

#### 4. 二次関数と図形関連の複合問題 2010年度出題

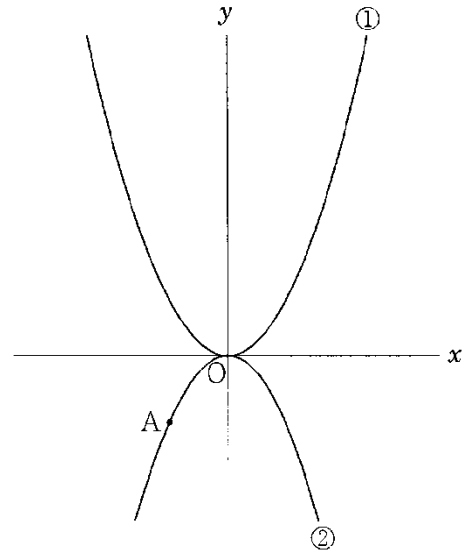
【問 1】

図のように、2 つの関数  $y=ax^2$  ( $a$  は正の定数) …①,  $y=-x^2$  …② のグラフがあります。②のグラフ上に点 A があり、点 A の  $x$  座標を負の数とします。点 O は原点とします。

次の問いに答えなさい。

(北海道 2010 年度)

問1 点 A の  $x$  座標が  $-1$  のとき、点 A を通り、傾きが  $2$  である直線の式を求めなさい。



問2 ①について、 $x$ の変域が $-2 \leq x \leq 0$ のとき、 $y$ の変域は  
 $0 \leq y \leq 8$ となります。このとき、 $a$ の値を求めなさい。

問3 点 A の  $x$  座標を  $-2$  とし、点 A を通り  $x$  軸に平行な直線と②のグラフとの交点のうち、点 A と異なる点を B とします。点 B と  $x$  座標が等しい①のグラフ上の点を C とします。①のグラフ上に点 D を、 $x$  座標が  $-3$  となるようにとります。四角形 ABCD の面積が  $25$  のとき、 $a$  の値を求めなさい。

解答欄

|    |                      |
|----|----------------------|
| 問1 |                      |
| 問2 | $a =$                |
| 問3 | [計 算]<br><br>答 $a =$ |

解答

問1  $y=2x+1$

問2  $a=2$

問3

A  $(-2, -4)$ , B  $(2, -4)$ , C  $(2, 4a)$ , D  $(-3, 9a)$  だから,

$$\triangle ABD \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times 4 \times (9a+4) = 18a+8 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$\triangle BCD \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times (4a+4) \times 5 = 10a+10 \quad \cdots \textcircled{2}$$

四角形 ABCD の面積は  $\triangle ABD$  と  $\triangle BCD$  の面積の和であるから,

$$18a+8+10a+10=25$$

$$28a+18=25 \quad \cdots \textcircled{3}$$

$$a=\frac{1}{4}$$

答  $a=\frac{1}{4}$

解説

問3

点 A は  $y=-x^2$  上の点より,  $x=-2$  を代入して,  $y=-(-2)^2=-4$     A  $(-2, -4)$

B は A と  $y$  軸について対称な点になるから, B  $(2, -4)$

C の  $x$  座標は B の  $x$  座標と等しく,  $y=ax^2$  上の点より, C  $(2, 4a)$  とおく。

同様に, D は  $y=ax^2$  上の点で  $x$  座標は  $-3$  だから, D  $(-3, 9a)$  とおく。

$$\text{四角形 ABCD} = \triangle DAB + \triangle DBC = \frac{1}{2} \times (2+2) \times (9a+4) + \frac{1}{2} \times (4a+4) \times (2+3) = 28a+18$$

$$\text{この値が } 25 \text{ だから, } 28a+18=25 \quad 28a=7 \quad a=\frac{7}{28}=\frac{1}{4}$$

【問 2】

図で、①、②はそれぞれ関数  $y = ax^2$ ,  $y = bx^2 (0 < b < a)$  のグラフである。点 A, B は①上にあり、点 A の  $x$  座標は 4, 点 B の座標は  $(-2, 2)$  である。また、直線 AB と②の交点を C とする。次の問1～問4に答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さを 1 cm とする。

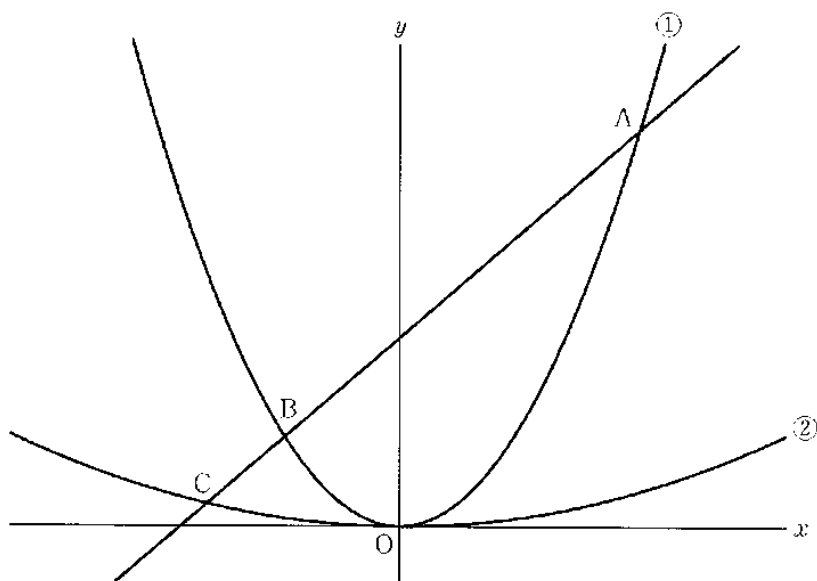
(青森県 2010 年度 前期)

問1  $a$  の値を求めなさい。

問2 直線 AB の式を求めなさい。

問3  $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。

問4  $CB:BA=1:4$  であるとき、 $b$  の値を求めなさい。



解答欄

|    |               |
|----|---------------|
| 問1 | $a =$         |
| 問2 |               |
| 問3 | $\text{cm}^2$ |
| 問4 | $b =$         |

解答

問1  $\frac{1}{2}$

問2  $y=x+4$

問3 12

問4  $\frac{2}{49}$

解説

問2

点 A は  $y=\frac{1}{2}x^2$  上の点で、 $x$  座標は 4 より、 $x=4$  を代入して、 $y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$  A (4, 8)

直線 AB を  $y=mx+n$  とおく。

点 A を通るので、 $8=4m+n\cdots\textcircled{1}$  B (-2, 2) を通るので、 $2=-2m+n\cdots\textcircled{2}$

①、②を連立方程式として解くと、 $m=1$ ,  $n=4$

よって求める直線の式は  $y=x+4$

問3

直線 AB は  $y=x+4$  なので、直線 AB と  $y$  軸との交点を D とすると、D (0, 4)

$$\triangle OAB = \triangle OBD + \triangle OAD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 4 + 8 = 12 \text{ cm}^2$$

問4

A, B, C からそれぞれ  $x$  軸に垂線をひき、その交点をそれぞれ E, F, G とする。

$$CG \parallel BF \parallel AE \text{ より、} GF:FE=CB:BA \quad GF:(4+2)=1:4 \quad 4GF=6 \quad GF=\frac{3}{2}$$

$$\text{したがって、点 C の } x \text{ 座標は } -2 - \frac{3}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$\text{また、点 C は } y=x+4 \text{ 上の点だから、} x=-\frac{7}{2} \text{ を代入して、} y=-\frac{7}{2}+4=\frac{1}{2} \quad C\left(-\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{点 C は } y=bx^2 \text{ 上の点でもあるので、} x, y \text{ の値を代入して、} \frac{1}{2}=b \times \left(-\frac{7}{2}\right)^2 \quad b=\frac{2}{49}$$

【問 3】

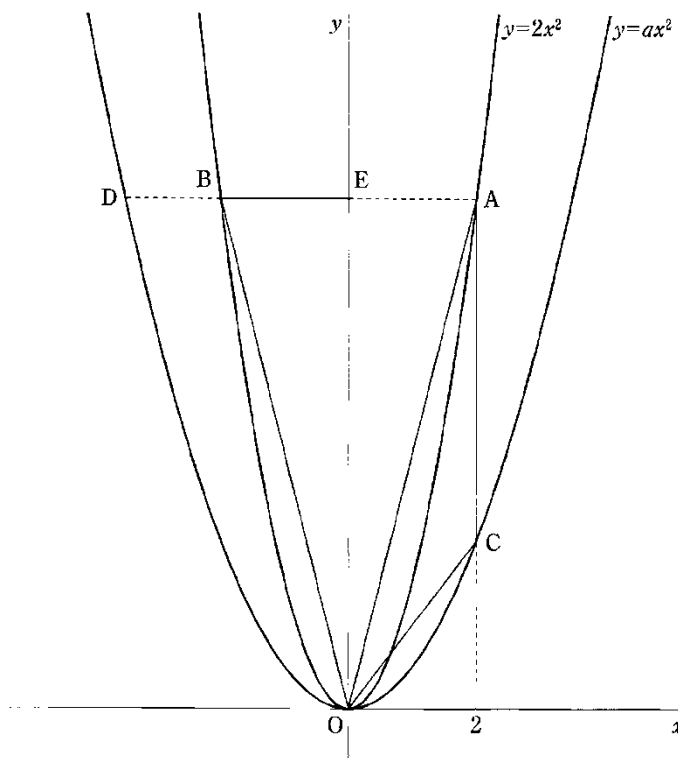
図のように、関数  $y=2x^2$  のグラフ上に 2 点 A, B  
 があり、関数  $y=ax^2(0<a<2)$  のグラフ上に 2 点  
 C, D があります。A と C の  $x$  座標はどちらも 2 で、  
 D の  $x$  座標は B の  $x$  座標より小さくなっています。  
 また、 $y$  軸上に点 E があり、A, B, D, E の  $y$  座標は  
 等しくなっています。

このとき、次の問1, 問2に答えなさい。

(岩手県 2010 年度)

問1 A の  $y$  座標を求めなさい。

問2  $\triangle OAC$  と  $\triangle OBE$  の面積の比が 2:3 である  
 とき、D の  $x$  座標を求めなさい。



解答欄

|    |  |
|----|--|
| 問1 |  |
| 問2 |  |

解答

問1 8

問2  $-2\sqrt{3}$

解説

問2

$\triangle OAC$  と  $\triangle OBE$  は底辺をそれぞれ AC, OE としたとき、高さはそれぞれ EA, BE となる。

EA=BE だから、 $\triangle OAC:\triangle OBE=AC:OE$   $2:3=AC:8$   $AC=\frac{16}{3}$

これより、C の  $y$  座標は  $8-\frac{16}{3}=\frac{8}{3}$   $C\left(2, \frac{8}{3}\right)$  は  $y=ax^2$  上の点だから、 $\frac{8}{3}=a\times 2^2$   $a=\frac{2}{3}$

点 D の  $y$  座標は 8 で、 $y=\frac{2}{3}x^2$  上の点だから、 $8=\frac{2}{3}x^2$   $x^2=12$   $x<0$  だから、 $x=-2\sqrt{3}$

【問 4】

図1のように、関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフ上に  $x$  座標が 8 となる点 A をとります。また、点 (6, 0) を通り  $y$  軸に平行な直線を  $\ell$ 、直線

$\ell$  と関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフとの交点を B とします。

次の問1～問3に答えなさい。

(宮城県 2010 年度)

問1 点 A の  $y$  座標を求めなさい。

問2 関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  について、 $x$  が 0 から 6 まで増加するとき

の変化の割合を求めなさい。

問3 図2は、図1において、 $y$  軸上の正の部分に点 C をとり、直線 AC と直線  $\ell$  との交点を D としたものです。OC = BD となるとき、直線 AC の式を求めなさい。

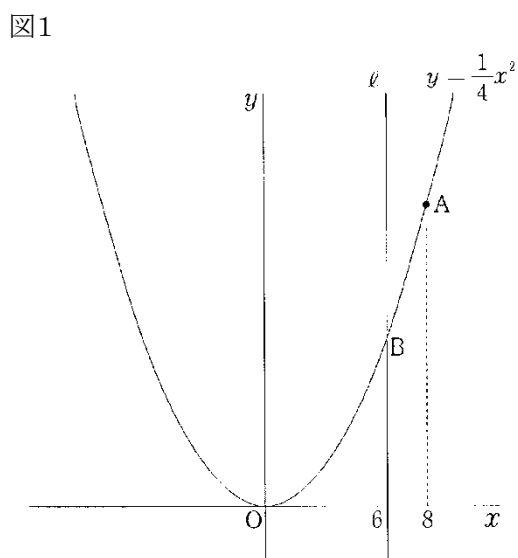
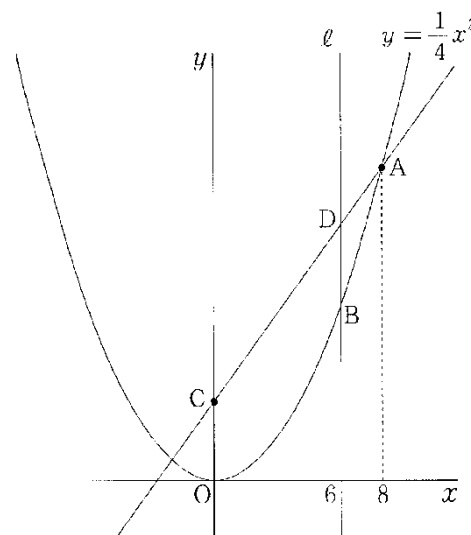


