

8. 規則性の問題 【2019年度出題】

【問 1】

ひろさんの学校の3年生は、1クラス30人ずつの3クラスで、名簿番号はそれぞれのクラスで1番から30番までである。ひろさんが編集委員長になり、卒業文集を作成することになった。図1は、卒業文集に掲載する記事の内容を示した表である。生徒の記事は1組1番から始まり、3組30番まで名簿番号の順番に掲載する。作業は下の【手順】をもとに進めた。次の問1～問4に答えなさい。

(青森県 2019年度)

図 1

掲載するページ	記事の内容	
1ページ	上段	学年主任より
	下段	1組担任より
2ページ	上段	2組担任より
	下段	3組担任より
3ページ	上段	1組1番
⋮	⋮	⋮
48ページ	下段	3組30番
	上段	集合写真
	下段	編集後記

【手順】

- ① 図2のように、1枚の用紙の左側と右側をそれぞれ上下2段に分け、^{おもて}表と^{うら}裏で計8つの記事を配置できるようにする。
- ② 1枚目表の左側を1ページ、右側を48ページとして-1-、-48-と表す。1ページの裏を2ページ、48ページの裏を47ページとして2枚目以降も1枚目と同様にページの番号をつける。
- ③ 図1のとおり1ページの上段から順に記事を配置する。
- ④ 図3のように、用紙を2つに折り1枚目表の1ページ、48ページが最も外側になるようにし、その内側に2枚目表、3枚目表…と順に綴じ込んでいく。

図 2

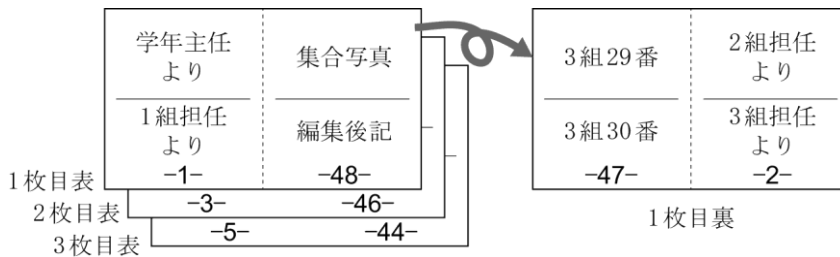
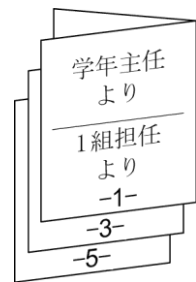


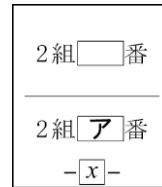
図 3



問 1 1組30番と3組1番の生徒の記事が掲載されるページはそれぞれ何ページになるか、求めなさい。

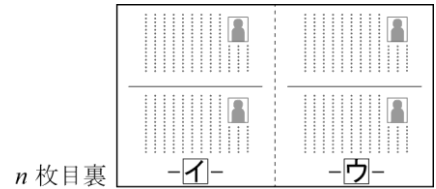
問2 図4は2組の生徒の記事が掲載されたページの配置である。このページを x ページとすると、 にあてはまる名簿番号を x を使った式で表しなさい。

図4



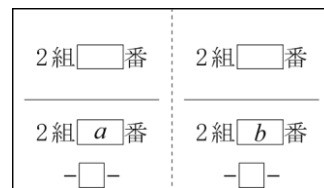
問3 図5は n 枚目裏の記事の配置である。, にあてはまるページをそれぞれ n を使った式で表しなさい。

図5



問4 図6はある用紙の記事の配置である。 $a-b=10$ となるとき、この用紙は何枚目の表か裏か、求めなさい。

図6



解答欄

問1	1組 30番		ページ
	3組 1番		ページ
問2	ア		
問3	イ		
	ウ		
問4	<input type="text"/> 枚目の <input type="text"/>		

解答

問 1

1 組 30 番 17 ページ

3 組 1 番 33 ページ

問 2

ア $2x-34$

問 3

イ $-2n+49$

ウ $2n$

問 4 11 枚目の 裏

解説

問 1

生徒の記事の前に学年主任と各組担任の記事が 2 ページ入り、また、1 ページに 2 つの記事が掲載されるから、1 組 30 番の生徒の記事が掲載されるのは、 $2+30\div 2=17$ (ページ) そのあと、2 組の 30 人の記事が、 $30\div 2=15$ (ページ)掲載されるから、3 組 1 番の生徒が掲載されるページは、 $17+15+1=33$ (ページ)

問 2

問 1 より、2 組の生徒の記事が始まる前に 17 ページあることがわかる。したがって、ある x ページに 2 組の生徒の記事が記載されているとすると、そのページは、2 組の生徒が掲載されたページとしては $(x-17)$ ページ目ということになる。また、1 ページに 2 つの記事が掲載されるから、アにあてはまる名簿番号は、 $2(x-17)=2x-34$ (番)

問 3

1 枚目、2 枚目、3 枚目、…の表の左側のページの番号は、1, 3, 5, …と 1 から連続する奇数ページとなり、裏の右側はそれぞれその直後のページになるので、ページの番号は、2, 4, 6, …と 2 から連続する偶数ページになる。ウは n 枚目裏の右側だから、 $2n$ ページ

また、表の右側のページの番号は、48, 46, 44, …と 2 ずつ減っていくが、左側は 2 ずつ増えていくので、何枚目であっても、右側と左側のページの番号の和は 49 になる。同様に、裏の左側は表の右側の直前のページになるので、ページの番号は、47, 45, 43, …と 2 ずつ減っていくが、右側は 2 ずつ増えていくので、何枚目であっても、表と同様に右側と左側のページの番号の和は 49 になる。

よって、イにあてはまるのは、 $49-2n$

問 4

何枚目であっても、ページの番号は表の左側がいちばん小さく、裏の右側、裏の左側、表の右側の順に大きくなる。 a, b はどちらも 2 組の名簿番号で、 a が b より 10 大きいから、ページの番号も左側のほうが大きく、裏であることがわかる。さらに、1 ページに 2 つの記事が掲載されることから、この用紙の裏のページの番号について、左側を p 、右側を q とすると、 $p-q=10\div 2=5$ …①

また、問 3 より、 $p+q=49$ …② ①、②を連立方程式として解くと、 $p=27$ $q=22$

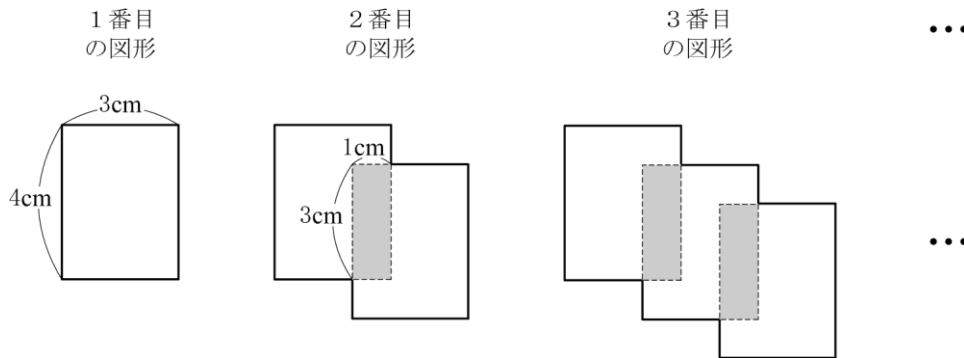
n 枚目裏の左側が 27 ページ、右側が 22 ページだから、問 3 より、 $2n=22$ $n=11$

よって、11 枚目の裏である。

【問 2】

次の図のように、縦 4 cm、横 3 cm の長方形の板を、一部が重なるように右下にずらして並べて図形をつくっていく。このとき、重なる部分は、すべて縦 3 cm、横 1 cm の長方形となるようにし、図形の面積は太線 (—) で囲まれた部分の面積とする。たとえば、2 番目の図形の面積は 21 cm^2 となる。

(秋田県 2019 年度)

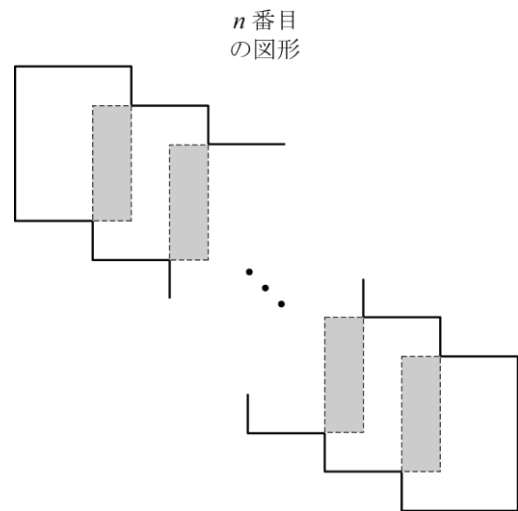


(1) 4 番目の図形の面積を求めなさい。

(2) 絵美さんは、 n 番目の図形の面積の求め方を考え、次のように説明した。[絵美さんの説明] が正しくなるように、アにはあてはまる数を、イ、ウにはあてはまる式を書きなさい。

[絵美さんの説明]

板 1 枚の面積は cm^2 、隣り合う板が重なる部分の面積は 3 cm^2 です。重なる部分は、たとえば 2 番目の図形では 1 か所、3 番目の図形では 2 か所あり、 n 番目の図形では () か所あります。これらのことから、 n 番目の図形の面積は、() cm^2 となります。



解答欄

(1)	cm^2	
(2)	ア	
	イ	
	ウ	

解答

(1) 39 cm^2

(2)

ア 12

イ $n-1$

ウ $9n+3$

解説

(1)

4番目の図形は重なる部分が3か所あるから、その面積は $(4 \times 3) \times 4 - (3 \times 1) \times 3 = 48 - 9 = 39(\text{cm}^2)$

(2)

(1)と同様に考えると、5番目の図形は重なる部分が4か所、6番目の図形は重なる部分が5か所、……、 n 番目の図形は重なる部分が $(n-1)$ か所ある。よって、 n 番目の図形の面積は $12 \times n - 3 \times (n-1) = 9n + 3(\text{cm}^2)$

【問3】

形も大きさも同じ半径 1 cm の円盤がたくさんある。これらを図 1 のように、縦 m 枚、横 n 枚 (m, n は 3 以上の整数) の長形状に並べる。このとき、4 つの角にある円盤の中心を結んでできる図形は長形状である。さらに、図 2 のように、それぞれの円盤は \times で示した点で他の円盤と接しており、ある円盤が接している円盤の枚数をその円盤に書く。例えば、図 2 は $m=3, n=4$ の長形状に円盤を並べたものであり、円盤 A は 2 枚の円盤と接しているので、円盤 A に書かれる数は 2 となる。同様に、円盤 B に書かれる数は 3、円盤 C に書かれる数は 4 となる。また、 $m=3, n=4$ の長形状に円盤を並べたとき、すべての円盤に他の円盤と接している枚数をそれぞれ書くと、図 3 のようになる。

図 1

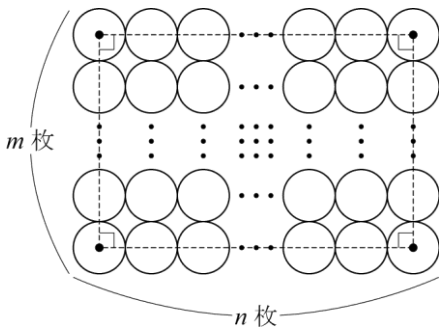


図 2

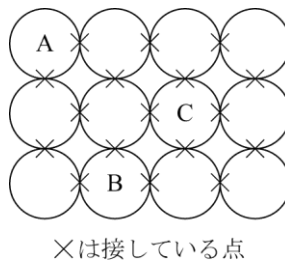
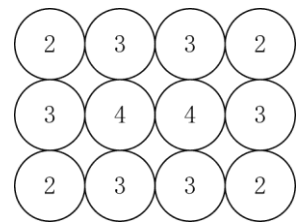


図 3



このとき、次の問 1、問 2、問 3、問 4 に答えなさい。

(栃木県 2019 年度)

問 1 $m=4, n=5$ のとき、3 が書かれた円盤の枚数を求めなさい。

問 2 $m=5, n=6$ のとき、円盤に書かれた数の合計を求めなさい。

問 3 $m=x, n=x$ のとき、円盤に書かれた数の合計は 440 であった。このとき、 x についての方程式をつくり x の値を求めなさい。ただし、途中の計算も書くこと。

