

6.証明以外 平面図形の複合問題【2003 年度出題】

【問 1】

図1のように、 $AB=BC=4\text{ cm}$ 、 $AD=a\text{ cm}(0<a<4)$ 、 $AD\parallel BC$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ の台形 $ABCD$ があります。
次の問いに答えなさい。

(北海道 2003 年度)

図1

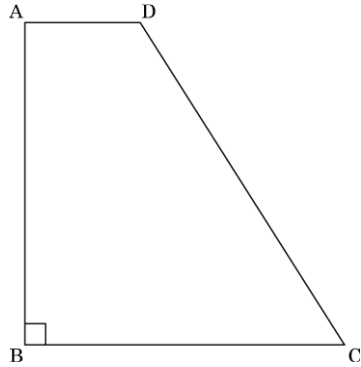
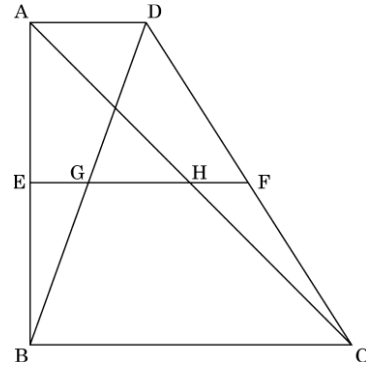


図2



問1. 点 B を通り、辺 CD と垂直に交わる直線を、定規とコンパスを使って作図しなさい。ただし、作図に用いた線は消さないこと。

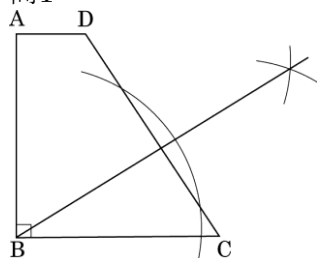
問2. 図2のように、辺 AB 、 CD の中点をそれぞれ E 、 F とし、線分 EF と線分 BD 、 AC との交点をそれぞれ G 、 H とします。 $AD=GH$ のとき、 a の値を求めなさい。

解答欄

問1	
問2	$a =$

解答

問1



問2. $a = \frac{4}{3}$

解説

問1

点 B を中心として円をかく。

その円と DC との2つの交点を中心に等しい半径の円をかいてその交点と B を結べばよい。

AD // BC

AE : EB = DF : FC = 1 : 1 より

AD // EF // BC

△BAD で

EG // AD, DG : GB = AE : EB = 1 : 1 だから

中点連結定理により

$$EG = \frac{1}{2} AD = \frac{1}{2} a$$

GH = AD = a だから

$$EH = EG + GH = \frac{1}{2} a + a = \frac{3}{2} a$$

また△ABC で

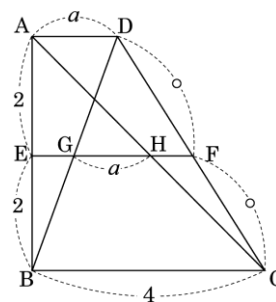
EH // BC, AH : HC = AE : EB = 1 : 1 だから

中点連結定理により

$$EH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 4 = 2$$

$$\text{よって } \frac{3}{2} a = 2$$

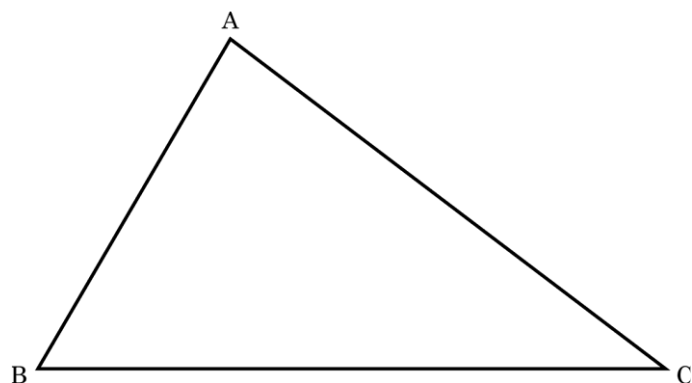
$$a = \frac{4}{3}$$



【問 2】

図の△ABC について、次のア、イに答えなさい。

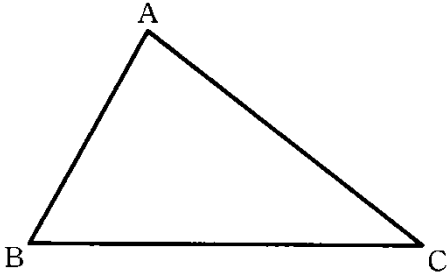
(青森県 2003 年度)



ア. $\angle A$ の二等分線を作図しなさい。ただし、作図に使った線は消さないこと。

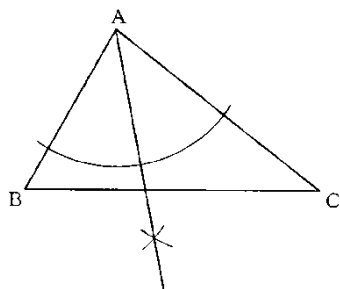
イ. アで作図した $\angle A$ の二等分線と辺BCとの交点をDとする。点Dを通り、辺ABに平行な直線と辺ACとの交点をEとする。 $AB=5\text{ cm}$, $AC=8\text{ cm}$ のとき、AE の長さを求めなさい。

解答欄

ア	
イ	cm

解答

ア



イ $\frac{40}{13}$

解説

ア

頂点Aを中心とする円をかき角の2辺との交点をP, Qとする。

P, Qを中心として等しい半径の円をかきその交点とAを結べばよい。

イ

ADは $\angle A$ の二等分線だから

$$\angle BAD = \angle EAD \cdots \text{①}$$

AB // EDより

$$\angle BAD = \angle EDA \cdots \text{②}$$

①, ②より

$$\angle EAD = \angle EDA$$

$$\text{よって } AE = ED \cdots \text{③}$$

またAB // EDより

AB : ED = AC : ECが成り立つ。

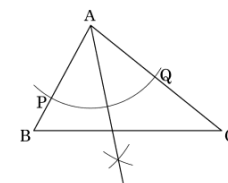
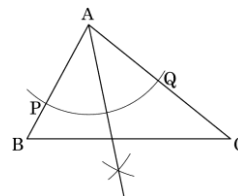
AE = x とすると

