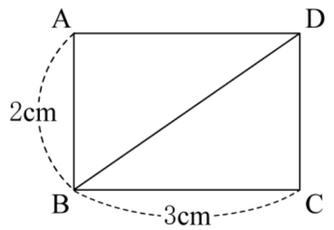
6.証明以外 平面図形の複合問題【2016 年度出題】

【問 1】

図のように，AB＝2 cm，BC＝3 cm の長方形 ABCD があります。この長方形の対角線 BD の長さを求めなさい。

（北海道　2016 年度）



解答欄

cm

解答

$\sqrt{13}$ cm

解説

BD＝$\sqrt{2^2+3^2}$ ＝$\sqrt{13}$ cm

【問 2】

図1のように，半径が 3 cm の円の円周を 12 等分する 12 個の点があり，そのうちの 1 つを S とします。

点 P，Q は点 S を同時に出発し，P は矢印アの方向へ，1 秒ごとに円周上の点を 1 個ずつ，Q は矢印イの方向へ，1 秒ごとに円周上の点を 2 個ずつ移動します。

例えば，1 秒後の 3 点 S，P，Q のそれぞれの位置は，図2のようになります。

次の(1)，(2)に答えなさい。

（北海道　2016 年度）

(1) 5 秒後に，3 点 S，P，Q を結んでできる三角形の∠SPQ の大きさを求めなさい。

(2) 155 秒後に，3 点 S，P，Q を結んでできる△SPQ をかき入れ，点 P，Q をそれぞれ示しなさい。また，このときの△SPQ の面積を求めなさい。

図1

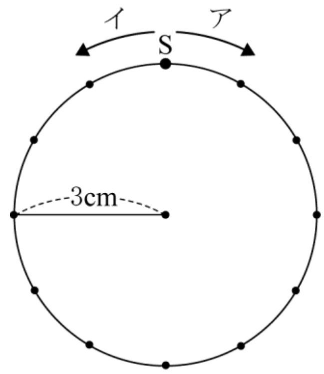
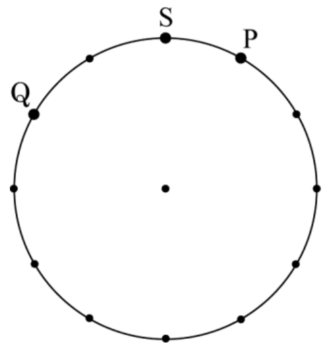
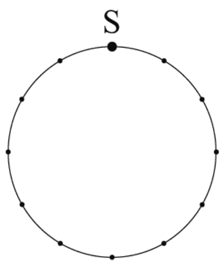
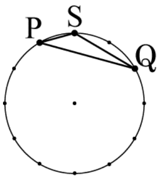


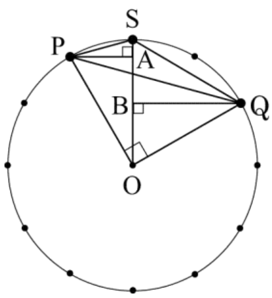
図2



解答欄

<table>
<tr><td>(1)</td><td>度</td><td></td></tr>
<tr><td>(2)</td><td>△SPQ

</td><td>答　　　　　cm^2</td></tr>
</table>

解答
(1) 30 度
(2)
△SPQ


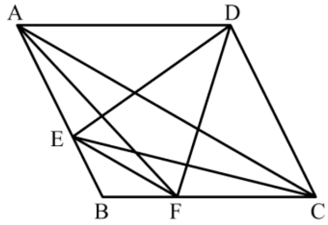
円の中心を O とすると△SOQ の面積は
$3\times\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ …①
△SOP の面積は
$3\times\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{4}$ …②
△POQ の面積は
$3\times3\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{9}{2}$ …③
求める△SPQ の面積は
△SOQ＋△SOP－△POQ
$=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}+\dfrac{9}{4}-\dfrac{9}{2}$
$=\dfrac{9\sqrt{3}-9}{4}$
答 $\dfrac{9\sqrt{3}-9}{4}$ cm^2
解説
問1
(1)
5 秒後に点 P は S から右へ 5 番目，Q は S から右へ 2 番目のところに移動する。
12 等分した 1 つの弧の中心角は $\dfrac{360}{12}=30^\circ$
円周角は中心角の半分の 15°
弧の長さが 2 倍になると中心角も 2 倍になるので 30°
(2)
155 秒後に P は，155÷12＝12 余り 11 なので S から左へ1個目へ移動する。
Q は，1 秒に点を 2 個移動するので 6 秒で1周する。
155÷6＝25 余り 5
したがって S から左へ 5×2＝10 個目へ移動する。よって P，Q は右図の点となる。


また円の中心を O，OS へ点 P，Q から垂線 PA，QB を下ろすと
△OAP，△OQB ともに 1 つの角が 30° の直角三角形となり辺の比は $1:2:\sqrt{3}$ となる。
半径が 3 なので AP＝$\dfrac{3}{2}$，BQ＝$\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$
四角形 OPSQ の面積
＝△OPS＋△OSQ
$=\dfrac{1}{2}\times3\times\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}\times3\times\dfrac{3}{2}\sqrt{3}$
$=\dfrac{9+9\sqrt{3}}{4}$
△OPQ は直角三角形なので $\dfrac{1}{2}\times3\times3=\dfrac{9}{2}$
よって△SPQ＝$\dfrac{9+9\sqrt{3}}{4}-\dfrac{9}{2}=\dfrac{9\sqrt{3}-9}{4}$

【問 3】

右の図の平行四辺形 ABCD で，AB，BC 上にそれぞれ点 E，F をとる。AC // EF のとき，△ACE と面積が等しい三角形を 3 つ書きなさい。

（青森県　2016 年度）



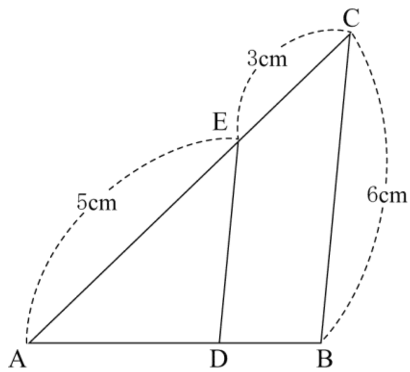
解答欄

解答
△ACF・△ADE・△CDF
解説
AC を底辺とみると AC // EF より△ACE＝△ACF
AE を底辺とみると AE // DC より△ACF＝△DCF
FC を底辺とみると AD // FC より△ACF＝△DCF
よって△ACE と面積が等しい三角形は
△ACF，△ADE，△DCF である。

