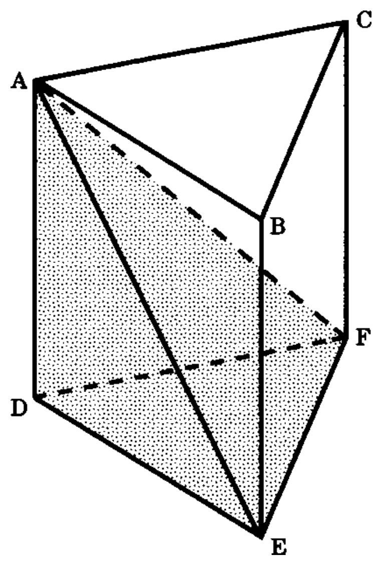
3.空間図形の求積 （2.面積・面積比のみの出題）

【問 1】

図は，すべての辺の長さが 6 cm の三角柱 ABCDEF である。この三角柱を3点 A，E，F を通る平面で切って2つの立体に分けるとき，その2つの立体の表面積の差はどれだけか，求めなさい。

（三重県 2002 年度）



解答欄

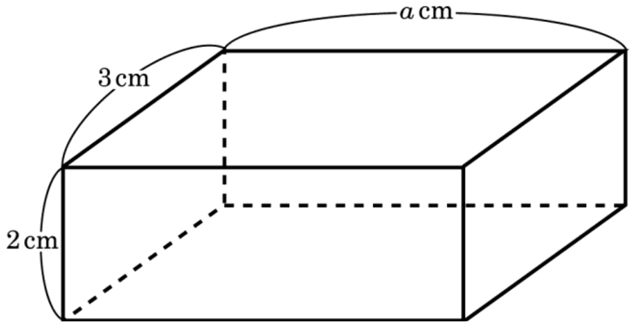
cm²

解答
36 cm²
解説
2つの立体について，各面の面積を比べると
△ADE＝△ABE，△ADF＝△ACF，△DEF＝△ABC，△AEF は共通となる。
したがって面 BEFC の面積のみが差となる。
面 BEFC は1辺が 6 cm の正方形だから $6\times6=36$cm²

【問 2】

図の直方体の表面積を S cm² とするとき，S を a の式で表しなさい。

（青森県　2003 年度）



解答欄

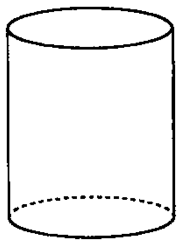
解答
$S=10a+12$
解説
直方体の底面積は $a\times3=3a$
底面の周囲の長さは $2a+6$ より
側面積は $2(2a+6)$
よって $S=3a\times2+2(2a+6)=10a+12$

【問 3】

右の図は，底面の円の半径が 3cm，高さが 7cm の円柱である。この円柱の表面積を求めなさい。

ただし，円周率は π とする。

（秋田県　2004 年度）



解答欄

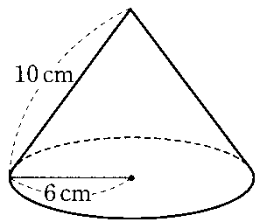
cm²

解答
60π　cm²

【問 4】

右の図のように，母線の長さが 10 cm，底面の半径が 6 cm の円すいがある。

（福島県　2004 年度）



① この円すいの体積を求めなさい。

② この円すいの側面の面積を求めなさい。

解答欄

①	cm^3
②	cm^2

解答

① 96π　cm^3

② 60π　cm^2

解説

①

三平方の定理より

円すいの高さは

$\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{100-36}=\sqrt{64}=8$

よって $\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times8=96\pi$　cm^3

②

$\pi r\ell=\pi\times6\times10=60\pi$　cm^2

別解

$360^\circ\times\frac{2\pi\times6}{2\pi\times10}=216^\circ$

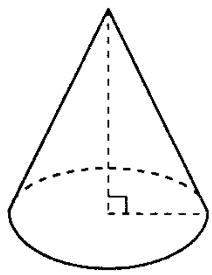
$\pi r^2\times\frac{216^\circ}{360^\circ}=100\pi\times\frac{3}{5}=60\pi$　cm^2

【問 5】

図は，高さ12cm，底面の半径5cm の円すいである。

この円すいの側面積は何 cm^2 か。

（愛知県 2004 年度 A）



解答欄

cm^2

解答

65π cm^2

解説

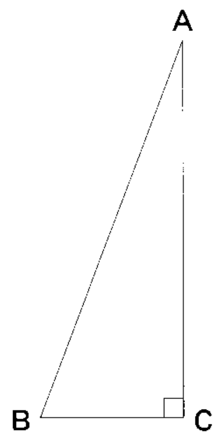
母線の長さは $\sqrt{5^2+12^2}$ ＝13 cm となる。

よって $13 \times 13 \times \pi \times \frac{10}{26} = 65\pi$ cm^2

【問 6】

右の図のような，$\angle ACB = 90°$ である△ABCがあり，AB＝9 cm，BC＝3 cm である。このとき，次の問い（１）・（２）に答えよ。ただし，円周率は π とする。

（京都府　2004 年度）



（１）辺ACを軸として，△ABCを１回転させてできる回転体の表面積を求めよ。

（２）辺ABを軸として，△ABCを１回転させてできる回転体の体積を求めよ。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1)　36π　cm^2

(2)　24π　cm^3

解説

(1)

$$3 \times 3 \times \pi + 9 \times 9 \times \pi \times \frac{6\pi}{18\pi} = 9\pi + 27\pi = 36\pi \quad cm^2$$

(2)

AC＝ $\sqrt{81-9} = 6\sqrt{2}$

C から AB に垂線 CD をひく。

AD＝a とすると

BD＝$9-a$

$CD^2 = 72 - a^2 = 9 - (9-a)^2$

これを整理して

$18a = 144$

$a = 8$

したがって CD＝ $2\sqrt{2}$

求める回転体の体積は

$$\frac{1}{3} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \pi \times 9 = 24\pi \quad cm^3$$

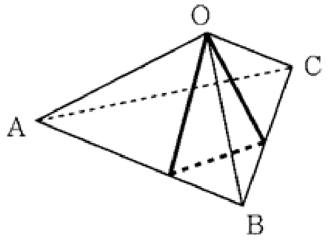
【問 7】

図 1 のように，三角すい OABC があり，OA ＝ OB ＝ OC ＝ 10cm，∠AOB ＝ ∠BOC ＝∠COA＝90° である。頂点 O から，この三角すいの面に沿って辺 AB，BC と交わり，頂点 O まで 1 周するようにひもをかける。また，図 2 は三角すい OABC の展開図である。

次の問いに答えなさい。

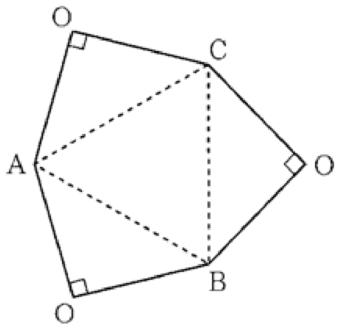
（兵庫県 2004 年度）

図 1



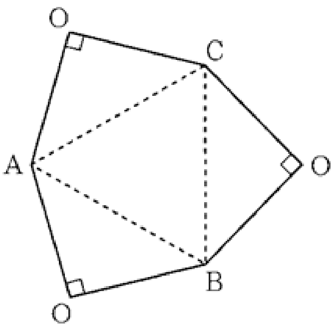
(1) △ABC の面積を求めなさい。

図 2



(2) 三角すい OABC にかけたひもが最も短くなるとき，ひもの位置を解答欄の展開図に実線でかき入れなさい。また，このときのひもの長さを求めなさい。

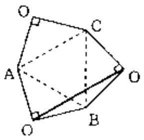
解答欄

(1)	cm^2
(2)	
	cm

解答

(1)　$50\sqrt{3}$ cm²

(2)



$5\sqrt{2}+5\sqrt{6}$ cm

解説

(1)

OA＝OB＝10cm，∠AOB＝90°より AB＝$10\sqrt{2}$ cm となる。
△ABC は正三角形であり
C から AB に垂線 CD をひくと
CD⊥AB となり
CD は△ABC の高さにあたる。

CD＝$10\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{6}$

△ABC＝$\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times5\sqrt{6}=25\sqrt{12}=50\sqrt{3}$ cm²

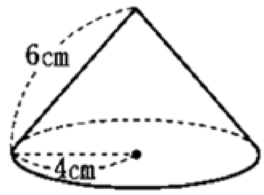
(2)

展開図において
AB の外側の頂点を O，BC の外側の頂点を O'とすると
ひもが最も短くなるのは OO'が直線のときである。
このとき AC//OO'なので∠ACO＝∠COO'＝30° である。
また∠OCO'＝60° ＋45° －30° ＝75°
∠OO'C＝180° －(30° ＋75°)＝75° であるから
△OCO'は OC＝OO'の二等辺三角形である。
OC＝OD＋CD であり
(1)より CD＝$5\sqrt{6}$
△OAD は直角二等辺三角形であるから OD＝$5\sqrt{2}$ である。
よってひもの長さは $5\sqrt{2}+5\sqrt{6}$ cm

【問 8】

図は，底面の半径が4cm，母線の長さが6cm の円すいである。円周率をπとして，この円すいの表面積を求めよ。

（奈良県 2004 年度）



解答欄

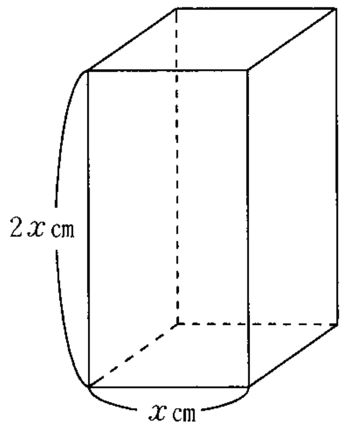
cm^2

解答
40π cm^2
解説
側面積＝$36\pi\times\dfrac{8\pi}{12\pi}$＝$24\pi$ cm^2
底面積＝16π cm^2
表面積＝$24\pi+16\pi=40\pi$ cm^2

