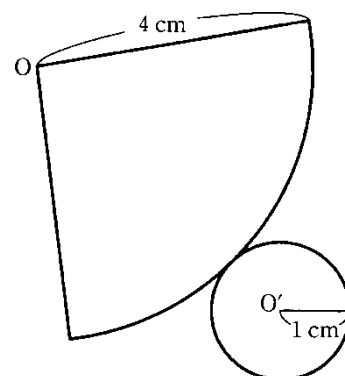


3.空間図形の求積（3.体積・体積比のみの出題）

【問 1】

図は円すいの展開図で、底面の半径は 1 cm 、側面の半径は 4 cm である。これを組み立ててできる円すいの体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

（青森県 2002 年度）



解答欄

cm^3

解答

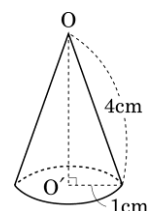
$$\frac{\sqrt{15}}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

組み立ててできる円すいは右図となり

$$\text{この円すいの高さ } OO' = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15} \text{ cm}$$

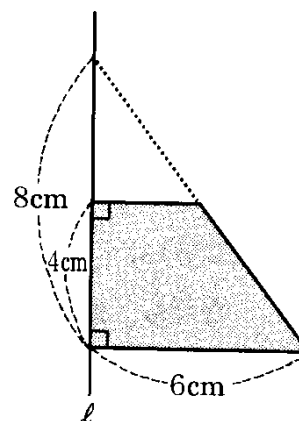
$$\text{円すいの体積は } \frac{1}{3} \pi \times 1^2 \times \sqrt{15} = \frac{\sqrt{15}}{3} \pi \text{ cm}^3$$



【問 2】

図は、底辺 6 cm、高さ 8 cm の直角三角形を高さの $\frac{1}{2}$ のところで切り取ってできた台形である。この台形を、直線 ℓ を軸として 1 回転したときにできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(富山県 2002 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$84 \pi \text{ cm}^3$$

解説

大きい円錐と小さい円錐の体積の差として求める。

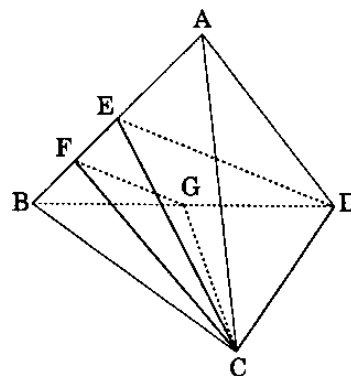
$$\frac{1}{3} \pi \times 6^2 \times 8 - \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 4 = 84 \pi \text{ cm}^3$$

【問 3】

図は、A, B, C, Dを頂点とする正四面体である。E, Fは辺 AB 上の点で、 $AE = 2EF = 2FB$ であり、G は辺 BD の中点である。

E, F, C, D, G を頂点とする立体の体積は、正四面体 ABCD の体積の何倍か。

(愛知県 2002 年度 A)



解答欄

倍

解答

$$\frac{3}{8} \text{ 倍}$$

解説

正四面体 ABCD の体積を $a \text{ cm}^3$ とする。

AE=EB より

四面体 CDEB の体積は

正四面体 ABCD の体積の $\frac{1}{2}$ 倍だから

$$\frac{1}{2} a \text{ cm}^3$$

四面体 CGFB の体積と四面体 CDEB の体積の比は

底面の面積の比に等しいので

BF:BE=1:2 より

$\triangle BGF$ の面積: $\triangle BDE$ の面積=1:4 となり

四面体 CGFB の体積は四面体 CDEB の体積の $\frac{1}{4}$ 倍となる。

よって四面体 CGFB の体積は

$$\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} a = \frac{1}{8} a \text{ cm}^3 \text{ となる。}$$

立体 EFCDG の体積=四面体 CDEB の体積-四面体 CGFB の体積

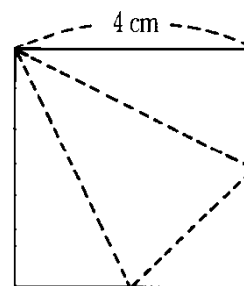
$$= \frac{1}{2} a - \frac{1}{8} a = \frac{3}{8} a \text{ cm}^3$$

よって立体 EFCDG の体積は正四面体 ABCD の体積の $\frac{3}{8}$ 倍

【問 4】

ある三角錐を展開すると、図のように1辺の長さが 4 cm の正方形になった。この三角錐の体積は、 cm^3 である。

(岡山県 2002 年度)



解答欄

解答

$$\frac{8}{3}$$

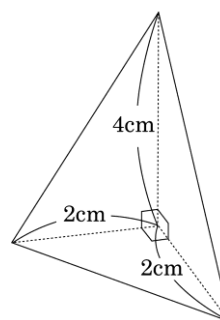
解説

図のような三角錐だから

底面積は $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \text{ cm}^2$

高さは 4 cm

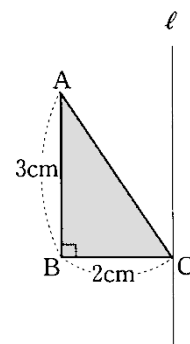
よって体積は $\frac{1}{3} \times 2 \times 4 = \frac{8}{3} \text{ cm}^3$



【問 5】

図のような直角三角形 ABC と、その頂点 C を通り辺 AB に平行な直線 ℓ がある。直線 ℓ を軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる立体の体積を、円周率 π を用いて求めなさい。

(山口県 2002 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$8\pi \text{ cm}^3$$

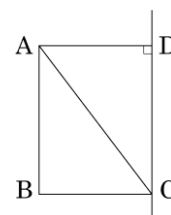
解説

求める体積

= 長方形 $ABCD$ を回転させてできる円柱の体積 - $\triangle ACD$ を回転させてできる円すいの体積

$$= \pi \times 2^2 \times 3 - \frac{1}{3} \pi \times 2^2 \times 3$$

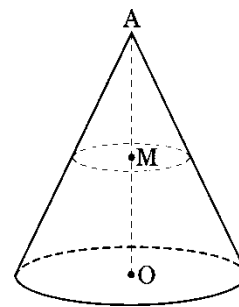
$$= 8\pi \text{ cm}^3$$



【問 6】

図のように、底面の半径が 4 cm 、高さが 9 cm の円錐がある。この円錐を、頂点 A から底面の中心 O にひいた線分の中点 M を通り、底面に平行な平面で切って2つの立体に分けるとする。このとき、2つの立体のうち大きい方の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(徳島県 2002 年度)



解答欄

cm^3

解答

$42\pi\text{ cm}^3$

解説

もとの円錐の体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 9 = 48\pi\text{ cm}^3$

小さい方の円錐ともとの円錐は相似で

相似比は $1:2$ だから

体積の比は $1^3:2^3=1:8$

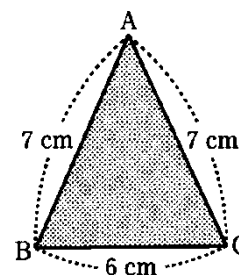
よって大きい方の立体の体積は

$48\pi \times \frac{8-1}{8} = 42\pi\text{ cm}^3$

【問 7】

図のような、 $AB=AC=7\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ がある。辺 BC を軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる立体の体積を求めよ。(円周率は π を用いること。)

(愛媛県 2002 年度)



解答欄

cm^3

解答

$80\pi\text{ cm}^3$

解説

頂点 A から底辺 BC に垂線 AH をひくと

三平方の定理より

$$AH^2 = AB^2 - BH^2$$

$$\text{つまり } AH^2 = 7^2 - 3^2 = 40$$

$AH > 0$ より

$$AH = 2\sqrt{10}$$

$\triangle ABC$ を辺 BC を軸として1回転させてできる立体は

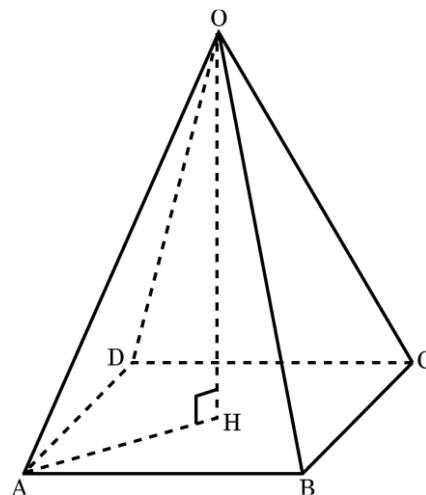
底面の半径が $2\sqrt{10}\text{ cm}$ で高さが 3 cm の円錐を2つ合わせたような形になる。

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{10})^2 \times 3 \times 2 = 80\pi\text{ cm}^3$$

【問 8】

図の正四角すいは、 $OH=12\text{ cm}$ 、 $OA=13\text{ cm}$ である。この正四角すいの体積を求めなさい。

(青森県 2003 年度)



解答欄

cm^3

解答

200 cm^3

解説

三平方の定理により

$$AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$$

$\triangle AHB$ は直角二等辺三角形だから

$$AH:AB = 1:\sqrt{2} \text{ より}$$

$$5:AB = 1:\sqrt{2}$$

$$AB = 5\sqrt{2}$$

よって正四角すいの体積は $\frac{1}{3} \times (5\sqrt{2})^2 \times 12 = 200\text{ cm}^3$

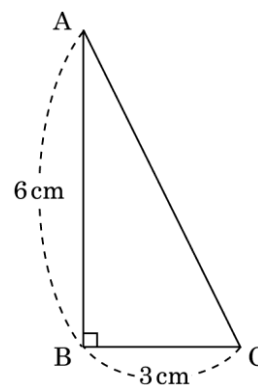
【問 9】

高さ 8 cm の円柱がある。この円柱の体積は、図のような $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 6\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$ の $\triangle ABC$ を、辺 AB を軸として1回転させてできる立体の体積と等しくなる。

このとき、次のア～エのうちから、この円柱の底面の半径として正しいものを、1つ選び符号で答えなさい。

(千葉県 2003 年度)

ア $\frac{3}{5}\text{ cm}$ イ $\frac{5}{4}\text{ cm}$ ウ $\frac{3}{2}\text{ cm}$ エ $\frac{8}{5}\text{ cm}$



解答欄

解答

ウ

解説

回転体の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi \text{ cm}^3$$

円柱の底面の半径を $x\text{ cm}$ とすると

$$\pi \times x^2 \times 8 = 18\pi \text{ cm}^3$$

$$x^2 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4}$$

$x > 0$ より

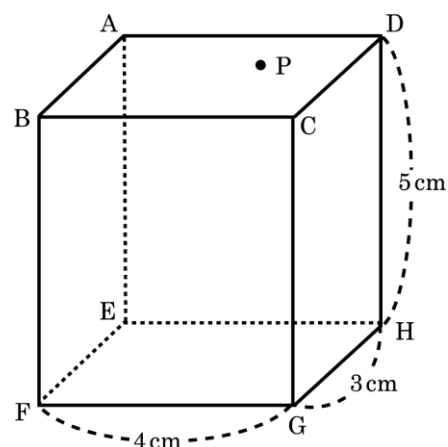
$$x = \frac{3}{2}$$

よってウ

【問 10】

図のように、縦 3 cm、横 4 cm、高さ 5 cm の直方体がある。直方体の面 ABCD 上に点 P があるとき、P と頂点 E、F、G、H をそれぞれ結んでできる四角錐の体積を求めなさい。

(富山県 2003 年度)



解答欄

cm^3

解答

20 cm³

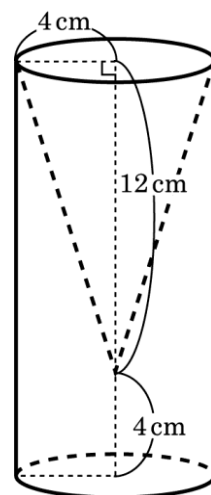
解説

$$\frac{1}{3} \times 4 \times 3 \times 5 = 20 \text{ cm}^3$$

【問 11】

図のように、底面の半径が 4 cm、高さが 16 cm の円柱から、底面の半径が 4 cm、高さが 12 cm の円すいを取り除いてできた残りの立体の体積を求めよ。

(福井県 2003 年度)



解答欄

cm^3

解答

192π cm³

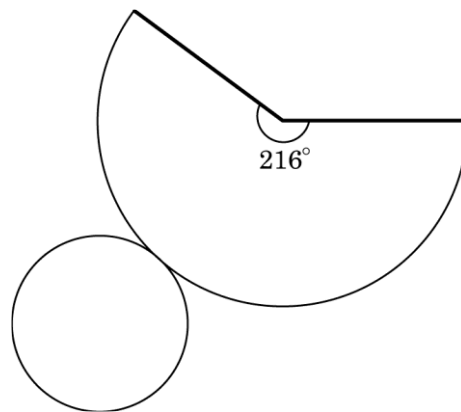
解説

$$\pi \times 4^2 \times (12 + 4) - \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 12 = 192\pi \text{ cm}^3$$

【問 12】

図は、円すいの展開図で、側面の部分は、半径 5cm 、中心角 216° のおうぎ形である。これを組み立ててできる円すいの体積は何 cm^3 か。ただし、円周率は π とする。

(愛知県 A 2003 年度)



解答欄

cm^3

解答

$12\pi \text{ cm}^3$

解説

側面の展開図の弧の長さは

$$2\pi \times 5 \times \frac{216}{360} = 6\pi \text{ cm}$$

これは底面の円周の長さと等しいので

底面の半径は 3cm になる。

底面の半径、円すいの高さと母線の3つの線分で直角三角形を考え

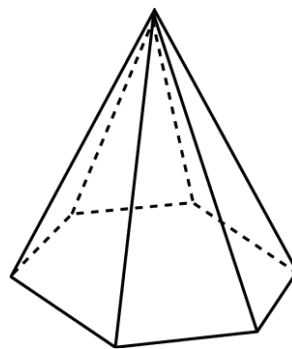
三平方の定理を用いて円すいの高さ h を求めると 4cm

したがって円すいの体積は $12\pi \text{ cm}^3$

【問 13】

図は、底面が1辺 3 cm の正六角形で、他の辺の長さがすべて 7 cm の正六角すいである。この正六角すいの体積は何 cm^3 か。ただし、答えは、根号をつけたままでよい。

(愛知県 2003 年度 B)



解答欄

cm^3

解答

$$9\sqrt{30} \text{ cm}^3$$

解説

図のように正六角すいを $O-ABCDEF$ とし
対角線 AD をむすび点 O から AD に垂線 OH をひく。

$ABCDEF$ は正六角形だから

$\triangle ABH$ は正三角形なので

$$AH = AB = 3 \text{ cm}$$

$\triangle OAH$ において

$$\text{三平方の定理より } OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{49 - 9} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \text{ cm}$$

次に $\triangle ABH$ は 1 辺が 3 cm の正三角形だから

$\triangle ABH$ の高さは

$$\text{三平方の定理を利用して } \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm なので}$$

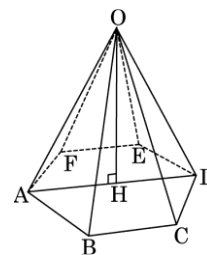
$$\triangle ABH = \frac{9\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$$

正六角形 $ABCDEF$ は

正三角形 ABH の面積の 6 倍で

$$\frac{9\sqrt{3}}{4} \times 6 = \frac{27\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

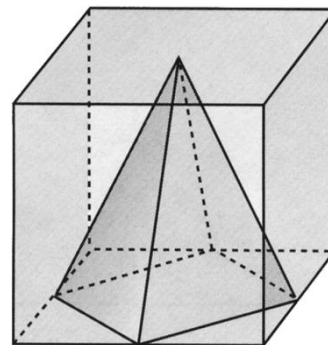
$$\text{したがって正六角すいの体積は } \frac{27\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{10} \times \frac{1}{3} = 9\sqrt{30} \text{ cm}^3$$



【問 14】

図のように、立方体の底面の各辺の midpoint と、この面と向かい合う面の対角線の交点を結ぶと正四角錐ができる。このとき、正四角錐の体積は、立方体の体積の何倍になるかを求めなさい。

(鳥取県 2003 年度)



解答欄

倍

解答

$\frac{1}{6}$ 倍

解説

立方体の1辺の長さを a とすると

立方体の体積は a^3

正四角錐の体積は

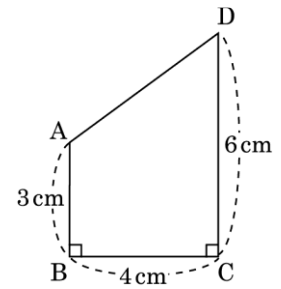
$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times a \times a \right) \times a = \frac{1}{6} a^3$$

よって $\frac{1}{6}$ 倍

【問 15】

図のような, $AB=3\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$, $CD=6\text{ cm}$, $\angle B=\angle C=90^\circ$ の台形 $ABCD$ がある。この台形を辺 AB を軸として1回転させてできる立体の体積は, cm^3 である。

(岡山県 2003 年度)



解答欄

 cm^3

解答

$80\pi\text{ cm}^3$

解説

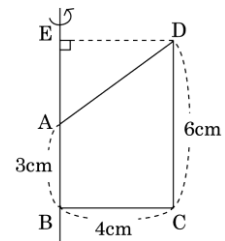
D から回転の軸に垂線 DE をひくと

求める立体の体積は

底面の半径 DE, 高さ EB の円柱の体積から

底面の半径 DE, 高さ EA の円錐の体積をひいたものに等しい。

よって $\pi \times 4^2 \times 6 - \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times (6-3) = 96\pi - 16\pi = 80\pi\text{ cm}^3$

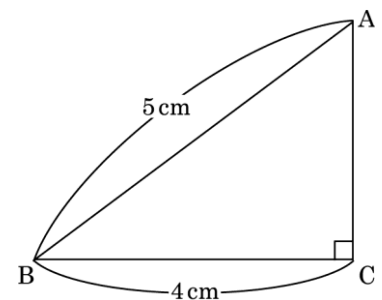


【問 16】

図のような $AB=5\text{ cm}$, $BC=4\text{ cm}$, $\angle C=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。

この三角形を辺 AC を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(佐賀県 2003 年度)



解答欄

 cm^3

解答

$16\pi\text{ cm}^3$

解説

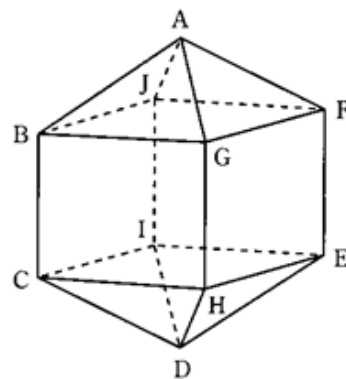
三平方の定理より $AC=3\text{ cm}$

よって $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi\text{ cm}^3$

【問 17】

図のような立体があります。2 つの正六角形 ABCDEF と AGHDIJ の 1 辺の長さがそれぞれ 2cm で、四角形 BGFJ と CHEI がともに正方形のとき、この立体の体積を求めなさい。

(北海道 2004 年度)



解答欄

cm³

解答

$$\frac{1}{3} \times (\sqrt{6})^2 \times 1 \times 2 + (\sqrt{6})^2 \times 2$$

$$= \frac{1}{3} \times 6 \times 2 + 6 \times 2$$

$$= 4 + 12$$

$$= 16$$

答 16 cm³

解説

BF の中点を K とすると

△ABK において

∠BAK = 60°, ∠BKA = 90°, AB = 2 だから

BK = $\sqrt{3}$, AK = 1 となる。

△KBG において

∠BKG = 90° だから

BG = $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{6}$ となる。

したがって求める体積は

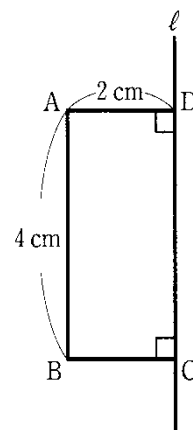
底面が 1 辺 $\sqrt{6}$ の正方形で高さが 2 の四角柱の上下に

底面が 1 辺 $\sqrt{6}$ の正方形で高さが 1 の正四角すいが合わさったものである。

【問 18】

右の図の長方形 ABCD を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(青森県 2004 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$16\pi \text{ cm}^3$$

解説

半径 2cm, 高さ 4cm の円柱となる。

$$\pi r^2 h = \pi \times 2^2 \times 4 = 16\pi \text{ cm}^3$$

【問 19】

下の図 1 のように、縦 6 cm、横 15 cm の長方形の紙から、3 cm、6 cm を 2 辺とする直角三角形を両側から切り取る。残った四角形を、4 つの合同な三角形ができるように点線で折り曲げ、図 2 の四面体 ABCD を作る。図 1 の点 A、C、D はそれぞれ四面体の頂点 A、C、D である。

次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(秋田県 2004 年度)

図 1

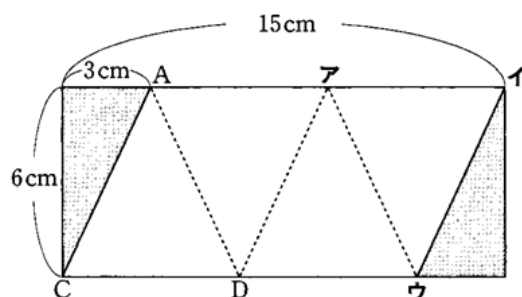
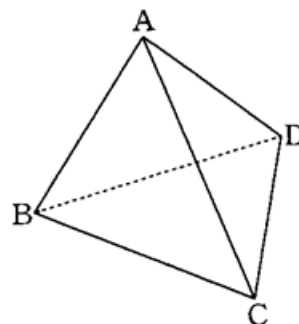


図 2



(1) 図 1 のア～ウの各点は、図 2 の四面体のどの頂点になるか、A～D から 1 つずつ選び記号を書きなさい。

(2) 四面体 ABCD の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	ア	
	イ	
	ウ	
(2)	cm ³	

解答

(1)

ア B

イ A

ウ C

(2) $18\sqrt{3}\text{ cm}^3$

解説

(2)

点 A より△BCD に垂線を下ろしその交点を H すると

$$AH^2 = 6^2 - 3^2 = 27$$

よって $AH = 3\sqrt{3}$

$$\triangle BCD \text{ の面積} = 6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18$$

高さが $3\sqrt{3}$ であることより

四面体 ABCD の体積は

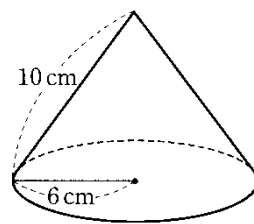
$$\frac{1}{3} \times 18 \times 3\sqrt{3} = 18\sqrt{3}\text{ cm}^3$$

【問 20】

右の図のように、母線の長さが 10 cm、底面の半径が 6 cm の円すいがある。

(福島県 2004 年度)

① この円すいの体積を求めなさい。



② この円すいの側面の面積を求めなさい。

解答欄

①	cm ³
②	cm ²

解答

① $96\pi \text{ cm}^3$

② $60\pi \text{ cm}^2$

解説

①

三平方の定理より

円すいの高さは

$$\sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8$$

$$\text{よって } \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi \text{ cm}^3$$

②

$$\pi r l = \pi \times 6 \times 10 = 60\pi \text{ cm}^2$$

別解

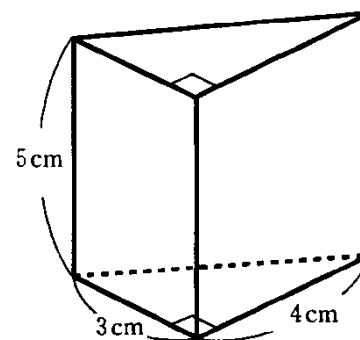
$$360^\circ \times \frac{2\pi \times 6}{2\pi \times 10} = 216^\circ$$

$$\pi r^2 \times \frac{216^\circ}{360^\circ} = 100\pi \times \frac{3}{5} = 60\pi \text{ cm}^2$$

【問 21】

右の図のような三角柱の体積を求めなさい。

(栃木県 2004 年度)



解答欄

cm^3

解答

30 cm^3

解説

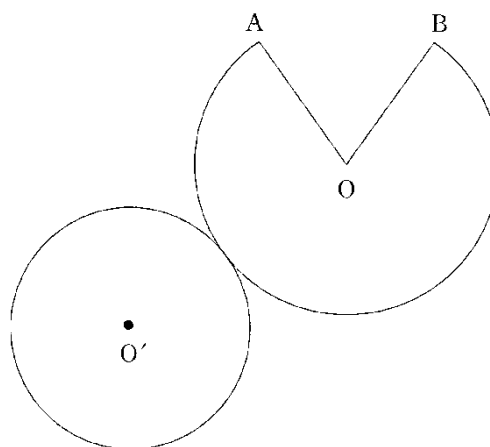
$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 5 = 30 \text{ cm}^3$$

【問 22】

右の図は、円すいの展開図です。この展開図のおうぎ形 OAB と円 O' の半径は、それぞれ 5 cm , 4 cm です。これを組み立ててできる円すいの体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2004 年度)



解答欄

cm^3

解答

$16\pi \text{ cm}^3$

解説

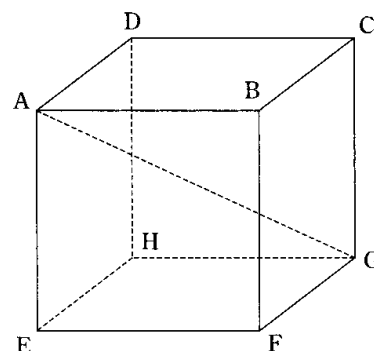
底面の半径 4 cm 、円すいの母線の長さが 5 cm より
三平方の定理から円すいの高さは $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$

よって体積は $\frac{1}{3} \times 4^2 \pi \times 3 = 16\pi \text{ cm}^3$

【問 23】

右の図のように、点 A, B, C, D, E, F, G, H を頂点とする立方体がある。
この立方体の対角線 AG の長さが 6cm のとき、立方体の体積を求めなさい。

(千葉県 2004 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$24\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

解説

1 辺の長さを $x\text{cm}$ とする。

$$AG^2 = AE^2 + EG^2 = AE^2 + (EF^2 + FG^2) = x^2 + (x^2 + x^2) = 3x^2$$

$$3x^2 = 6^2$$

$$x^2 = 12$$

$$x = 2\sqrt{3}$$

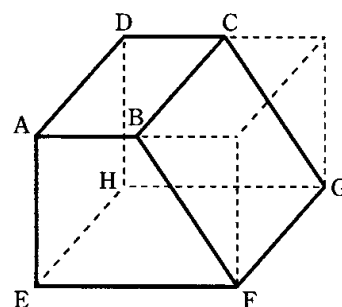
求める体積は

$$(2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

【問 24】

右の立体は、直方体を平面で切ってきたものである。 $AB = DC = 2\text{ cm}$,
 $AE = 3\text{ cm}$, $AD = 4\text{ cm}$, $EF = 4\text{ cm}$ であるとき、この立体の体積を求めなさい。

(富山県 2004 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$36 \text{ cm}^3$$

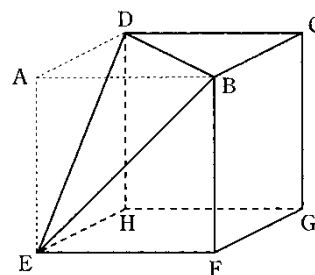
解説

$$(2+4) \times 3 \times \frac{1}{2} \times 4 = 36 \text{ cm}^3$$

【問 25】

図のような、一辺 4cm の立方体から三角すい ABDE を取り除いてできた残りの立体の体積を求めよ。

(福井県 2004 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{160}{3} \text{ cm}^3$$

解説

立方体の体積は

$$4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}^3$$

三角すい ABDE の体積は

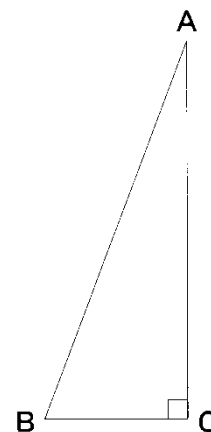
$$4 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{1}{3} = \frac{32}{3} \text{ cm}^3$$

$$\text{したがって求める立体の体積は } 64 - \frac{32}{3} = \frac{160}{3} \text{ cm}^3$$

【問 26】

右の図のような、 $\angle ACB=90^\circ$ である $\triangle ABC$ があり、 $AB=9\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ である。
このとき、次の問い(1)・(2)に答えよ。ただし、円周率は π とする。

(京都府 2004 年度)



(1) 辺ACを軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる回転体の表面積を求めよ。

(2) 辺ABを軸として、 $\triangle ABC$ を1回転させてできる回転体の体積を求めよ。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1) $36\pi\text{ cm}^2$

(2) $24\pi\text{ cm}^3$

解説

(1)

$$3 \times 3 \times \pi + 9 \times 9 \times \pi \times \frac{6\pi}{18\pi} = 9\pi + 27\pi = 36\pi\text{ cm}^2$$

(2)

$$AC = \sqrt{81-9} = 6\sqrt{2}$$

C から AB に垂線 CD をひく。

AD=a とすると

$$BD=9-a$$

$$CD^2=72-a^2=9-(9-a)^2$$

これを整理して

$$18a=144$$

$$a=8$$

$$\text{したがって } CD=2\sqrt{2}$$

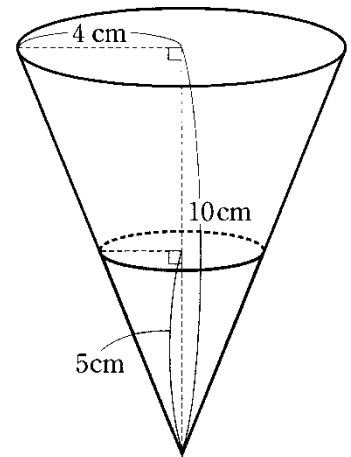
求める回転体の体積は

$$\frac{1}{3} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \pi \times 9 = 24\pi\text{ cm}^3$$

【問 27】

底面の半径が 4 cm, 高さが 10 cm の円錐形の容器を, 頂点を下にして底面が水平になるように置き, この容器に高さが 5 cm のところまで水を入れた。このとき, この容器には, あと何 cm^3 の水を入れることができるか。ただし, 容器の厚さは考えないものとする。

(佐賀県 2004 年度 後期)



解答欄

解答

$$\frac{140}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

円錐の高さの半分まで水が入っているので
水面の円の半径は 2cm である。

よって, 現在入っている水の量は

$$\frac{1}{3} \times 2^2 \times \pi \times 5 = \frac{20}{3} \pi \text{ cm}^3 \text{ である。}$$

この円錐の容積は

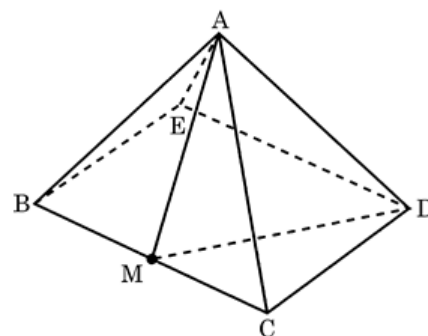
$$\frac{1}{3} \times 4^2 \times \pi \times 10 = \frac{160}{3} \pi \text{ cm}^3 \text{ だから}$$

あと $\frac{140}{3} \pi \text{ cm}^3$ の水を入れることができる。

【問 28】

図のように、すべての辺の長さが 6 cm の正四角錐 ABCDE があります。辺 BC の中点を M とするとき、三角錐 ACDM の体積を求めなさい。

(北海道 2005 年度)



解答欄

計算

答 cm^3

解答

正四角錐の高さを h とすると

$$h^2 + (3\sqrt{2})^2 = 6^2$$

$h > 0$ より

$$h = 3\sqrt{2}$$

$\triangle CDM$ の面積は

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9$$

したがって体積は

$$\frac{1}{3} \times 9 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$$

答 $9\sqrt{2} \text{ cm}^3$

解説

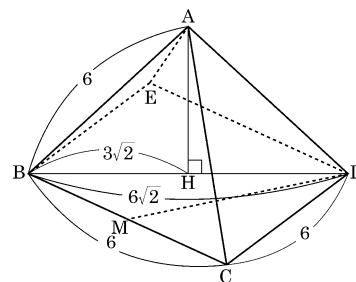
図のように考えると

四角錐の高さは

$$AH = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2} \text{ であるから}$$

三角錐 ACDM の高さも $3\sqrt{2}$ である。

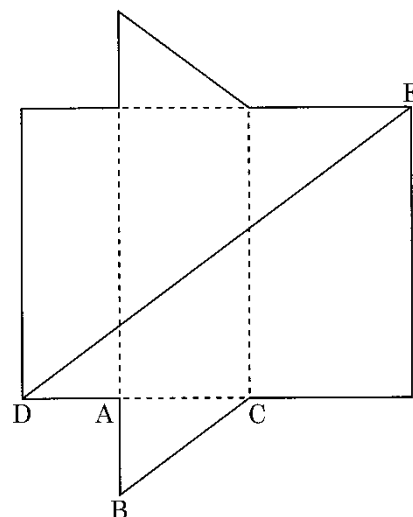
$$\text{ゆえに求める体積は } \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times 3\sqrt{2} = 9\sqrt{2} \text{ cm}^3$$



【問 29】

図は、 $AB=3\text{ cm}$, $BC=5\text{ cm}$, $CA=4\text{ cm}$ の直角三角形を底面とする三角柱の展開図である。この展開図において、線分 DE をひいたところ、 $DE=15\text{ cm}$ であった。もとの三角柱の体積を求めなさい。

(山形県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

54 cm^3

解説

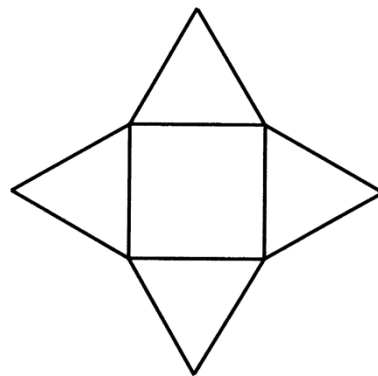
三角柱の高さ $= \sqrt{15^2 - (3+4+5)^2} = 9\text{ cm}$ であるから

体積 $= (3 \times 4 \div 2) \times 9 = 54\text{ cm}^3$

【問 30】

図は、各辺の長さがすべて 2 cm の四角すいの展開図である。この四角すいの体積を求めなさい。

(群馬県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$$

解説

四角すいの頂点から底面に下ろした垂線を OH 、側面の一辺を OA とおくと OH は四角すいの高さ、 $\triangle \text{OAH}$ は OA を斜辺とする直角三角形。