問 4 次の文の①、②、③に当てはまる数を求めなさい。ただし、 a, b は 2 以上の整数で、 $a < b$ とする。

$m=a+1, n=b+1$ として、円盤を図 1 のように並べる。4 つの角にある円盤の中心を結んでできる長方形の面積が 780 cm^2 となると、4 が書かれた円盤の枚数は、 $a=(\text{①})$ 、 $b=(\text{②})$ のとき最も多くなり、その枚数は(③)枚である。

解答欄

問 1	枚
問 2	
問 3	答え (x=)
問 4	① () ② () ③ () 枚

解答

問1 10 枚

問2 98

問3

円盤に書かれた数の合計は

$$2 \times 4 + 3 \times 4(x-2) + 4 \times (x-2)^2 = 4x^2 - 4x$$

これが 440 になるから

$$4x^2 - 4x = 440$$

$$x^2 - x - 110 = 0$$

$$(x+10)(x-11) = 0$$

$$x = -10, x = 11$$

$$x \geq 3 \text{ より, } x = 11$$

答え ($x = 11$)

問4

①(13) ②(15) ③(168) 枚

解説

・ 2 が書かれた円盤は長方形の 4 つの角にのみあるから, その枚数は 4 枚

・ 3 が書かれた円盤は長方形の 4 つの角以外の一番外にあるもののみだから, その枚数は

$$2(m-2) + 2(n-2) = 2(m+n-4) \text{ (枚)} \cdots \cdots \text{①}$$

・ 4 が書かれた円盤は一番外にある円盤以外全部だから, その枚数は

$$mn - 2(m+n-4) - 4 = mn - 2m - 2n + 4 = (m-2)(n-2) \text{ (枚)} \cdots \cdots \text{②}$$

以下, これらをふまえて考えていく。

問1

①の式に $m=4, n=5$ を代入すると $2(4+5-4)=10$ (枚)

問2

①, ②にそれぞれ $m=5, n=6$ を代入すると, $2(5+6-4)=14$ (枚), $(5-2)(6-2)=12$ (枚)

よって, 円盤に書かれた数の合計は $2 \times 4 + 3 \times 14 + 4 \times 12 = 98$

問3

①, ②にそれぞれ $m=x, n=x$ を代入すると, $2(2x-4)=4(x-2)$ (枚), $(x-2)(x-2)=(x-2)^2$ (枚)

このとき, 円盤に書かれた数の合計は 440 だから $2 \times 4 + 3 \times 4(x-2) + 4 \times (x-2)^2 = 440$

$$2 + 3(x-2) + (x-2)^2 = 110 \quad (x-2)^2 + 3(x-2) - 108 = 0 \quad \{(x-2)+12\}\{(x-2)-9\} = 0$$

$$(x+10)(x-11) = 0 \quad x \geq 3 \text{ より, } x = 11$$

問4

4 つの角にある円盤の中心を結んでできる長方形の縦の長さは $2(m-1)$ cm, 横の長さは $2(n-1)$ cm で面積は 780cm^2 だから $4(m-1)(n-1) = 780 \quad (m-1)(n-1) = 195 \cdots \cdots \text{③}$

③に $m=a+1, n=b+1$ を代入すると $ab = 195 = 3 \times 5 \times 13 \cdots \cdots \text{④}$

4 が書かれた円盤の枚数は, ②に $m=a+1, n=b+1$ を代入して $(a-1)(b-1) = ab - (a+b) + 1$ (枚)

よって, 枚数が最も多くなるのは $a+b$ の値が最小のときである。

a, b は 2 以上の整数で $a < b$ であるから, ④より, $(a, b) = (3, 65), (5, 39), (13, 15)$

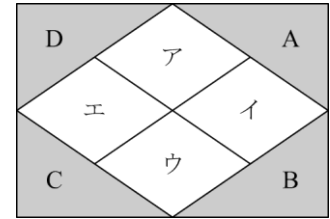
この中で $a+b$ の値が最小となるのは $(a, b) = (13, 15)$ のときである。

よって, 4 が書かれた円盤の枚数は, $a=13, b=15$ のとき最も多くなり, その枚数は $195 - 28 + 1 = 168$ (枚)である。

【問4】

右の図1のように、ア、イ、ウ、エと、A、B、C、Dの8つの部分に分けたカードがたくさんある。

図1



下の図2のように、1枚目のカードには、ア、イ、ウ、エに、1から順に連続する4つの自然数1、2、3、4をそれぞれ書く。また、アとイに書いた自然数の和である3をAに、イとウに書いた自然数の和である5をBに、ウとエに書いた自然数の和である7をCに、エとアに書いた自然数の和である5をDに、それぞれ書く。

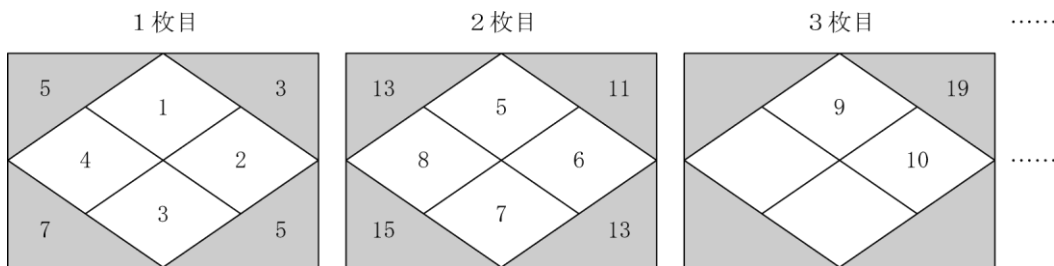
2枚目のカードには、ア、イ、ウ、エに、1つ前のカードのエに書いた4に続くように、連続する4つの自然数5、6、7、8をそれぞれ書く。また、A、B、C、Dには、1枚目と同じように自然数の和11、13、15、13をそれぞれ書く。

3枚目のカード以降も、この規則にしたがって自然数を書いていく。

このとき、次の問1～問3に答えなさい。

(千葉県 2019 年度 後期)

図2



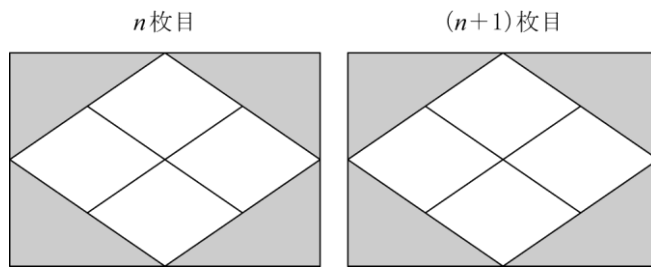
問1 4枚目のBの部分に書かれる自然数を求めなさい。

問2 ア、イ、ウ、エの部分に書かれる自然数のうち、58は何枚目のどの部分に書かれるか、求めなさい。

問3 下の図3のように、まだ自然数の書かれていない n 枚目、 $(n+1)$ 枚目の連続する2枚のカードがある。

このとき、次の(1)～(3)の問いに答えなさい。

図3



- (1) n 枚目のエの部分に書かれる自然数を、 n を用いた式で表しなさい。
- (2) $(n+1)$ 枚目のイの部分に書かれる自然数を、 n を用いた式で表しなさい。
- (3) n 枚目のDの部分に書かれる自然数と、 $(n+1)$ 枚目のAの部分に書かれる自然数との積が、5175となるとき、 n 枚目のアの部分に書かれる自然数を求めなさい。

解答欄

問1		
問2	枚目の の部分	
問3	(1)	
	(2)	
	(3)	

解答

問 1 29

問 2 15 (枚目の) イ (の部分)

問 3

(1) $4n$

(2) $4n+2$

(3) 33

解説

問 1

3 枚目のア, イ, ウ, エの部分に書かれる自然数は 9, 10, 11, 12 だから, 4 枚目のア, イ, ウ, エの部分に書かれる自然数は 13, 14, 15, 16 4 枚目の B の部分に書かれる自然数は, 4 枚目のイ+ウだから, $14+15=29$

問 2

$58 \div 4 = 14$ 余り 2 だから, 15 枚目に注目すると, 15 枚目のエの部分に書かれる自然数は $4 \times 15 = 60$ よって, 15 枚目のア, イ, ウ, エの部分に書かれる自然数は 57, 58, 59, 60 だから, 58 は 15 枚目のイの部分に書かれる自然数である。

問 3

(1)

エの部分に書かれる自然数に注目すると, 1 枚目から順に, 4, 8, 12, 16, ...となるから, n 枚目のエの部分に書かれる自然数は $4n$ である。

(2)

n 枚目のエの部分に書かれる自然数は $4n$ だから, $(n+1)$ 枚目のア, イ, ウ, エの部分に書かれる自然数は $4n+1, 4n+2, 4n+3, 4n+4$ よって, $4n+2$ である。

(3)

(1), (2) より, n 枚目のア, エの部分に書かれる自然数は $4n-3, 4n$ だから, D の部分に書かれる自然数は $4n-3+4n=8n-3$ $(n+1)$ 枚目のア, イの部分に書かれる自然数は $4n+1, 4n+2$ だから, A の部分に書かれる自然数は $4n+1+4n+2=8n+3$ $8n-3$ と $8n+3$ の積が 5175 となるので,

$(8n-3)(8n+3)=5175$ $64n^2-9=5175$ $n^2=81$ $n>0$ だから, $n=9$ 8 枚目のエの部分に書かれる自然数は $4 \times 8 = 32$ だから, 9 枚目のアの部分に書かれる自然数は $32+1=33$

【問 5】

Sさんのクラスでは、先生が示した問題をみんなで考えた。
次の各問に答えよ。

(東京都 2019 年度)

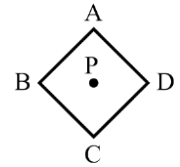
[先生が示した問題]

a を正の数, n を 2 以上の自然数とする。

右の図 1 で, 四角形 ABCD は, 1 辺 a cm の正方形であり, 点 P は, 四角形 ABCD の 2 つの対角線の交点である。

1 辺 a cm の正方形を, 次の [きまり] に従って, 順にいくつか重ねてできる図形の周りの長さについて考える。

図 1



[きまり]

次の①~③を全て満たすように正方形を重ねる。

- ① 重ねる正方形の頂点の 1 つを, 重ねられる正方形の対角線の交点に一致させる。
- ② 重ねる正方形の対角線の交点を, 重ねられる正方形の頂点の 1 つに一致させる。
- ③ 対角線の交点は, 互いに一致せず, 全て 1 つの直線上に並ぶようにする。

正方形を順に重ねてできる図形の周りの長さは, 右の図に示す太線(—)の部分とし, 点線(.....)の部分は含まないものとする。例えば右の図 2 は, 2 個の正方形を重ねてできた図形であり, 周りの長さは $6a$ cm となる。右の図 3 は, 3 個の正方形を重ねてできた図形であり, 周りの長さは $8a$ cm となる。

図 2

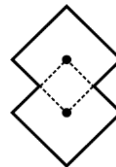


図 3

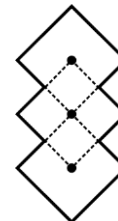
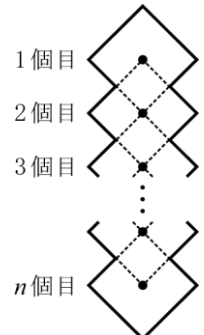


図 4



右の図 4 は, 正方形を n 個目まで順に重ねてできた図形を表している。

1 辺 a cm の正方形を n 個目まで順に重ねてできた図形の周りの長さを L cm とするとき, L を a , n を用いて表しなさい。

Sさんは, [先生が示した問題] の答えを次の形の式で表した。Sさんの答えは正しかった。

〈Sさんの答え〉 $L = \square$

問 1 〈Sさんの答え〉の \square に当てはまる式を, 次のア~エのうちから選び, 記号で答えよ。

- ア $4an$ イ $a(n+4)$ ウ $2a(n+2)$ エ $2a(n+1)$

Sさんのグループは、[先生が示した問題]をもとにして、正方形を円に変え、合同な円をいくつか重ねてできる図形の周りの長さを求める問題を考えた。

[Sさんのグループが作った問題]

l, r を正の数, n を2以上の自然数とする。

右の図5で, 点Oは, 半径 r cmの円の中心である。

半径 r cmの円を, 次の[きまり]に従って, 順にいくつか重ねてできる図形の周りの長さについて考える。

[きまり]