【問 9】

右の図のように，底面が 1 辺 x cm の正方形で，高さが $2x$ cm の四角柱があります。この四角柱の表面積を y cm^2 とするとき，y を x の式で表しなさい。

（広島県 2004 年度）



解答欄

解答
$y=10x^2$
解説
1 つの底面の面積は $x\times x=x^2$ cm
1 つの側面の面積は $2x\times x=2x^2$ cm^2
よって $y=x^2\times2+2x^2\times4=10x^2$

【問 10】

体積が $36\pi cm^3$ で高さが 4cm の円柱の表面積を求めよ。ただし，π は円周率であり，そのまま用いること。

（高知県　2004 年度）

解答欄

cm^2

解答

$42\pi\ cm^2$

解説

底面積は $36\pi \div 4 = 9\pi\ cm^2$

底面の円の直径は 6 cm だから

円周の長さは 6π cm

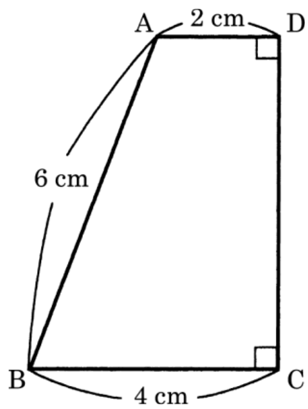
側面積は $6\pi \times 4 = 24\pi\ cm^2$

したがって表面積は $9\pi \times 2 + 24\pi = 42\pi\ cm^2$

【問 11】

図のように，∠BCD＝∠ADC＝90°，AB＝6 cm，AD＝2 cm，BC＝4 cm の台形 ABCD がある。この台形を辺 DC を軸として一回転させてできる立体の表面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

（秋田県　2005 年度）



解答欄

cm^2

解答

$56\pi\ cm^2$

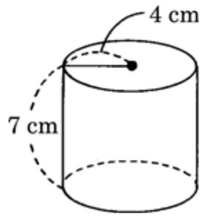
解説

$$16\pi + 4\pi + (\pi \times 12^2 \times \frac{120}{360} - \pi \times 6^2 \times \frac{120}{360}) = 56\pi\ cm^2$$

【問 12】

図は，底面の半径が 4 cm で，高さが 7 cm の円柱である。円周率をπとして，この円柱の表面積を求めよ。

（奈良県　2005 年度）



解答欄

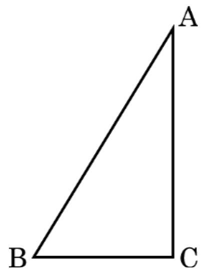
cm²

解答
88π cm²
解説
$\pi \times 4^2 \times 2 + 2\pi \times 4 \times 7 = 88\pi$ cm²

【問 13】

図のような AB＝9 cm，∠C＝90° である直角三角形 ABC を，辺 AC を軸として1回転させてできる立体の底面積が 16π cm² のとき，この立体の側面積を求めよ。ただし，πは円周率であり，そのまま用いること。

（高知県 2005 年度）



解答欄

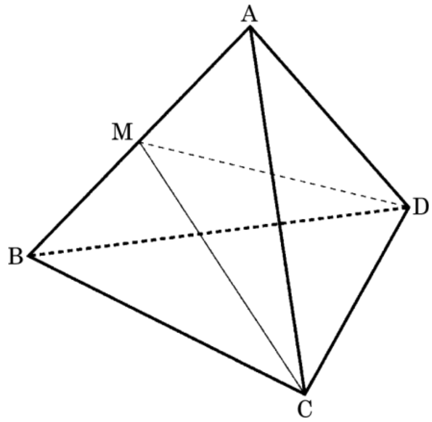
cm²

解答
36π cm²
解説
回転させてできた円すいの底面の半径を r とすると
$\pi r^2 = 16\pi$
$r > 0$ なので
$r = 4$
底面の円周と側面の弧の長さは等しいから
側面のおうぎ形の中心角を $a°$ とおくと
$2\pi \times 4 = 2\pi \times 9 \times \frac{a}{360}$
$a = 160$

【問 14】

図のような1辺の長さが 4 cm の正四面体 ABCD がある。辺 AB の中点を M とするとき，△MCD の面積を求めなさい。

（佐賀県　2005 年度）



解答欄

cm^2

解答

$4\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

解説

CM，DM は 1 辺が 4cm の正三角形の高さだから

$\text{CM}=\text{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}\ \text{cm}$

M から辺 CD に垂線 MH をおろすと

H は CD の中点になる。

△MCH に三平方の定理を用いて

$\text{MH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}\ \text{cm}$

よって$\triangle\text{MCD}=\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}=4\sqrt{2}\ \text{cm}^2$

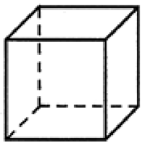
【問 15】

図 1 の立体は，1 辺の長さが 1 cm の立方体である。この立方体を，図 2 のように，すき間やずれのないように上に重ねて，直方体を作っていく。

このとき，図 1 の立方体を n 個重ねてできる直方体の表面積を，n を用いて表しなさい。

（静岡県　2006 年度）

図 1



1 辺の長さが
1 cm の立方体

図 2

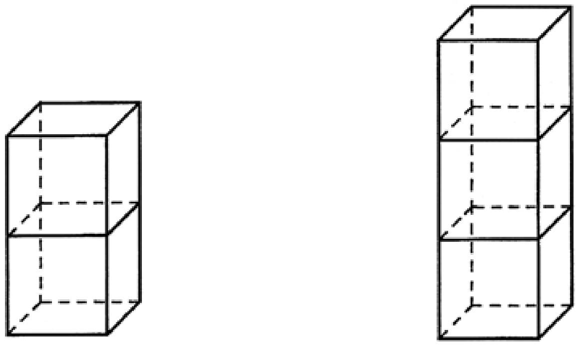


図 1 の立方体を 2 個重ねてできる直方体

図 1 の立方体を 2 個重ねてできる直方体

解答欄

cm^2

解答

$4n+2$ cm^2

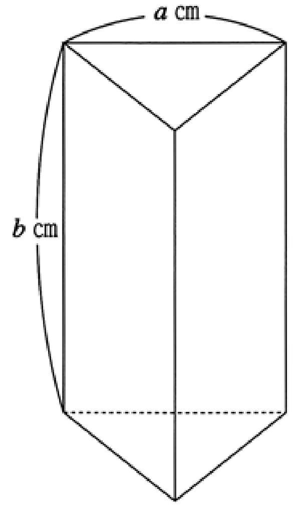
解説

n 個重ねてできる直方体の側面は
縦が n cm，横が 1 cm の長方形 4 つでできているので
側面積は $4\times n\times 1=4n$ cm^2
2 つの底面積の合計は
$2\times 1\times 1=2$ cm^2
よって表面積は
$4n+2$ cm^2

【問 16】

右の図のような正三角柱がある。このとき，次の式は何を表しているか，かきなさい。

（和歌山県　2006 年度）



式：$3ab$　(cm^2)

解答欄

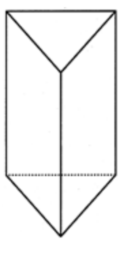
解答
正三角柱の側面積
解説
ab cm^2 は側面の 1 つの長方形の面積を表しているから
$3ab$ cm^2 は側面積

【問 17】

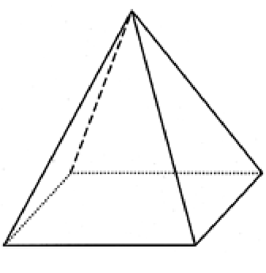
図 I は，1 辺の長さが 2 cm の正三角形を底面とする三角柱である。図Ⅱの四角すいが，図 I の三角柱と体積，高さともに等しいとき，四角すいの底面積を求めなさい。

（鳥取県　2006 年度）

図 I



図Ⅱ



解答欄

cm^2

解答
$3\sqrt{3}$ cm^2

【問 18】

底面の半径が 3 cm，高さが 4 cm の円柱の表面積を求めなさい。ただし，円周率は π とします。

（岩手県　2007 年度）

解答欄

cm^2

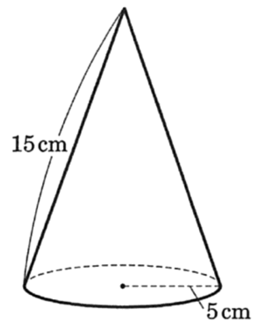
解答

$42\pi\,\mathrm{cm}^2$

【問 19】

図のような，底面の半径が 5cm で，母線の長さが 15cm の円錐がある。この円錐の表面積を求めなさい。ただし，円周率は π を用いること。

（徳島県　2007 年度）



解答欄

cm^2

解答

$100\pi\mathrm{cm}^2$

解説

側面のおうぎ形の面積は

$\pi \times 15^2 \times \dfrac{5}{15} = 75\pi$

底面の円の面積は

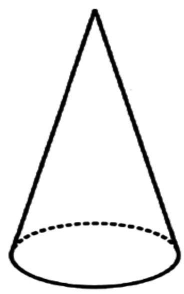
$\pi \times 5^2 = 25\pi$

よって底面積は $75\pi + 25\pi = 100\pi$　cm^2

【問 20】

底面の半径が 4cm，母線の長さが 8cm の円すいの表面積を求めよ。ただし，円周率には π をそのまま用いること。

（高知県 2007 年度）



解答欄

cm^2

解答

$48\pi\ \mathrm{cm}^2$

解説

側面のおうぎ形の面積は $\frac{1}{2}$ ×半径×おうぎ形の弧の長さより

$\frac{1}{2}\times 8\times(2\pi\times 4)=32\pi$

よって円すいの表面積は底面の円の面積を加えて

$32\pi+\pi\times 4^2=32\pi+16\pi=48\pi\ \mathrm{cm}^2$

【問 21】

側面の展開図が半径 6 cm，中心角 90° のおうぎ形になるような円すいがある。この円すいの底面積を求めなさい。

（佐賀県 2007 年度 後期）

解答欄

cm^2

解答

$\frac{9}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

解説

底面の円の半径を r cm とする。

底面の円周と側面のおうぎ形の弧の長さは等しいので

$2\pi r=2\pi\times 6\times\frac{90}{360}$

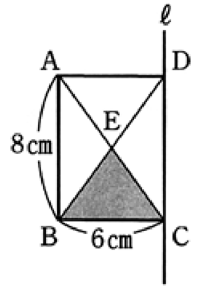
$r=\frac{3}{2}$

よって底面積は $\pi\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}\pi\ \mathrm{cm}^2$