図2



解答欄

|    |  |
|----|--|
| 問1 |  |
| 問2 |  |
| 問3 |  |

解答

問1 16

問2  $\frac{3}{2}$  (または 1.5)

問3  $y = \frac{3}{2}x + 4$

解説

問3

$OC = BD = k$  とおくと,  $C(0, k)$ ,  $D(6, 9 + k)$  とおける。

$A(8, 16)$ ,  $C, D$  は直線  $AC$  上の点だから,  $AC, AD$  の傾きは等しい。

よって,  $(16 - k) \div 8 = \{16 - (9 + k)\} \div (8 - 6) \quad \frac{16 - k}{8} = \frac{7 - k}{2}$

両辺を 8 倍して,  $16 - k = 4(7 - k) \quad 16 - k = 28 - 4k \quad 3k = 12 \quad k = 4$

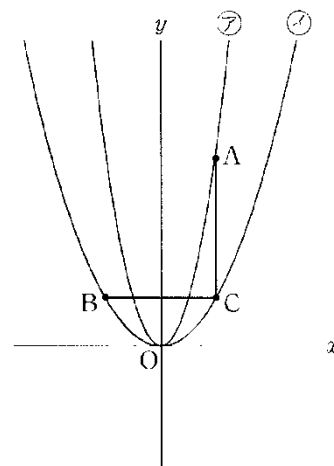
よって, 直線  $AC$  の傾きは  $(16 - 4) \div 8 = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ , 切片は 4 だから

求める直線の式は  $y = \frac{3}{2}x + 4$

【問 5】

図のように、2 つの関数  $y=2x^2$  …⑦  $y=\frac{1}{2}x^2$  …⑧ のグラフがある。点 A は関数⑦のグラフ上の点であり、 $x$  座標は正である。点 B, C は関数⑧のグラフ上の点である。線分 AC は  $y$  軸に、線分 BC は  $x$  軸にそれぞれ平行である。

(秋田県 2010 年度)



- (1) 関数⑦について、 $x$  の変域が  $-1 \leq x \leq 3$  のとき、 $y$  の変域を求めなさい。
- (2) 点 A の  $y$  座標は、点 C の  $y$  座標の何倍か、求めなさい。
- (3) 線分 AC と線分 BC の長さの比が  $2:1$  のとき、点 B の  $x$  座標を求めなさい。

解答欄

|     |   |
|-----|---|
| (1) |   |
| (2) | 倍 |
| (3) |   |

解答

(1)  $0 \leq y \leq 18$

(2) 4 倍

(3)  $-\frac{8}{3}$

解説

(3)

点 C の  $x$  座標を  $t$  ( $t > 0$ ) とおくと、 $A(t, 2t^2)$ ,  $B(-t, \frac{1}{2}t^2)$ ,  $C(t, \frac{1}{2}t^2)$  とおける。

このとき、 $AC:BC=2:1$  より

$$\left(2t^2 - \frac{1}{2}t^2\right) : (t+t) = 2:1 \quad \frac{3}{2}t^2 : 2t = 2:1 \quad \frac{3}{2}t^2 = 4t \quad 3t^2 - 8t = 0 \quad t(3t-8) = 0 \quad t > 0 \text{ より, } t = \frac{8}{3}$$

よって点 B の  $x$  座標は  $-\frac{8}{3}$



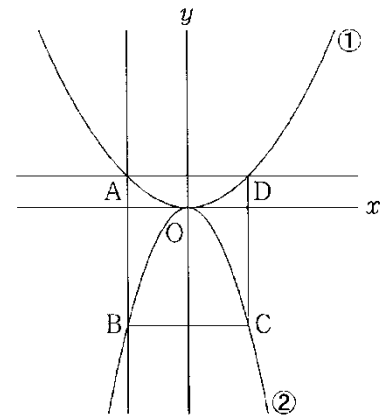
【問 6】

図において、①は関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフ、②は関数  $y = ax^2 (a < 0)$  のグラフである。

次の問いに答えなさい。

(山形県 2010 年度)

問い ①のグラフ上に  $x$  座標が  $-2$  である点  $A$  をとり、 $A$  を通り  $y$  軸に平行な直線と②のグラフとの交点を  $B$ 、 $A$  を通り  $x$  軸に平行な直線と①のグラフとのもう 1 つの交点を  $D$  とし、長方形  $ABCD$  をつくる。この長方形が正方形になるときの  $a$  の値を求めなさい。



解答欄

解答

$$-\frac{3}{4}$$

解説

点  $A$  は  $y = \frac{1}{4}x^2$  上の点で、 $x$  座標は  $-2$  より、 $y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$   $A(-2, 1)$

$D$  は  $A$  と  $y$  軸について対称な点だから、 $D(2, 1)$

点  $B$  は  $y = ax^2$  上の点で、 $x$  座標は  $-2$  より、 $y = a \times (-2)^2 = 4a$   $B(-2, 4a)$

同様に、 $C(2, 4a)$  と表せる。

四角形  $ABCD$  が正方形より、 $AB = AD$   $AD = 2 + 2 = 4$ 、 $AB = 1 - 4a$  と表せるので

$$4 = 1 - 4a \quad a = -\frac{3}{4}$$

【問 7】

図において、曲線アは関数  $y = \frac{a}{x}$  のグラフであり、曲線イは関数  $y = -x^2$  のグラフである。

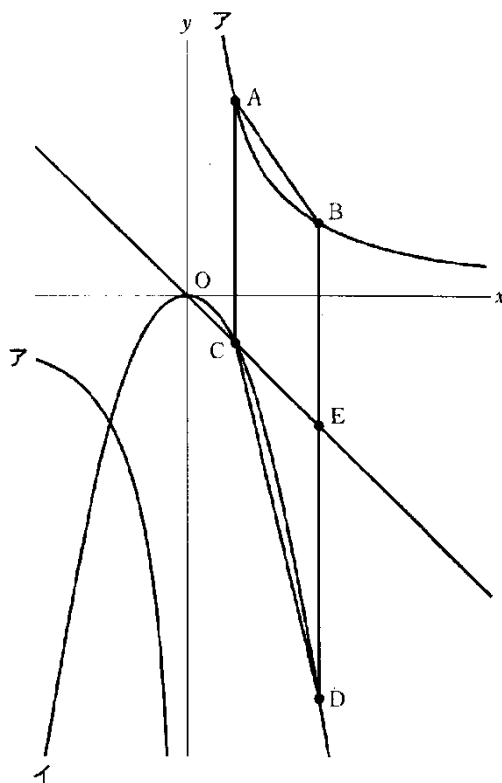
曲線ア上の点で  $x$  座標が 1 である点を A,  $x$  座標が 3 である点を B とする。さらに、曲線イ上の点で  $x$  座標が 1 である点を C,  $x$  座標が 3 である点を D, 原点を通る直線 OC と線分 BD の交点を E とする。

このとき、次の問1, 問2に答えなさい。ただし、 $a > 0$  で、O は原点とする。

(茨城県 2010 年度)

問1  $a=3$  のとき、2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

問2 四角形 ACEB の面積が  $\triangle CDE$  の面積の 2 倍であるとき、 $a$  の値を求めなさい。



解答欄

|    |       |
|----|-------|
| 問1 |       |
| 問2 | $a =$ |

解答

問1  $y = -x + 4$

問2  $a = 6$

解説

問2

A, B は  $y = \frac{a}{x}$  上の点より, A (1, a), B  $\left(3, \frac{a}{3}\right)$  とおく。

C, D は  $y = -x^2$  上の点より, C (1, -1), D (3, -9)

直線 OC の傾きは  $-\frac{1}{1} = -1$  だから, 式は  $y = -x$  E はこの直線上の点より, E (3, -3)

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \times (-3 + 9) \times (3 - 1) = 6$$

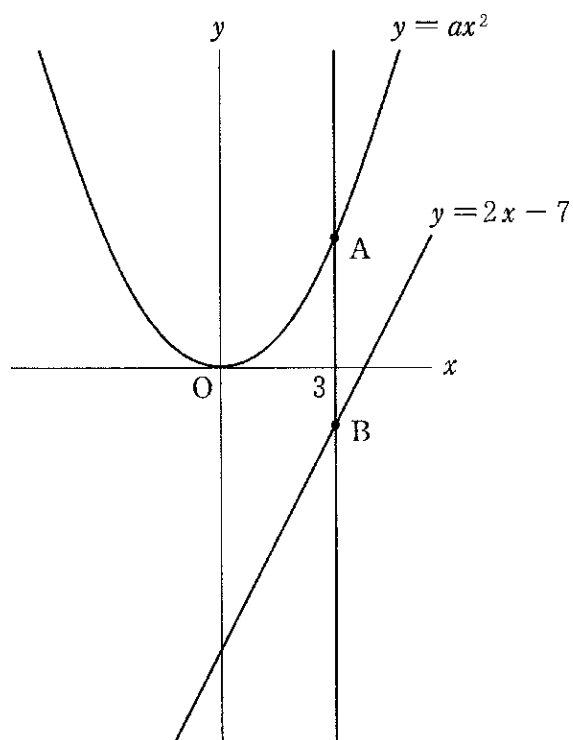
$$\text{四角形 ACEB} = \triangle ACE + \triangle ABE = \frac{1}{2} \times (a + 1) \times (3 - 1) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{a}{3} + 3\right) \times (3 - 1) = a + 1 + \frac{a}{3} + 3 = \frac{4}{3}a + 4$$

$$(\text{四角形 ACEB}) = 2\triangle CDE \text{ より, } \frac{4}{3}a + 4 = 2 \times 6 \quad \frac{4}{3}a = 8 \quad a = 6$$

【問 8】

図のように、関数  $y=ax^2(a>0)$  のグラフ上で  $x$  座標が 3 である点を A とする。また、点 A を通り、 $y$  軸に平行な直線が、関数  $y=2x-7$  のグラフと交わる点を B とする。AB=4 となるときの  $a$  の値を求めなさい。

(栃木県 2010 年度)



解答欄

$a =$

解答

$$a = \frac{1}{3}$$

解説

点 A は  $y=ax^2$  上の点で、 $x$  座標が 3 より、A (3,  $9a$ ) とおく。

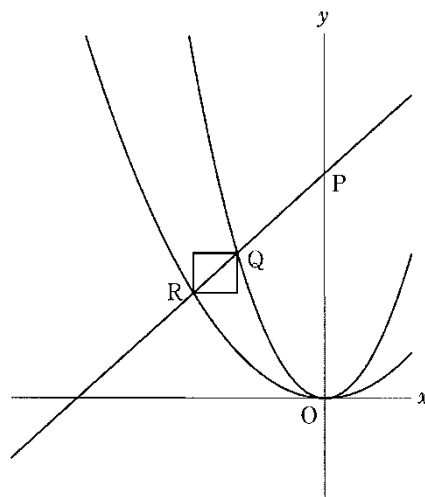
また、B は  $y=2x-7$  上の点で、 $x=3$  より、 $y=2 \times 3 - 7 = -1$  B (3,  $-1$ )

$$AB=4 \text{ より、} 9a - (-1) = 4 \quad 9a = 3 \quad a = \frac{1}{3}$$

【問 9】

図で、曲線は、関数  $y=x^2$ ,  $y=\frac{1}{2}x^2$  のグラフです。 $y$  軸上に  $y$  座標が正である点  $P$  をとり、この点  $P$  を通り傾きが正の直線と  $y=x^2$ ,  $y=\frac{1}{2}x^2$  との交点のうち  $x$  座標が負のものをそれぞれ  $Q$ ,  $R$  とします。線分  $QR$  を対角線とし、各辺が  $x$  軸,  $y$  軸と平行な四角形をつくったとき、面積が  $1\text{ cm}^2$  の正方形となりました。3 点  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  を通るこの直線の式を求めなさい。ただし、座標軸の単位の長さを  $1\text{ cm}$  とします。

(埼玉県 2010 年度 前期)



解答欄

$y=$

解答

$$y=x+12$$

解説

$Q(t, t^2)$  とおく。面積が  $1\text{ cm}^2$  の正方形の 1 辺の長さは  $1\text{ cm}$  だから、 $R(t-1, t^2-1)$  とおける。

また、 $R$  は  $y=\frac{1}{2}x^2$  上の点より

$$t^2-1=\frac{1}{2}(t-1)^2 \quad 2t^2-2=t^2-2t+1 \quad t^2+2t-3=0 \quad (t+3)(t-1)=0 \quad t<0 \text{ より, } t=-3 \quad Q(-3, 9)$$

求める直線の傾きは  $\frac{1}{1}=1$  なので、 $y=x+a$  とおく。

点  $Q$  を通るので、 $9=-3+a \quad a=12$

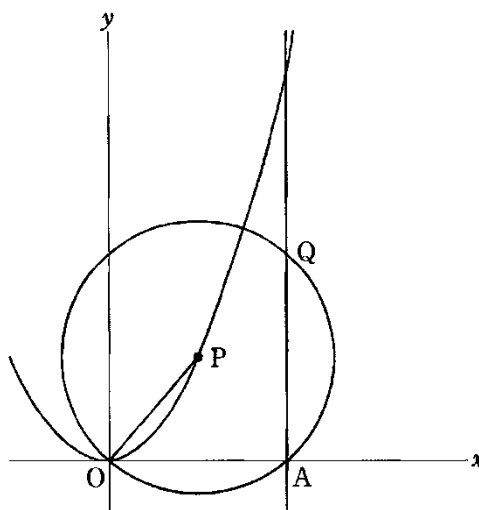
よって  $y=x+12$

【問 10】

図で、放物線は関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフです。この放物線上に  $x$  座標が正である点  $P$  をとり、点  $P$  を中心として原点  $O$  を通る円をかきます。この円と  $x$  軸との交点を  $A$  とし、点  $A$  を通り  $y$  軸に平行な直線とこの円との交点を  $Q$  とします。点  $P$  の  $x$  座標を  $a$  とするとき、次の各問に答えなさい。ただし、座標軸の単位の長さを  $1\text{ cm}$  とします。