③よりED = x , EC = $8 - x$ と表せるから

$$5 : x = 8 : (8 - x) \text{ となる。}$$

$$8x = 5(8 - x) \text{ より}$$

$$x = \frac{40}{13} \text{ cm}$$



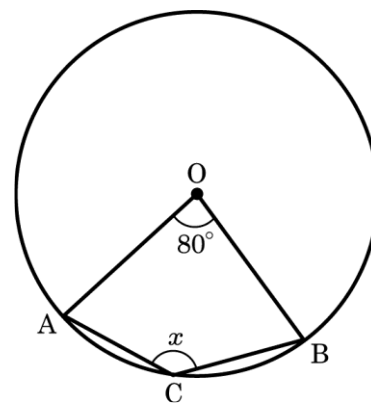
【問 3】

円 O の周上に点 A , B があり, $\angle AOB = 80^\circ$ とします。

次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(宮城県 2003 年度)

- (1) 図のように, $\angle AOB$ を中心角とする $\widehat{AB}$ 上に点 C があり, 点 A と点 C , 点 B と点 C をそれぞれ結びます。 $\angle ACB = \angle x$ とするとき $\angle x$ の大きさを求めなさい。



- (2) 円 O の半径が 3 cm のとき, 中心角が 80° であるおうぎ形 OAB の面積を求めなさい。ただし, 円周率は π とします。

解答欄

(1)	度
(2)	cm^2

解答

(1) 140 度

(2) $2\pi\text{ cm}^2$

解説

(1)

この円で点 C を含まない $\widehat{AB}$ に対する中心角は 280°

$\angle ACB$ はこの弧に対する円周角なので $x = 140^\circ$

(2)

$$3 \times 3 \times \pi \times \frac{80}{360} = 2\pi\text{ cm}^2$$

【問 4】

$(2x+1):6=3:4$ であるとき、 x の値を求めなさい。

(茨城県 2003 年度)

解答欄

$x=$

解答

$$x=\frac{7}{4}$$

解説

$$(2x+1):6=3:4$$

$$4(2x+1)=6\times 3$$

$$8x+4=18$$

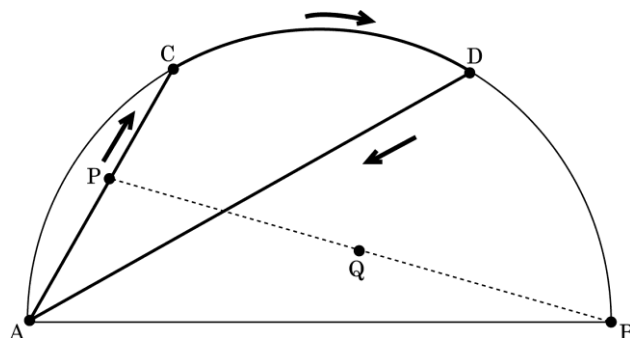
$$8x=14$$

$$x=\frac{7}{4}$$

【問 5】

図のように、線分 AB を直径とする半径 6 cm の半円がある。 $\widehat{AB}$ を3等分する点を、点 A のほうから順に C 、 D とする。点 P は、点 A を出発して弦 AC 上を点 C まで動き、次に $\widehat{CD}$ 上を点 D まで動き、さらに弦 DA 上を動いて、もとの点 A にもどる。また、点 Q は線分 PB の中点であり、点 P とともに動く。

このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。



(茨城県 2003 年度)

(1) 点 P が点 C の位置にきたとき線分 PQ の長さを求めなさい。

(2) 点 Q が動いた跡には線ができるが、その線で囲まれた部分の面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm ²

解答

(1) $3\sqrt{3}\text{ cm}$ (2) $\frac{3}{2}\pi\text{ cm}^2$

解説

(1)

半円の中心を O とすると $\angle AOC = 180^\circ \times \frac{1}{3} = 60^\circ$ だから $\triangle OAC$ は正三角形である。

よって $\angle BAC = 60^\circ$, $AC = 6\text{ cm}$

$\triangle ABC$ は内角が 30° , 60° , 90° の直角三角形だから

3辺の比は $1:2:\sqrt{3}$ となり

$$BC = \sqrt{3} \quad AC = 6\sqrt{3}\text{ cm}$$

$$PQ = \frac{1}{2} BC = 3\sqrt{3}\text{ cm}$$

(2)

点 P が $\widehat{CD}$ 上を動くとき $\angle APB = 90^\circ$ より

つねに $\angle OQB = 90^\circ$ が成り立つ。

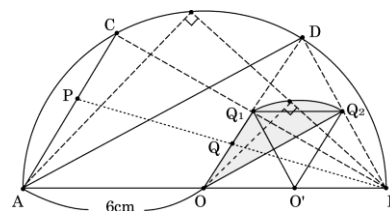
よって点 Q は OB を直径とする円周上を動く。

求める面積は下図の斜線部分の面積であり

図において $\triangle OQ_1Q_2 = \triangle O'Q_1Q_2$ だから

おうぎ形 $O'Q_1Q_2$ の面積を求めればよいことがわかる。

$$\text{したがって } \pi \times 3^2 \times \frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi\text{ cm}^2$$



【問 6】

1辺の長さが 8 cm の正方形 ABCD の辺 AD 上に点 T をとります。図1のように、頂点 B が点 T に重なるように折ったときの折り目を PQ とし、折った正方形をもとにもどして、線分 PQ をひきます。

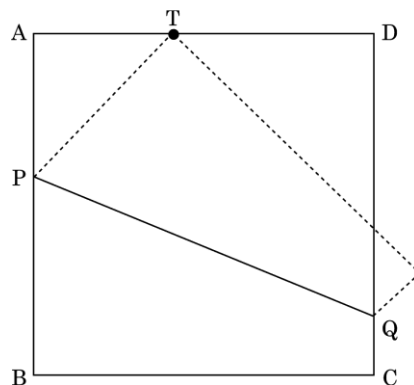
このとき、次の各問に答えなさい。

(埼玉県 2003 年度)