次の①, ②をともに満たすように円を重ねる。

- ① 重ねる円の周上にある1点を, 重ねられる円の中心に一致させる。
- ② 円の中心は, 互いに一致せず, 全て1つの直線上に並ぶようにする。

図5

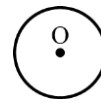
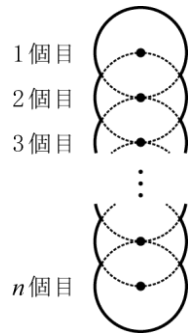


図6



右の図6は, 円を n 個目まで順に重ねてできた図形を表している。この図形の周りの長さは, 太線(—)の部分とし, 点線(.....)の部分は含まないものとする。

半径 r cmの円を n 個目まで順に重ねてできた図形の周りの長さを M cm, 半径 r cmの円の周りの長さを l cm とするとき, $M = \frac{1}{3}l(n+2)$ となることを示してみよう。

問2 [Sさんのグループが作った問題]で, $M = \frac{1}{3}l(n+2)$ となることを示せ。

解答欄

問 1	<input type="radio"/> Ⓐ <input type="radio"/> Ⓑ <input type="radio"/> Ⓒ <input type="radio"/> Ⓓ
問 2	$M = \frac{1}{3} \ell (n + 2)$

解答

問 1 工

問 2

1 個目と n 個目の円の太線の部分の長さの合計は、

$$2\pi r \times \frac{240}{360} \times 2 \text{ となる。}$$

また、2 個目から $(n-1)$ 個目までの円の太線の部分の長さの合計は、

$$2\pi r \times \frac{60}{360} \times 2 \times (n-2) \text{ となる。}$$

よって、

$$M = 2\pi r \times \frac{240}{360} \times 2 + 2\pi r \times \frac{60}{360} \times 2 \times (n-2)$$

$$= 2\pi r \times \frac{4}{3} + 2\pi r \times \frac{1}{3} \times (n-2)$$

$$= \frac{1}{3} \times 2\pi r \times \{4 + (n-2)\}$$

$$= \frac{1}{3} \times 2\pi r \times (n+2)$$

$\ell = 2\pi r$ であるから、

$$M = \frac{1}{3}\ell(n+2)$$

解説

問 1

図 2 で、1 辺 a cm の正方形(以下正①とよぶ)を 2 個重ねると点線の正方形(以下正②とよぶ)は 1 個できる。正①を 3 個重ねると正②は 2 個できる。正①を 4 個重ねると正②は 3 個できる。このように続けていくと、正①を n 個重ねると正②は $(n-1)$ 個できることがわかる。 n 個の正①の周りの長さの和は

$4a \times n = 4an$ (cm) で、 $(n-1)$ 個の正②の周りの長さの和は $\frac{a}{2} \times 4 \times (n-1) = 2a(n-1)$ (cm) だから、

$$L = 4an - 2a(n-1) = 2a(n+1)$$

問 2

1 個目と n 個目、2 個目から $(n-1)$ 個目に分けて考える。1 個目の円の太線部分(弧)に対する中心角は

240° だから、その長さは $2\pi r \times \frac{240}{360}$ 、 n 個目の円の太線部分の長さも同様に $2\pi r \times \frac{240}{360}$ である。

よって、1 個目と n 個目の円の太線部分の長さの合計は $2\pi r \times \frac{240}{360} \times 2$ となる。

また、2 個目の円の左右の太線部分(弧)に対する中心角はどちらも 60° だから、その合計は

$2\pi r \times \frac{60}{360} \times 2$ 、3 個目から $(n-1)$ 個目の円の太線部分の長さも同様に $2\pi r \times \frac{60}{360} \times 2$ である。

よって、2 個目から $(n-1)$ 個目の円の太線部分の長さの合計は $2\pi r \times \frac{60}{360} \times 2 \times (n-2)$ となる。

$$\text{よって、} M = 2\pi r \times \frac{240}{360} \times 2 + 2\pi r \times \frac{60}{360} \times 2 \times (n-2) = 2\pi r \times \frac{4}{3} + 2\pi r \times \frac{1}{3} \times (n-2) = \frac{1}{3} \times 2\pi r \times \{4 + (n-2)\}$$

$$= \frac{1}{3} \times 2\pi r \times (n+2)$$

$$\ell = 2\pi r \text{ であるから、} M = \frac{1}{3}\ell(n+2)$$

(別解)

点 O を中心とする半径 r cm の円を 2 個重ねたときを考える。

このとき、点線の部分の長さは半径 r cm、中心角 120° のおうぎ形の弧 2 つの長さと同じから、その長

さは $2\pi r \times \frac{120}{360} \times 2 = \frac{4\pi r}{3}$ である。問 1 と同様に考えると、円を n 個重ねたとき、点線部分は $(n-1)$ 個できる

から、太線部分の長さは

$$2\pi r \times n - \frac{4\pi r}{3} \times (n-1) = \frac{2\pi r n}{3} + \frac{4\pi r}{3} = \frac{2\pi r(n+2)}{3} \text{ となる。}$$

$$\text{よって、} \ell = 2\pi r \text{ より } M = \frac{1}{3}\ell(n+2)$$

【問 6】

下の図 1 のように、長方形の紙に 40 行、5 列のます目が書かれており、1 行目の 1 列目から、1 から自然数を小さい順に 5 個ずつ書いていき、各行とも 5 列目にきたら、次の行の 1 列目に移り、続けて順番に自然数を書いていく。自然数を書いた後、下の写真のように、長方形の紙の 2 つの縦の辺が重なるようにつなげて円筒にする。また、下の図 2 は、円筒に書かれている自然数 n と、その上下左右に書かれている 4 つの自然数 a, b, c, d を抜き出したものであり、4 つの自然数 a, b, c, d の和を X とする。このとき、次の問 1～問 3 に答えなさい。ただし、 n は 6 以上 195 以下の自然数とする。

(新潟県 2019 年度)

図 1

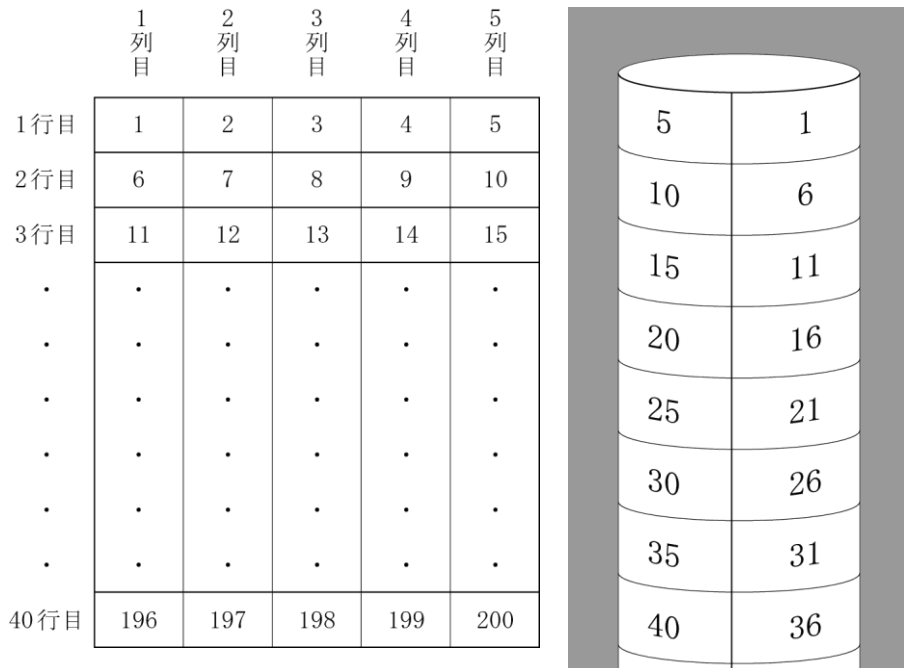
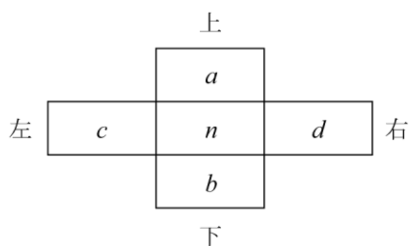


図 2



問 1 $n=7, n=15, n=76$ のときの X の値を、それぞれ答えなさい。

問 2 次の (1), (2) の問いに答えなさい。

(1) n が、図 1 の 2 列目のます目にあるとき、 X を n を用いて表しなさい。

(2) n が、図 1 の 1 列目のます目にあるとき、 X を n を用いて表しなさい。

問 3 X の値が 6 の倍数になるような n の値は何個あるか。求めなさい。

解答欄

問 1	$n=7$ のとき $X=$	
	$n=15$ のとき $X=$	
	$n=76$ のとき $X=$	
問 2	(1)	$X=$
	(2)	$X=$
問 3	[求め方]	
	答	個

解答

問 1

$n=7$ のとき $X=28$

$n=15$ のとき $X=55$

$n=76$ のとき $X=309$

問 2

(1) $X=4n$

(2) $X=4n+5$

問 3

[求め方]

n が 1 列目のとき、 $X=4n+5$ であり、 n が 5 列目のとき、 $X=4n-5$ である。

これらは、奇数だから、6 の倍数にはならない。

n が 2 列目のとき、 $X=4n$ であり、 n が 3 列目、4 列目のときも、 $X=4n$ であるから、これらが 6 の倍数になるのは、 n が 3 の倍数のときである。6 以上 195 以下の自然数のうち、3 の倍数は、64 個ある。

そのうち、5 で割った余りが 0 と 1 である自然数の 26 個は適さないので、それらを除く。

よって、 $64-26=38$ 個である。

答 38 個

解説

問 1

$n=7$ のとき、 $X=2+12+6+8=28$

$n=15$ のとき、 $X=10+20+14+11=55$

$n=76$ のとき、76 は 5 で割ると 1 余るから 1 列目の数である。

よって、 $X=71+81+80+77=309$

問 2

(1)

n が 2 列目にあるとき、 $a=n-5$ 、 $b=n+5$ 、 $c=n-1$ 、 $d=n+1$ だから

$X=(n-5)+(n+5)+(n-1)+(n+1)=4n$

(2)

n が 1 列目にあるとき、 $a=n-5$ 、 $b=n+5$ 、 $c=n+4$ 、 $d=n+1$ だから

$X=(n-5)+(n+5)+(n+4)+(n+1)=4n+5$

問 3

問 2 の (2) と同様にすると、 n が 5 列目にあるとき $X=4n-5$ である。 n が 1 列目と 5 列目にあるときは X の値は奇数だから 6 の倍数ではない。問 2 の (1) と同様にすると、 n が 3、4 列目にあるときも $X=4n$ で偶数である。

よって、 n が 2、3、4 列目にあるとき、 n が 3 の倍数であれば X は 6 の倍数になる。6(=3×2)以上 195(=3×65)以下の自然数のうち、3 の倍数は 64 個である。そのうち、5 で割った余りが 0 である自然数 15、30、45、…、195 と 5 で割った余りが 1 である自然数 6、21、36、…、186 の $13+13=26$ (個)は適さないので、求める n の値の個数は $64-26=38$ (個)

【問 7】

右の図のように、自然数を規則的に書いていく。各行の左端の数は、2 から始まり上から下へ順に 2 ずつ大きくなるようにする。さらに、2 行目以降は左から右へ順に 1 ずつ大きくなるように、2 行目には 2 個の自然数、3 行目には 3 個の自然数、…と行の数と同じ個数の自然数を書いていく。

このとき、次の問いに答えなさい。

(富山県 2019 年度)

1行目	2				
2行目	4	5			
3行目	6	7	8		
4行目	8	9	10	11	
5行目	10	11	12	13	14
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

問 1 7 行目の左から 4 番目の数を求めなさい。

問 2 n 行目の右端の数を n で表しなさい。

問 3 31 は何個あるか求めなさい。

解答欄

問 1	
問 2	
問 3	個

解答

問 1 17

問 2 $3n-1$

問 3 5 個

解説

問 1

6 行目の左端の数は $10+2=12$ だから、7 行目の左端の数は $12+2=14$

よって、7 行目の左から 4 番目の数は、 $14+1+1+1=17$

問 2

n 行目の左端の数は $2n$ また、 n 行目には n 個の自然数が書かれる。左から n 番目の数は、左端の数より $n-1$ 大きいから、 n 行目の右端の数は、 $2n+(n-1)=3n-1$