【問 22】

図のように，直線ℓと長方形ABCDがあり，辺CDは直線ℓ上にある。点Eは対角線AC，BD の交点で，AB＝8cm，BC＝6cm である。直線ℓを回転の軸として三角形 BCE を 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

（秋田県　2008 年度）



解答欄

cm^2

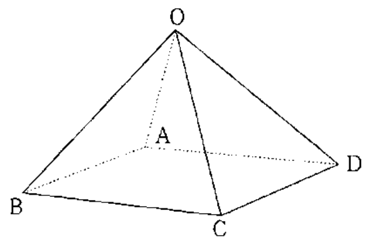
解答

96π　cm^2

【問 23】

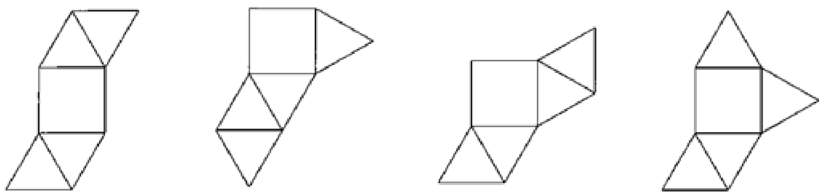
図において，四角すい OABCD は，すべての辺の長さが 4cm の正四角すいである。このとき，次の問いに答えなさい。

（山形県 2008 年度）



(1) この正四角すいを，4 つの辺 OA，AB，AD，OC で切って開いたとき，その展開図の形となっているものを，次のア～エから 1 つ選び，記号で答えなさい。

ア　イ　ウ　エ



(2) この正四角すいで，2 つの辺 OA，OB の中点をそれぞれ P，Q とするとき，四角形 PQCD の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	
(2)	cm^2

解答
(1)　ウ
(2)　$3\sqrt{11}$ cm²
解説
(2)
△OAB において
OP＝PA，OQ＝QB より
中点連結定理から
PQ＝$\frac{1}{2}$AB＝$\frac{1}{2}$×4＝2，PQ∥BA
△OBC は正三角形だから
OQ＝BQ より
∠CQB＝90°
CQ＝$\sqrt{3}$
QB＝$2\sqrt{3}$
同様に PD＝$2\sqrt{3}$
台形 PQCD において
Q から CD に垂線 QH をひく。
CH＝(4－2)÷2＝1
QH＝$\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{11}$
よって台形 PQCD の面積は
△PQC＋△PCD＝$\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{11}+\frac{1}{2}\times 4\times\sqrt{11}=3\sqrt{11}$ cm²

【問 24】

図 1 のように，底面の半径がそれぞれ 5cm，3cm である 2 つの円すい A，B がある。それぞれの円すいの側面の展開図を同じ平面上で重ならないようにして合わせると，図 2 のような円ができた。このとき，円すい A の側面積を円周率 π を用いて求めなさい。

（山口県 2008 年度）

図 1

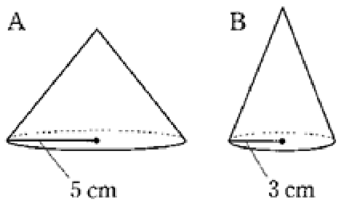
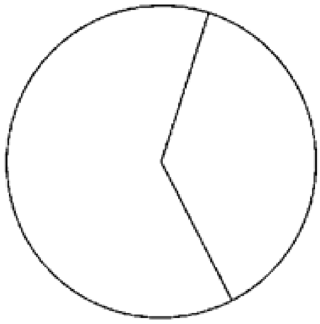


図 2



解答欄

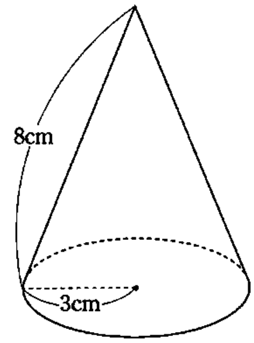
cm^2

解答
$40\pi cm^2$
解説
図 2 の円周は $2\pi\times5+2\pi\times3=2\pi\times8$ cm
よって図 2 の半径は 8 だから
円すい A の側面積は
$\pi\times8^2\times\frac{5}{8}=40\pi$ cm^2

【問 25】

図のような，底面の半径が 3cm で母線の長さが 8cm の円すいがある。この円すいの表面積を求めなさい。

（佐賀県 2008 年度 前期）



解答欄

cm^2

解答

$33\pi\,\mathrm{cm}^2$

解説

側面のおうぎ形の面積は

$\frac{1}{2}$ ×半径×弧の長さより

$\frac{1}{2} \times 8 \times (2\pi \times 3) = 24\pi\ \ \mathrm{cm}^2$

底面の円の面積は

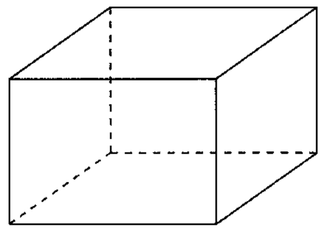
$\pi \times 3^2 = 9\pi\,\mathrm{cm}^2$

よって表面積は $24\pi + 9\pi = 33\pi\ \ \mathrm{cm}^2$

【問 26】

図のように，底面が 1 辺 a cm の正方形で，高さが h cm の直方体があります。この直方体の表面積を，a，h を使った式で表しなさい。

（北海道　2009 年度）



解答欄

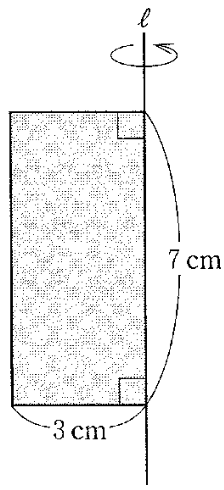
cm^2

解答
$2a^2+4ah$ cm^2
解説
直方体は 1 辺が a cm の正方形が 2 つと
縦が h cm，横が a cm の長方形が 4 つでできているから
表面積は $2a^2+4ah$ cm^2

【問 27】

図の長方形を，直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の側面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

（栃木県　2009 年度）



解答欄

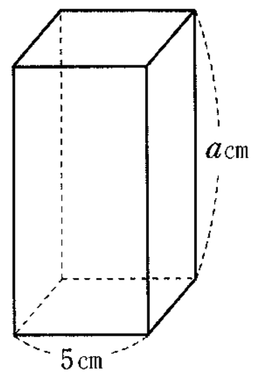
cm^2

解答
42π cm^2
解説
回転体は円柱になり
その側面を展開した長方形は
縦が 7 cm，横が $2\pi\times3=6\pi$ cm の長方形であるから
$7\times6\pi=42\pi$ cm^2

【問 28】

図は，底面の 1 辺の長さが 5cm で，高さが a cm の正四角柱である。この正四角柱の表面積を a を用いて表せ。

（奈良県 2009 年度）



解答欄

cm^2

解答

$20a+50\ \mathrm{cm}^2$

解説

正四角柱の表面は

1 辺が 5cm の正方形 2 つと

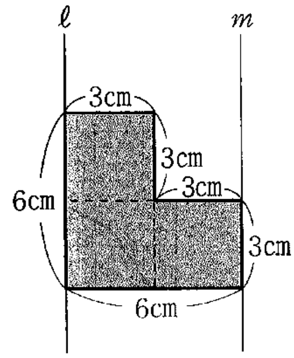
縦 a cm，横 5cm の長方形 4 つでできているから

その表面積は $5^2\times2+(5\times a)\times4=50+20a=20a+50\ \mathrm{cm}^2$

【問 29】

図のように，1 辺が 3 cm の正方形を 3 つ組み合わせた図形がある。この図形を，直線 ℓ を軸として 1 回転してできる立体をP，直線 m を軸として 1 回転してできる立体をQとする。PとQでは，表面積はどちらがどれだけ大きいか，求めなさい。

（秋田県　2010 年度）



解答欄

が　　　cm^2 大きい

解答

Qが $36\pi\,cm^2$ 大きい

【問 30】

図1のような，直径 12 cm の半円の形の紙があります。この紙を，重ならないように折り曲げて図2のような底面のない円錐をつくります。別の紙で，この円錐の底面をつくります。この底面の面積を求めなさい。ただし，円周率は π とします。

（埼玉県 2010 年度 前期）

図1

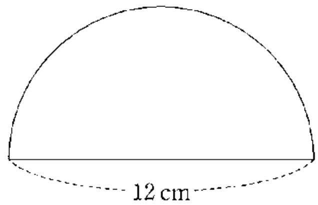
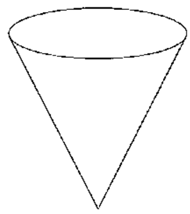