【問 4】

右の図で，DE // BC のとき，線分 DE の長さを求めなさい。

（岩手県　2016 年度）



解答欄

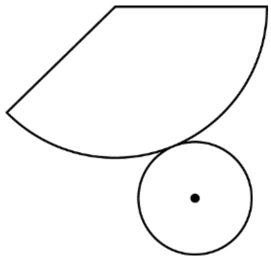
cm

解答
$\frac{15}{4}$ cm
解説
DE // BC より AE：AC＝DE：BC　DE＝x cm とすると
$5:(5+3)=x:6$
$8x=30$
$x=\frac{15}{4}$

【問 5】

右の図は，円錐の展開図であり，側面となるおうぎ形は，中心角が 135° で面積が $24\pi\,\mathrm{cm}^2$ である。この円錐の底面となる円の半径の長さを求めなさい。ただし，円周率を π とする。

（秋田県　2016 年度）



解答欄

cm

解答
3 cm
解説
おうぎ形の半径を R とすると

$\pi R^2\times\dfrac{135}{360}=24\pi\ \ \mathrm{cm}^2$

$R^2=\dfrac{360\times24}{135}=8^2$ より

$R=8$

おうぎ形の弧の長さは

$2\pi\times8\times\dfrac{135}{360}=6\pi$

底面の円の半径を r とすると

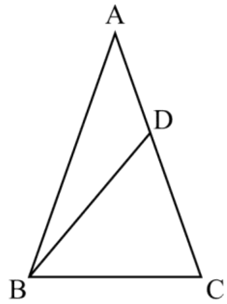
$2\pi r=6\pi$

$r=3$ cm

【問 6】

右の図で，三角形 ABC は AB＝AC＝6 cm，BC＝4 cm の二等辺三角形であり，点 D は辺 AC 上の点である。線分 BD の長さが最も短くなるとき，線分 BD の長さを求めなさい。

（秋田県　2016 年度）



解答欄

cm

解答

$\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$ cm

解説

線分 BD が最も短くなるのは BD が辺 AC の垂線になるときである。

ここで AD＝x とおくと△ABD，△BDC はともに直角三角形となるので

$BD = \sqrt{6^2 - x^2} = \sqrt{4^2 - (6-x)^2}$

$36 - x^2 = 16 - 36 + 12x - x^2$

$12x = 56$

$x = \dfrac{14}{3}$

よって $BD = \dfrac{\sqrt{6^2 \times 9 - 14^2}}{3} = \dfrac{8\sqrt{2}}{3}$ cm

【問 7】

底面の半径が 3 cm，側面積が $54\pi\,\mathrm{cm}^2$ の円柱がある。この円柱の高さを求めなさい。

（福島県　2016 年度）

解答欄

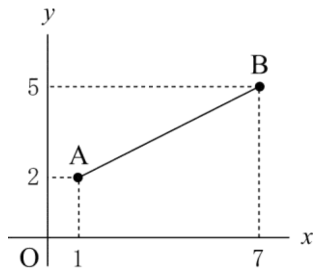
cm

解答
9 cm
解説
底面の円の円周の長さは $2\pi\times3=6\pi$ cm
側面積が $54\pi\,\mathrm{cm}^2$ なので
高さは $54\pi\div6\pi=9$ cm

【問 8】

右の図の 2 点 A (1, 2), B (7, 5) 間の距離を求めなさい。

（栃木県　2016 年度）



解答欄

解答

$3\sqrt{5}$

解説

C (7, 2) をとって△ABC をつくる。

∠C＝90° で AC＝7－1＝6, BC＝5－2＝3 だから AB＝d とすると

$d=\sqrt{6^2+3^2}$

$=\sqrt{45}$

$=3\sqrt{5}$

【問 9】

1 辺の長さが 3 cm である正三角形の面積を S, 1 辺の長さが 2 cm である正三角形の面積を T とする。
2 つの正三角形の面積の比 S:T を求めなさい。

（栃木県 2016 年度）

解答欄

S:T＝　　　　:

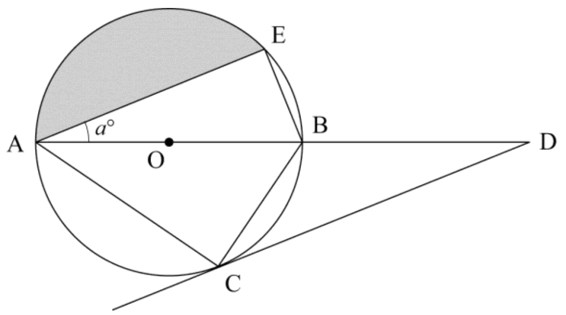
解答
S:T＝9:4
解説
1 辺の長さが 3cm の正三角形と 1 辺の長さが 2 cm の正三角形は相似で相似比は 3:2
よって S:T＝$3^2:2^2$＝9:4

【問 10】

右の図のように，AB を直径とする円 O の周上に，AC＞BC となるように点 C をとる。また，C を通る円 O の接線と直線 AB との交点を D とし，CD // AE となるように円周上に点 E をとる。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（栃木県 2016 年度）



(1) ∠EAB＝$a°$ とするとき，∠BAC の大きさを a を用いて表しなさい。

(2) 円 O の半径が 2 cm，∠EBA＝60° のとき，C を含まない方の弧 AE と線分 AE とで囲まれた部分の面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

解答欄

(1)	度
(2)	cm^2

解答

(1)　$45-\dfrac{a}{2}$ 度

(2)　$\dfrac{4}{3}\pi-\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

解説

(1)

O と C を結んで△OCD をつくる。

円の接線は接点を通る半径に垂直だから

$\angle\mathrm{OCD}=90^\circ$

CD // AE より

$\angle\mathrm{ODC}=\angle\mathrm{EAB}=a^\circ$

したがって

$\angle\mathrm{DOC}=180^\circ-(90^\circ+a^\circ)=90^\circ-a^\circ$

円周角の定理より

$\angle\mathrm{BAC}=\dfrac{1}{2}\angle\mathrm{BOC}=\dfrac{1}{2}(90^\circ-a^\circ)=45^\circ-\dfrac{a^\circ}{2}$

(2)

O と E を結ぶ。

求める部分の面積は

おうぎ形 OAE の面積から△OAE の面積をひいた値になる。

$\angle\mathrm{AOE}=2\angle\mathrm{ABE}=2\times60^\circ=120^\circ$ より

おうぎ形 OAE の面積は

$\pi\times2^2\times\dfrac{120}{360}=\dfrac{4}{3}\pi\ \ \mathrm{cm}^2$

また△OAE は 1 辺が 2 cm の二等辺三角形になる。

O から AE に垂線 OF をひくと

△OAF は辺の比が $1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形になるので

$\mathrm{OF}=1,\ \mathrm{AF}=\sqrt{3}\ \mathrm{cm}$

$\triangle\mathrm{OAE}=\dfrac{1}{2}\times\mathrm{OF}\times\mathrm{AE}=\dfrac{1}{2}\times1\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}\ \ \mathrm{cm}^2$