(埼玉県 後期 2010 年度)

問1 点 Q の座標を  $a$  を用いて表しなさい。



問2  $\angle APQ = 90^\circ$  となるとき、 $a$  の値と  $\triangle PAQ$  の面積を求めます。途中の説明を書いて答えを求めなさい。

## 解答欄

|    |                                |
|----|--------------------------------|
| 問1 | ( , )                          |
| 問2 | [説明]                           |
|    | 答 $a = \quad$ 面積 $\text{cm}^2$ |

解答

問1  $(2a, a^2)$

問2

〔説明〕

$\angle APO = 90^\circ$ ,  $PO = PA$  なので,  $\triangle POA$  は直角二等辺三角形だから,  $P(a, a)$  となる。

また, 点  $P$  は関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  上にあるので,  $P\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$  となる。

点  $P$  の  $y$  座標を比べて,  $a = \frac{1}{2}a^2$  より,  $a = 2$

また,  $\triangle PAQ$  は,  $PA = PQ = 2\sqrt{2}$  の直角二等辺三角形だから面積は,  $2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \div 2 = 4$

答  $a = 2$           面積  $4\text{cm}^2$

解説

問1

$P$  は  $y = \frac{1}{2}x^2$  上の点より,  $P\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$  と表せる。

点  $P$  は円の中心だから,  $\triangle POA$  は  $PO = PA$  の二等辺三角形である。

$P$  から  $OA$  に垂線をひき, 交点を  $H$  とすると,  $OH = AH = a$

よって, 点  $A$  の  $x$  座標は  $2a$

同様に,  $\triangle PAQ$  も  $PA = PQ$  の二等辺三角形なので

$P$  から  $AQ$  に垂線をひき, 交点を  $K$  とすると,  $AK = QK = \frac{1}{2}a^2$

よって, 点  $Q$  の  $y$  座標は,  $2 \times \frac{1}{2}a^2 = a^2$

したがって,  $Q(2a, a^2)$

【問 11】

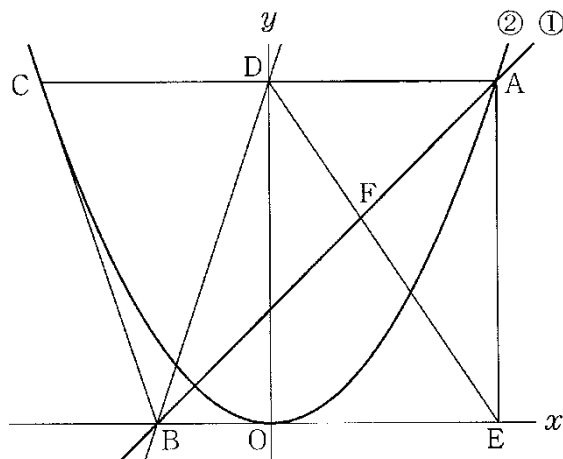
図において、直線①は関数  $y=x+3$  のグラフであり、曲線②は関数  $y=ax^2$  のグラフである。点 A は直線①と曲線②との交点で、その  $x$  座標は 6 であり、点 B は直線①と  $x$  軸との交点である。また、点 C は曲線②上の点で、線分 AC は  $x$  軸に平行であり、点 D は線分 AC と  $y$  軸との交点である。原点を O とするとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2010 年度)

問1 曲線②の式  $y=ax^2$  の  $a$  の値を求めなさい。

問2 直線 BD の式を求め、 $y=mx+n$  の形で書きなさい。

問3 点 E は  $x$  軸上の点で、線分 AE は  $y$  軸に平行である。直線①と線分 DE との交点を F とするとき、三角形 AEF と三角形 BCD の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。



解答欄

|    |                                     |
|----|-------------------------------------|
| 問1 | $a=$                                |
| 問2 | $y=$                                |
| 問3 | $\triangle AEF : \triangle BCD =$ : |

解答

問1  $a = \frac{1}{4}$

問2  $y = 3x + 9$

問3  $\triangle AEF : \triangle BCD = 3 : 5$

解説

問1

点 A は  $y = x + 3$  上の点で,  $x$  座標は 6 より,  $x = 6$  を代入して,  $y = 6 + 3 = 9$  A (6, 9)

この点は,  $y = ax^2$  上の点でもあるので,  $9 = a \times 6^2$   $a = \frac{1}{4}$

問2

点 B は  $y = x + 3$  上の点で,  $y$  座標は 0 だから,  $0 = x + 3$  より  $x = -3$  B (-3, 0)

また, D (0, 9) より, 直線 BD を  $y = mx + 9$  とおく。

点 B の座標の値を代入すると,  $0 = -3m + 9$  これを解いて,  $m = 3$

よって,  $y = 3x + 9$

問3

AD // BE より, DF : FE = AD : BE = 6 : (6 + 3) = 6 : 9 = 2 : 3

$\triangle AEF = \frac{3}{5} \triangle ADE$   $\triangle ADE = \triangle CDB$  だから,  $\triangle AEF : \triangle BCD = \frac{3}{5} : 1 = 3 : 5$

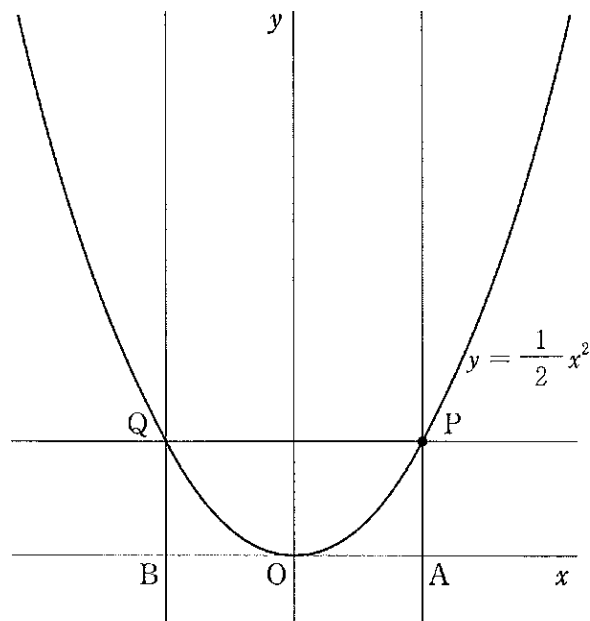


【問 12】

図のように、関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフ上に  $x$  座標が正である点  $P$  をとり、その  $x$  座標を  $t$  とする。点  $P$  を通り  $y$  軸に平行な直線と、点  $P$  を通り  $x$  軸に平行な直線と、 $y = \frac{1}{2}x^2$  線と  $x$  軸との交点を  $A$  とのグラフとのもう 1 つの交点を  $Q$  とし、点  $Q$  を通り  $y$  軸に平行な直線と  $x$  軸との交点を  $B$  とする。  
このとき、次の問1～問3に答えなさい。ただし、円周率は  $\pi$  とする。

(石川県 2010 年度)

問1 関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  について、 $x$  の変域が  $-1 \leq x \leq 4$  のとき、 $y$  の値が最小となるような  $x$  の値を求めなさい。



問2  $\triangle QBA$  が二等辺三角形となるような  $t$  の値を求めなさい。なお、途中の計算も書くこと。

問3  $t=2$  のとき、 $\triangle OAP$  を辺  $OP$  を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。なお、途中の計算も書くこと。

## 解答欄

|    |                            |
|----|----------------------------|
| 問1 | $x=$                       |
| 問2 | <p>〔計算〕</p> <p>答 _____</p> |
| 問3 | <p>〔計算〕</p> <p>答 _____</p> |

解答

問1  $x=0$

問2

[計算]

AB の長さ  $2t$

BQ の長さ  $\frac{1}{2}t^2$

AB=BQ より  $2t = \frac{1}{2}t^2$

$$t^2 - 4t = 0$$

これを解いて  $t=0, t=4$

$t>0$  だから  $t=4$

答  $t=4$

問3

[計算]

$t=2$  より P (2, 2)

点 A から辺 OP にひいた垂線の長さは  $\sqrt{2}$

$$\left\{ \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} \right\} \times 2$$

$$= \frac{4\sqrt{2}}{3} \pi$$

答  $\frac{4\sqrt{2}}{3} \pi$

解説

問2

$\triangle QBA$  は  $\angle QBA = 90^\circ$  だから, 二等辺三角形になるとき,  $QB=AB$   $P\left(t, \frac{1}{2}t^2\right), A(t, 0), B(-t, 0), Q$

$\left(-t, \frac{1}{2}t^2\right)$  と表せるから,  $QB = \frac{1}{2}t^2, AB = 2t$  よって,  $\frac{1}{2}t^2 = 2t$   $t^2 - 4t = 0$   $t(t-4) = 0$   $t > 0$  より,  $t=4$

問3

$t=2$  のとき, P (2, 2), A (2, 0) より,  $\triangle OAP$  は  $OA=AP=2, \angle OAP=90^\circ$  の直角二等辺三角形である。

よって,  $OP = \sqrt{2}$   $OA = 2\sqrt{2}$  A から OP に垂線 AH をひくと,  $OH=PH=AH = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

したがって, 求める体積は,  $2 \times \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{2})^2 \times \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \pi$

【問 13】

図のように、関数  $y=ax^2$  のグラフ上に 4 点 A, B, C, D がある。点 A, B, C, D の  $x$  座標はそれぞれ  $-3, -1, 2, 3$  である。直線 AC と直線 BD の交点を P とする。直線 BD の傾きが 4 のとき、次の問いに答えよ。

(福井県 2010 年度)

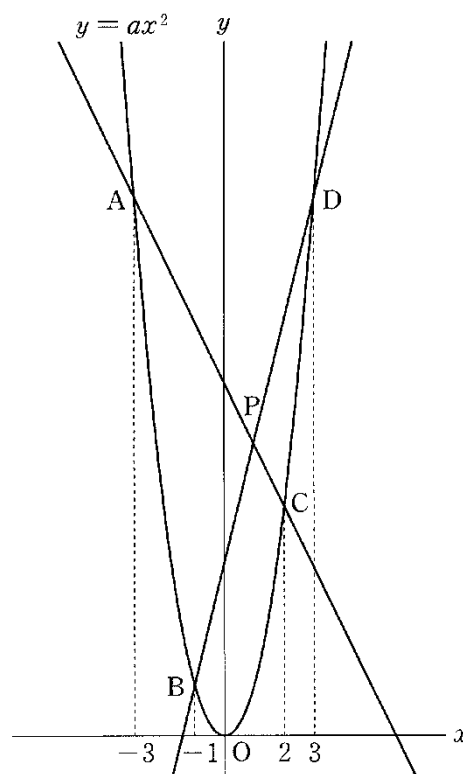
問1 2 点 B, D の  $y$  座標を  $a$  を用いて表せ。

問2  $a$  の値を求めよ

問3 直線 AC の式を求めよ。

問4 直線 AC と直線 BD の交点 P の座標を求めよ。

問5 2 点 B, C を通る直線を  $l$  とする。このとき、点 P と直線  $l$  との距離を求めよ。



解答欄

|    |                                                                                                                                                             |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 問1 | $\left\{ \begin{array}{l} \text{点 B の } y \text{ 座標 } \boxed{\phantom{000000}} \\ \text{点 D の } y \text{ 座標 } \boxed{\phantom{000000}} \end{array} \right.$ |
| 問2 | $a =$                                                                                                                                                       |
| 問3 | $y =$                                                                                                                                                       |
| 問4 | P (            ,            )                                                                                                                               |
| 問5 |                                                                                                                                                             |

解答

問1

$$\begin{cases} \text{点 B の } y \text{ 座標 } a \\ \text{点 D の } y \text{ 座標 } 9a \end{cases}$$

問2  $a=2$

問3  $y=-2x+12$

問4 P (1, 10)

問5  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

解説

問3

A, C は  $y=2x^2$  上の点より,  $x$  座標を代入して, それぞれの  $y$  座標を求める。A の  $y$  座標は  $2 \times (-3)^2 = 18$ , C の  $y$  座標は  $2 \times 2^2 = 8$  A (-3, 18), C (2, 8) を通る直線の傾きは,  $(8-18) \div (2+3) = -2$  求める直線を  $y = -2x + b$  とおく。C を通るので, 座標の値を代入して,  $8 = -4 + b$   $b = 12$  よって,  $y = -2x + 12$

問4

直線 BD は  $y=4x+c$  に B (-1, 2) の座標の値を代入して,  $2 = -4 + c$   $c = 6$   $y = 4x + 6$  この式と, 直線 AC の式  $y = -2x + 12$  を連立方程式として解くと,  $x = 1, y = 10$  よって, P (1, 10)

問5

B (-1, 2), C (2, 8), P (1, 10) を頂点とする三角形の面積を求める。(-1, 2), (2, 2), (2, 10), (-1, 10) を頂点とする長方形から, 3 つの三角形を除いて,  $\triangle PBC$  を残す。