図2



解答欄

cm^2

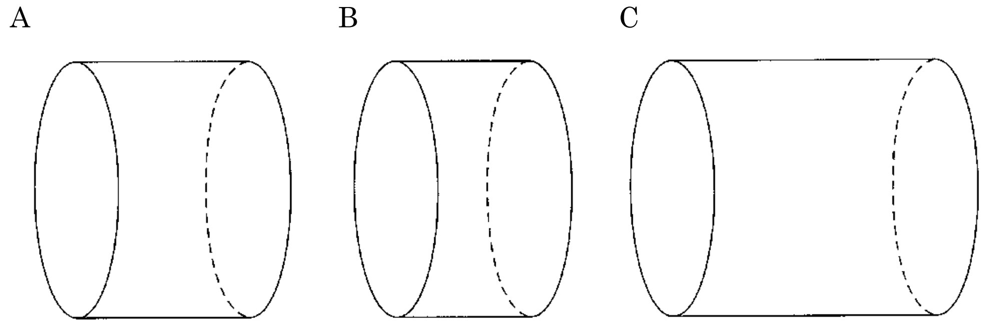
解答
$9\pi\ \mathrm{cm}^2$
解説
円錐の底面の半径を r cm とする。
半円の弧の長さと底面の円周の長さは等しいので
$\frac{12\pi}{2}=2\pi r$
$r=3$ cm
よって底面の円の面積は
$\pi\times3^2=9\pi\ \ \mathrm{cm}^2$

【問 31】

底面の半径が 3 cm，高さが 13 cm の円柱があります。正しくつくられた大小 2 つのさいころを同時に 1 回投げ，大きい方のさいころの出た目の数を x，小さい方のさいころの出た目の数を y とします。

下の図の円柱 A，B，C は，この円柱を，円柱 A の高さが x cm，円柱 C の高さが y cm となるように，3 つの円柱に切り分けたものです。

（広島県 2010 年度）



これについて，次の問いに答えなさい。

問い 円柱 B の高さが 4 cm となるとき，円柱 A と円柱 C の側面積の和は何 cm^2 ですか。ただし，円周率は π とします。

解答欄

cm^2

解答

54π cm^2

解説

円柱 A の高さが x cm，円柱 C の高さが y cm のとき

円柱 B の高さは $13-(x+y)$ cm と表せる。

$13-(x+y)=4$ より

$x+y=9$

円柱 A と円柱 C の側面積の和は

$2\pi\times3\times x+2\pi\times3\times y=6\pi(x+y)=6\pi\times9=54\pi$ cm^2

【問 32】

底面の直径が 6 cm，母線の長さが x cm の円すいの側面積を x を使った式で表せ。ただし，円周率には π を用いること。

（高知県 2010 年度 前期）

解答欄

cm^2

解答

$3\pi x\ \text{cm}^2$

解説

円すいの側面のおうぎ形の面積は

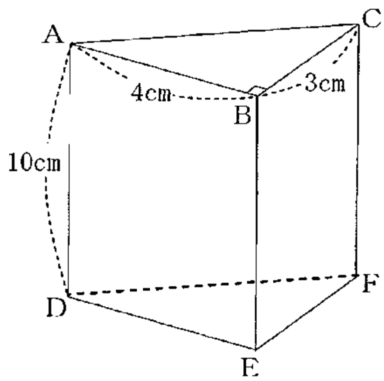
$\frac{1}{2}\times$弧の長さ$\times$半径だから

側面積は$\frac{1}{2}\times 6\pi\times x=3\pi x\ \text{cm}^2$

【問 33】

図は A, B, C, D, E, F を頂点にもち, 底面が直角三角形で, 側面はすべて長方形の三角柱である。AB＝4 cm, BC＝3 cm, AD＝10 cm, ∠ABC＝90° のとき, この三角柱の表面積を求めよ。

（高知県 2010 年度 後期）



解答欄

cm^2

解答

132cm^2

解説

$\triangle DEF = \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$ cm^2

△ABC で

三平方の定理より AC＝$\sqrt{3^2+4^2}$ ＝5 cm

三角柱を 3 つの長方形がつながるように展開すると

側面は縦が 10 cm, 横は底面の三角形の周の長さと一致するので

3＋4＋5＝12 cm の長方形になる。

よって側面積は 10×12＝120 cm^2

よって表面積は 6×2＋120＝132 cm^2

【問 34】

底面の半径が 4 cm，高さが 5 cm の円柱の側面積を求めなさい。ただし，円周率は π とします。

（岩手県　2011 年度）

解答欄

cm^2

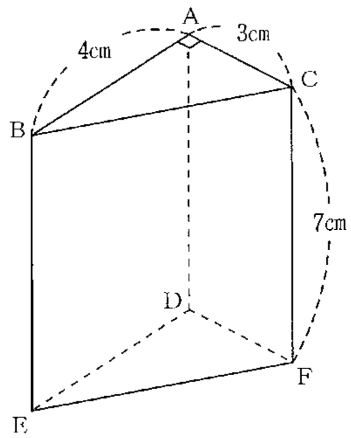
解答

40π　cm^2

【問 35】

図は，底面が AB＝4 cm，AC＝3 cm，∠BAC＝90° の直角三角形で，高さが 7 cm の三角柱である。この三角柱の表面積を求めよ。

（奈良県　2011 年度）



解答欄

cm^2

解答

96cm^2

解説

△ABC において

三平方の定理より

BC＝$\sqrt{4^2+3^2}$ ＝5 cm

側面は縦が 7 cm，横が 3＋4＋5＝12 cm　の長方形だから

側面積は 7×12＝84 cm^2

底面積は $\frac{1}{2}$ ×3×4＝6 cm^2

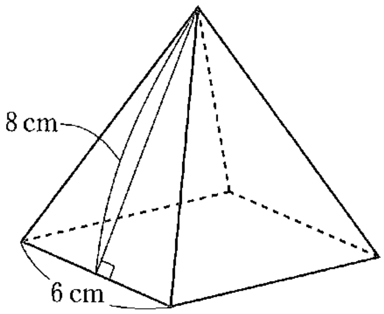
よって三角柱の表面積は

側面積＋2×底面積＝84＋2×6＝84＋12＝96 cm^2

【問 36】

右の図のような，底面が1辺6 cmの正方形で，側面が高さ8 cmの二等辺三角形である正四角錐がある。この正四角錐の表面積を求めなさい。

（栃木県　2012 年度）



解答欄

cm^2

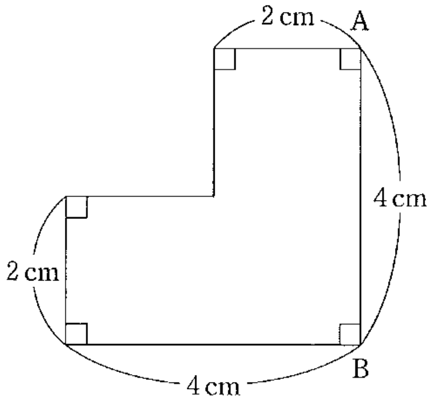
解答
132 cm^2

【問 37】

図形を，辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。

ただし，円周率は π を用いることとする。

（千葉県　2012 年度　前期）



解答欄

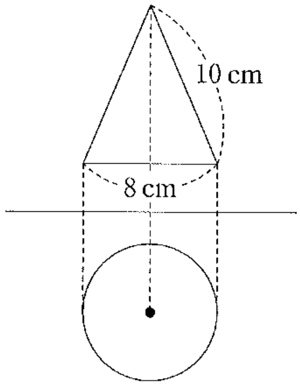
cm^2

解答
56π　cm^2

【問 38】

右の図は，円すいの投影図である。この円すいの表面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

（富山県　2012年度）



解答欄

cm^2

解答

$56\pi\ \text{cm}^2$

解説

底面の円の半径は

$\frac{8}{2}=4$ cm より

底面積は $4^2\pi=16\pi\ \text{cm}^2$

側面積は $\pi\times10^2\times\frac{2\pi\times4}{2\pi\times10}=40\pi\ \text{cm}^2$

よって表面積は $16\pi+40\pi=56\pi\ \text{cm}^2$

【問 39】

図1のように，底面の半径が 3 cm の円すいがある。この円すいを，図2のように平面上に置き，頂点 O が中心で母線の長さが半径となる円の上を，すべらないように 1 周ころがした。このとき，円すいは，ころがし始めてからもとの位置にもどるまでに，ちょうど 5 回転した。この円すいの側面積を，円周率 π を用いて求めなさい。

（山口県 2012 年度）

図1

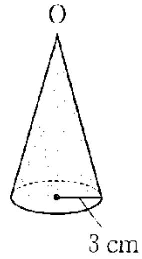
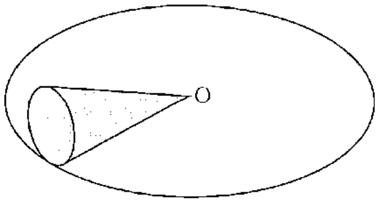


図2



解答欄

cm^2

解答

45π cm^2

解説

円すいの母線の長さを x cm とする。

$2\pi x = 2\pi \times 3 \times 5$　$x = 15$

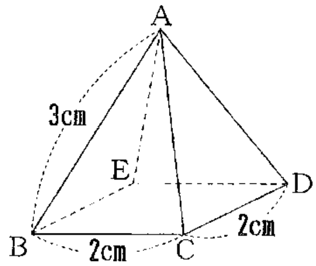
側面積は $\pi \times 15^2 \times \dfrac{1}{5} = 45\pi$ cm^2