- (1) 線分 PQ を、コンパスと定規を用いて作図しなさい。ただし作図に用いた線は消さないでおきなさい。

- (2) 線分 AT の長さを 4 cm にしたとき、線分 AP の長さを求めなさい。

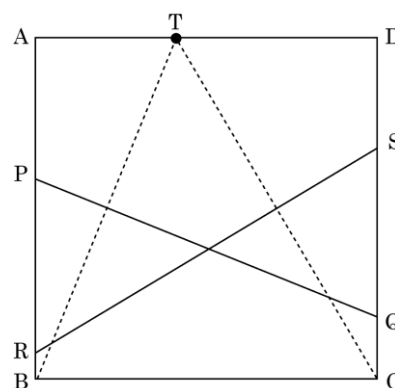
図1



- (3) 図2のように、頂点 C が点 T に重なるように折ったときの折り目を RS とし、折った正方形をもとにもどして、線分 RS をひきます。

このとき、 $PR + QS$ の長さを求めなさい。

図2

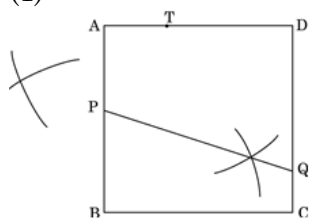


解答欄

(1)	
(2)	cm
(3)	cm

解答

(1)



(2) 3 cm

(3) 8 cm

解説

(1)

線分 BT の垂直二等分線をひき辺 AB, DC との交点をそれぞれ P, Q として P と Q を結ぶ。

(2)

AP = x cm とすると TP = BP = $8 - x$

△APT で三平方の定理を用いて

$$TP^2 = AT^2 + AP^2$$

$$(8 - x)^2 = 4^2 + x^2$$

$$64 - 16x + x^2 = 16 + x^2$$

$$-16x = -48$$

$$x = 3 \text{ cm}$$

(3)

AT = a cm, TP = BP = x cm とすると

AP = $8 - x$ だから $TP^2 = AT^2 + AP^2$ より

$$x^2 = a^2 + (8 - x)^2$$

$$16x = a^2 + 64$$

$$x = \frac{a^2}{16} + 4 \cdots \textcircled{1}$$

図のように B', R', T' をとる。

BR = B' R' = T' R' = y cm とすると

$$TR' = 8 - y$$

△TB' R と △TRR' で

三平方の定理を用いて

$$TR^2 = TB'^2 + B' R^2 = TR'^2 + RR'^2$$

$$8^2 + y^2 = (8 - y)^2 + a^2$$

$$16y = a^2$$

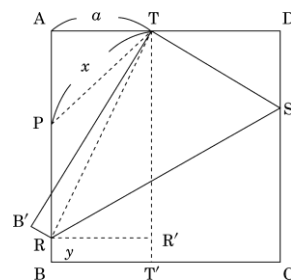
$$y = \frac{a^2}{16} \cdots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$PR = PB - RB = \frac{a^2}{16} + 4 - \frac{a^2}{16} = 4$$

同様にして QS = 4

$$\text{よって } PR + QS = 4 + 4 = 8 \text{ cm}$$

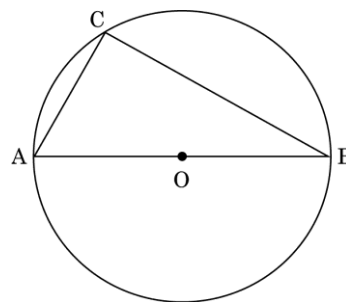


【問 7】

図のように、線分 AB を直径とする円 O の円周上に点 C をとる。 $\triangle ABC$ において、辺 BC の長さは辺 AB の長さより 4 cm 短く、辺 AC の長さは辺 AB の長さより 8 cm 短い。

このとき、円 O の半径を求めなさい。

(千葉県 2003 年度)



解答欄

cm

解答

10cm

解説

円 O の直径を $x\text{ cm}$ とすると

$BC = x - 4$, $AC = x - 8$

直径に対する円周角は 90° だから

$\triangle ABC$ に三平方の定理を用いて

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$x^2 = (x - 4)^2 + (x - 8)^2$$

$$x^2 = x^2 - 8x + 16 + x^2 - 16x + 64$$

$$x^2 - 24x + 80 = 0$$

$$(x - 20)(x - 4) = 0$$

$$x = 20, 4$$

$$x > 8 \text{ より}$$

$$x = 20$$

よって半径は 10 cm

【問 8】

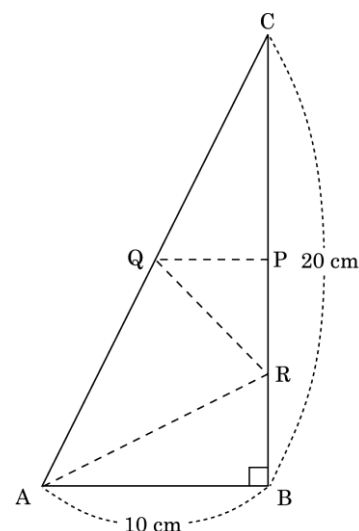
図は、ある三角すいの展開図であり、 $AB=10\text{ cm}$ 、 $BC=20\text{ cm}$ 、 $\angle ABC$ が直角の三角形である。2点 P 、 Q はそれぞれ辺 BC 、辺 CA の中点であり、点 R は線分 BP の中点である。

このとき、次の問いに答えなさい。

(神奈川県 2003 年度)

(ア) 線分 AR の長さを求めなさい。

(イ) この展開図を点線で折り曲げてできる三角すいの体積を求めなさい。



解答欄

(ア)	cm
(イ)	cm ³

解答

(ア) $5\sqrt{5}\text{ cm}$

(イ) $\frac{125}{3}\text{ cm}^3$

解説

(ア)