問 3

同じ行の中では右にいくほど大きい数になる。また、**問 2** より、右端の数は 3 の倍数から 1 をひいた値になる。31 以上で、3 の倍数から 1 をひいた数のうち、最も小さい数は 32

右端が 32 となる行は、 $3n-1=32$ $3n=33$ $n=11$

したがって、1 行目、2 行目、…と順に見ていくと、最初に 31 が書かれるのは 11 行目の右端から 2 つ目ということになる。

また、 $31\div 2=15$ 余り 1 より、15 行目の左端の数は $15\times 2=30$ で、16 行目の左端の数は $16\times 2=32$ だから、最後に 31 が書かれるのは 15 行目の左端から 2 つ目ということになる。

よって、31 が書かれる行は 11 行目から 15 行目までに 1 行に 1 つずつあるから、31 の個数は 5 個。

【問 8】

図 1, 図 2 のように, 1 辺の長さが 1 m の正六角形 ABCDEF がある。点 P と点 Q は, 中の規則にしたがって, この辺上を動く。

<規則>

- ・点 P は反時計回りに毎秒 2 m の速さで辺上を動く。
- ・点 Q は時計回りに毎秒 1 m の速さで辺上を動く。

このとき, 次の問 1, 問 2 に答えなさい。

(石川県 2019 年度)

問 1 図 1 のように, 2 点 P, Q は頂点 A を同時に出発し, 辺上を動く。P, Q が出発してから初めて出会うのは何秒後か, 求めなさい。

問 2 図 2 のように, 2 点 P, Q はそれぞれ頂点 A, D を同時に出発し, 辺上を動く。P, Q が頂点 C 上で n 回出会うとき, それまでに P が動いた長さを n を用いた式で表しなさい。また, その考え方を説明しなさい。説明においては, 図や表, 式などを用いてよい。ただし, n は自然数とする。

図 1

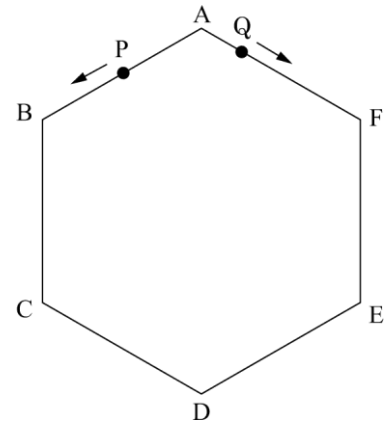
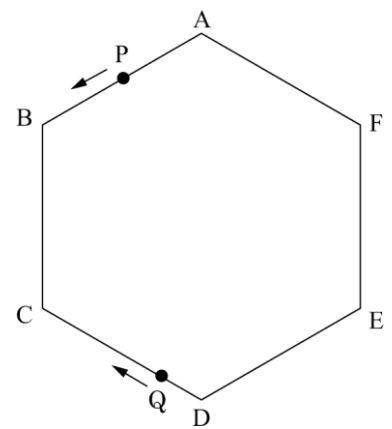


図 2



解答欄

問 1	秒後
問 2	[n を用いた式] m
	[考え方]

解答

問 1 2 秒後

問 2

〔 n を用いた式〕 $(12n-10)m$

〔考え方〕

2 点 P, Q が頂点 C で初めて出会うのは, P が 2 m 動いたときで, その後 12 m 動くごとに C で出会う。

C で出会う回数	1	2	3	...
P が動いた長さ	2	2+12	2+12×2	...

表より, C で n 回出会うときの P が動いた長さは

$$2+12(n-1)=12n-10$$

解説

問 1

点 P, Q は頂点 A から逆方向に動いていくから, 点 P, Q は初め 6m 離れていると考えてよい。

1 秒ごとに 2 点は 3m 近づくから, 初めて出会うのは $6\div 3=2$ (秒後)

問 2

2 点 P, Q が頂点 C で初めて出会うのは点 P が 2m 動いたときである。

その後, 点 P が 12m 動くごとに 2 点は頂点 C で出会う。

すなわち, 1 回目は 2m, 2 回目は $(2+12\times 1)m$, 3 回目は

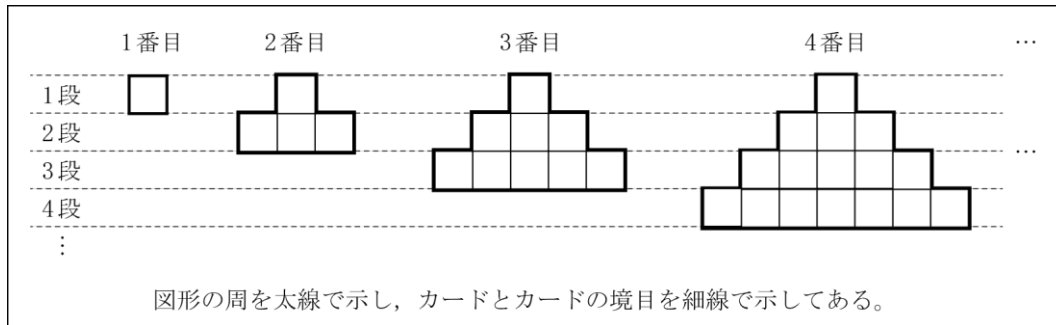
$(2+12\times 2)m$, 4 回目は $(2+12\times 3)m$, ……と動くごとに会う。

よって, 2 点が頂点 C で n 回出会うときの点 P が動いた長さは $2+12\times (n-1)=12n-10(m)$

【問9】

図1のように、1辺の長さが1 cm の正方形のカードをすき間なく並べて順番に図形を作る。段の数は、順に1段ずつ増やし、一番下の段のカードの枚数は、順に2枚ずつ増やす。

図1



次の問1～問4に答えなさい。

(岐阜県 2019 年度)

問1 5番目の図形について、

- (1) 一番下の段のカードの枚数を求めなさい。
- (2) 周の長さを求めなさい。

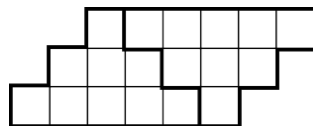
問2 n 番目の図形について、

- (1) 一番下の段のカードの枚数を、 n を使った式で表しなさい。
- (2) 周の長さを、 n を使った式で表しなさい。

問3 次の文章は、カードの総数について、花子さんの考えをまとめたものである。□に n を使った式を当てはまるように書きなさい。

3番目の図形のカードの総数は、数えると9枚である。図2のように、3番目の図形と、それをひっくり返した図形を組み合わせた図形を作り、計算で求めることもできる。図2の図形では、カードが6枚ずつ3段あるから、総数は18枚である。よって、3番目の図形のカードの総数は9枚である。

図2



同じように考えると、 n 番目の図形のカードの総数は、□枚となる。

問4 カードとカードの境目の長さの和は、3番目の図形では10 cm である。 n 番目の図形では何 cm であるかを求めなさい。

解答欄

問 1	(1)	枚
	(2)	cm
問 2	(1)	枚
	(2)	cm
問 3		枚
問 4		cm

解答

問 1

(1) 9 枚

(2) 28 cm

問 2

(1) $(2n-1)$ 枚

(2) $(6n-2)$ cm

問 3 n^2 枚

問 4 $(2n^2-3n+1)$ cm

解説

問 1

(1)

4 番目の図形の一番下の段のカードの枚数が 7 枚で、一番下の段のカードの枚数は順に 2 枚ずつ増えるから、5 番目の図形では $7+2=9$ (枚)

(2)

5 番目の図形の周の太線について、縦の線は $5 \times 2 = 10$ (cm)あり、横の線は $9 \times 2 = 18$ (cm)あるので、5 番目の図形の周の長さは $10+18=28$ (cm)

問 2

(1)

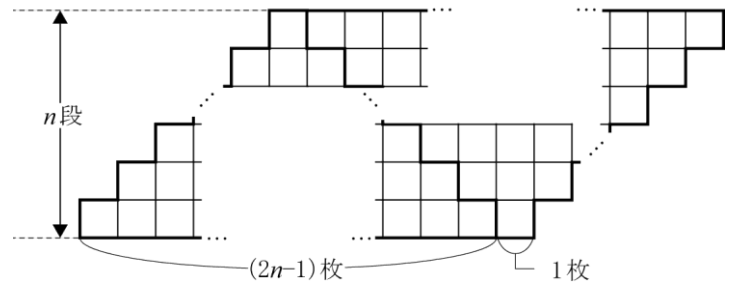
一番下の段のカードの枚数は順に 2 枚ずつ増えるから、 n 番目の図形が一番下の段のカードの枚数は $1+2 \times (n-1) = 2n-1$ (枚)

(2)

n 番目の図形の周の太線について、縦の線は $n \times 2 = 2n$ (cm)あり、横の線は $(2n-1) \times 2 = 4n-2$ (cm) あるので、 n 番目の図形の周の長さは $2n+4n-2=6n-2$ (cm)

問 3

問 2 の (1) より、 n 番目の図形が一番下の段のカードの枚数は $(2n-1)$ 枚だから、 n 番目の図形を組み合わせてできる図形は右の図のようになる。よって、 n 段全てに $2n-1+1=2n$ (枚) ずつ並ぶので、この図形のカードの総数は $n \times 2n = 2n^2$ (枚)となるから、 n 番目の図形のカードの総数は、 $2n^2 \div 2 = n^2$ (枚)となる。



問 4

カード 1 枚につき 4 つの辺があり、カードとカードの境目は 2 つの辺が組み合わさってできている。また、図形の周になっている辺の 1cm 分は 1 つの辺からできているから、

(カードとカードの境目の長さの和) = $\{4 \times (\text{カードの総数}) - (\text{図形の周の長さ})\} \div 2$ が成り立つ。

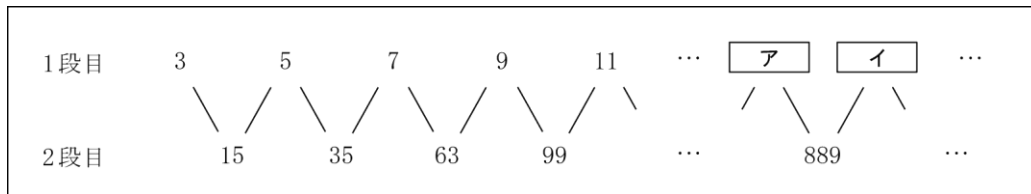
問 3 より、 n 番目の図形のカードの総数は n^2 枚、問 2 の (2) より、 n 番目の図形の周の長さは $(6n-2)$ cm だから、 n 番目の図形のカードとカードの境目の長さの和は、 $\{4 \times n^2 - (6n-2)\} \div 2 = 2n^2 - 3n + 1$ (cm)

【問 10】

次のように、自然数を一定の規則にしたがい 1 段目と 2 段目にそれぞれ並べた。

このとき、**ア**，**イ** にあてはまる自然数を求めなさい。

(愛知県 A 2019 年度)



解答欄

ア (), イ ()
--

解答

ア(29), **イ**(31)

解説

1 段目の数は右に 1 つ進むごとに 2 ずつ増えており、はじめの数が 3 であることから、1 段目の数はすべて奇数である。また、2 段目の数は 1 段目の隣り合う 2 数の積である。

ここで、**ア**にあてはまる数を $x-1$ とすると、**イ**にあてはまる数は $x+1$ となり、2 数の積が 899 となることから、 $(x-1)(x+1)=899$ が成り立つ。

整理すると $x^2-1=899$ $x^2=900$ $x=\pm 30$ x は 4 以上の自然数だから、 $x=30$

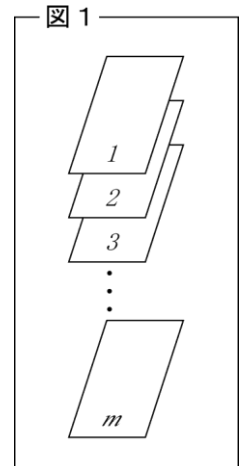
よって、**ア**にあてはまる数は $30-1=29$ 、**イ**にあてはまる数は $30+1=31$ で、ともに奇数だから問題にあう。

