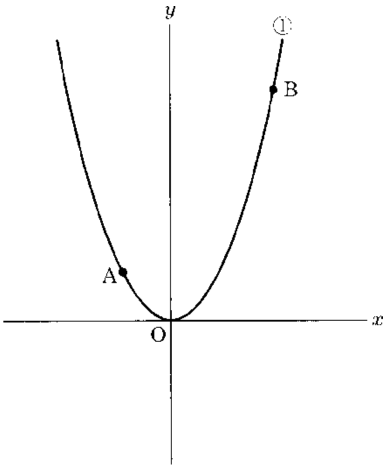
4．二次関数と図形関連の複合問題　2005 年度出題

【問 1】

図のように，関数 $y=ax^2$（a は正の定数）…①のグラフ上に点 A，B があります。点 A の x 座標は -2，点 B の x 座標は 6 とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。

（北海道　2005 年度）



問1．①について，x の変域が $0 \leqq x \leqq 3$ のとき，y の変域が $0 \leqq y \leqq 27$ となります。このとき，定数 a の値を求めなさい。

問2．$a=1$とします。2点 A，B を通る直線が x 軸と交わる点を P，y 軸と交わる点を Q とするとき，線分 PA と線分 AQ の長さの比を，もっとも簡単な整数の比で求めなさい。

問3．$a=\frac{1}{2}$ で，①のグラフ上に△AOB と△ARB の面積が等しくなるように点 R をとります。このとき，点 R の座標を求めなさい。ただし，点 R の x 座標は $0<x<6$ とします。

解答欄

問1	$a=$
問2	PA:AQ　＝　　　：
問3	計算 答　R(　　　，　　　)

解答

問1. $a=3$

問2. PA:AQ＝1:2

問3.

底辺が同じで高さが等しいとき，三角形の面積は等しくなるので，

原点を通って，2点A, Bを通る直線に平行な直線の式は　$y=2x$　…①

点Rは①と放物線との交点だから，$\frac{1}{2}x^2=2x$　…②

を解いて，$x=0,\ 4$

$0<x<6$ より，$x=4$　…③

①に代入して　$y=8$

答　R(4, 8)

解説

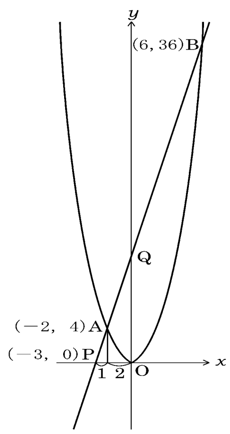
問1. $x=3$ のとき $y=27$ となることがわかるので，$27=9a$　よって，$a=3$

問2. $a=1$ のとき A$(-2,\ 4)$，B$(6,\ 36)$であるから，

直線ABの方程式は $4=-2a+b$，$36=6a+b$ を解いて

$a=4$，$b=12$ であるから，$y=4x+12$

したがって，点 P$(-3,\ 0)$であり，図より PA:AQ＝1:2



問3. 底辺が同じで高さが等しいとき，三角形の面積が等しくなるので，原点を通って，2 点 A, B を通る直線に平行な直線の式は $y=2x$…①点 R は①と放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ との交点だから，$\frac{1}{2}x^2=2x$…②

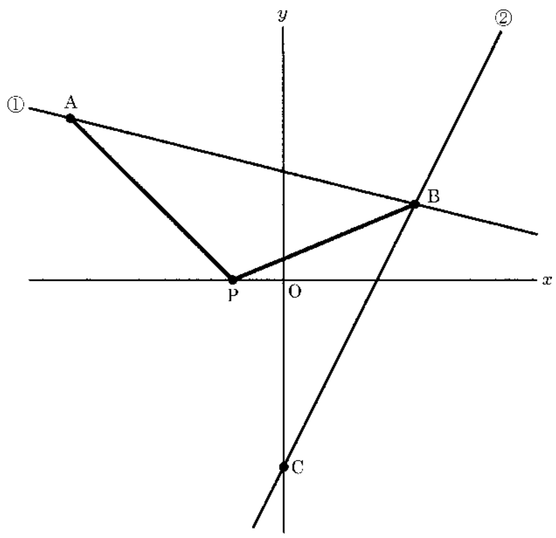
②を解いて，$x=0,\ 4$　$0<x<6$ より，$x=4$

①　に代入して，$y=8$　したがって，R(4, 8)である。

【問 2】

図で，直線①は2点 A(－4，3)，B(2，1)を通る。直線②は傾きが正で，点 B と y 軸上の点 C を通る。点 P は x 軸上の点である。次の⑴～⑷に答えなさい。ただし，座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

(青森県 2005 年度)



⑴ 点 B と原点について対称な点の座標を求めなさい。

⑵ 直線①の傾きを求めなさい。

⑶ AB＝BC となるときの直線②の式を求めなさい。

⑷ AP＋PB の長さが最も短くなるときの点 P の座標を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	

解答

(1) (－2，－1)　(2) $-\dfrac{1}{3}$　(3) $y=3x-5$　(4) $\left(\dfrac{1}{2}，0\right)$

解説

⑴ 座標平面において点$(a，b)$と原点対称な点は，$(-a，-b)$である。

⑵ (直線の傾き)＝$\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}$であるので，$\dfrac{1-3}{2-(-4)}=-\dfrac{1}{3}$

⑶ 点 C は y 軸上の点であるので，$(0，y)$のようにおくことができる。AB＝$\sqrt{\{2-(-4)\}^2+(1-3)^2}=\sqrt{40}$ であるので，$\sqrt{(2-0)^2+(1-y)^2}=\sqrt{40}$ が成り立つ。これより $y=-5$ である。よって，$y=ax-5$ に B(2，1)を代入して $a=3$

⑷ 点 B の x 軸対称の点を B′ (2，－1)とすると，AP＋PB の長さが最短になるのは点 A，P，B′ が一直線上にあるときである。点 P は直線 AB′ の x 軸との交点である。直線 AB′ の方程式は $3=-4a+b$，$-1=2a+b$ より，$a=-\dfrac{2}{3}$，$b=\dfrac{1}{3}$となり，$y=-\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}$であるから，$y=0$ を代入して点 P$\left(\dfrac{1}{2}，0\right)$である。

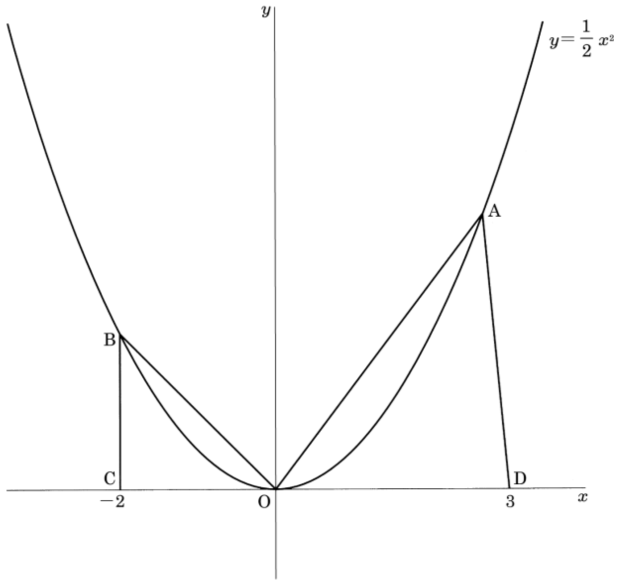
【問 3】

図のように，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に2点 A，B があり，
x 軸上に2点 C，D があります。点 A の x 座標は正で，3点 B，C，D の x 座標はそれぞれ -2，-2，3 です。 点 A の x 座標を a とするとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（岩手県 2005 年度）

⑴ △OBC の面積を求めなさい。ただし，座標の1目もりを 1 cm とします。

⑵ △OBC と△OAD の面積の比が 3：10 のとき，a の値を求めなさい。



解答欄

(1)	cm^2
(2)	$a=$

解答

(1) $2\mathrm{cm}^2$　　(2) $a=\frac{4\sqrt{5}}{3}$

解説

⑴ B$(-2,\ 2)$であるから，$\frac{1}{2}\times2\times2=2\mathrm{cm}^2$

⑵ ⑴より 2：△OAD＝3：10 であるから△OAD＝$\frac{20}{3}\mathrm{cm}^2$

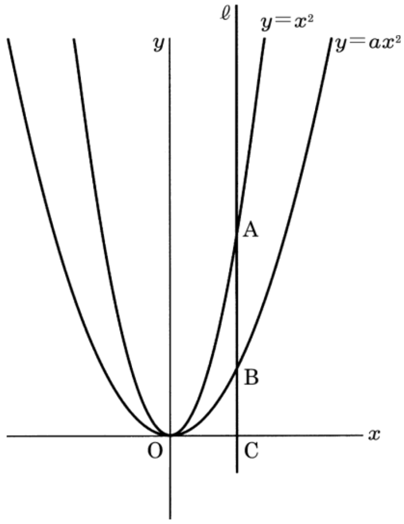
△OAD の高さは点 A の y 座標であるので $\frac{1}{2}\times3\times\frac{a^2}{2}=\frac{20}{3}$　これを解くと $a=\frac{4\sqrt{5}}{3}$

【問 4】

a を正の数とします。図のように，y 軸に平行な直線 ℓ が，関数 $y=x^2$ のグラフ，関数 $y=ax^2$ のグラフ，x 軸と交わる点をそれぞれ A，B，C とします。