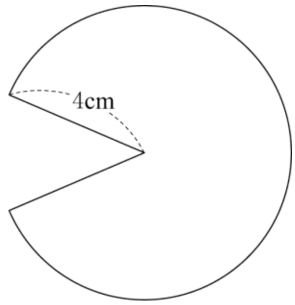
よって求める部分の面積は

$\dfrac{4}{3}\pi-\sqrt{3}\ \ \mathrm{cm}^2$

【問 11】

右の図のように，半径 4 cm，弧の長さ 7π cm のおうぎ形があります。このおうぎ形の面積を求めなさい。

（埼玉県　2016 年度）



解答欄

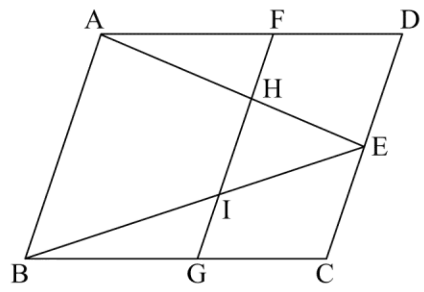
cm^2

解答
14π　cm^2
解説
半径 4 cm の円の周の長さは
$2\pi \times 4 = 8\pi$　cm
おうぎ形の弧の長さと面積は中心角に比例するから
弧の長さと円周の比はおうぎ形と円の面積の比を表す。
よって求めるおうぎ形の面積は
$\pi \times 4^2 \times \dfrac{7\pi}{8\pi} = 14\pi$　cm^2

【問 12】

　右の図のような平行四辺形 ABCD があり，辺 CD の中点を E とする。また，辺 AD 上に点 F を AF：FD＝4：3 となるようにとり，辺 BC 上に点 G を AB // FG となるようにとる。線分 AE と線分 FG との交点を H，線分 BE と線分 FG との交点を I とする。

　このとき，三角形 BGI と三角形 EHI の面積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。



（神奈川県　2016 年度）

解答欄

△BGI：△EHI＝　　　　　：

解答
△BGI：△EHI＝8：9

解説
AB // FG // DC，DE＝EC，AF：FD＝BG：GC＝4：3 である。
△BGI と△EHI の底辺を FG 上で考える。

$$\mathrm{IG}=\mathrm{FH}=\frac{4}{7}\times\frac{1}{2}\mathrm{FG}=\frac{2}{7}\mathrm{FG}$$

$$\mathrm{HI}=\mathrm{FG}-\frac{4}{7}\mathrm{FG}=\frac{3}{7}\mathrm{FG}$$ なので

$$\mathrm{IG}:\mathrm{HI}=\frac{2}{7}\mathrm{FG}:\frac{3}{7}\mathrm{FG}=2:3$$

高さを BC 上で考えると
高さの比は

$$\frac{4}{7}\mathrm{BC}:\frac{3}{7}\mathrm{BC}=4:3$$

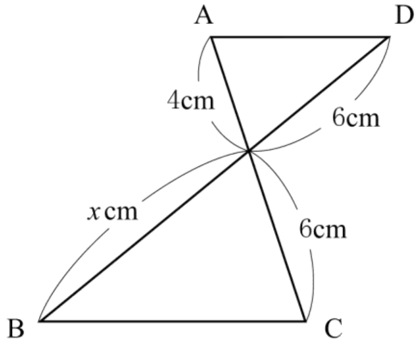
よって△BGI と△EHI の面積の比は

$$\frac{1}{2}\times2\times4:\frac{1}{2}\times3\times3=8:9$$

【問 13】

右の図で，AD // BC であるとき，x の値を答えなさい。

（新潟県　2016 年度）



解答欄

$x=$

解答

$x=9$

解説

辺 AC，BD の交点を E とおくと

△AED∽△CEB

AE : EC＝DE : EB

$4:6=6:x$

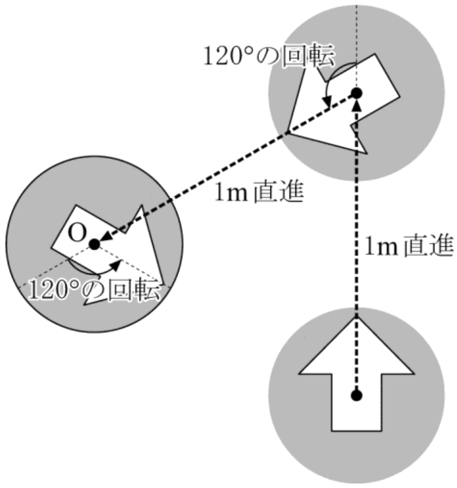
$x=9$

【問 14】

太郎さんは，円盤型のロボットを製作し，広く平らな床に置いた。ロボットは真上から見ると円形であり，円の中心を点 O とする。ロボットは，スイッチを入れた後，下に示す動作 S を，床の上で何回かくり返し，スタートした地点に戻ると，その次の動作 S は行わず，停止する。