H は底面の正方形の対角線の交点なので

$$\text{AH} = 2\sqrt{2} \div 2 = \sqrt{2} \text{ cm}$$

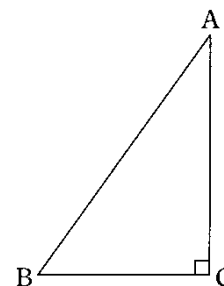
$$\text{よって } \text{OH} = \sqrt{\text{OA}^2 - \text{AH}^2} = \sqrt{2^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{したがって求める体積は } \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times \sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$$

【問 31】

図で、 $\triangle ABC$ は、 $AB=10\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ 、 $\angle BCA=90^\circ$ の直角三角形です。 $\triangle ABC$ を、辺 AC を軸として、1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$96\pi\text{ cm}^3$

解説

三平方の定理より

$$AC = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8\text{ cm}$$

できる立体は

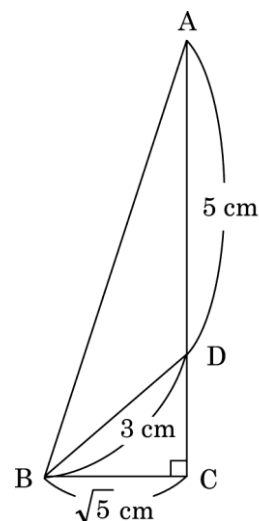
底面の半径が 6 cm 、高さが 8 cm の円すいだから

$$\text{その体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi\text{ cm}^3$$

【問 32】

図のように、 $\angle BCA = 90^\circ$ 、 $BC = \sqrt{5} \text{ cm}$ の直角三角形 ABC があり、辺 AC 上に点 D がある。 $AD = 5 \text{ cm}$ 、 $BD = 3 \text{ cm}$ であるとき、 $\triangle ABD$ を辺 AD を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{25}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

底面の半径 BC 、高さ AC の円すいの体積から底面の半径 BC 、高さ DC の円すいの体積をひけばよい。
 $\triangle BCD$ に

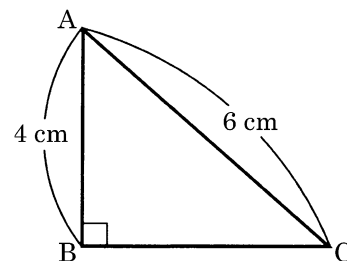
$$\text{三平方の定理を用いて } CD = \sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2} = 2 \text{ cm}$$

$$\text{よって求める立体の体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{5})^2 \times (5+2) - \frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{5})^2 \times 2 = \frac{25}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 33】

図のような直角三角形 ABC がある。この三角形を辺 AB を軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。

(福井県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{80}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

底面の半径が BC , 高さが AB の円すいになる。

三平方の定理より $BC^2 = AC^2 - AB^2 = 6^2 - 4^2 = 20$

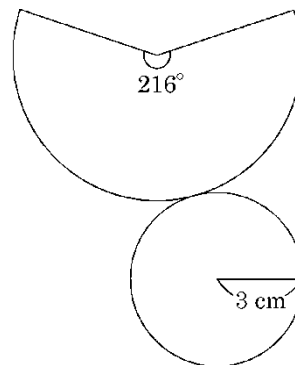
$$BC = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\text{よって 求める体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times (2\sqrt{5})^2 \times 4 = \frac{80}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 34】

図は円錐の展開図で、側面のおうぎ形の中心角は 216° であり、底面の円の半径は 3 cm である。この展開図を組み立てたときにできる円錐の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(和歌山県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$12\pi\text{ cm}^3$

解説

この円錐の母線の長さを $x\text{ cm}$ とすると

$$2\pi \times x \times \frac{216}{360} = 2\pi \times 3$$

よって $x=5$

この円錐の高さは

三平方の定理より

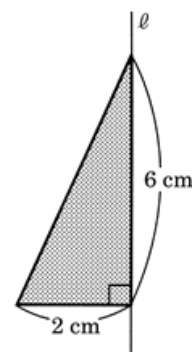
$$\sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{ cm}$$

よってこの円錐の体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi\text{ cm}^3$

【問 35】

図の直角三角形を、直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めると、 cm^3 である。

(島根県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$8\pi \text{ cm}^3$

解説

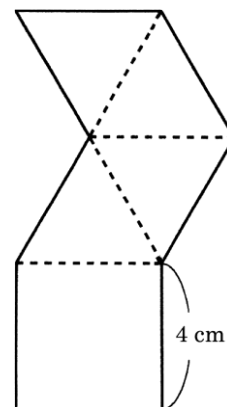
回転体は底面の半径 2cm, 高さ 6cm の円すいになる。

よって求める体積は $2 \times 2 \times \pi \times 6 \times \frac{1}{3} = 8\pi \text{ cm}^3$

【問 36】

図は、1辺の長さが 4 cm の正方形を底面とし、正三角形を側面とする四角すいの展開図である。これを組み立ててできる四角すいの体積を求めよ。

(愛媛県 2005 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$$

解説

側面の正三角形の高さは $2\sqrt{3} \text{ cm}$ だから

この四角すいの高さは $\sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$

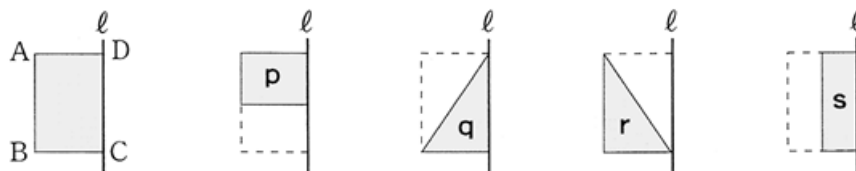
よってこの四角すいの体積は $\frac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{2} = \frac{32\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$

【問 37】

図 1 のように、辺 CD が直線 ℓ 上にある長方形 $ABCD$ がある。図 2 の $p \sim s$ の灰色の図形は、長方形 $ABCD$ の一部を切り取り、面積がそれぞれもとの長方形の $\frac{1}{2}$ になるようにしたものである。

$p \sim s$ の図形を、直線 ℓ を回転軸として 1 回転させたときにできる立体の体積を、 p から順に P, Q, R, S とする。次のア～エから、正しいものをすべて選び、その記号を書きなさい。

(秋田県 2006 年度)



- ア P が最も大きく、 S が最も小さい。
 イ R が最も大きく、 S が最も小さい。
 ウ Q と R は等しい。
 エ P, Q, R, S はすべて異なる。

解答欄

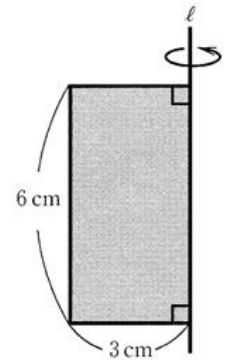
解答

イ,エ

【問 38】

右の図の長方形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。
ただし、円周率は π とする。

(栃木県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$54\pi \text{ cm}^3$$

解説

底面の半径が 3cm、高さが 6cm の円柱になる。

$$\text{よって体積は } \pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi \text{ cm}^3$$

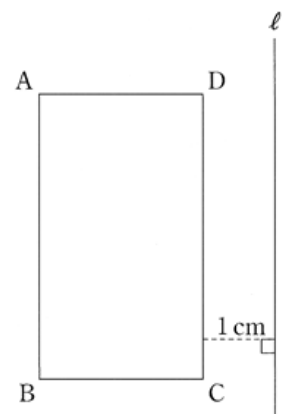
【問 39】

右の図で、長方形 ABCD は、 $AB=4 \text{ cm}$ 、 $BC=2 \text{ cm}$ 、また、辺 DC と直線 ℓ は平行で、1 cm の距離にあります。

このとき、長方形 ABCD を、直線 ℓ を軸として、1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$32\pi \text{ cm}^3$$

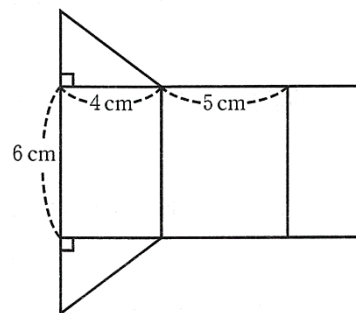
解説

$$\text{求める体積は } \pi \times (2+1)^2 \times 4 - \pi \times 1^2 \times 4 = 36\pi - 4\pi = 32\pi \text{ cm}^3$$

【問 40】

右の図は三角柱の展開図である。これを組み立ててできる三角柱の体積を求めなさい。

(富山県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

36 cm^3

解説

底面の直角三角形の斜辺が 5cm になるから

もう 1 辺の長さは $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$

よって三角柱の体積は $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 6 = 36 \text{ cm}^3$

【問 41】

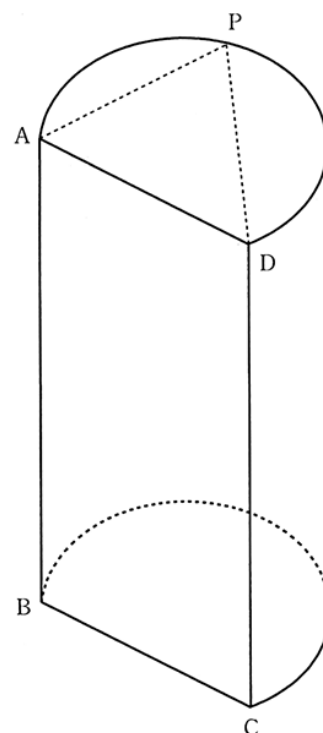
図は、円柱を底面に垂直な平面で切り取った立体で、その切り口は、 $AB=12$ cm, $AD=6$ cm の長方形である。また、弧 AD 上に点 P をとると、 $\angle APD=60^\circ$ であった。

このとき、次の問1、問2に答えなさい。

(石川県 2006 年度)

問1 この立体を展開したときのおよその形を、解答用紙の図形にかき加えて、完成させなさい。なお、定規、コンパスは使わなくてもよい。

問2 この立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。なお、途中の計算も書くこと。

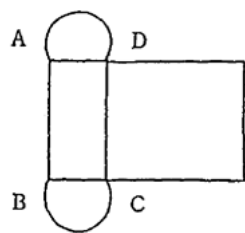


解答欄

問1	
問2	計算 答 cm^3

解答

問1



問2

計算

円の中心を O とすると

円周角の定理より

$$\angle AOD = 2\angle APD = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

O から, AD に垂線 OH をひくと

$$AH = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ cm}, \angle AOH = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ, \angle OHA = 90^\circ \text{ より}$$

$OH:OA:AH = 1:2:\sqrt{3}$ だから

$$OH = \frac{AH}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \text{ cm}$$

$$OA = \frac{2}{\sqrt{3}} AH = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 3 = 2\sqrt{3} \text{ cm}$$

よって底面積は

$$\pi \times (2\sqrt{3})^2 \times \frac{(360-120)}{360} + \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 8\pi + 3\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

求める体積は

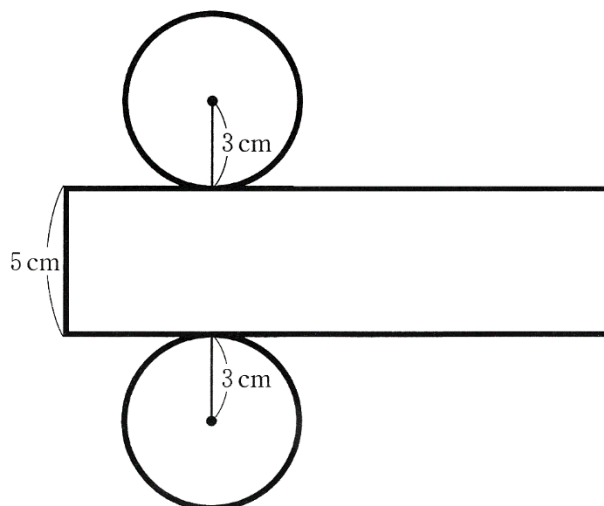
$$(8\pi + 3\sqrt{3}) \times 12 = 96\pi + 36\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

答 $96\pi + 36\sqrt{3} \text{ cm}^3$

【問 42】

下の図は、円柱の展開図である。この展開図を組み立ててつくられる円柱の体積を求めなさい。円周率は π を用いなさい。

(岐阜県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$45\pi \text{ cm}^3$$

解説

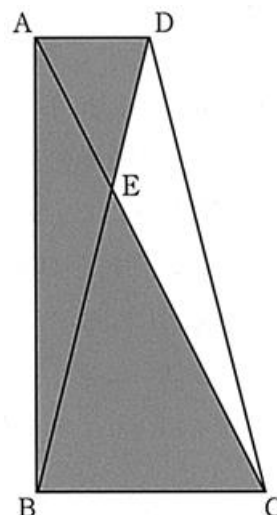
底面の半径が 3cm, 高さが 5cm の円柱になるから

$$\text{その体積は } \pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi \text{ cm}^3$$

【問 43】

右図において、四角形 $ABCD$ は、 $AD \parallel BC$ 、 $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$ 、 $AB = 12$ cm、 $AD = 3$ cm、 $BC = 6$ cm の台形である。E は、対角線 AC と対角線 BD との交点である。●で示した部分は、五つの線分 AB 、 BC 、 CE 、 ED 、 DA によって囲まれてできる図形である。●で示した図形を直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 ですか。円周率を π として答えなさい。

(大阪府 2006 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$$164\pi \text{ cm}^3$$

解説

E から AB に垂線 EH をひく。

$AD \parallel BC$ より

$$AE:EC = AD:BC = 3:6 = 1:2$$

$EH \parallel CB$ より

$$EH:CB = AE:AC$$

$$EH:6 = 1:3$$

$$EH = 2 \text{ cm}$$

よって求める体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12 + \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 12 - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times AH - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times BH$$

$$= 180\pi - \frac{1}{3} \times 9\pi \times (AH + BH)$$

$$= 180\pi - \frac{4}{3}\pi \times 12$$

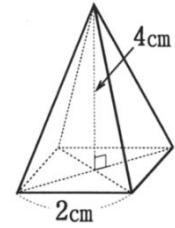
$$= 180\pi - 16\pi$$

$$= 164\pi \text{ cm}^3$$

【問 44】

右の図は、底面の1辺の長さが2 cm で、高さが4 cm の正四角すいである。この正四角すいの体積を求めよ。

(奈良県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{16}{3} \text{ cm}^3$$

解説

四角すいの体積は $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$

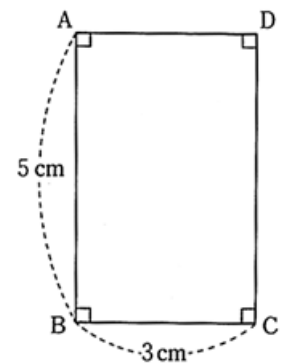
$$= \frac{1}{3} \times 2^2 \times 4$$

$$= \frac{16}{3} \text{ cm}^3$$

【問 45】

右の図のような、 $AB=5 \text{ cm}$, $BC=3 \text{ cm}$ の長方形 ABCD がある。この長方形を辺 AB を軸として1回転させてできる立体の体積は、 cm^3 である。

(岡山県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$45\pi \text{ cm}^3$$

解説

AB を軸として1回転させると

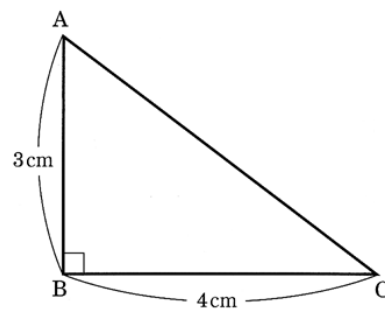
底面の半径が3 cm, 高さが5 cm の円柱ができる。

よって求める体積は $\pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi \text{ cm}^3$

【問 46】

図のように、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $BC=4\text{ cm}$ 、 $\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。この直角三角形 ABC を、直線 AB を軸として 1 回転させてできる円錐の体積は、直線 BC を軸として 1 回転させてできる円錐の体積の何倍になるか、求めなさい。

(徳島県 2006 年度)



解答欄

倍

解答

$$\frac{4}{3} \text{ 倍}$$

解説

AB を軸として 1 回転させてできる円錐の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi \text{ cm}^3$$

BC を軸として 1 回転させてできる円錐の体積は

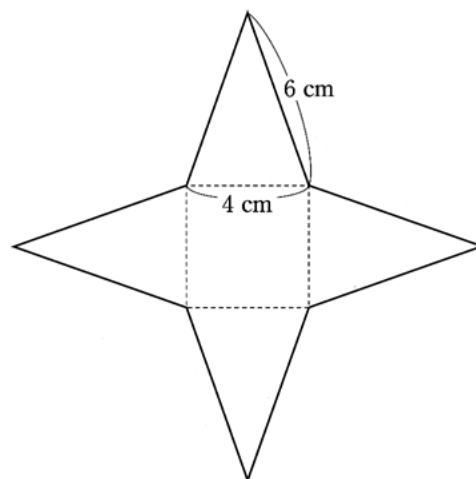
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{よって } 16\pi \div 12\pi = \frac{4}{3} \text{ 倍}$$

【問 47】

ある正四角すいを展開すると右の図のようになる。このとき、この正四角すいの体積を求めなさい。

(佐賀県 2006 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32\sqrt{7}}{3} \text{ cm}^3$$

解説

この正四角すいの頂点を O

底面の正方形を ABCD

その対角線の交点を H とする。

$$AH = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

△OAH で

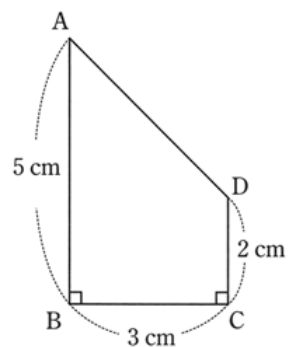
$$\text{三平方の定理より } OH = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$\text{よって体積は } \frac{1}{3} \times 4^2 \times 2\sqrt{7} = \frac{32\sqrt{7}}{3} \text{ cm}^3$$

【問 48】

右の図のような台形 $ABCD$ がある。この台形を辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(大分県 2006 年度)



解答欄

cm^3

解答

$27\pi \text{ cm}^3$

解説

D から AB に垂線 DH をひく。

求める立体は $\triangle ADH$ を回転させた円すいと長方形 $HBCD$ を回転させた円柱とでできている。

よってその体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times (5-2) + \pi \times 3^2 \times 2 = 9\pi + 18\pi = 27\pi \text{ cm}^3$

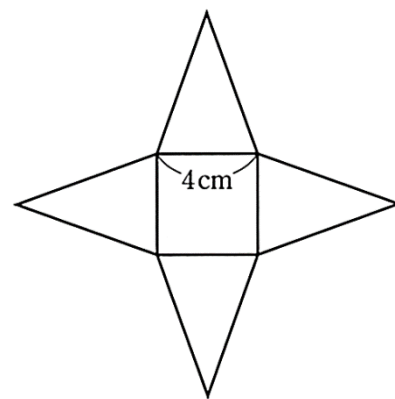
【問 49】

図は、底面が 1 辺 4 cm の正方形、側面がすべて合同な二等辺三角形の四角すいの展開図である。次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(鹿児島県 2006 年度)

(1) この展開図は、線対称な図形である。対称軸を 1 本かき入れよ。

(2) 側面の 1 つの二等辺三角形の面積が 12 cm^2 であるとき、四角すいの体積は何 cm^3 か。

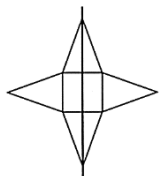


解答欄

(1)	
(2)	cm^3

解答

(1)



(2) $\frac{64\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$

解説

(1)

対称軸は 4 本ある。

(2)

側面の二等辺三角形の高さを $h\text{cm}$ とすると

その面積の関係より

$$\frac{1}{2} \times 4 \times h = 12$$

$$h = 6 \text{ cm}$$

三平方の定理より

四角すいの高さは

$$\sqrt{6^2 - \left(\frac{4}{2}\right)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ cm}$$

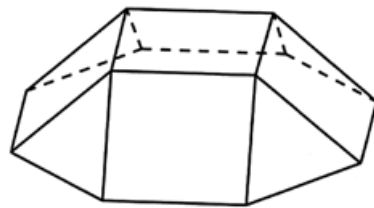
よって求める体積は

$$\frac{1}{3} \times 4^2 \times 4\sqrt{2} = \frac{64\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$$

【問 50】

図のように、1つの正八角形と5つの正方形、4つの正三角形で囲まれた立体があります。すべての辺の長さが1 cm のとき、この立体の体積を求めなさい。

(北海道 2007 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$1 + \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$$

解説

底面を1つの正方形と4つの直角二等辺三角形、4つの長方形に分ける。

正方形の1辺は1 cm 直角二等辺三角形の斜辺が1 cm より

他の2辺は $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

長方形は1辺が1 cm, 他の辺が $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

$$\text{立体の高さは } \sqrt{1^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

よって求める体積は

$$\begin{aligned} & 1 \times 1 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 4 + \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 \times 4 \\ & = 1 + \frac{2\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

【問 51】

次の文の ア ～ ウ にあてはまる式を書きなさい。

(青森県 2007 年度)

底面が 1 辺 a cm の正方形で、高さが h cm の直方体がある。

この直方体の体積は ア (cm^3) である。底面のすべての辺の長さを 3 倍にしたときの体積を V とすると $V =$ イ (cm^3) と表すことができる。

このとき、 h を a と V の式で表すと $h =$ ウ (cm) となる。

解答欄

ア	
イ	
ウ	

解答

ア a^2h

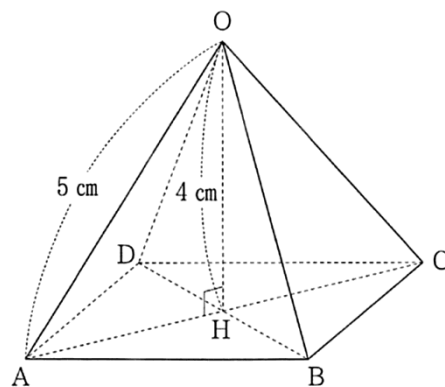
イ $9a^2h$

ウ $\frac{V}{9a^2}$

【問 52】

図のような、正四角錐 $O-ABCD$ において、底面 $ABCD$ の対角線の交点を H とします。辺 OA の長さが 5 cm 、高さ OH が 4 cm のとき、この正四角錐の体積を求めなさい。

(宮城県 2007 年度)



解答欄

cm^3

解答

24 cm^3

解説

$\triangle OAH$ において

三平方の定理より $AH = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

$\triangle AHB$ は $AH=BH$ の直角二等辺三角形だから

$AB = \sqrt{2} AH = 3\sqrt{2}$

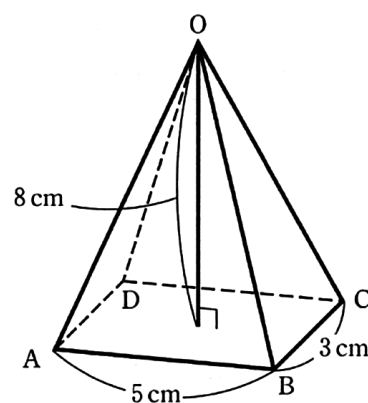
よって底面の正方形の1辺は $3\sqrt{2}$ より

求める体積は $\frac{1}{3} \times (3\sqrt{2})^2 \times 4 = 24\text{ cm}^3$

【問 53】

図のような、 $AB=5\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ の長方形を底面とし高さが 8 cm の四角錐 $OABCD$ がある。この四角錐の体積を求めなさい。

(栃木県 2007 年度)



解答欄

cm^3

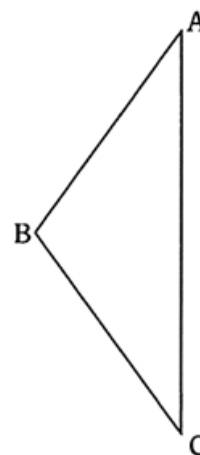
解答

40 cm^3

【問 54】

図で、 $\triangle ABC$ は、 $AB=BC=5\text{cm}$ 、 $AC=8\text{cm}$ の二等辺三角形です。 $\triangle ABC$ を、辺 AC を軸として、1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2007 年度)



解答欄

cm^3

解答

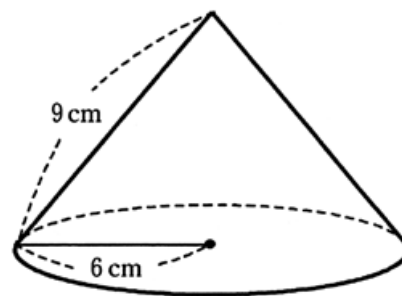
$24\pi \text{ cm}^3$

【問 55】

図のような底面の半径が 6cm, 母線の長さが 9cm の円すいについて次の問いに答えなさい。

(富山県 2007 年度)

- (1) 側面の展開図のおうぎ形について, 中心角の大きさを求めなさい。



- (2) 体積を求めなさい。ただし, 円周率は π とする。

解答欄

(1)	度
(2)	cm^3

解答

- (1) 240 度

- (2) $36\sqrt{5}\pi \text{ cm}^3$

解説

(1)

側面のおうぎ形の弧の長さと底面の円周の長さは等しいので
中心角の大きさを x° とすると

$$2\pi \times 9 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 6$$

$$x = 240$$

(2)

円すいの高さは
三平方の定理より

$$\sqrt{9^2 - 6^2} = 3\sqrt{5}$$

求める体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 3\sqrt{5} = 36\sqrt{5}\pi \text{ cm}^3$$

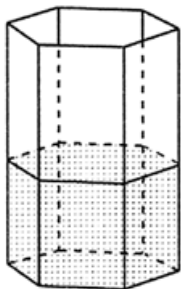
【問 56】

図Ⅰのように、正六角柱の容器に水が入っている。この容器の中に、この角柱と底面が合同である正六角すいの形をした鉄のおもりを入れたところ、図Ⅱのように、水面の高さが正六角すいの高さと同じになった。

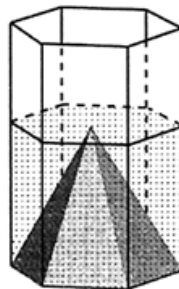
正六角柱の底面の1辺の長さが4cm、おもりを入れる前の底面から水面までの高さが5cmであるとき、おもりの体積は何 cm^3 か。ただし、容器の厚さは考えないものとする。

(愛知県 2007 年度 A)

図Ⅰ



図Ⅱ



解答欄

cm^3

解答

$$60\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

解説

底面の正六角形は1辺が4cmの正三角形6つからできている。

1つの正三角形の高さは

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \text{ cm より}$$

1つの正三角形の面積は

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

底面積は

$$6 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

おもりを入れたときの高さを h cm とするとおもりの体積の関係より

$$24\sqrt{3} \times (h-5) = \frac{1}{3} \times 24\sqrt{3} \times h$$

$$h-5 = \frac{h}{3}$$

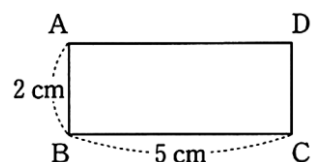
$$h = \frac{15}{2} \text{ cm}$$

$$\text{よって求める体積は } \frac{1}{3} \times 24\sqrt{3} \times \frac{15}{2} = 60\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

【問 57】

図のような長方形 ABCD がある。辺 CD を軸として、この長方形を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(山口県 2007 年度)



解答欄

cm^3

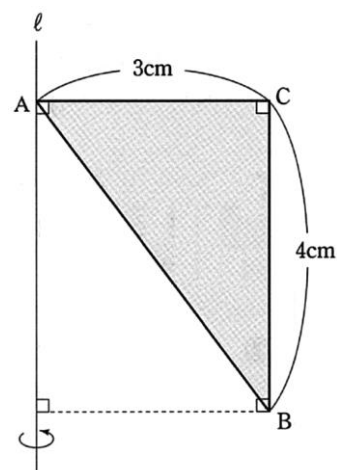
解答

$50\pi \text{ cm}^3$

【問 58】

図のような直角三角形 ABC を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(佐賀県 2007 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$24\pi \text{ cm}^3$

解説

B から直線 ℓ にひいた垂線を BH とする。

求める体積は

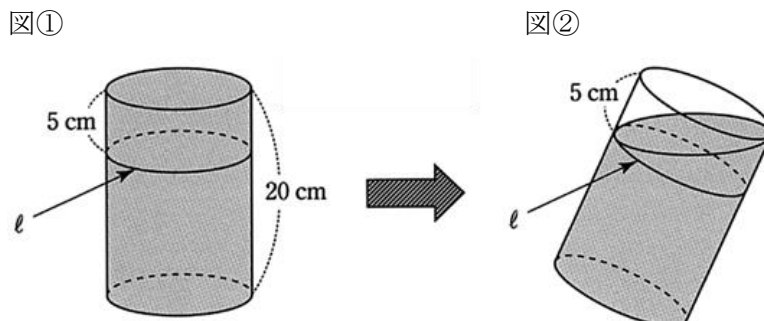
四角形 AHBC を回転させてできる円柱から $\triangle ABH$ を回転させてできる円すいの体積を除いたものだから

$$\pi \times 3^2 \times 4 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi - 12\pi = 24\pi \text{ cm}^3$$

【問 59】

図①のように、高さが 20cm の円柱形の容器に、水が一杯に入っている。この容器の側面には、上端から 5cm の位置に線 ℓ が書いてある。この容器を傾けて、水をこぼしていき、図②のように水面が線 ℓ にとどいたところで傾けるのを止めた。残った水の量とこぼれ出た水の量の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

(大分県 2007 年度)



解答欄

残った水の量:こぼれ出た水の量 = :

解答

残った水の量:こぼれ出た水の量 = 7:1

【問 60】

1 辺の長さが 5cm の立方体の体積と、直径が 6cm で高さが 5cm の円柱の体積はどちらがどれだけ大きいのか、下の ア , イ にあてはまる立体の名称や値を書きなさい。ただし、円周率は π とする。

(青森県 2008 年度)

ア の体積のほうが大きく、その差は イ cm^3 である。

解答欄

ア	
イ	

解答

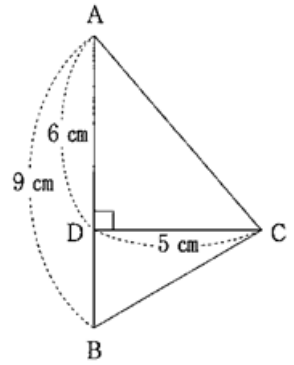
ア 円柱

イ $45\pi - 125$

【問 61】

図のように、 $\angle A$ と $\angle B$ がともに 90° より小さい角である $\triangle ABC$ において、頂点 C から辺 AB にひいた垂線と辺 AB との交点を D とします。 $AB=9\text{cm}$, $AD=6\text{cm}$, $CD=5\text{cm}$ のとき、 $\triangle ABC$ を、辺 AB を軸として1回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

(宮城県 2008 年度)



解答欄

cm^3

解答

$75\pi \text{ cm}^3$

解説

回転してできる立体は

底面の半径が $CD=5$, 高さが $AD=6$ の円すいと

底面の半径が $CD=5$, 高さが $BD=9-6=3$ の円すいを

底面の円ではり合わせたものになる。

よって求める体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 6 + \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 3 = 50\pi + 25\pi = 75\pi \text{ cm}^3$

【問 62】

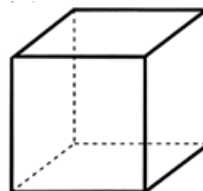
図1は、底面の1辺の長さが高さが等しい正四角錐である。図2は、1辺の長さが図1の正四角錐の高さの2倍の立方体である。図2の立方体の体積は、図1の正四角錐の体積の何倍か、求めなさい。

(秋田県 2008 年度)

図 1



図 2



解答欄

倍

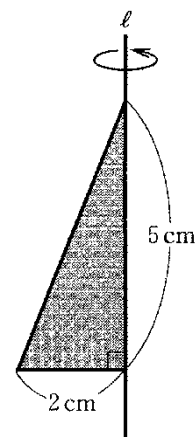
解答

24 倍

【問 63】

図の直角三角形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(栃木県 2008 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{20}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

立体は円すいだから体積は

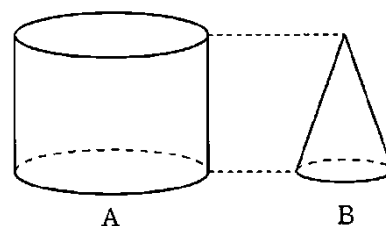
$$\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さより}$$

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 5 = \frac{20}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 64】

図において、円柱 A と円すい B は高さが等しく、A の底面の半径は B の底面の半径の 2 倍である。A の体積は B の体積の何倍となるか、求めなさい。

(群馬県 2008 年度)



解答欄

倍

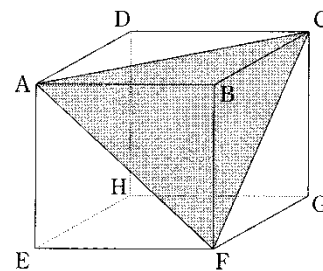
解答

12 倍

【問 65】

図のような、1 辺の長さが 6cm の立方体 $ABCD-EFGH$ において、4 つの点 A, B, C, F を頂点とする立体の体積を求めなさい。

(埼玉県 2008 年度)



解答欄

cm^3

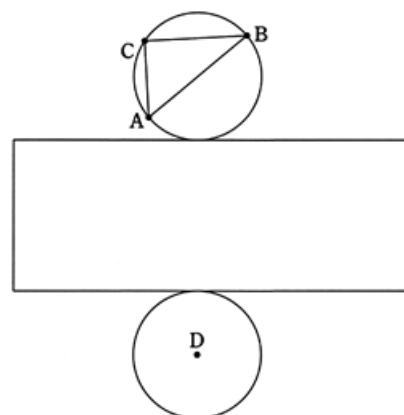
解答

36 cm^3

【問 66】

図は、底面の半径が 5cm 、高さが 12cm の円柱の展開図である。この展開図において、1 つの底面に直径 AB をとり、 $AC=6\text{cm}$ となる点 C をその円周上にとって $\triangle ABC$ をつくる。また、もう 1 つの底面の中心を点 D とする。この展開図を組み立て、4 点 A, B, C, D を頂点とする立体を考えたとき、その体積を求めなさい。

(千葉県 2008 年度)