点 R は線分 BP の中点であるから

$$BR = \frac{1}{2} BP = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} BC = \frac{1}{4} \times 20 = 5$$

$\triangle ABR$ に三平方の定理を用いて

$$AR = \sqrt{AB^2 + BR^2} = \sqrt{10^2 + 5^2} = 5\sqrt{5}\text{ cm}$$

(イ)

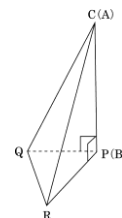
展開図を組み立てると右図のようになる。

図で $CP \perp PQ$ 、 $CP \perp PR$ だから $CP \perp \triangle PQR$ となる。

また $QP \perp PR$ であるから

求める三角すいの体積は

$$\frac{1}{3} \times \triangle PQR \times CP = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 5 \times 5 \right) \times 10 = \frac{125}{3}\text{ cm}^3$$



【問 9】

コピー用紙や教科書に使われている紙の多くは、ある規格に基づいた長方形である。この長方形の紙 ABCD を、次のように2回折る。

【1回目】辺 AD を辺 CD に重ねて折る。辺 AB と折り目との交点を E とする。

【2回目】折り目 ED を辺 CD に重ねて折る。

このように折ると、点 E と点 C がぴったりと重なる。

下の図1～図3は折っていく様子を表し、図4は紙を開いたところを表している。

辺 AD の長さが 21 cm であるとき、次の1～3に答えなさい。

(山梨県 2003 年度)

図1 もとの形

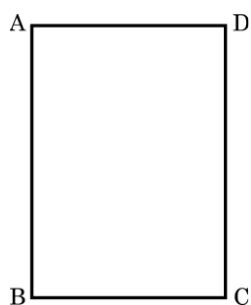


図2 1回目

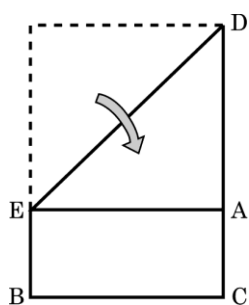


図3 2回目

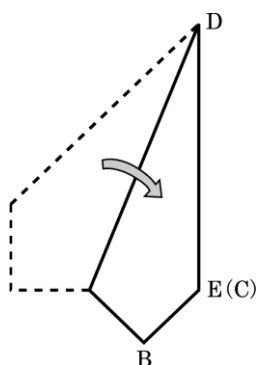
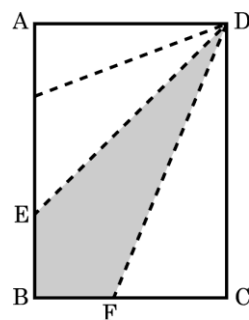


図4 開いたところ



1. AD:CD を求めなさい。

2. BE の長さを求めなさい。

3. 図4で、点 F は辺 BC と折り目との交点である。影を付けた四角形 BFDE の面積を求めなさい。

解答欄

1	:
2	cm
3	cm ²

解答

1 $1:\sqrt{2}$

2 $(21\sqrt{2}-21)\text{ cm}$

3 $\frac{441}{2}\text{ cm}^2$

解説

1

$\triangle ADE$ は $AD=AE$ の直角二等辺三角形である。

$$DE = \sqrt{21^2 + 21^2} = 21\sqrt{2}$$

図3で点Eと点Cが重なっているので

$$DE = CD = 21\sqrt{2}\text{ cm}$$

$$\text{よって } AD:CD = 21:21\sqrt{2} = 1:\sqrt{2}$$

2

$$BE = CD - AD = 21\sqrt{2} - 21\text{ cm}$$

3

1より $\triangle ADE$ は直角二等辺三角形なので $\angle AED = 45^\circ$ より $\angle DEB = 180 - 45 = 135^\circ$ である。

図3において $\angle DEB = 135^\circ$, $\angle DEF = 90^\circ$ より $\angle BEF = 45^\circ$ だから

$\triangle BEF$ は $BE=BF$ の直角二等辺三角形である。

$$\text{よって } FC = BC - BF = 21 - (21\sqrt{2} - 21) = 42 - 21\sqrt{2}$$

$$\text{四角形BFDE} = \triangle DEF + \triangle EBF = \triangle DFC + \triangle EBF$$

$$= \frac{1}{2} \times (42 - 21\sqrt{2}) \times 21\sqrt{2} + \frac{1}{2} \times (21\sqrt{2} - 21)^2$$

$$= \frac{441}{2}\text{ cm}^2$$

【問 10】

図1の立体は、 $AB=10\text{ cm}$ 、 $AO=8\text{ cm}$ 、 $\angle AOB=90^\circ$ の直角三角形 AOB を、辺 OB を軸として一回転させてできた立体である。また、点 C は円 O の円周上の点であり、 $\angle AOC=120^\circ$ である。このとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(静岡県 2003 年度)

- (1) 円 O を底面とするときの、図1の立体の高さを求めなさい。また、この立体の体積を求めなさい。

図1

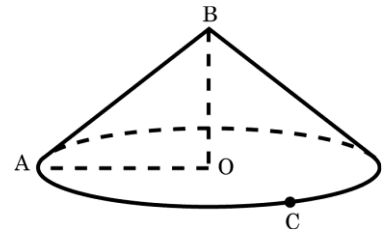


図2

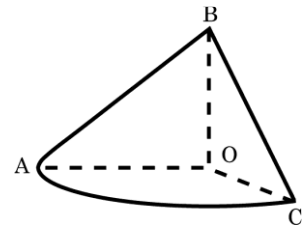
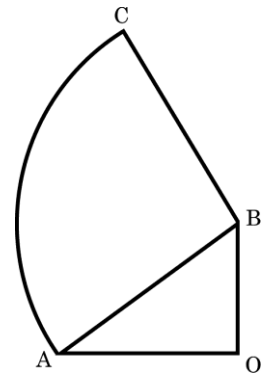


図3

- (2) 図2の立体は、図1の立体を3等分してできた、中心角 120° のおうぎ形 AOC を底面とする立体であり、側面の2つの三角形 AOB と COB は合同である。また、図3は、図2の立体の展開図の一部を示したものである。