【問 40】

右の図のような正四角すいがあり，底面は 1 辺が 2 cm の正方形で，側面は等しい辺が 3 cm の二等辺三角形である。

このとき，次の(1)，(2)の問いに答えよ。

（香川県　2012年度）



(1) この正四角すいの辺のうち，辺 AB とねじれの位置にある辺はどれか。すべて書け。

(2) 点 B と点 D を結ぶとき，△ABD の面積は何 cm^2 か。

解答欄

(1)	
(2)	cm^2

解答

(1) 辺 CD，辺 DE

(2) $\sqrt{14}$ cm^2

解説

(2)

BD は正方形 BCDE の対角線なので

BD＝$\sqrt{2}$ BC＝$2\sqrt{2}$ cm

△ABD は AB＝AD の二等辺三角形だから

BD の中点を M とすると

AM⊥BD　BM＝$\frac{2\sqrt{2}}{2}$＝$\sqrt{2}$ cm

△ABM において

三平方の定理より AM＝$\sqrt{3^2-(\sqrt{2})^2}$＝$\sqrt{7}$ cm

よって△ABD＝$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{2}\times\sqrt{7}=\sqrt{14}$ cm^2

【問 41】

　半径 2 cm の球の表面積を求めなさい。

（佐賀県　2012 年度　特色）

解答欄

cm^2

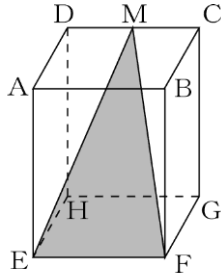
解答

$16\pi\ \mathrm{cm}^2$

【問 42】

右の図のように，AB＝4 cm，AD＝3 cm，AE＝5 cm の直方体 ABCD－EFGH があり，点 M は辺 CD の中点である。このとき，△MEF の面積を求めなさい。

（秋田県 2013 年度）



解答欄

cm^2

解答

$2\sqrt{34}$ cm^2

解説

△DAE において

三平方の定理より DE＝$\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$ cm

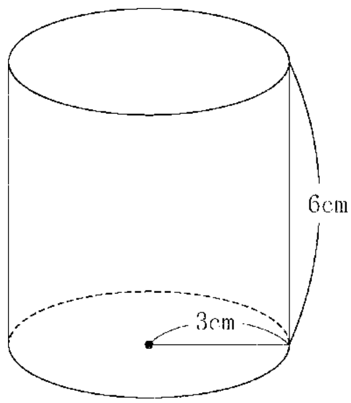
△MEF＝△DEF

$=\dfrac{1}{2}\times4\times\sqrt{34}=2\sqrt{34}$ cm^2

【問 43】

右の図は，底面の半径が 3 cm，高さが 6 cm の円柱である。この円柱の表面積を求めなさい。(円周率は π を用いなさい。)

（岐阜県　2013 年度）



解答欄

cm^2

解答

54π　cm^2

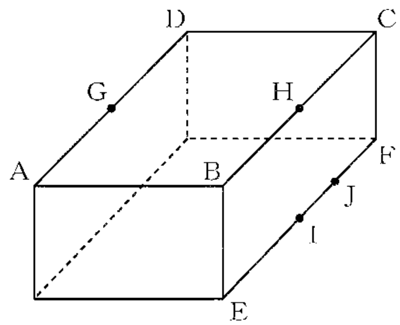
解説

表面積は $\pi\times3^2\times2+6\times2\pi\times3=18\pi+36\pi=54\pi$　cm^2

【問 44】

右の図のように，2 つの面が長方形 ABCD と長方形 BEFC である直方体があります。辺 AD，BC の中点をそれぞれ G，H とします。また，辺 EF の中点を I，線分 FI の中点を J とします。このとき，下の①～④の三角形の中で，面積が最も小さいものはどれですか。その番号を書きなさい。

（広島県　2013 年度）



①　△GHE　　②　△GHI　　③　△GHJ　　④　△GHF

解答欄

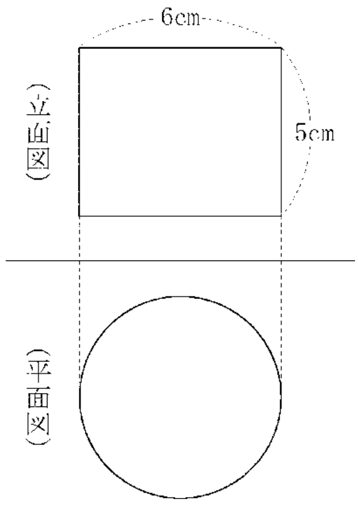
解答
②
解説
底辺を GH とすると GH は共通なので高さによって面積が変わる。
面積が最も小さくなる三角形は高さが最も短くなる三角形だから△GHI より②

【問 45】

右の図2は円柱の投影図である。この円柱の表面積は何 cm^2 か。

（長崎県　2013 年度）

図２



解答欄

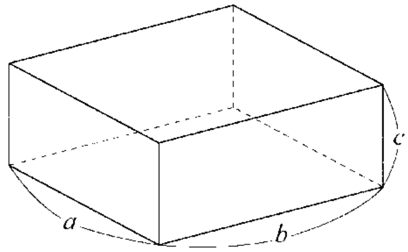
cm^2

解答
48π cm^2
解説
円柱の底面の半径は $6\div2=3$cm，高さは 5 cm　表面積は $\pi\times3^2\times2+5\times(2\pi\times3)=48\pi$ cm^2

【問 46】

図は，縦，横，高さがそれぞれ a，b，c の直方体である。このとき，$2(ab+bc+ca)$は，この直方体のどんな数量を表すか。

（鹿児島県　2013 年度）



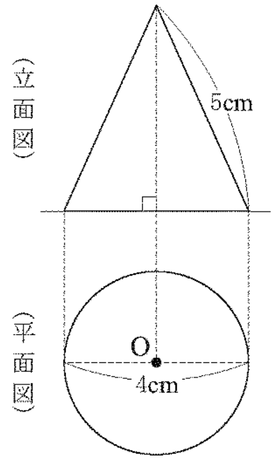
解答欄

解答
表面積
解説
ab，bc，ca はそれぞれ異なる 3 つの面の長方形の面積を表しているので
$2(ab+bc+ca)$は直方体の表面積を表している。

【問 47】

　右の投影図で表される立体の表面積を求めなさい。ただし，平面図の図形は円 O である。

（青森県　2014 年度　後期）



解答欄

cm^2

解答

14π　cm^2

解説

円錐の側面のおうぎ形の面積は

$\pi \times 5^2 \times \dfrac{2\pi \times 2}{2\pi \times 5} = 10\pi$　cm^2

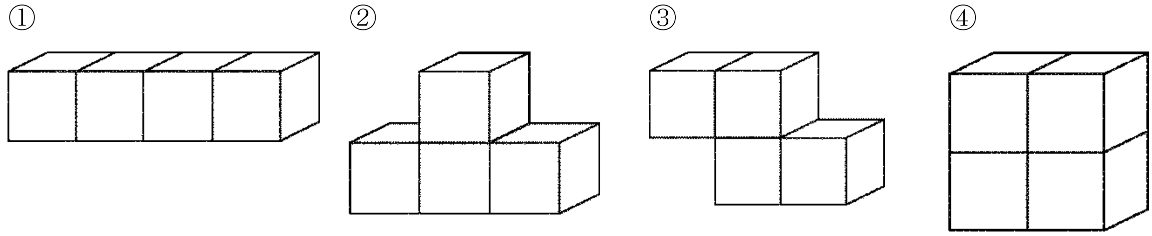
底面積は $\pi \times 2^2 = 4\pi$　cm^2

よって表面積は $10\pi + 4\pi = 14\pi$　cm^2

【問 48】

下の①～④はそれぞれ，同じ大きさの立方体を 4 つ合わせてつくった 1 つの立体を図に表したものです。①～④の中で，表面積が最も小さいものはどれですか。その番号を書きなさい。

（広島県　2014 年度）



解答欄

解答
④
解説
表面積が最も小さいのは重なりの面の数が一番多いものなので④

【問 49】

底面の直径と高さがともに 10 cm の円柱の表面積を求めよ。ただし，円周率は π を用いること。

（高知県　2014 年度　前期）

解答欄

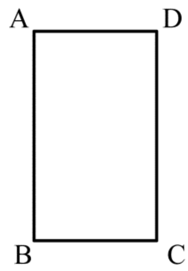
cm^2

解答
150π　cm^2
解説
円柱の底面の半径は $10 \div 2 = 5$ cm
円柱の底面積は $\pi \times 5^2 = 25\pi$　cm^2
側面積は $10 \times 2\pi \times 5 = 100\pi$　cm^2
よって表面積は $25\pi \times 2 + 100\pi = 150\pi$　cm^2

【問 50】

右の図で，四角形 ABCD は，AB＝7 cm，BC＝4 cm の長方形である。この長方形を辺 AB を軸として 1 回転させてできる立体の表面積を求めなさい。ただし，円周率を π とする。

（秋田県　2015 年度）



解答欄

cm^2

解答

88π　cm^2

解説

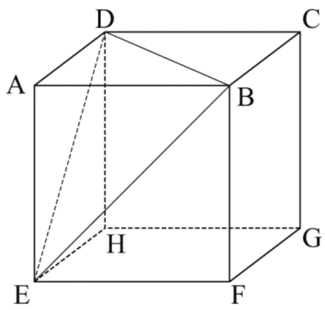
できる立体は底面の半径が 4 cm，高さが 7 cm の円柱である。

よって求める表面積は $\pi\times4^2\times2+7\times2\pi\times4=32\pi+56\pi=88\pi$　cm^2

【問 51】

右の図は，1 辺の長さが 3 cm の立方体 ABCD－EFGH である。この立方体を 3 点 B，D，E を通る平面で 2 つの立体に分けるとき，2 つの立体の表面積の差は何 cm^2 か。