解答欄

cm^3

解答

96 cm^3

解説

4 点 A, B, C, D を結んでできる立体は

底面を $\triangle ABC$ とすると高さが円柱の高さと等しい三角すいになる。

AB は直径より

$$AB=5\times 2=10, \angle ACB=90^\circ$$

よって三平方の定理より

$$BC=\sqrt{10^2-6^2}=8$$

したがって

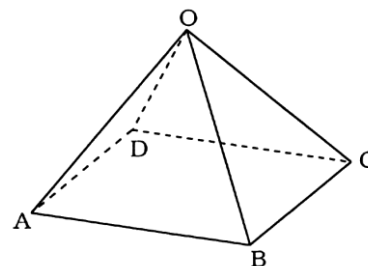
$$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 8=24\text{ cm}^2$$

$$\text{求める体積は}\frac{1}{3}\times 24\times 12=96\text{ cm}^3$$

【問 67】

図で、四角すい $OABCD$ は、側面がすべて正三角形の正四角すいである。頂点 O から底面 $ABCD$ までの高さが 6cm であるとき、この正四角すいの体積は何 cm^3 か。

(愛知県 B 2008 年度)



解答欄

cm^3

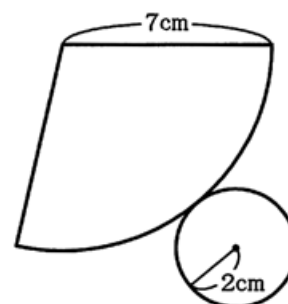
解答

144 cm^3

【問 68】

図は、底面の円の半径が 2cm 、母線の長さが 7cm の円錐の展開図である。この円錐の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(滋賀県 2008 年度)



解答欄

cm^3

解答

$4\sqrt{5} \pi \text{ cm}^3$

解説

この円錐の高さは

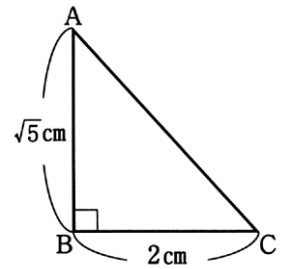
$$\sqrt{7^2 - 2^2} = 3\sqrt{5}$$

よって求める体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \pi \text{ cm}^3$

【問 69】

図のような, $AB = \sqrt{5} \text{ cm}$, $BC = 2 \text{ cm}$, $\angle ABC = 90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。
 $\triangle ABC$ を, 辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体と, 辺 BC を軸として 1 回転させてできる立体のうち, 体積が大きい方の立体の体積を求めよ。(円周率は π を用いること。)

(愛媛県 2008 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{10}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

$\triangle ABC$ を AB を軸として回転させてできる立体の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times \sqrt{5} = \frac{4\sqrt{5}}{3} \pi \text{ cm}^3$$

また, BC を軸として回転させてできる立体の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times (\sqrt{5})^2 \times 2 = \frac{10}{3} \pi \text{ cm}^3$$

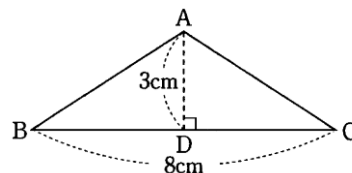
$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}, 10 = \sqrt{100} \text{ より}$$

$$\frac{4\sqrt{5}}{3} \pi < \frac{10}{3} \pi$$

$$\text{よって求める体積は } \frac{10}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 70】

図のような $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC がある。点 A から辺 BC に垂線をひき、辺 BC との交点を D とする。 $BC=8\text{cm}$, $AD=3\text{cm}$ のとき、辺 BC を軸として 1 回転させたときにできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率には π を用いること。



(高知県 2008 年度)

解答欄

cm^3

解答

$24\pi \text{ cm}^3$

解説

$AB=AC$, $AD \perp BC$ より $BD=CD=\frac{8}{2}=4$

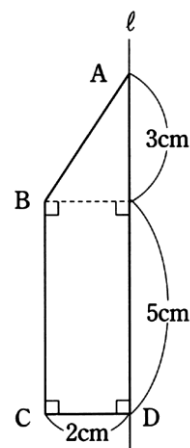
よって求める体積は AD を底面の半径とする高さ 4cm の円すいを 2 つあわせたものだから

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 \times 2 = 24\pi \text{ cm}^3$$

【問 71】

図の四角形 $ABCD$ を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(佐賀県 2008 年度 後期)



解答欄

cm^3

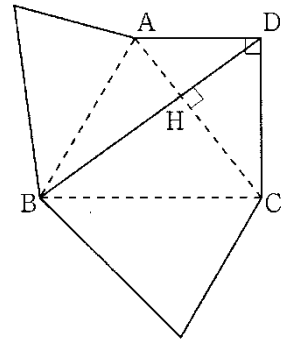
解答

$24\pi \text{ cm}^3$

【問 72】

図は、三角錐 DABC の展開図で、四角形 ABCD は図 1 の台形です。線分 AC と BD との交点を H とし、 $\angle CHD=90^\circ$ とします。この展開図を三角錐 DABC に組み立てると、 $\angle BHD=90^\circ$ となります。このとき、三角錐 DABC の体積を求めなさい。

(北海道 2009 年度)



解答欄

cm^3

解答

450 cm^3

解説

解答例 1

$\triangle BCD$ で

三平方の定理より $BD = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ cm}$

$\triangle BCD \sim \triangle CHD$ だから

$CD : HD = BD : CD$

$15 : HD = 25 : 15$

$25HD = 15 \times 15$

$HD = 9 \text{ cm}$

よって三角錐 DABC の体積は

$$\frac{1}{3} \times \triangle ABC \times HD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 20 \times 15 \times 9 = 450 \text{ cm}^3$$

解答例 2

$$BD^2 = 20^2 + 15^2 = 625$$

$BD > 0$ より

$$BD = 25$$

$\triangle CDH \sim \triangle BDC$ より

$$DH = 9$$

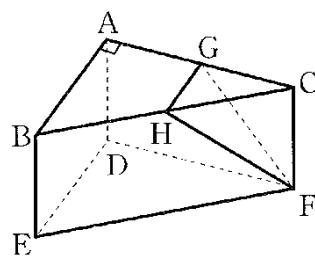
したがって体積は

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 20 \times 15 \right) \times 9 = 450$$

【問 73】

図のように、底面が直角三角形で側面がすべて長方形の三角柱 $ABC-DEF$ があり、 $\angle BAC=90^\circ$ ， $AB=4\text{cm}$ ， $AC=6\text{cm}$ ， $AD=3\text{cm}$ である。また、辺 AC ，辺 BC の中点をそれぞれ G ， H とする。このとき、三角柱 $ABC-DEF$ から三角錐 $CFGH$ を切り取った残りの立体の体積を求めなさい。

(秋田県 2009 年度)



解答欄

cm^3

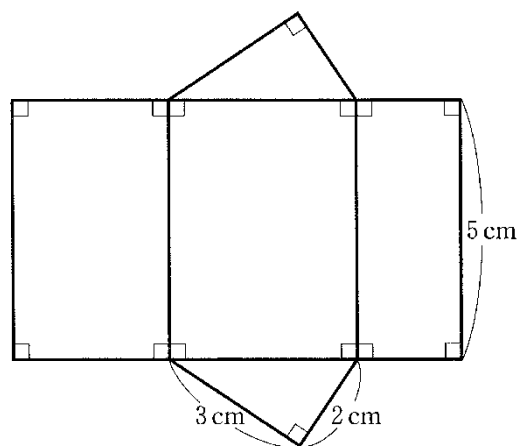
解答

33 cm^3

【問 74】

図は、三角柱の展開図である。この展開図を組み立ててつくれる三角柱の体積を求めなさい。

(岐阜県 2009 年度)



解答欄

cm^3

解答

15 cm^3

解説

三角柱の体積は

$$\text{底面積} \times \text{高さ} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 5 = 15 \text{ cm}^3$$

【問 75】

ある円錐の側面の展開図は、半径 18cm のおうぎ形である。このおうぎ形の弧の長さが $12\pi\text{cm}$ のとき、次の(1)、(2)に答えなさい。ただし、 π は円周率を表している。

(和歌山県 2009 年度)

(1) このおうぎ形の中心角の大きさを求めなさい。

(2) この円錐の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	度
(2)	cm^3

解答

(1) 120 度

(2) $144\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$

解説

(2)

この円錐の底面の円の半径を $r\text{cm}$ とすると
底面の円周と側面のおうぎ形の弧の長さは等しいので

$$2\pi r = 12\pi$$

$$r = 6\text{cm}$$

三平方の定理を利用して円錐の高さを求めると

$$\sqrt{18^2 - 6^2} = 12\sqrt{2}\text{cm}$$

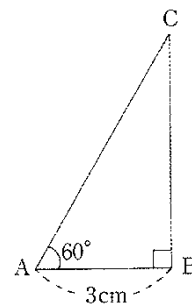
よって求める体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi\text{cm}^3$$

【問 76】

図のような, $AB=3\text{cm}$, $\angle A=60^\circ$, $\angle B=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。この三角形を辺 BC を軸として 1 回転させてできる立体の体積は cm^3 である。

(岡山県 2009 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$9\sqrt{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

$\triangle ABC$ は $\angle A=60^\circ$ の直角三角形なので

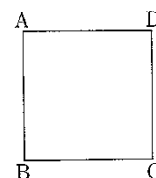
$$BC = \sqrt{3}AB = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

できる立体は円すいなので

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \pi \text{ cm}^3$$

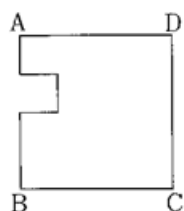
【問 77】

図のように、正方形 ABCD があります。下の①～④はそれぞれ、正方形 ABCD から、1 辺の長さが正方形 ABCD の 1 辺の長さの $\frac{1}{4}$ である正方形を切り取った図です。①～④の中で、直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積が最も大きくなるものはどれですか。その番号を書きなさい。

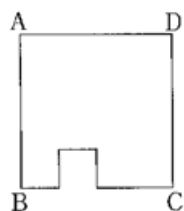


(広島県 2009 年度)

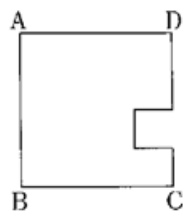
①



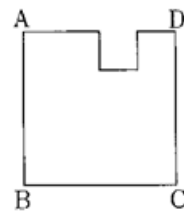
②



③



④



解答欄

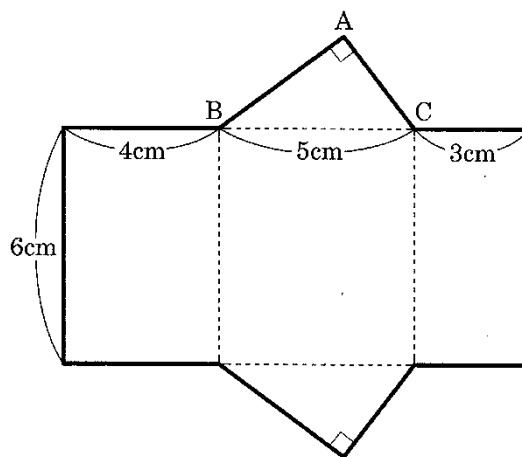
解答

①

【問 78】

展開図が図のようになる三角柱の 体積 を求めなさい。
ただし、 $\angle BAC=90^\circ$ とする。

(徳島県 2009 年度)



解答欄

cm^3

解答

36cm^3

解説

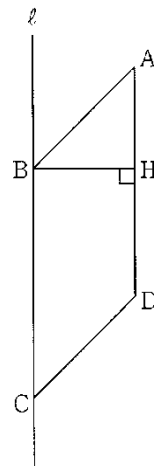
三角柱の体積は
底面積×高さより

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 6 = 36\text{cm}^3$$

【問 79】

図のように、平行四辺形 $ABCD$ があり、直線 ℓ 上に辺 BC があります。頂点 B から辺 AD に垂線をひき、辺 AD との交点を H とします。 $AD=10\text{ cm}$, $BH=4\text{ cm}$ のとき、平行四辺形 $ABCD$ を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いなさい。

(北海道 2010 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$160\pi\text{ cm}^3$$

解説

C から AD の延長線上に垂線をひき交点を K とする。

$\triangle ABH$ と $\triangle DCK$ において

四角形 $ABCD$ は平行四辺形だから

$$AB=DC\cdots\textcircled{1}$$

平行線の同位角は等しいから

$$\angle BAH=\angle CDK\cdots\textcircled{2}$$

$$\angle AHB=\angle DKC=90^\circ\cdots\textcircled{3}$$

①, ②, ③より

直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいので

$$\triangle ABH\equiv\triangle DCK$$

平行四辺形 $ABCD$ を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積は

長方形 $BCKH$ を 1 回転させた体積と等しいので

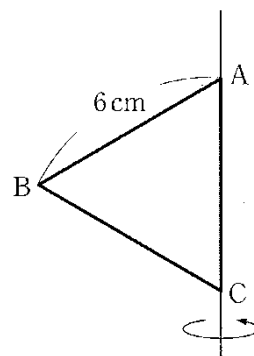
求める体積は

$$\pi\times 4^2\times 10=160\pi\text{ cm}^3$$

【問 80】

図の正三角形 ABC を、直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(青森県 2010 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

$$54\pi \text{ cm}^3$$

解説

$\angle B$ の二等分線をひき AC との交点を H とする。

$\triangle ABC$ は正三角形だから

$$BH \perp AC$$

$$AH = CH = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

$\triangle ABH$ は、 60° の角をもつ直角三角形だから

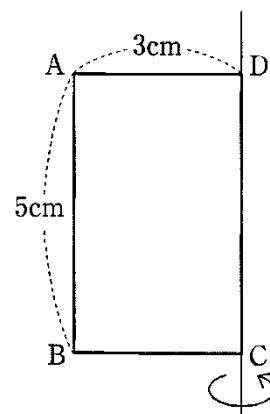
$$BH = \sqrt{3} AH = \sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{よって求める体積は } 2 \times \frac{1}{3} \times \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times 3 = 54\pi \text{ cm}^3$$

【問 81】

図の長方形 ABCD を、辺 CD を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。
ただし、円周率は π とします。

(岩手県 2010 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$45\pi \text{ cm}^3$$

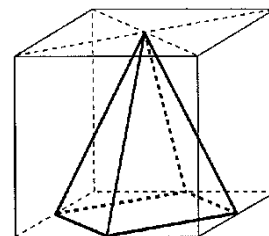
解説

立体は底面の半径が 3 cm, 高さが 5 cm の円柱だから
その体積は $\pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi \text{ cm}^3$

【問 82】

図のように、立方体の 1 つの面の各辺の中点と、その面に平行な面の対角線の交点を頂点とする正四角錐がある。立方体の 1 辺が 6 cm のとき、この正四角錐の体積を求めなさい。

(秋田県 2010 年度)



解答欄

cm^3

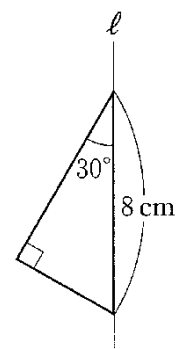
解答

$$36 \text{ cm}^3$$

【問 83】

図の直角三角形を直線 ℓ のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(福井県 2010 年度)



解答欄

cm^3

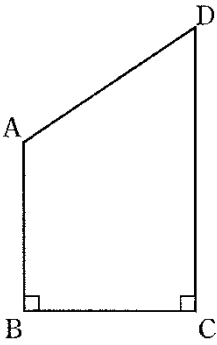
解答

$32\pi\text{ cm}^3$

【問 84】

図は、 $AB \parallel DC$ の台形で、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $DC=5\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=\angle BCD=90^\circ$ である。

(長野県 2010 年度)



(1) 辺 BC の長さを求めなさい。

(2) 直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体をア、直線 DC を軸として 1 回転させてできる立体をイとする。このとき、アとイの体積についてまとめた次の文の、 $\boxed{\text{I}}$ にはアとイのいずれかの記号を、 $\boxed{\text{II}}$ には当てはまる値を書きなさい。ただし、円周率は π とする。

アとイの体積を比べると、 $\boxed{\text{I}}$ の方が $\boxed{\text{II}}\text{ cm}^3$ 大きい。

解答欄

(1)	cm	
(2)	I	
	II	cm^3

解答

(1) $2\sqrt{3}\text{ cm}$

(2)

I ア

II $8\pi\text{ cm}^3$

解説

(1)

A から CD に垂線 AH をひく。

$$DH=5-3=2\text{ cm}$$

△ADH で三平方の定理より

$$AH=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}\text{ cm}$$

よって $BC=AH=2\sqrt{3}\text{ cm}$

(2)

$$\text{立体アの体積は}\pi\times(2\sqrt{3})^2\times 5-\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2\times 2=60\pi-8\pi=52\pi\text{ cm}^3$$

$$\text{立体イの体積は}\pi\times(2\sqrt{3})^2\times 3+\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2\times 2=36\pi+8\pi=44\pi\text{ cm}^3$$

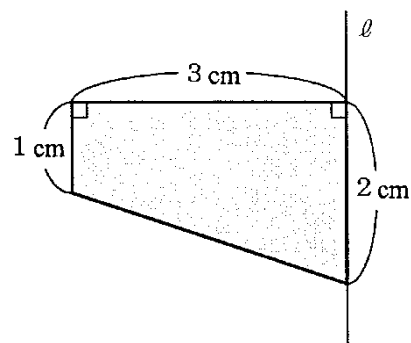
$$52\pi-44\pi=8\pi\text{ cm}^3$$

よってアの方が $8\pi\text{ cm}^3$ 大きい。

【問 85】

図のような四角形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる回転体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(滋賀県 2010 年度)



解答欄

cm^3

解答

$12\pi \text{ cm}^3$

解説

回転体を上部の円柱と下部の円錐とに分けて考える。

円柱は底面の半径が 3 cm 、高さが 1 cm なので

体積は $\pi \times 3^2 \times 1 = 9\pi \text{ cm}^3$

円錐は底面の半径が 3 cm 、高さが $2 - 1 = 1 \text{ cm}$ なので

体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 1 = 3\pi \text{ cm}^3$

よって求める体積は $9\pi + 3\pi = 12\pi \text{ cm}^3$

【問 86】

図1のように、水がいっぱいに入った円錐の形をした容器と、円柱の形をした空のコップがある。容器とコップの口の形はそれぞれ円で、容器の口の円の面積はコップの口の円の面積の 6 倍であり、容器の高さはコップの高さの 2 倍である。水平の台にこのコップをいくつか置き、図2のように、容器の水をこぼれないようにコップに移しかえる。1 つのコップがいっぱいになれば、次のコップに水を入れて、すべての水をコップに移す。すべての水を移したとき、水の入ったコップはいくつあるか、求めなさい。ただし、容器とコップの厚さは考えないものとする。

(和歌山県 2010 年度)

図1

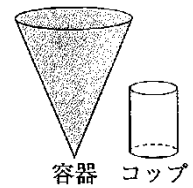
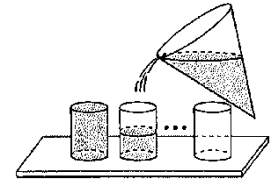


図2



解答欄

個

解答

4 個

解説

コップの口の半径を r cm, 高さを h cm とすると

容積は $\pi r^2 h$ cm³

容器の口の面積はその 6 倍, 高さは 2 倍より

容器の容積は

$$\frac{1}{3} \times 6\pi r^2 \times 2h = 4\pi r^2 h \text{ cm}^3$$

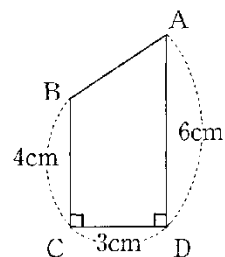
$$4\pi r^2 h \div \pi r^2 h = 4 \text{ より}$$

4 個

【問 87】

図のような台形 ABCD がある。辺 AD を軸として、この台形を 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

(山口県 2010 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$42\pi \text{ cm}^3$$

解説

B から AD に垂線をひき交点を H とする。

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times BH^2 \times AH + \pi \times CD^2 \times HD$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times (6-4) + \pi \times 3^2 \times 4$$

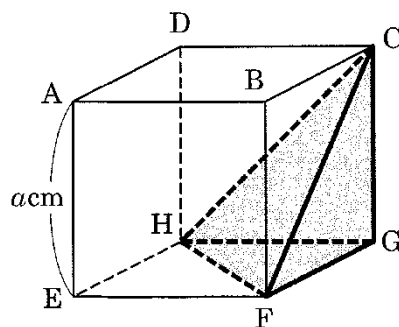
$$= 6\pi + 36\pi$$

$$= 42\pi \text{ cm}^3$$

【問 88】

図のように、1 辺の長さが a cm の立方体がある。この立方体を平面 CHF で切ってできる三角錐の体積は何 cm^3 か、次のア～エから 1 つ選びなさい。

(徳島県 2010 年度)



ア $\frac{1}{3}a^3$ (cm^3)

イ $\frac{1}{4}a^3$ (cm^3)

ウ $\frac{1}{5}a^3$ (cm^3)

エ $\frac{1}{6}a^3$ (cm^3)

解答欄

解答

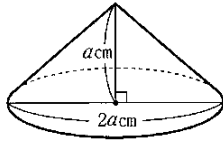
エ

【問 89】

次のア～エの立体のうち、体積が最大であるものはどれか。適当なものを 1 つ選び、その記号を書け。

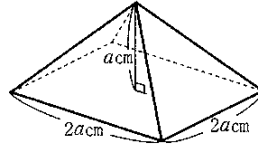
(愛媛県 2010 年度)

ア



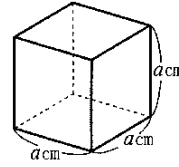
底面が直径 $2a$ cm の円で、高さが a cm の円すい

イ



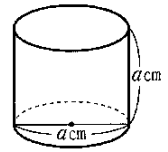
底面が 1 辺 $2a$ cm の正方形で、高さが a cm の正四角すい

ウ



1 辺が a cm の立方体

エ



底面が直径 a cm の円で、高さが a cm の円柱

解答欄

解答

イ

解説

体積はそれぞれ

$$\text{ア} \quad \frac{1}{3} \times \pi \times a^2 \times a = \frac{\pi a^3}{3}$$

$$\text{イ} \quad \frac{1}{3} \times (2a)^2 \times a = \frac{4a^3}{3}$$

$$\text{ウ} \quad a^3$$

$$\text{エ} \quad \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times a = \frac{\pi a^3}{4}$$

$$\frac{\pi}{4} < 1 < \frac{\pi}{3} < \frac{4}{3} \text{ だから}$$

体積が最大なのはイ

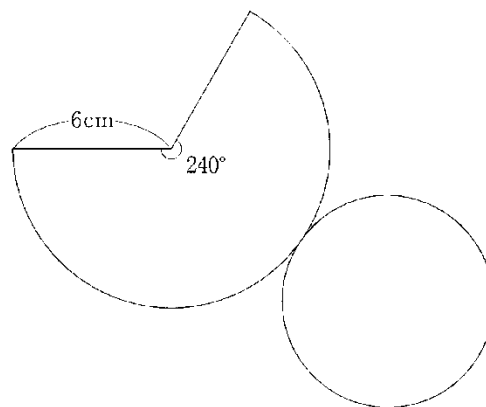
【問 90】

図のような円すいの展開図がある。側面の展開図は、半径が 6 cm, 中心角が 240° のおうぎ形である。

このとき、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 2010 年度 後期)

(1) 底面の半径を求めなさい。



(2) 円すいの体積を求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm ³

解答

(1) 4 cm

(2) $\frac{32\sqrt{5}}{3} \pi$ cm³

【問 91】

図1のように、1 辺の長さが 4 cm の立方体があります。図2は、図1の立方体の 8 つの頂点から、それぞれの辺を 2 cm ずつ延長したところに 24 個の点をとったものです。図3は、図2でとった 24 個の点を頂点とする立体です。図3の立体の体積を求めなさい。

(北海道 2011 年度)

図1

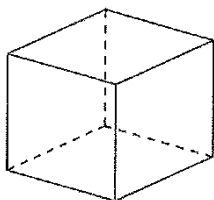


図2

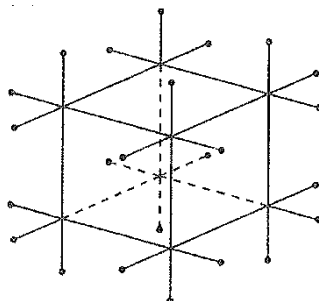
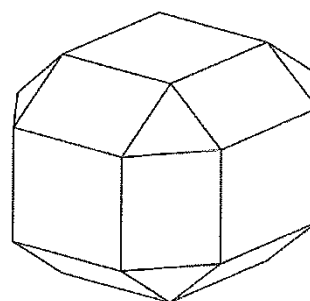


図3



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{1088}{3} \text{ cm}^3$$

解説

8 つの三角錐

12 の三角柱

6 つの四角柱

1 つの立方体に分けて考えると

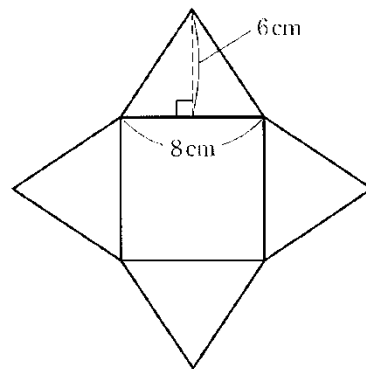
$$\text{その体積は } 8 \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 \right) + 12 \times \left(\frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 4 \right) + 6 \times (4 \times 4 \times 2) + 4 \times 4 \times 4$$

$$= \frac{1088}{3} \text{ cm}^3$$

【問 92】

図は、正四角すいの展開図である。この展開図を組み立ててできる正四角すいの体積を求めなさい。

(青森県 2011 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{128\sqrt{5}}{3} \text{ cm}^3$$

解説

正四角すいの高さは

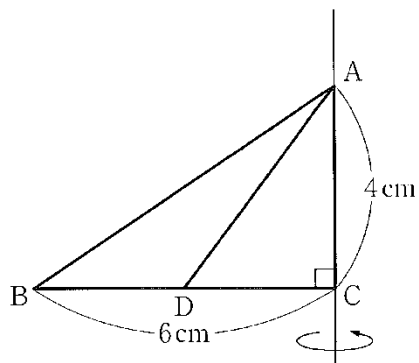
$$\text{三平方の定理より } \sqrt{6^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times 8^2 \times 2\sqrt{5} = \frac{128\sqrt{5}}{3} \text{ cm}^3$$

【問 93】

図の直角三角形 ABC で、辺 BC の中点を D とする。直線 AC を軸として三角形 ABD を 1 回転させてできた立体を P 、直線 AC を軸として三角形 ADC を 1 回転させてできた立体を Q とする。立体 P と立体 Q の体積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(青森県 2011 年度 前期)



解答欄

:

解答

3:1

解説

$$P \text{ の体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 4 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 48\pi - 12\pi = 36\pi \text{ cm}^3$$

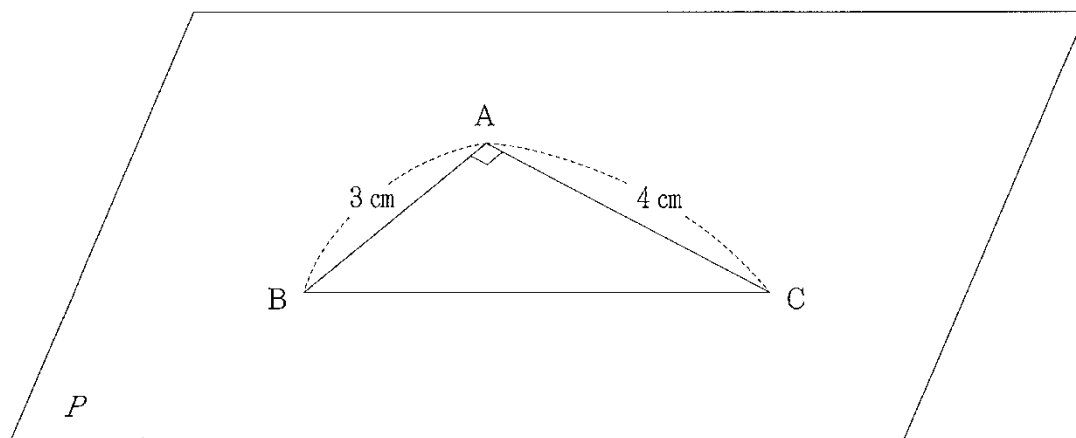
$$Q \text{ の体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi \text{ cm}^3$$

$$P \text{ の体積} : Q \text{ の体積} = 36\pi : 12\pi = 3 : 1$$

【問 94】

図のような、平面 P に含まれている、 $\angle A=90^\circ$ 、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $AC=4\text{ cm}$ の直角三角形 ABC があります。この直角三角形 ABC を、平面 P に垂直な方向へ 3 cm だけ、回転させずに動かしてできる立体の体積を求めなさい。

(宮城県 2011 年度)



解答欄

cm^3

解答

18 cm^3

解説

できる立体は

底面が $\triangle ABC$ で高さが 3 cm の三角柱。

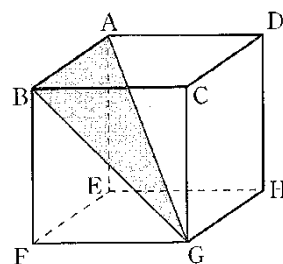
求める体積は $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 3 = 18\text{ cm}^3$

【問 95】

図のように、1 辺が 6 cm の立方体 $ABCD-EFGH$ がある。この立方体の 3 つの頂点 A, B, G を結んでできる $\triangle ABG$ について、次の(1), (2)の問いに答えなさい。

(秋田県 2011 年度)

(1) 辺 AG を底辺としたときの高さを求めなさい。



(2) 辺 AG を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

解答欄

(1)	cm
(2)	cm^3

解答

(1) $2\sqrt{6}$ cm

(2) $48\sqrt{3} \pi \text{ cm}^3$

【問 96】

図1において、 $\triangle ABC$ は $AC=4$ cm, $\angle C=90^\circ$ の直角三角形である。点 D は辺 AB 上、点 E は辺 BC 上にあり、 $DE=3$ cm, $EB=9$ cm, $\angle DEB=90^\circ$ である。図2は、図1の $\triangle DBE$ を辺 EB を軸として1回転させてできる立体の形をした容器アと、図1の台形 $ADEC$ を辺 CE を軸として1回転させてできる立体の形をした容器イを表しており、容器アには水を注ぎ、満水にしてある。このとき、あとの問いに答えなさい。ただし、円周率は π とし、容器の厚さは考えないものとする。

(山形県 2011 年度)

図1

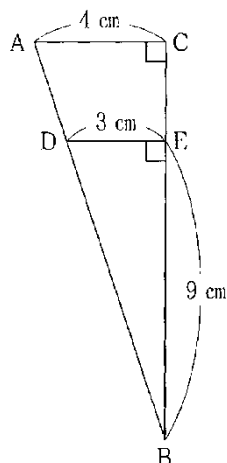
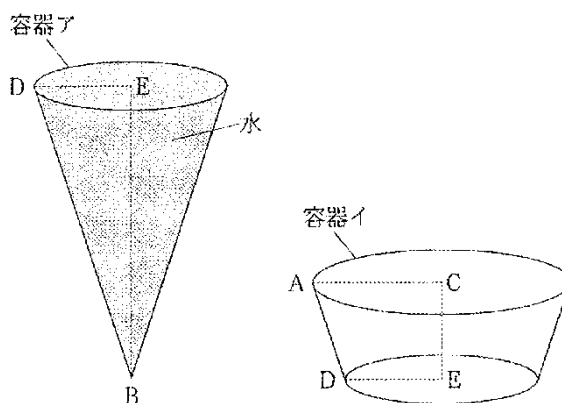


図2



(1) 容器アに入っている水の体積を求めなさい。

(2) 容器アに入っている水を、空の容器イに移したいと考えた。次は、容器アに入っている水のすべてを、水平な台に置いた容器イに移すことができるかどうかについて表したものである。

 にはあてはまる値を、

 には大きい小さいかのいずれかを、

 にはできるかできないかのいずれかを、それぞれ書きなさい。

容器アと容器イの容積を比べると容器アのほうが

 cm^3

 ので、容器アに入っている水のすべてを容器イに移すことが

 。

解答欄

(1)	cm^3	
(2)	a	
	b	
	c	

解答

(1) $27\pi \text{ cm}^3$

(2)

a 10π

b 小さい

c できる

解説

(2)

DE // AC より

BE:BC=DE:AC

9:BC=3:4

3BC=9×4

BC=12 cm

容器イの容積は

△ABC を BC を軸に 1 回転させたものから容器アの容積をひいたものになる。

よって $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 12 - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 9 = 64\pi - 27\pi = 37\pi \text{ cm}^3$

容器アの容積－容器イの容積= $27\pi - 37\pi = -10\pi \text{ cm}^3$ より

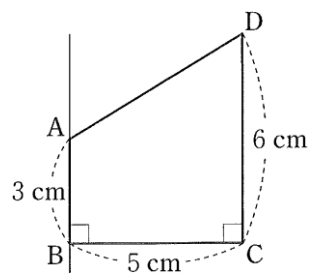
容器アの方が $10\pi \text{ cm}^3$ 小さいので

容器アに入っている水のすべてを容器イに移すことができる。

【問 97】

図の台形 ABCD を、辺 AB を軸として回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(福島県 2011 年度)



解答欄

cm^3

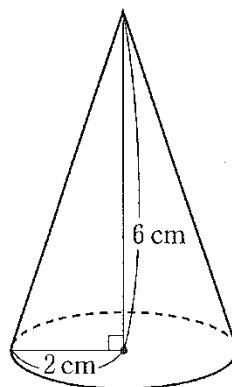
解答

$125\pi \text{ cm}^3$

【問 98】

図のような、底面の半径が 2 cm、高さが 6 cm の円錐がある。この円錐の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(栃木県 2011 年度)



解答欄

cm^3

解答

$8\pi \text{ cm}^3$

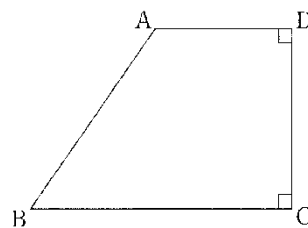
解説

円錐の体積は $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ} = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 6 = 8\pi \text{ cm}^3$