【問 11】

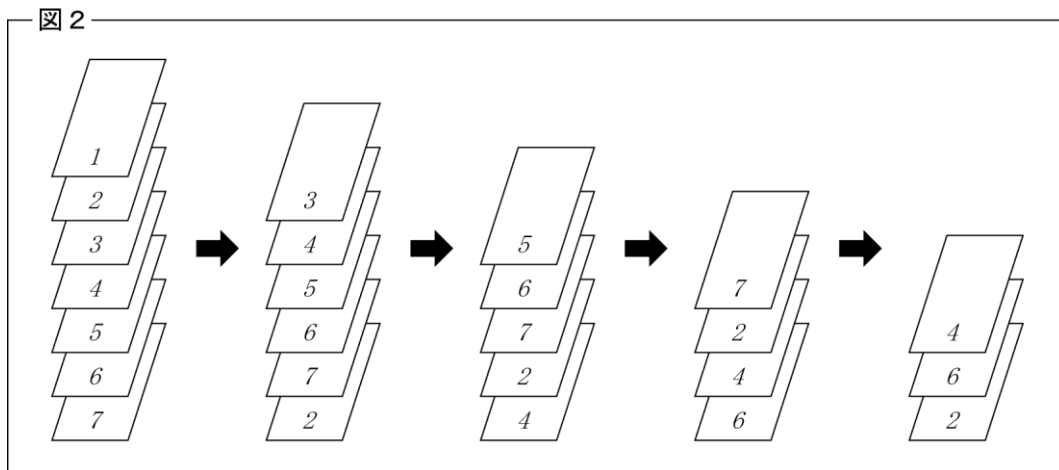
右の図 1 のように、1 から m までの自然数が書かれたカードが 1 枚ずつあり、下にあるカードほど書かれた数が大きくなるように、重ねて置かれている。これらのカードに対し、次の〈操作〉をくり返し行った後、残ったカードのうち、一番上のカードに書かれている数と一番下のカードに書かれている数を調べる。

〈操作〉

重ねて置いてあるカードの、上から 2 番目のカードを一番下に移動し、一番上のカードは取り除く。



次の図 2 のように、たとえば、 $m=7$ において、残ったカードが 3 枚になるまで〈操作〉をくり返し行うとき、残った 3 枚のカードのうち、一番上のカードに書かれている数は 4、一番下のカードに書かれている数は 2 となる。



このとき、次の問 1～問 3 に答えよ。ただし、 m は 3 以上の自然数とする。

(京都府 2019 年度 前期)

- 問 1 $m=8$ において、残ったカードが 4 枚になるまで〈操作〉をくり返し行うとき、残った 4 枚のカードのうち、一番上のカードに書かれている数と、一番下のカードに書かれている数をそれぞれ求めよ。
- 問 2 $m=31$ において、残ったカードが 16 枚になるまで〈操作〉をくり返し行うとき、残った 16 枚のカードのうち、一番上のカードに書かれている数と、一番下のカードに書かれている数をそれぞれ求めよ。
- 問 3 $m=294$ において、残ったカードが 73 枚になるまで〈操作〉をくり返し行うとき、残った 73 枚のカードのうち、一番上のカードに書かれている数と、一番下のカードに書かれている数をそれぞれ求めよ。

解答欄

問 1	一番上のカードに書かれている数	一番下のカードに書かれている数
問 2	一番上のカードに書かれている数	一番下のカードに書かれている数
問 3	一番上のカードに書かれている数	一番下のカードに書かれている数

解答

問 1

一番上のカードに書かれている数 2

一番下のカードに書かれている数 8

問 2

一番上のカードに書かれている数 31

一番下のカードに書かれている数 30

問 3

一番上のカードに書かれている数 8

一番下のカードに書かれている数 4

解説

問 1

$m=8$ のとき、最初のカードは 8 枚で、書かれている数を上から順に記すと、「1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8」

〈操作〉をくり返し行ったとき、残ったカードに書かれている数は、

1 回目の〈操作〉で、「2」が一番下に移動し、「1」が取り除かれるから、「3, 4, 5, 6, 7, 8, 2」

2 回目の〈操作〉で、「4」が一番下に移動し、「3」が取り除かれるから、「5, 6, 7, 8, 2, 4」

3 回目の〈操作〉で、「6」が一番下に移動し、「5」が取り除かれるから、「7, 8, 2, 4, 6」

4 回目の〈操作〉で、「8」が一番下に移動し、「7」が取り除かれるから、「2, 4, 6, 8」

となるから、一番上に書かれている数は 2、一番下に書かれている数は 8

問 2

$m=31$ のとき、最初のカードは 31 枚。〈操作〉を 1 回行うごとに、カードは 1 枚ずつ減っていくから、残ったカードが 16 枚になるのは、〈操作〉を $31-16=15$ (回)行ったあと。

また、最初のカード 31 枚のうち、奇数が書かれたカードは「1, 3, 5, …, 31」の 16 枚、偶数が書かれたカードは「2, 4, 6, …, 30」の 15 枚。

したがって、15 回の〈操作〉において、偶数が書かれたカードが「2, 4, 6, …, 30」の順に 1 枚ずつ一番下に移動し、奇数が書かれたカードが「1, 3, 5, …, 29」の順に 1 枚ずつ取り除かれるから、残った 16 枚のカードのうち、一番上に書かれている数は 31、一番下に書かれている数は 30

問 3

$m=294$ のとき、最初のカードは 294 枚。残ったカードが 73 枚になるのは、〈操作〉を $294-73=221$ (回)行ったあと。

また、 $294 \div 2 = 147$ より、最初のカード 294 枚のうち、奇数が書かれたカードと偶数が書かれたカードは、どちらも 147 枚ある。

したがって、1 回目から 147 回目までの〈操作〉によって、奇数が書かれたカードがすべて取り除かれ、残ったカードに書かれた数は「2, 4, 6, …, 294」となる。

さらに、 $221-147=74$ より、あと〈操作〉を 74 回くり返すことになるが、そのうち 148 回目から 220 回目までの 73 回の〈操作〉においては、4 の倍数が書かれたカードが「4, 8, 12, …, 292」の順に 1 枚ずつ一番下に移動し、4 の倍数以外の偶数が書かれたカードが「2, 6, 10, …, 290」の順に 1 枚ずつ取り除かれて、残ったカードは「294, 4, 8, 12, …, 292」の 74 枚となる。

そして、最後の 221 回目の〈操作〉によって、「4」が一番下に移動し、「294」が取り除かれるから、「8」が一番上になる。

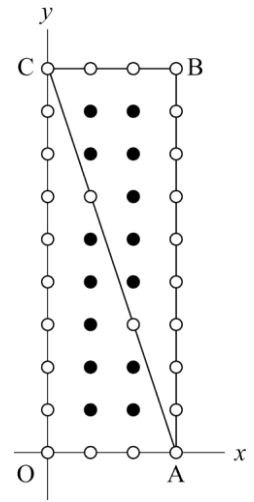
【問 12】

m を自然数とする。原点 O , $A(m, 0)$, $B(m, 3m)$, $C(0, 3m)$ の 4 つの点を頂点とする長方形 $OABC$ がある。長方形 $OABC$ の周上および対角線 AC 上にある, x 座標, y 座標がともに整数である点を \circ で表し, 白い点とよぶことにする。また, $\triangle OAC$ および $\triangle ABC$ の内部にある, x 座標, y 座標がともに整数である点を \bullet で表し, 黒い点とよぶことにする。

右の図のように, たとえば, $m=3$ のとき, 白い点の個数は 26 個, 黒い点の個数は 14 個である。

このとき, 次の問 1・問 2 に答えよ。

(京都府 2019 年度 中期)



問 1 $m=4$ のとき, 白い点の個数および黒い点の個数を求めよ。

問 2 白い点の個数が 458 個である m の値を求めよ。また, そのときの黒い点の個数を求めよ。

解答欄

問 1	白い点 個	黒い点 個
問 2	$m=$	
	黒い点 個	

解答

問 1

白い点 35 個

黒い点 30 個

問 2

$m=51$

黒い点 7550 個

解説

問 1

$m=4$ のとき, $A(4, 0)$, $B(4, 12)$, $C(0, 12)$ である。白い点と黒い点の個数の合計は, $(12+1) \times (4+1) = 65$ (個) 白い点は, $(12+1) \times 2 + (4-1) \times 3 = 35$ (個)だから, 黒い点は, $65 - 35 = 30$ (個)

問 2

$A(m, 0)$, $B(m, 3m)$, $C(0, 3m)$ のとき, 白い点は, $(3m+1) \times 2 + (m-1) \times 3 = 9m-1$ (個)である。白い点の個数は 458 個だから, $9m-1=458$ $m=51$

白い点と黒い点の個数の合計は, $(3m+1)(m+1)$ 個だから, $m=51$ を代入すると, $154 \times 52 = 8008$ (個) よって, 黒い点の個数は, $8008 - 458 = 7550$ (個)

【問 13】

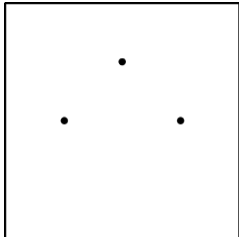
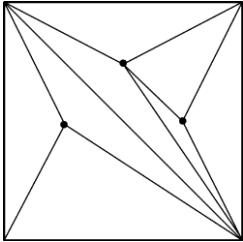
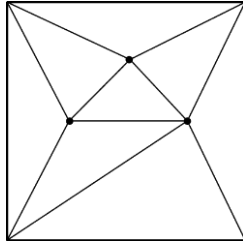
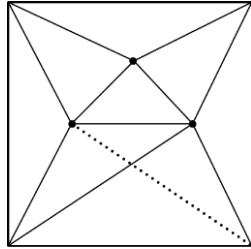
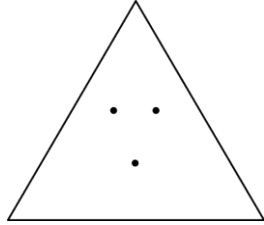
先生とゆうきさんは、次のルールにしたがって、正多角形をできるだけ多くの三角形に分割した。

<ルール>

- ・最初に、正多角形の内部にいくつかの点をとる。
- ・正多角形の頂点や内部の点を線分で結ぶ。
- ・線分どうしは交わらない。
- ・2点を結ぶ線分上に、他の点はない。

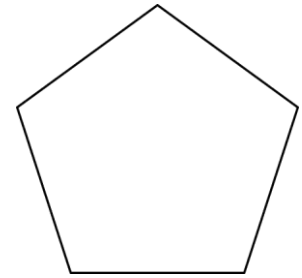
このとき、① ~ ⑥ にあてはまる数や式を求めなさい。また、⑦ にあてはまるものを、A~E から 1 つ選んで書きなさい。

(兵庫県 2019 年度)

先	<p>生：最初に、正方形の内部に 3 個の点をとって、できるだけ多くの三角形に分割したとき、ひいた線分の本数とできた三角形の個数について調べてみましょう。</p> <p>例えば、図 1 のように 3 個の点をとります。</p>	<p>図 1</p> 
先	<p>生：図 2、図 3 を見てください。分割方法は他にもありますが、もとの正方形はともに 10 本の線分で、8 個の三角形に分割されています。</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>図 2</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>図 3</p>  </div> </div>
先	<p>生：なお、図 3 において、11 本目の線分 (例えば図 4 の点線) をひこうとしても、他の線分と交わってしまうため、ルール上 11 本目の線分をひくことはできません。</p>	<p>図 4</p> 
先	<p>生：次に、図 5 のように正三角形の内部に 3 個の点をとったとき、ひいた線分の本数と分割してできた三角形の個数について調べてみましょう。</p>	<p>図 5</p> 
ゆうきさん：	<p>① 本の線分で、② 個の三角形に分割できます。</p>	

先生：次に、図6の正五角形の内部にゆうきさんが4個の点をとって、ひいた線分の本数と分割してできた三角形の個数について調べてみましょう。

図6



ゆうきさん：③本の線分で、④個の三角形に分割できます。確認のため、分割方法を変えて何度かやってみましたが、どの場合も同じ結果になりました。何か法則がありそうですね。

先生：まずは、分割してできた三角形の個数について、図3を使って考えてみましょう。三角形の内角の和に着目すると、どのようなことがいえますか。

ゆうきさん：分割してできた8個の三角形の内角の和を合計すると、もとの正方形の内角の和と、内部にとった3個の点の周りの 360° ずつを合計したものに等しくなります。

先生：そうですね。

先生：ここで、正 n 角形の内部に m 個の点を取り、分割してできた三角形の個数を x として、 x を m と n を用いて表してみましょう。

ゆうきさん：さっき気づいた関係を利用すると、 $x = ⑤$ となるので、⑤個の三角形に分割できることがわかりました。

先生：次に、内部にひいた線分の本数を y として、 y を m と n を用いて表してみましょう。

ゆうきさん：辺を共有していない x 個の三角形の辺の数を合計すると $3x$ です。これを利用すると、 $y = ⑥$ となるので、⑥本の線分がひけるということですね。