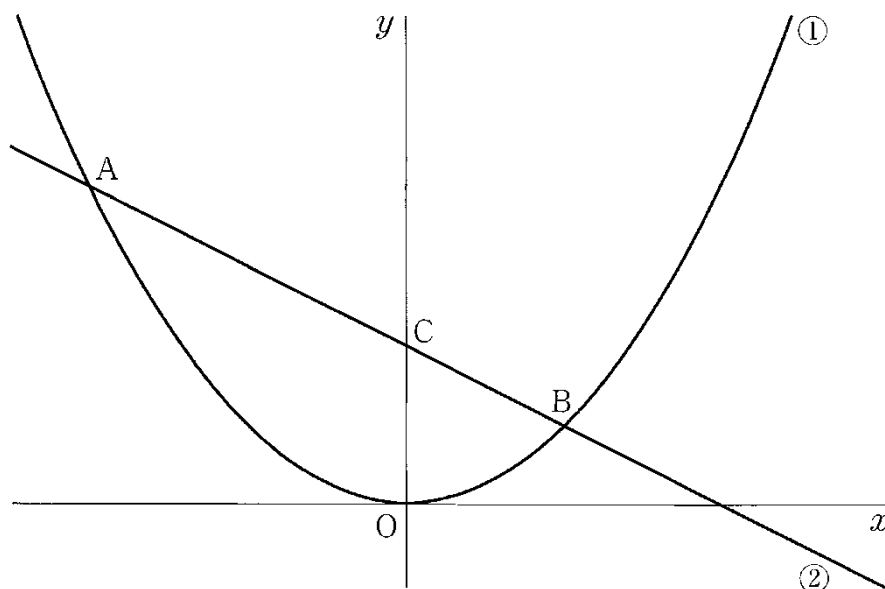
$$(2+1) \times (10-2) - \frac{1}{2} \times (2+1) \times (8-2) - \frac{1}{2} \times (2-1) \times (10-8) - \frac{1}{2} \times (1+1) \times (10-2) = 24 - 9 - 1 - 8 = 6$$

$$BC = \sqrt{(2+1)^2 + (8-2)^2} = 3\sqrt{5} \quad \text{点 P と直線 } \ell \text{ との距離を } h \text{ とすると, } \frac{1}{2} \times BC \times h = \triangle PBC \text{ より, } \frac{1}{2} \times 3\sqrt{5} \times h$$

$$= 6 \quad h = \frac{4\sqrt{5}}{5}$$

【問 14】

図において、①は関数  $y=ax^2$ 、②は関数  $y=-\frac{1}{2}x+2$  のグラフであり、点 A、B は①と②の交点で、 $x$  座標はそれぞれ  $-4$ 、 $2$  である。また、点 C は②と  $y$  軸との交点である。



このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(山梨県 2010 年度)

問1  $a$  の値を求めなさい。

問2 ①の関数において、 $x$  の変域が  $-4 \leq x \leq 2$  のとき、 $y$  の変域を求めなさい。

問3 ①の関数と②の関数は、 $x$  が  $b$  から  $b+2$  まで増加したときの変化の割合が等しくなる。このときの  $b$  の値を求めなさい。

問4 点 C を通る直線が  $\triangle OAB$  の面積を 2 等分するとき、この直線の式を求めなさい。

解答欄

|    |      |
|----|------|
| 問1 | $a=$ |
| 問2 |      |
| 問3 | $b=$ |
| 問4 |      |

解答

問1  $a = \frac{1}{4}$

問2  $0 \leq y \leq 4$

問3  $b = -2$

問4  $y = x + 2$

解説

問3

$y = \frac{1}{4}x^2$  において,  $x$  の値が  $b$  から  $b+2$  まで増加するとき,  $x$  の増加量は,  $b+2-b=2$ ,  $y$  の増加量は,  $\frac{1}{4}(b+2)^2 - \frac{1}{4}b^2 = b+1$  変化の割合は,  $\frac{b+1}{2} \dots \textcircled{1}$   $y = -\frac{1}{2}x+2$  において, 変化の割合は一定で, その値は  $-\frac{1}{2} \dots$

② ①と②が等しいので,  $\frac{b+1}{2} = -\frac{1}{2}$   $b+1 = -1$   $b = -2$

問4

A  $(-4, 4)$ , B  $(2, 1)$ , C  $(0, 2)$   $\triangle OAB = \triangle OAC + \triangle OBC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 4 + 2 = 6$   $\triangle OAC > \triangle$

OBC より, 点 C を通り  $\triangle OAB$  を 2 等分する直線は OA と交わるので, その交点を D とする。  $\triangle DOC = \frac{6}{2} - 2 = 1$

$\triangle ACD : \triangle DOC = 3 : 1$   $AD : DC = 3 : 1$  よって, 点 D の  $x$  座標は,  $-4 \times \frac{1}{4} = -1$ ,  $y$  座標は,  $4 \times \frac{1}{4} = 1$  D  $(-$

$1, 1)$  求める直線を  $y = mx + 2$  とおくと, D を通るので,  $1 = -m + 2$   $m = 1$  よって,  $y = x + 2$

【問 15】

図1のような透明な容器があり、面  $AGNH$  が水平となるようにテーブルの上に固定されている。面  $ABCDEFGH$  と面  $HJKLMN$  は同じ形であり、そのほかの面はどれも長方形である。この容器を面  $ABCDEFGH$  を正面とする方向から見ると、図2のように、直線  $\ell$  を対称軸とする線対称な図形である。この容器に液体を入れたときの、点  $D$  から測った液体の深さを  $x$  cm、液体の量を  $y$  cm<sup>3</sup> とする。ただし、容器の厚さは考えないものとする。

図1

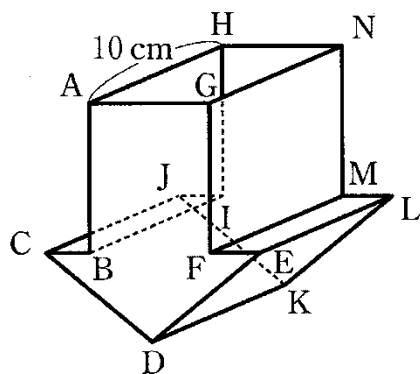
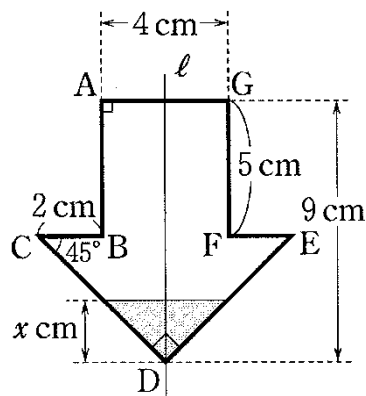


図2



次の問1～問4に答えなさい。

(岐阜県 2010 年度)

問1 表中のア、イにあてはまる数を求めなさい。

|                        |   |     |    |   |     |     |   |     |
|------------------------|---|-----|----|---|-----|-----|---|-----|
| $x$ (cm)               | 0 | ... | 3  | 4 | 5   | ... | 8 | 9   |
| $y$ (cm <sup>3</sup> ) | 0 | ... | 90 | ア | 200 | ... | イ | 360 |

問2  $x$  の変域を次の(1), (2)とすると、 $x$  と  $y$  との関係を式で表しなさい。

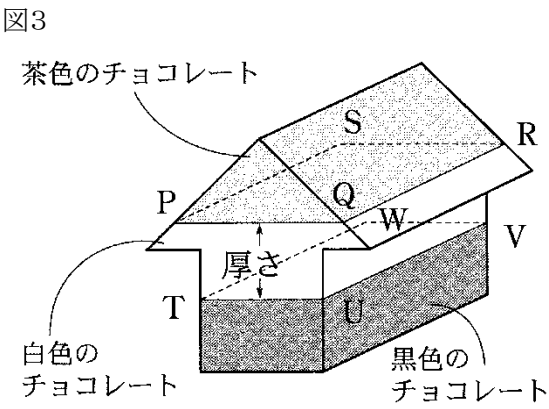
(1)  $0 \leq x \leq 4$  のとき

(2)  $4 \leq x \leq 9$  のとき

問3  $x$  と  $y$  との関係を表すグラフをかきなさい。 ( $0 \leq x \leq 9$ )



問4 図1の容器に、液体にした茶、白、黒の3色のチョコレート  
 ートを  $120\text{ cm}^3$  ずつ順に入れ、容器を満たす。チョコ  
 レートが固まった後、面  $AGNH$  が底面となるように置  
 き、この容器を取り除いて、図3のような3層のチョコ  
 レート菓子をつくる。3色のチョコレートは互いに混ざ  
 ることはなく、その境となる面  $PQRS$  と面  $TUVW$  は、  
 底面に平行である。このとき、図3に示した白色のチョコ  
 レートの層の厚さを求めなさい。ただし、各チョコレ  
 ートは固まる前後で体積の変化はないものとする。



解答欄

|    |                                                                                                                                                                               |       |
|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 問1 | ア                                                                                                                                                                             |       |
|    | イ                                                                                                                                                                             |       |
| 問2 | (1)                                                                                                                                                                           | $y =$ |
|    | (2)                                                                                                                                                                           | $y =$ |
| 問3 | <div style="text-align: center;"> <math>y</math><br/> <math>(\text{cm}^3)</math><br/> <br/> <math>x</math><br/> <math>0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ (\text{cm})</math> </div> |       |
| 問4 | cm                                                                                                                                                                            |       |

解答

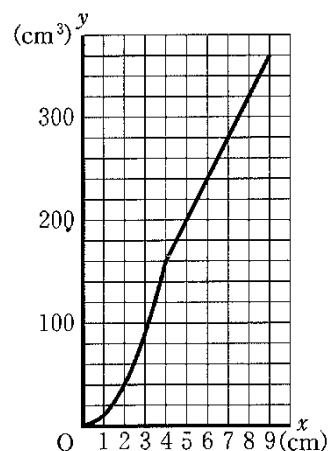
問1

ア 160    イ 320

問2

(1)  $10x^2$     (2)  $40x$

問3



問4  $(6 - 2\sqrt{3})$

解説

問2

(1)

$0 \leq x \leq 4$  のとき、液体の量は、直角二等辺三角形を底面とする高さ 10 cm の三角柱の体積と一致する。

底面の直角二等辺三角形は  $\triangle DCE$  と相似な三角形になるから、

(底面の直角二等辺三角形の斜辺):CE=(液体の深さ):(9-5)

(底面の直角二等辺三角形の斜辺):8=x:4

(底面の直角二等辺三角形の斜辺)= $2x$  cm

よって、 $y = \frac{1}{2} \times 2x \times x \times 10 = 10x^2$

(2)

$4 \leq x \leq 9$  のとき、液体の量は、底面を  $\triangle CDE$ 、高さを 10 cm とする三角柱と、

底面のたてが  $(x-4)$  cm、横が 4 cm、高さが 10 cm の正四角柱の体積の和になる。

よって、 $y = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times 10 + 4(x-4) \times 10 = 40x$

問4

$0 \leq x \leq 4$  のとき、 $y=120$  を代入して、 $120=10x^2$   $x^2=12$   $x=\pm 2\sqrt{3}$   $0 \leq x \leq 4$  より、 $x=2\sqrt{3}$  cm

よって、面 PQRS から面 CELJ までの厚さは  $4 - 2\sqrt{3}$  cm また、 $120 \div (4 \times 10) = 3$  cm より

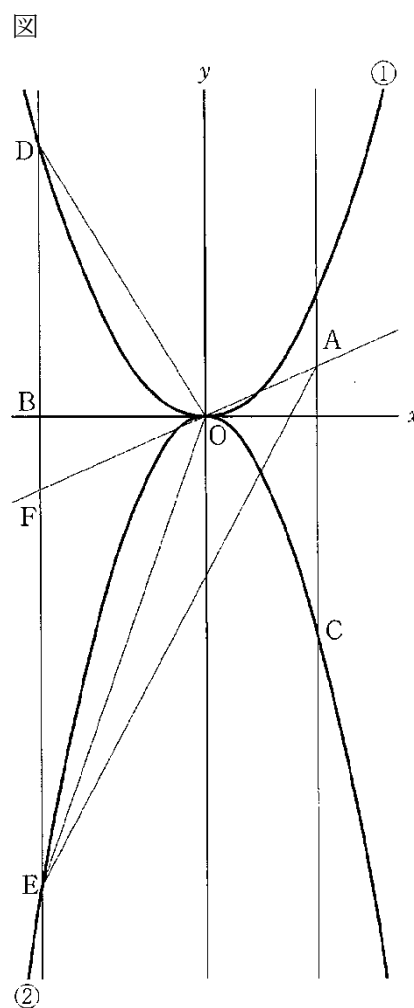
面 TUVW から面 CELJ までの距離は、 $5 - 3 = 2$  cm

よって、求める厚さは、 $4 - 2\sqrt{3} + 2 = 6 - 2\sqrt{3}$  cm

図において、①は関数  $y=ax^2 (a>0)$  のグラフであり、②は関数  $y=-x^2$  のグラフである。2 点 A, B の座標はそれぞれ (2, 1), (-3, 0) である。点 A を通り  $y$  軸に平行な直線と、放物線②との交点を C とする。また、点 B を通り  $y$  軸に平行な直線と、放物線①, 放物線②との交点をそれぞれ D, E とし、直線 AO と直線 DE との交点を F とする。

(静岡県 2010 年度)