【問 99】

図のような、 $AB=5\text{ cm}$ 、 $BC=6\text{ cm}$ 、 $AD=3\text{ cm}$ 、 $\angle C=\angle D=90^\circ$ の台形 $ABCD$ を、辺 DC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2011 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

$$84\pi\text{ cm}^3$$

解説

A から BC に垂線をひき交点を H とする。

$$BH=6-3=3\text{ cm}$$

$\triangle ABH$ で

$$\text{三平方の定理より } AH=\sqrt{5^2-3^2}=4\text{ cm}$$

また BA と CD をそれぞれ延長し交点を E とする。

$AD\parallel BC$ だから

$$ED=x\text{ cm とおくと}$$

$$ED:EC=AD:BC\text{ より}$$

$$x:(x+4)=3:6$$

$$3(x+4)=6x$$

$$x+4=2x$$

$$x=4\text{ cm}$$

求める体積は

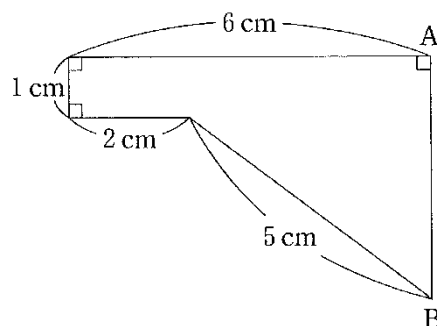
$\triangle EBC$ を 1 回転させたものから $\triangle EAD$ を 1 回転させたものを除いた体積になるから

$$\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times(4+4)-\frac{1}{3}\times\pi\times 3^2\times 4=96\pi-12\pi=84\pi\text{ cm}^3$$

【問 100】

図形を、辺 AB を軸として 1 回転したときにできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2011 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$52\pi \text{ cm}^3$

解説

できた立体は上部は底面の半径が 6 cm で高さが 1 cm の円柱と

底面の半径が $6 - 2 = 4 \text{ cm}$ 、高さが $\sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$ の円すいを組み合わせたものになる。

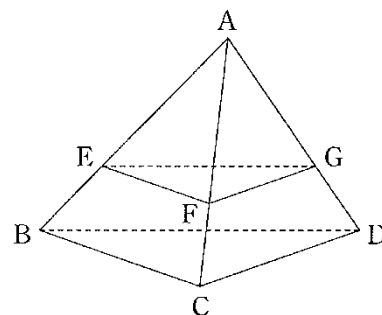
よって求める体積は $\pi \times 6^2 \times 1 + \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 36\pi + 16\pi = 52\pi \text{ cm}^3$

【問 101】

図のように、三角すい ABCD があり、辺 AB, AC, AD 上にそれぞれ点 E, F, G を、 $AE:EB=AF:FC=AG:GD=2:1$ となるようにとる。

このとき、三角すい AEFG と三角すい ABCD の体積の比を求めなさい。

(富山県 2011 年度)



解答欄

:

解答

8:27

解説

三角すい AEFG と三角すい ABCD は相似で

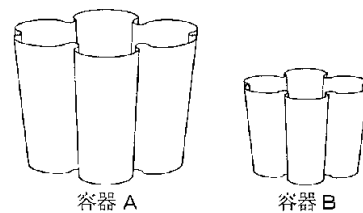
その相似比は 2:3 だから

体積の比は $2^3:3^3=8:27$

【問 102】

図の 2 つの容器 A, B は相似な立体であり, 相似比は 3:2 である。容器 A に入る水の体積が 162 cm^3 であるとき, 容器 B に入る水の体積を求めなさい。

(静岡県 2011 年度)



解答欄

cm^3

解答

48 cm^3

解説

容器 A の体積: 容器 B の体積 $= 3^3:2^3$ より

162 : 容器 B の体積 $= 27:8$

$27 \times$ 容器 B の体積 $= 162 \times 8$

容器 B の体積 $= 48 \text{ cm}^3$

【問 103】

円すいの底面の半径を $\frac{1}{3}$ 倍, 高さを 5 倍にすると体積はもとの円すいの何倍になるか, 求めなさい。

(愛知県 B 2011 年度)

解答欄

倍

解答

$\frac{5}{9}$ 倍

解説

もとの円すいの底面の円の半径を r , 高さを h とすると体積は $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ と表せる。

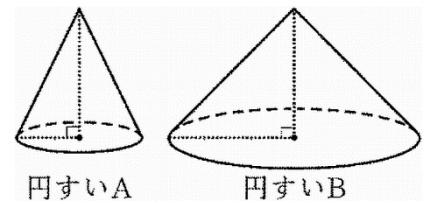
底面の半径を $\frac{1}{3}$, 高さを 5 倍にした円すいの体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{1}{3}r\right)^2 \times 5h = \frac{5}{27} \pi r^2 h \quad \frac{5}{27} \pi r^2 h \div \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{5}{9} \text{ 倍}$$

【問 104】

下のア～エのうち、次の文中の に入れるのに適しているものを一つ選び、記号を書きなさい。

(大阪府 2011 年度 後期)



図のように、高さが等しい円すい A と円すい B がある。円すい B の底面の半径は、円すい A の底面の半径の 2 倍である。このとき、円すい B は、

ア 底面積が円すい A の 2 倍であり、体積も円すい A の 2 倍である。

イ 底面積が円すい A の 2 倍であり、体積が円すい A の 4 倍である。

ウ 底面積が円すい A の 4 倍であり、体積が円すい A の 2 倍である。

エ 底面積が円すい A の 4 倍であり、体積も円すい A の 4 倍である。

解答欄

解答

エ

解説

円すい A の底面の半径を r 、高さを h とすると

円すい B の底面の半径は $2r$ 、高さは h と表せる。

底面積は円すい A が πr^2 、B が $\pi \times (2r)^2 = 4\pi r^2$ より B は A の 4 倍になる。

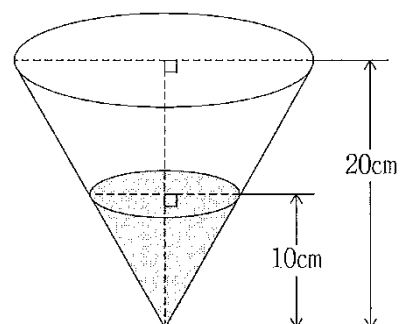
体積は円すい A が $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ 、B が $\frac{1}{3} \times 4\pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi r^2 h$ より B は A の 4 倍である。

よって選択肢はエ

【問 105】

深さが 20 cm の円錐の形をした容器がある。この容器に 100 cm^3 の水を入れたところ、図のように水面の高さが 10 cm になった。あと何 cm^3 の水を入れると、この容器はいっぱいになるか、求めなさい。

(和歌山県 2011 年度)



解答欄

cm^3

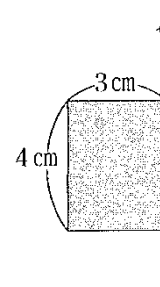
解答

700 cm^3

【問 106】

図の長方形を、直線 l を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(島根県 2011 年度)



解答欄

cm^3

解答

$36\pi \text{ cm}^3$

解説

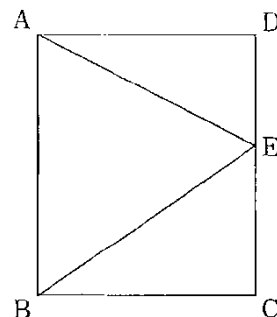
できる立体は底面の半径が 3 cm、高さが 4 cm の円柱となる。

よって求める体積は $\pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi \text{ cm}^3$

【問 107】

図のように、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $AD=5\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ の辺 CD 上に点 E があります。 $\triangle ABE$ を、直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 ですか。ただし、円周率は π とします。

(広島県 2011 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$50\pi\text{ cm}^3$$

解説

E から AB に垂線をひき交点を H とする。

求める体積は EH を底面の半径とする高さが AH の円すいと EH を半径とする高さが BH の円すいの和になる。

$$\frac{1}{3} \times \pi \times EH^2 \times AH + \frac{1}{3} \times \pi \times EH^2 \times BH = \frac{1}{3} \times \pi \times EH^2 \times (AH + BH)$$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times EH^2 \times AB$$

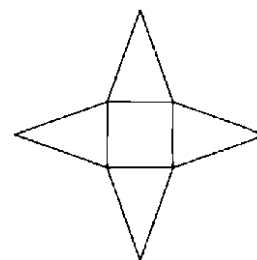
$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 6$$

$$= 50\pi\text{ cm}^3$$

【問 108】

図のように、底面の正方形の1辺が4 cm、側面の二等辺三角形の等しい辺がいずれも6 cm の正四角すいの展開図がある。この正四角すいの体積を求めよ。

(高知県 2011 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32}{3}\sqrt{7}\text{ cm}^3$$

解説

側面の二等辺三角形において

$$4\text{ cm の辺を底辺としたときの高さは}\sqrt{6^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\text{ cm}$$

三平方の定理より

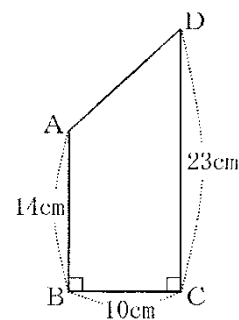
$$\text{正四角すいの高さは}\sqrt{(4\sqrt{2})^2-\left(\frac{4}{2}\right)^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}\text{ cm}$$

$$\text{よって求める体積は}\frac{1}{3}\times 4^2\times 2\sqrt{7}=\frac{32\sqrt{7}}{3}\text{ cm}^3$$

【問 109】

図のような $\angle B = \angle C = 90^\circ$ の四角形 ABCD がある。AB=14 cm, BC=10 cm, CD=23 cm のとき、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。ただし、円周率には π を用いること。

(高知県 2011 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

$2000\pi \text{ cm}^3$

解説

BA の延長線に D から垂線をひき交点を H とする。

回転してできる立体は

底面の半径が BC=10 cm, 高さが CD=23 cm の円柱から

底面の半径が DH=10 cm, 高さが AH=23-14=9 cm の円すいを除いたものになる。

よって求める体積は $\pi \times 10^2 \times 23 - \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 9 = 2300\pi - 300\pi = 2000\pi \text{ cm}^3$

【問 110】

半径 6 cm、深さ 9 cm の円すい形のグラスがある。図1のように水面の半径が 4 cm となるまでグラスに水を注いだ。そのあとコインを 38 枚グラスに入れたところ、図2のようにコインと水でグラスがちょうどいっぱいになった。このとき、コイン 1 枚の体積は何 cm^3 か求めなさい。ただし、コインの大きさはすべて同じであり、グラスの厚さは考えないものとする。

(佐賀県 2011 年度 前期)

図1

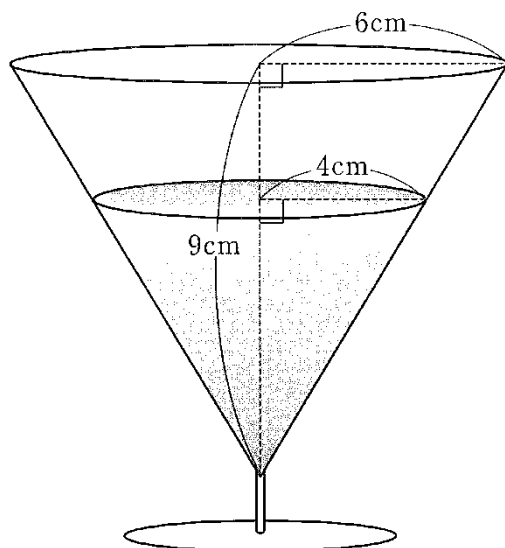
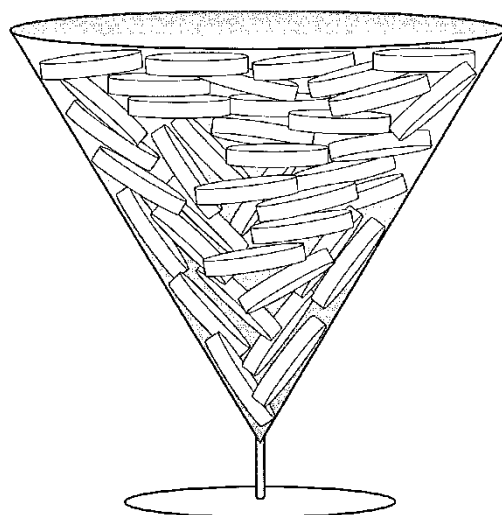


図2



解答欄

cm^3

解答

$$2\pi \text{ cm}^3$$

解説

円すい形のグラスの容積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 9 = 108\pi \text{ cm}^3$

水の入った部分の高さを $h \text{ cm}$ とすると

$$h:9=4:6$$

$$6h=9 \times 4$$

$$h=6 \text{ cm}$$

よって水の体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 6 = 32\pi \text{ cm}^3$

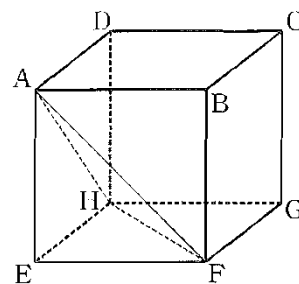
これよりコインの体積は $108\pi - 32\pi = 76\pi \text{ cm}^3$

コイン 1 枚の体積は $\frac{76}{38} \pi = 2\pi \text{ cm}^3$

【問 111】

図は、1 辺の長さが 2 cm の立方体 $ABCD-EFGH$ である。この立方体を 3 点 A , F , H を通る平面で 2 つに分けると、点 C をふくむ側の立体の体積は何 cm^3 か。

(鹿児島県 2011 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{20}{3} \text{ cm}^3$$

解説

立方体の体積は

$$2^3 = 8 \text{ cm}^3$$

点 E をふくむ側の立体の体積は

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{4}{3} \text{ cm}^3$$

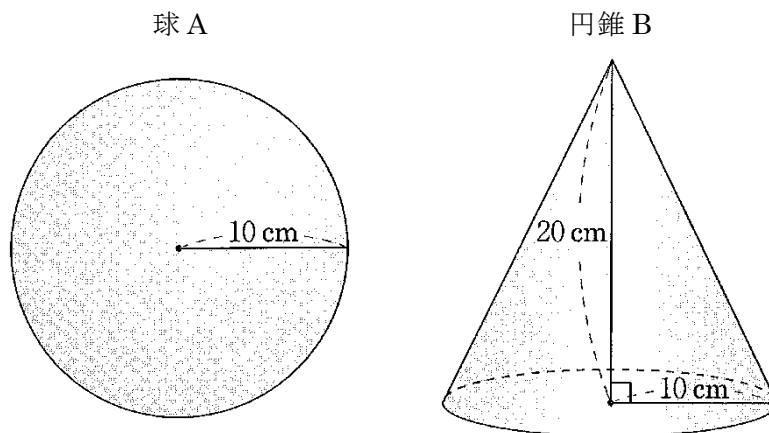
よって点 C をふくむ側の体積は

$$8 - \frac{4}{3} = \frac{20}{3} \text{ cm}^3$$

【問 112】

下の図のように、半径が 10 cm の球 A と、底面の半径が 10 cm、高さが 20 cm の円錐 B があります。球 A の体積と円錐 B の体積にはどのような関係がありますか。正しいものを、ア～エから選びなさい。

(北海道 2012 年度)



- ア 球 A の体積は、円錐 B の体積と等しい。
- イ 球 A の体積は、円錐 B の体積の 2 倍である。
- ウ 球 A の体積は、円錐 B の体積の 3 倍である。
- エ 球 A の体積は、円錐 B の体積の 4 倍である。

解答欄

解答

イ

解説

球 A の体積は

$$\frac{4}{3} \times \pi \times 10^3 = \frac{4000}{3} \pi \text{ cm}^3$$

円錐 B の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 20 = \frac{2000}{3} \pi \text{ cm}^3$$

$$\frac{4000}{3} \pi \div \frac{2000}{3} \pi = 2 \text{ より}$$

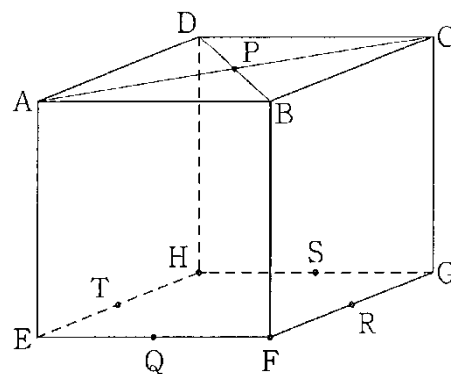
球 A の体積は円錐 B の体積の 2 倍なので

選択肢はイ

【問 113】

図のように、1 辺が 6 cm の立方体 $ABCD-EFGH$ があります。線分 AC と BD の交点を P とし、辺 EF , FG , GH , HE の中点をそれぞれ Q , R , S , T とします。点 P を頂点とし、六角形 $QFRSHT$ を底面とする六角錐の体積を求めなさい。

(北海道 2012年度)



解答欄

cm^3

解答

54 cm^3

解説

底面の六角形の面積は

$$6 \times 6 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = 27$$

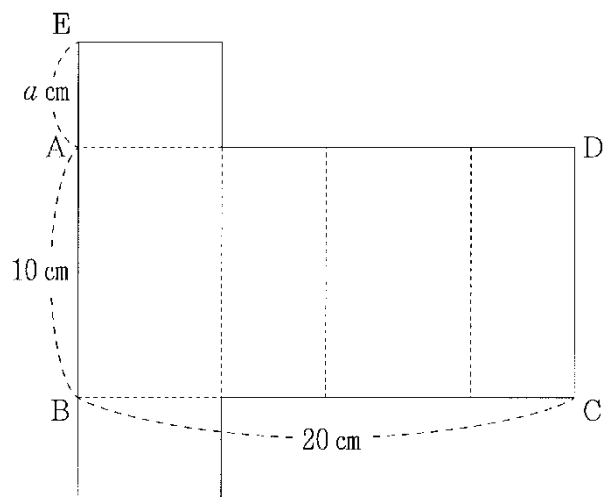
したがって求める体積は $\frac{1}{3} \times 27 \times 6 = 54$

【問 114】

図の直方体の展開図において、四角形 ABCD は、 $AB = 10 \text{ cm}$ 、 $BC = 20 \text{ cm}$ の長方形です。

$AE = a \text{ cm}$ とするとき、この展開図を組み立ててつくった直方体の体積を、 a を使って表しなさい。

(宮城県 2012年度)



解答欄

cm^3

解答

$$100a - 10a^2 \text{ cm}^3$$

解説

直方体の底面の長方形の2辺は

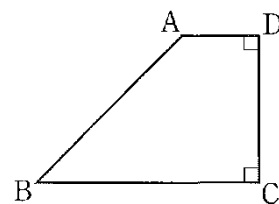
$$a \text{ cm}, \frac{20}{2} - a = 10 - a \text{ cm} \text{ と表せる。}$$

$$\text{よってこの体積は } a \times (10 - a) \times 10 = 100a - 10a^2 \text{ cm}^3$$

【問 115】

右の図のように、台形 ABCD があり、 $AD = 1 \text{ cm}$ 、 $CD = 2 \text{ cm}$ 、 $\angle BCD = \angle ADC = 90^\circ$ 、 $\angle BAD = 135^\circ$ である。この台形 ABCD を辺 CD を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

(秋田県 2012年度)



解答欄

cm^3

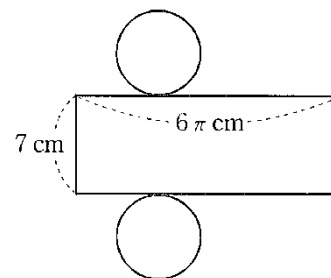
解答

$$\frac{26}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 116】

右の図は、円柱の展開図である。この円柱の体積を求めなさい。

(福島県 2012年度)



解答欄

cm^3

解答

$$63\pi \text{ cm}^3$$

解説

円柱の底面の半径を $r \text{ cm}$ とすると

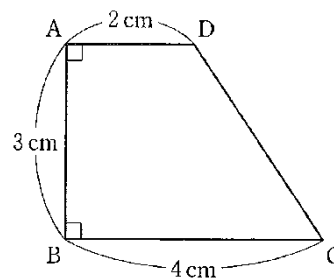
$$2\pi r = 6\pi$$

$$r = 3 \text{ cm}$$

よって円柱の体積は $\pi \times 3^2 \times 7 = 63\pi \text{ cm}^3$

【問 117】

図のような、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $BC=4\text{ cm}$ 、 $AD=2\text{ cm}$ 、 $\angle BAD=\angle ABC=90^\circ$ の台形 $ABCD$ がある。この台形を、直線 AB を軸として 1 回転させてできる立体を P 、直線 BC を軸として 1 回転させてできる立体を Q とする。このとき、次の文の ア にあてはまるものを P 、 Q のうちから 1 つ選んで答えなさい。また、イ にあてはまる数を求めなさい。ただし、円周率は π とする。



(栃木県 2012年度)

立体 P 、 Q の体積を比較すると、立体 ア の体積の方が イ cm^3 大きい。

解答欄

ア	
イ	

解答

ア P

イ 4π

解説

BA と CD を延長し交点を E とする。

また D から BC に垂線をひき交点を H とする。

$AD \parallel BC$ より

$EA:ED=AD:BC$

$EA=x\text{ cm}$ とすると

$$x:(x+3)=2:4$$

$$2(x+3)=4x$$

$$x=3$$

よって立体 P の体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times (3+3) - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 28\pi \text{ cm}^3$$

また $BF=AD=2\text{ cm}$ より

$$CF=4-2=2\text{ cm}$$

立体 Q の体積は

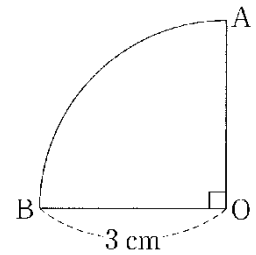
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 2 + \pi \times 3^2 \times 2 = 24\pi \text{ cm}^3$$

したがって立体 P の体積の方が $28\pi - 24\pi = 4\pi \text{ cm}^3$ 大きい

【問 118】

右の図のような、半径 3 cm で中心角が 90° のおうぎ形 OAB があります。このおうぎ形 OAB を、線分 AO を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2012年度)



解答欄

cm^3

解答

$$18\pi \text{ cm}^3$$

解説

おうぎ形 OAB を AO を軸として 1 回転させてできる立体は半径 3 cm の半球となるから

$$\text{体積は } \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 \div 2 = 18\pi \text{ cm}^3$$

【問 119】

次の文中の に入る最も適当なものを、下のア～エのうちから一つ選び、符号で答えなさい。

(千葉県 2012 年度 後期)

半径 6 cm の球がある。この球の体積は、円周率を π とすると、 cm^3 となる。

ア 48π イ 144π ウ 162π エ 288π

解答欄

解答

エ

解説

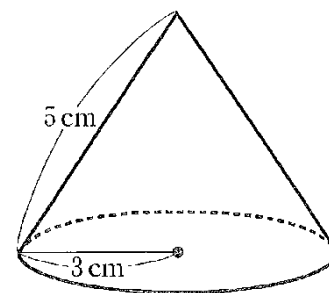
半径 r の球の体積は $\frac{4}{3} \pi r^3$ より

$$\text{半径 6 cm の球の体積は } \frac{4}{3} \pi \times 6^3 = 288\pi \text{ cm}^3$$

【問 120】

図は、底面の半径が 3 cm 、母線の長さが 5 cm の円すいである。この円すいの体積を求めなさい。円周率は π を用いなさい。

(岐阜県 2012年度)



解答欄

cm^3

解答

$$12\pi\text{ cm}^3$$

解説

この円すいの高さを三平方の定理を利用して求めると

$$\sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{ cm}$$

円すいの体積は $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$

$$= \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4$$

$$= 12\pi\text{ cm}^3$$

【問 121】

図2の容器は、底面が半径 6 cm の円である円柱の形をしている。この容器は水平に置かれ、底面から 10 cm の高さまで水が入っている。この容器に図3のように半径 3 cm の鉄球を静かに沈めたところ、水面が上昇した。このときの底面から水面までの水の高さを求めなさい。ただし、容器の厚さは考えないものとする。

(静岡県 2012年度)

図2

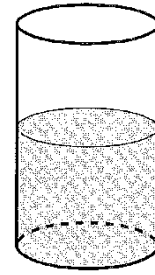
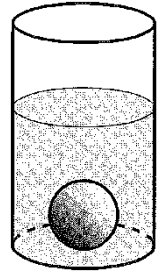


図3



解答欄

cm

解答

11 cm

解説

鉄球を入れた容器の底面から水面までの高さを x cm とする。

上昇した分の体積と鉄球の体積は等しいので

$$\pi \times 6^2 \times (x - 10) = \frac{4}{3} \pi \times 3^3$$

両辺を 36π でわって

$$x - 10 = 1$$

$$x = 11 \text{ cm}$$

【問 122】

2 つの立方体があり、大きい立方体の 1 辺の長さは小さい立方体の 1 辺の長さの 2 倍である。大きい立方体の体積は小さい立方体の体積の何倍か、求めなさい。

(愛知県 2012 年度 A)

解答欄

倍

解答

8 倍

解説

大きい方の立方体と小さい方の立方体の相似比は 2:1 だから

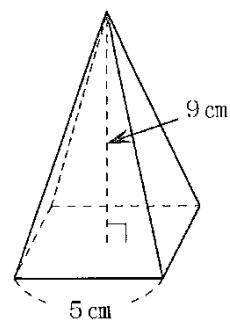
$$\text{体積比は } 2^3:1^3=8:1$$

よって大きい立方体は小さい立方体の 8 倍

【問 123】

右の図は、底面の1辺の長さが5 cmで、高さが9 cmの正四角すいである。この正四角すいの体積を求めよ。

(奈良県 2012 年度)



解答欄

cm^3

解答

75 cm^3

解説

正四角すいの体積は

$$\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$$

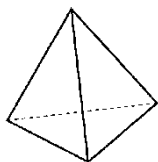
$$= \frac{1}{3} \times 5^2 \times 9 = 75 \text{ cm}^3$$

【問 124】

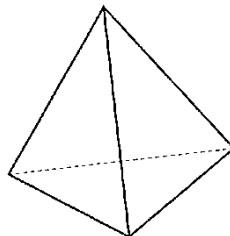
下の図の 2 つの三角すい A, B は相似で, その相似比は 2:3 である。三角すい A の体積が 160 cm^3 のとき, 三角すい B の体積を求めなさい。

(山口県 2012 年度)

A



B



解答欄

cm^3

解答

540 cm^3

解説

$160:\text{B の体積}=2^3:3^3$

$8\times\text{B の体積}=160\times 27$

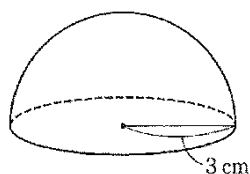
$\text{B の体積}=540\text{ cm}^3$

【問 125】

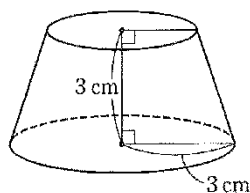
下の図で、立体Aは、半径 3 cm の球を、中心を通る平面で切った半球であり、立体Bは、底面が半径 3 cm の円で、高さが 9 cm の円すいを、底面から高さ 3 cm のところで、底面に平行な平面で切ったときの、下側の立体である。立体Aと立体Bの体積を比べたとき、どちらの立体の方が何 cm^3 大きいか書け。(円周率は π を用いること。)

(愛媛県 2012 年度)

立体A



立体B



解答欄

立体	の方が	cm^3 大きい。
----	-----	--------------------

解答

立体Bの方が $\pi \text{ cm}^3$ 大きい。

解説

立体Aの半球の体積は

$$\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = 18\pi \text{ cm}^3$$

立体Bにおいて

切り取った分の円すいの底面の半径を $r \text{ cm}$ とする。

平行線と線分の比の定理より

$$r:3=(9-3):9$$

$$9r=18$$

$$r=2$$

よって立体Bの体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 9 - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times (9-3) = 19\pi \text{ cm}^3$$

$$19\pi - 18\pi = \pi \text{ より}$$

立体Bの方が $\pi \text{ cm}^3$ 大きい。

【問 126】

半径 6 cm の球の体積を求めよ。ただし、円周率は π を用いること。

(高知県 2012 年度 前期)

解答欄

cm^3

解答

$$288\pi \text{ cm}^3$$

【問 127】

半径 3 cm の球の体積は何 cm^3 か。

(長崎県 2012 年度)

解答欄

cm^3

解答

$$36\pi \text{ cm}^3$$

解説

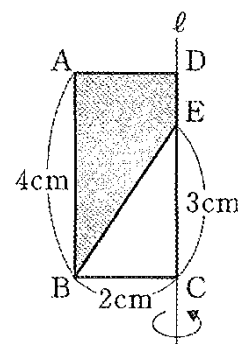
半径 r の球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ より

$$\text{求める体積は } \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi \text{ cm}^3$$

【問 128】

右の図は、 $AB=4\text{ cm}$ 、 $BC=2\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ で、辺 CD 上に点 E を、 $CE=3\text{ cm}$ となるようにとったものである。線分 CD を延長した直線 ℓ を軸として、色をつけた部分 () を 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。ただし、円周率は π とする。

(鹿児島県 2012 年度)



解答欄

cm^3

解答

$12\pi\text{ cm}^3$

解説

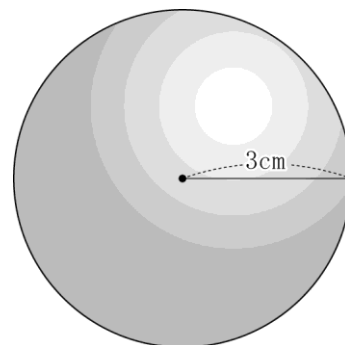
1 回転させてできる立体は円柱から円すいをくりぬいた形になる。

求める体積は $\pi \times 2^2 \times 4 - \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 16\pi - 4\pi = 12\pi\text{ cm}^3$

【問 129】

図のように、半径が 3 cm の球があります。この球の体積を求めなさい。
ただし、円周率は π を用いなさい。

(北海道 2013 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$36\pi\text{ cm}^3$$

解説

$$\text{球の体積は } \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi\text{ cm}^3$$

【問 130】

相似な 2 つの三角すい P, Q があり、その相似比は $3:2$ である。P の体積が 18 cm^3 のとき、Q の体積を求めなさい。

(青森県 2013 年度 後期)

解答欄

cm^3

解答

$$\frac{16}{3}\text{ cm}^3$$

解説

三角すい P と Q の相似比が $3:2$ より

体積比は $3^3:2^3=27:8$

$$\text{よって三角すい Q の体積は } 18 \times \frac{8}{27} = \frac{16}{3}\text{ cm}^3$$

【問 131】

図1のように、同じ原材料で作られている大小 2 種類のチョコレートがある。これらは、相似な円すいの形をしており、大きいチョコレートの底面の半径は 2 cm、小さいチョコレートの底面の半径は 1 cm である。これらのチョコレートが、図2のように、袋 A には大きいチョコレートが 2 個、袋 B には小さいチョコレートが 15 個入っていて、どちらも 300 円で販売されている。

図 1

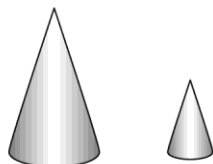
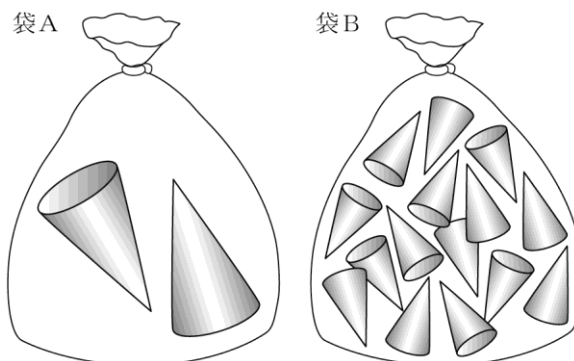


図 2



このとき、袋 A と袋 B のどちらを買うほうが割安であるか、答えなさい。また、その理由を、チョコレートの体積比を使って説明しなさい。

ただし、円すいの側面と底面で囲まれた部分には、すべてチョコレートが詰まっているものとする。

(山形県 2013 年度)

解答欄

袋_____を買うほうが割安である。

〔理由〕

解答

袋 A を買うほうが割安である。

大と小のチョコレートは相似比が 2:1 だから体積比は $2^3:1^3=8:1$ である。

したがって袋 A と袋 B における 1 袋のチョコレートの体積比は $(8 \times 2):(1 \times 15)=16:15$ となる。

よって同じ 300 円であれば袋 A を買うほうが割安である。

解説

大きいチョコレートと小さいチョコレートの相似比は 2:1 よりその体積比は $2^3:1^3=8:1$

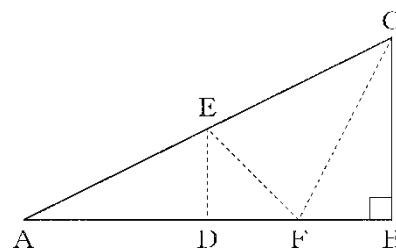
よって袋 A に入っているチョコレートと袋 B に入っているチョコレートの体積比は $(8 \times 2):(1 \times 15)=16:15$ より

袋 A の方が体積が大きいので金額が同じとき袋 A の方が割安であるといえる。

【問 132】

右の図は、三角錐^{さんかくすい}の展開図です。 $\triangle ABC$ は、 $AB=16\text{ cm}$, $BC=8\text{ cm}$, $\angle ABC=90^\circ$ の直角三角形です。また、点 D , E は、それぞれ辺 AB , AC の中点であり、点 F は、線分 DB の中点です。このとき、線分 DE , EF , FC を折り曲げてできる三角錐の体積を求めなさい。

なお、考えるときに、別紙にある三角形の部分を取り取って利用してもさしつかえありません。



(埼玉県 2013 年度)

解答欄

cm^3

解答

$$\frac{64}{3} \text{ cm}^3$$

解説

点 D , E はそれぞれ辺 AB と AC の中点だから

$$\text{中点連結定理より } DE = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 8 = 4\text{cm}$$

$DE \parallel BC$

よって $\angle EDF = 90^\circ$

また点 F は線分 DB の中点より $DF = 16 \div 2 \div 2 = 4\text{cm}$

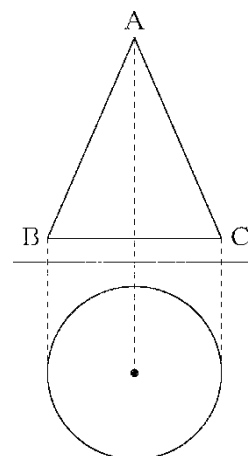
$$\text{求める三角錐の体積は } \frac{1}{3} \times \triangle DEF \times AD = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 8 = \frac{64}{3} \text{ cm}^3$$