先生：そのとおりです。 m と n が決まれば、ひける線分の本数が求められるということです。

ゆうきさん：では、正二十角形の内部に19個の点をとって、A, B, C, D, Eの5人が、この順番で繰り返し線分を1本ずつひいていき、最後の線分をひいた人が勝つというゲームをすれば、必ず⑦が勝つことになりそうですね。

解答欄

①	
②	
③	
④	
⑤	
⑥	
⑦	

解答

①9

②7

③14

④11

⑤ $2m+n-2$

⑥ $3m+n-3$

⑦D

解説

正 n 角形の内部に m 個の点を取り、分割してできた三角形の個数を x として、 x を m と n を用いて表す。
 三角形 x 個の内角の和は正 n 角形の内角の和と内部にとった m 個の点の周りの 360° ずつを合計したものに等しくなるから、 $180^\circ \times x = 180^\circ \times (n-2) + 360^\circ \times m$ $x = n-2 + 2m = 2m+n-2$
 辺を共有していない x 個の三角形の辺の数は $3x$ で、正 n 角形で 2 つの辺を共有していない辺の数は n 本だから、 $3x - n = 6m + 2n - 6$ (本)は共有する辺である。よって、 $y = (6m + 2n - 6) \div 2 = 3m + n - 3$
 $n=20$, $m=19$ のとき、 $y=74=5 \times 14 + 4$ だから、最後に線分をひいた人は D で、必ず勝つのは D である。

【問 14】

中学校 3 年生の和歌子さんたちは、修学旅行の夕食の時間にホテルの食事会場を訪れた。食事会場には、図 1 のように、テーブル 1 卓につき 6 席の座席がある複数のテーブルが設けられている。テーブルは正面に近い方から、第 1 列、第 2 列、第 3 列、…、第 20 列まで設けられている。第 1 列には、横に 3 卓のテーブル、第 2 列には、横に 4 卓のテーブル、第 3 列には、横に 3 卓のテーブルが設けられている。このように、列の番号が奇数の列には、横に 3 卓のテーブル、列の番号が偶数の列には、横に 4 卓のテーブルが設けられている。

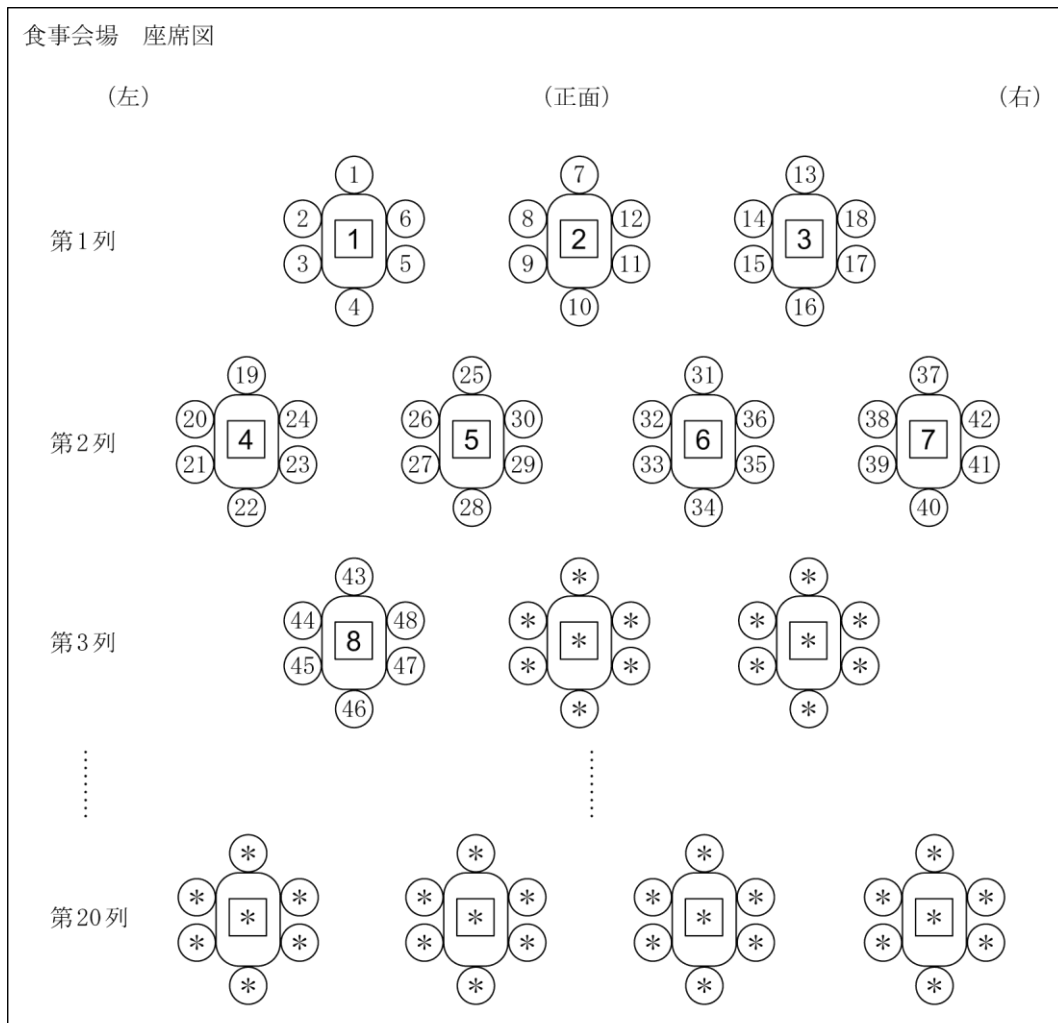
各テーブルには、正面に向かって左側から順にテーブル番号がつけられており、第 1 列のテーブルには、**1**、**2**、**3**、第 2 列のテーブルには、第 1 列のテーブル番号の続きから **4**、**5**、**6**、**7** の番号がつけられている。このように、第 20 列までテーブル番号がつけられている。

また、各座席には、テーブルの正面側の座席から、反時計回りに座席番号がつけられている。テーブル **1** の座席には、**①**、**②**、**③**、…、**⑥** の座席番号、テーブル **2** の座席には、テーブル **1** の座席番号の続きから、**⑦**、**⑧**、**⑨**、…、**⑫** の座席番号がつけられている。このように第 20 列までのすべてのテーブルの座席に座席番号がつけられている。

このとき、次の問 1～問 4 に答えなさい。

(和歌山県 2019 年度)

図 1



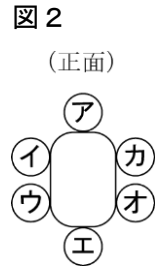
*は、あてはまる数を省略したことを表している。

問1 次の(1), (2)に答えなさい。

- (1) 座席は全部で何席あるか, 求めなさい。
- (2) 第7列の最も左側にあるテーブル番号は何番か, 求めなさい。

問2 和歌子さんの座席番号が176番であるとき, 和歌子さんのテーブル番号は何番か, 求めなさい。

また, 和歌子さんは, テーブルのどの座席に座ることになるか, 図2のア~カの中から1つ選び, その記号をかきなさい。



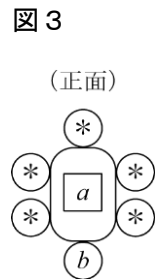
問3 図3は, テーブル a のテーブルとその座席を表したものである。

次の表は, テーブル番号と, そのテーブルの最も大きい座席番号, そのテーブルの正面から最も遠い座席の座席番号についてまとめたものである。

このとき, a と b の関係を等式で表しなさい。

テーブル番号	1	2	3	...	a	...	20
最も大きい座席番号	6	12	18	...	*	...	*
正面から最も遠い座席の座席番号	4	10	16	...	b	...	*

*は, あてはまる数を省略したことを表している。



問4 和歌子さんは, 各テーブルの6席の座席番号に何かきまりがないか, 調べることにした。

和歌子さんは, テーブル 1 からテーブル 3 について, それぞれ6席の座席番号の和を求めてみた。テーブル 1 は21, テーブル 2 は57, テーブル 3 は93であり, それぞれ6席の座席番号の和は3の倍数であることに気づいた。

このことから, 和歌子さんは, すべてのテーブルの6席の座席番号の和は3の倍数になると考え, 次のように説明した。その説明の続きを解答欄の にかき, 完成させなさい。

ある1つのテーブルについて, 6席の座席番号のうち, 最も小さい番号を n とすると, 残り5つの番号は,

したがって, すべてのテーブルの6席の座席番号の和は3の倍数になる。

解答欄

問 1	(1)	席
	(2)	番
問 2	テーブル番号	番
	記号	
問 3		
問 4	<p>したがって、すべてのテーブルの 6 席の座席番号の和は 3 の倍数になる。</p>	

解答

問 1

(1) 420 (席)

(2) 22 (番)

問 2

テーブル番号 30 (番)

記号イ

問 3 $b=6a-2$

問 4

$(n+1)$, $(n+2)$, $(n+3)$, $(n+4)$, $(n+5)$ と表される。

6 席の座席番号の和は,

$$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)+(n+5)=3(2n+5)$$

$(2n+5)$ は自然数だから, $3(2n+5)$ は 3 の倍数になる。

したがって, すべてのテーブルの 6 席の座席番号の和は 3 の倍数になる。

解説

問 1

(1)

テーブルは第 1 列から第 20 列までであるから, 奇数列と偶数列は 10 列ずつある。よって, テーブルは全部で $3 \times 10 + 4 \times 10 = 70$ (卓)あり, テーブル 1 卓に座席が 6 席あるから, 座席は全部で $6 \times 70 = 420$ (席)ある。

(2)

第 6 列の最も右側にあるテーブル番号は $3 \times 3 + 4 \times 3 = 21$ である。よって, 第 7 列の最も左側にあるテーブル番号は $21 + 1 = 22$ である。

問 2

テーブル 1 卓に座席が 6 席あるから, $176 \div 6 = 29$ あまり 2 より, 和歌子さんのテーブル番号は $29 + 1 = 30$ で, 座席の位置はイである。

問 3

正面から最も遠い座席の座席番号は $a=1$ のとき 4 で, そこから 6 ずつ増えていくから,

$$b=4+6 \times (a-1)=6a-2$$

問 4

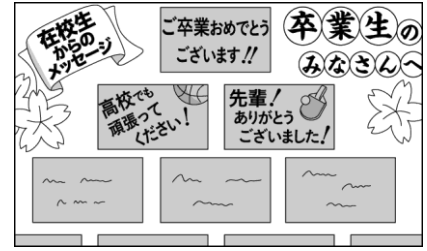
最も小さい番号を n とすると, 残り 5 つの番号は $n+1$, $n+2$, $n+3$, $n+4$, $n+5$ だから,

$$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)+(n+5)=6n+15=3(2n+5)$$

$2n+5$ は自然数だから, $3(2n+5)$ は 3 の倍数である。したがって, すべてのテーブルの 6 席の座席番号の和は 3 の倍数になる。

【問 15】

生徒会役員の桜子さんは、在校生から卒業生に贈るメッセージボードをつくることにした。在校生全員がそれぞれ1枚のカードにメッセージを書き、それらをボードに、上から1段目に1枚、2段目に2枚、3段目に3枚、…と規則的に並べて貼ることにした。次の〈桜子さんの考え〉を読んで、問1～問3に答えなさい。



(岡山県 2019 年度 特別)

〈桜子さんの考え〉

カードの段数と合計枚数の関係を調べると、表のようになる。

段 数	1	2	3	4	5	…
並 べ 方	■	■ ■ ■	■ ■ ■ ■ ■ ■	■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■	…	…
合計枚数	1	3	6	10	(1)	…

n を自然数とする。段数が n のときのカードの合計枚数は、 n を使って次のように表すことができる。

図1において、それぞれの段のカードの枚数は、上から1段目が1枚、2段目が2枚、3段目が3枚、…だから、

n 段目は (2) 枚である。

図2のように、段数が n のときのものを2つ合わせる。このとき、1段目から n 段目までのいずれの段も、カードの枚数は (3) 枚となる。

図2におけるカードの総数の半分が、求める合計枚数なので、段数が n のときのカードの合計枚数は、(4) 枚と表すことができる。

図 1

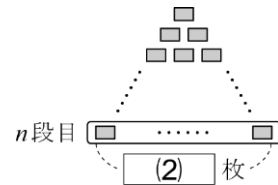
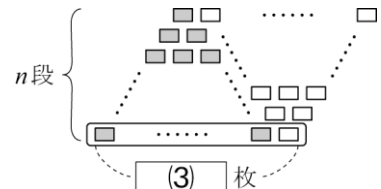