AB＝2BC のとき，a の値を求めなさい。

（宮城県　2005 年度）



解答欄

解答

$\frac{1}{3}$

解説

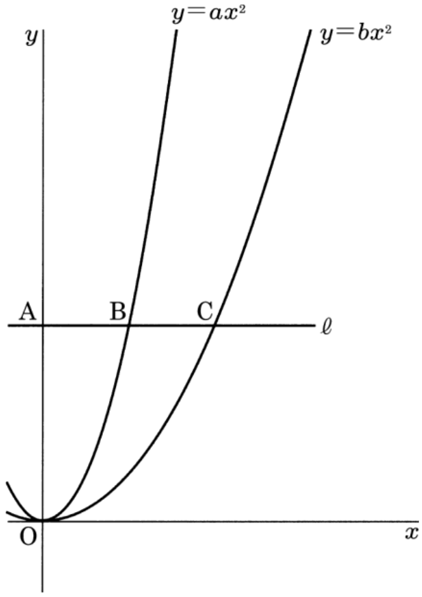
C の x 座標を b とすると，$(b^2-ab^2):ab^2=2:1$　　$(1-a):a=2:1$ これを解いて，$a=\frac{1}{3}$

【問 5】

a と b を正の数とします。図のように，x 軸に平行な直線 ℓ が，y 軸，関数 $y=ax^2$ のグラフ，関数 $y=bx^2$ のグラフと交わる点をそれぞれ A，B，C とします。

AB＝BC のとき，a と b の比を求めなさい。ただし，点 B と点 C の x 座標はともに正の数とします。

（宮城県 2005 年度）



解答欄

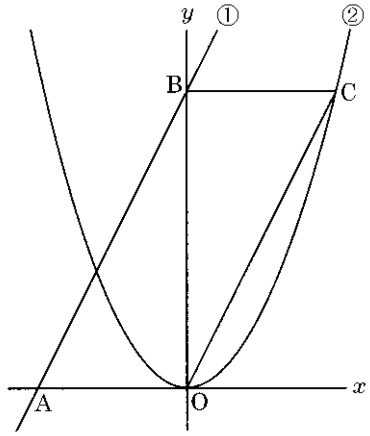
A ： b ＝ ：

解答
4:1
解説
点 B の x 座標を p とすると，点 C の x 座標は $2p$。点 B，点 C の y 座標は等しいから $ap^2=b(2p)^2$ $a=4b$ よって，$a:b=4:1$

【問 6】

図で，①は1次関数 $y=2x+12$ のグラフ，②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。①と x 軸，y 軸との交点を，それぞれ A，B とする。②上に点 C をとり，平行四辺形 BAOC をつくることができるとき，a の値を求めなさい。

（山形県 2005 年度）



解答欄

解答

$\frac{1}{3}$

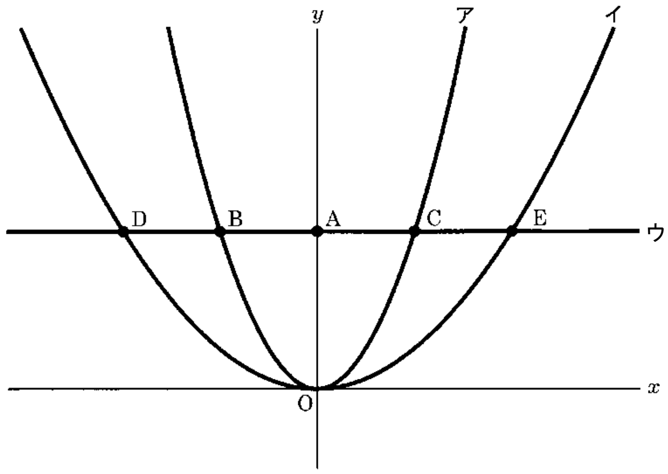
解説

A の座標は$(-6,\ 0)$であり四角形 BAOC は平行四辺形であるから AO＝BC であり，B の y 座標と C の y 座標は等しいから，C$(6,\ 12)$となる。$12=36a$ より，$a=\frac{1}{3}$

【問 7】

図において，曲線アは関数 $y=x^2$ のグラフであり，曲線イは関数 $y=ax^2$ のグラフである。直線ウは，y 軸上の y 座標が正である点 A を通り，x 軸に平行な直線である。曲線アと直線ウとの２つの交点を x 座標が小さい方から順に B，C とする。曲線イと直線ウとの２つの交点を x 座標が小さい方から順に D，E とする。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。
ただし，$a>0$ で，O は原点，座標の目盛りの単位は cm とする。



（茨城県 2005 年度）

(1) 点 A の y 座標が 2 のとき，△OCB の面積を求めなさい。

(2) DE＝2BC のとき，a の値を求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	$a=$

解答

(1) $2\sqrt{2}$ cm^2　　(2) $a=\frac{1}{4}$

解説

(1) $y=x^2$ において，$y=2$ のとき，$2=x^2$ より，$x=\pm\sqrt{2}$　よって，B($-\sqrt{2}$，2)，C($\sqrt{2}$，2)　CB$=2\sqrt{2}$ だから，
△OCB$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times 2=2\sqrt{2}$ cm^2

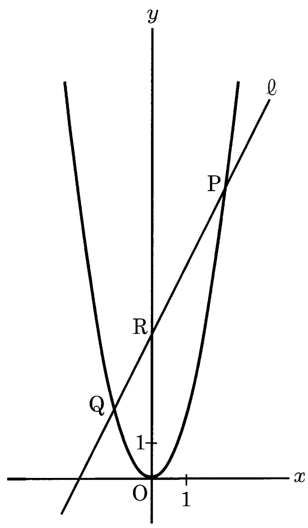
(2) DE＝2BC のとき，AE＝2AC となるから，点 C の x 座標を c とすると，点 E の x 座標は $2c$ と表せる。このとき，点 C の y 座標は c^2，点 E の y 座標は $a\times(2c)^2=4ac^2$ と表せるので，$c^2=4ac^2$ より，$a=\frac{1}{4}$

【問 8】

図で，点 P，Q は関数 $y=ax^2$ のグラフと直線ℓ との交点である。点 R は直線ℓ と y 軸との交点であり，y 軸の正の部分で交わっている。

P(2，8)であり，三角形 OPR と三角形 OQR との面積の比は 2:1 である。座標軸の一目盛りを 1 cm として，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

（群馬県　2005 年度）



(1) a の値を求めなさい。

(2) この関数について，x の値が－1 から 2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3) 三角形 OPQ の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	cm²

解答

(1) $a=2$　　(2) 2　　(3) 6 cm²

解説

(1) 点 P(2，8)は，$y=ax^2$ 上の点だから，$x=2$，$y=8$ を代入して，$8=a\times 2^2$

$8=4a$　　$a=2$

(2) 変化の割合＝$\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$である。

x の増加量は，$2-(-1)=3$　　y の増加量は，$2\times 2^2-2\times(-1)^2=8-2=6$

よって，変化の割合は，$\dfrac{6}{3}=2$

(3) 三角形 OPR と三角形 OQR の底辺を OR とすると，面積比が 2:1 だから，点 P と点 Q の x 座標の絶対値の比も 2:1 である。よって，点 Q の座標は(－1，2)

したがって，直線 PQ の式は $y=2x+4$ となり，点 R の座標は(0，4)である。よって，三角形 OPR の面積が $4\times 2\div 2=4\text{cm}^2$，三角形 OQR の面積は $4\times 1\div 2=2\text{cm}^2$ となり，求める面積は $4+2=6\text{cm}^2$

【問 9】

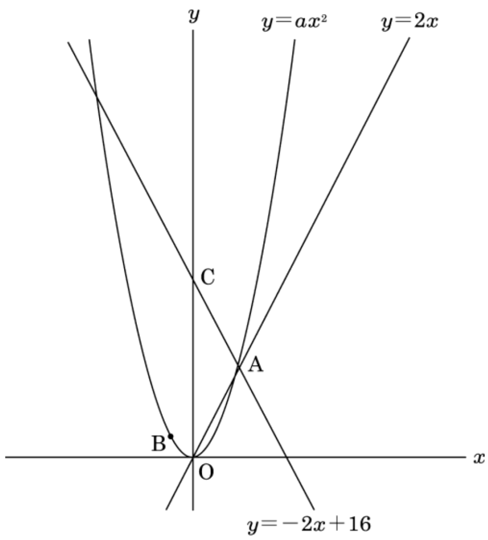
図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点 A，B がある。点 A は2つの関数 $y=-2x+16$ と $y=2x$ のグラフが交わる点であり，点 B は x 座標が -2 である。

また，関数 $y=-2x+16$ のグラフと y 軸が交わる点を C とする。このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（千葉県 2005 年度）

(1) a の値を求めなさい。

(2) 関数 $y=2x$ のグラフ上に点 P をとり，△BAC と△BAP の面積が等しくなるとき，点 P の座標を求めなさい。ただし，点 P の x 座標は点 A の x 座標より大きいものとする。



解答欄

(1)	$a=$
(2)	（　　　，　　　）

解答

(1) $a=\dfrac{1}{2}$　　(2)（16，32）

解説

(1) $y=-2x+16$ と $y=2x$ の交点の座標を求めると，$-2x+16=2x$ より，$4x=16$

$x=4$　$y=2\times4=8$　よって，A(4，8)　$y=ax^2$ が点(4，8)を通ることから，$8=a\times4^2$　$16a=8$ より，$a=\dfrac{1}{2}$

(2) △BAC と△BAP は辺 BA が共通な三角形で面積が等しいので，BA を底辺としたときの高さは等しく，CP // BA となる。

$y=\dfrac{1}{2}x^2$ において，$x=-2$ のとき，$y=\dfrac{1}{2}\times(-2)^2=2$ だから，B(−2，2)

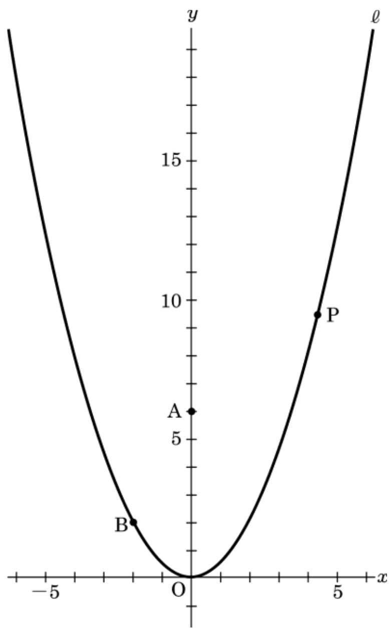
よって，直線 AB の傾きは $\dfrac{8-2}{4-(-2)}=1$ であり，直線 CP の傾きも 1 である。