ア. 図3に線をかき加えて、展開図を完成しなさい。ただし、作図には定規とコンパスを使用し、作図に用いた線は残しておくこと。



イ. 図3において、おうぎ形 ABC の中心角 $\angle ABC$ の大きさを求めなさい。求める過程も書きなさい。

[illegible]

解答

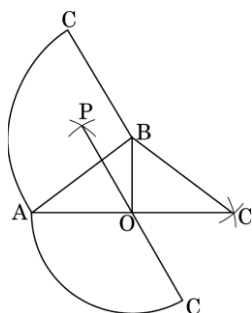
(1)

高さ 6cm

体積 $128\pi \text{ cm}^3$

(2)

ア



イ

求める過程

$\angle ABC = x$ とすると

おうぎ形 BCA とおうぎ形 OAC の弧の長さは等しいから

$$2\pi \times 10 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 8 \times \frac{120}{360}$$

これを解いて

$$x = 96$$

答 96 度

解説

(1)

$$AB = 10, AO = 8$$

三平方の定理より

$$BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

よって立体の高さは 6 cm

$$\text{また立体の体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times 6 = 128\pi \text{ cm}^3$$

(2)

ア

点 A, O を中心として OA を半径とする円をそれぞれかきその交点を P とする。

点 P と O を結ぶ直線と点 O を中心とし半径 OA の円との交点を C とすればよい。

($\angle POA = 60^\circ$ より $\angle AOC = 120^\circ$ となる。)

また点 B を中心とし

BA と等しい半径の円をかき

点 O を中心とし OA と等しい半径の円をかきその交点を C とする。

【問 11】

次のアからエまでのの中から正しいものをすべて選んで、そのかな符号を書け。

(愛知県 2003 年度 A)

ア 相似な2つの三角形では、対応する3つの角の大きさはそれぞれ等しい。

イ 80cmのひもから x cm切り取ったときの残りの長さを y cmとすると y は x に比例する。

ウ 10より大きく、20以下の素数は4つである。

エ 平行な2つの直線に1つの直線が交わってできる同位角の大きさは異なることもある。

解答欄

--

解答

ア, ウ

解説

ア

相似な2つの三角形は対応する3つの角がすべて等しい。

イ

y と x の関係を式に表すと $y=80-x$ となる。 y が x に比例するときの式は $y=ax$ なので比例を表す式ではない。

ウ

10より大きく20以下の整数(11以上20以下の整数)のなかの素数は11, 13, 17, 19の4つである。

エ

平行な直線に1つの直線が交わってできる同位角の大きさは必ず等しくなる。

【問 12】

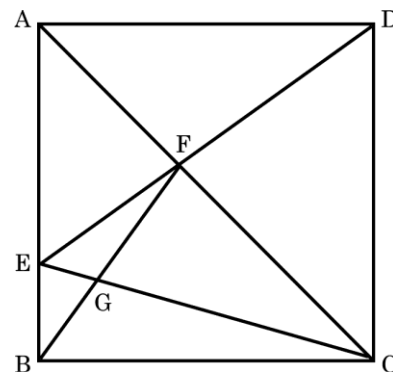
図で、四角形 ABCD は正方形で、E は辺 AB 上の点で、 $AE=3EB$ である。F は AC と DE との交点、G は FB と EC との交点である。

AB=4 cm のとき、次の①、②の問いに答えよ。

(愛知県 2003 年度 B)

① $\triangle AEF$ の面積は何 cm^2 か。

② 線分 GB の長さは何 cm か。



解答欄

①	cm^2
②	cm

解答

① $\frac{18}{7} \text{ cm}^2$ ② $\frac{20}{19} \text{ cm}$

解説

①

AE=3EBだから

AE:CD=3:4で

$\triangle AEF \sim \triangle CDF$ だから

EF:DF=3:4

よって $\triangle AEF = \frac{3}{7} \triangle AED = \frac{3}{7} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{18}{7} \text{ cm}^2$

②

点FからABに垂線FHをひくと

AH:HB=AF:FC=EF:FD=3:4

$\triangle AFH$ は直角二等辺三角形だから

$AH = FH = \frac{12}{7} \text{ cm}$ より $BH = \frac{16}{7} \text{ cm}$

$\triangle BFH$ において三平方の定理より $BF = \frac{20}{7} \text{ cm}$

点FからCEの平行線をひき辺ABとの交点をIとすると $\triangle AIF \sim \triangle AEC$ で

AI:IE=3:4より $IE = \frac{12}{7} \text{ cm}$

次に $\triangle BFI$ において $\triangle BEG \sim \triangle BIF$ で $BE:IE = 1:\frac{12}{7} = 7:12$ より

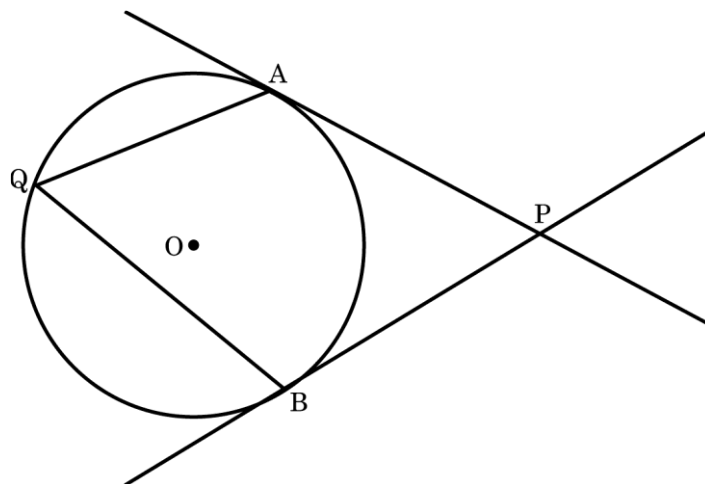
$GB = \frac{20}{7} \times \frac{7}{19} = \frac{20}{19} \text{ cm}$