【動作 S】
1 m 直進してから，直進した方向に対して，点 O を中心に時計の針の回転と反対の向きに $x°$ 回転して，進行方向を変える。

下の図は，ロボットがx＝120 で動作Sを2回くり返したときのようすを表している。



太郎さんは，x の値を 5 から 5 ずつ増やしながら 180 まで変え，それぞれの値ごとにロボットのスイッチを入れ，点 O が動いた跡を調べた。

次の問1～問4に答えなさい。

（岐阜県　2016 年度）

問1 x＝90 のとき，動作 S を何回くり返したかを求めなさい。

問2 点 O の動いた跡が正六角形になったとき，x の値を求めなさい。

問3 点 O の動いた跡が正 n 角形になったとき，この正 n 角形のうち内角の和が最大となる自然数 n の値を求めなさい。

問4 $30 \leqq x \leqq 60$ で，点 O の動いた跡が正 n 角形になったとき，自然数 n の値をすべて求めなさい。

解答欄

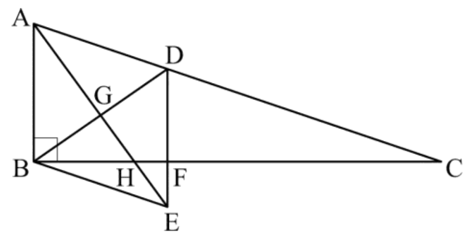
問1	回
問2	
問3	
問4	

解答
問1　4回
問2　60
問3　72
問4　6, 8, 9, 12
解説
問1
直角に回転した方向に動くので4回で元に戻る。
よって4回
問2
正六角形の内角の1つの角は
$\frac{180°\times 6-360°}{6}=120°$ だから
$x°=180°-120°=60°$
問3
正 n 角形の1つの内角は $\frac{180(n-2)}{n}$ 度になる。
x の値を5ずつ増やし180°まで調べたので
$\frac{180(n-2)}{n}=5a$ (a は $1\leqq a\leqq 35$ の整数とする)
$180n-360=5an$
$n=\frac{360}{180-5a}=\frac{72}{36-a}$
$a=35$ のとき $n=72$ となり最大となる。
よって内角の和が最大になるのは $n=72$
問4
$30\leqq x\leqq 60$ で $30\leqq 180-5a\leqq 60$ にあたり
$24\leqq a\leqq 30$ で n が整数になる n を求めると
$72=2^3\times 3^2$ なので
$a=24$ のとき $n=6$
$a=27$ のとき $n=8$
$a=28$ のとき $n=9$
$a=30$ のとき $n=12$
よって
$n=6, 8, 9, 12$

【問 15】

図で，△ABC は∠ABC＝90° の直角三角形であり，D は辺 AC 上の点で，AB＝AD である。E は，△ABD を，直線 DB を対称の軸として対称移動したときの頂点 A に対応する点である。

また，F は辺 BC と線分 DE との交点，G，H はそれぞれ線分 AE と DB，BF との交点である。



AB＝2 cm，AC＝6 cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（愛知県 2016 年度 A）

(1) △DBF の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

(2) 四角形 DGHF の面積は△ABC の面積の何倍か，求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	倍

解答

(1) $\dfrac{8\sqrt{2}}{9}\,\mathrm{cm}^2$

(2) $\dfrac{5}{36}$ 倍

解説

(1)

AB＝AD＝BE＝DE より四角形 ABED はひし形であり AB // DE

したがって△ABC∽△DFC で相似比は 3:2

DF＝$\dfrac{2}{3}\times 2=\dfrac{4}{3}$

BC＝$\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ であるから

FC＝$\dfrac{2}{3}\times 4\sqrt{2}=\dfrac{8}{3}\sqrt{2}$

BF＝$4\sqrt{2}-\dfrac{8}{3}\sqrt{2}=\dfrac{4}{3}\sqrt{2}$

よって△DBF は $\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4}{3}\sqrt{2}\times\dfrac{4}{3}=\dfrac{8}{9}\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

(2)

△ABC の面積は $\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 2=4\sqrt{2}$

GD＝$\dfrac{1}{2}$BD

$BD^2=BF^2+DF^2=\left(\dfrac{4}{3}\sqrt{2}\right)^2+\left(\dfrac{4}{3}\right)^2=\left(\dfrac{4}{3}\right)^2\times 3=\dfrac{4^2}{3}$

BD＝$\dfrac{4}{\sqrt{3}}$

したがって BG＝$\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

また△HGB∽△DFB

GH:DF＝BG:BF より GH＝$\dfrac{\dfrac{4}{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}}{\dfrac{4}{3}\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

四角形 DGHF の面積は

△DBF から△BHG の面積を除いたものなので

$\dfrac{8}{9}\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\dfrac{5}{9}\sqrt{2}$

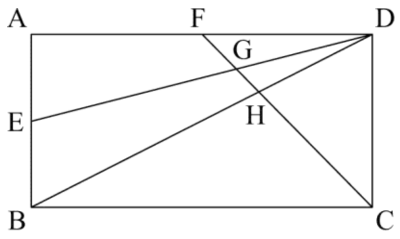
よって $\dfrac{5}{9}\sqrt{2}\div 4\sqrt{2}=\dfrac{5}{36}$ 倍

【問 16】

図で，四角形 ABCD は長方形で，E，F はそれぞれ辺 AB，AD の中点である。また，G，H はそれぞれ線分 FC と DE，DB との交点である。

AB＝2 cm，AD＝4 cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（愛知県　2016 年度　B）



(1) 線分 FH の長さは何 cm か，求めなさい。

(2) △DGH の面積は四角形 ABCD の面積の何倍か，求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	倍

解答

(1)　$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ cm

(2)　$\dfrac{1}{30}$ 倍

解説

(1)

点 H, G から辺 FD へ垂線 HP, GQ を下ろす。

PF＝x とおくと

△FDC∽△FHP より

PH＝x

△ABD∽△PHD より

$2:x=4:(2-x)$

$4x=2(2-x)$より

$6x=4$　$x=\dfrac{2}{3}$

よって△FPH は直角二等辺三角形なので

FH＝$\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ cm

(2)

FQ＝y とおくと

(1)と同様に△AED∽△QGD より

$4:(2-y)=1:y$

$2-y=4y$

$y=\dfrac{2}{5}$

△DGH＝$\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{2}{3}-\dfrac{1}{2}\times2\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{4}{15}$

四角形 ABCD＝$2\times4=8$

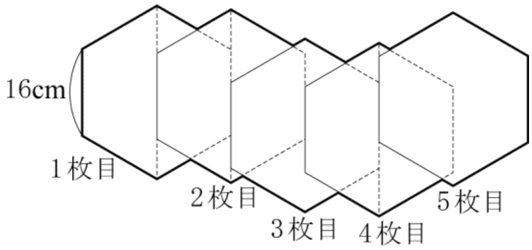
よって $\dfrac{4}{15}\div8=\dfrac{1}{30}$

【問 17】

和夫さんと弘樹さんは，文化祭で図1のような正六角形を貼り合わせたウェルカムボード (歓迎用の看板) を作成することになり，つくり方をまとめました。また，正六角形を貼り合わせてできる図形の重なる部分の面積と，周の長さについて調べました。後の問1，問2に答えなさい。

（滋賀県　2016 年度）

図1　ウェルカムボードのつくり方



ウェルカムボードのつくり方

(a) 画用紙を使って，1 辺の長さが 16 cm の正六角形を何枚かつくる。

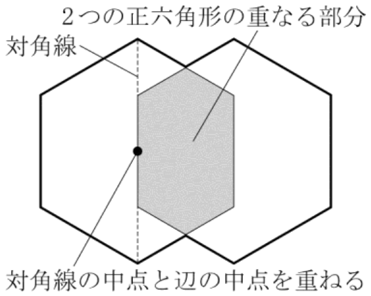
(b) 図1のように，1 枚目の正六角形の対称軸となる対角線に，2 枚目の正六角形の一辺を合わせて貼る。3 枚目以降の正六角形も，同様に貼り合わせていく。このとき，辺の両端が対角線からはみ出さないようにする。