また，C(0，16)より，直線 CP の式は，$y=x+16$　これと $y=2x$ との交点の座標を求めると $x+16=2x$ より $x=16$　$y=2\times16=32$ したがって P(16，32)である。

【問 10】

図で，点 O は原点，点 A の座標は$(0,\ 6)$であり，曲線ℓ は関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフを表している。点 B は曲線ℓ 上にあり，x 座標は-2 である。 曲線ℓ 上にある点を P とする。座標軸の1目盛りを 1 cm として，次の各問に答えよ。

（東京都 2005 年度）



問1．点 P が点 B と一致するとき，2点 A，P を通る直線の式を求めよ。

問2．点 P の x 座標を a，y 座標を b とする。a のとる値の範囲が$-2\leqq a\leqq 6$ のとき，b のとる値の範囲を不等号を使って表せ。

$\boxed{}\leqq b\leqq\boxed{}$

問3．点 P の x 座標が 6 より小さい正の数であるとき，点 O と点 B，点 B と点 A，点 O と点 P，点 A と点 P をそれぞれ結んでできる四角形 OPAB を考える。

四角形 OPAB の面積が 18 cm^2 のとき，点 P の座標を求めよ。

解答欄

問1	$y=$
問2	$\leqq b\leqq$
問3	(　　　,　　　)

解答

問1．$y=2x+6$　　　問2．$0\leqq b\leqq 18$　　　問3．$(4,\ 8)$

解説

問1．$y=\frac{1}{2}x^2$ において，$x=-2$ のとき $y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$　よって B$(-2,\ 2)$

点 A を通る直線の切片は 6 だから，直線 AP の式を $y=ax+6$ とおくと，これが点 P$(-2,\ 2)$を通ることから，

$2=-2a+6$　$2a=4$　$a=2$　よって $y=2x+6$

問2．a の変域に 0 を含むので，b の最小値は，$a=0$ のときで，$b=0$

最大値は，$a=6$ のときで，$b=\frac{1}{2}\times 6^2=18$　よって，$0\leqq b\leqq 18$ である。

問3．点 P の x 座標を p $(0<p<6)$とすると(四角形 OPAB)$=\triangle$OPA$+\triangle$OBA$=\frac{1}{2}\times 6\times p+\frac{1}{2}\times 6\times 2=3p+6$

$3p+6=18$ より，$p=4$　$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入して，$y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$　よって，P$(4,\ 8)$である。

【問 11】

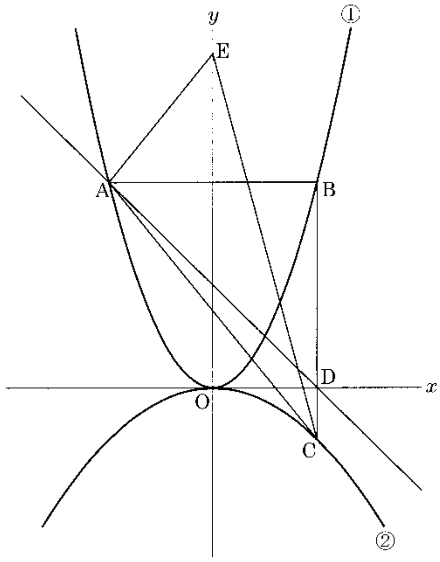
図において，曲線①は関数 $y=x^2$ のグラフであり，曲線②は関数 $y=ax^2$ のグラフである。ただし，$a<0$ とする。

2点 A，B はともに曲線①上の点で，点 A の x 座標は -2 であり，線分 AB は x 軸に平行である。

また，点 C は曲線②上の点で，線分 BC は y 軸に平行である。点 D は線分 BC と x 軸との交点であり，BD:DC＝4:1 である。

原点を O とするとき，次の問いに答えなさい。

（神奈川県 2005 年度）



(ア) 曲線②の式 $y=ax^2$ の a の値を求めなさい。

(イ) 直線 AD の式を求め，$y=mx+n$ の形で答えなさい。

(ウ) 点 E は y 軸上の点で，その y 座標は正である。三角形 ABC と三角形 AEC の面積が等しくなるとき，点 E の座標を求めなさい。

解答欄

(ア)	$a=$
(イ)	$y=$
(ウ)	E(　　　,　　　)

解答

(ア) $a=-\frac{1}{4}$　　(イ) $y=-x+2$　　(ウ) E$(0,\ \frac{13}{2})$

解説

(ア) 点 A は曲線:$y=x^2$ 上の点だから $x=-2$ を $y=x^2$ に代入して，$y=(-2)^2=4$ よって，A$(-2,\ 4)$また，線分 AB は x 軸に平行だから，点 B の座標は$(2,\ 4)$ 線分 BC は y 軸に平行で，BD:DC＝4:1 だから，点 C の座標は$(2,\ -1)$　点 C は $y=ax^2$ 上の点だから，$-1=a\times(2)^2=4a$　$a=-\frac{1}{4}$

(イ) 線分 BC は y 軸に平行だから，点 D の座標は$(2,\ 0)$ また，直線 AD は点 A$(-2,\ 4)$を通るので，点 A と点 D の座標を $y=mx+n$ に代入して，$m=-1$，$n=2$　よって，直線の式は，$y=-x+2$ である。

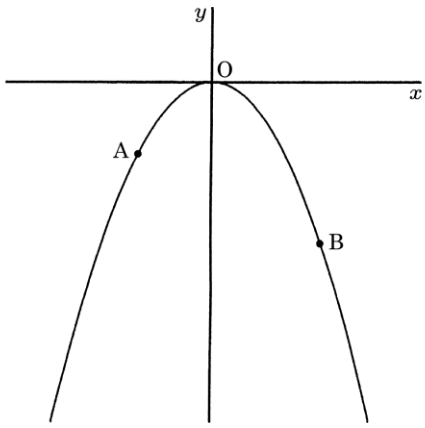
(ウ) 三角形 ABC と三角形 AEC の底辺を，AC とおくと，点 E が直線 AC に平行で，点 B を通る直線上にあれば，2つの三角形の面積は等しい。よって直線 AC の式は，点 A と点 C の座標より $y=-\frac{5}{4}x+\frac{3}{2}$ よって直線 BE の式を $y=-\frac{5}{4}x+b$ とすると，点 B を通るので，$4=-\frac{5}{4}\times2+b$　$b=\frac{13}{2}$ したがって点 E の座標は$(0,\ \frac{13}{2})$

【問 12】

図のように，関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ のグラフ上に2点 A，B があり，それぞれの x 座標は -2，3 である。

このとき，次の⑴～⑶に答えなさい。

（石川県 2005 年度）



⑴ 関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 4$ のときの y の変域を求めなさい。

⑵ 原点を通り，2点 A，B を通る直線に平行な直線の式を求めなさい。なお，途中の計算も書くこと。

⑶ 線分 AB と y 軸の交点を E とするとき，△OAB の面積は△OAE の面積の何倍になるか，求めなさい。

解答欄

(1)	$\leqq y \leqq$
(2)	計算 答
(3)	倍

解答

(1) $-8 \leqq y \leqq 0$　　(2) $y=-\dfrac{1}{2}$　　(3) $\dfrac{5}{2}$

解説

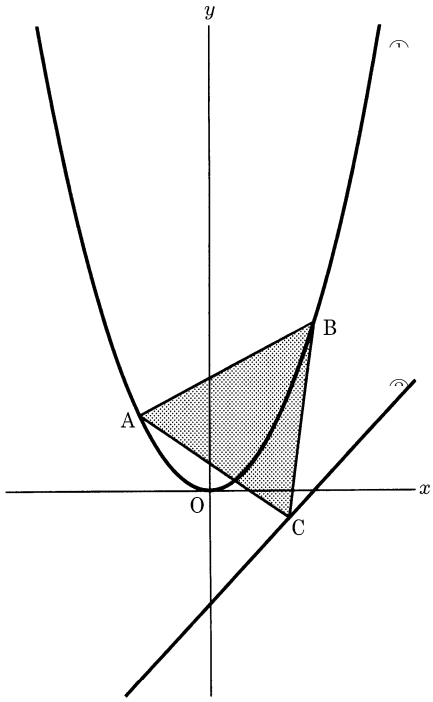
⑴ 条件から，y の変域が最大になるのは $x=0$ のときで $y=0$
最小になるのは $x=4$ のときで，$y=-8$　よって，$-8 \leqq y \leqq 0$
⑵ 点 A の y 座標は，関数の x に -2 を代入することで求められるから，$y=-2$
したがって点 A の座標は$(-2,\ -2)$同様にして，点 B の y 座標を求めると $y=-\dfrac{9}{2}$
したがって，点 B の座標は$\left(3,\ -\dfrac{9}{2}\right)$　A，B を通る直線を $y=ax+b$ とすると，
$-2=-2a+b$…①　$-\dfrac{9}{2}=3a+b$…②
①より $b=2a-2$，②に代入して，$-\dfrac{9}{2}=3a+2a-2$　$5a=-\dfrac{5}{2}$ から，$a=-\dfrac{1}{2}$　①より $b=-3$，よって AB を通る直線は $y=-\dfrac{x}{2}-3$　求める直線は傾き，$-\dfrac{1}{2}$ で原点を通るので，$y=-\dfrac{x}{2}$
⑶ ⑵より E の y 座標は，$x=0$ を代入して $y=-3$ から，E の座標は$(0,\ -3)$
$\triangle$OAE の面積は，$3\times2\div2=3$　$\triangle$OAB の面積は，$3\times2\div2+3\times3\div2=\dfrac{15}{2}$
よって，$\triangle$OAB は，$\triangle$OAE の $\dfrac{5}{2}$ 倍になる。