【問 133】

右の図は、円すいの投影図である。 $AB=AC=13\text{ cm}$, $BC=10\text{ cm}$ のとき、この円すいの体積を求めなさい。

ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2013 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

$$100\pi\text{ cm}^3$$

解説

円すいの底面の半径は $10 \div 2 = 5\text{cm}$

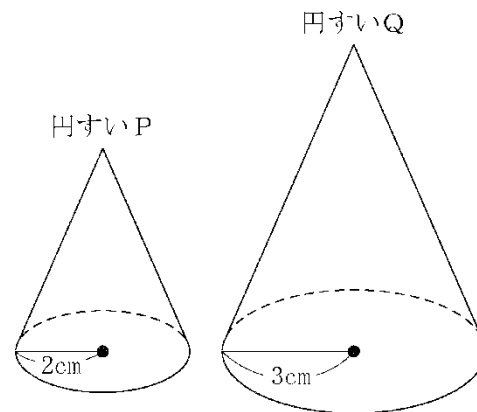
円すいの高さは $\sqrt{13^2 - 5^2} = 12\text{cm}$

よって円すいの体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12 = 100\pi\text{ cm}^3$

【問 134】

右の図のように、2つの相似な円すいP、Qがあり、底面の半径はそれぞれ2 cm、3 cmである。このとき、円すいPと円すいQの体積の比を答えなさい。

(新潟県 2013 年度)



解答欄

:

解答

8:27

解説

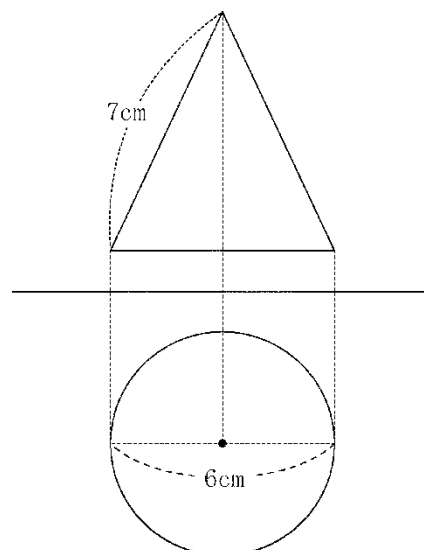
相似比が 2:3 より

体積比は $2^3:3^3=8:27$

【問 135】

右の図は、円錐の投影図である。この立体の表面積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(長野県 2013 年度)



解答欄

cm²

解答

$30\pi \text{ cm}^2$

解説

円錐の側面積は $\pi \times 7^2 \times \frac{2\pi \times 3}{2\pi \times 7} = 21\pi \text{ cm}^2$

底面積は $\pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$

よって表面積は $21\pi + 9\pi = 30\pi \text{ cm}^2$

【問 136】

サトシさんは、右の写真のような容器の形が四角すいの一部であることに興味をもち、その体積を求めるため、図1のような模式図をかいて考えてみた。

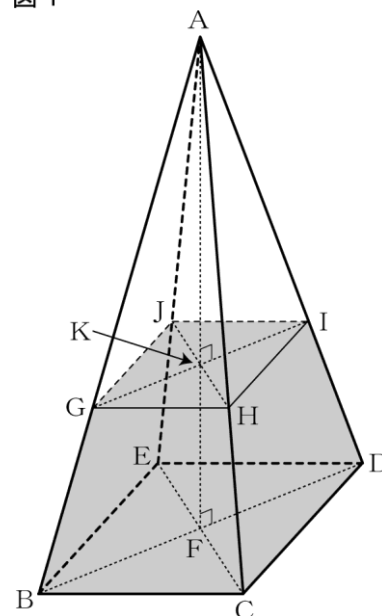
図1において、立体 $A-BCDE$ は正四角すいである。底面 $BCDE$ は1辺の長さが 9 cm の正方形であり、 $AB=27\text{ cm}$ である。Fは、正方形 $BCDE$ の対角線の交点である。このとき、直線 AF は底面 $BCDE$ と垂直である。

Gは辺 AB 上の点であり、 $AG=18\text{ cm}$ である。H、I、Jはそれぞれ辺 AC 、 AD 、 AE 上にあって、 $AH=AI=AJ=AG$ となる点である。このとき、4点 G、H、I、Jは同じ平面上にあり、この4点を結んでできる四角形 $GHIJ$ は正方形である。平面 $GHIJ$ と平面 $BCDE$ は平行である。Kは、平面 $GHIJ$ と直線 AF との交点である。このとき、Kは正方形 $GHIJ$ の対角線の交点であり、直線 AK と平面 $GHIJ$ は垂直である。立体 $GHIJ-BCDE$ の体積を求めなさい。答えが根号をふくむ形になる場合は、その形のままでよい。

(大阪府 2013 年度 前期)



図 1



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{171}{2}\sqrt{34}\text{ cm}^3$$

解説

正方形 $BCDE$ の対角線だから $BD=9\sqrt{2}\text{ cm}$ $BF=\frac{9\sqrt{2}}{2}\text{ cm}$

$\triangle ABF$ で

$$\text{三平方の定理より } AF=\sqrt{27^2-\left(\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{9\sqrt{34}}{2}\text{ cm}$$

$$\text{正四角すい } A-BCDE \text{ の体積は } \frac{1}{3}\times 9\times 9\times \frac{9\sqrt{34}}{2}=\frac{243\sqrt{34}}{2}\text{ cm}^3$$

正四角すい $A-GHIJ$ と正四角すい $A-BCDE$ は相似で相似比は $18:27=2:3$ より、体積比は $2^3:3^3=8:27$ によって、正四角すい $A-GHIJ$ の体積を V とすると

$$V:\frac{243\sqrt{34}}{2}=8:27 \quad 27V=\frac{243\sqrt{34}}{2}\times 8 \quad V=36\sqrt{34}\text{ cm}^3$$

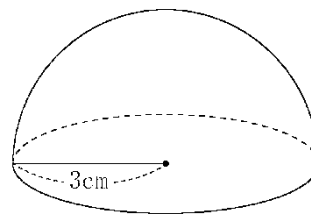
$$\text{よって求める体積は } \frac{243\sqrt{34}}{2}-36\sqrt{34}$$

$$=\frac{171\sqrt{34}}{2}\text{ cm}^3$$

【問 137】

図2のような半径 3 cm の半球の表面積と体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

図 2



(兵庫県 2013 年度)

解答欄

表面積	cm^2
体 積	cm^3

解答

表面積 $27\pi \text{ cm}^2$

体積 $18\pi \text{ cm}^3$

解説

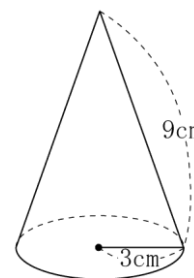
表面積は $4\pi \times 3^2 \div 2 + \pi \times 3^2 = 18\pi + 9\pi = 27\pi \text{ cm}^2$

体積は $\frac{4}{3}\pi \times 3^3 \div 2 = 18\pi \text{ cm}^3$

【問 138】

図2は、底面の半径が 3 cm、母線の長さが 9 cm の円すいである。この円すいの体積を求めよ。ただし、円周率は π とする。

図 2



(奈良県 2013 年度)

解答欄

cm^3

解答

$18\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$

解説

三平方の定理より、円錐の高さは $\sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$

よって体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6\sqrt{2}$

$= 18\sqrt{2}\pi \text{ cm}^3$

【問 139】

直径 6 cm の球を半分にした半球の体積を A 、底面が 1 辺 6 cm の正方形で高さが 3 cm の四角錐の体積を B とするとき、 A と B の大小関係を記号を用いて表しなさい。

(鳥取県 2013 年度)

解答欄

解答

$$A > B$$

解説

$$A = \frac{4}{3} \pi \times 3^3 \div 2 = 18 \pi \text{ cm}^3$$

$$B = \frac{1}{3} \times 6^2 \times 3 = 36 \text{ cm}^3$$

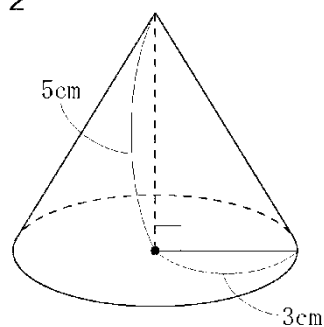
よって $A > B$

【問 140】

図2の円錐の体積を求めなさい。

(島根県 2013 年度)

図 2



解答欄

cm³

解答

$$15 \pi \text{ cm}^3$$

解説

$$\text{円錐の体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 5 = 15 \pi \text{ cm}^3$$

【問 141】

半径が 2 cm の球の体積は cm^3 である。

(岡山県 2013 年度)

解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

$$\text{半径が 2 cm の球の体積は } \frac{4}{3} \pi \times 2^3 = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 142】

半径が 4 cm の球の体積を V ，半径が 6 cm の球の体積を V' とする。このとき， $V:V'$ を最も簡単な整数の比で表せ。

(高知県 2013 年度 後期)

解答欄

$V:V' =$

解答

$$V:V' = 8:27$$

解説

$$\text{球の相似比は } 4:6=2:3$$

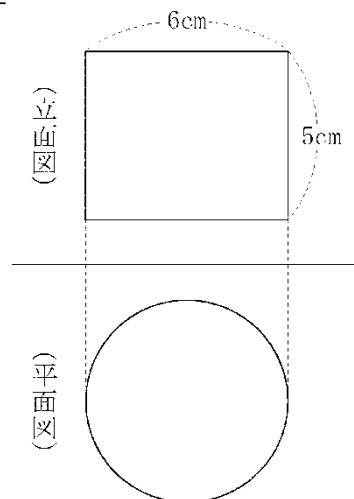
$$\text{よって体積比 } V:V' = 2^3:3^3=8:27$$

【問 143】

右の図2は円柱の投影図である。この円柱の体積は何 cm^3 か。

(長崎県 2013 年度)

図 2



解答欄

cm^3

解答

$45\pi \text{ cm}^3$

解説

円柱の底面の半径は $6 \div 2 = 3 \text{ cm}$ 、高さは 5 cm だから

体積は $\pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi \text{ cm}^3$

【問 144】

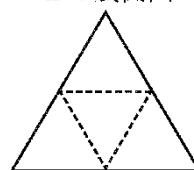
図は、正四面体 A、B の展開図である。展開図の面積がそれぞれ 40 cm^2 、 90 cm^2 であるとき、正四面体 A の体積は、正四面体 B の体積の何倍か。

(鹿児島県 2013 年度)

A の展開図



B の展開図



解答欄

倍

解答

$\frac{8}{27}$ 倍

解説

正四面体 A と B の表面積の比は $40:90=4:9=2^2:3^2$ より相似比は $2:3$

したがって体積比は $2^3:3^3=8:27$

よって A は B の $\frac{8}{27}$ 倍。

【問 145】

半径が 2 cm の球の体積は、 m³である。ただし、円周率を π とする。

(沖縄県 2013 年度)

解答欄

解答

$$\frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

$$\text{半径が 2 cm の球の体積は } \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3 = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 146】

相似な 2 つの立体 P, Q があり、その表面積の比は 4:9 です。立体 P の体積が 8 cm³ のとき、立体 Q の体積を求めなさい。

(宮城県 2014 年度 後期)

解答欄

解答

$$27 \text{ cm}^3$$

解説

立体 P と立体 Q の表面積の比が 4:9 より

相似比は 2:3

よって体積比は 8:27 だから

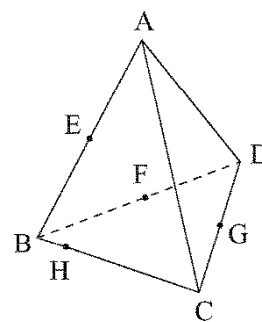
8:立体 Q の体積=8:27 より

立体 Q の体積は 27 cm³

【問 147】

右の図のように、体積が 40 cm^3 の三角錐 ABCD がある。点 E, 点 F, 点 G はそれぞれ辺 AB, 辺 BD, 辺 CD の中点であり, 点 H は辺 BC 上の点である。このとき, 三角錐 EHGF の体積を求めなさい。

(秋田県 2014 年度)



解答欄

cm^3

解答

5 cm^3

解説

$\triangle DBC$ において

F, G は BD, CD の中点より

中点連結定理から

$FG \parallel BC$

$$\triangle FGH = \triangle BFG = \frac{1}{4} \triangle DBC$$

A から $\triangle BCD$ にひいた垂線の長さを h , E から $\triangle FGH$ にひいた垂線の長さを k とすると

$$h:k = AB:EB = 2:1$$

$$k = \frac{1}{2} h$$

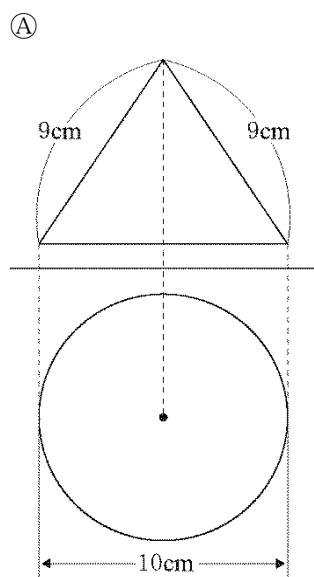
よって三角錐 EHGF の体積は三角錐 ABCD の $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ より

$$\text{三角錐 EHGF の体積は } 40 \times \frac{1}{8} = 5 \text{ cm}^3$$

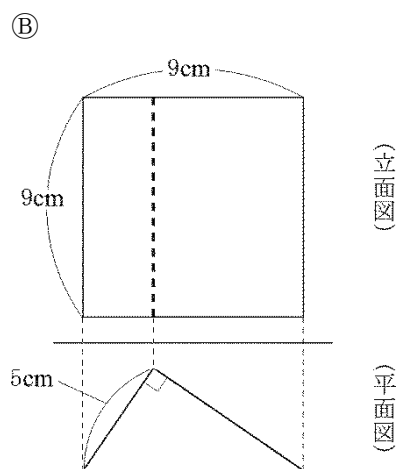
【問 148】

下の図は、数学の授業で学んだ立体を投影図に表したものである。①、②のどちらか 1 つを選び、その投影図で表された立体の体積を求めなさい。なお、円周率は π とし、選んだ投影図の記号を解答欄に書くこと。

(山形県 2014 年度)



立図は二等辺三角形
平図は円



立図は正方形
平図は直角三角形

解答欄

《選択問題》 選んだ投影図の記号 ()
cm^3

解答

① $\frac{50\sqrt{14}}{3} \pi \text{ cm}^3$

② $45\sqrt{14} \text{ cm}^3$

解説

①

底面の半径が 5 cm, 高さが $\sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14} \text{ cm}$ の円錐だから

その体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 2\sqrt{14} = \frac{50\sqrt{14}}{3} \pi \text{ cm}^3$

②

$\sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14} \text{ cm}$ より

底面の三角形の直角を挟む 2 辺が 5 cm, $2\sqrt{14} \text{ cm}$, 高さが 9 cm の三角柱だから

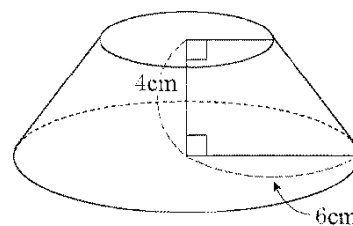
その体積は $\frac{1}{2} \times 5 \times 2\sqrt{14} \times 9 = 45\sqrt{14} \text{ cm}^3$

【問 149】

右の図は、底面が半径 6 cm の円で、高さが 8 cm の円錐を、底面からの高さが 4 cm のところで、底面に平行な平面で切ったときの下側の立体である。

この立体の体積を求めなさい。

(福島県 2014 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$84\pi\text{ cm}^3$$

解説

切り取った部分の円錐の高さは $8 - 4 = 4\text{ cm}$ より

切り取った部分の円錐と元の円錐の相似比は $4:8 = 1:2$

体積比は $1^3:2^3 = 1:8$

もとの円錐の体積は $\frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8 = 96\pi\text{ cm}^3$

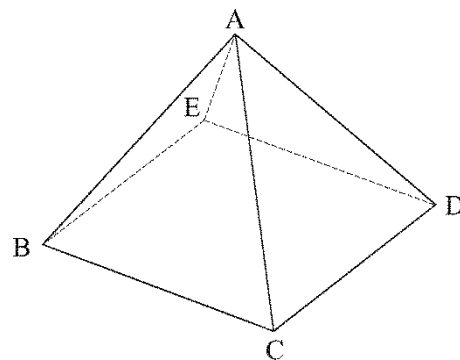
よって切り取った部分の体積は $\frac{1}{8} \times 96\pi = 12\pi\text{ cm}^3$

したがって求める体積は $96\pi - 12\pi = 84\pi\text{ cm}^3$

【問 150】

右の図のような、底面が正方形で側面がすべて正三角形の正四角錐 $ABCDE$ がある。底面積が 72 cm^2 であるとき、この正四角錐の体積を求めなさい。

(栃木県 2014 年度)



解答欄

cm^3

解答

144 cm^3

解説

BD と EC の交点を H とする。

底面の正方形の 1 辺の長さは $\sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$

正方形の対角線より

$BD = \sqrt{2} BC = \sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = 12 \text{ cm}$

$BH = 6 \text{ cm}$

$AH \perp BD$ だから

$\triangle ABH$ において

$AH = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - 6^2} = 6 \text{ cm}$

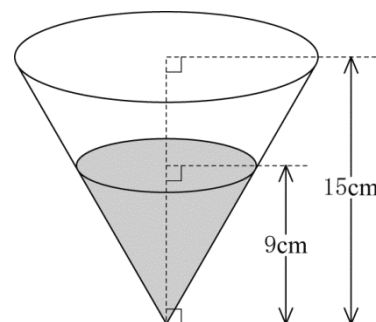
よって求める体積は $\frac{1}{3} \times 72 \times 6 = 144 \text{ cm}^3$

【問 151】

右の図のような高さ 15 cm の円すいの形をした容器に水を入れ、水面が底面と平行になるようにしたところ、水面の高さが 9 cm となった。このとき、水の体積は容器全体の体積の何%か、求めなさい。

ただし、容器の厚さは考えないものとする。

(群馬県 2014 年度)



解答欄

%

解答

21.6%

解説

水の入った部分の円すいと容器の円すいは相似で

その相似比は $9:15=3:5$

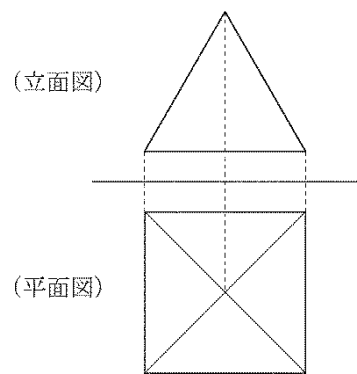
よってその体積比は $3^3:5^3=27:125$

よって水の体積は容器の体積の $\frac{27}{125} \times 100 = 21.6\%$

【問 152】

右の図は、正四角錐の投影図です。この正四角錐の立面図は、1 辺の長さが 6 cm の正三角形です。この正四角錐の体積を求めなさい。

(埼玉県 2014 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$36\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

解説

正四角錐の底面は 1 辺が 6 cm の正方形

高さを h cm とすると

立面図は 1 辺が 6 cm の正三角形だから

$$6:h=2:\sqrt{3}$$

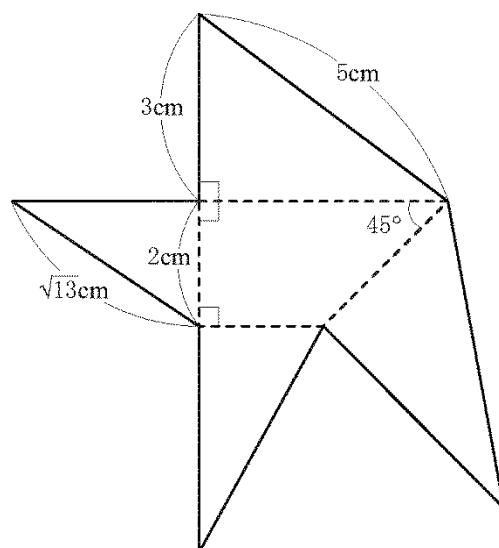
$$h=3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{よって求める体積は } \frac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{3} = 36\sqrt{3} \text{ cm}^3$$

【問 153】

下の図は、ある角錐の展開図である。この展開図を組み立ててできる立体の体積を求めなさい。

(千葉県 2014 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

6 cm^3

解説

$$\sqrt{5^2 - 3^2} = 4 \text{ cm}$$

底面の台形を四角形と直角二等辺三角形に分ける。

直角二等辺三角形の等しい辺は 2 cm より

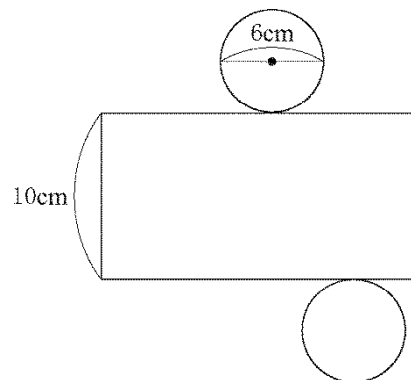
四角形は縦 2 cm 、横 2 cm の正方形になる。

よって求める体積は $\frac{1}{3} (2 + 4) \times 2 \times \frac{1}{2} \times 3 = 6 \text{ cm}^3$

【問 154】

図は円柱の展開図である。この円柱の体積を求めない。

(島根県 2014 年度)



解答欄

cm^3

解答

$90\pi \text{ cm}^3$

解説

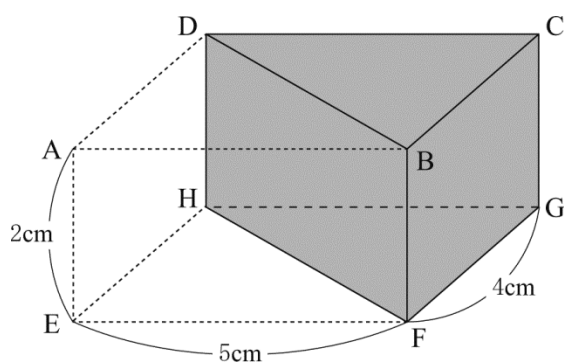
円柱の底面の半径は 3 cm , 高さは 10 cm だから

体積は $\pi \times 3^2 \times 10 = 90\pi \text{ cm}^3$

【問 155】

下の図のように、 $AE=2\text{ cm}$ 、 $EF=5\text{ cm}$ 、 $FG=4\text{ cm}$ の直方体の一部を切り取ってきた、色をつけた三角柱の体積を求めなさい。

(佐賀県 2014 年度 特色)



解答欄

cm^3

解答

20 cm^3

解説

求める体積は

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times 2 = 20\text{ cm}^3$$

【問 156】

次のア～ウの立体で、体積がもっとも小さいものは である。

(沖縄県 2014 年度)

ア 底面の半径が 3 cm, 高さが 10 cm の円錐

イ 底面の半径が 3 cm, 高さが 4 cm の円柱

ウ 半径 3 cm の球

解答欄

解答

ア

解説

体積はそれぞれ

$$\text{ア } \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 10 = 30\pi \text{ cm}^3$$

$$\text{イ } \pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi \text{ cm}^3$$

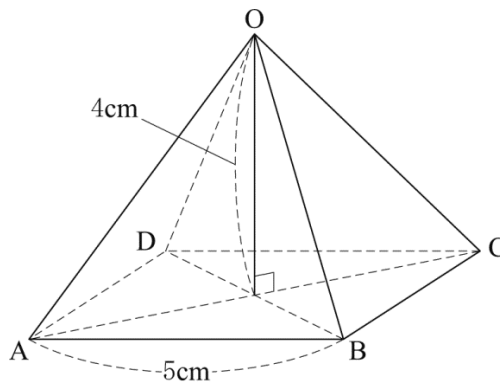
$$\text{ウ } \frac{4}{3} \times \pi \times 3^3 = 36\pi \text{ cm}^3$$

よって最も小さいのはア

【問 157】

図のように、1 辺の長さが 5 cm の正方形 $ABCD$ を底面とし、高さが 4 cm の正四角錐 $OABCD$ があります。この正四角錐の体積を求めなさい。

(北海道 2015 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{100}{3}\text{ cm}^3$$

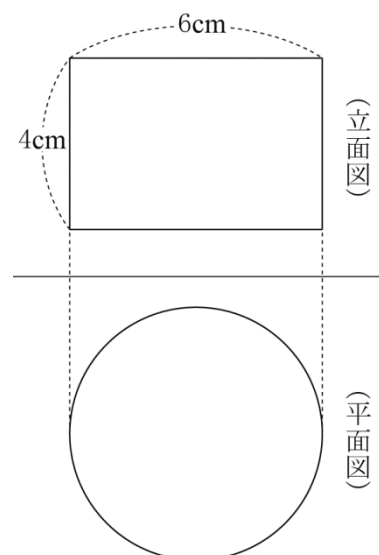
解説

$$\text{正四角錐 } OABCD \text{ の体積は } \frac{1}{3} \times 5^2 \times 4 = \frac{100}{3} \text{ cm}^3$$

【問 158】

直方体, 円柱, 円錐, 球の 4 つの立体の中から 1 つ選び, 投影図をかいたところ, 右の図のようになりました。立面図は長方形, 平面図は円です。このとき, この立体の体積を求めなさい。

(岩手県 2015 年度)



解答欄

cm^3

解答

$36\pi \text{ cm}^3$

解説

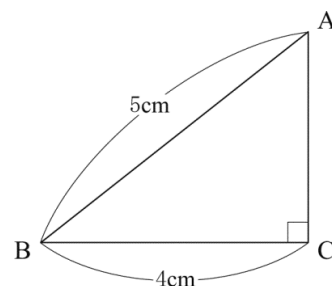
この立体は底面の直径が 6 cm , 高さが 4 cm の円柱

よって求める体積は $\pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi \text{ cm}^3$

【問 159】

図の△ABC を、辺 AC を軸として 1 回転してできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2015 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$$16\pi \text{ cm}^3$$

解説

△ABC において

$\angle ACB = 90^\circ$ より

$$\text{三平方の定理を利用して } AC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \text{ cm}$$

よって△ABC を AC を軸として 1 回転してできる円すいの体積は

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi \text{ cm}^3$$

【問 160】

半径が 2 cm である球の体積を $P \text{ cm}^3$ 、半径が 3 cm である球の体積を $Q \text{ cm}^3$ とするとき、P と Q の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。ただし、円周率は π とする。

(神奈川県 2015 年度)

解答欄

$P:Q = \quad : \quad$

解答

$$P:Q = 8:27$$

解説

球は相似な立体で

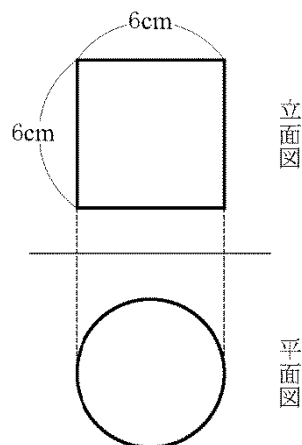
その相似比は 2:3 だから

$$\text{体積比 } P:Q = 2^3:3^3 = 8:27$$

【問 161】

右の図は、円柱の投影図である。この円柱の体積を答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(新潟県 2015 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$54\pi \text{ cm}^3$$

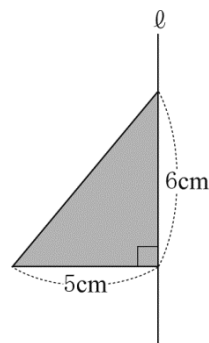
解説

底面の円の半径が 3 cm 、高さが 6 cm の円柱になるから
求める体積は $\pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi \text{ cm}^3$

【問 162】

右の図は、底辺 5 cm 、高さ 6 cm の直角三角形である。この直角三角形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(富山県 2015 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$50\pi \text{ cm}^3$$

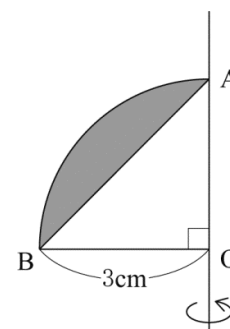
解説

できる立体は底面の半径が 5 cm の円、高さが 6 cm の円すいだから
求める体積は $\frac{1}{3} \pi \times 5^2 \times 6 = 50\pi \text{ cm}^3$

【問 163】

図のように、半径 3 cm、中心角 90° のおうぎ形 OAB がある。このとき、 $\widehat{AB}$ と弦 AB で囲まれた部分を直線 OA を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

(福井県 2015 年度)



解答欄

cm³

解答

9π cm³

解説

求める体積は

おうぎ形 OAB を OA を軸として 1 回転させてできる半径 3 cm の半球の体積から

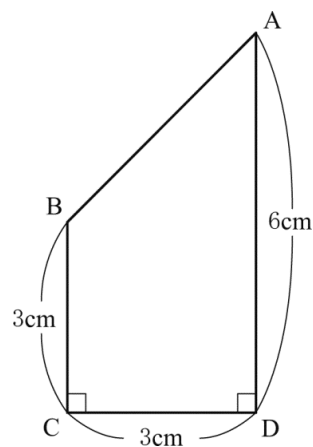
△OAB を OA を軸として 1 回転させてできる底面の半径 3 cm、高さ 3 cm の円錐の体積をひいたものである。

よって求める体積は $\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 3^3 - \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 3 = 18\pi - 9\pi = 9\pi$ cm³

【問 164】

図の台形 ABCD を, 辺 AD を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。(円周率は π を用いなさい。)

(岐阜県 2015 年度)



解答欄

cm^3

解答

$36\pi \text{ cm}^3$

解説

台形 ABCD を 1 回転してできる立体は

底面の半径が 3 cm, 高さが 3 cm の円柱と

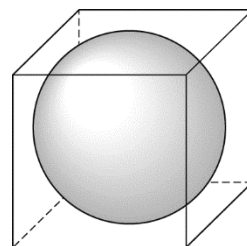
底面の半径が 3 cm, 高さが $6 - 3 = 3 \text{ cm}$ の円すいを合わせたものになる。

よって求める体積は $\pi \times 3^2 \times 3 + \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 3 = 27\pi + 9\pi = 36\pi \text{ cm}^3$

【問 165】

図のように、立方体の中に、直径が立方体の 1 辺の長さと等しい球が入っている。このとき、球の体積は立方体の体積の何倍か。ただし、円周率は π とする。

(奈良県 2015 年度)



解答欄

倍

解答

$$\frac{\pi}{6} \text{ 倍}$$

解説

球の半径を r とすると立方体の 1 辺は $2r$ と表せる。

$$\text{球の体積は } \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\text{立方体の体積は } (2r)^3 = 8r^3$$

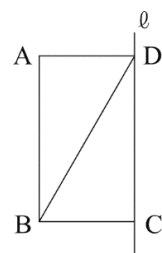
$$\frac{4}{3} \pi r^3 \div 8r^3 = \frac{\pi}{6} \text{ より}$$

$$\text{球の体積は立方体の体積の } \frac{\pi}{6} \text{ 倍}$$

【問 166】

右の図のような、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $AD=3\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ がある。この長方形を、点 C と点 D を通る直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体を X とするとき、 X の体積は $\boxed{(1)}$ cm^3 である。また、 $\triangle ABD$ を直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積は、 X の体積の $\boxed{(2)}$ 倍である。

(岡山県 2015 年度 特別)



解答欄

(1)	cm^3
(2)	倍

解答

(1) $54\pi\text{ cm}^3$

(2) $\frac{2}{3}$ 倍

解説

立体 X の体積は $\pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi\text{ cm}^3$

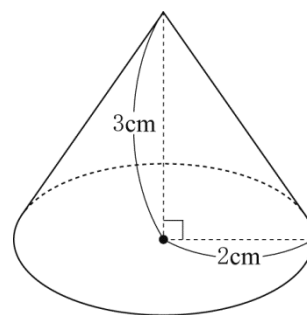
$\triangle ABD$ を 1 回転させてできる立体の体積は $54\pi - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 36\pi\text{ cm}^3$ で

X の体積の $\frac{2}{3}$ 倍である。

【問 167】

右の図のように、底面の半径が 2 cm で、高さが 3 cm である円錐がある。この円錐の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(徳島県 2015 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$4\pi\text{ cm}^3$$

解説

底面の円の半径が 2 cm 、高さが 3 cm だから

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 3 = 4\pi\text{ cm}^3$$

【問 168】

底面の半径が 3 cm 、母線の長さが 5 cm の円すいの体積を求めよ。ただし、円周率は π を用いること。

(高知県 2015 年度 A)

解答欄

cm^3

解答

$$12\pi\text{ cm}^3$$

解説

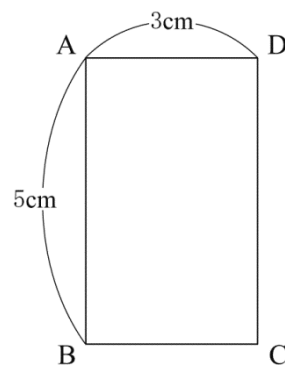
$$\text{円すいの高さは } \sqrt{5^2 - 3^2} = 4\text{ cm}$$

$$\text{よって求める円すいの体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi\text{ cm}^3$$

【問 169】

図のような, $AB=5\text{ cm}$, $AD=3\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ を, 辺 CD を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(佐賀県 2015 年度 一般)



解答欄

cm^3

解答

$$45\pi\text{ cm}^3$$

解説

長方形 $ABCD$ を辺 CD を軸として 1 回転させると底面の半径が 3 cm , 高さが 5 cm の円柱ができる。よって求める体積は $\pi \times 3^2 \times 5 = 45\pi\text{ cm}^3$

【問 170】

半径 2 cm の球の体積は何 cm^3 か。

(長崎県 2015 年度)

解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32}{3}\pi\text{ cm}^3$$

解説

$$\text{半径 } 2\text{ cm} \text{ の球の体積は } \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3 = \frac{32}{3}\pi\text{ cm}^3$$

【問 171】

右の図は、ある立体の投影図です。この投影図が表す立体の名前として、正しいものを、ア～エから 1 つ選びなさい。また、この立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いなさい。

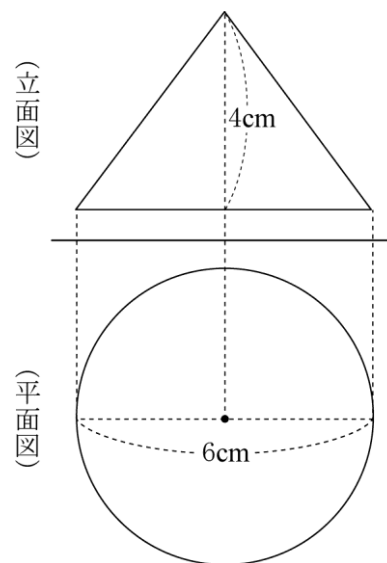
(北海道 2016 年度)