（鹿児島県　2015 年度）



解答欄

cm^2

解答

27 cm^2

解説

2 つの立体の表面積の差は

1 辺が 3 cm の正方形の面 3 つ分になるから

$3\times3^2=27$ cm^2

【問 52】

半径 2 cm の球について正しく述べたものを，次のア～エのうちから 1 つ選び，符号で答えなさい。
ただし，円周率は π を用いることとする。

（千葉県　2016 年度　前期）

ア この球の体積は，$\frac{16}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ である。

イ この球の体積は，$32\pi\,\mathrm{cm}^3$ である。

ウ この球の表面積は，$16\pi\,\mathrm{cm}^2$ である。

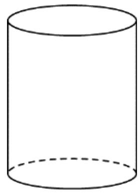
エ この球の表面積は，$4\pi\,\mathrm{cm}^2$ である。

解答欄

解答
ウ
解説
半径 2 cm の球の体積は $\frac{4}{3}\pi\times2^3=\frac{32}{3}\pi\ \ \mathrm{cm}^3$ で
表面積は $4\pi\times2^2=16\pi\ \ \mathrm{cm}^2$ だから正しいものはウ

【問 53】

図の立体は，側面積が 100 cm^2 の円柱である。この円柱の底面の円の半径を x cm，高さを y cm とするとき，y を x の式で表しなさい。ただし，円周率は π とする。また，次のア～エの中から，x と y の関係について正しく述べたものを 1 つ選び，記号で答えなさい。



（静岡県　2016 年度）

ア　y は x の関数であり，y は x に比例する。

イ　y は x の関数であり，y は x に反比例する。

ウ　y は x の関数であるが，x と y の関係は，比例，反比例のいずれでもない。

エ　y は x の関数ではない。

解答欄

式　　　　　　　　　　　　，記号

解答

式 $y=\dfrac{50}{\pi x}$ ，記号 イ

解説

底面の円の半径 x cm，高さ y cm の円柱の側面積は $2\pi xy$ と表される。

よって $2\pi xy=100$ より $y=\dfrac{50}{\pi x}$ である。

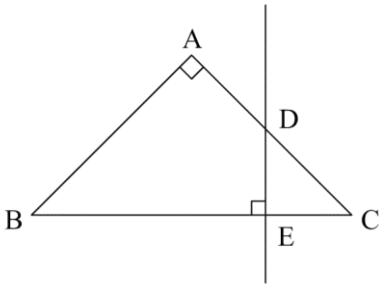
x と y の関係は $y=\dfrac{a}{x}$ の形であるからイの反比例の関係になる。

【問 54】

図で，△ABC は AB＝AC の直角二等辺三角形で，D は辺 AC の中点であり，E は辺 BC 上の点で，∠DEB＝90° である。

BC＝4 cm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。

（愛知県 B 2016 年度）



(1) 線分 BE を，直線 DE を回転の軸として 1 回転させてできる図形の面積は何 cm^2 か，求めなさい。

(2) 四角形 ABED を，直線 DE を回転の軸として 1 回転させてできる立体の体積は何 cm^3 か，求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1) 9π cm^2

(2) $\frac{25}{3}\pi$ cm^3

解説

(1)

点 A から辺 BC へ垂線 AF を下ろすと

△ACF∽△DCE で相似比は 2:1 なので FE＝1，BE＝3

よって BE を DE を軸に回転させたときの面積は

$\pi \times 3^2 = 9\pi$ cm^3

(2)

点 A から直線 DE へ垂線 AG を下ろすと

四角形 ABEG を回転させたものから△ADG を回転させたものを除けば求める立体の体積となる。

辺 BA の延長と直線 ED の交点を O とすると

△OBE を DE を軸として回転させる。

OE＝3 となるので $\frac{1}{3} \times \pi \times BE^2 \times OE = \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 3 = 9\pi$

これから△OAD を軸 DE を中心に回転させたときの体積を除けばよいので

$9\pi - 2 \times \frac{1}{3} \times \pi \times 1^2 \times 1 = \frac{27-2}{3}\pi = \frac{25}{3}\pi$ cm^3

【問 55】

半径が 9 cm の球の表面積を求めよ。ただし，円周率は π とする。

（京都府　2016 年度　前期）

解答欄

cm^2

解答

324π cm^2

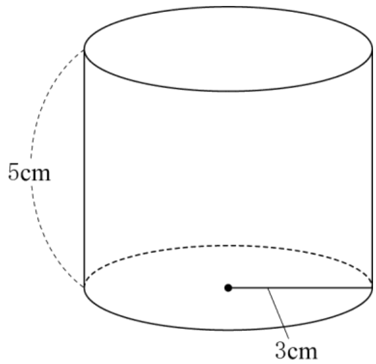
解説

半径 9 cm の球の表面積は $4\pi\times 9^2=324\pi$ cm^2

【問 56】

右の図は，底面の半径が 3 cm，高さが 5 cm の円柱である。この円柱の表面積を求めなさい。ただし，円周率は π とする。

（山口県　2016 年度）



解答欄

cm^2

解答

48π cm^2

解説

表面積は $\pi\times 3^2\times 2+2\pi\times 3\times 5=48\pi$ cm^2

【問 57】

底面の半径と高さがともに 6 cm の円柱の側面積を求めよ。ただし，円周率は π を用いること。

（高知県　2016 年度）

解答欄

cm^2

解答

72π　cm^2

解説

$2\pi\times6\times6=72\pi$　cm^2

【問 58】

半径 5 cm の球の表面積を求めなさい。

（青森県　2017 年度）

解答欄

cm^2

解答

100π　cm^2

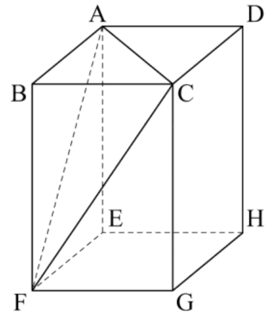
解説

$4\pi\times5^2=100\pi$　cm^2

【問 59】

右の図のように，AB＝BC＝2 cm，BF＝4 cm の直方体 ABCD－EFGH がある。この直方体を頂点 A，C，F を通る平面で分けたときにできる三角錐 B－AFC の表面積を求めなさい。

（秋田県　2017 年度）



解答欄

cm^2

解答

16 cm^2

解説

三平方の定理より

$AF^2 = 4^2 + 2^2 = 20$ で

$AF > 0$ より $AF = 2\sqrt{5}$ cm

同様に $CA^2 = 2^2 + 2^2 = 8$ で

$CA > 0$ より

$CA = 2\sqrt{2}$ cm

△FCA は FA＝FC の二等辺三角形だから

AC を底辺としたときの高さは

$\left(2\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2 = 18$ より $3\sqrt{2}$ cm

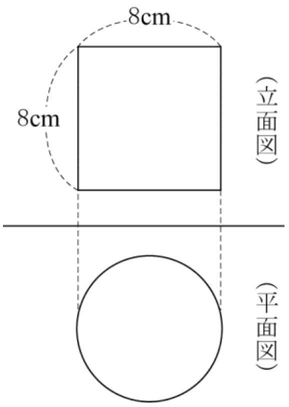
よって求める表面積は $\dfrac{1}{2} \times 2 \times 2 + \dfrac{1}{2} \times 2 \times 4 \times 2 + \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 16\ \mathrm{cm}^2$

【問 60】

右の図は円柱の投影図である。立面図は一辺の長さが 8 cm の正方形で，平面図は円である。

このとき，この円柱の側面積を求めなさい。ただし，円周率はπとする。

（石川県　2017 年度）



解答欄

cm^2

解答

64π cm^2

解説

円柱の側面は長方形で

円柱の側面積は

円柱の高さ×底面の円周の長さで求められる。

底面の半径は $8\div2=4$ cm だから

底面の円周の長さは $2\pi\times4=8\pi$ cm

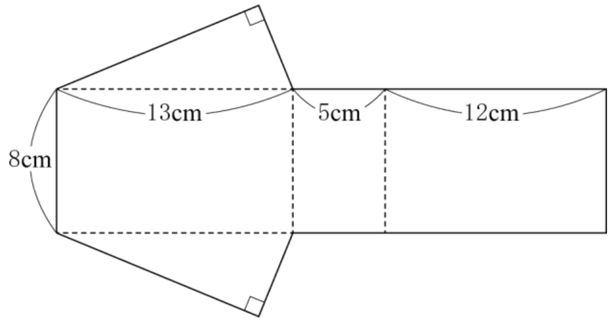
よって，円柱の高さは 8 cm なので

円柱の側面積は $8\times8\pi=64\pi$ cm^2

【問 61】

右の図は，三角柱の展開図である。この展開図を組み立ててできる三角柱の表面積を求めなさい。

（徳島県　2017 年度）



解答欄

cm^2

解答
300 cm^2
解説
展開図から
底面は直角をはさむ 2 辺の長さが 12 cm，5 cm の直角三角形なので
底面積は $\frac{1}{2}\times12\times5=30$ cm^2
これが 2 つなので 60 cm^2
側面積は
縦 8cm，横 $13+5+12=30$ cm の長方形なので
$8\times30=240$ cm^2
よって表面積は $60+240=300$ cm^2