問3  $\triangle OEA$  の面積と  $\triangle ODE$  の面積の比が  $1:3$  となるときの、 $a$  の値を求めなさい。求める過程も書きなさい。



|    |                           |   |        |       |
|----|---------------------------|---|--------|-------|
| 問1 |                           |   |        |       |
| 問2 | 通る点                       | 点 | $b$ の値 | $b =$ |
| 問3 | 〔求める過程〕                   |   |        |       |
|    | <p>答 <math>a =</math></p> |   |        |       |

解答

問1  $-16 \leq y \leq 0$

問2通る点  $\boxed{C}$  ,  $b$  の値  $\boxed{-6}$

問3

[求める過程]省略

答  $a = \frac{2}{3}$

解説

問2

$y = x + b$  のグラフは右上がりなので、切片  $b$  は点  $C$  を通るときに値がもっとも小さくなる。

点  $C$  は  $y = -x^2$  上の点で、 $x$  座標は  $2$  より、 $y = -2^2 = -4$

よって、 $C(2, -4)$   $y = x + b$  に点  $C$  の座標の値を代入して、 $-4 = 2 + b$   $b = -6$

問3

$D$  は  $y = ax^2$  上の点で、 $x$  座標は  $-3$  より、 $D(-3, 9a)$

$E$  は  $y = -x^2$  上の点で、 $x$  座標は  $-3$  より、 $y = -(-3)^2 = -9$   $E(-3, -9)$

直線  $AE$  を  $y = mx + n$  とおくと

$A(2, 1)$  を通るので、 $1 = 2m + n \cdots \textcircled{1}$

$E$  を通るので、 $-9 = -3m + n \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$ 、 $\textcircled{2}$ を連立方程式として解くと、 $m = 2$ 、 $n = -3$

よって、直線  $AE$  の式は  $y = 2x - 3$

直線  $AE$  と  $y$  軸との交点を  $G$  とおくと、 $G(0, -3)$

$$\triangle OEA = \triangle AOG + \triangle OEG = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{15}{2}$$

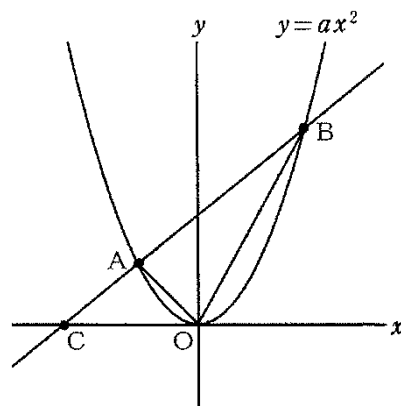
$$\triangle ODE = \frac{1}{2} \times DE \times OB = \frac{1}{2} \times (9a + 9) \times 3 = \frac{27a + 27}{2}$$

$$\triangle OEA : \triangle ODE = 1 : 3 \text{ より, } \frac{15}{2} : \frac{27a + 27}{2} = 1 : 3 \quad \frac{27a + 27}{2} = \frac{45}{2} \quad 27a + 27 = 45 \quad 27a = 18 \quad a = \frac{2}{3}$$

【問 17】

図で、 $O$  は原点、 $A, B$  は関数  $y=ax^2$  ( $a$  は定数) のグラフ上の点、 $C$  は直線  $BA$  と  $x$  軸との交点である。点  $A$  の座標が  $(-2, 2)$ 、 $\triangle BAO$  の面積が  $\triangle ACO$  の面積の 3 倍であるとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。ただし、点  $B$  の  $x$  座標は正とする。

(愛知県 2010 年度 A)



(1)  $a$  の値を求めなさい。

(2) 直線  $BA$  の式を求めなさい。

解答欄

|     |       |
|-----|-------|
| (1) | $a =$ |
| (2) | $y =$ |

解答

(1)  $a = \frac{1}{2}$

(2)  $y = x + 4$

解説

(2)

$A, B$  から  $x$  軸にそれぞれ垂線  $AH$ , 垂線  $BK$  をひく。

$\triangle BAO = 3\triangle ACO$  より、 $CA:AB = 1:3$   $AH \parallel BK$  より、 $AH:BK = CA:CB$   $2:BK = 1:4$   $BK = 8$

よって、点  $B$  の  $y$  座標は 8 だから、 $y = \frac{1}{2}x^2$  に代入して、 $8 = \frac{1}{2}x^2$   $x^2 = 16$   $x > 0$  より、 $x = 4$   $B(4, 8)$

2 点  $A(-2, 2)$ ,  $B(4, 8)$  を通る直線の式を  $y = mx + n$  とおく。

$A$  を通るので、 $2 = -2m + n \cdots (i)$

$B$  を通るので、 $8 = 4m + n \cdots (ii)$

(i), (ii) を連立方程式として解くと、 $m = 1$ ,  $n = 4$

よって、求める式は、 $y = x + 4$

【問 18】

図のように、関数  $y=ax^2\cdots\textcircled{ア}$  のグラフ上に 2 点 A, B があり、点 A の座標が (4, 4)、点 B の座標が  $(-6, b)$  である。

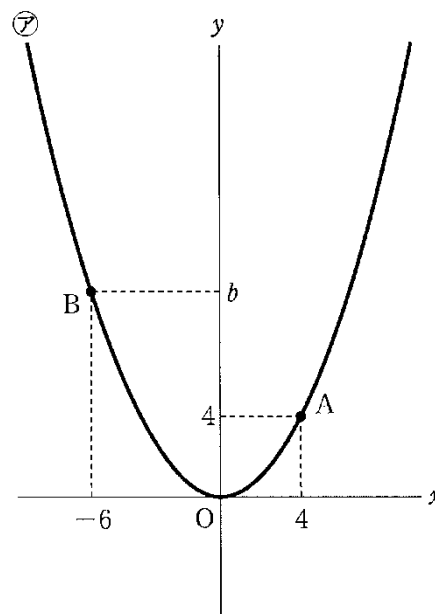
このとき、次の各問いに答えなさい。

(三重県 2010 年度)

(1)  $a, b$  の値を求めなさい。

(2) 2 点 A, B を通る直線の式を求めなさい。

(3) 原点を O とするとき、 $\triangle OAB$  の面積を求めなさい。ただし、座標の 1 目もりを 1 cm とする。



解答欄

|     |               |
|-----|---------------|
| (1) | $a =$         |
|     | $b =$         |
| (2) | $y =$         |
| (3) | $\text{cm}^2$ |

解答

(1)  $a = \frac{1}{4} \quad b = 9$

(2)  $y = -\frac{1}{2}x + 6$

(3)  $30\text{cm}^2$

【問 19】

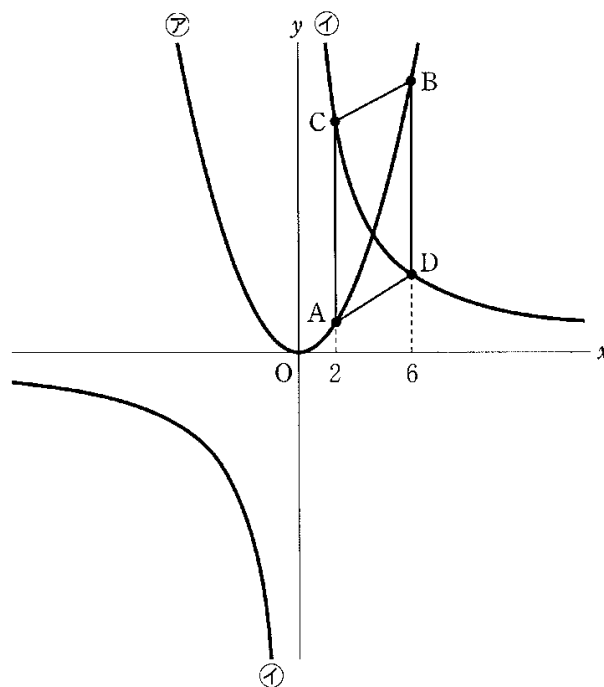
図のように、関数  $y = \frac{1}{2}x^2 \cdots \textcircled{2}$  のグラフ上に 2 点 A, B があり、関数  $y = \frac{a}{x} \cdots \textcircled{1}$  のグラフ上に 2 点 C, D がある。

このとき、次の各問いに答えなさい。ただし、 $a > 0$  とする。

(三重県 2010 年度)

- (1) 関数  $\textcircled{2}$  について、 $x$  の変域が  $-6 \leq x \leq 2$  のときの  $y$  の変域を求めなさい。

- (2) 点 A, C の  $x$  座標がともに 2 であり、点 B, D の  $x$  座標がともに 6 であるとき、四角形 ADBC が平行四辺形となるように、 $a$  の値を求めなさい。



解答欄

|     |               |
|-----|---------------|
| (1) | $\leq y \leq$ |
| (2) | $a =$         |

解答

- (1)  $0 \leq y \leq 18$

- (2)  $a = 30$

解説

- (2)

A は  $y = \frac{1}{2}x^2$  上の点で、 $x=2$  より、 $y = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2$  A (2, 2)

B は  $y = \frac{1}{2}x^2$  上の点で、 $x=6$  より、 $y = \frac{1}{2} \times 6^2 = 18$  B (6, 18)

C は  $y = \frac{a}{x}$  上の点で、 $x=2$  より、 $y = \frac{a}{2}$  C  $\left(2, \frac{a}{2}\right)$

D は  $y = \frac{a}{x}$  上の点で、 $x=6$  より、 $y = \frac{a}{6}$  D  $\left(6, \frac{a}{6}\right)$

四角形 ABCD は平行四辺形より、 $AC = DB$

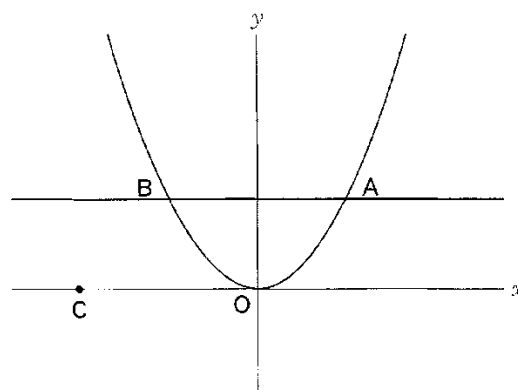
よって、 $\frac{a}{2} - 2 = 18 - \frac{a}{6}$   $\frac{2a}{3} = 20$   $a = 30$

【問 20】

図のように、関数  $y = \frac{1}{3}x^2$  のグラフ上に  $x$  座標が 3 である点A  
が

ある。点Aを通り、 $x$  軸に平行な直線と関数  $y = \frac{1}{3}x^2$  のグラフとの  
交点のうち、点Aと異なる点をBとする。また、 $x$  軸上に  $x$  座標が－  
6である点Cをとる。

このとき、次の問1～問3に答えよ。



(京都府 2010 年度)

問1 点Bの座標を求めよ。

問2 2点A, Cを通る直線の式を求めよ。

問3 2点A, Cを通る直線上に点Pをとる。△APBの面積が 10 となると、点Pの座標を求めよ。ただし、点Pの  $x$   
座標は点Aの  $x$  座標より小さいものとする。

解答欄

|    |                      |
|----|----------------------|
| 問1 | B(        ,        ) |
| 問2 | $y =$                |
| 問3 | P(        ,        ) |

解答

問1 B(－3, 3)

問2  $y = \frac{1}{3}x + 2$

問3  $P\left(-7, -\frac{1}{3}\right)$

解説

問3

△APBの底辺をABとしたときの高さを  $h$  とする。

$$\triangle APB = \frac{1}{2} \times AB \times h \quad \triangle APB = 10 \text{ だから, } \frac{1}{2} \times (3+3) \times h = 10 \quad h = \frac{10}{3}$$

点Pの  $x$  座標は点Aの  $x$  座標より小さいので、Pは直線ABより下側にある。よって、Pの  $y$  座標は  $3 - \frac{10}{3} = -\frac{1}{3}$

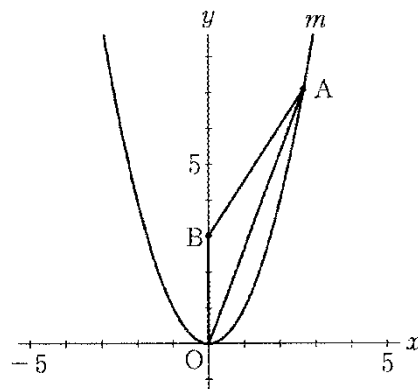
Pは直線AC上の点なので、 $y = \frac{1}{3}x + 2$  に  $y = -\frac{1}{3}$  を代入して、 $-\frac{1}{3} = \frac{1}{3}x + 2$   $x = -7$  よって、 $P\left(-7, -\frac{1}{3}\right)$



【問 21】

図において、 $m$  は  $y=x^2$  のグラフを表す。A は  $m$  上の点であり、その  $x$  座標は正である。B は  $y$  軸上の点であり、その  $y$  座標は 3 である。O と A、A と B とをそれぞれ結んでできる  $\triangle OAB$  の面積が 4 であるとき、A の  $y$  座標を求めなさい。

(大阪府 2010 年度 後期)



解答欄

解答

$$\frac{64}{9}$$

解説

A から  $y$  軸に垂線をひき、交点を H とする。

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \times OB \times AH \text{ だから, } \frac{1}{2} \times 3 \times AH = 4 \quad AH = \frac{8}{3}$$

よって、点 A の  $x$  座標は  $\frac{8}{3}$

また、点 A は  $y=x^2$  上の点だから、 $x=\frac{8}{3}$  を代入して、 $y=\left(\frac{8}{3}\right)^2=\frac{64}{9}$  より、 $y$  座標は  $\frac{64}{9}$