【問 13】

図で, AP , BP は半径 3 cm の円 O の接線で, A , B は接点である。また, Q は $\widehat{AB}$ 上(直線 AB について, P の反対側)にとった点である。

次の問いに答えなさい。

(富山県 2003 年度)



(1) 円周角 $\angle AQB$ に対する $\widehat{AB}$ の長さが, 円 O の周の長さの $\frac{2}{5}$ のとき, $\angle AQB$ の大きさを求めなさい。

(2) $\angle AQB = a^\circ$ とするとき, $\angle APB$ の大きさを a を使って表しなさい。

(3) $\angle AQB = 4\angle APB$ のとき, 円周角 $\angle AQB$ に対する $\widehat{AB}$ の長さを求めなさい。(ただし, 円周率は π とする。)

解答欄

(1)	度
(2)	度
(3)	cm

解答

(1) 72 度

(2) $(180-2a)$ 度

(3) $\frac{8}{3}\pi$ cm

解説

(1)

$$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{2}{5} = 144^\circ$$

円周角の定理より

$$\angle AQB = 144^\circ \div 2 = 72^\circ$$

(2)

円の接線は接点を通る半径に垂直だから

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$$

$$\text{また } \angle AOB = 2\angle AQB = 2a^\circ$$

四角形の内角の和は 360° だから

$$\angle APB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 2a^\circ = 180^\circ - 2a^\circ$$

(3)

$$\angle APB = x^\circ \text{ とすると}$$

$$\angle AOB = 2\angle AQB = 2 \times 4x^\circ = 8x^\circ$$

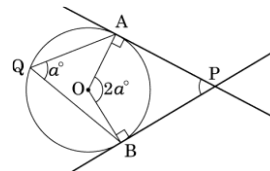
$$\angle AOB + \angle APB = 180^\circ \text{ だから}$$

$$8x^\circ + x^\circ = 180^\circ \text{ より}$$

$$x^\circ = 20^\circ$$

$$\text{したがって } \angle AOB = 8 \times 20^\circ = 160^\circ$$

$$\widehat{AB} = 2 \times \pi \times 3 \times \frac{160}{360} = \frac{8}{3}\pi \text{ cm}$$

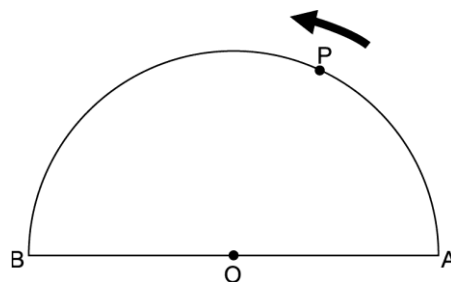


【問 14】

図のように、点 O を中心とする直径 $AB=12\text{ cm}$ の半円がある。点 P は、点 A を出発して、弧 $\widehat{AB}$ 上を一定の速さで、12 秒かかって点 B まで進むものとする。

このとき、次の問い(1)・(2)に答えよ。

(京都府 2003 年度)



(1) 点 P が点 A を出発してから2秒たったとき、 $\angle ABP$ の大きさを求めよ。

(2) 点 P が点 A を出発してから4秒たったとき、弧 $\widehat{AP}$ と弦 BP および直径 AB とで囲まれる部分の面積を求めよ。ただし、円周率は π とする。

解答欄

(1)	$\angle ABP =$ $^{\circ}$
(2)	cm^2

解答

(1) $\angle ABP = 15^{\circ}$

(2) $(9\sqrt{3} + 6\pi)\text{ cm}^2$

解説

(1)

$$\angle AOP = 180^{\circ} \times \frac{2}{12} = 30^{\circ}$$

$\widehat{AP}$ において $\angle AOP$ は中心角、 $\angle ABP$ は円周角で
円周角は中心角 $\div 2$ だから $\angle ABP = 15^{\circ}$

(2)

$\angle AOP = 60^{\circ}$, $OA = OP$ より $\triangle APO$ は正三角形である。

AO の中点を M とすると

$\triangle POM$ は $\angle OPM = 30^{\circ}$, $\angle POM = 60^{\circ}$ の直角三角形だから

$$OM : PM : OP = 1 : \sqrt{3} : 2$$

$$OM = \frac{1}{2} OA = 3 \text{ だから, } PM = 3\sqrt{3}$$

$$\text{よって } \triangle PBO \text{ の面積は } 6 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\text{おうぎ形の面積は } 6^2 \pi \times \frac{60}{360} = 6\pi \text{ cm}^2$$

$$\text{よって } \widehat{AP} \text{ と弦 BP および直径 AB とで囲まれる部分の面積は } 9\sqrt{3} + 6\pi \text{ cm}^2$$

I 図のような平行四辺形 ABCD がある。辺 AD 上に点 E を $AE:ED=3:2$ となるようにとり、線分 BE と対角線 AC との交点を F とする。

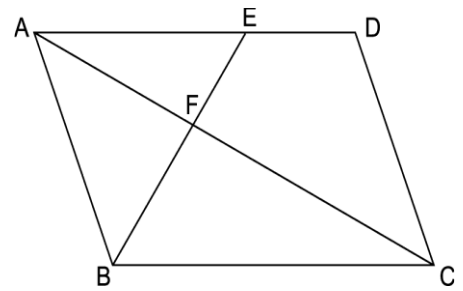
このとき、次の問い(1)・(2)に答えよ。

(京都府 2003 年度)

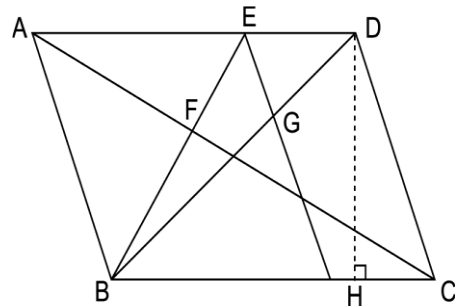
(1) AF:FC を最も簡単な整数の比で答えよ。

(2) I 図の平行四辺形 ABCD において、II 図のように、点 E から辺 AB に平行な直線を引き、その直線と対角線 BD との交点を G とする。辺 BC の長さを a cm、点 D から辺 BC に引いた垂線 DH の長さを h cm とするとき、 $\triangle EBG$ の面積を a, h を用いた式で表せ。