【問 13】

図において，①は関数 $y=ax^2$ のグラフであり，②は1次関数 $y=x-4$ のグラフである。点 A，B は①上の点であり，点 C は②上の点である。ただし，$a>0$ とする。

このとき，次の1，2に答えなさい。

（山梨県 2005 年度）



1．点 A の座標が $(-2,\ 2)$ のとき，次の(1)，(2)に答えなさい。

(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 B の x 座標が 2 で点 C が②と y 軸との交点にあるとき，△ABC の面積を求めなさい。

2．点 A の x 座標を -3，点 B の x 座標を 6 とする。点 C が②上のどこにあっても△ABC の面積が変わらないとき，関数 $y=ax^2$ について，x が -3 から 6 まで増加するときの変化の割合を書きなさい。また，そのときの a の値を求めなさい。

解答欄

1	(1)	$a=$	(2)	
2	変化の割合		$a=$	

解答

1．(1) $a=\frac{1}{2}$　　(2) 12　　2．変化の割合 1，　$a=\frac{1}{3}$

解説

1．(1) $y=ax^2$ に $x=-2$，$y=2$ を代入して，$2=a\times(-2)^2$　$4a=2$　$a=\frac{1}{2}$

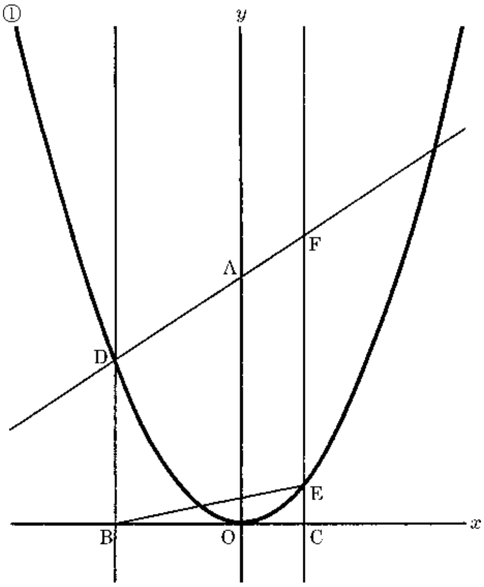
(2) 点 A$(-2,\ 2)$，点 B$(2,\ 2)$，点 C$(0,\ -4)$となるから，△ABC は AB＝4，底辺 AB に対して高さが 6 となる。よって，△ABC の面積は，$\frac{1}{2}\times4\times6=12$

2．点 C が②上のどこにあっても△ABC の面積は変わらないので，直線 AB と②のグラフの傾きは同じである。よって，点 A$(-3,\ 9a)$，点 B$(6,\ 36a)$から，$\frac{36a-9a}{6-(-3)}=1$　$3a=1$　$a=\frac{1}{3}$　また，$y=\frac{1}{3}x^2$ について，x が -3 から 6 まで増加するときの変化の割合は $\frac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\left\{\frac{1}{3}\times6^2-\frac{1}{3}\times(-3)^2\right\}\div\{6-(-3)\}=9\div9=1$

【問 14】

図において，①は関数 $y=ax^2\,(a>0)$ のグラフであり，点 A の座標は(0, 4)である。また，x 軸上の2点 B，C の座標は，それぞれ(−2, 0)，(1, 0)である。このとき，次の⑴，⑵の問いに答えなさい。

（静岡県 2005 年度）



⑴ x 座標が 3 である放物線①上の点から，y 軸に垂線をひく。その延長が再び放物線①と交わる点の座標を，a を用いて表しなさい。

⑵ 点 B を通り y 軸に平行な直線と，放物線①との交点を D，点 C を通り y 軸に平行な直線と，放物線①との交点を E とする。また，直線 DA と直線 CE との交点を F とする。四角形 DBEF が平行四辺形となるときの，a の値と点 F の座標を求めなさい。
求める過程も書きなさい。

解答欄

(1)	(　　　　,　　　　)
(2)	求める過程 答　$a=$　　　　, F(　　　　,　　　　)

解答

(1) $(-3,\ 9a)$　　(2) 求める過程は解説欄参照　a の値 $\frac{6}{7}$　　点 F の座標$(1,\ \frac{30}{7})$

解説

⑴ 関数 $y=ax^2$ は y 軸について対称であるから，求める座標は$(-3,\ 9a)$

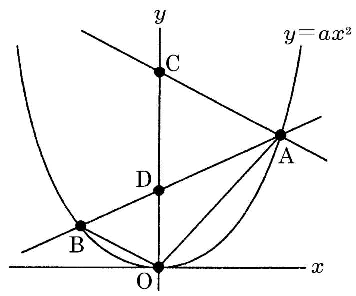
⑵ D$(-2,\ 4a)$であるので四角形 DBEF が平行四辺形となるのは BD∥EF であるので BE∥DF となるときである。すなわち BE と DF の傾きが等しいときであるから，F$(1,\ b)$とおくと，$\frac{a}{3}=\frac{b-4a}{3}$　直線 DF は点 A を通るので $\frac{4-4a}{2}=\frac{a}{3}$ が成り立つことから，$a=\frac{6}{7}$　　これより $b=\frac{30}{7}$

【問 15】

図で，O は原点，A，B は関数 $y=ax^2$（a は定数）のグラフ上の点，C は y 軸上の点で，その y 座標は正，D は直線 AB と y 軸との交点である。

A の座標は（4，5），B の x 座標は－2 であり，△ABO の面積と△CDA の面積が等しいとき，次の①，②の問いに答えよ。

（愛知県　2005 年度　A）



①　a の値を求めよ。

②　点 C の座標を求めよ。

解答欄

①	$a=$
②	（　　　，　　　）

解答

①　$a=\frac{5}{16}$　　　②（0，$\frac{25}{4}$）

解説

①　$y=ax^2$ が点 A(4，5)を通るのだから $y=ax^2$ に $x=4$，$y=5$ を代入して，$5=16a$　　$a=\frac{5}{16}$

②　①より a の値がわかったので，$x=-2$ を代入すると $y=\frac{5}{16}\times(-2)^2=\frac{5}{4}$ ゆえに，B(-2，$\frac{5}{4}$)　また，直線 AB を $y=mx+n$ とおく。

2点 A，B の座標を代入して，$5=4m+n$…①，$\frac{5}{4}=-2m+n$…②

①，②を連立方程式を利用して解くと，$m=\frac{5}{8}$，$n=\frac{5}{2}$　　したがって，D(0，$\frac{5}{2}$)

$△ABO=△BOD+△AOD=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times2+\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times4=\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times(2+4)=\frac{15}{2}$

これと△CDA の面積が等しいのだから，$△CDA=\frac{1}{2}\times4\times CD=\frac{15}{2}$　　$CD=\frac{15}{4}$

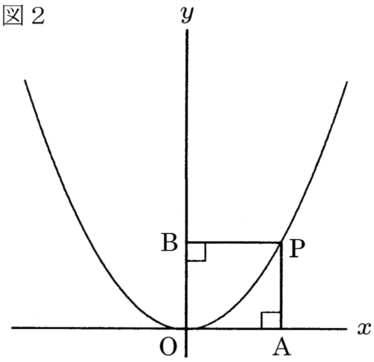
よって，C(0，$\frac{15}{4}+\frac{5}{2}$)　すなわち(0，$\frac{25}{4}$)

【問 16】

図2のように，関数 $y=2x^2$ のグラフ上の点 P から x 軸，y 軸に垂直な直線をひき，それぞれの軸と交わる点を A，B とする。原点を O として，四角形 OAPB が正方形になるときの点 P の座標を求めなさい。ただし，点 P の x 座標は正とする。

（滋賀県 2005 年度）

図 2



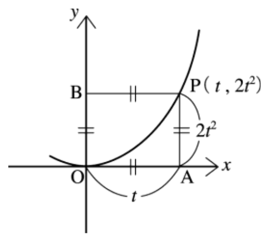
解答欄

解答

$\left(\frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$

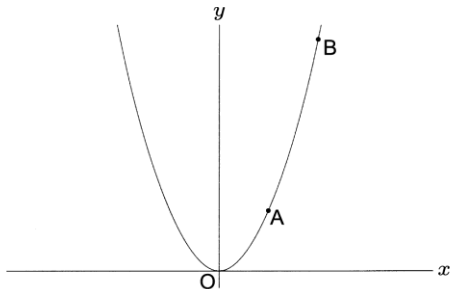
解説

点 P の x 座標を t とおくと，$P(t,\ 2t^2)$と表すことができる。
四角形 OAPB が正方形となるときは $2t^2=t$ が成り立つので，
$2t^2-t=t(2t-1)=0$ であり，$t\neq0$ であるから，$t=\frac{1}{2}$



【問 17】

図のように，関数 $y=x^2$ のグラフ上に2点 A(2, 4)，B(4, 16) がある。このとき，次の問い(1)(2)に答えよ。



（京都府 2005 年度）

(1) 原点 O と点 A を通る直線の傾きを求めよ。また，この直線と平行で，点 B を通る直線の式を求めよ。

(2) x 軸上に，2点 C，D をとり，△OAB＝△OAC，△OAB＝△OAD となるとき，点 C，点 D の座標をそれぞれ求めよ。ただし，点 C の x 座標は点 D の x 座標より小さいものとする。

解答欄

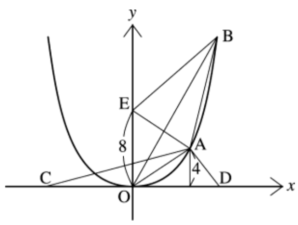
(1)	傾き	直線の式 $y=$
(2)	C（　　　，　　　）	D（　　　，　　　）

解答

(1) 傾き2，　直線の式 $y=2x+8$　　　(2) C(−4, 0)，D(4, 0)

