぶか、区切り方を工夫して求めなさい。

図5



解答欄

問1	個			
問2	個			
問3	ア		イ	
	ウ		エ	
問4	個			

解答

問1 15 個

問2 66 個

問3

ア 3

イ 2

ウ 4

エ 3

問4 176 個

解説

問1

1 番下には 5 個の玉が並ぶので $1+2+3+4+5=15$ 個

問2

もっとも下の段にある玉の数は($\blacktriangle 10$)のとき $10+1$ となるので $1+2+\cdots+10+11=66$ 個

問3

図1から($\blacktriangle 3$)の玉の数)+($\blacktriangle 2$)の玉の数)となる。

よってアには 3, イには 2 が入る。

同様にしてウには 4, エには 3 が入る。

問4

五角形の右下の斜めの線にそって玉を分けて考えると

($\blacklozenge n$)には玉が $1+2+\cdots+n+(n+1)^2$ 個並ぶ。

($\blacklozenge 10$)では $1+2+\cdots+10+11^2=176$ 個