【問 22】

図のように、関数  $y=ax^2$  のグラフ上に、点  $A(4, 8)$  がある。また、点  $B$ 、点  $C$  は  $y$  軸上の点で、 $\triangle ABC$  は  $AB=AC=5$  の二等辺三角形である。

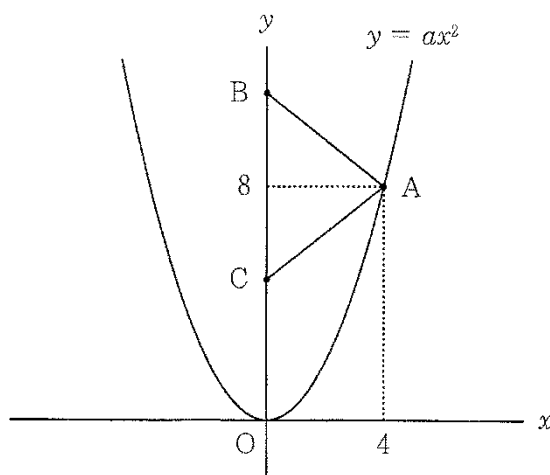
次の問いに答えなさい。

(兵庫県 2010 年度)

問1  $a$  の値を求めなさい。

問2 点  $A$  から  $y$  軸に垂線  $AD$  をひく。この関数のグラフ上で、点  $A$  と原点  $O$  の間に点  $P$  をとり、 $\triangle ABC$  の面積と  $\triangle ADP$  の面積が等しくなるようにする。このとき、点  $P$  の  $x$  座標を求めなさい。

問3 点  $C$  を通り  $AB$  に平行な直線と、この関数のグラフとの交点のうち、 $x$  座標が負である点を  $E$  とし、 $EC$  の延長と点  $A$  から  $x$  軸にひいた垂線との交点を  $F$  とする。このとき、問2における点  $P$  において、 $\triangle OEF$  の面積は  $\triangle OPC$  の面積の何倍か、求めなさい。



解答欄

|    |       |
|----|-------|
| 問1 | $a =$ |
| 問2 | $x =$ |
| 問3 | 倍     |

解答

問1  $a = \frac{1}{2}$

問2  $x = 2$

問3 4 倍

解説

問3

$A(4, 8)$ ,  $B(0, 11)$ ,  $C(0, 5)$ ,  $P(2, 2)$

$F$  の  $x$  座標は 4  $AB=AC$  より,  $\angle ABC = \angle ACB$ ,  $BA \parallel EC$  より,  $\angle ABC = \angle ECB$

よって,  $\angle ACB = \angle ECB$   $y = \frac{1}{2}x^2$  は  $y$  軸について対称なグラフなので,  $CA = CE$   $E$  は  $A$  と  $y$  軸について対称な

点となるので,  $E(-4, 8)$   $\triangle OEF = \triangle ECO + \triangle FCO = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 + \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 20$   $\triangle OPC = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$

よって,  $\triangle OEF$  は  $\triangle OPC$  の  $\frac{20}{5} = 4$  倍

【問 23】

図1のように、関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフ上に 2 点 A, B があ

図1

る。

A, B の  $x$  座標は、それぞれ  $-4, 6$  である。

次の問1～問4に答えなさい。

(和歌山県 2010 年度)

問1  $x$  の値が  $-4$  から  $6$  まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

問2 線分 AB の長さを求めなさい。

問3  $x$  軸上に点 P をとり、 $\triangle OAP = \triangle OAB$  となるようにする。このとき、P の座標を求めなさい。ただし、P の  $x$  座標は正の数とする。

問4 図2のように、OB 上に点 Q をとり、 $OB = 3QB$  となるようにする。このとき、直線 AQ の式を求めなさい。

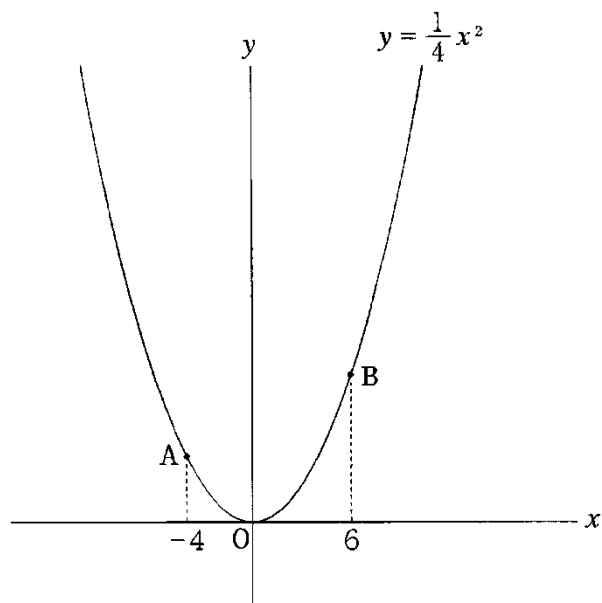
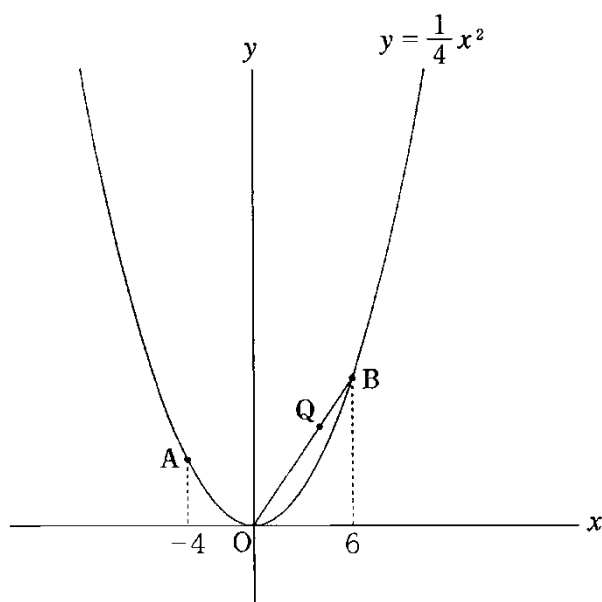


図2



解答欄

|    |                       |
|----|-----------------------|
| 問1 |                       |
| 問2 | AB =                  |
| 問3 | P (        ,        ) |
| 問4 |                       |

解答

問1  $\frac{1}{2}$

問2  $AB=5\sqrt{5}$

問3  $P(15, 0)$

問4  $y=\frac{1}{4}x+5$

解説

問1

$$x=-4 \text{ のとき, } y=\frac{1}{4} \times (-4)^2=4$$

$$x=6 \text{ のとき, } y=\frac{1}{4} \times 6^2=9$$

このとき,  $x$  の増加量は,  $6-(-4)=10$ ,  $y$  の増加量は,  $9-4=5$  より

$$\text{変化の割合は } \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

問2

$A(-4, 4)$ ,  $B(6, 9)$  だから

$$AB \text{ の長さは, 三平方の定理を利用して } AB=\sqrt{(6+4)^2+(9-4)^2}=\sqrt{100+25}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$$

問3

$\triangle OAP=\triangle OAB$  で,  $P$  の  $x$  座標は正の数より,  $OA \parallel BP$  直線  $BP$  の傾きは直線  $OA$  の傾きと等しい。

$$A(-4, 4) \text{ より, } OA \text{ の傾きは, } -\frac{4}{4}=-1$$

直線  $BP$  を  $y=-x+b$  とおくと,  $B(6, 9)$  を通るので,  $9=-6+b$   $b=15$

よって, 直線  $BP$  は  $y=-x+15$   $P$  は  $x$  軸上の点より,  $y=0$  を代入して,  $0=-x+15$   $x=15$

$$P(15, 0)$$

問4

$$OB=3QB \text{ より, } OQ:QB=2:1$$

$$Q, B \text{ から } x \text{ 軸に垂線 } QH, BK \text{ をひくと, } QH \parallel BK \text{ より, } OH:OK=OQ:OB=2:3 \quad OH=\frac{2}{3}OK=\frac{2}{3} \times 6=4$$

よって点  $Q$  の  $x$  座標は 4

$$QH=\frac{2}{3}BK=\frac{2}{3} \times 9=6$$

よって, 点  $Q$  の  $y$  座標は 6  $Q(4, 6)$  直線  $AQ$  を  $y=mx+n$  とおくと,  $A$  を通るので,  $4=-4m+n \cdots \textcircled{1}$

$Q$  を通るので,  $6=4m+n \cdots \textcircled{2}$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ を連立方程式として解くと, } m=\frac{1}{4} \quad n=5$$

$$\text{よって, 求める直線の式は, } y=\frac{1}{4}x+5$$

【問 24】

図1, 図2のように, 関数  $y=x^2$  のグラフ上に 2 点  $B(-3, b)$ ,  $C(2, 4)$  がある。

次の(1)～(4)に答えなさい。

(島根県 2010 年度)

(1) 点  $B$  の  $y$  座標  $b$  の値を求めなさい。

(2) 直線  $BC$  の式を求めなさい。

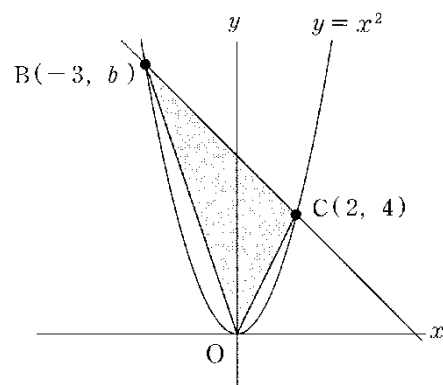
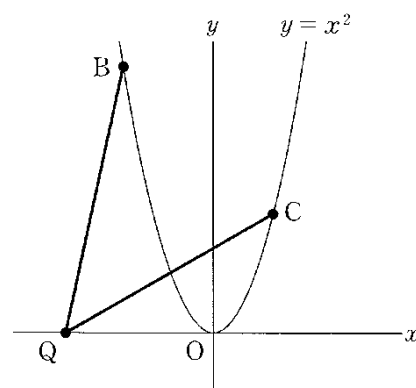


図2

(3)  $\triangle OBC$  の面積を求めなさい。

(4) さらに, 図3のように,  $x$  軸上に点  $Q$  をとる。 $BQ + CQ$  の長さが最短となるときの点  $Q$  の  $x$  座標を求めなさい。



解答欄

|     |       |
|-----|-------|
| (1) | $b =$ |
| (2) |       |
| (3) |       |
| (4) |       |

解答

(1)  $b=9$

(2)  $y=-x+6$

(3) 15

(4)  $\frac{6}{13}$

解説

(3)

直線 BC  $y=-x+6$  と  $y$  軸との交点を D とすると D (0, 6)

$$\triangle OBC = \triangle ODB + \triangle ODC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3 + \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 9 + 6 = 15$$

(4)

点 C (2, 4) と  $x$  軸について対称な点を  $C'$  (2, -4) とおくと  $QC = QC'$

$BQ + QC = BQ + QC'$  が最短となるのは線分  $BC'$  上に  $Q$  があるときだから,  $Q$  は直線  $BC'$  と  $x$  軸との交点となる。

B (-3, 9) と  $C'$  を通る直線の式を求めると,  $y = -\frac{13}{5}x + \frac{6}{5}$

この式に  $y=0$  を代入して,  $0 = -\frac{13}{5}x + \frac{6}{5} \quad x = \frac{6}{13}$

よって, 点  $Q$  の  $x$  座標は  $\frac{6}{13}$

【問 25】

一郎さんは、数学の宿題のプリントをノートにはり付けて、**問題1** についてはその解答をプリントに直接書き入れ、**問題2** についてはその解答をノートに書いた。次の問1、問2では指示に従って答え、問3では  に適当な数を書き入れなさい。

(岡山県 2010 年度)

一郎さんのノート

問題 1

右の図で、曲線は関数  $y = x^2$  のグラフであり、 $\triangle ABC$  は  $AB = BC = 4$  の直角二等辺三角形である。点A、点Bは関数  $y = x^2$  のグラフ上にあり、直線ABは  $x$  軸に平行である。

このとき、次の  に適当な数や式を書き入れなさい。

(1) 点Aの  $x$  座標は  (ア) である。

(2) 直線ACの式は  $y =$   (イ) である。

問題 2

右の図で、曲線は関数  $y = x^2$  のグラフであり、 $\triangle ABC$  は  $AB = BC = 4$  の直角二等辺三角形である。点A、点Cは関数  $y = x^2$  のグラフ上にあり、直線ABは  $x$  軸に平行である。

このとき、点Aの  $x$  座標を答えなさい。ただし、答えを求めるまでの過程も書きなさい。

解答

点Aの  $x$  座標を  $t$  とおくと、 $y$  座標は  $t^2$

点Bの  $x$  座標は  $t + 4$ 、 $y$  座標は  $t^2$

点Cの  $y$  座標は点Bの  $y$  座標より4大きいので  $t^2 + 4$

BCの長さは点Cの  $y$  座標から点Bの  $y$  座標をひいたものであり、 $BC = 4$  でもある。

したがって、BCの長さについて方程式をつくると、

$$(t^2 + 4) - t^2 = 4$$

$$4 = 4$$



問1 **問題1** に対する一郎さんの解答は正答であった。 (ア) ,  (イ) に適当な数または式を書き入れなさい。

問2 一郎さんは **問題2** を, **解答** のように解こうとしたが, これでは  $4=4$  となり, 解くことができなかった。そこで, **解答** の(Ⅰ), (Ⅱ)の行を, それぞれ次の 

|  |
|--|
|  |
|--|

 のように考え, 解き直したところ, その方程式を解くことができた。 

|  |
|--|
|  |
|--|

 に適当な式を書き入れなさい。ただし, 2 つとも同じ式が入る。

|       |                                                          |
|-------|----------------------------------------------------------|
| (Ⅰ)の行 | 点Cは関数 $y = x^2$ のグラフ上の点なので, $y$ 座標は <input type="text"/> |
| (Ⅱ)の行 | <input type="text"/> $- t^2 = 4$                         |