解説

(1)　OA の傾きは $\dfrac{(y\text{の増加量})}{(x\text{の増加量})}=\dfrac{4}{2}=2$ である。したがって，求める直線は原点 O と点 A を通る直線と平行であるので傾きが同じであるから，$y=2x+b$ とおき，これに $x=4$，$y=16$ を代入すると，$b=8$



(2)　(1)で求めた直線の y 切片は E(0, 8) である。

△OAB の面積は OA∥EB であるから，△OAE と等しい。よって，△OAB＝8×2÷2＝8 したがって，OC＝OD＝4 である。

【問 18】

図のような，3つの関数

$y=2x^2$…①

$y=x^2$…②

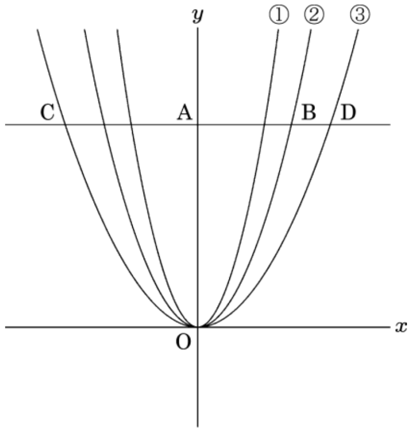
$y=ax^2(0<a<1)$…③

のグラフがある。

点 A(0, 4)を通り，x 軸に平行な直線と，②との交点のうち，x 座標が正の数である点を B とする。また，この直線と③との交点を C，D とする。

次の問1～問4に答えなさい。

（和歌山県 2005 年度）



問1．関数 $y=2x^2$ について，x の値が1から3まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問2．関数①，②，③に共通している特徴として，どのようなことがありますか。次の例⑴，⑵以外の特徴を2つかきなさい。

例

⑴ グラフは，原点を通る。

⑵ y の値は，$x=0$ のとき最小になる。

問3．BD＝2 になるとき，a の値を求めなさい。

問4．△OCD が正三角形になるとき，a の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	
問3	$a=$
問4	$a=$

解答

問1．8

問2．

グラフは，上に開いている。

x の値が増加していくと，y の値は，$x \leqq 0$ の範囲で減少し，$x \geqq 0$ の範囲で増加する。

問3．$a=\frac{1}{4}$　　　問4．$a=\frac{3}{4}$

解説

問1．x の増加量は　$3-1=2$　　y の増加量は　$2\times 3^2-2\times 1^2=16$ よって，変化の割合は　$\frac{16}{2}=8$

問2．グラフは上に開いている。x の値が増加していくと，y の値は，$x \leqq 0$ の範囲で減少し，$x \geqq 0$ の範囲で増加する。

問3．点 B は関数 $y=x^2$ のグラフと $y=4$ のグラフとの交点のうち x 座標が正の数である点だから，B の x 座標は $x^2=4$ より $x=2$ となり　B(2，4)したがって，BD＝2 となるとき，D(4，4)

点 D は関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点だから $4=a\times 4^2$　$4=16a$ よって　$a=\frac{1}{4}$

問4．△OCD が正三角形のとき，△OAD は∠OAD＝90°，∠ODA＝60°の直角三角形だから OA：AD＝$\sqrt{3}$ ：1 より　$\mathrm{AD}=\frac{1}{\sqrt{3}}\mathrm{OA}=\frac{1}{\sqrt{3}}\times 4=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ よって　$\mathrm{D}\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}, 4\right)$

点 D は関数 $y=ax^2$ のグラフ上の点だから

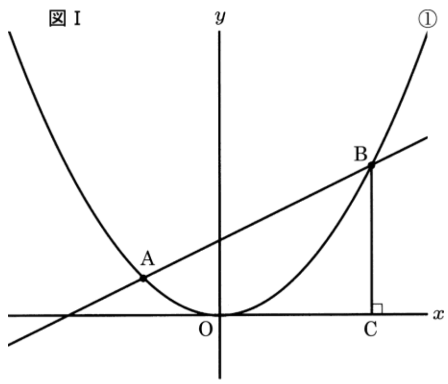
$4=a\times\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2$　$4=a\times\frac{16}{3}$ よって　$a=\frac{3}{4}$

【問 19】

図 I の①は，関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフである。点 A， B は，①上の点で，
x 座標がそれぞれ－1，2 である。また，点 B から x 軸に垂線 BC をひく。

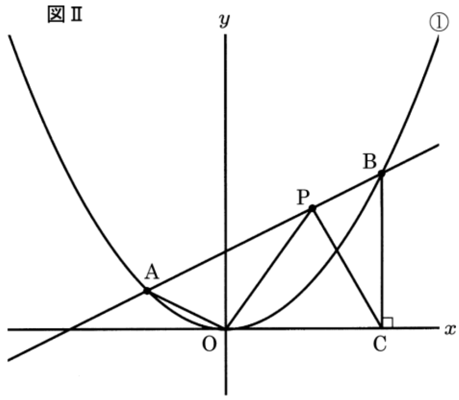
このとき，次の各問いに答えなさい。

（鳥取県 2005 年度）



問 1. 関数 $y=\frac{1}{2}x^2$ について，x の変域が $-1 \leqq x \leqq 2$ のときの y の変域を求めなさい。

問2. 2点 A, B を通る直線の式を求めなさい。



問3. 図 II のように，線分 AB 上を動く点を P とする。ただし，点 P は x 座標が 0 から 2 までの範囲で動くものとする。

(1) 点 P の x 座標を t として，△OAP と△BCP の面積を，それぞれ t を用いて表しなさい。

(2) △OAP の面積が，△BCP の面積の2倍となるとき，点 P の座標を求めなさい。

解答欄

問1	$\leqq y \leqq$		
問2	$y=$		
問3	(1)	△OAP＝	△BCP＝
	(2)	P（　　　，　　　）	

解答

問1．$0 \leqq y \leqq 2$　　問2．$y=\frac{1}{2}x+1$

問3．(1) $\triangle$OAP$=\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}$　または，$\frac{1}{2}(t+1)$　　$\triangle$BCP$=-t+2$

(2) P$(\frac{7}{5}, \frac{17}{10})$

解説

問1．$x=0$ のとき，y は最小値 0，$x=2$ のとき，y は最大値 $y=\frac{1}{2}x^2=\frac{1}{2}\times 2^2=2$ よって，$0 \leqq y \leqq 2$

問2．点 A，B は①上の点なので点 A の座標は A$(-1, \frac{1}{2})$，点 B の座標は B(2，2)である。よって，求める直線の式は，$y=ax+b$ に点 A，B の座標をそれぞれ代入すると，$y=\frac{1}{2}x+1$

問3．⑴ 直線とy 軸の交点をQとおくと，問2より，Qの座標はQ(0，1)である。
$\triangle$OAPを$\triangle$OAQと$\triangle$OPQに分けて考えると，底辺が同じOPで高さはそれぞれのx座標の絶対値に等しい。よって$\triangle$OAP$=\triangle$OAQ$+\triangle$OPQ$=1\times 1\div 2+1\times t\div 2=\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}$ ($\frac{1}{2}(t+1)$)　$\triangle$BCPはBCを底辺とおくと，BCのy座標が底辺，点Bと点Pのx座標の差$2-t$が高さになる。よって，$\triangle$BCP$=2\times(2-t)\div 2=2-t$

⑵ ⑴より，$\frac{t}{2}+\frac{1}{2}=2(2-t)$　$t+1=4(2-t)$　$t=\frac{7}{5}$

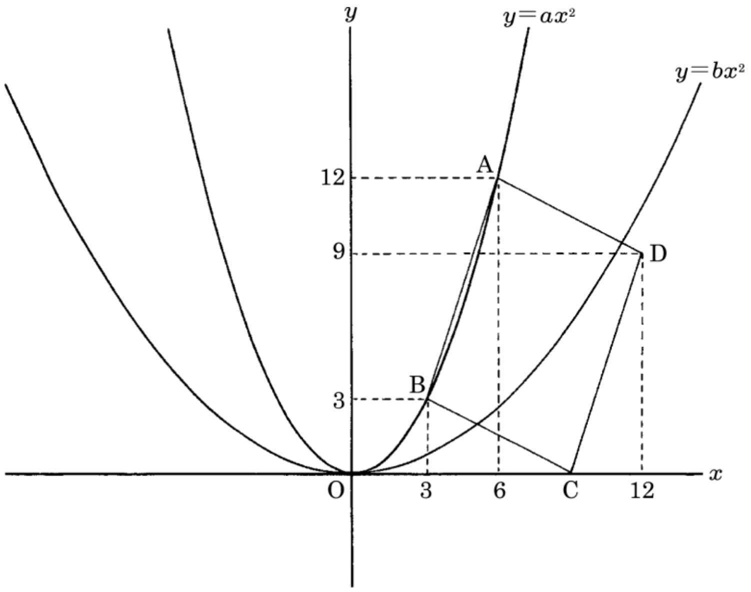
直線の式に代入して，$y=\frac{1}{2}\times\frac{7}{5}+1=\frac{17}{10}$　　よって，P$(\frac{7}{5}, \frac{17}{10})$

【問 20】

図のような，関数 $y=ax^2$ のグラフと関数 $y=bx^2$ のグラフがある。

関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点 A(6, 12)，B(3, 3)をとり，また x 軸上に点 C をその x 座標が点 B の x 座標より大きくなるようにとって，線分 BA，線分 BC を2辺とする平行四辺形 ABCD をつくる。点 D の座標が(12, 9)であるとき次の①～③の $\boxed{}$ に適当な数を書き入れなさい。

(岡山県 2005 年度)



① 関数 $y=ax^2$ について，a の値は $\boxed{\text{（ア）}}$ であり，x の値が3から6まで増加するときの変化の割合は $\boxed{\text{（イ）}}$ である。

② 点 C の x 座標は $\boxed{}$ である。

③ 関数 $y=bx^2$ のグラフが線分 BC と交わる点を P とする。三角形 ABP の面積が平行四辺形 ABCD の面積の $\frac{1}{6}$ 倍となるとき，b の値は $\boxed{}$ である。