(c) 貼り合わせてできた図形の周の長さを調べ，周上に飾りひもで飾りつけをする。

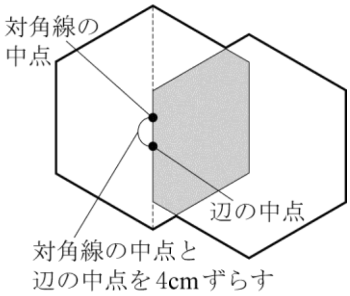
和夫さんと弘樹さんが調べたこと

次の(ア)，(イ)，(ウ)の場合について，2 枚の正六角形を縦にずらして貼り合わせたときの重なる部分の面積と周の長さを調べた。

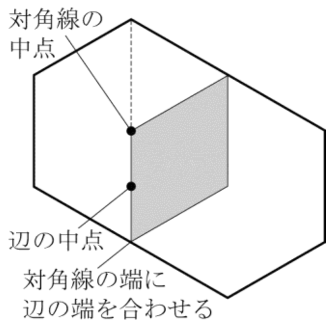
(ア) 対称軸となる対角線の中点に辺の中点を重ねて貼る



(イ) 対称軸となる対角線の中点と辺の中点を 4 cm ずらして貼る



(ウ) 対称軸となる対角線の端に辺の端を合わせて貼る



◎調べて分かったこと

○ 正六角形が重なる部分の面積

・(ア)の場合が最大で，(ウ)の場合が最小となる。

○ 正六角形を貼り合わせてできる図形の周の長さ

・(ア)，(イ)，(ウ)の場合，いずれも周の長さは 128 cm で変わらない。

・貼り合わせる正六角形の枚数と図形の周の長さとの関係は次の表1のようになる。

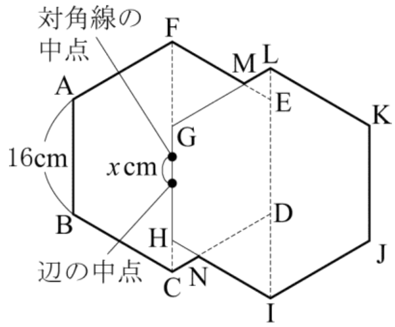
表1

貼り合わせる正六角形の枚数 (枚)	1	2	3	4	…
貼り合わせてできる図形の周の長さ (cm)	96	128	160	192	…

問1　和夫さんと弘樹さんが調べたことについて，次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) (ア)の図について，2 枚の正六角形が重なる部分の面積は何 cm^2 になりますか。求めなさい。

図2



(2) 弘樹さんは，2 枚の正六角形を貼り合わせるときに，(ア)，(イ)，(ウ)以外の場合でも図形の周の長さが 128 cm になると考えました。図2のように，正六角形の対角線の中点と辺の中点を x cm ずらして貼り合わせた場合，この図形の周の長さが 128 cm になることを説明しなさい。

和夫さんは，正六角形の代わりに，正方形を貼り合わせてできた図形の周の長さについても調べました。

正方形を貼り合わせて調べたこと

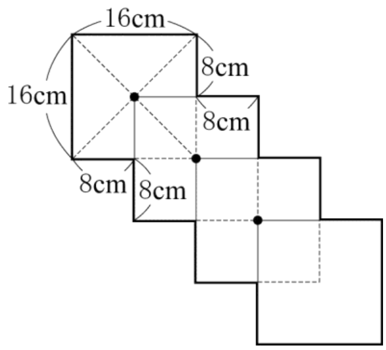
2 枚の正方形を貼り合わせたときの周の長さを調べた。

(a) 画用紙を使って，1 辺の長さが 16 cm の正方形を何枚かつくる。

(b) 図3のように，1 枚目の正方形の対角線の交点に 2 枚目の正方形の頂点をおき，2 つの正方形の重なる部分が正方形となるように貼り合わせる。3 枚目以降の正方形も，同様に貼り合わせていく。

(c) 貼り合わせてできた図形の周の長さを調べる。

図3



◎調べて分かったこと

・貼り合わせる正方形の枚数と図形の周の長さの関係は次の表2のようになる。

表2

貼り合わせる正方形の枚数 (枚)	1	2	3	4	…
貼り合わせてできる図形の周の長さ (cm)	64	96	128	160	…

問2　和夫さんは，正方形を貼り合わせて調べたことの表2の 2 枚目以降と，正六角形の場合の表1を比較すると，貼り合わせてできる図形の周の長さの値が同じ数で並ぶことに気づきました。表2の 2 枚目以降の周の長さが，表1と同じように増えていく理由を説明しなさい。

解答欄

問1	(1)	cm^2
	(2)	
問2		

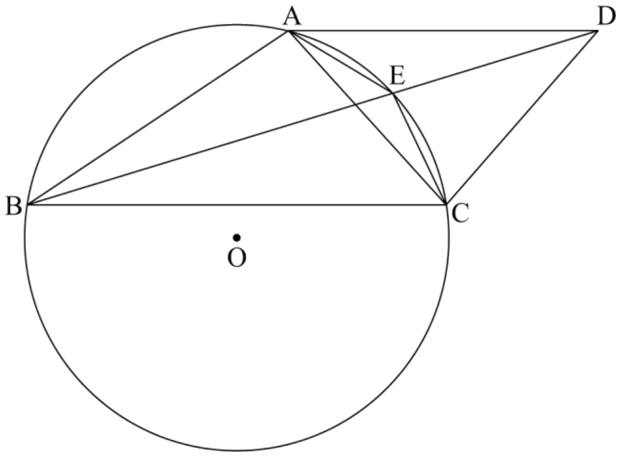
解答
問1
(1)　$160\sqrt{3}$ cm^2
(2)
線分 AE と線分 FG の交点を P とすると
FP＝8，PG＝x となる。
このとき△FGM は正三角形だから
FM＝FG＝8＋x である。
また△MEL も正三角形だから
ML＝LE＝8－x である。
ゆえに FM＋ML＝(8＋x)＋(8－x)＝16
同様にして
CN＋NI＝16
したがって周の長さは 16×8＝128 より
128 cm となる。
問2
正方形の周の長さは 64 cm である。
正方形を 1 枚増やして貼り合わせると
重なる部分は一辺 8 cm の正方形であり
その周は貼り合わせてできる図形の周にはならない。
したがって 64－8×4＝32 より
貼り合わせてできる図形の周の長さは 32 cm ずつ増えることになるから。
解説
問1
(1)
正六角形の 1 つの角は 120°　でその半分は 60°
したがって求める面積は正六角形の半分の面積から 1 辺が 8 cm の正三角形を 2 つ取り除いた部分の面積となる。
対角線の中点から辺までの長さは
図の(ア)の中点とその上の頂点，それと水平にある右の頂点を結ぶと
$1:2:\sqrt{3}$ の直角三角形ができるので $8\sqrt{3}$
1 辺が 8 cm の正三角形の面積は
高さが $4\sqrt{3}$ なので
$\frac{1}{2}\times 8\times 4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$
よって $\frac{1}{2}(16+32)\times 8\sqrt{3}-2\times 16\sqrt{3}=160\sqrt{3}$ cm^2
(2)
図2の右の正六角形は(ア)の図から x cm 下がったところにある。
また△FGM と△MEL が正三角形なので
直線 AE と直線 FG の交点を P とすると
FM＝FG＝8＋x cm
ML＝16－(8＋x)＝8－x
したがって FM＋ML＝16 cm となり
周の長さは変わらない。
問2
1 枚目の周の長さが 16×4＝64 cm
2 枚貼り合わせると 8 cm の長さの辺が 4 つ増えるので
8×4＝32 cm　増える。
この 2 枚を最初と最後にもっていくと
1 枚増えるごとに 8 cm の長さが 4 辺増える図形になっているので
8×4＝32 cm ずつ周の長さは増える。