問3 **問題2** の点 A の  $x$  座標は 

|  |
|--|
|  |
|--|

 である。

解答欄

|    |     |  |
|----|-----|--|
| 問1 | (ア) |  |
|    | (イ) |  |
| 問2 |     |  |
| 問3 |     |  |

解答

問1 (ア)  $-2$  (イ)  $x+6$

問2  $(t+4)^2$

問3  $-\frac{3}{2}$

解説

問1

AB は  $x$  軸に平行で, 点 A の  $x$  座標は負の数だから,  $-\frac{4}{2} = -2 \cdots$ (ア) 点 A は  $y = x^2$  上の点だから,  $x = -2$  を代入して,  $y = (-2)^2 = 4$  A  $(-2, 4)$  よって, B  $(2, 4)$  C は  $x$  座標が B と同じで,  $y$  座標は B の  $y$  座標より 4 大きいから, C  $(2, 8)$  直線 AC の傾きは,  $\frac{CB}{AB} = \frac{4}{4} = 1$  より, 直線の式を  $y = x + b$  とおく。A を通るので, 座標の値を代入して,  $4 = -2 + b$   $b = 6$  よって,  $y = x + 6 \cdots$ (イ)

問2

点 A の  $x$  座標と  $t$  とすると, 点 B, 点 C の  $x$  座標は  $t+4$  と表せる。

また C は  $y = x^2$  上の点なので  $x = t+4$  を代入して,  $y = (t+4)^2$  より, C  $(t+4, (t+4)^2)$   $BC = 4$  より,  $(t+4)^2 - t^2 = 4$

問3

$$(t+4)^2 - t^2 = 4 \quad t^2 + 8t + 16 - t^2 = 4 \quad 8t = -12 \quad t = -\frac{3}{2}$$

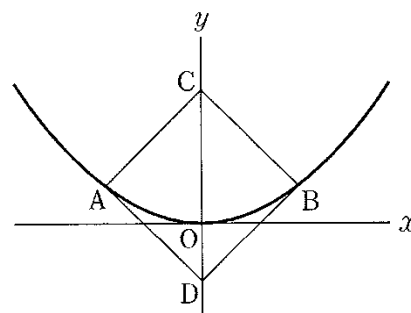
よって点 A の  $x$  座標は  $-\frac{3}{2}$



【問 26】

図のように、関数  $y=ax^2$  のグラフ上に 2 点 A, B,  $y$  軸上に 2 点 C, D があり、四角形 ADBC は正方形です。正方形 ADBC の対角線の長さが 8, 点 D の  $y$  座標が  $-2$  のとき,  $a$  の値を求めなさい。ただし,  $a>0$  とします。

(広島県 2010 年度)



解答欄

解答

$$\frac{1}{8}$$

解説

A と B を結ぶ。正方形の対角線はそれぞれの中点で垂直に交わるので

AB と CD の交点を H とすると, H の  $y$  座標は  $-2 + 8 \div 2 = 2$  H (0, 2) B (4, 2)

B は  $y=ax^2$  上の点より,  $2=16a$   $a=\frac{1}{8}$

【問 27】

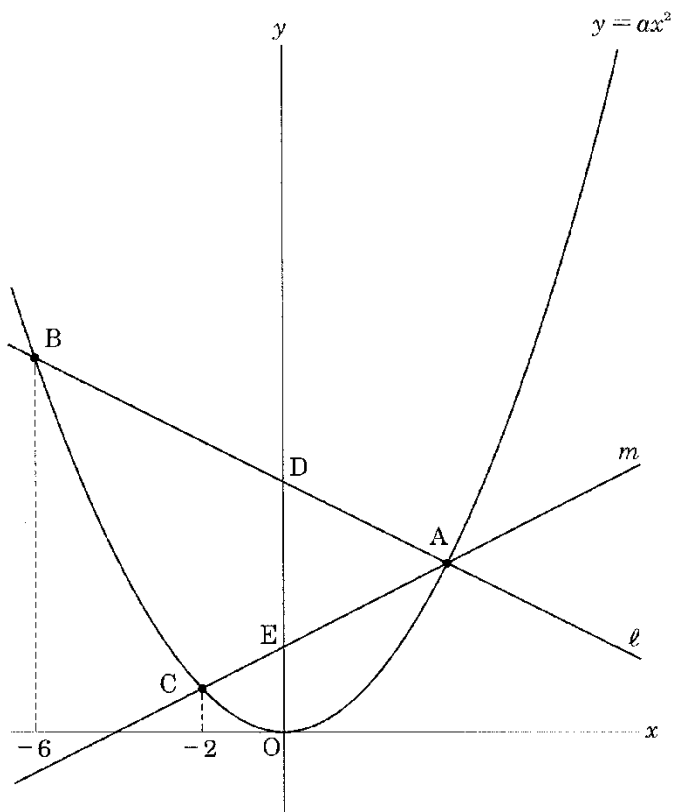
図のように、点 A (4, 4) を通る関数  $y=ax^2$  のグラフ上に、 $x$  座標がそれぞれ  $-6$ ,  $-2$  である点 B と点 C があり、2 点 A, B を通る直線  $\ell$  と 2 点 A, C を通る直線  $m$  をひく。また、直線  $\ell$  と  $y$  軸との交点を D, 直線  $m$  と  $y$  軸との交点を E とする。次の問1～問4に答えなさい。

(徳島県 2010 年度)

問1  $a$  の値を求めなさい。

問2 直線  $\ell$  の式を求めなさい。

問3  $\triangle ABC$  の面積を求めなさい。



問4 関数  $y=ax^2$  のグラフ上に  $x$  座標が正である点 P をとり、点 P から  $x$  軸にひいた垂線と  $x$  軸との交点を Q とする。 $\triangle AEQ$  の面積が  $\triangle AEO$  の面積の 3 倍になるとき、点 P の座標を求めなさい。

解答欄

|    |                             |
|----|-----------------------------|
| 問1 |                             |
| 問2 |                             |
| 問3 |                             |
| 問4 | (            ,            ) |

解答

問1  $\frac{1}{4}$

問2  $y = -\frac{1}{2}x + 6$

問3 30

問4 (8, 16)

解説

問3

C は  $x$  座標が  $-2$  で,  $y = \frac{1}{4}x^2$  上の点より,  $x = -2$  を代入して,  $y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$  C ( $-2, 1$ )

直線  $m$  を  $y = bx + c$  とおくと, A ( $4, 4$ ) と C を通るので

$$4 = 4b + c \cdots \textcircled{1}$$

$$1 = -2b + c \cdots \textcircled{2}$$

①, ②を連立方程式として解くと,  $b = \frac{1}{2}$ ,  $c = 2$

直線  $m$  の式は  $y = \frac{1}{2}x + 2$

B を通り  $y$  軸に平行な直線が直線  $m$  と交わる点を F とする。

F の  $x$  座標は  $-6$  なので  $y = \frac{1}{2} \times (-6) + 2 = -1$  より, F ( $-6, -1$ ) AC:CF =  $(4+2):(-2+6) = 6:4 = 3:2$

$$\text{よって } \triangle ABC = \frac{3}{5} \triangle ABF = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \times (9+1) \times (4+6) = 30$$

問4

点 Q の  $x$  座標を  $t$  ( $t > 0$ ) とおく。

A ( $4, 4$ ), E ( $0, 2$ ) だから

$$\triangle AEQ = \triangle AEO + \triangle AOQ - \triangle EOQ = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 + \frac{1}{2} \times t \times 4 - \frac{1}{2} \times t \times 2 = 4 + 2t - t = 4 + t$$

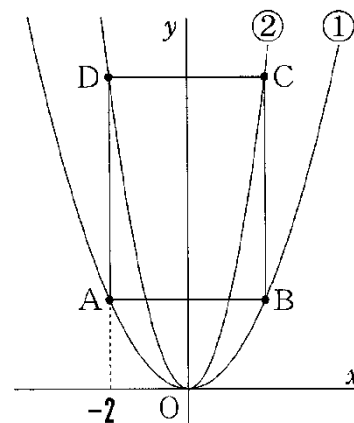
$$\triangle AEQ = 3\triangle AEO \text{ より, } 4 + t = 3 \times 4 \quad t = 8$$

よって P ( $8, 16$ )

【問 28】

図で、点  $O$  は原点であり、放物線①は関数  $y=ax^2$  のグラフで、 $a>0$  である。  
放物線②は関数  $y=2x^2$  のグラフである。長方形  $ABCD$  の頂点  $A$  は放物線①  
上の点で、その  $x$  座標は  $-2$  である。また、頂点  $B$  は放物線①上の点、頂点  $C$ 、  
 $D$  は放物線②上の点であり、辺  $AB$ 、辺  $DC$  はそれぞれ  $x$  軸に平行である。  
これについて、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(香川県 2010 年度)



(1) 関数  $y=2x^2$  で、 $x$  の変域が  $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$  のとき、 $y$  の変域を求めよ。

(2) 点  $O$  と点  $A$ 、点  $O$  と点  $B$  をそれぞれ結ぶ。長方形  $ABCD$  の面積が、 $\triangle OAB$  の面積の 5 倍であるとき、 $a$  の値を求めよ。

解答欄

|     |       |
|-----|-------|
| (1) |       |
| (2) | $a =$ |

解答

(1)  $0 \leq y \leq 2$

(2)  $a = \frac{4}{7}$

解説

(2)

点  $A$  は  $y=ax^2$  上の点で、 $x$  座標は  $-2$  だから、 $A(-2, 4a)$  とおく。

$B$  は  $A$  と  $y$  軸について対称な点だから、 $B(2, 4a)$

$D$  の  $x$  座標は  $-2$  で  $y=2x^2$  上の点だから、 $D(-2, 8)$

同様に  $C(2, 8)$

長方形  $ABCD$  の面積が  $\triangle OAB$  の 5 倍だから

$$(8-4a) \times (2+2) = 5 \times \frac{1}{2} \times (2+2) \times 4a \quad 4(8-4a) = 40a$$

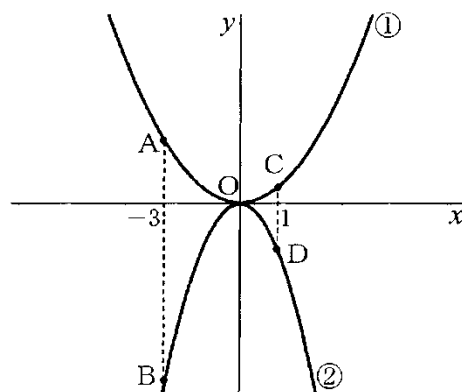
これを解いて  $a = \frac{4}{7}$

【問 29】

図において、①は関数  $y = \frac{1}{3}x^2$ 、②は関数  $y = -x^2$  のグラフである。

2 点 A, C は、①のグラフ上にあり、2 点 B, D は、②のグラフ上にある。  
点 A, B の  $x$  座標はともに  $-3$  であり、点 C, D の  $x$  座標はともに  $1$  である。このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(高知県 2010 年度 後期)



問1 点 A の  $y$  座標を求めよ。

問2 2 点 B, D を通る直線の式を求めよ。

問3 線分 AB 上に点 P をとり、台形 ABDC の面積が三角形 APD の面積の 2 倍となるようにしたい。このときの点 P の座標を求めよ。

解答欄

|    |                             |
|----|-----------------------------|
| 問1 |                             |
| 問2 |                             |
| 問3 | (            ,            ) |

解答

問1 3

問2  $y=2x-3$

問3  $\left(-3, -\frac{11}{3}\right)$

解説

問2

点 B, D は  $y=-x^2$  上の点で,  $x$  座標がそれぞれ  $-3, 1$  より,  $x$  座標の値を代入して  $y$  座標を求めると, B の  $y$  座標は,  $y=-(-3)^2=-9$ , D の  $y$  座標は,  $y=-(-1)^2=-1$  よって, B  $(-3, -9)$ , D  $(1, -1)$

直線 BD を  $y=ax+b$  とする。点 B を通るので,  $-9=-3a+b\cdots(\text{i})$

点 D を通るので  $-1=a+b\cdots(\text{ii})$

(i), (ii) を解くと,  $a=2, b=-3$

よって  $y=2x-3$

問3

点 P は線分 AB 上の点より, P  $(-3, t)$  とする。

各座標は, A  $(-3, 3)$ , B  $(-3, -9)$ , C  $\left(1, \frac{1}{3}\right)$ , D  $(1, -1)$

$$\triangle APD = \frac{1}{2} (\text{台形 ABDC}) = \frac{1}{2} (\triangle DAB + \triangle ACD)$$

$\triangle APD, \triangle DAB, \triangle ACD$  は底辺をそれぞれ, AP, AB, CD とすると, 高さが等しいので

$$AP = \frac{1}{2} (AB + CD) \quad 3-t = \frac{1}{2} \left\{ (3+9) + \left( \frac{1}{3} + 1 \right) \right\} \quad t = 3 - \frac{20}{3} \quad t = -\frac{11}{3}$$