ア 三角柱

イ 円柱

ウ 三角錐

エ 円錐



解答欄

立体の名前	
体積	cm^3

解答

立体の名前 エ

体積 $12\pi \text{ cm}^3$

解説

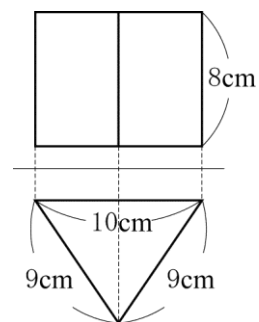
立体の名前は円錐 エである。

立体の体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 4 = 12\pi \text{ cm}^3$

【問 172】

右の図は、三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めなさい。

(秋田県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$80\sqrt{14} \text{ cm}^3$$

解説

底面の三角形の底辺を 10 cm のところとすると

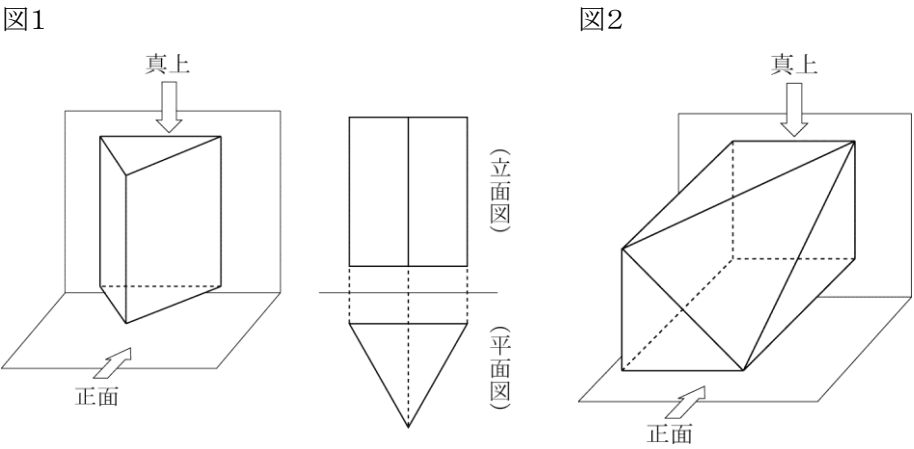
$$\text{三角形の高さは } \sqrt{9^2 - 5^2} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

$$\text{よって三角柱の体積は } \frac{1}{2} \times 10 \times 2\sqrt{14} \times 8 = 80\sqrt{14} \text{ cm}^3$$

【問 173】

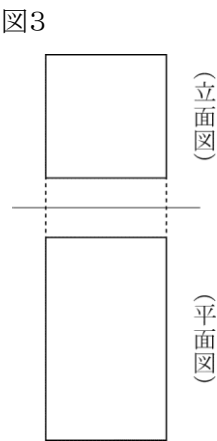
図1は、正三角柱を見取図と投影図に表したものである。また、図2は、体積が 360 cm^3 の直方体から、この直方体の3つの頂点を通る平面で三角すいを切り取った立体を見取図に表したものである。あとの問いに答えなさい。

(山形県 2016 年度)



(1) 図2の立体の投影図を、図3に実線をかき入れて完成させなさい。

(2) 図2の立体の体積を求めなさい。

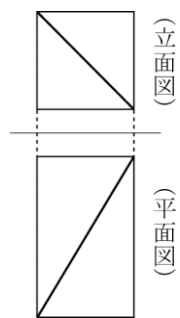


解答欄

(1)	
(2)	cm^3

解答

(1)



(2) 300 cm^3

解説

(1)

切り口の三角形がどのように見えるかに注意する。

(2)

切り取った三角すいの体積は同じ底面積で同じ高さの三角柱の体積の $\frac{1}{3}$ だから

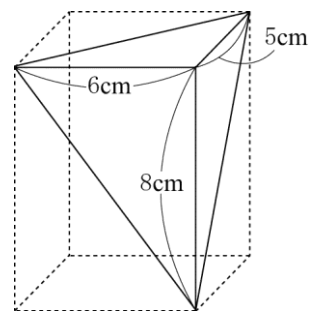
この直方体の体積の $\frac{1}{6}$ である

よって残りの体積は $360 \times \left(1 - \frac{1}{6}\right) = 300 \text{ cm}^3$

【問 174】

右の図のように、直方体の一部を切り取ってできた三角錐の体積を求めなさい。

(栃木県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

40 cm^3

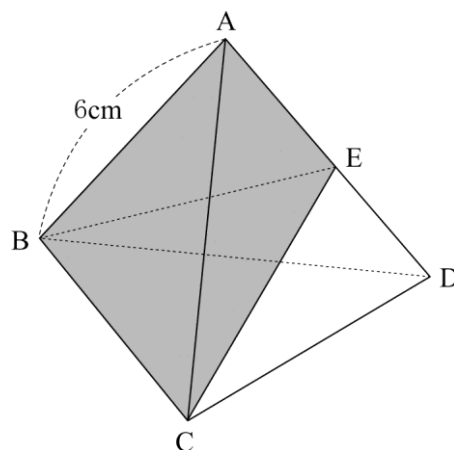
解説

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 5 \right) \times 8 = 40 \text{ cm}^3$$

【問 175】

図のように、すべての辺の長さが 6 cm の正四面体 ABCD があり、辺 AD の中点を E とします。この正四面体を 3 点 B, C, E を通る平面で切ったとき、三角錐 ABCE の体積を求めなさい。

(埼玉県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$9\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

解説

三角錐 ABCE の体積は正四面体 ABCD の体積の $\frac{1}{2}$ になる。

右の図のように A から辺 CD に垂線 AF をひき

A から線分 BF に垂線 AG をひくと

AG は $\triangle BCD$ を底面とみたときの正四面体 ABCD の高さになる。

$\triangle BCF$ は 60° の角をもつ直角三角形だから

$$BF = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\text{したがって } \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

ここで $GF = x \text{ cm}$ とすると

$$BG = 3\sqrt{3} - x \text{ cm}$$

$$\text{また } AF = BF = 3\sqrt{3} \text{ cm}$$

$\triangle ABG$ で三平方の定理より

$$AG^2 = AB^2 - BG^2 \dots \textcircled{1}$$

同様に $\triangle AFG$ で

$$AG^2 = AF^2 - GF^2 \dots \textcircled{2}$$

①, ②より

$$AB^2 - BG^2 = AF^2 - GF^2$$

$$6^2 - (3\sqrt{3} - x)^2 = (3\sqrt{3})^2 - x^2$$

$$x = \sqrt{3}$$

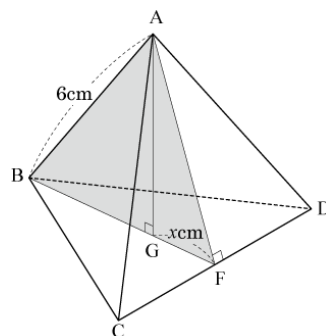
②より

$$AG = \sqrt{AF^2 - GF^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

よって正四面体 ABCD の体積は

$$\frac{1}{3} \times 9\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = 18\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

$$\text{三角錐 ABCE の体積は } 18\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{2} \text{ cm}^3$$



【問 176】

半径 2 cm の球について正しく述べたものを、次のア～エのうちから 1 つ選び、符号で答えなさい。ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2016 年度 前期)

ア この球の体積は、 $\frac{16}{3} \pi \text{ cm}^3$ である。

イ この球の体積は、 $32 \pi \text{ cm}^3$ である。

ウ この球の表面積は、 $16 \pi \text{ cm}^2$ である。

エ この球の表面積は、 $4 \pi \text{ cm}^2$ である。

解答欄

解答

ウ

解説

半径 2 cm の球の体積は $\frac{4}{3} \pi \times 2^3 = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$ で

表面積は $4 \pi \times 2^2 = 16 \pi \text{ cm}^2$

だから正しいものはウ

【問 177】

相似な 2 つの三角すい P, Q があり、その相似比は 3:5 である。P と Q の体積比を求めなさい。

(富山県 2016 年度)

解答欄

:

解答

27:125

解説

体積比は相似比の 3 乗となるので

$3^3:5^3=27:125$

【問 178】

図1のように、1 辺の長さが 3 cm の立方体があり、3 点 A, B, C を通る平面で、この立方体を 2 つに切る。

(長野県 2016 年度)

- (1) 図1の立方体の展開図が図2のようになるとき、図1の頂点 C に対応する点が、図2には 2 点ある。点 C を表す文字 C と、線分 AB, BC, CA をかきなさい。

- (2) 図1の立方体を 2 つに切った立体のうち、頂点 D を含む立体は図3のようになる。図3の立体の体積を求めなさい。

図1

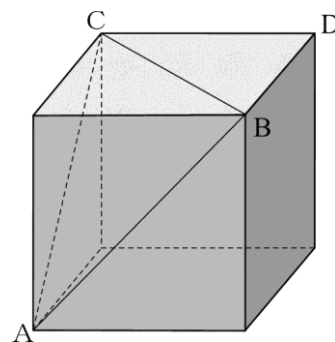


図2

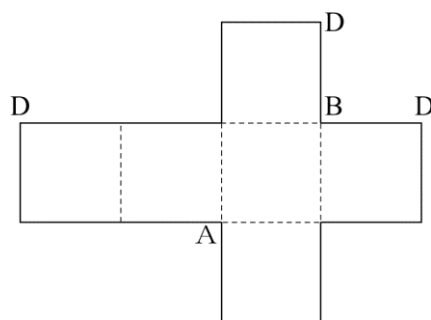
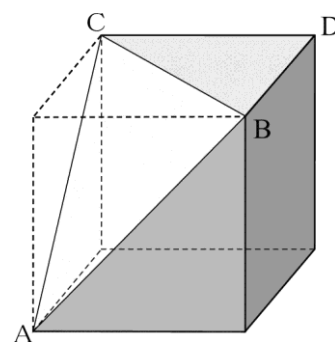


図3

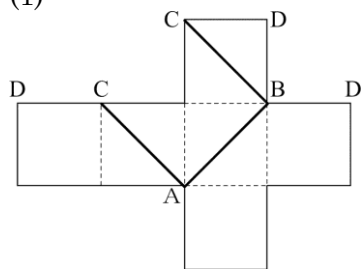


解答欄

(1)	
(2)	cm^3

解答

(1)



(2) $\frac{45}{2} \text{ cm}^3$

解説

問題文の図2の A と B を結ぶ対角線をかき

その面が一番手前にあるように展開図を折りまげて図1のようにすると考える。

また線分 AB, BC, CA がつながっているようにかければよい。

A, B, C 以外の三角すいの頂点を P とおくと

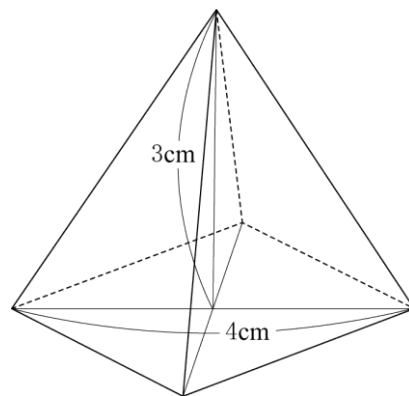
三角すい A-PBC の体積は $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times 3 = \frac{9}{2} \text{ cm}^3$

よって求める体積は $3^3 - \frac{9}{2} = \frac{54-9}{2} = \frac{45}{2} \text{ cm}^3$

【問 179】

図は、底面の対角線の長さが 4 cm、高さが 3 cm の正四角すいである。
この正四角すいの体積を求めなさい。

(岐阜県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

8 cm^3

解説

正四角すいなので

底面は正方形で 1 辺の長さは対角線の半分の長さが 2 なので

$1:1:\sqrt{2}$ の直角三角形を考えると $2\sqrt{2} \text{ cm}$

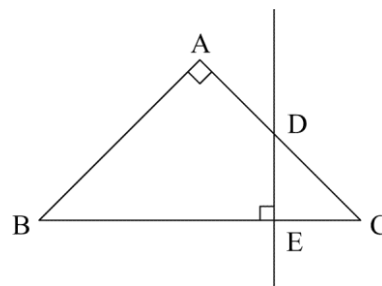
よって体積は $\frac{1}{3} \times (2\sqrt{2})^2 \times 3 = 8 \text{ cm}^3$

【問 180】

図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の直角二等辺三角形で、 D は辺 AC の中点であり、 E は辺 BC 上の点で、 $\angle DEB=90^\circ$ である。

$BC=4\text{ cm}$ のとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(愛知県 2016 年度 B)



- (1) 線分 BE を、直線 DE を回転の軸として 1 回転させてできる図形の面積は何 cm^2 か、求めなさい。

- (2) 四角形 $ABED$ を、直線 DE を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か、求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1) $9\pi\text{ cm}^2$

(2) $\frac{25}{3}\pi\text{ cm}^3$

解説

(1)

点 A から辺 BC へ垂線 AF を下ろすと
 $\triangle ACF \sim \triangle DCE$ で相似比は $2:1$ なので

$FE=1, BE=3$

よって BE を DE を軸に回転させたときの面積は

$\pi \times 3^2 = 9\pi\text{ cm}^2$

(2)

点 A から直線 DE へ垂線 AG を下ろすと

四角形 $ABEG$ を回転させたものから $\triangle ADG$ を回転させたものを除けば求める立体の体積となる。

辺 BA の延長と直線 ED の交点を O とする

$\triangle OBE$ を DE を軸として回転させる。

$OE=3$ となるので $\frac{1}{3} \times \pi \times BE^2 \times OE = \frac{1}{3} \pi \times 3^2 \times 3 = 9\pi$

これから $\triangle OAD$ を軸 DE を中心に回転させたときの体積を除けばよいので

$9\pi - 2 \times \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 1 = \frac{27-2}{3} \pi = \frac{25}{3} \pi\text{ cm}^3$

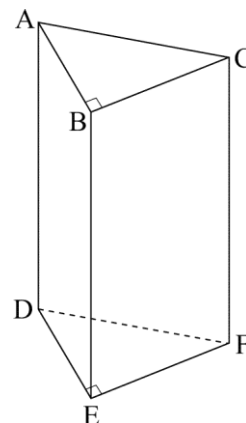
【問 181】

右図において、立体 $ABC-DEF$ は三角柱である。 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ は合同な直角三角形であり、 $AB=3\text{ cm}$ 、 $BC=4\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ である。四角形 $ADEB$ 、 $BEFC$ 、 $ADFC$ は長方形であり、 $AD=8\text{ cm}$ である。

(大阪府 2016 年度 A)

- (1) 次のア～エのうち、辺 BC と平行な辺はどれですか。一つ選び、記号を○で囲みなさい。

ア 辺 AC	イ 辺 AD	ウ 辺 DE	エ 辺 EF
----------	----------	----------	----------



- (2) 三角柱 $ABC-DEF$ の体積を求めなさい。

解答欄

(1)	ア イ ウ エ
(2)	cm^3

解答

(1) エ

(2) 48 cm^3

解説

(1)

辺 BC と同じ平面上にあって交わらない辺はエの辺 EF である。

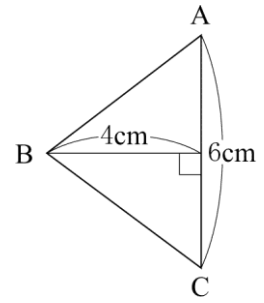
(2)

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 8 = 48\text{ cm}^3$$

【問 182】

右の図の△ABC は, $BA=BC$ の二等辺三角形である。この△ABC を, 辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(鳥取県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$32\pi \text{ cm}^3$$

解説

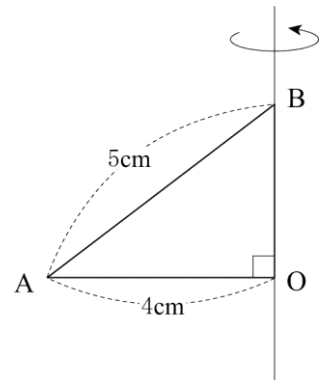
半径 4 cm, 高さ 3 cm の円錐が 2 つできると考える。

$$\text{よって } \frac{1}{3} \pi \times 4^2 \times 3 \times 2 = 32\pi \text{ cm}^3$$

【問 183】

図のような $\angle AOB=90^\circ$, $OA=4 \text{ cm}$, $AB=5 \text{ cm}$ の直角三角形 OAB を, 直線 BO を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(島根県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$16\pi \text{ cm}^3$$

解説

△OAB は辺の比が 3:4:5 の直角三角形なので

$$OB=3 \text{ cm}$$

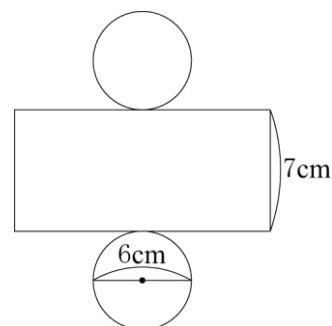
1 回転させてできる立体は底面の半径が 4 cm の円を底面とし, 高さが 3 cm の円錐になるので

$$\text{体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 3 = 16\pi \text{ cm}^3$$

【問 184】

右の図は、底面が直径 6 cm の円で、高さが 7 cm の円柱の展開図である。これを組み立てたときにできる円柱の体積は cm^3 である。

(岡山県 2016 年度 特別)



解答欄

 cm^3

解答

$$63\pi \text{ cm}^3$$

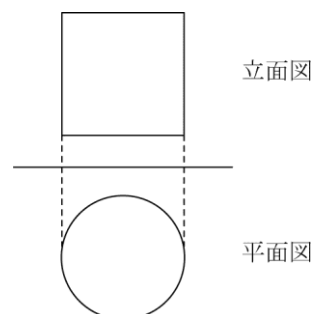
解説

$$\pi \times 3^2 \times 7 = 63\pi \text{ cm}^3$$

【問 185】

右の図は、円柱の投影図で、立面図は一辺の長さが 10 cm の正方形です。この円柱の体積は何 cm^3 ですか。ただし、円周率は π とします。

(広島県 2016 年度)



解答欄

 cm^3

解答

$$250\pi \text{ cm}^3$$

解説

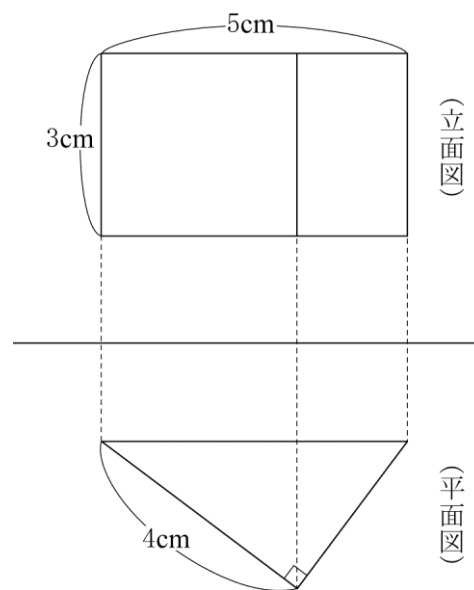
円柱の底面は半径 5 cm の円で高さ 10 cm だから

$$\text{体積は } \pi \times 5^2 \times 10 = 250\pi \text{ cm}^3$$

【問 186】

右の図は、底面が直角三角形である三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めなさい。

(徳島県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

18 cm^3

解説

平面図の三角形の残る辺の長さは 5 cm , 3 cm なので

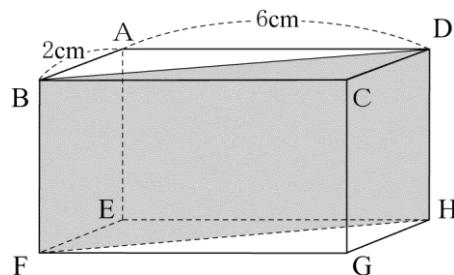
三角柱の体積は $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times 3 = 18 \text{ cm}^3$

【問 187】

右の図のような直方体があり、 $AB=2\text{ cm}$ 、 $AD=6\text{ cm}$ である。点 B と点 D、点 F と点 H をそれぞれ結ぶ。

四角形 BFHD の面積が 20 cm^2 であるとき、次の(1)、(2)の問いに答えよ。

(香川県 2016 年度)



(1) 次の㊶～㊸の辺のうち、辺 AB とねじれの位置にある辺はどれか。正しいものを 1 つ選んで、その記号を書け。

㊶ 辺 GH

㊷ 辺 CG

㊸ 辺 AE

㊹ 辺 BC

(2) この直方体の体積は何 cm^3 か。

解答欄

(1)	
(2)	cm^3

解答

(1) ㊷

(2) $12\sqrt{10}\text{ cm}^3$

解説

(1)

㊶～㊹の辺のうち辺 AB と平行でなく交わらない辺は㊷の辺 CG

(2)

$\triangle ABD$ で

$\angle BAD=90^\circ$ だから

三平方の定理より $BD=\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\text{ cm}$

四角形 BFCD は長方形だから

$BF=x\text{ cm}$ とすると

$2\sqrt{10}x=20$

$\sqrt{10}x=10$

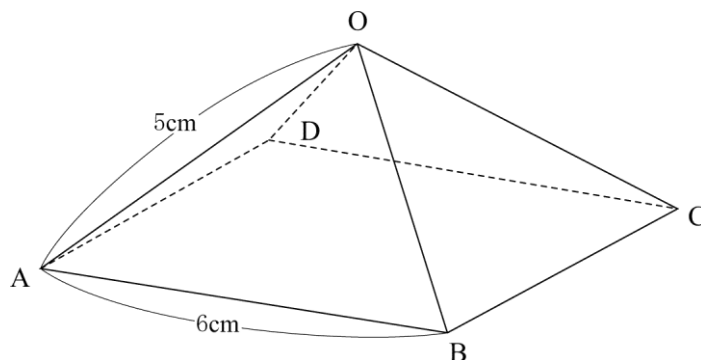
$x=\sqrt{10}$

よって直方体の体積は $2\times 6\times \sqrt{10}=12\sqrt{10}\text{ cm}^3$

【問 188】

下の図のように、底面が1辺6 cmの正方形ABCDで、他の辺の長さが全て5 cmである正四角すいOABCDがある。正四角すいOABCDの体積を求めよ。

(愛媛県 2016 年度)



解答欄

cm³

解答

$$12\sqrt{7} \text{ cm}^3$$

解説

底面ABCDの対角線AC, BDの交点をEとするとOEが正四角すいOABCDの高さになる。

$$AB:AC=1:\sqrt{2} \text{ より}$$

$$AC=6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$AE=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{2} \text{ cm}$$

△OAEで

$$\text{三平方の定理より } OE=\sqrt{OA^2-AE^2}=\sqrt{5^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{7} \text{ cm}$$

$$\text{よって正四角すいOABCDの体積は } \frac{1}{3}\times 6^2\times \sqrt{7}=12\sqrt{7} \text{ cm}^3$$

【問 189】

半径 2 cm の球の体積を求めなさい。

(佐賀県 2016 年度 特色)

解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

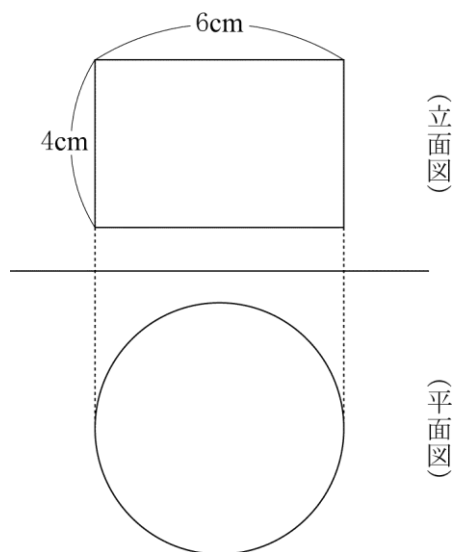
$$\frac{4}{3} \pi \times 2^3 = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 190】

右の図は、円柱の投影図である。立面図は縦 4 cm、横 6 cm の長方形であり、平面図は円である。

このとき、この円柱の体積を求めなさい。

(佐賀県 2016 年度 一般)



解答欄

cm^3

解答

$$36 \pi \text{ cm}^3$$

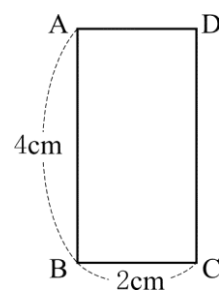
解説

底面の円の半径が 3 cm、高さが 4 cm だから
体積は $\pi \times 3^2 \times 4 = 36 \pi \text{ cm}^3$

【問 191】

図のような長方形 ABCD を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。

(長崎県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$16\pi \text{ cm}^3$$

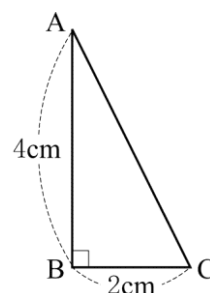
解説

半径 $BC=2 \text{ cm}$ 、高さ $AB=4 \text{ cm}$ の円柱となるので $\pi \times 2^2 \times 4 = 16\pi \text{ cm}^3$

【問 192】

図のような直角三角形 ABC を、辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。

(長崎県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{16}{3}\pi \text{ cm}^3$$

解説

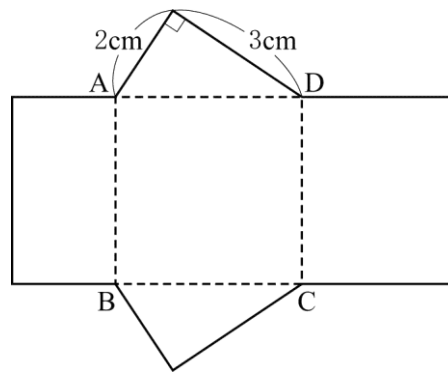
半径 2 cm の円を底面とし高さ 4 cm の円すいとなるので

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 4 = \frac{16}{3}\pi \text{ cm}^3$$

【問 193】

右の展開図において、四角形 ABCD は正方形である。この展開図を組み立ててできる三角柱の体積は何 cm^3 か。

(鹿児島県 2016 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$3\sqrt{13} \text{ cm}^3$$

解説

四角形 ABCD の1辺の長さは

展開図における三角形に三平方の定理を用いて

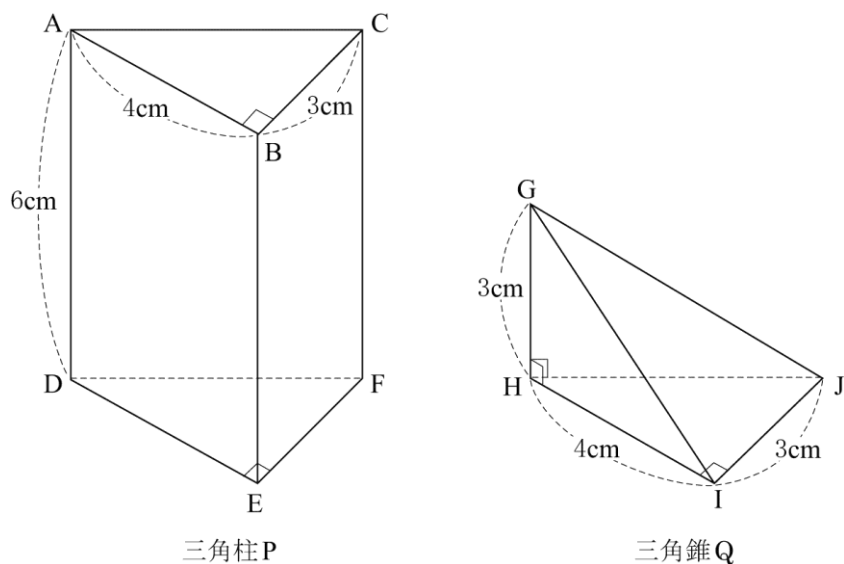
$$AD = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ cm}$$

$$\text{よって三角柱の体積は } \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \sqrt{13} = 3\sqrt{13} \text{ cm}^3$$

【問 194】

下の図のように、 $AB=4\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$, $AD=6\text{ cm}$, $\angle ABC=90^\circ$ の三角柱 P と、 $GH=3\text{ cm}$, $HI=4\text{ cm}$, $IJ=3\text{ cm}$, $\angle GHI=\angle GHJ=\angle HIJ=90^\circ$ の三角錐 Q があります。三角柱 P の体積は、三角錐 Q の体積の何倍ですか、求めなさい。

(北海道 2017 年度)



解答欄

倍

解答

6 倍

解説

三角柱 P の体積は $\left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) \times 6 = 36\text{ cm}^3$

三角錐 Q の体積は $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) \times 3 = 6\text{ cm}^3$

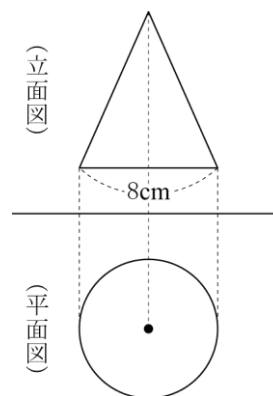
よって三角柱 P の体積は三角錐 Q の体積の $36 \div 6 = 6$ 倍

【問 195】

右の図は、円錐の投影図であり、立面図は底辺が 8 cm 、面積が 36 cm^2 の二等辺三角形である。

このとき、この円錐の体積を求めなさい。

(福島県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$48\pi\text{ cm}^3$$

解説

立面図の二等辺三角形の高さを $h\text{ cm}$ とすると

$$\frac{1}{2} \times 8 \times h = 36$$

$$4h = 36$$

$$h = 9$$

底面の半径は

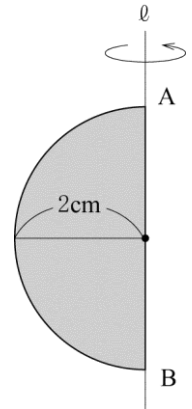
$$8 \div 2 = 4\text{ cm}$$

$$\text{よってこの円錐の体積は } \frac{1}{3} \times (\pi \times 4^2) \times 9 = 48\pi\text{ cm}^3$$

【問 196】

右の図のような半径 2 cm の半円を、直径 AB を含む直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。ただし、円周率は π とする。

(栃木県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

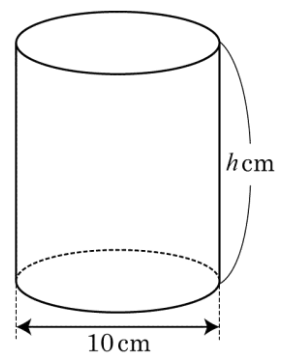
半径 2 cm の球ができるから

$$\text{求める体積は } \frac{4}{3} \pi \times 2^3 = \frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 197】

右の図は、底面の直径が 10 cm、高さが h cm の円柱である。この円柱の体積を $V \text{ cm}^3$ とするとき、 V を h の式で表しなさい。ただし、円周率は π とする。

(群馬県 2017 年度 前期)



解答欄

解答

$$V = 25 \pi h$$

解説

底面の半径は $10 \div 2 = 5 \text{ cm}$ だから

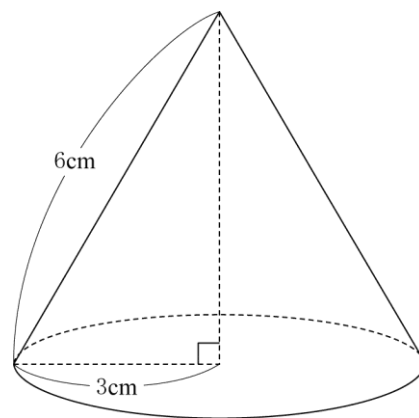
$$\text{円柱の体積は } \pi \times 5^2 \times h = 25 \pi h \text{ cm}^3$$

よって $V = 25 \pi h$

【問 198】

図のように、底面の半径が 3 cm 、母線の長さが 6 cm の円錐がある。この円錐の体積を求めなさい。ただし、円周率は π を用いることとする。

(千葉県 2017 年度 後期)



解答欄

cm^3

解答

$$9\sqrt{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

この円錐の高さを $h\text{ cm}$ とすると

三平方の定理より

$$3^2 + h^2 = 6^2$$

$$h^2 = 27$$

$h > 0$ だから

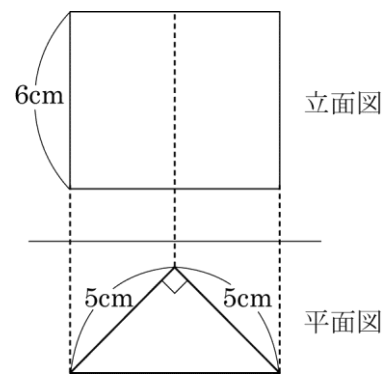
$$h = 3\sqrt{3}$$

よってこの円錐の体積は $\frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \pi \text{ cm}^3$

【問 199】

右の図は、三角柱の投影図である。この三角柱の体積を答えなさい。

(新潟県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

75 cm^3

解説

真正面から見た図が立面図真上から見た図が平面図になる。

よってこの三角柱は底面が直角をはさむ 2 辺の長さが 5 cm の直角二等辺三角形で、高さが 6 cm だから

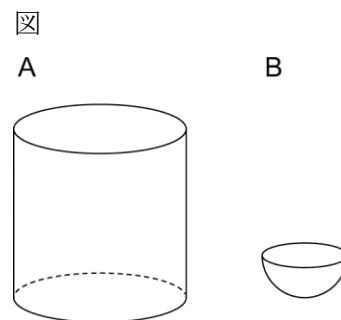
体積は $\frac{1}{2} \times 5 \times 5 \times 6 = 75 \text{ cm}^3$

【問 200】

図のように、円柱の形をした容器Aと半球の形をした容器Bがある。Aは、底面の直径と高さが等しい。また、Aの底面の半径は、Bの半径の2倍である。

Bに水をいっぱいに入れて、Aに移しかえる。何杯でAをいっぱいにすることができるか、求めなさい。ただし、容器の厚さは考えないものとする。

(長野県 2017 年度)



解答欄

杯

解答

24 杯

解説

容器Bの半径を r とすると

容器Aの底面の半径は $r \times 2 = 2r$

高さは $2r \times 2 = 4r$ と表される。

円周率を π とすると

容器Aの体積は $\pi \times (2r)^2 \times 4r = 16\pi r^3$

容器Bの体積は $\frac{4}{3}\pi r^3 \div 2 = \frac{2}{3}\pi r^3$

よって $16\pi r^3 \div \frac{2}{3}\pi r^3 = 16 \times \frac{3}{2} = 24$ 杯

【問 201】

三角柱と三角すいがあり、底面は相似な三角形で高さが等しい。三角柱の底面と三角すいの底面の相似比が 1:2 であるとき、三角柱の体積は三角すいの体積の何倍か、求めなさい。

(愛知県 A 2017 年度)