【問 62】

半径 7 cm の球の表面積を求めよ。ただし，円周率は π を用いること。

（高知県　2017 年度）

解答欄

cm^2

解答
196π　cm^2
解説
$4\pi\times7^2=196\pi$　cm^2

【問 63】

底面の半径が 3 cm，高さが 5 cm の円柱がある。この円柱の側面積を求めなさい。

（佐賀県　2017 年度　一般）

解答欄

cm^2

解答

30π　cm^2

解説

この円柱の側面となる長方形は

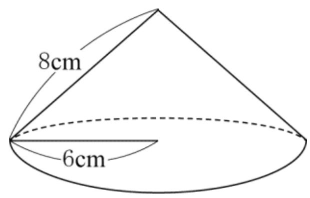
縦の長さが 5cm，横の長さが $2\pi\times3=6\pi$　cm だから

側面積は　$5\times6\pi=30\pi$　cm^2

【問 64】

右の図は，底面の半径が 6 cm，母線の長さが 8 cm の円すいである。この円すいの展開図をかいたとき，側面になるおうぎ形の面積を求めなさい。

（青森県　2018 年度）



解答欄

cm^2

解答

48π　cm^2

解説

展開図のおうぎ形の面積：半径 8cm の円の面積＝おうぎ形の弧の長さ：半径 8cm の円の周の長さより，

おうぎ形の面積：$\pi\times8^2=2\pi\times6:2\pi\times8$

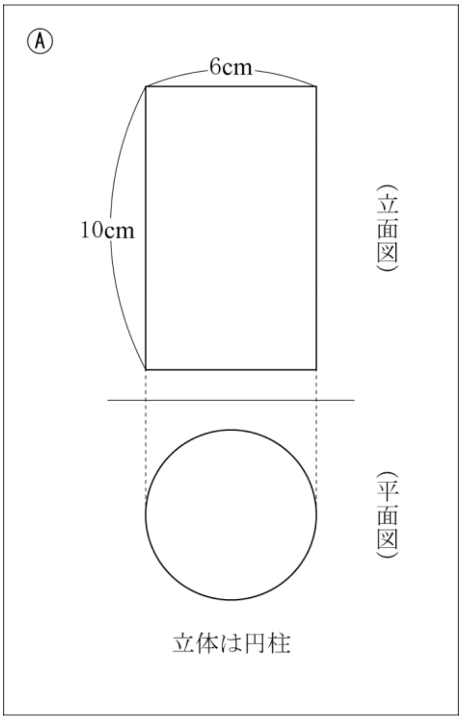
おうぎ形の面積：$64\pi=12\pi:16\pi=3:4$

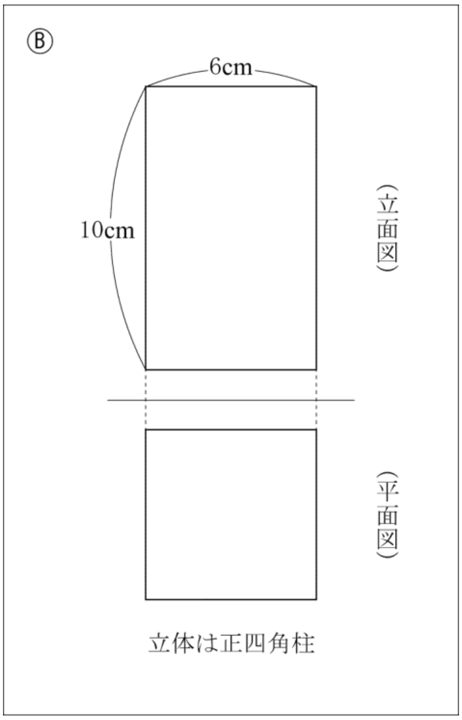
よっておうぎ形の面積＝$64\pi\times\dfrac{3}{4}=48\pi$　cm^2

【問 65】

下の図は，数学の授業で学んだ立体を投影図に表したものである。Ⓐ，Ⓑのどちらか 1 つを選び，その投影図で表された立体の表面積を求めなさい。なお，円周率はπとし，選んだ投影図の記号を解答欄に書くこと。

（山形県　2018 年度）





解答欄

≪選択問題≫　選んだ投影図の記号（　　　　　）
cm^2

解答
Ⓐ　78π　cm^2
Ⓑ　$312cm^2$
解説
Ⓐ
円柱の側面を母線に沿って切り開くと
側面の展開図は1辺が 10cm
隣り合うもう 1 辺が 6π cm の長方形になるから
求める表面積は $10\times6\pi+\pi\times3^2\times2=60\pi+18\pi=78\pi$　cm^2
Ⓑ
正四角柱の側面の展開図は
1辺が 10cm
隣り合うもう 1 辺が $6\times4=24$cm の長方形になるから
求める表面積は $10\times24+6^2\times2=240+72=312cm^2$

【問 66】

底面の半径が 3 cm，高さが 4 cm である円柱の表面積を求めなさい。

ただし，円周率は π とする。

（群馬県 2019 年度 後期）

解答欄

cm^2

解答

底面の面積は，$\pi \times 3^2 = 9\pi$

側面の面積は，$4 \times (2\pi \times 3) = 24\pi$

したがって

$9\pi \times 2 + 24\pi = 42\pi$

42π (cm^2)

解説

底面の面積は $\pi \times 3^2 = 9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ で，側面の面積は $4 \times (2\pi \times 3) = 24\pi\,(\mathrm{cm}^2)$ だから，

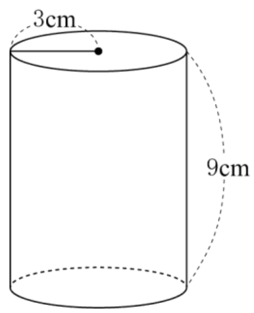
表面積は $9\pi \times 2 + 24\pi = 42\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

【問 67】

図 1 は，底面の半径が 3 cm，高さが 9 cm の円柱である。この円柱の表面積を求めよ。ただし，円周率は π とする。

（奈良県 2019 年度）

図 1



解答欄

cm^2

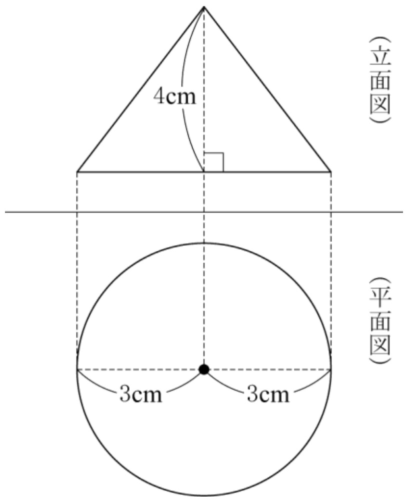
解答
$72\pi\,\mathrm{cm}^2$
解説
円柱の側面を母線に沿って切り，展開すると，側面の展開図は縦 9cm，横 $2\pi\times3=6\pi$(cm)の長方形となるから，側面積は $9\times6\pi=54\pi$(cm^2)　底面積は $\pi\times3^2=9\pi$(cm^2)だから，求める表面積は，
$54\pi+9\pi\times2=72\pi$(cm^2)

【問 68】

右の図は，三角錐，円柱，円錐のうち，いずれかの立体の投影図である。

この立体の表面積を求めなさい。

（佐賀県 2019 年度 一般）



解答欄

cm^2

解答

24π cm^2

解説

投影図の立体は，底面が半径 3cm の円で高さが 4cm の円錐である。

また，三平方の定理より，母線の長さは，$\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$である。

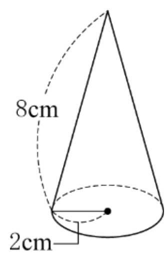
側面の展開図は半径が 5cm のおうぎ形で，その中心角は $360° \times \dfrac{2\pi\times3}{2\pi\times5}=216°$

よって，求める表面積は，$\pi\times3^2+\pi\times5^2\times\dfrac{216}{360}=24\pi(\text{cm}^2)$

【問 69】

右の図のような，底面の半径が 2 cm，母線が 8 cm の円錐の側面積を求めなさい。

（福島県 2020 年度）



解答欄

cm^2

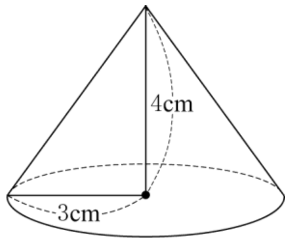
解答

16π cm^2

【問 70】

右の図のような，底面の半径が 3 cm，高さが 4 cm の円錐があります。この円錐の表面積を求めなさい。

ただし，円周率はπとします。



（埼玉県 2020 年度）

解答欄

cm^2

解答

24π　(cm^2)

解説

表面積＝底面積＋側面積。底面積＝3×3×π＝9π(cm^2)である。

側面はおうぎ形である。

このおうぎ形の半径は，三平方の定理より 5cm である。

また，このおうぎ形の中心角は，360×$\dfrac{5}{3}$である。

よって，側面積は 5×5×π×$\dfrac{5}{3}$＝15π(cm^2)となり，表面積は 24πcm^2 である。

【問 71】

図１は，AB＝AD，CB＝CD の四角形 ABCD であり，線分 AC と線分 BD の交点を E とすると，AC⊥BD，BE＝DE が成り立つ。また，BD＝24 cm とする。

点 P は頂点 A を出発し，辺 AB 上を一定の速さで移動する。点 Q は点 P が出発してから 1 秒後に頂点 C を出発し，辺 CD 上を一定の速さで移動する。点 P は，頂点 B に到着後，向きを変え頂点 A に向かって移動し，頂点 A に到着後，また向きを変え頂点 B に向かって移動する。点 Q は，頂点 D に到着後，向きを変え頂点 C に向かって移動し，頂点 C に到着後，また向きを変え頂点 D に向かって移動する。2 点 P，Q とも，この動きをくり返す。