解答欄

①	(ア)		(イ)	
②				
③				

解答

①　(ア)　$\frac{1}{3}$　　(イ)　3　　　　②　9　　　　③　$\frac{2}{25}$

解説

①　$y=ax^2$ のグラフは，点 A(6，12)を通るから，$12=a\times6^2$ より，$a=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

また，x の値が 3 から 6 まで増加するときの変化の割合は，$\frac{12-3}{6-3}=\frac{9}{3}=3$

②　点 C の x 座標を c とすると，AB∥DC より，$6-3=12-c$　　よって，$c=9$

③　△ABP：平行四辺形 ABCD＝1：6 のとき，△ABP：△ABC＝1：3 となる。

高さの等しい三角形の面積の比は底辺の比に等しいから，BP：BC＝1：3

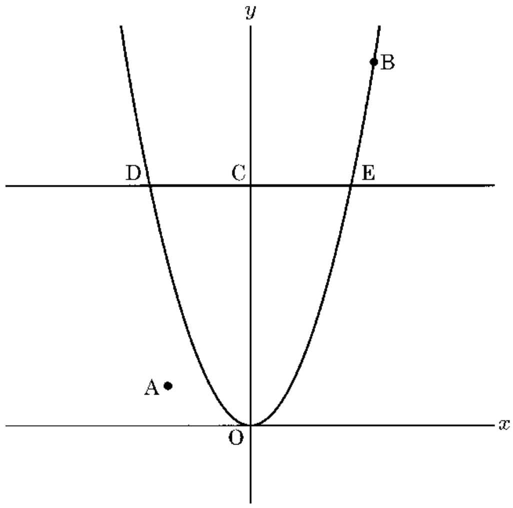
2点 B(3，3)，C(9，0)より，点 P の x 座標は，$3+\frac{9-3}{3}=5$，y 座標は，$3-\frac{3-0}{3}=2$ よって，$y=bx^2$ のグラフは，点 P(5，2)を通るから，$2=b\times5^2$ より，$b=\frac{2}{25}$

【問 21】

図のように，点 A（-2，1），関数 $y=x^2$ のグラフ上に点 B(3，9)，y 軸上に点 C(0，a)があります。点 C を通り x 軸に平行な直線と，関数 $y=x^2$ のグラフとの2つの交点のうち，x 座標が小さい方を D，大きい方を E とします。ただし，$1<a<9$ とします。

これについて，次の(1)～(3)に答えなさい。

（広島県 2005 年度）



(1) $a=3$ のとき，点 E の x 座標を求めなさい。

(2) △ACD と△BCE の面積が等しくなるとき a の値を求めなさい。

(3) AC // OB となるとき，点 C と直線 AB との距離は，点 O と直線 AB との距離の何倍になりますか。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	倍

解答

(1) $\sqrt{3}$　　(2) 5　　(3) $\dfrac{2}{3}$

解説

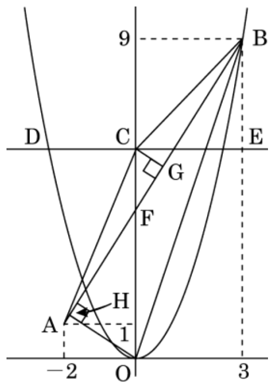
(1) $y=x^2$ に $y=3$ を代入して，$3=x^2$　$x=\pm\sqrt{3}$　点 E の x 座標は正だから $\sqrt{3}$

(2) CD＝CE より，△ACD＝△BCE となるのは，CD，CE をそれぞれの底辺とみたときの△ACD，△BCE の高さが等しくなるときである。したがって，$a-1=9-a$　$2a=10$　$a=5$

(3) 直線 OB の傾きは $\dfrac{9}{3}=3$ だから，直線 AC の傾きも 3 である。よって，直線 AC の式は，$y=3x+b$　これが点 A(-2，1)を通ることから $1=3\times(-2)+b$　$b=7$

また，直線 AB の傾きは，$\dfrac{9-1}{3-(-2)}=\dfrac{8}{5}$ だから，

直線 AB の式を $y=\dfrac{8}{5}x+c$ とおくとこれが点 A(-2，1)を通ることから，$1=\dfrac{8}{5}\times(-2)+c$　$c=\dfrac{21}{5}$ したがって，AB と y 軸の交点を F とすると，F$\left(0，\dfrac{21}{5}\right)$



2点 C，O からそれぞれ直線 AB に垂線 CG，OH をひくと，

△CGF∽△OHF より，CG：OH＝CF：OF＝$\left(7-\dfrac{21}{5}\right)$：$\dfrac{21}{5}$＝2：3

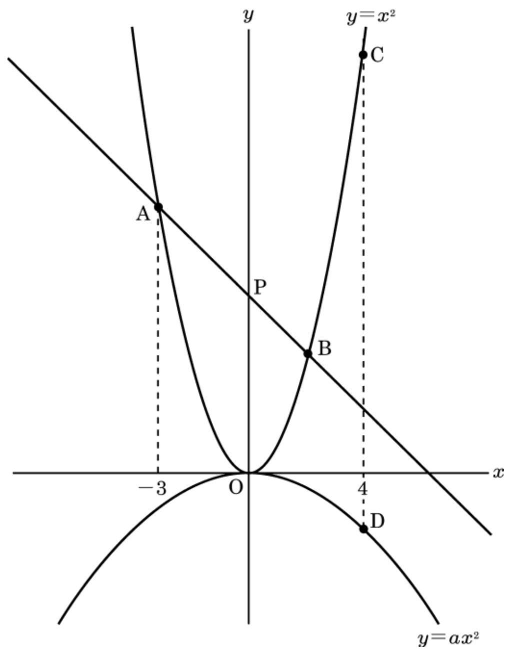
よって点 C と直線 AB との距離 CG は，点 O と直線 AB との距離 OH の $\dfrac{2}{3}$ 倍になる。

【問 22】

図のように，2つの関数 $y=x^2$ と $y=ax^2\ (a<0)$ のグラフがある。関数 $y=x^2$ のグラフ上には3点 A, B, C があり，関数 $y=ax^2\ (a<0)$ のグラフ上には点 D がある。また，2点 A, B を通る直線と y 軸との交点を P とする。点 A の x 座標は -3，2 点 C, D の x 座標は 4 である。なお，点 B の x 座標は正の数とする。

次の⑴～⑷に答えなさい。

（徳島県 2005 年度）



⑴ 点 C の座標を求めなさい。

⑵ AP:PB＝3:2 のとき，2点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

⑶ 関数 $y=x^2$ について，x の値が 1 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

⑷ △OAC と△OCD の面積の比が 7:6 のとき，関数 $y=ax^2\ (a<0)$ の a の値を求めなさい。

解答欄

(1)	（　　　，　　　）
(2)	
(3)	
(4)	

解答

(1)（4，16）　(2) $y=-x+6$　(3) 6　(4) $-\dfrac{1}{8}$

解説

⑴ 点Cのx座標は4だから，y座標は，$x=4$を$y=x^2$に代入して，$y=4^2=16$ よって，C(4，16)である。

⑵ ⑴と同様に点Aのy座標は，$y=(-3)^2=9$　よって，A(−3，9)である。

一方，AP:PB＝3:2より，点Bのx座標は2であるから，y座標は，$y=2^2=4$より，B(2，4)である。

以上より，求める直線の式を$y=ax+b$とおき，2点A，Bの座標をそれぞれ代入すると，$9=-3a+b$…①，$4=2a+b$…②

①−②より，$-5a=5$　$a=-1$　これを②に代入して，$4=-2+b$　$b=6$

したがって，求める直線の式は，$y=-x+6$

⑶ 変化の割合$=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}=\dfrac{25-1}{5-1}=6$

⑷ 2点A，Cを通る直線とy軸の交点をQとする。

このとき，直線の式は，点A(−3，9)，点C(4，16)を通ることより，⑵と同様の方法で求めると，$y=x+12$である。よって，点Q(0，12)である。2点A，Cからそれぞれy軸に引いた直線とy軸との交点をそれぞれS，Tとすると，

$\triangle OAC=\triangle OAQ+\triangle OCQ=\dfrac{1}{2}\times OQ\times AS+\dfrac{1}{2}\times OQ\times CT=\dfrac{1}{2}\times OQ\times(AS+CT)=\dfrac{1}{2}\times 12\times(3+4)=42$

よって，$\triangle OCD=\dfrac{6}{7}\times\triangle OAC=\dfrac{6}{7}\times 42=36$

原点Oから線分CDに引いた垂線と線分CDの交点をUとすると，

$\triangle OCD=\dfrac{1}{2}\times CD\times OU=\dfrac{1}{2}\times CD\times 4=2CD$ ここで，$2CD=36$より，$CD=18$

以上より，点Dのy座標は，(点Cのy座標)$-18=-2$であるから，点Dの座標は(4，−2)である。

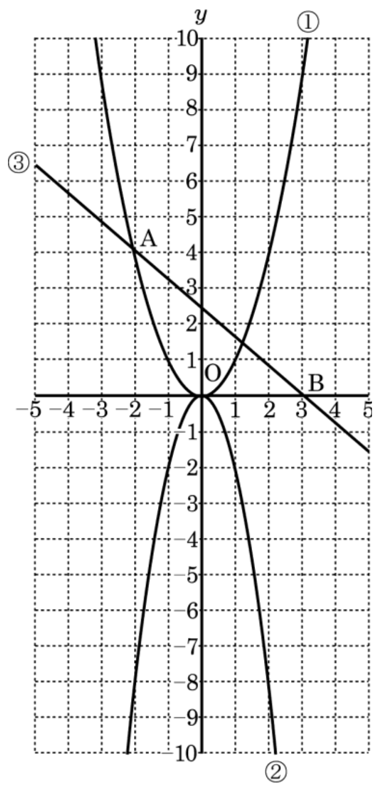
したがって，$y=ax^2$に$x=4$，$y=-2$を代入して，$-2=16a$　$a=-\dfrac{1}{8}$である。