I 𠃉



II 凶



解答欄

(1)	AF:FC= :
(2)	cm ²

解答

(1) AF:FC=3:5

$$(2) \quad \frac{3}{25} ah \text{ cm}^2$$

解説

(1) $\triangle\text{AFE}$ と $\triangle\text{CFB}$ において

AE // BC より $\angle FAE = \angle FCB$, $\angle FEA = \angle FBC$

したがって2角がそれぞれ等しいので

$$\Delta\text{AFE} \simeq \Delta\text{CFB}$$

AE:BC=3:5 だから

$$\text{AF:FC}=3:5$$

(2)

EG と BC の交点を I とする。

$\triangle BGI$ と $\triangle DGE$ において $AD \parallel BC$ より

$$\angle \text{GBI} = \angle \text{GDE}, \angle \text{GIB} = \angle \text{GED}$$

したがって $\triangle BGI \sim \triangle DGE$ である。

$$AE:ED=3:2, AE=BI \text{ より, } BI:ED=3:2$$

よって $BG:GD=3:2$

$$\triangle BED = ED \times h \times \frac{1}{2} = \frac{2}{5}a \times h \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}ah \text{ だから}$$

$$\triangle EBG = \triangle BED \times \frac{3}{5} = \frac{1}{5} ah \times \frac{3}{5} = \frac{3}{25} ah \text{ cm}^2$$

【問 16】

図1のような1辺 10 cm の正方形の折り紙 ABCD がある。辺 AB, CD の中点をそれぞれ点 E, F とし, DE, BF を折り目として折ったときにできた線をそれぞれ ℓ , m とする。

図2のように, 折り紙 ABCD を, 折り目が頂点 A を通り, 頂点 B が折り目の線 m 上にくるように折り返した。このときできた折り目の線 AG と ℓ , m の交点をそれぞれ H, I とする。

図2において, 次の問いに答えなさい。

- (1) $\angle AIB$ の大きさを求めなさい。
- (2) AG の長さを求めなさい。
- (3) 四角形 HIBE の面積を求めなさい。

図1

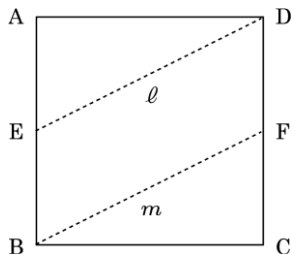
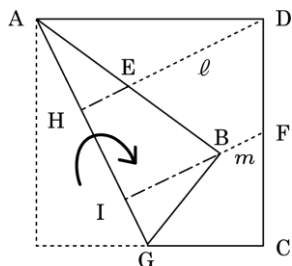


図2



(兵庫県 2003 年度)

解答欄

(1)	度
(2)	cm
(3)	cm ²

解答

(1) 90 度

(2) $5\sqrt{5}$ cm

(3) 15 cm²

解説

(2)

$$AG^2 = 5^2 + 10^2 = 125$$

$$AG > 0 \text{ より } AG = \sqrt{125} = 5\sqrt{5} \text{ cm}$$

(3)

2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle AGB \sim \triangle ABI$$

$$\text{これより } IB = 2\sqrt{5}, \text{ HE} = \frac{1}{2} IB = \sqrt{5}$$

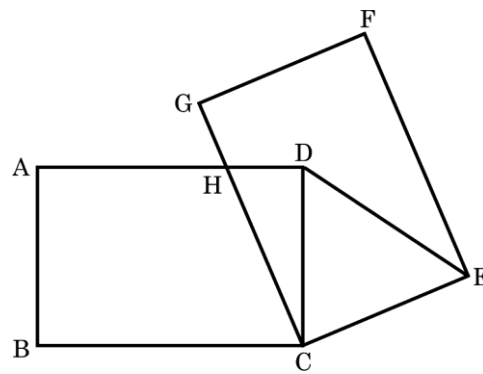
$$AI = 4\sqrt{5}, \text{ HI} = \frac{1}{2} AI = 2\sqrt{5}$$

$$\text{よって四角形 HIBE の面積は } \frac{(\sqrt{5} + 2\sqrt{5}) \times 2\sqrt{5}}{2} = 15 \text{ cm}^2$$

【問 17】

図で、四角形 $ABCD$ と四角形 $CEFG$ は合同な長方形であり、 $AB = CE = 4 \text{ cm}$ 、 $BC = EF = 6 \text{ cm}$ である。また、点 H は辺 AD と CG の交点であり、 $AH = CH$ である。各問いに答えよ。

(奈良県 2003 年度)



(1) $\angle BCH = a^\circ$ とするとき、 $\angle EDC$ の大きさを a を用いて表せ。

(2) 線分 CH の長さを求めよ。

(3) $\triangle CED$ の面積を求めよ。

解答欄

(1)	
(2)	cm
(3)	cm ²

解答

(1) $90^\circ - \frac{1}{2}a^\circ$

(2) $\frac{13}{3} \text{ cm}$

(3) $\frac{96}{13} \text{ cm}^2$

解説

(1)

$$\angle BCH + \angle DCH = \angle DCE + \angle DCH$$

$$\text{よって } \angle BCH = \angle DCE = a^\circ$$

仮定より $CD = CE$ だから $\triangle CED$ は頂角が a° の二等辺三角形である。

$$\angle EDC = (180^\circ - a^\circ) \div 2 = 90^\circ - \frac{1}{2}a^\circ$$

(2)

$$DH = x \text{ cm とすると } AH = CH = 6 - x \text{ cm}$$

$\triangle DHC$ において

三平方の定理により

$$CH^2 = CD^2 + DH^2$$

$$(6 - x)^2 = 4^2 + x^2$$

$$\text{これを解くと } x = \frac{5}{3}$$

$$\text{よって } CH = 6 - \frac{5}{3} = \frac{13}{3} \text{ cm}$$

(3)