図 2

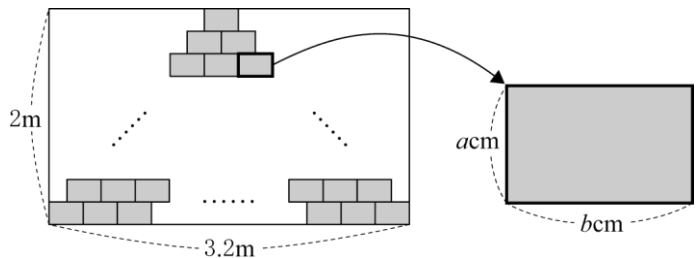


問 1 (1) に適当な数を書き入れなさい。

問 2 (2) ~ (4) に適当な式を書き入れなさい。

問 3 在校生の人数は 210 人である。桜子さんは図3のように、同じ大きさの長方形のカード 210 枚を縦 2 m、横 3.2 m の長方形のボードに貼りたいと考えた。カード1枚の縦の長さを a cm、横の長さを b cm としたとき、 a 、 b の

図 3



値を求めなさい。ただし、カードどうしはすべて同じ向きで重ならないように隙間なく貼り、規則的に並べたカード 210 枚はボードにちょうど入るように貼るものとする。

解答欄

問 1		
問 2	(2)	(枚)
	(3)	(枚)
	(4)	(枚)
問 3	$a =$ (cm)	
	$b =$ (cm)	

解答

問 1 15

問 2

(2) n (枚)

(3) $n+1$ (枚)

(4) $\frac{1}{2}n(n+1)$ (枚)

問 3

$a = 10$ (cm)

$b = 16$ (cm)

解説

問 1

段数が 4 のときよりカードは 5 枚増えるから、合計枚数は $10+5=15$ (枚)となる。

問 2

(2)

図 1 では、段数とカードの枚数は一致しているから、 n 段目は n 枚。

(3)

図 2 では、図 1 を 2 つ合わせ、そのうちの 1 つの上下を逆にしている。よって、図 2 の各段のカードの枚数は、図 1 の 1 段目と n 段目の和 $\cdots n+1$ (枚)、2 段目と $(n-1)$ 段目の和 $\cdots 2+(n-1)=n+1$ (枚)、3 段目と $(n-2)$ 段目の和 $\cdots 3+(n-2)=n+1$ (枚)、 \cdots のようになり、どの段も $n+1$ (枚)。

(4)

図 2 のカードの合計枚数は、 $n+1$ (枚)が n 段あるから $n(n+1)$ 枚。これの半分だから $\frac{1}{2}n(n+1)$ 枚。

問 3

カードの段数を n 段とする。問 2 より、 $\frac{1}{2}n(n+1)=210$ $n^2+n-420=0$ $(n-20)(n+21)=0$

よって、 $n=20$ 、 -21 n は自然数だから、 $n=20$ は問題にあう。 $n=-21$ は問題にあわない。

ボードの縦は $2m(=200\text{cm})$ で、縦 $a\text{cm}$ のカード 20 段がちょうど入るから、 $a \times 20 = 200$ $a = 10$

ボードの横は $3.2m(=320\text{cm})$ で、横 $b\text{cm}$ のカード 20 枚がちょうど入るから、 $b \times 20 = 320$ $b = 16$

【問 16】

図 1 のように、□ を並べ、線で結ぶ。1 段目の 3 つのそれぞれの □ に、数や式を書き、2 段目以降のそれぞれの □ には、線で結ばれた上の段の 2 つの □ に書かれた数や式の和を書くものとする。

例えば、図 2 のように、1 段目の 3 つの □ に、左から順に、1, 4, 3 を書くと、3 段目の □ には、12 を書くことになる。

次の問 1, 問 2 に答えなさい。

(山口県 2019 年度)

問 1 図 1 の 1 段目の 3 つの □ に、左から順に、8, x , 5 を書く。3 段目の □ に書く式の値が 27 となるとき、 x の値を求めなさい。

図 1

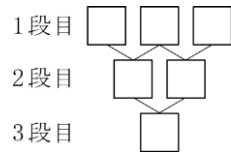
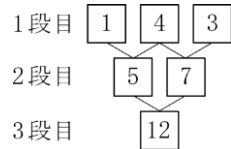


図 2



問 2 図 3 のように、1 段目に並べる □ の個数を 6 つに増やす。

a を自然数、 b を 2 以上の偶数として、1 段目の 6 つの □ に、左から順に、2, 3, a , 1, b , 5 を書く。このとき、4 段目までには、図 4 のように、数や式を書くことになる。

図 4 中の、6 段目の □ に書く式を、 a , b を使って表しなさい。また、この式の値の一の位の数は、いつも同じ数になることを説明しなさい。

図 3

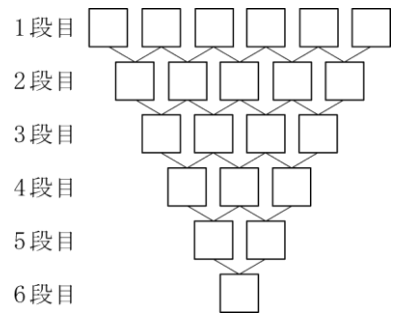
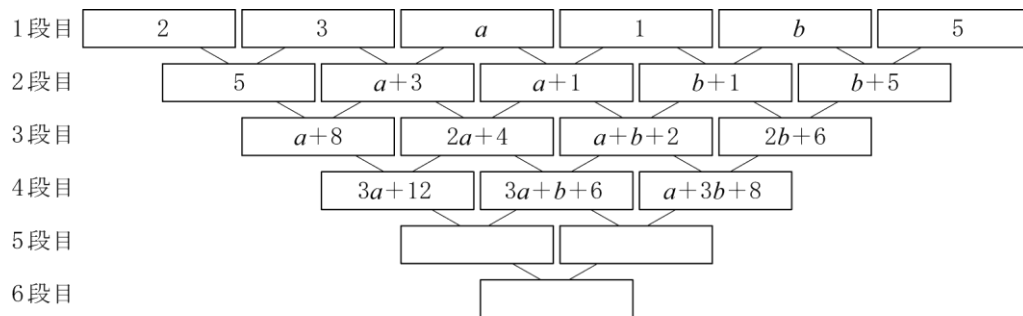


図 4



※図 4 中の □ は、図 3 中の □ の大きさを変えて示している。

解答欄

問 1	$x=$
問 2	式
	〔説明〕

解答

問 1 $x=7$

問 2

式 $10a+5b+32$

〔説明〕

b は 2 以上の偶数なので、 n を自然数とすると、 $b=2n$ と表される。

$$10a+5b+32$$

$$=10a+5\times 2n+32$$

$$=10a+10n+30+2$$

$$=10(a+n+3)+2$$

$a+n+3$ は自然数だから、 $10(a+n+3)$ は 10 の倍数である。

よって、 $10(a+n+3)+2$ の値の一の位の数 は 2 である。

したがって、 $10a+5b+32$ の値の一の位の数 は、いつも同じ数 2 になる。

解説

問 1

2 段目の左に $x+8$ 、右に $x+5$ が書かれるから、3 段目は、 $(x+8)+(x+5)=2x+13$

よって、 $2x+13=27$ これを解いて、 $x=7$

問 2

5 段目の左に $(3a+12)+(3a+b+6)=6a+b+18$ 、右に $(3a+b+6)+(a+3b+8)=4a+4b+14$ が書かれるから、6 段目に書かれる式は、 $(6a+b+18)+(4a+4b+14)=10a+5b+32$

この式の一の位の数 がいつも同じ数になることを示すには、式を (10 の倍数)+(1 けたの定数) という形に変形すればよい。

【問 17】

右の図 1 のような、1 辺の長さが 1 cm の正方形の白のタイルがたくさんある。

長方形の黒のタイルの周りを、白のタイルで一重に囲み、それぞれのタイルが重ならないようにすきまなく並べ、長方形のもようをつくる。

たとえば、右の図 2 のように、縦の長さが 1 cm、横の長さが 2 cm の長方形の黒のタイルを、白のタイルで囲んで長方形のもようをつくる時、縦の長さが 3 cm、横の長さが 4 cm の長方形のもようになる。また、右の図 3 のように、縦の長さが 2 cm、横の長さが 3 cm の長方形の黒のタイルを、白のタイルで囲んで長方形のもようをつくる時、縦の長さが 4 cm、横の長さが 5 cm の長方形のもようになる。

これについて、次の (1)、(2) の問いに答えよ。

(香川県 2019 年度)

- (1) 縦の長さが 2 cm、横の長さが 6 cm の長方形の黒のタイルを、白のタイルで囲んで長方形のもようをつくる時、この長方形のもよりの白のタイルの部分の面積は何 cm^2 か。
- (2) 縦の長さが 3 cm、横の長さが n cm の長方形の黒のタイルを、白のタイルで囲んで長方形のもようをつくる時、この長方形のもよりの黒のタイルの部分の面積と白のタイルの部分の面積が等しくなるようにするには、 n の値をいくらにすればよいか。整数 n の値を求めよ。

図 1

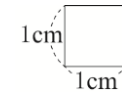


図 2

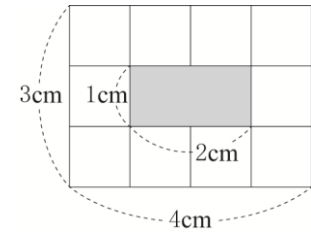
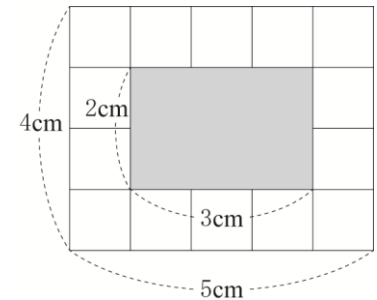


図 3



解答欄

(1)	cm^2
(2)	$n =$

解答

(1) 20 cm^2

(2) $n = 10$

解説

(1)

長方形のもよりの縦と横の長さは、長方形の黒のタイルの縦と横の長さよりそれぞれ 2cm 長い。よって、長方形の黒のタイルの縦の長さが 2cm、横の長さが 6cm のとき、長方形のもよりの縦の長さは 4cm、横の長さは 8cm である。白のタイルの部分の面積は、長方形のもよりの面積から黒のタイルの部分の面積を除いたものだから $4 \times 8 - 2 \times 6 = 20(\text{cm}^2)$

(2)

黒のタイルの部分の面積は $3n\text{cm}^2$ である。長方形のもよりの縦の長さは 5cm、横の長さは $(n+2)\text{cm}$ だから、白のタイルの部分の面積は $5(n+2) - 3n = 2n + 10(\text{cm}^2)$ 黒のタイルの部分の面積と白のタイルの部分の面積が等しいから $2n + 10 = 3n \quad n = 10$

【問 18】

縦の長さが a cm、横の長さが b cm の長方形の用紙から、正方形を切り取る作業を次の【手順】にしたがって行う。ただし、 a 、 b は整数で、用紙は 1 目もり 1 cm の方眼用紙とする。

【手順】

用紙の短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。残った用紙が正方形でないときは、残った用紙の短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。残った用紙が正方形になるまで、繰り返し正方形を切り取っていく。

例えば、 $a=4$ 、 $b=7$ のときの作業は次のようになる。

まず、図 1 のような縦の長さが 4 cm、横の長さが 7 cm の長方形の用紙から、この用紙の短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。その切り取り方は図 2 のようになる。次に、残った縦の長さが 4 cm、横の長さが 3 cm の長方形の用紙から、短い方の辺を 1 辺とする正方形を切り取る。同様に、残った用紙が正方形になるまで切り取る。

すると、 $a=4$ 、 $b=7$ のときの正方形の切り取り方は図 3 のようになり、全部で 5 枚の正方形ができる。

図 1

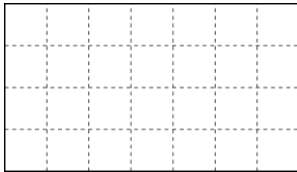


図 2

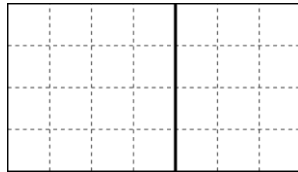
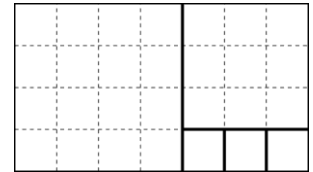