【問 18】

右の図のように，円 O の周上に 3 点 A，B，C があり，AB＝6 cm，BC＝8 cm である。点 A を通り直線 BC に平行な直線と，∠ABC の二等分線との交点を D とすると，点 D は円 O の外部にあり，四角形 ABCD の面積は $7\sqrt{11}$ cm^2 である。また，線分 BD と円 O との交点のうち B でないものを E とする。

このとき，次の問1～問3に答えよ。

（京都府　2016 年度　中期）



問1　線分 AD の長さを求めよ。また，直線 BC 上に BC⊥AH となるように点 H をとるとき，線分 AH の長さを求めよ。

問2　線分 BD の長さを求めよ。

問3　△ABD と△EAC の面積の比を最も簡単な整数の比で表せ。

解答欄

問1	AD＝　　　　cm	AH＝　　　　cm
問2	cm	
問3	△ABD：△EAC＝　　　：	

解答
問1
AD＝6 cm
AH＝$\sqrt{11}$ cm
問2
$2\sqrt{33}$ cm
問3
△ABD：△EAC＝33：5
解説
問1
AD // BC なので∠ADB＝∠DBC＝∠ABD
したがって△ABD は二等辺三角形
よって AD＝AB＝6 cm
AH＝a とおくと四角形 ABCD の面積より
$\frac{1}{2}\times(6+8)a=7\sqrt{11}$
$a=\sqrt{11}$ cm
問2
△ABH において
三平方の定理より
$BH^2=AB^2-BH^2=6^2-(\sqrt{11})^2=36-11=25$
したがって BH＝5
これより HC＝8－5＝3
BC の延長線上に点 D から垂線 DF を下ろす。
AD＝6 より
HF＝6
したがって
BF＝11
DF＝$\sqrt{11}$
△BDF において
三平方の定理より
$BD^2=11^2+(\sqrt{11})^2=11\times12$　BD＝$2\sqrt{33}$ cm
問3
∠ABE＝∠EBC より
AE＝EC
また円周角の定理より
∠ABE＝∠ACE
したがって
△ABD∽△EAC
$AC^2=(\sqrt{11})^2+3^2=20$
AC＝$2\sqrt{5}$
BD：AC＝$2\sqrt{33}:2\sqrt{5}=\sqrt{33}:\sqrt{5}$
よって△ABD：△EAC＝33：5

【問 19】

半径が 6 cm，中心角が 80° のおうぎ形の面積を求めよ。ただし，円周率は π とする。

（奈良県　2016 年度）

解答欄

cm^2

解答

8π　cm^2

解説

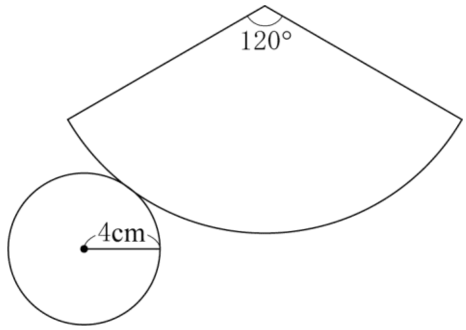
$\pi \times 6^2 \times \dfrac{80}{360} = 8\pi$　cm^2

【問 20】

右の図は円錐の展開図であり，側面のおうぎ形の中心角は 120° で，底面の円の半径は 4 cm である。

このとき，側面のおうぎ形の半径を求めなさい。

（和歌山県　2016 年度）



解答欄

cm

解答

12 cm

解説

おうぎ形の半径を r とおくと

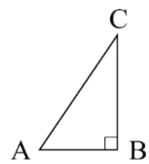
$$2\pi\times4=2\pi r\times\frac{120^\circ}{360^\circ}$$

$r=12$ cm

【問 21】

右の図のような，AB＝2 cm，BC＝3 cm，∠ABC＝90° の直角三角形 ABC がある。このとき，辺 AC の長さを求めなさい。

（岡山県　2016 年度　一般）



解答欄

cm

解答

$\sqrt{13}$ cm

解説

$\mathrm{AC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ cm

【問 22】

真衣さんは，厚い本を開いたときの角の大きさが，どの本でもいつも同じになることに興味をもち，そのことについて調べた。次は，真衣さんが発表のために，その内容をまとめたものである。問1，問2に答えなさい。

（岡山県　2016 年度　一般）

本を図1のように開くと，矢印が示す角の大きさはいつも同じになる。このことを確かめるために，図1の色がついた部分を図2のように模式化して考える。

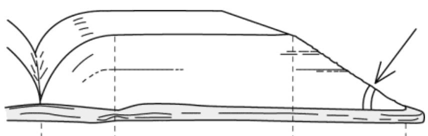


図 1

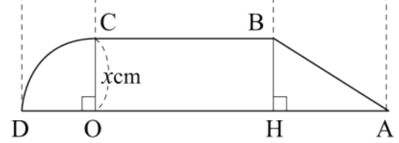


図 2

【図2の説明】

- 2 点 A，D 間は，直線の一部
- 2 点 A，B 間は，直線の一部
- 2 点 B，C 間は，直線の一部
- BC // AD
- 2 点 O，H は線分 AD 上の点
- BH⊥AD
- CO⊥AD
- 2 点 C，D 間は，点 O を中心とし，線分 OC を半径とする円の一部

【角の大きさがいつも同じになること】

図2において，各ページの幅は等しいから，AO＝BC＋$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$である。