よって P  $\left(-3, -\frac{11}{3}\right)$

【問 30】

図のように、関数  $y=ax^2(a>0)$ …①のグラフと直線  $l$  が 2 点 A, B で交わっている。直線  $l$  の式は  $y=3x-4$  であり、2 点 A, B の  $x$  座標はそれぞれ 2, 4 である。また、直線  $l$  と  $y$  軸の交点を C とし、 $y$  軸上に点 P をとる。ただし、点 P の  $y$  座標は正とする。このとき、次の問1～問4に答えなさい。

(佐賀県 2010 年度 後期)

問1  $a$  の値を求めなさい。

問2  $\triangle APC$  の面積が 7 になるとき、点 P の  $y$  座標を求めなさい。

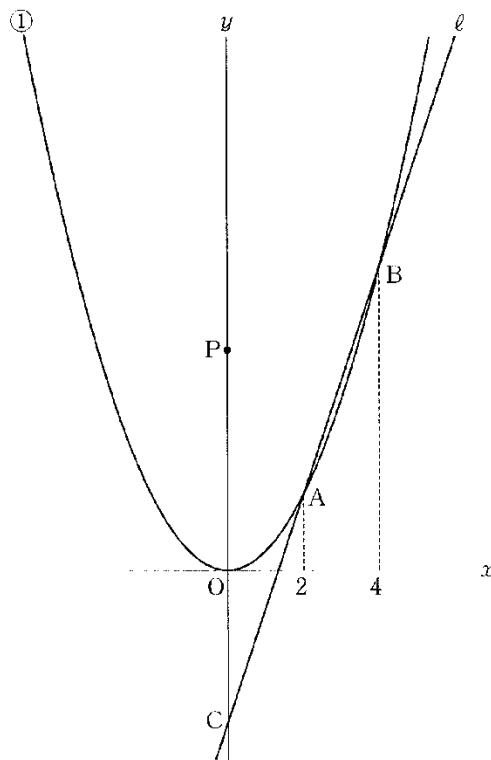
問3 AP の長さが  $2\sqrt{5}$  となるときの点 P の  $y$  座標を求めなさい。

問4 点 A を通り  $x$  軸に平行な直線と①の交点のうち点 A と異なる点を D, 点 B を通り  $x$  軸に平行な直線と①の交点のうち点 B と異なる点を E とする。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(1) 直線 AE の方程式を求めなさい。

(2)  $\triangle OAE$  の面積は  $\triangle ODE$  の面積の何倍か、求めなさい。



解答欄

|    |     |   |
|----|-----|---|
| 問1 |     |   |
| 問2 |     |   |
| 問3 |     |   |
| 問4 | (1) |   |
|    | (2) | 倍 |

解答

問1  $\frac{1}{2}$

問2 3

問3 6

問4 (1)  $y=-x+4$       (2) 3 倍

解説

問4

(2)

$\triangle OAE = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8 + 4 = 12$

$\triangle ODE = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times (8 - 2) - \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 2 + 6 - 4 = 4$

$\triangle OAE \div \triangle ODE = 12 \div 4 = 3$  倍



【問 31】

図1, 図2のように, 関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフ上に  $x$  座標が 4 である点 A があり,  $x$  軸上に点 B  $(-4, 0)$  がある。原点を O として, 次の問いに答えなさい。

(長崎県 2010 年度)

図1

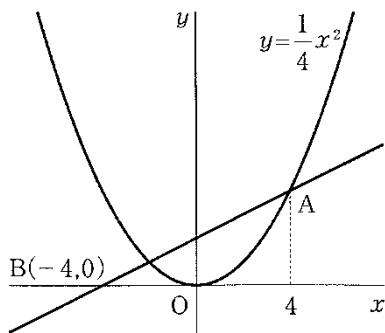
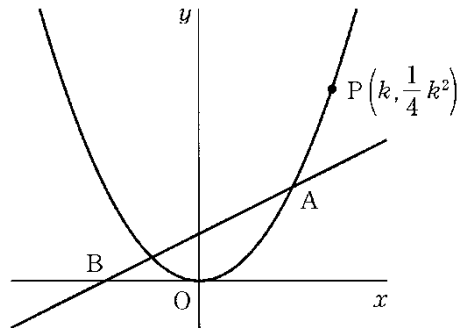


図2



問1 点 A の  $y$  座標を求めよ。

問2 関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  について,  $x$  の変域が  $-2 \leq x \leq 3$  のとき,  $y$  の変域を求めよ。

問3 直線 AB の式を求めよ。

問4 三角形 ABO の面積を求めよ。

問5 図2のように, 関数  $y = \frac{1}{4}x^2$  のグラフ上に点  $P\left(k, \frac{1}{4}k^2\right)$  をとる。三角形 PBO の面積が三角形 ABO の面積の 2 倍になるとき,  $k$  の値を求めよ。ただし,  $k > 0$  とする。

解答欄

|    |               |
|----|---------------|
| 問1 |               |
| 問2 | $\leq y \leq$ |
| 問3 | $y =$         |
| 問4 |               |
| 問5 | $k =$         |

解答

問1 4

問2  $0 \leq y \leq \frac{9}{4}$

問3  $y = \frac{1}{2}x + 2$

問4 8

問5  $k = 4\sqrt{2}$

解説

問5

△PBO と△ABO は底辺 BO が共通なので、面積比は高さの比と等しくなる。

よって、 $\frac{1}{4}k^2:4=2:1$   $\frac{1}{4}k^2=8$   $k^2=32$   $k>0$  より、 $k=4\sqrt{2}$

【問 32】

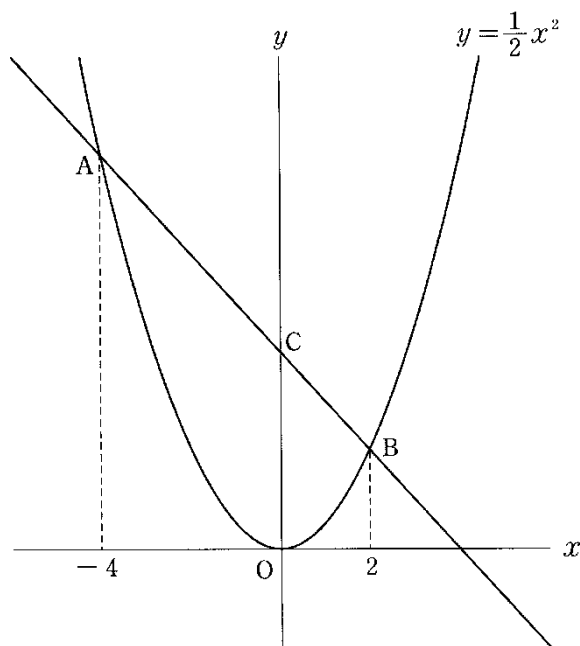
図のように、関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  のグラフ上に 2 点 A, B があり、それぞれの  $x$  座標は  $-4, 2$  である。直線 AB と  $y$  軸との交点を C とするとき、次の問1～問3に答えなさい。

(大分県 2010 年度)

問1 直線 AB の式を求めなさい。

問2  $\triangle AOB$  の面積を求めなさい。

問3 点 C を通り、 $\triangle AOB$  の面積を 2 等分する直線の式を求めなさい。



解答欄

|    |  |
|----|--|
| 問1 |  |
| 問2 |  |
| 問3 |  |

解答

問1  $y = -x + 4$

問2 12

問3  $y = 2x + 4$

解説

問2

$$\triangle AOB = \triangle AOC + \triangle BOC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 8 + 4 = 12$$

問3

$\triangle AOC = 8$ ,  $\triangle BOC = 4$  より、C を通り、 $\triangle AOB$  の面積を 2 等分する直線は、OA と交わる。

その交点を P とおく。点 P の  $x$  座標を  $t$  ( $t < 0$ ) とおくと

$$\text{四角形 OBCP} = \frac{1}{2} \triangle AOB \text{ より, } \frac{1}{2} \times 4 \times (-t) + 4 = \frac{12}{2} \quad t = -1$$

直線 OA は A  $(-4, 8)$  を通るので、式は  $y = -2x$   $x = -1$  を代入して、 $y = -2 \times (-1) = 2$  P  $(-1, 2)$  求める直線は C と P を通るので、 $y = mx + 4$  に  $x = -1$ ,  $y = 2$  を代入して、 $2 = -m + 4$   $m = 2$  よって、 $y = 2x + 4$

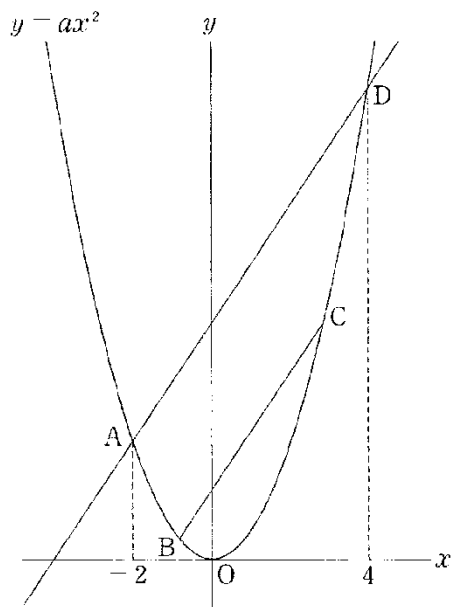
【問 33】

図のように、関数  $y=ax^2$  ( $a$  は定数) のグラフ上に 4 点 A, B, C, D があり、直線 AD と線分 BC は平行である。A の  $x$  座標は  $-2$ 、D の  $x$  座標は  $4$  であり、C の  $x$  座標は B の  $x$  座標より大きい。また、関数  $y=ax^2$  について、 $x$  の変域が  $-2 \leq x \leq 4$  のとき、 $y$  の変域は  $0 \leq y \leq 12$  である。このとき、次の各問いに答えなさい。

(熊本県 2010 年度)

問1  $a$  の値を求めなさい。

問2 直線 AD の式を求めなさい。



問3  $\triangle ABC$  の面積が  $\triangle ABD$  の面積の  $\frac{7}{12}$  であるとき、点 C の  $x$  座標を求めなさい。

解答欄

|    |       |
|----|-------|
| 問1 | $a =$ |
| 問2 | $y =$ |
| 問3 |       |

解答

問1  $a = \frac{3}{4}$

問2  $y = \frac{3}{2}x + 6$

問3  $\frac{11}{4}$

解説

問3

AD//BC より、 $AD:BC = \triangle ABD:\triangle ABC = 1:\frac{7}{12} = 12:7$   $B\left(s, \frac{3}{4}s^2\right)$ ,  $C\left(t, \frac{3}{4}t^2\right)$  とおく。

A  $(-2, 3)$ , D  $(4, 12)$  より、 $\{4 - (-2)\}:(t - s) = 12:7$   $t - s = \frac{7}{2} \cdots \textcircled{1}$

$(12 - 3):\left(\frac{3}{4}t^2 - \frac{3}{4}s^2\right) = 12:7$   $t^2 - s^2 = 7$   $(t + s)(t - s) = 7$  ①より、 $\frac{7}{2}(t + s) = 7$   $t + s = 2 \cdots \textcircled{2}$

①+②より、 $2t = \frac{11}{2}$   $t = \frac{11}{4}$

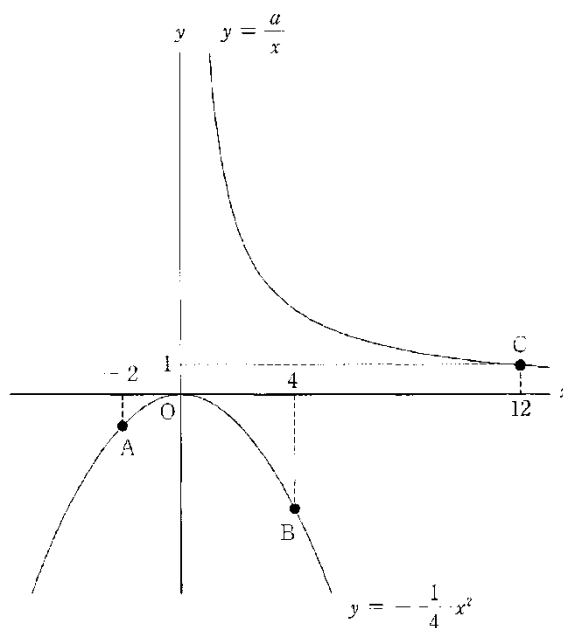
【問 34】

図のように、関数  $y = -\frac{1}{4}x^2$  のグラフ上に 2 点 A, B をとり、それぞれの  $x$  座標を  $-2, 4$  とする。また関数  $y = \frac{a}{x} (x > 0)$  のグラフは点 C (12, 1) を通るものとする。このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2010 年度)

問1  $a$  の値を求めなさい。

問2 2 点 A, B を通る直線の傾きを求めなさい。



問3 関数  $y = \frac{a}{x} (x > 0)$  のグラフ上に、 $x$  座標と  $y$  座標はともに自然数である点 P をとる。△ABP の面積が △ABC の面積と等しくなるとき、点 C 以外の点 P の座標を求めなさい。

解答欄

|    |                             |
|----|-----------------------------|
| 問1 | $a =$                       |
| 問2 |                             |
| 問3 | (            ,            ) |

解答

問1  $a = 12$

問2  $-\frac{1}{2}$

問3 (2, 6)

解説

問3

$y = \frac{12}{x}$  上の点のうち、C (12, 1) 以外で  $x, y$  座標がともに自然数になるのは

(1, 12), (2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)

このうち、PC//AB より、PC の変化の割合が  $-\frac{1}{2}$  になるのは (2, 6)