図 3



このとき、次の問いに答えなさい。

(愛媛県 2019 年度)

問 1 $a=4$ 、 $b=13$ のとき、上の図 3 にならって正方形の切り取り方を解答欄にかけ。

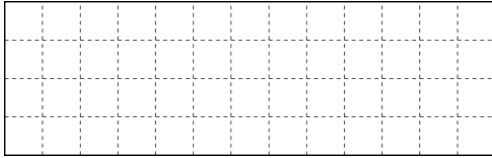
問 2 $a=8$ 、 $b=13$ のとき、全部で何枚の正方形ができるか求めよ。

問 3 $a=3$ のとき、

(1) 全部で 2 枚の正方形ができるような b の値を求めよ。

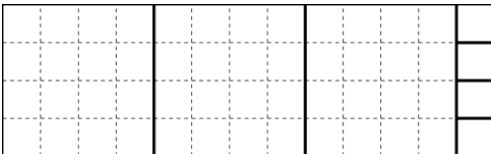
(2) 全部で 15 枚の正方形ができるような b の値を全て求めよ。

解答欄

問 1		
問 2	枚	
問 3	(1)	$b =$
	(2)	$b =$

解答

問 1



問 2 6 (枚)

問 3

(1) ($b =$)6

(2) ($b =$)37, 38, 45

解説

問 1

まず、 $13 \div 4 = 3$ 余り 1 より、1 辺が 4cm の正方形を 3 枚切り取る。残った縦 4cm、横 1cm の長方形について、 $4 \div 1 = 4$ より、1 辺が 1cm の正方形を 4 枚切り取る。

問 2

$13 \div 8 = 1$ 余り 5 $8 \div 5 = 1$ 余り 3 $5 \div 3 = 1$ 余り 2 $3 \div 2 = 1$ 余り 1 $2 \div 1 = 2$

よって、1 辺が 8cm、5cm、3cm、2cm の正方形を 1 枚ずつ、1 辺が 1cm の正方形を 2 枚切り取るから、全部で、 $1 + 1 + 1 + 1 + 2 = 6$ (枚)できる。

問 3

(1)

$b = 1$ のとき、1 辺が 1cm の正方形が 3 枚できる。 $b = 2$ のとき、1 辺が 2cm の正方形が 1 枚と 1 辺が 1cm の正方形 2 枚で、合計 3 枚できる。どちらも問題にあわないから $b \geq 3$ とわかる。したがって、最初に切り取るのは 1 辺が 3cm の正方形。正方形は全部で 2 枚だから、2 枚目も 1 辺が 3cm になる。よって、 $b = 3 \times 2 = 6$

(2)

$a = 3$ だから、できる正方形の 1 辺は 3cm、2cm、1cm の 3 種類にかぎられる。

すべて 1 辺が 3cm の正方形のとき… b は 3 の倍数で、 $b = 3 \times 15 = 45$

1 辺が 3cm、1cm の正方形のとき… b は 3 でわると 1 余る値になる。1 辺が 1cm の正方形は 3 枚できるから、1 辺が 3cm の正方形は $15 - 3 = 12$ (枚) よって、 $b = 3 \times 12 + 1 = 37$

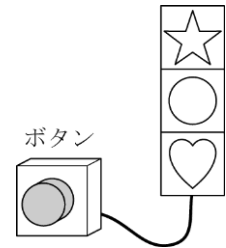
1 辺が 3cm、2cm、1cm の正方形のとき… b は 3 でわると 2 余る値になる。1 辺が 2cm の正方形は 1 枚、1 辺が 1cm の正方形は 2 枚できるから、1 辺が 3cm の正方形は $15 - (1 + 2) = 12$ (枚)

よって、 $b = 3 \times 12 + 2 = 38$

【問 19】

図 1 のように、☆、○、♡のマークが描かれたパネルがある。パネルを操作するボタンを押すごとに、それぞれのマークが【ルール】に従って青色または赤色に点灯する。

図 1

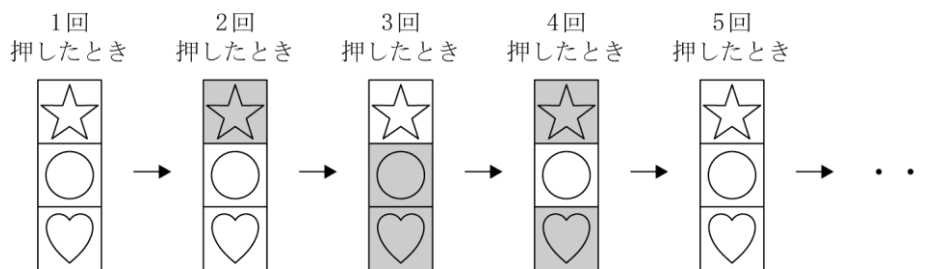


【ルール】

- ・☆のマークは、ボタンを押す回数が偶数となったときは青色に点灯し、奇数となったときは赤色に点灯する。
- ・○のマークは、ボタンを押す回数が 3 の倍数となったときは青色に点灯し、それ以外のときは赤色に点灯する。
- ・♡のマークは、ボタンを押す回数が 4 の倍数より 1 小さい数となったときと 4 の倍数となったときは青色に点灯し、それ以外のときは赤色に点灯する。

点灯のようすは図 2 のようになる。ただし、■をつけているマークは青色に点灯していることを表し、□をつけていないマークは赤色に点灯していることを表している。

図 2



このとき、(1)～(3)の各問いに答えなさい。

(佐賀県 2019 年度 一般)

- (1) ☆のマークと○のマークが初めて 2 つとも青色に点灯するのはボタンを何回押したときか、求めなさい。
- (2) すべてのマークが初めて 3 つとも青色に点灯するのはボタンを何回押したときか、求めなさい。
- (3) ボタンを 1 回押したときから 100 回押したときまでに、すべてのマークが 3 つとも赤色に点灯するのは何回あるか、求めなさい。

解答欄

(1)	回
(2)	回
(3)	回

解答

(1) 6 回

(2) 12 回

(3) 17 回

解説

(1)

☆のマークが青色に点灯するのは2, 4, 6, 8, …回目, ○のマークが青色に点灯するのは3, 6, 9, 12, …回目なので, ☆のマークと○のマークが初めて2つとも青色に点灯するのは6回押したときである。

(2)

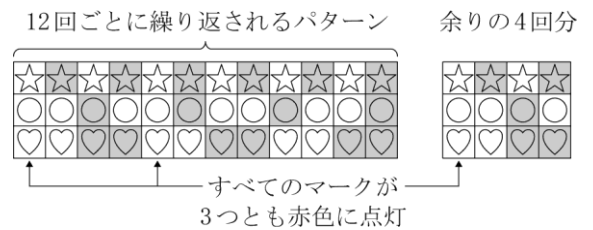
☆のマークが青色に点灯するのは2, 4, 6, 8, 10, 12, …回目, ○のマークが青色に点灯するのは3, 6, 9, 12, …回目, ♡のマークが青色に点灯するのは3, 4, 7, 8, 11, 12, …回目なので, すべてのマークが初めて3つとも青色に点灯するのは12回押したときである。

(3)

☆のマークは2回ごとに同じパターン, ○のマークは3回ごとに同じパターン, ♡のマークは4回ごとに同じパターンを繰り返す。2, 3, 4の最小公倍数は12なので, 全体としては12回ごとに同じパターンを繰り返す。

ボタンを100回押したとき, 全体の繰り返しパターンは, $100 \div 12 = 8$ あまり4より, 8回現れ, その後4回ボタンを押したことがわかる。

すべてのマークが3つとも赤色に点灯するのは, 全体の繰り返しパターンの中に2回ずつあり, 余りの4回分の中には1回あるから, その回数は, $2 \times 8 + 1 = 17$ (回)



【問 20】

片面が白、もう一方の面が黒である円形の駒を、表がすべて白になるように円状に並べる。

このとき、次の各問いに答えなさい。

(沖縄県 2019 年度)

問 1 図 1 のように 8 個の駒を円状に並べ、順に A, B, C, D, E, F, G, H とする。1 回目に A の駒を裏返し、2 回目に D, 3 回目に G, 4 回目に B, …と時計回りに 2 個とばしで裏返していく。

たとえば、駒を 3 回目まで裏返すと図 2 のようになる。

このとき、次の問いに答えなさい。

図 1

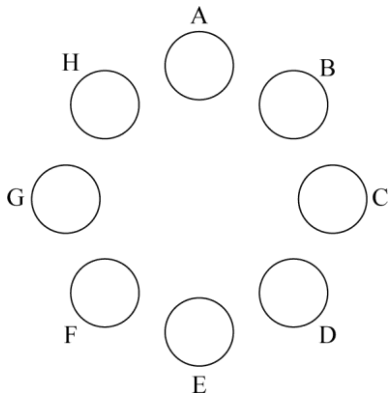
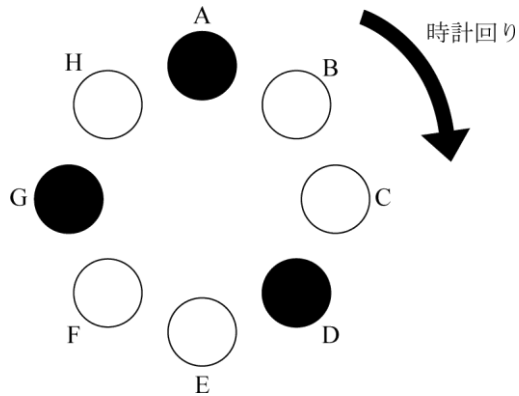


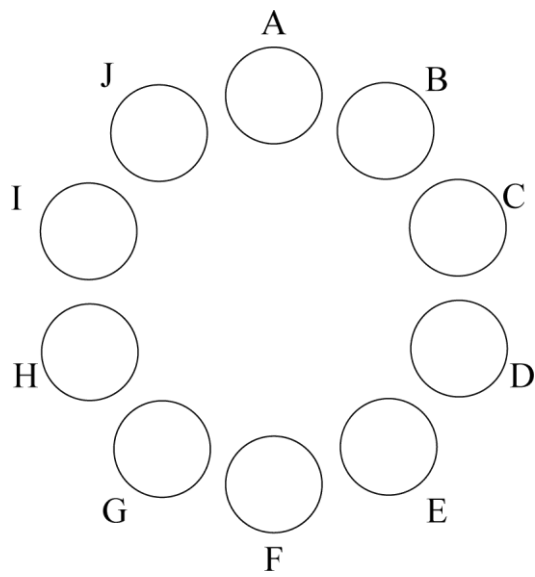
図 2



- (1) 図 1 の配置から駒を 6 回目まで裏返したとき、表が白である駒は A~H のうちどれか。すべて答えなさい。
- (2) 図 1 の配置から駒を何回か裏返していき、初めて図 1 の配置に戻るのは駒を何回目まで裏返したときか求めなさい。
- (3) 図 1 の配置から駒を 100 回目まで裏返したとき、表が白である駒は A~H のうちどれか。すべて答えなさい。

問2 今度は図3のように10個の駒を円状に並べ、順にA, B, C, D, E, F, G, H, I, Jとする。
 問1と同じように時計回りに2個とばしでA, D, G, J, …と裏返していく。駒を2019回目まで裏返したとき、表が白である駒の個数を求めなさい。

図3



解答欄

問1	(1)	
	(2)	回目まで
	(3)	
問2	個	

解答

問 1

(1) C, F

(2) 16 回目まで

(3) C, E, F, H

問 2 9 個

解説

問 1

(1)

裏返しにする駒は順に A, D, G, B, E, H, C, F であり, このときすべて表が黒になる。6 回目まで裏返したとき, A, D, G, B, E, H の駒の表が黒になっている。よって, 表が白である駒は C と F である。

(2)

8 回目ですべての駒が裏返るから, 初めてもとの配置に戻るのは 16 回目まで裏返したときである。

(3)

16 回裏返すごとにもとの配置に戻ることから, 96 回裏返したとき 8 個の駒はすべて表が白である。そこから 100 回目まで A, D, G, B を裏返すから, 表が白である駒は C, E, F, H である。

問 2

駒が 8 個のときと同様に考えると, 20 回裏返すごとにもとの配置に戻るから, 2020 回目まで裏返すともとの配置に戻る。よって, その一つ前の 2019 回目は H だけが表が黒になっている。したがって, 表が白である駒の個数は 9 個である。