また，AO＝AH＋HO，HO＝BC だから，線分 AH と長さが等しいのは $\boxed{(1)}$ である。

よって，線分 OC の長さを x cm とすると，線分 AH の長さは，x を使って $\boxed{(2)}$ cm と表される。

したがって，AH：BH＝ $\boxed{(3)}$ ：2 となる。

本を開いたときの厚さ OC によって，直角三角形 BAH の大きさは異なるが，AH：BH の比の値は等しいので，どれも相似な直角三角形になる。

相似な図形では，対応する角の大きさはそれぞれ等しいので本を開いたときの角の大きさはいつも同じになる。

問1 $\boxed{(1)}$ に当てはまるものとして最も適当なのは，ア～エのうちではどれですか。一つ答えなさい。

また，$\boxed{(2)}$ ，$\boxed{(3)}$ には適当な数または式を書き入れなさい。

ア　線分 AB　　イ　線分 OD　　ウ　弧 CD　　エ　線分 BH

問2 真衣さんの発表を聞いた次郎さんは，次のように質問した。

おうぎ形 OCD と直角三角形 BAH の面積は等しくなりますか。

次郎さんの質問に対して，真衣さんは次のように説明した。 (1) には適当な式を書き入れなさい。また， (2) には直角三角形 BAH の面積を求め，＜説明＞を完成させなさい。ただし， (2) は答えを求めるまでの過程も書きなさい。

＜説明＞

おうぎ形 OCD の面積は，x を使って (1) cm^2 と表される。また，直角三角形 BAH の面積を S cm^2 とすると，

(2)

したがって，おうぎ形 OCD と直角三角形 BAH の面積は等しくなります。

解答欄

問1	(1)	
	(2)	cm
	(3)	
問2	(1)	cm^2
	(2)	

解答
問1
(1) ウ

(2) $\dfrac{\pi}{2}x$ cm

(3) π
問2

(1) $\dfrac{\pi}{4}x^2$ cm^2

(2)

$S=\dfrac{1}{2}\times \mathrm{AH}\times \mathrm{BH}$

AH$=\dfrac{\pi}{2}x$ cm, BH$=x$ cm だから

$S=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\pi}{2}x\times x=\dfrac{\pi}{4}x^2$ cm^2
解説
問1
図2において
AO$=\underline{\mathrm{BC}}+\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$
AO$=$AH$+\underline{\mathrm{HO}}$
HO$=$BC だから
AH$=$(1)$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$より
(1)に当てはまるのはウの「弧 CD」である。

よって AH$=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}=2\pi x\times\dfrac{1}{4}=(2)\dfrac{\pi}{2}x$ cm

したがって AH:BH$=\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$:CO$=\dfrac{\pi}{2}x:x=\dfrac{\pi}{2}x:\dfrac{2}{2}x=(3)\pi:2$
問2

(1) $\pi x^2\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{\pi}{4}x^2$ cm^2

(2) S$=\dfrac{1}{2}\times$AH$\times$BH で

AH$=\dfrac{\pi}{2}x$ cm
BH$=x$ cm だから

S$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\pi}{2}x\times x=\dfrac{\pi}{4}x^2$ cm^2

【問 23】

大輝さん，直樹さん，美咲さんの 3 人が，面積が 10 m^2 になる正方形の花だんの作り方について，教室で話をしています。

大輝さん「1 m ごとに印が付いている 20 m のロープを使って，自宅の庭に，面積が 10 m^2 の正方形の花だんを作ろうと思うんだ。面積が 10 m^2 になる正方形は，どうすれば作れるかな？」

直樹さん「面積が 10 m^2 になる正方形の一辺の長さは，$\sqrt{10}$ m になるはずだよ。でも，$\sqrt{10}$ は無理数だね。$\sqrt{10}$ の長さは，どうすればとれるかな？」

美咲さん「①方眼紙があれば，三平方の定理を利用して $\sqrt{10}$ の長さをとれるわ。」

大輝さん「そうか。それならとれそうだね。でも，庭では方眼紙が使えないよ。」

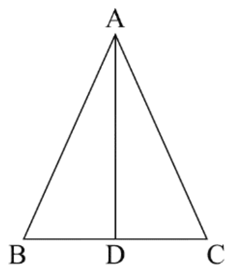
直樹さん「方眼紙が使えなくても，直角が作れれば三平方の定理が使えるよね。ロープを使えば，二等辺三角形が作れるから，それから直角を作ることができるよ。」

直樹さんは，直角を作る方法を，下のように説明しました。

【直樹さんの説明】

まず，AB＝AC＝5 m，BC＝4 m の二等辺三角形 ABC を作る。

次に，辺 BC の中点 D をとり，線分 AD を引くと，$\angle ADB = 90°$ となる。



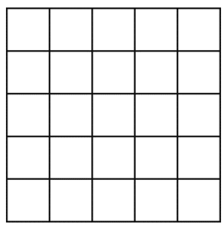
大輝さん「なるほど。それなら，ロープを使って作れそうだね。その方法を聞いて，僕は ②直角を作る別の方法を思い付いたよ。」

美咲さん「どんな方法なの？　私にも教えてよ。」

これについて，次の問1・問2に答えなさい。

（広島県　2016 年度）

問1　下線部①について，美咲さんは，右の方眼紙に $\sqrt{10}$ の長さの線分をかきました。この方眼の 1 目盛りを 1 として，$\sqrt{10}$ の長さの線分をかきなさい。

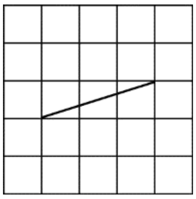


問2　下線部②について，大輝さんは，1 m ごとに印が付いている 20 m のロープのみを使って，直樹さんとは別の方法で直角を作りました。このロープを使って直角を作る方法は，二等辺三角形から作る方法のほかに，どのような方法が考えられますか。【直樹さんの説明】のように直角を作る方法を説明しなさい。ただし，ロープは 20 m すべてを使わなくてもよいものとし，ロープを曲げたり押さえたり線を引いたりするために必要な人や道具，ロープの太さについては考えなくてよいものとします。なお，説明には図を用いなくても構いません。

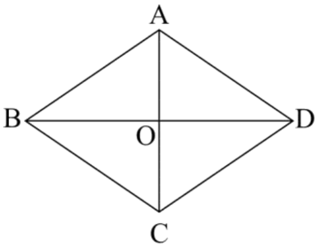
解答欄

問1	
問2	

解答
問1



問2
まず AB＝BC＝CD＝DA＝2 m のひし形 ABCD を作る。
次に 2 つの対角線 AC と BD を引きその交点を O とすると∠AOB＝90° となる。