【問 23】

図において，放物線①，②はそれぞれ関数 $y=x^2$，$y=ax^2$ のグラフである。また，直線③は2点 A$(-2, 4)$，B$(3, 0)$を通る。

このとき，次の問いに答えなさい。

（愛媛県 2005 年度）



1．②のグラフから，x，y の対応する値を読んで，a の値を求めよ。ただし，a は整数とする。

2．関数 $y=x^2$ について，x の変域が $-5 \leqq x \leqq 4$ のとき，y の変域を求めよ。

3．線分 AB の中点を M とするとき，点 B を通り，直線 OM に平行な直線の式を求めよ。

4．点 P が y 軸上にあって，△OAB＝△PAB となるとき，点 P の y 座標を求めよ。ただし，点 P は原点 O と異なる点とする。

解答欄

1	$a=$
2	
3	
4	

解答

1．$a=-2$　　2．$0\leqq y\leqq 25$　　3．$y=4x-12$　　4．$\frac{24}{5}$

解説

1．②のグラフは点(1，－2)を通るから，$-2=a\times 1^2$ より，$a=-2$

2．$x=-5$ のときの y の値は，$y=(-5)^2=25$　また，x の変域 $-5\leqq x\leqq 4$ に $x=0$ がふくまれるから，
y の変域は，$0\leqq y\leqq 25$

3．点Mは線分ABの中点だから，$M(\frac{1}{2}, 2)$　よって，直線OMの式は $y=4x$
点Bを通り，直線OMに平行な直線の式を，$y=4x+b$ とすると，$0=4\times 3+b$ より，$b=-12$
よって，求める直線の式は，$y=4x-12$

4．直線ABと y 軸との交点を$(0, c)$とする。
直線ABの傾きは，$\frac{0-4}{3-(-2)}=-\frac{4}{5}$ だから，$0=-\frac{4}{5}\times 3+c$ より，$c=\frac{12}{5}$
△OAB＝△PABとなるとき，OC＝CPだから，点Pの y 座標は，$\frac{24}{5}$

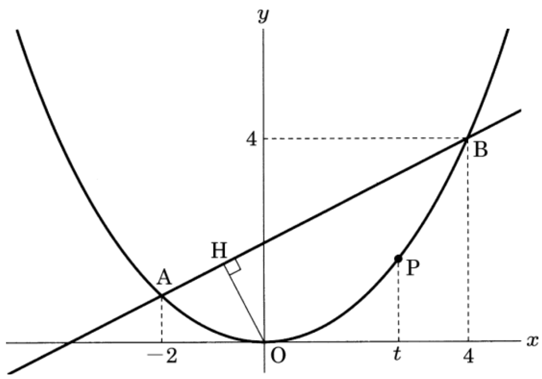
【問 24】

図のように，原点を O とし，$y=ax^2$ のグラフ上に3点 A，B，P がある。3点 A，B，P の x 座標はそれぞれ-2，4，t であり，点 B の y 座標は 4 である。原点 O から直線 AB に垂線 OH をひく。

このとき，次の⑴～⑸の各問いに答えなさい。

ただし，$0<t<4$ とする。

（佐賀県 2005 年度）



⑴ a の値を求めなさい。

⑵ 直線 AB の式を求めなさい。

⑶ 線分 AB の長さを求めなさい。

⑷ 線分 OH の長さを求めなさい。

⑸ 点 P から直線 AB に垂線をひき，その交点を Q とする。

このとき，PQ＝OH となる t の値を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	
(3)	
(4)	
(5)	

解答

(1) $\frac{1}{4}$　　(2) $y=\frac{1}{2}x+2$　　(3) $3\sqrt{5}$　　(4) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　(5) 2

解説

⑴ B(4, 4)より, $4=a\times 4^2$　$a=\frac{1}{4}$

⑵ $y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-2$ を代入して, $y=1$　よって, A$(-2,\ 1)$

直線 AB の式を $y=mx+n$ とおくと, $1=-2m+n$…①　$4=4m+n$…②　①, ②より, $m=\frac{1}{2}$, $n=2$

⑶ AB$=\sqrt{(4+2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

⑷ AB と y 軸の交点を C とすると, △OAB＝△OAC＋△OBC$=\frac{1}{2}\times 2\times 2+\frac{1}{2}\times 2\times 4=6$

また, △OAB$=\frac{1}{2}\times$AB$\times$OH$=6$ より, OH$=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

⑸ 2点 O, P は直線 AB について同じ側にあり, 直線 AB からの距離が等しいから, AB∥OP 直線 AB と OP の傾きは等しいから, OP の式は $y=\frac{1}{2}x$　これと $y=\frac{1}{4}x^2$ との交点の x 座標を求めると, $x=0,\ 2$　よって, $t=2$

【問 25】

図1，図2のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に2点 A(6, 12)，B(−3, 3)がある。原点を O として，次の問いに答えなさい。

（長崎県 2005 年度）

問1．a の値を求めよ。

問2．直線 AB の式を求めよ。

問3．関数 $y=ax^2$ について，x の変域が $n\leqq x\leqq 6$ のとき，y の変域が $0\leqq y\leqq 12$ となるような整数 n は全部で何個あるか。

問4．図2のように，原点 O を対称の中心とする点対称な四角形 ABCD をつくるとき，次の(1)，(2)に答えよ。

(1) 点 C の座標を求めよ。

(2) 四角形 ABCD の面積を求めよ。

図1

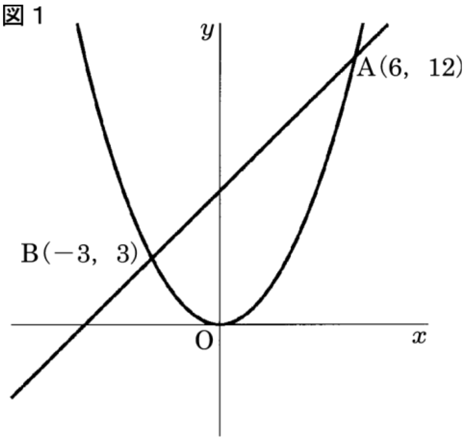
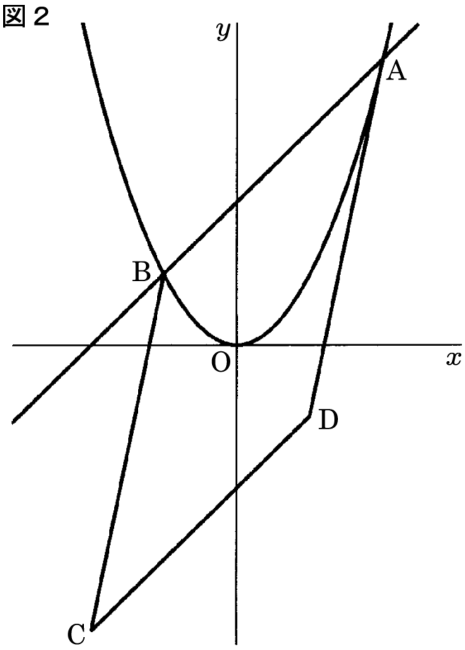


図2



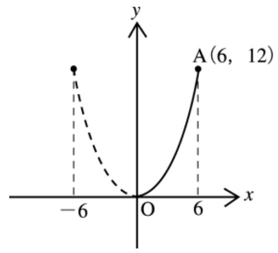
解答欄

問1	$a=$	
問2	$y=$	
問3	個	
問4	(1)	C(　　,　　)
	(2)	

解答

問1. $a=\frac{1}{3}$　　問2. $y=x+6$　　問3. 7 個　　問4. ⑴ C$(-6,\ -12)$,　⑵ 108

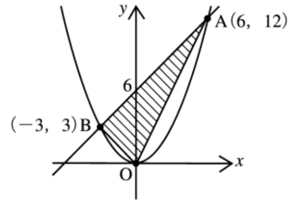
解説



問1. A$(6,\ 12)$は $y=ax^2$ 上の点であるので，$12=36a$ よって，$a=\frac{1}{3}$

問2. $12=6a+b$ と $3=-3a+b$ より，$a=1$，$b=6$

問3. $y=\frac{1}{3}x^2$ について，y の変域が $0\leqq y\leqq 12$ となるような n の値は-6，-5，-4，-3，-2，-1，0 の 7 個。



問4. ⑴　点Cは点Aと原点について対称であるので，sC$(-6,\ -12)$である。

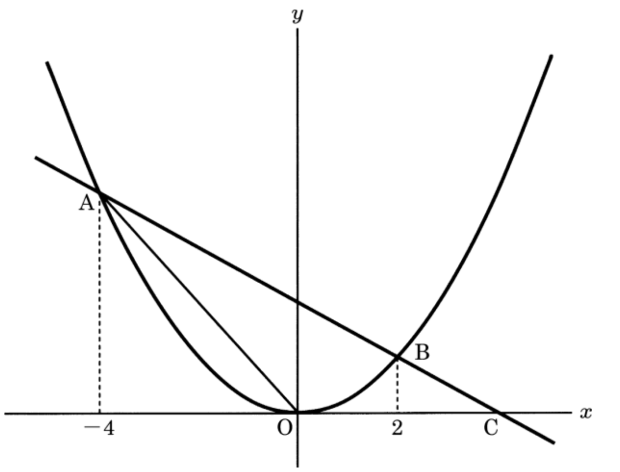
⑵　(四角形 ABCD の面積)$=\triangle$OAB$\times 4$ である。$\triangle$OAB$=\frac{1}{2}\times 6\times(3+6)\times 4$

$=108$

【問 26】

図のように，関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上に，x 座標が -4，2 である2点 A，B をとる。また，直線 AB と x 軸との交点を C とする。次の①，②の問いに答えなさい。