解答欄

倍

解答

$\frac{3}{4}$ 倍

解説

相似比が 1:2 より

三角柱の底面積と三角すいの底面積の比は

$$1^2:2^2=1:4$$

高さを h , 三角柱の底面積を S とすると

三角柱の体積は Sh

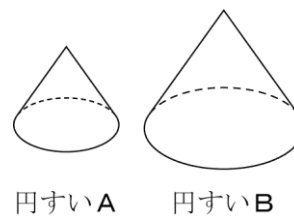
$$\text{また三角すいの体積は } \frac{1}{3} \times 4S \times h = \frac{4}{3} Sh$$

$$\text{よって } Sh \div \frac{4}{3} Sh = \frac{3}{4} \text{ 倍}$$

【問 202】

右の図の 2 つの円すいA, Bは相似で、その相似比は 2:3 です。円すいAの体積が 40 cm^3 のとき、円すいBの体積を求めなさい。

(滋賀県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

135 cm^3

解説

円すいA, Bの相似比が 2:3 だから

体積の比は $2^3:3^3=8:27$

円すいBの体積を $x \text{ cm}^3$ とすると

$40:x=8:27$

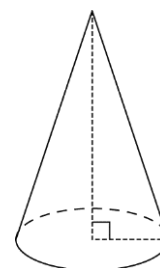
$8x=1080$

$x=135$

【問 203】

右図の立体は、底面の半径が 2 cm、高さが 6 cm の円すいである。円周率を π として、右図の円すいの体積を求めなさい。

(大阪府 2017 年度 A)



解答欄

cm^3

解答

$8\pi \text{ cm}^3$

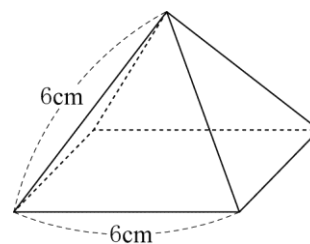
解説

$\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 6 = 8\pi \text{ cm}^3$

【問 204】

図は、全ての辺の長さが 6 cm の正四角すいである。この正四角すいの体積を求めよ。

(奈良県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$36\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

解説

底面の正方形の対角線の長さは $6\sqrt{2}$ cm

頂点と底面の対角線を通る面で切り取ったときの切り口は

辺の長さが 6 cm, 6 cm, $6\sqrt{2}$ cm の二等辺三角形になる。

この二等辺三角形の高さが正四角すいの高さと等しくなるので高さを h cm とすると

$$\text{三平方の定理より } h^2 = 6^2 - (3\sqrt{2})^2 = 36 - 18 = 18$$

$h > 0$ より

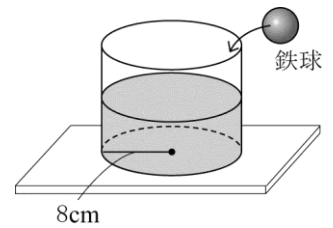
$$h = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$\text{よって正四角すいの体積は } \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3\sqrt{2} = 36\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

【問 205】

右の図のように、底面の半径が 8 cm の円柱の形をした容器に水が入れられ、水平な台の上に置かれている。この容器に、半径が 2 cm の鉄球を何個か静かに沈めたところ、水がこぼれることなく、水面がちょうど 1 cm 上昇した。

このとき、沈めた鉄球の個数を求めなさい。ただし、容器の厚さは考えないものとし、沈めた鉄球はすべて水中にあるものとする。



(和歌山県 2017 年度)

解答欄

個

解答

6 個

解説

沈めた鉄球の体積の合計は沈めた鉄球が押しのかけた水の体積に等しいことを利用する。

沈めた鉄球の個数を x 個とすると

$$\text{沈めた鉄球の体積の合計は} \left(\frac{4}{3} \pi \times 2^3 \right) \times x = \frac{32}{3} \pi x \text{ cm}^3$$

沈めた鉄球が押しのかけた水の体積は

$$\text{水面が } 1\text{ cm} \text{ 上昇したことから } \pi \times 8^2 \times 1 = 64 \pi \text{ cm}^3$$

よって $\frac{32}{3} \pi x = 64 \pi$ が成り立つ。

$$\frac{32}{3} x = 64$$

$$32x = 192$$

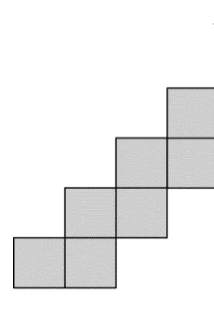
$$x = 6$$

したがって沈めた鉄球の個数は 6 個

【問 206】

右の図のように、一辺の長さが 2 cm の正方形を 7 枚組み合わせた図形がある。この図形を、直線 l を回転の軸として 1 回転させてできる回転体の体積を求めなさい。

(鳥取県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

$200\pi\text{ cm}^3$

解説

上の 2 段と下の 2 段の空いているところが同じ形なので移動させることができるから
求める体積は

底面が半径 6 cm の円、高さ 2 cm の円柱の体積と

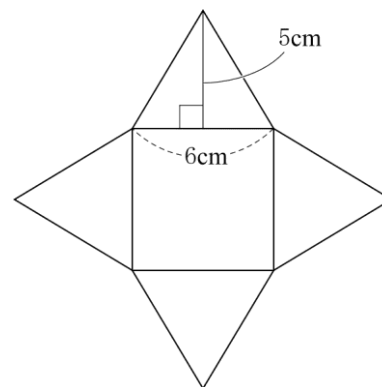
底面が半径 8 cm の円、高さ 2 cm の円柱の体積の和になる。

よって $\pi \times 6^2 \times 2 + \pi \times 8^2 \times 2 = 72\pi + 128\pi = 200\pi\text{ cm}^3$

【問 207】

図は 1 辺が 6 cm の正方形のまわりに、それぞれの辺を底辺とし、高さが 5 cm の二等辺三角形を 4 枚並べたものである。この図形を組み立ててできる正四角錐の体積を求めなさい。

(島根県 2017 年度)



解答欄

cm³

解答

48 cm³

解説

この正四角錐の高さを h cm とする。

1 辺が 6 cm の正方形において

対角線の交点から辺までの距離は $6 \div 2 = 3$ cm

よって三平方の定理より

$$3^2 + h^2 = 5^2$$

$$h^2 = 16$$

$$h > 0 \text{ より}$$

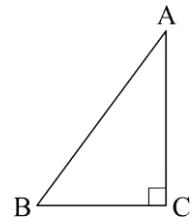
$$h = 4$$

$$\text{求める体積は } \frac{1}{3} \times (6 \times 6) \times 4 = 48 \text{ cm}^3$$

【問 208】

右の図のような, $AC=4\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$, $\angle ACB=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。この直角三角形を, 辺 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積を求めなさい。

(岡山県 2017 年度 一般)



解答欄

cm^3

解答

$$12\pi\text{ cm}^3$$

解説

できる立体は

底面の半径が 3 cm で高さが 4 cm の円錐である。

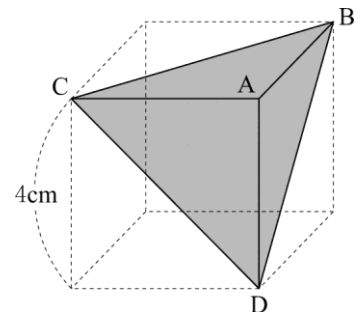
$$\text{よって求める体積は } \frac{1}{3} \times (\pi \times 3^2) \times 4 = 12\pi\text{ cm}^3$$

【問 209】

右の図のように, 1 辺の長さが 4 cm の立方体を, 3 つの頂点 B, C, D を通る平面で切り取ってできた三角すい $ABCD$ がある。

三角すい $ABCD$ の体積は何 cm^3 か。求めなさい。

(山口県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32}{3}\text{ cm}^3$$

解説

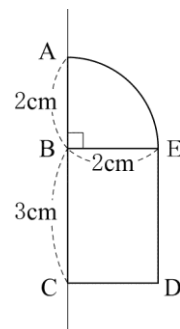
三角すい $ABCD$ の底面を $\triangle ABC$ とすると, 高さは AD となる。

$$\text{よって求める体積は } \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \right) \times 4 = \frac{32}{3}\text{ cm}^3$$

【問 210】

図のようなおうぎ形 ABE と長方形 BCDE をくっつけた図形を、直線 AC を軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か。ただし、 $AB=BE=2\text{ cm}$ 、 $BC=3\text{ cm}$ とする。

(長崎県 2017 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{52}{3} \pi \text{ cm}^3$$

解説

半径 2 cm の球の体積の半分と底面の半径が 2 cm で高さが 3 cm の円柱の体積の和になる。

$$\text{よって求める体積は } \frac{4}{3} \pi \times 2^3 \div 2 + (\pi \times 2^2) \times 3 = \frac{52}{3} \pi \text{ cm}^3$$

【問 211】

半径が 2 cm の球を P、半径が 3 cm の球を Q とするとき、P と Q の体積の比は : である。

(沖縄県 2017 年度)

解答欄

:

解答

8:27

解説

2 つの球 P、Q は相似であり

相似比は半径の比に等しい。

相似比は 2:3 だから

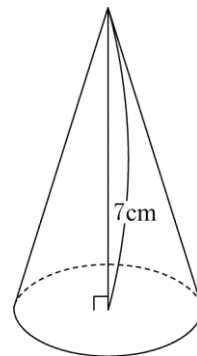
体積の比は

$$2^3:3^3=8:27$$

【問 212】

右の図のような、底面積が $5\pi\text{ cm}^2$ 、高さが 7 cm の円錐の体積を求めなさい。ただし、 π は円周率である。

(栃木県 2018 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{35}{3}\pi\text{ cm}^3$$

解説

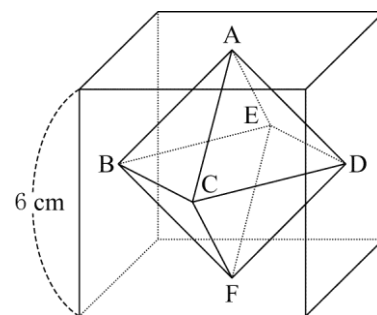
円錐の体積は $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高さ}$ で求められるから

$$\frac{1}{3} \times 5\pi \times 7 = \frac{35}{3}\pi\text{ cm}^3$$

【問 213】

1 辺の長さが 6 cm の立方体があります。右の図のように、それぞれの面の対角線の交点を A, B, C, D, E, F とするとき、この 6 つの点を頂点とする正八面体の体積を求めなさい。

(埼玉県 2018 年度)



解答欄

cm³

解答

36cm³

解説

各面の対角線の交点はその面の正方形の対称の中心となる。

四角形 BCDE は $BD \perp CE$, $BD = CE = 6\text{cm}$ の四角形だから

その面積は, $6 \times 6 \div 2 = 18\text{cm}^2$

点 A, B, C, D, E, F を頂点とする立体は

四角形 BCDE で四角すい A-BCDE と四角すい F-BCDE に分けられる。

四角すい A-BCDE と四角すい F-BCDE はともに

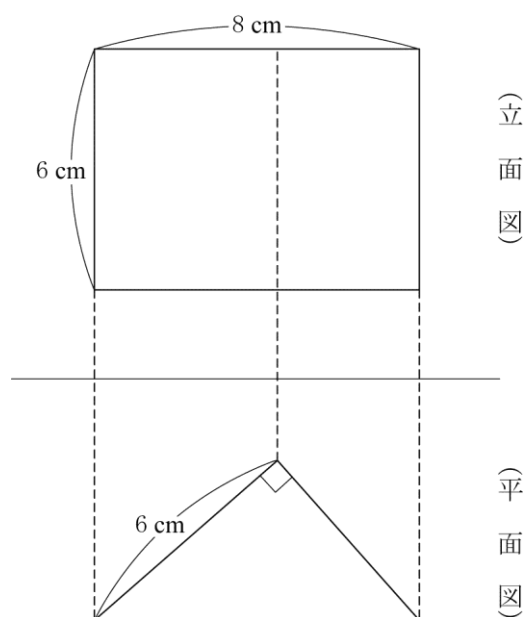
底面が四角形 BCDE 高さが 3cm の四角すいだから

求める体積は $\left(\frac{1}{3} \times 18 \times 3\right) \times 2 = 36\text{cm}^3$

【問 214】

図は、三角柱の投影図である。この三角柱の体積を求めなさい。

(千葉県 2018 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

$$36\sqrt{7}\text{cm}^3$$

解説

平面図よりこの三角柱の底面は直角三角形で
 直角をはさむ辺の 1 つが 6cm, 斜辺が 8cm であることがわかる。
 残りの 1 辺の長さを x cm とすると

$$\text{三平方の定理より } 6^2 + x^2 = 8^2 \quad x^2 = 28$$

$x > 0$ より

$$x = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

また立面図よりこの三角柱の高さは 6cm だから

$$\text{体積は } \frac{1}{2} \times 6 \times 2\sqrt{7} \times 6 = 36\sqrt{7}\text{cm}^3$$

【問 215】

相似な 2 つの立体 A, B があり, その表面積の比は 16:9 である。A の体積が 192cm^3 のとき, B の体積は何 cm^3 か, 求めなさい。

(愛知県 2018 年度 B)

解答欄

cm^3

解答

81 cm^3

解説

立体 A, B は相似で表面積の比が 16:9 だから相似比は $\sqrt{16} : \sqrt{9} = 4:3$ である。
よって体積比は $4^3:3^3=64:27$ だから

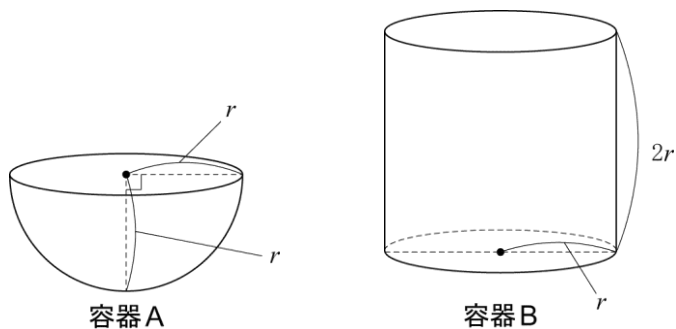
立体 B の体積 = 立体 A の体積 $\times \frac{27}{64} = 192 \times = 81\text{cm}^3$

【問 216】

下の図のように、半径が r の半球の形をした容器Aと半径が r で高さが $2r$ の円柱の形をした容器Bがあります。容器Aに水をいっぱいに入れて、容器Bに移すとき、容器Aの何杯分の水が容器Bに入りますか。求めなさい。ただし、容器の厚みは考えないものとします。

(滋賀県 2018 年度)

図



解答欄

杯

解答

3 杯

解説

容器 A の容積は $\frac{4}{3}\pi r^3 \div 2 = \frac{2}{3}\pi r^3$ で

容器 B の容積は $\pi r^2 \times 2r = 2\pi r^3$ である。

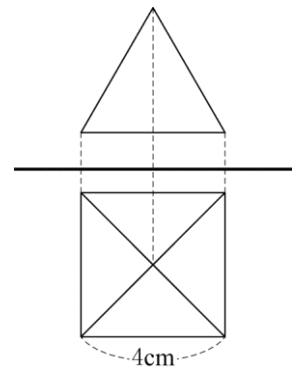
よって $2\pi r^3 \div \frac{2}{3}\pi r^3 = 3$ だから

容器 B には容器 A の 3 杯分の水が入る。

【問 217】

図2は四角錐^{しかくすい}の投影図である。立面図が正三角形、平面図が1辺の長さが4 cm の正方形であるとき、この立体の体積を求めなさい。

(島根県 2018 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{32\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$$

解説

平面図の正方形の1辺の長さが4cm なので立面図の正三角形の1辺の長さも4cm である。

正三角形を頂角の二等分線で2 つに分けると

30° , 60° , 90° の直角三角形が2 つできるから

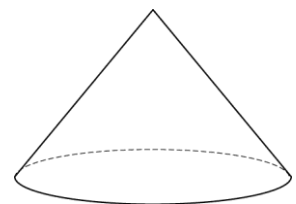
正三角形の高さは $4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ cm でありこれが四角錐の高さとなる。

よって求める体積は $\frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times 2\sqrt{3} = \frac{32\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$

【問 218】

右の図のように、底面の半径が5 cm で、高さが6 cm の円すいがあります。この円すいの体積は何 cm^3 ですか。ただし、円周率は π とします。

(広島県 2018 年度)



解答欄

解答

$$50\pi$$

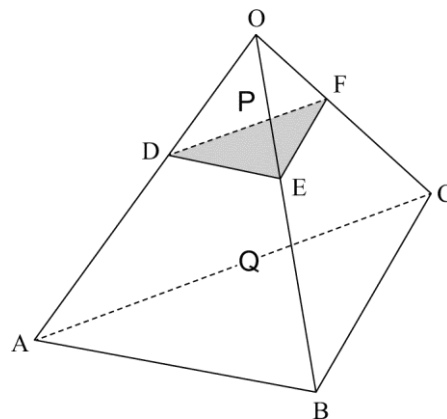
解説

$$\frac{1}{3} \pi \times 5^2 \times 6 = 50\pi \text{ cm}^3$$

【問 219】

右の図のように、三角錐 $OABC$ の辺上に 3 点 D, E, F があり、三角錐 $OABC$ が平面 DEF で 2 つの部分 P, Q に分けられている。底面 ABC と平面 DEF が平行で、 $AB:DE=5:2$ であるとき、 Q の体積は P の体積の何倍か、求めなさい。

(徳島県 2018 年度)



解答欄

倍

解答

$$\frac{117}{8} \text{ 倍}$$

解説

三角錐 $OABC$ と三角錐 $ODEF$ は相似で
相似比は $5:2$ だから

$$\text{体積比は } 5^3:2^3=125:8$$

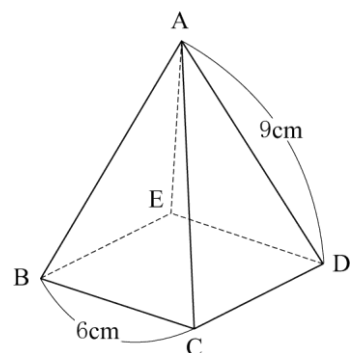
$$\text{よって } P:Q=8:(125-8)=8:117 \text{ より}$$

$$Q \text{ の体積は } P \text{ の体積の } \frac{117}{8} \text{ 倍}$$

【問 220】

右の図のような、正四角錐^{すい}A-BCDE がある。底面の 1 辺の長さが 6 cm、側面の二等辺三角形の等しい辺の長さが 9 cm である。この正四角錐 A-BCDE の体積を求めなさい。

(秋田県 2019 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$36\sqrt{7} \text{ cm}^3$$

解説

底面の対角線の交点を H とすると、線分 AH が正四角錐 A-BCDE の高さである。

△BCD において

$$\text{三平方の定理より } BD = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\text{よって、} BH = \frac{1}{2}BD = 3\sqrt{2}\text{cm} \text{ だから}$$

△ABH において

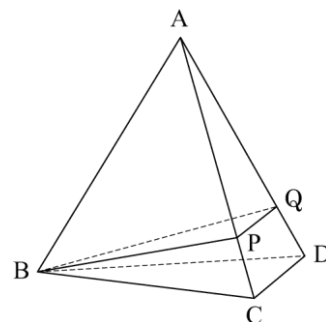
$$\text{三平方の定理より } AH = \sqrt{9^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{7}(\text{cm})$$

$$\text{したがって、正四角錐 A-BCDE の体積は } \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times 3\sqrt{7} = 36\sqrt{7}(\text{cm}^3)$$

【問 221】

右の図のような、三角錐^{すい}A-BCD がある。点 P, 点 Q は、それぞれ辺 AC, 辺 AD 上にある。AP : PC=AQ : QD=3 : 1 であるとする。このとき、三角錐 A-BPQ の体積は、四角錐 B-PCDQ の体積の何倍か、求めなさい。

(秋田県 2019 年度)



解答欄

倍

解答

$\frac{9}{7}$ 倍

解説

仮定より、 $\triangle APQ \sim \triangle ACD$ だから $\triangle APQ : \triangle ACD = 3^2 : 4^2 = 9 : 16$

よって、 $\triangle APQ : (\text{四角形 } PCDQ) = 9 : 7$ である。

三角錐 A-BPQ, 四角錐 B-PCDQ の底面をそれぞれ $\triangle APQ$, 四角形 PCDQ とすると高さは共通だから三角錐 A-BPQ の体積は四角錐 B-PCDQ の体積の $\frac{\triangle APQ}{(\text{四角形 } PCDQ)} = \frac{9}{7}$ (倍) である。

【問 222】

高さが等しい円柱 A と円錐^{すい}B があり、円柱 A の底面の半径は円錐 B の底面の半径の 2 倍である。このとき、円柱 A の体積は円錐 B の体積の何倍となるか、求めなさい。

(福島県 2019 年度)

解答欄

倍

解答

12 倍

解説

円錐 B の底面の半径を r , 高さを h とすると、円柱 A の底面の半径は $2r$, 高さは h

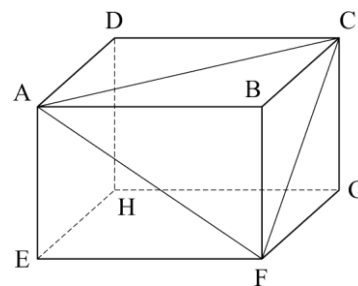
このとき、円柱 A の体積は、 $\pi \times (2r)^2 \times h = 4\pi r^2 h$ 円錐 B の体積は $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

よって、円柱 A の体積は、円錐 B の体積の、 $4\pi r^2 h \div \frac{1}{3}\pi r^2 h = 12$ (倍)

【問 223】

右の図の直方体 $ABCD-EFGH$ において、 $AB=6\text{ cm}$ 、 $AD=4\text{ cm}$ 、 $AE=4\text{ cm}$ のとき、四面体 $ABCF$ の体積を求めなさい。

(群馬県 2019 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

16 (cm^3)

解説

直方体の平行な辺は長さが等しいので、 $BC=AD=4\text{ cm}$ 、 $BF=AE=4\text{ cm}$

四面体 $ABCF$ は底面が $\triangle ABC$ 、高さが BF の三角すいだから

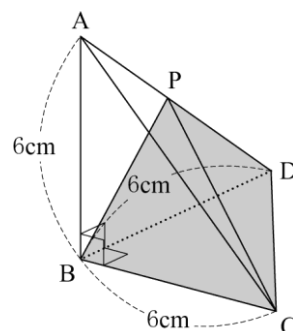
その体積は、 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times 4 = 16(\text{cm}^3)$

【問 224】

右の図のような、 $AB=BC=BD=6\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=\angle ABD=\angle CBD=90^\circ$ の三角錐 $ABCD$ があり、辺 AD 上に $AP:PD=1:2$ となる点 P をとります。

このとき、三角錐 $PBCD$ の体積を求めなさい。

(埼玉県 2019 年度)



解答欄

cm^3

解答

24 (cm^3)

解説

三角錐 $PBCD$ の底面を直角二等辺三角形 BCD とすると、底面積は $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18(\text{cm}^2)$

また、高さは P から $\triangle BCD$ にひいた垂線の長さになる。

ここで、 $\angle ABC=\angle ABD=90^\circ$ より、 AB は $\triangle BCD$ に垂直だから

BD 上に $AB \parallel PE$ となるような点 E をとると、 PE も $\triangle BCD$ に垂直になる。

よって、高さは PE $AB \parallel PE$ より

$AB:PE=AD:PD=(1+2):2=3:2$

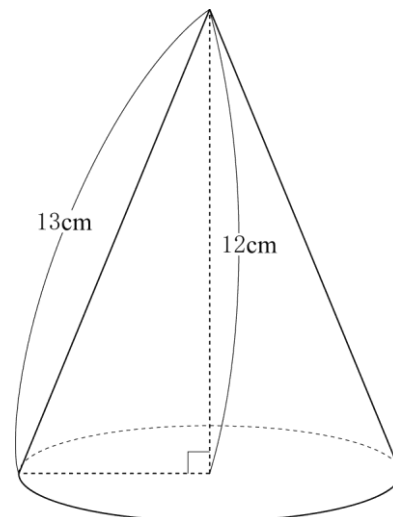
$PE=\frac{2}{3}AB=\frac{2}{3} \times 6=4(\text{cm})$

よって、三角錐 $PBCD$ の体積は、 $\frac{1}{3} \times 18 \times 4=24(\text{cm}^3)$

【問 225】

右の図のように、母線の長さ 13 cm 、高さ 12 cm の円すいがある。
この円すいの体積を答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(新潟県 2019 年度)



解答欄

cm^3

解答

$100\pi\text{ cm}^3$

解説

三平方の定理より、底面の円の半径は $\sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$

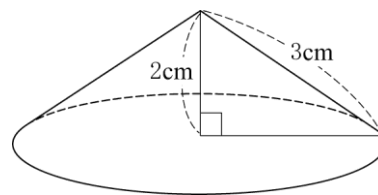
よって、円すいの体積は $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12 = 100\pi (\text{cm}^3)$

【問 226】

図 2 のような円すいの体積は何 cm^3 か、求めなさい。
ただし、円周率は π とする。

(兵庫県 2019 年度)

図 2



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{10}{3}\pi \quad (\text{cm}^3)$$

解説

円すいの底面の半径を $r\text{cm}$ とすると

$$\text{三平方の定理より } r^2 = 3^2 - 2^2 = 5$$

$$\text{よって、円すいの体積は } \frac{1}{3} \times \pi \times 5 \times 2 = \frac{10}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

【問 227】

右の図のような直方体があり、 $AB=BC$ である。点 A と点 F、点 B と点 D をそれぞれ結ぶ。

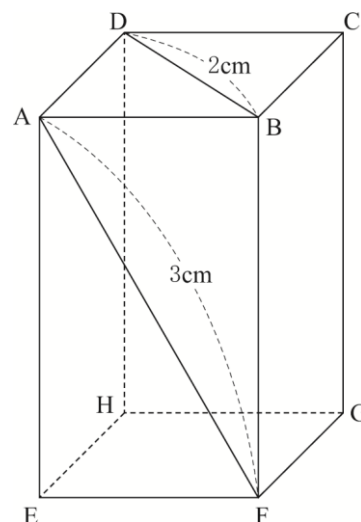
$AF=3\text{ cm}$ 、 $BD=2\text{ cm}$ であるとき、次の (1)、(2) の問いに答えよ。

(香川県 2019 年度)

- (1) 次の㉖～㉚の線分のうち、面 EFGH と垂直な線分はどれか。正しいものを 1 つ選んで、その記号を書け。

- ㉖ 線分 AE ㉗ 線分 AF
㉘ 線分 BC ㉚ 線分 BD

- (2) この直方体の体積は何 cm^3 か。



解答欄

(1)	
(2)	cm^3

解答

(1) ㉖

(2) $2\sqrt{7}\text{ cm}^3$

解説

(1)

面 EFGH と垂直な線分は線分 AE、線分 BF、線分 CG、線分 DH である。

よって、㉖

(2)

$\triangle ABD$ において

三平方の定理より $AB^2 + AD^2 = 2^2$

$2AB^2 = 4$

$AB^2 = 2$

$AB = \pm\sqrt{2}$

$AB > 0$ より $AB = \sqrt{2}\text{ cm}$

また、 $\triangle AFB$ において

三平方の定理より $BF^2 = 3^2 - (\sqrt{2})^2 = 7$

$BF = \pm\sqrt{7}$

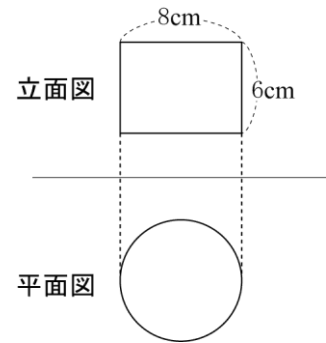
$BF > 0$ より $BF = \sqrt{7}\text{ cm}$

よって、求める体積は $\sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{7} = 2\sqrt{7}(\text{cm}^3)$

【問 228】

右の図は、円柱の投影図である。この円柱の体積を求めよ。ただし、円周率は π を用いること。

(高知県 A 2019 年度)



解答欄

cm³

解答

96 π cm³

解説

底面の半径が 4cm で高さが 6cm だから、体積は、 $\pi \times 4^2 \times 6 = 96\pi$ (cm³)

【問 229】

高さが等しい円柱 A と円柱 B がある。円柱 A の底面の円の半径は、円柱 B の底面の円の半径の 2 倍である。円柱 A の体積は、円柱 B の体積の何倍か。

(鹿児島県 2019 年度)

解答欄

倍

解答

4 (倍)

解説

円柱 B の底面の円の半径を r cm、高さを h cm とすると

円柱 A の底面の円の半径は $2r$ cm、高さは h cm となる。

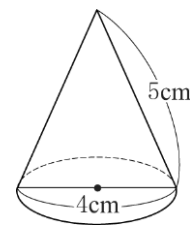
円柱 B の体積は $\pi r^2 h$ cm³、円柱 A の体積は $\pi \times (2r)^2 \times h = 4\pi r^2 h$ cm³

よって、 $4\pi r^2 h \div \pi r^2 h = 4$ (倍)

【問 230】

右の図で、円錐の底面の直径は 4 cm、母線の長さは 5 cm である。この円錐の体積を求めなさい。ただし、円周率を π とする。

(秋田県 2020 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$\frac{4\sqrt{21}}{3}\pi \text{ cm}^3$$

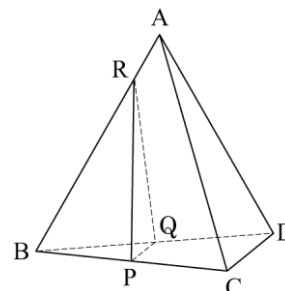
解説

$$\frac{1}{3} \times 2^2 \pi \times \sqrt{5^2 - 2^2} = \frac{4\sqrt{21}}{3} \pi (\text{cm}^3)$$

【問 231】

右の図のように、三角錐 A-BCD がある。点 P, Q はそれぞれ辺 BC, BD の中点である。点 R は辺 AB 上にあり、AR : RB = 1 : 4 である。このとき、三角錐 A-BCD の体積は、三角錐 R-BPQ の体積の何倍か、求めなさい。

(秋田県 2020 年度)



解答欄

倍

解答

5 倍

解説

錐体・柱体の体積比は底面積、ならびに高さの比で決まる。

点 A, R を通り、 $\triangle BCD$ に垂直な平面による切断面(右図)で考える。

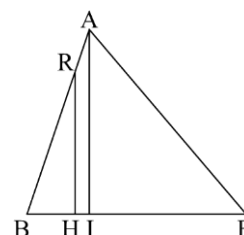
断面と線分 CD の交点を E とし、R, A から BE に垂線 RH, AI をひくと、平行線と線分の比の関係から、 $RH : AI = 4 : (4 + 1) = 4 : 5 \rightarrow$ これが高さの比。

次に、中点連結定理より、 $PQ \parallel CD$, $PQ : CD = 1 : 2$ だから

$$\triangle BPQ : \triangle BCD = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$$

よって、三角錐 A-BCD の体積 : 三角錐 R-BPQ の体積 = $(5 \times 4) : (4 \times 1) = 5 : 1$

つまり、5 倍

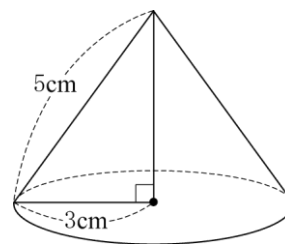


【問 232】

右の図のような、底面の半径が 3 cm 、母線の長さが 5 cm の円錐があります。この円錐の高さと体積をそれぞれ求めなさい。

ただし、円周率は π とします。

(埼玉県 2020 年度)



解答欄

高さ	cm
体積	cm^3

解答

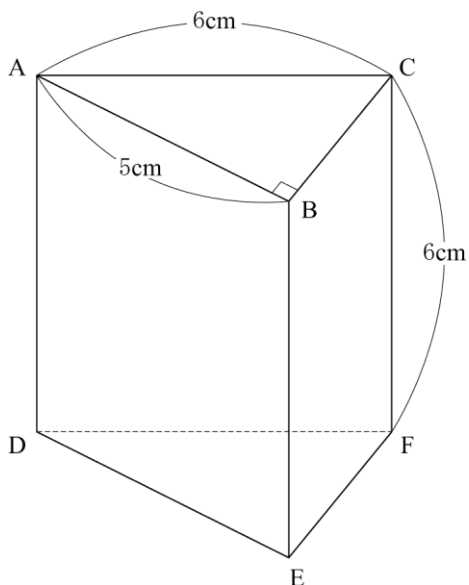
高さ 4 (cm)

体積 12π (cm^3)

【問 233】

下の図のように、底面が $AB=5\text{ cm}$ 、 $AC=6\text{ cm}$ 、 $\angle ABC=90^\circ$ の直角三角形で、高さが 6 cm の三角柱がある。この三角柱の体積を求めなさい。

(千葉県 2020 年度 前期)



解答欄

cm^3

解答

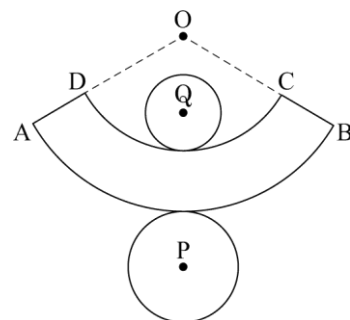
$15\sqrt{11} \text{ (cm}^3\text{)}$

【問 234】

図は、ある立体の展開図である。弧 AB 、 DC はともに点 O を中心とする円周の一部で、直線 DA 、 CB は点 O を通っている。また、円 P 、 Q はそれぞれ弧 AB 、 DC に接している。

$DA=CB=3\text{ cm}$ 、弧 AB 、 DC の長さがそれぞれ $6\pi\text{ cm}$ 、 $4\pi\text{ cm}$ のとき、次の(1)、(2)の問いに答えなさい。

(愛知県 B 2020 年度)



(1) 円 P の面積と円 Q の面積の和は何 cm^2 か、求めなさい。

(2) 展開図を組み立ててできる立体の体積は何 cm^3 か、求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1) $13\pi \text{ cm}^2$

(2) $\frac{38\sqrt{2}}{3}\pi \text{ cm}^3$

解説

(1)

与えられた図が立体の展開図であるということから、(円 P の周の長さ) = ($\widehat{AB}$ の長さ) = $6\pi \text{ (cm)}$

よって、円 P の半径は 3cm であるから

円 P の面積は $\pi \times 3^2 = 9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