右の図のように

点 E を通って辺 CD に垂直な直線をひき辺 CD との交点を I とする。

$\triangle EIC$ と $\triangle CDH$ において

$$\angle EIC = \angle CDH \cdots \textcircled{1}$$

$$\angle ECI + \angle DCH = 90^\circ \cdots \textcircled{2}$$

$$\angle CHD + \angle DCH = 90^\circ \cdots \textcircled{3}$$

②, ③より

$$\angle ECI = \angle CHD \cdots \textcircled{4}$$

①, ④より

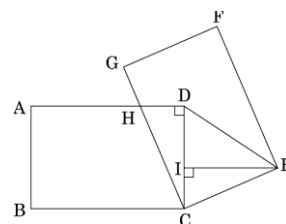
$$\triangle EIC \sim \triangle CDH$$

$$\text{ゆえに } IE : DC = EC : CH$$

$$IE : 4 = 4 : \frac{13}{3}$$

$$IE = 4 \times 4 \div \frac{13}{3} = \frac{48}{13}$$

$$\text{したがって } \triangle CED = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{48}{13} = \frac{96}{13} \text{ cm}^2$$



【問 18】

次の①～③は、対角線の性質により、平行四辺形の特別な場合を説明したものである。 にあてはまる適切な言葉を入れなさい。

(山口県 2003 年度)

対角線の性質による「ひし形」、「長方形」、「正方形」の説明

- ① 平行四辺形のうち、2つの対角線が垂直に交わるものはひし形である。
- ② 平行四辺形のうち、 ものは長方形である。
- ③ ①と②の両方の性質をもつものが正方形である。

解答欄

解答

2つの対角線の長さが等しい

解説

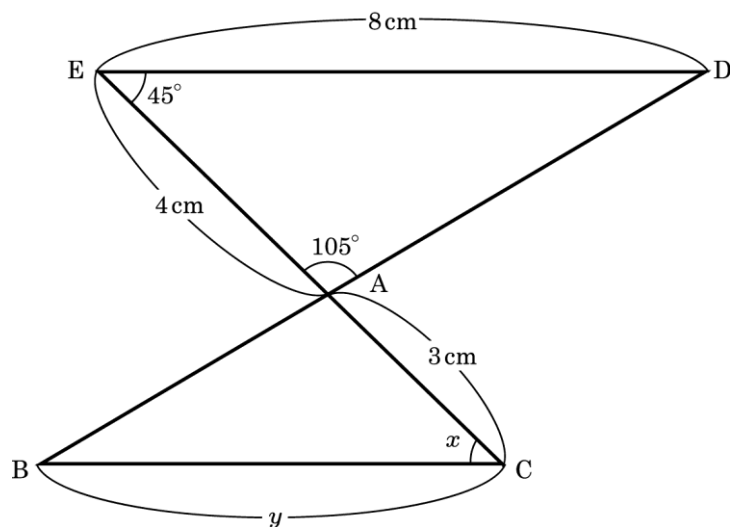
平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる。

また正方形の対角線は長さが等しくしかも中点で垂直に交わる。

【問 19】

図のように、 $ED \parallel BC$ のとき、 $\angle x$ の大きさと線分 BC の長さ y を求めなさい。

(沖縄県 2003 年度)



解答欄

$\angle x =$	°
$y =$	cm

解答

$$\angle x = 45^\circ$$

$$y = 6 \text{ cm}$$

解説

$ED \parallel BC$ より

平行線の錯角は等しいので

$$\angle x = \angle DEA = 45^\circ$$

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ なので

$$BC : DE = y : 8 = AC : AE = 3 : 4$$

$$y = 6 \text{ cm}$$

【問 20】

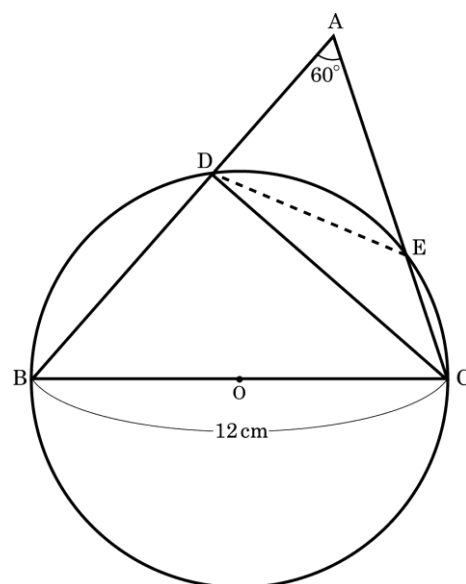
図のように、 $BC=12\text{ cm}$ 、 $\angle BAC=60^\circ$ の三角形 ABC と、 BC を直径とする円 O がある。この円と辺 AB 、 AC の交点(B 、 C 以外の点)をそれぞれ D 、 E とする。このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2003 年度)

問1. $\angle BDC$ の大きさを求めなさい。

問2. $\angle DOE$ の大きさを求めなさい。

問3. 線分 DE の長さを求めなさい。



解答欄

問1	$\angle BDC =$ $^\circ$
問2	$\angle DOE =$ $^\circ$
問3	$DE =$ cm

解答

問1 $\angle BDC = 90^\circ$

問2 $\angle DOE = 60^\circ$

問3 $DE = 6\text{cm}$

解説

問1

$\angle BOC = 180^\circ$ なので中心角と円周角の関係から $\angle BDC = 90^\circ$

問2

$\angle BDC = 90^\circ$ なので $\angle ADC = 90^\circ$

$\triangle ADC$ において内角の和を考えると $\angle ACD = 30^\circ$

これは弧 DE に対する円周角なので中心角と円周角の関係から

弧 DE に対する中心角 $\angle DOE = 60^\circ$

問3

$\triangle ODE$ は $OD = OE = 6\text{cm}$ (半径)

$\angle DOE = 60^\circ$ なので正三角形である。

よって $DE = 6\text{cm}$