解説
問1
$10=1^2+3^2$ であることから考える。
問2
ひし形の対角線は垂直に交わることを利用する。

【問 24】

S さんの中学校では，40 人の小学生を招き，交流会を開くことになった。この交流会の内容として，部活動紹介，長縄跳び，扇子づくり，竹とんぼづくりを予定している。

次の問いに答えなさい。

（山口県 2016 年度）

問い 扇子づくりでは，図1のような，半径が 20 cm，中心角が 120° の扇形 OAB から，半径が 10 cm，中心角が 120° の扇形 OCD を除いた図形 ABDC を，長方形の和紙から切り抜き，扇子をつくることにした。

図2のように，図形 ABDC の弧 AB が辺 EH に接し，点 A が辺 GH 上，点 B が辺 EF 上，2 点 C，D が辺 FG 上にそれぞれくるように，長方形の和紙 EFGH の大きさを決めるとき，長方形 EFGH の縦 EF の長さと横 FG の長さは，それぞれ何 cm にすればよいか。求めなさい。

図1

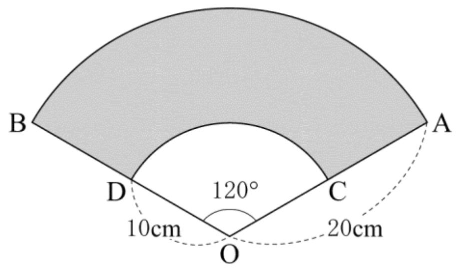
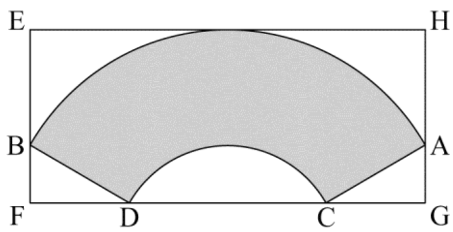


図2



解答欄

縦 EF の長さ	cm
横 FG の長さ	cm

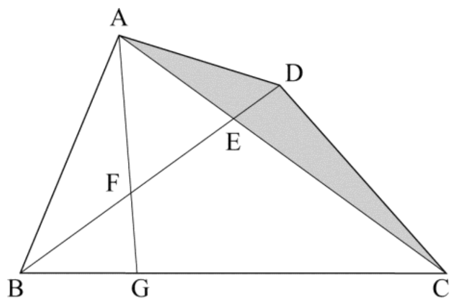
解答
縦 EF の長さ 15 cm
横 FG の長さ $20\sqrt{3}$ cm
解説
図1において
弦 CD，弦 AB に原点 O から垂線 OI，OJ をそれぞれ下ろす。
△OCI は 1 つの角が 60°の直角三角形となるので辺の比は $1:2:\sqrt{3}$ となる。
したがって OI＝5　EF＝20－5＝15cm
同様に△OAJ において
AJ＝$10\sqrt{3}$
よって AB＝$20\sqrt{3}$ cm

【問 25】

右の図のような四角形 ABCD があり，対角線 AC と対角線 BD との交点を E とする。線分 BE 上に，2 点 B，E と異なる点 F をとり，直線 AF と辺 BC との交点を G とする。

四角形 ABCD の面積が 50 cm^2，△AGC の面積が 30 cm^2，BF : FD ＝3 : 4，AF : FG＝2 : 1 であるとき，△ACD の面積は何 cm^2 か。

（香川県　2016 年度）



解答欄

cm^2

解答

$\frac{60}{7}\,\mathrm{cm}^2$

解説

2点 F，C を結ぶ。

AF : FG＝2 : 1 より

△AFC＝$\frac{2}{2+1}$△AGC＝$\frac{2}{3}\times 30 = 20\ \mathrm{cm}^2$

BF : FD : ED＝3 : 4 : a とする。

ED : BD＝a : 7 より△ACD : 四角形 ABCD＝a : 7

△ACD＝$\frac{a}{7}\times 50 = \frac{50a}{7}$ cm^2 …①

ED : FE＝a : $(4-a)$ より△ACD : △AFC＝a : $(4-a)$

△ACD＝$\frac{a}{4-a}\times 20 = \frac{20a}{4-a}$ cm^2 …②

①，②より

$\frac{50a}{7} = \frac{20a}{4-a}$

$50a(4-a) = 20a\times 7$

$200a - 50a^2 = 140a$

$50a^2 = 60a$

$5a = 6$

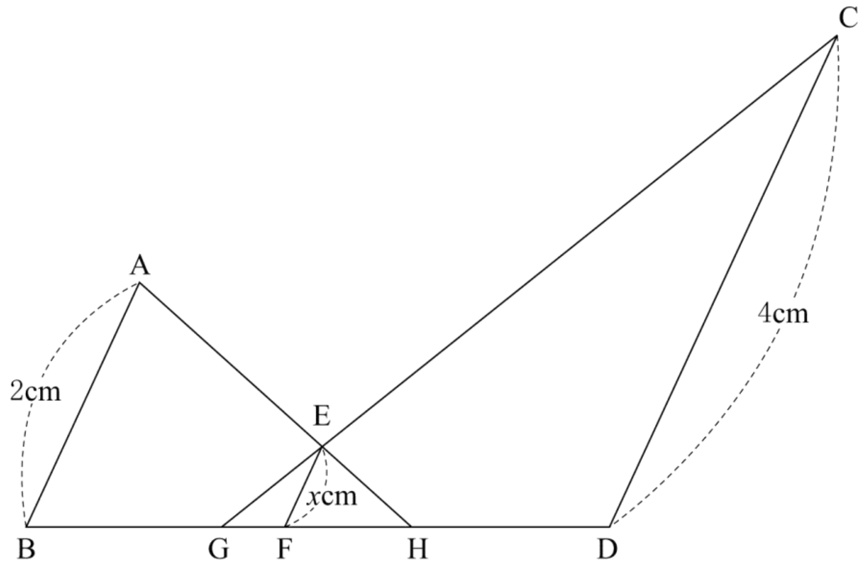
$a = \frac{6}{5}$

①より△ACD＝$\frac{50}{7}\times\frac{6}{5} = \frac{60}{7}$ cm^2

【問 26】

図において，AB // CD，AB // EF，BG＝GH＝HD，AB＝2 cm，CD＝4 cm とし，EF＝x cm とする。x の値を求めなさい。

（沖縄県 2016 年度）



解答欄

x＝	cm

解答

$x=\dfrac{2}{3}$ cm

解説

BG＝GH＝HD

BG：GF＝1：a とおくと

BH：FH＝2：$(1-a)$

△ABH∽△EFH かつ

△CDG∽△EFG なので

AB：EF＝BH：FH より

2：x＝2：$(1-a)$ かつ

CD：EF＝GD：GF より

4：x＝2：a

$x=1-a$…①

$2x=4a$ より

$x=2a$…②

①，②より

$3a=1$

$a=\dfrac{1}{3}$

$x=\dfrac{2}{3}$ cm