同様にして、(円 Q の周の長さ) = ($\widehat{DC}$ の長さ) = $4\pi \text{ (cm)}$ なので

円 Q の半径は 2cm であるから、円 Q の面積は、 $\pi \times 2^2 = 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

よって、円 P の面積と円 Q の面積の和は、 $9\pi + 4\pi = 13\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

(2)

立体は見取図で示されたような図形になる。

このような立体を円錐台という。

よって求める体積は、底面を円 P、頂点を O とする円錐 S の体積から

底面を円 Q、頂点を O とする円錐 T の体積をひいたものであることがわかる。

ここで見取図において、 $\angle OQD = \angle OPA = 90^\circ$ より $DQ \parallel AP$ だから、

$\triangle OAP$ において平行線と線分の比より、

$$OD : OA = DQ : AP$$

$$OD : (OD + 3) = 2 : 3$$

$$OD = 6 \text{ (cm)}$$

$\triangle ODQ$ において三平方の定理により

$$OQ^2 = OD^2 - DQ^2 = 6^2 - 2^2 = 32$$

$$OQ > 0 \text{ より}$$

$$OQ = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

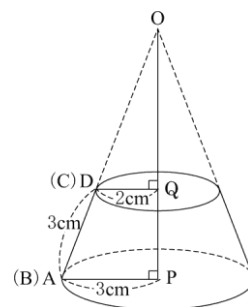
よって、円錐 T の体積は、 $4\pi \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

また、円錐 S と円錐 T は相似な立体であり、その相似比は $AP : DQ = 3 : 2$

よって、その体積比は $3^3 : 2^3 = 27 : 8$ だから、円錐 S の体積は円錐 T の体積の $\frac{27}{8}$ 倍である。

したがって、円錐 S の体積は、 $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi \times \frac{27}{8} = 18\sqrt{2}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$

よって、求める円錐台の体積は、 $18\sqrt{2}\pi - \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi = \frac{38\sqrt{2}}{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$



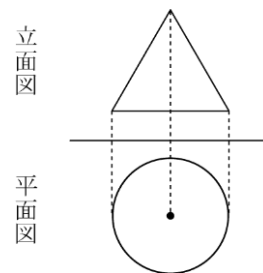
【問 235】

右の図は、円錐の投影図である。この円錐の立面図は 1 辺の長さが 6 cm の正三角形である。

このとき、この円錐の体積を求めなさい。

ただし、円周率は π とする。

(和歌山県 2020 年度)



解答欄

cm^3

解答

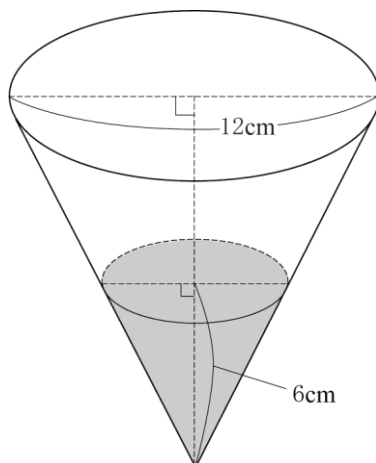
$$9\sqrt{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

【問 236】

下の図のように、底面の直径が 12 cm 、高さが 12 cm の円錐^{すい}の容器を、頂点を下にして底面が水平になるように置き、この容器に頂点からの高さが 6 cm のところに水面がくるまで水を入れた。ただし、容器の厚さは考えないものとする。

このとき、(1)、(2)の問いに答えなさい。

(佐賀県 2020 年度 一般)



(1) 水面のふちでつくる円の半径を求めなさい。

(2) 容器の中の水をさらに増やし、容器の底面までいっぱいに入れた。このときの体積は、水を増やす前に比べて何倍になったか求めなさい。

解答欄

(1)	cm
(2)	倍

解答

(1) 3 cm

(2) 8 倍

【問 237】

右の図 1 は、線分 AB を直径とする円 O を底面とし、線分 AC を母線とする円すいである。

また、点 D はこの円すいの側面上に、点 A から点 B まで長さが最も短くなるように線を引き、この線を 2 等分した点である。

$AB=6\text{ cm}$ 、 $AC=9\text{ cm}$ のとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は π とする。

(神奈川県 2021 年度)

問 1 この円すいの体積として正しいものを次の 1～6 の中から 1 つ選び、その番号を答えなさい。

- 1 $9\sqrt{5}\pi\text{ cm}^3$ 2 $18\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$
 3 $27\sqrt{5}\pi\text{ cm}^3$ 4 $54\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$
 5 $36\sqrt{5}\pi\text{ cm}^3$ 6 $72\sqrt{2}\pi\text{ cm}^3$

問 2 この円すいの表面積として正しいものを次の 1～6 の中から 1 つ選び、その番号を答えなさい。

- 1 $\frac{33}{4}\pi\text{ cm}^2$ 2 $9\pi\text{ cm}^2$
 3 $15\pi\text{ cm}^2$ 4 $\frac{117}{4}\pi\text{ cm}^2$
 5 $36\pi\text{ cm}^2$ 6 $63\pi\text{ cm}^2$

問 3 この円すいの側面上に、図 2 のように点 D から線分 AC 、線分 BC と交わるように点 D まで円すいの側面上に引いた線のうち、長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

図 1

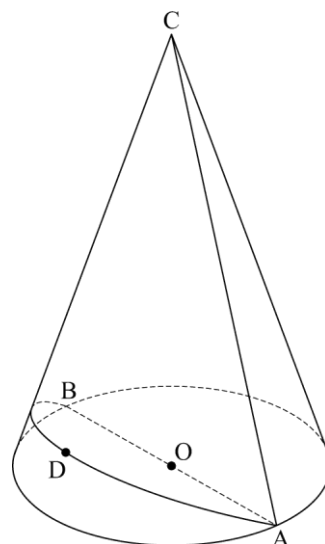
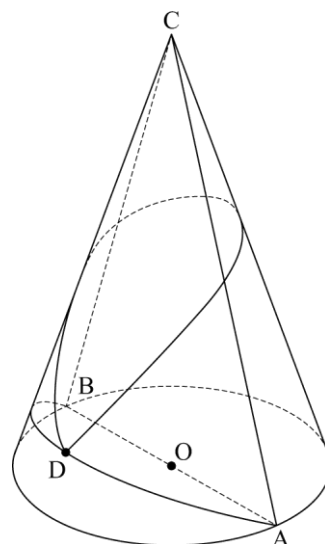


図 2



解答欄

問 1	
問 2	
問 3	cm

解答

問 1 2

問 2 5

問 3 $\frac{27}{2}$ (cm)

解説

問 1

$\triangle ABC$ に着目すると、 $CO \perp AB$ なので、 $\triangle COA$ は直角三角形である。

よって、 $OC^2 + OA^2 = CA^2 \Rightarrow OC^2 + 3^2 = 9^2 \Rightarrow OC^2 = 72$

$OC > 0$ より、 $OC = 6\sqrt{2}$ (cm)

したがって、円すいの体積は、 $\pi \times 3^2 \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = 18\sqrt{2}\pi$ (cm³)

問 2

円すいの側面は、点 C を中心とする半径 9 cm のおうぎ形であり
その弧の長さは、円すいの底面の円周と等しく、 6π cm である。

また、弧の長さは、 $18\pi \times \frac{(\text{おうぎ形の中心角})}{360}$ とも表せるので、

$18\pi \times \frac{(\text{おうぎ形の中心角})}{360} = 6\pi \Rightarrow (\text{おうぎ形の中心角}) = 120^\circ$

よって、おうぎ形の面積は、 $\pi \times 9^2 \times \frac{120}{360} = 27\pi$ (cm²) だから

底面の面積 $\pi \times 3^2 = 9\pi$ (cm²) をたして、円すいの表面積は、 $27\pi + 9\pi = 36\pi$ (cm²)

問 3

まず円すいの側面を直線 CA で切り開いた展開図で考える(図 1)。

おうぎ形の中心角が 120° で

この図において、点 B はおうぎ形の弧の midpoint に位置するので
 $\angle BCA = 60^\circ$ とわかる。

さらに、 $CB = CA$ より、 $\triangle ABC$ は正三角形だから

$\triangle CBD$ は 30° , 60° , 90° を内角にもつ直角三角形である。

よって $CB : CD = 2 : \sqrt{3} \Rightarrow CD = \frac{\sqrt{3}}{2} CB = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 9 = \frac{9\sqrt{3}}{2}$ (cm)

次に円すいの側面を直線 CD で切り開いた展開図で考える(図 2)。

点 D どうしを結んだ線分に点 C から垂線 CF をひくと
 $\triangle CFD$ は 30° , 60° , 90° を内角にもつ直角三角形となる。

よって、 $CD : FD = 2 : \sqrt{3}$

$\Rightarrow FD = \frac{\sqrt{3}}{2} CD = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{9\sqrt{3}}{2} = \frac{27}{4}$ (cm)

したがって、求める線の長さは、 $\frac{27}{4} \times 2 = \frac{27}{2}$ (cm)

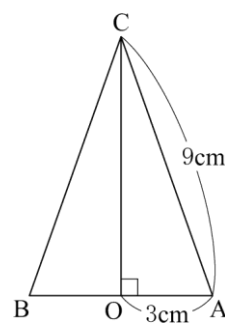


図 1

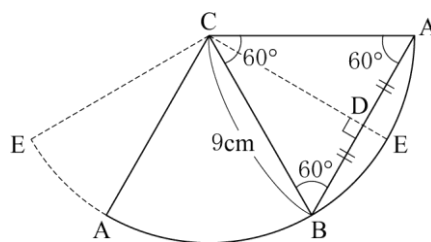
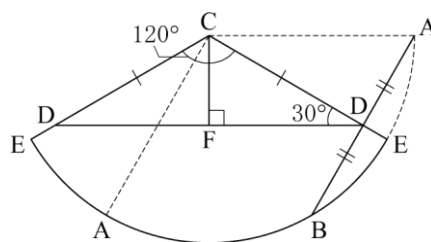


図 2



【問 238】

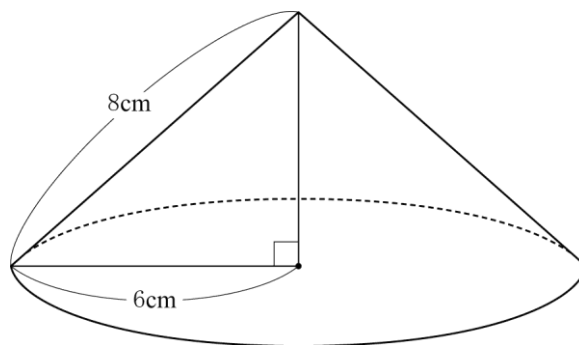
図 1 のような底面の円の半径が 6 cm、母線の長さが 8 cm の円錐がある。

このとき、次の問 1、問 2 に答えなさい。

(山梨県 2021 年度)

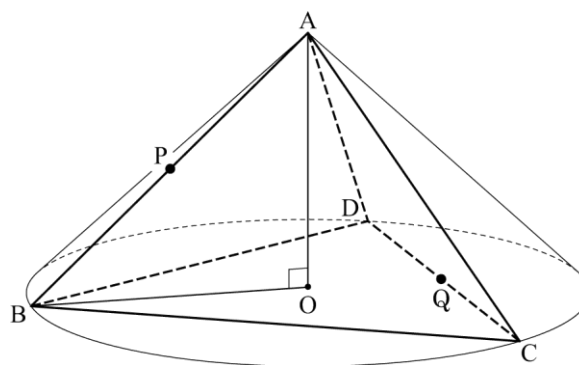
問 1 この円錐の高さを求めなさい。

図 1



問 2 図 2 のように、図 1 の円錐の頂点を A、底面の円の中心を O とする。また、底面の円周上に 3 点 B、C、D を等間隔にとり、4 点 A、B、C、D を頂点とする三角錐 ABCD を考える。さらに、辺 AB、CD の中点をそれぞれ P、Q とする。

図 2

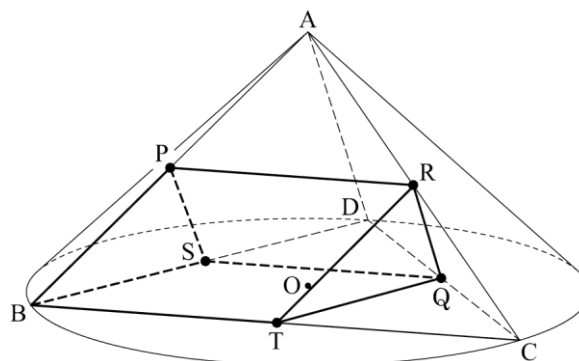


このとき、次の (1) ~ (4) に答えなさい。

- (1) 次のア～オから、辺 AC とねじれの位置にある辺や線分をすべて選び、その記号を書きなさい。

- ア 辺 AB イ 辺 BC
ウ 辺 BD エ 線分 AO
オ 線分 OB

図 3



- (2) 三角錐 ABCD の体積を求めなさい。

- (3) 線分 PQ の長さを求めなさい。

- (4) 図 3 のように、辺 AC、BD、BC の中点をそれぞれ R、S、T とするとき、6 点 P、B、S、R、T、Q を頂点とする立体の体積を求めなさい。

解答欄

問 1	cm	
問 2	(1)	
	(2)	cm ³
	(3)	cm
	(4)	cm ³

解答

問 1 $2\sqrt{7}$ cm

問 2

(1) ウ, オ

(2) $18\sqrt{21}$ cm³

(3) $\sqrt{43}$ cm

(4) $\frac{27\sqrt{21}}{4}$ cm³

解説

問 2

(2)

3点 B, C, D は円周上に等間隔にとった点だから, $\triangle BCD$ は正三角形である。よって, $\triangle OQC$ で, $OQ \perp CD$, $\angle OCQ = 30^\circ$ より, $OQ : OC : QC = 1 : 2 : \sqrt{3}$

$OC = 6\text{cm}$ より, $OQ = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$, $QC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

だから $\triangle BCD$ の面積は $2 \times 3\sqrt{3} \times (6+3) \times \frac{1}{2} = 27\sqrt{3}$

(cm²)

問 1 より $AO = 2\sqrt{7}\text{cm}$ だから, 三角錐 ABCD の体積は,

$27\sqrt{3} \times 2\sqrt{7} \times \frac{1}{3} \times 18\sqrt{21}$ (cm³)

(3)

点 P から $\triangle BCD$ に垂線をひき, $\triangle BCD$ との交点を H とすると $\triangle PHB \sim \triangle AOB$

相似比は $PB : AB = 1 : 2$ だから

$PH = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} = \sqrt{7}$ (cm),

$BH = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$

$\triangle PHQ$ において, 三平方の定理より,

$PQ^2 = PH^2 + QH^2 = (\sqrt{7})^2 + (9-3)^2 = 7 + 36 = 43$

よって, $PQ = \sqrt{43}$ (cm)

(4)

立体 PBSRTQ の体積は, 三角錐 PBTS, 三角錐 RSTQ, 三角錐 SPTR の体積の和として求められる。三角錐 PBTS は $\triangle BTS$ を底面と考えると, 高さは (3) で求めた PH に等しい。

$\triangle BTS$ は 1 辺 $3\sqrt{3}\text{cm}$ の正三角形だから, その面積は,

$3\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}$ (cm²)

よって, 三角錐 PBTS の体積は, $\frac{27\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{7} \times \frac{1}{3} = \frac{9\sqrt{21}}{4}$ (cm³)

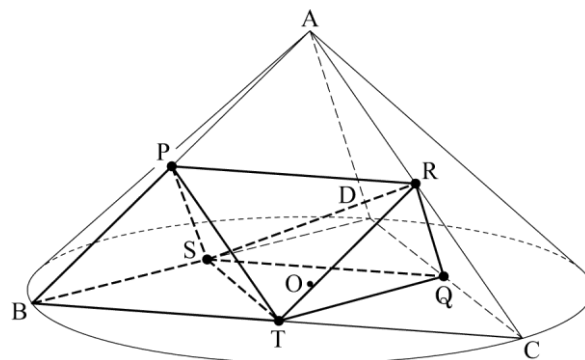
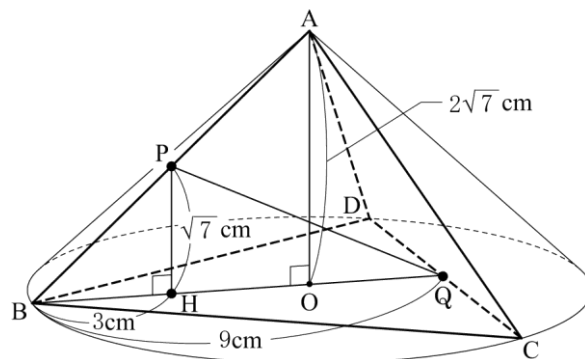
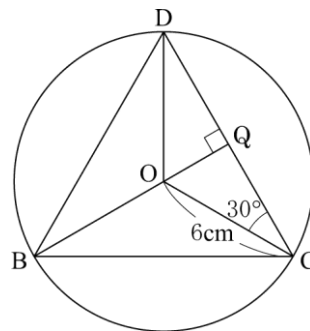
三角錐 RSTQ も $\triangle STQ$ を底面と考えると高さは PH に等しく, $\triangle STQ$ は 1 辺 $3\sqrt{3}\text{cm}$ の正三角形だから,

体積は三角錐 PBTS と等しく, $\frac{9\sqrt{21}}{4}$ cm³

三角錐 SPTR を, $\triangle PTR$ を底面と考えたときの高さは, 三角錐 PBTS を, $\triangle TPB$ を底面と考えたときの高さと等しい。

$\triangle PTR \equiv \triangle TPB$ であるから, 三角錐 SPTR の体積は, 三角錐 PBTS の体積に等しく, $\frac{9\sqrt{21}}{4}$ cm³

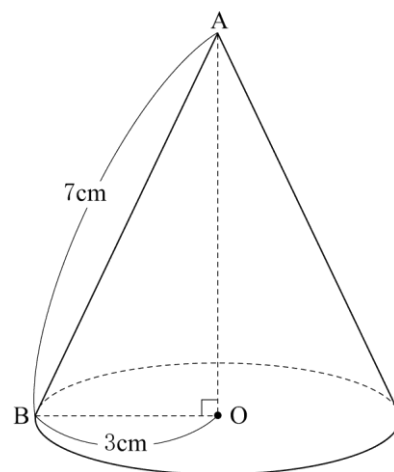
よって, 立体 PBSRTQ の体積は, $\frac{9\sqrt{21}}{4} \times 3 = \frac{27\sqrt{21}}{4}$ (cm³)



【問 239】

次の図のような，底面が点 O を中心とする円で，点 A を頂点とする円錐があります。底面の円の円周上に点 B があり， $AB=7\text{ cm}$ ， $OB=3\text{ cm}$ のとき，この円錐の体積を求めなさい。ただし，答えを求めるまでの過程も書きなさい。

(岡山県 2021 年度 一般)



解答欄

解答

$\triangle ABO$ において $\angle AOB=90^\circ$ だから，
三平方の定理より

$$AO^2+3^2=7^2$$

$$AO^2=40$$

$$AO>0 \text{ だから， } AO=2\sqrt{10}$$

よって，求める体積は，

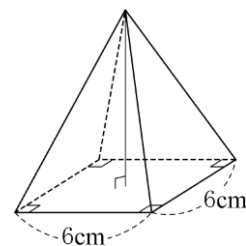
$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 2\sqrt{10} = 6\sqrt{10}\pi$$

$$(\text{答え}) \quad 6\sqrt{10}\pi \text{ cm}^3$$

【問 240】

底面が 1 辺 6 cm の正方形で、体積が 96 cm^3 である四角すいの高さを求めなさい。

(山口県 2021 年度)



解答欄

cm

解答

8 cm

解説

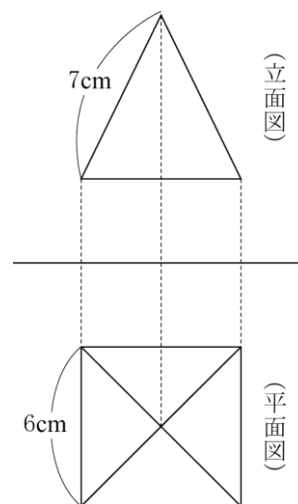
四角すいの高さを $x \text{ cm}$ とすると、四角すいの体積は、 $6^2 \times x \times \frac{1}{3} = 12x (\text{cm}^3)$ である。

よって、 $12x = 96 \Rightarrow x = 8 (\text{cm})$

【問 241】

右の図は、正四角錐の投影図である。この正四角錐の体積を求めなさい。

(徳島県 2021 年度)



解答欄

cm^3

解答

$$24\sqrt{10} \text{ (cm}^3\text{)}$$

解説

正四角錐の頂点を O 、底面を正方形 $ABCD$ として、見取図をかくと図 1 のようになる。

ここで、辺 AB 、 CD の中点をそれぞれ M 、 N とすると見取図における $\triangle OMN$ が、立面図の三角形と合同である。

よって、 $OM=ON=7\text{cm}$ 、 $MN=6\text{cm}$ である。

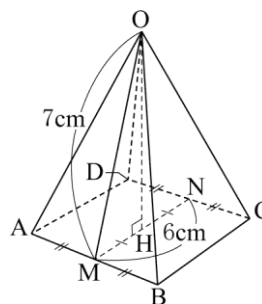
また、正四角錐 $OABCD$ における高さを OH とすると H は辺 MN の中点となるので、

$$MH = \frac{1}{2}MN = \frac{1}{2}BC = 3(\text{cm}) \text{ である。}$$

直角三角形 OMH において

$$\text{三平方の定理より、} OH^2 = OM^2 - MH^2 = 7^2 - 3^2 = 40$$

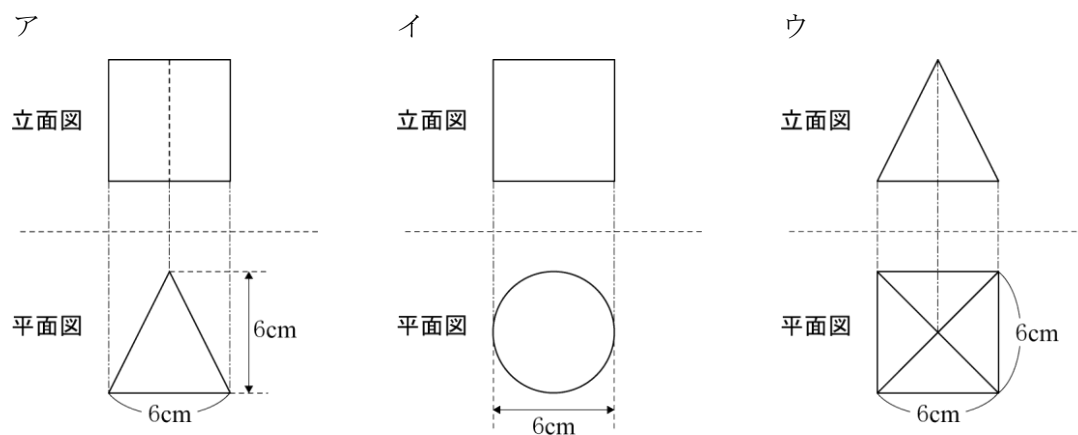
よって、 $OH > 0$ より、 $OH = 2\sqrt{10}\text{cm}$ であるから、正四角錐の体積は、 $6^2 \times 2\sqrt{10} \times \frac{1}{3} = 24\sqrt{10}(\text{cm}^3)$



【問 242】

次の図は、高さがすべて等しい立体の投影図である。次の投影図で表されたア～ウの立体を、体積の小さいものから順に並べ、その記号を書け。

(高知県 A 2021 年度)



解答欄

解答

ウ, ア, イ

解説

共通の高さを h として、ア～ウの体積を表す。

アの立体は三角柱でありその体積は、 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 \times h = 18h$

イの立体は円柱でありその体積は、 $3^2 \times \pi \times h = 9\pi h$

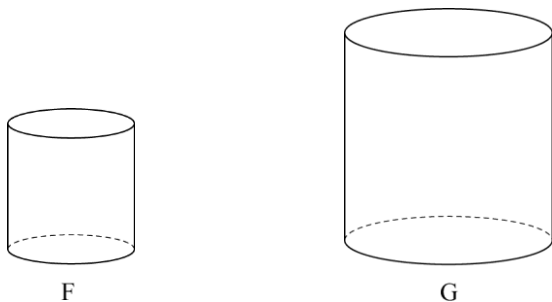
ウの立体は四角錐でありその体積は、 $\frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times h = 12h$

$\pi = 3.14\cdots$ であることを考えて体積を小さい順に並べると、ウ, ア, イとなる。

【問 243】

相似な 2 つの立体 F, G がある。F と G の相似比が $3 : 5$ であり, F の体積が $81\pi\text{cm}^3$ のとき, G の体積を求めなさい。

(佐賀県 2021 年度 一般)



解答欄

cm^3

解答

$375\pi \text{ cm}^3$

解説

相似比が $3 : 5$ である相似な立体の体積比は, $3^3 : 5^3 = 27 : 125$ である。

よって G の体積を $x\text{cm}^3$ とすると, $81\pi : x = 27 : 125 \Rightarrow x = 375\pi (\text{cm}^3)$

【問 244】

図 1 は、底面の円の半径が 3 cm、高さが 4 cm の円柱である。また、図 2 は、底面の円の半径が 2 cm、高さが 4 cm の円錐である。このとき、次の問いに答えなさい。

(長崎県 2021 年度)

問 1 図 1 において、円柱の側面積は何 cm^2 か。

図 1

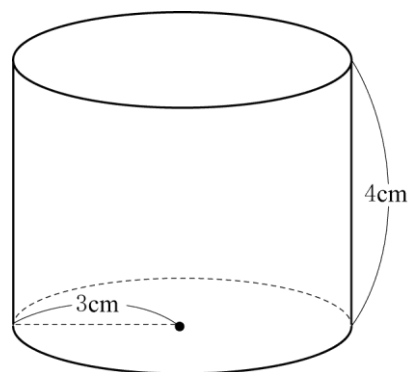
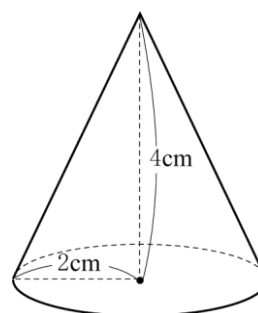


図 2



問 2 図 2 において、円錐の体積は何 cm^3 か。

問 3 図 1 の円柱を透明な容器 A とし、図 2 の円錐を鉄でできたおもり B とする。この容器 A を底面が水平になるように置き、水をいっぱいになるまで注いだ。その後、おもり B を、底面を水平に保ったまま容器 A の水の中に静かに沈めていく。図 3 のように、おもり B の底面から水面までの高さが 2 cm となったとき、あふれた水の体積は何 cm^3 か。ただし、容器 A の厚さは考えないものとする。

図 3

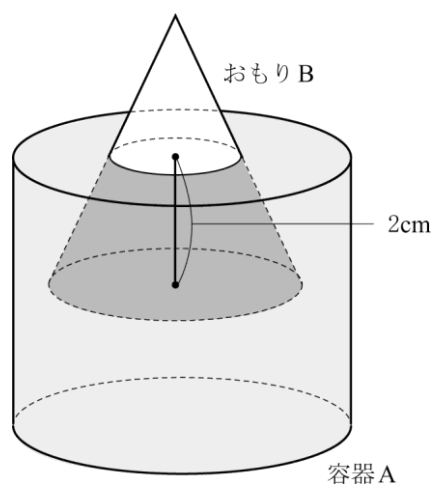
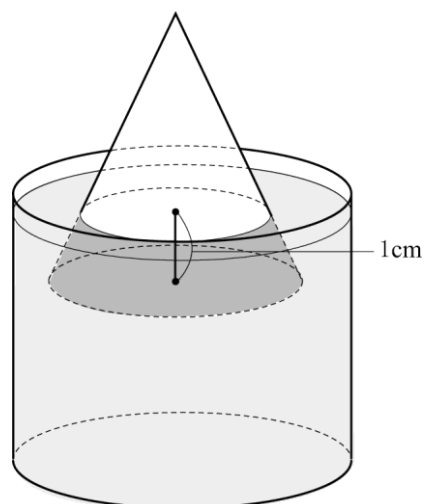


図 4

問 4 図 3 の状態から、おもり B を、底面を水平に保ったまま容器 A の水の中から静かに引き上げると水面が下がり、図 4 のように、おもり B の底面から水面までの高さが 1 cm となった。このとき、容器 A の下の底面から水面までの高さは何 cm か。ただし、容器 A の厚さは考えないものとする。



解答欄

問 1	cm^2
問 2	cm^3
問 3	cm^3
問 4	cm

解答

問1 24π $[\text{cm}^2]$

問2 $\frac{16}{3}\pi$ $[\text{cm}^3]$

問3 $\frac{14}{3}\pi$ $[\text{cm}^3]$

問4 $\frac{413}{108}$ $[\text{cm}]$

解説

問1

円柱の展開図は、図1のようになる。

円柱は、側面が長方形となり、縦の長さが円柱の高さ、横の長さが円柱の底面の円周と等しくなる。

よって、側面積は、 $4 \times 2\pi \times 3 = 24\pi$ (cm^2)

問2

$$\pi \times 2^2 \times 4 \times \frac{1}{3} = \frac{16}{3}\pi$$
 (cm^3)

問3

図2のように、おもりBの体積をP、おもりBの水面から出ている部分の体積をQ、おもりBの水面の中にある部分の体積をRとする。体積Pの円錐と体積Qの円錐とは相似であり、その相似比は、高さの比より、 $4:2=2:1$ である。

よって、体積比は、 $P:Q=2^3:1^3=8:1$

すなわち、 $R=P-Q$ より、 $P:R=8:7$

問2より、 $P=\frac{16}{3}\pi$ (cm^3) だから

$$\frac{16}{3}\pi : R = 8 : 7 \Rightarrow R = \frac{14}{3}\pi$$
 (cm^3)

問4

図3のように、問3の状態から、おもりBを水の中から引き上げた後において、おもりBの水面から出ている部分の体積をS、おもりBの水面の中にある部分の体積をTとする。

体積Pの円錐と体積Sの円錐とは相似であり

その相似比は、高さの比より、 $4:3$ である。

よって、体積比は、 $P:S=4^3:3^3=64:27$

すなわち、 $T=P-S$ より、 $P:T=64:37$

問2より、 $P=\frac{16}{3}\pi$ (cm^3) だから、

$$\frac{16}{3}\pi : T = 64 : 37 \Rightarrow T = \frac{37}{12}\pi$$
 (cm^3)

よって、問3の状態から、水の中から引き上げられた部分の体

積は、 $R-T=\frac{14}{3}\pi - \frac{37}{12}\pi = \frac{19}{12}\pi$ (cm^3) であり

その体積は、容器Aにおいて、水面が下がったときの、容器の空き部分の体積と等しい。

水面が x cm 下がったとすると

その空き部分の体積は、 $\pi \times 3^2 \times x = 9\pi x$ (cm^3) だから

$$9\pi x = \frac{19}{12}\pi \Rightarrow x = \frac{19}{108}$$
 (cm)

よって、そのときの容器Aの下の底面から水面までの高さは

$$4 - \frac{19}{108} = \frac{413}{108}$$
 (cm)

図1

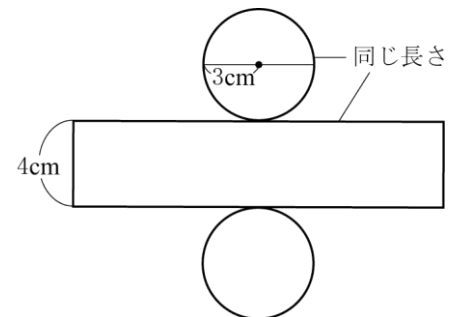


図2

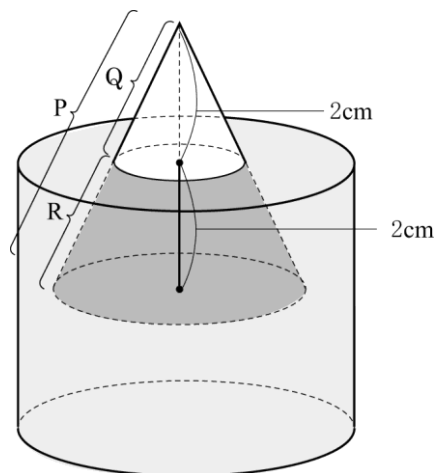
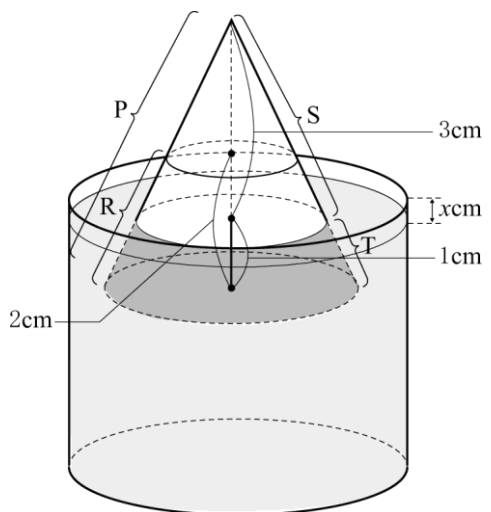


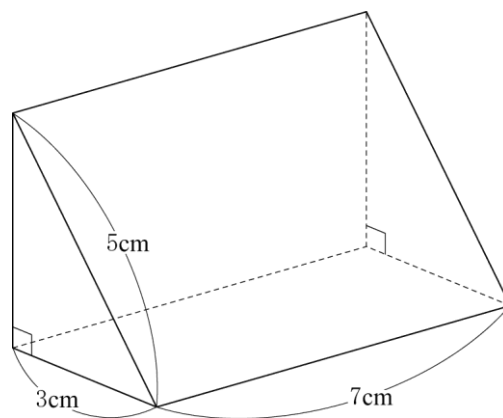
図3



【問 245】

右の図は、3つの長方形と2つの合同な直角三角形でできた立体である。この立体の体積は何 cm^3 か。

(鹿児島県 2021 年度)



解答欄

cm^3

解答

42 (cm^3)

解説

図2のように、立体の各頂点にA～Fまで名前をつける。

$\triangle ABC$ は、 $\angle ABC = 90^\circ$ の直角三角形だから

三平方の定理より

$$AB^2 = AC^2 - BC^2 = 5^2 - 3^2 = 16$$

$AB > 0$ より

$$AB = 4 (\text{cm})$$

よって、立体の体積は

$$\triangle ABC \times CF = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 7 = 42 (\text{cm}^3)$$

図2