（大分県　2005 年度）



①　点 A の座標を求めなさい。

②　点 C を通り，△AOC の面積を二等分する直線の式を求めなさい。

解答欄

①	（　　　，　　　）
②	

解答

①　$(-4,\ 4)$　　②　$y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$

解説

①　点 A の y 座標は，$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=-4$ を代入すると，$y=\frac{1}{4}\times16=4$

②　点 B の y 座標は，$y=\frac{1}{4}x^2$ に $x=2$ を代入して $y=1$ から，点 B の座標は$(2,\ 1)$

直線 AB のグラフの傾きは，求めた座標から，$-\frac{1}{2}$ とわかる。

直線ABの式を$y=ax+b$とおくと，$4=-4a+b$　…①　$1=2a+b$　…②となる。

①，②から，$a=-\frac{1}{2}$，$b=2$ より　直線 AB の式は $y=-\frac{1}{2}x+2$ となる。

求めた式のyに0を代入するとC$(4,\ 0)$となる。

次にOAの中点の座標は$(-2,\ 2)$　求める直線はCとこの中点を通る直線だから，直線の式を$y=cx+d$とすると，$0=4c+d$，$2=-2c+d$となる。

これを解くと $c=-\frac{1}{3}$，$d=\frac{4}{3}$ より，$y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$

【問 27】

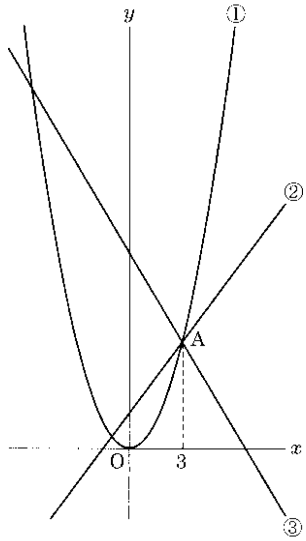
図のように，3つの関数

$y=ax^2$（a は定数）…①，

$y=\dfrac{4}{3}x+b$（b は定数）…②，

$y=-\dfrac{5}{3}x+11$ …③

のグラフがある。



点 A は関数①のグラフ上にあり，A の x 座標は3である。また，関数②，③のグラフは A で交わっている。このとき，次の各問いに答えなさい。

（熊本県 2005 年度）

(1) a，b の値を求めなさい。

(2) 関数①のグラフ上に点 B を，関数②のグラフ上に点 C を，関数③のグラフ上に点 D を，3点 B，C，D の x 座標がすべて等しくて，3より大きくなるようにとる。

㋐ BC：CD＝4：3 となるときの3点 B，C，D の x 座標を求めたい。B，C，D の x 座標の求め方について，次の ア ，イ には式を，ウ ，エ には数を入れて，文章を完成しなさい。

> まず，3点 B，C，D の x 座標を t として，2つの線分 BC，CD の長さをそれぞれ t を使った式で表すと，BC の長さは ア という二次式で表され，CD の長さは イ という一次式で表される。
>
> 次に，BC：CD＝4：3という条件を利用して，tについての方程式をつくると，t^2- ウ $t+$ エ $=0$という二次方程式が得られ，この二次方程式を解くことによってtの値が求められる。

㋑ BC：CD＝4：3 となるとき，線分 BD の長さを求めなさい。

解答欄

<table>
<tr><td>(1)</td><td colspan="3">$a=$ ，$b=$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">(2)</td><td rowspan="2">㋐</td><td>ア</td><td></td><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>ウ</td><td></td><td>エ</td><td></td></tr>
<tr><td>㋑</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

解答

(1) $a=\dfrac{2}{3}$, $b=2$　　　(2) ㋐ ア $\dfrac{2}{3}t^2-\dfrac{4}{3}t-2$　イ 3t−9　ウ 8　エ 15　　　㋑ 14

解説

⑴ 頂点 A(3, 6)で①, ②, ③は交わっているので, (3, 9a), (3, 4＋b), (3, 6)より $a=\dfrac{2}{3}$, $b=2$

⑵ ㋐ 点 B, C, D はそれぞれ B(t, $\dfrac{2}{3}t^2$), C(t, $\dfrac{4}{3}t+2$), D(t, $-\dfrac{5}{3}t+11$)となるので, BC$=\dfrac{2}{3}t^2-\dfrac{4}{3}t-2$, CD$=3t-9$ と表すことができ, $\left(\dfrac{2}{3}t^2-\dfrac{4}{3}t-2\right):(3t-9)=4:3$ これを解くと, $t^2-8t+15=0$

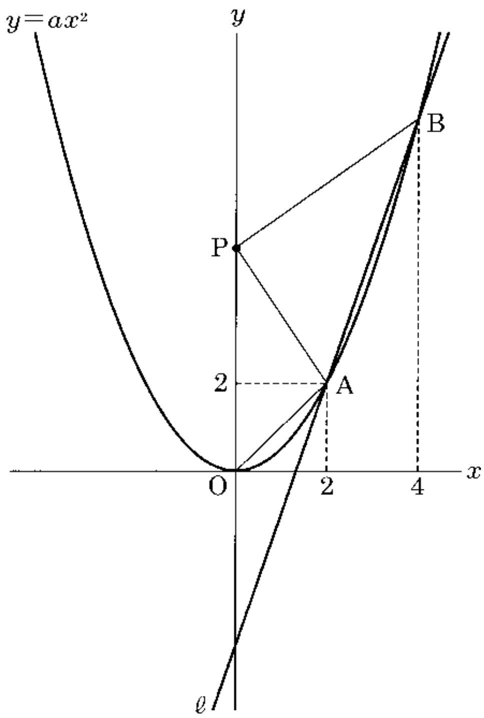
㋑ $t^2-8t+15=0$ を解くと $t=3$, 5　$t>3$ より, $t=5$ だから, B(5, $\dfrac{50}{3}$) D(5, $\dfrac{8}{3}$)よって, BD$=\dfrac{50}{3}-\dfrac{8}{3}=14$

【問 28】

図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフと直線 ℓ が，2点 A，B で交わっている。点 A の座標は（2，2），点 B の x 座標は 4 である。

y 軸上の正の部分に点 P をとるとき，次の(1)～(4)の問いに答えなさい。

（宮崎県 2005 年度）



(1) a の値を求めなさい。

(2) 直線 ℓ の式を求めなさい。

(3) 点 P の座標が（0，5）であるとき，△ABP の面積を求めなさい。

(4) △ABP の面積が△OAP の面積の4倍になるように点 P の位置を決めるとき，点 P の y 座標を求めなさい。

解答欄

(1)	$a=$
(2)	
(3)	
(4)	

解答

(1) $a=\frac{1}{2}$　　(2) $y=3x-4$　　(3) 9　　(4) $\frac{4}{3}$

解説

(1)　$y=ax^2$ が点 A(2, 2)を通ることから, $2=a\times2^2$　$a=\frac{1}{2}$

(2)　$y=\frac{1}{2}x^2$ に $x=4$ を代入して, $y=\frac{1}{2}\times4^2=8$ よって, B(4, 8) 直線ℓ の傾きは $\frac{8-2}{4-2}=3$ だから, 直線ℓ の式を $y=3x+b$ とおくと, これが点 A(2, 2)を通ることから $2=3\times2+b$　$b=-4$ よって $y=3x-4$ となる。

(3) 2 点 A, B から x 軸に垂線 AC, BD をひくと,

△ABP＝(台形 PODB)－(台形 POCA)－(台形 ACDB)

$=(\frac{1}{2}\times5\times4+\frac{1}{2}\times8\times4)-(\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times5\times2)-\{\frac{1}{2}\times2\times(4-2)+\frac{1}{2}\times8\times(4-2)\}=9$

(4) P の y 座標を p とすると, $\triangle OAP=\frac{1}{2}\times p\times2=p$　(3)と同様に考えて,

$\triangle ABP=(\frac{1}{2}\times p\times4+\frac{1}{2}\times8\times4)-(\frac{1}{2}\times2\times2+\frac{1}{2}\times p\times2)-\{\frac{1}{2}\times2\times(4-2)+\frac{1}{2}\times8\times(4-2)\}$

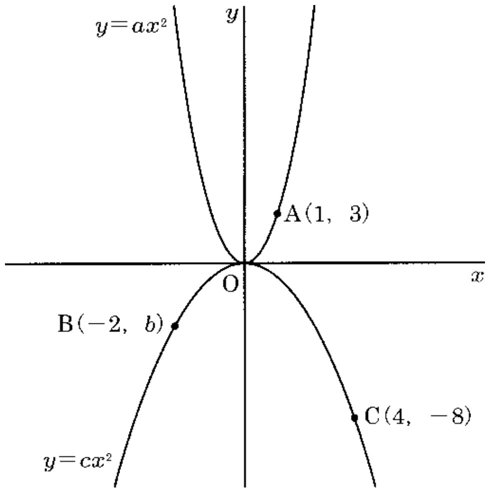
$=p+4$ だから, $p+4=4p$ より, $p=\frac{4}{3}$

【問 29】

図のように，2点 O(0, 0)，A(1, 3)を通る放物線 $y=ax^2$ と，3点 O, B(−2, b)，C(4, −8)を通る放物線 $y=cx^2$ がある。

このとき，次の各問いに答えなさい。

（沖縄県 2005 年度）



問1. a の値を求めなさい。

問2. b の値を求めなさい。

問3. 2点 A, B の間の距離を求めなさい。

解答欄

問1	$a=$
問2	$b=$
問3	

解答

問1. $a=3$　　問2. $b=-2$　　問3. $\sqrt{34}$

解説

問1. 放物線 $y=ax^2$ は，点 A(1, 3)を通るから，$3=a\times1^2$ より，$a=3$

問2. 放物線 $y=cx^2$ は，点 C(4, −8)を通るから，$-8=c\times4^2$ より，$c=-\dfrac{1}{2}$

点 B(−2, b)は放物線 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ 上の点だから，$b=-\dfrac{1}{2}\times(-2)^2=-2$

問3. $\sqrt{\{1-(-2)\}^2+\{3-(-2)\}^2}=\sqrt{34}$