図１

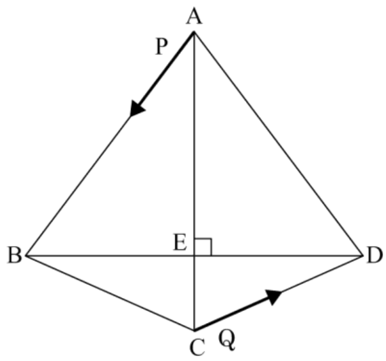


図２，**図３**は，点 P が頂点 A を出発してからの時間と，線分 AP の長さ，線分 CQ の長さの関係を，それぞれグラフに表したものである。

このとき，次の**問１**～**問４**に答えなさい。

（千葉県 2020 年度 後期）

図２

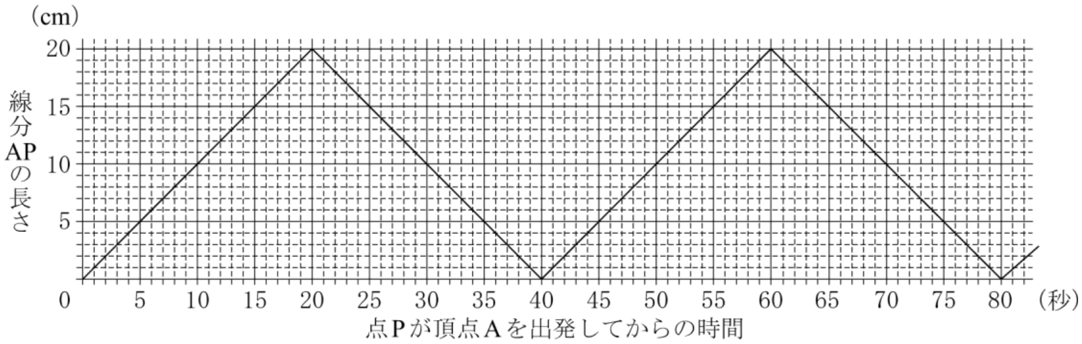
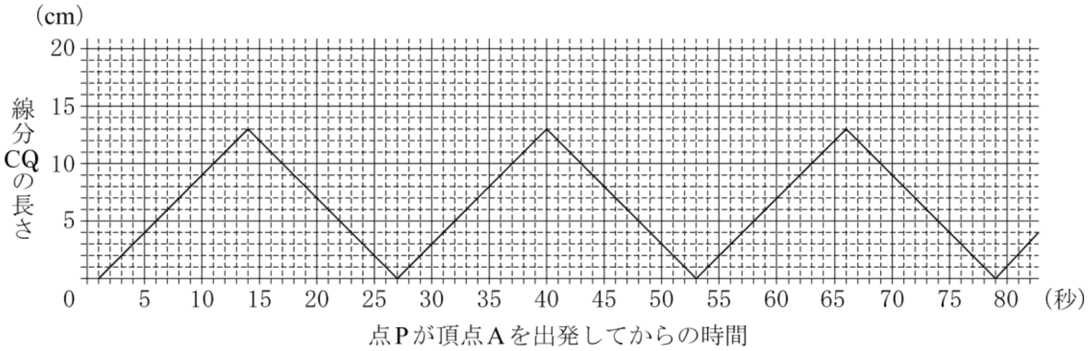


図３



問１　点 P が，はじめて頂点 B に到着するのは，点 P が頂点 A を出発してから何秒後か求めなさい。

問２　四角形 PBCQ の面積が，はじめて最大となるのは，点 P が頂点 A を出発してから何秒後か求めなさい。

ただし，点 P が頂点 B にあるとき，点 Q が頂点 C にあるときについては，考えないこととする。

問３　線分 AC の長さを求めなさい。

問４　点 P が頂点 A を出発してから x 秒後の△APC の面積を S cm^2，△AQC の面積を T cm^2 とする。
このとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。
ただし，点 P が頂点 A にあるときは S＝0，点 Q が頂点 C にあるときは T＝0 とする。

(1)　$0 \leqq x \leqq 20$ のとき，S を x を用いて表しなさい。

(2)　$14 \leqq x \leqq 20$ のとき，S＝T となる x の値を求めなさい。

解答欄

問１	秒後	
問２	秒後	
問３	cm	
問４	(1)	S＝
	(2)	x＝

解答

問１20　(秒後)

問２40　(秒後)

問３21　(cm)

問４

(1) $S=\frac{63}{10}x$

(2) $x=\frac{180}{11}$

解説

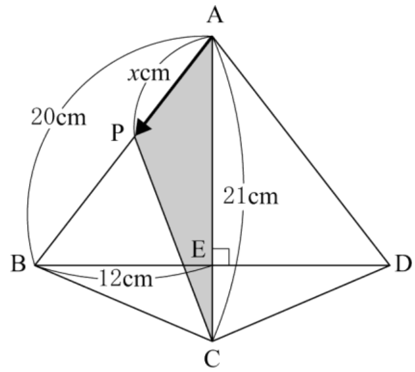
問４

(1)

図２から，点Ｐは１秒に 1cm ずつ進み

$0 \leqq x \leqq 20$ は「点Ｐが点Ａを出発し点Ｂに到着するまで」を表すことがわかる。

よって $0 \leqq x \leqq 20$ における AP の長さは，$AP=x$ (cm)と表せる。



△APC：△ABC＝AP：AB であり

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 21\times 12=126(\mathrm{cm}^2)$なので

$S:126=x:20 \quad \Rightarrow \quad S=\frac{63}{10}x$

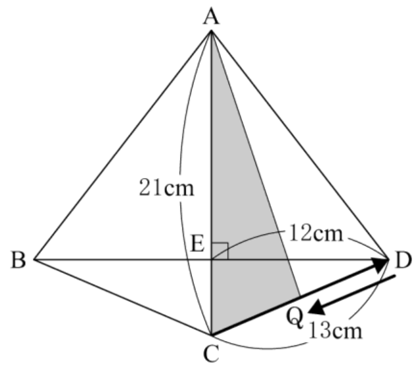
(2)

図３から，点Ｑは１秒に 1cm ずつ進み

$14 \leqq x \leqq 20$ は「点Ｑが点Ｄに到着してから，折り返して点Ｃへ進む途中まで」を表すことがわかる。

点Ｑは 14 秒後にちょうど点Ｄに到着し

それから点Ｃへ向かうので



$14 \leqq x \leqq 20$ における DQ の長さは，$DQ=x-14$(cm)となる。

よって CQ の長さは，$CQ=13-(x-14)=27-x$(cm)と表せる。

△AQC：△ADC＝CQ：CD であり

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times 21\times 12=126(\mathrm{cm}^2)$なので

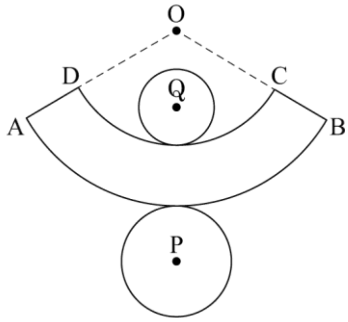
$T:126=(27-x):13 \quad \Rightarrow \quad T=\frac{126}{13}(27-x)$

よって，S＝T より，$\frac{63}{10}x=\frac{126}{13}(27-x) \quad \Rightarrow \quad x=\frac{180}{11}$

【問 72】

図は，ある立体の展開図である。弧 AB，DC はともに点 O を中心とする円周の一部で，直線 DA，CB は点 O を通っている。また，円 P，Q はそれぞれ弧 AB，DC に接している。

DA＝CB＝3 cm，弧 AB，DC の長さがそれぞれ 6πcm，4πcm のとき，次の(1)，(2)の問いに答えなさい。



（愛知県 B 2020 年度）

(1)　円 P の面積と円 Q の面積の和は何 cm^2 か，求めなさい。

(2)　展開図を組み立ててできる立体の体積は何 cm^3 か，求めなさい。

解答欄

(1)	cm^2
(2)	cm^3

解答

(1) 13π　cm^2

(2) $\dfrac{38\sqrt{2}}{3}\pi$　cm^3

解説

(1)

与えられた図が立体の展開図であるということから，(円 P の周の長さ)＝($\overset{\frown}{AB}$の長さ)＝6π (cm)

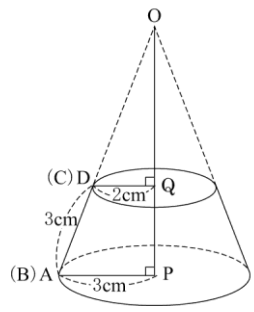
よって，円 P の半径は 3cm であるから，円 P の面積は，$\pi\times3^2=9\pi$ (cm²)

同様にして，(円 Q の周の長さ)＝($\overset{\frown}{DC}$の長さ)＝4π (cm)なので

円 Q の半径は 2cm であるから，円 Q の面積は，$\pi\times2^2=4\pi$ (cm²)

よって，円 P の面積と円 Q の面積の和は，$9\pi+4\pi=13\pi$ (cm²)

(2)



立体は見取図で示されたような図形になる。

このような立体を円錐台という。

よって求める体積は，底面を円 P，頂点を O とする円錐 S の体積から，底面を円 Q，頂点を O とする円錐 T の体積をひいたものであることがわかる。

ここで見取図において，$\angle OQD=\angle OPA=90^\circ$ より $DQ//AP$ だから，

$\triangle OAP$ において平行線と線分の比より，

$OD:OA=DQ:AP$　⇒　$OD:(OD+3)=2:3$　⇒　$OD=6$ (cm)

$\triangle ODQ$ において三平方の定理により，$OQ^2=OD^2-DQ^2=6^2-2^2=32$

⇒　$OQ>0$ より $OQ=4\sqrt{2}$ (cm)

よって，円錐 T の体積は，$4\pi\times4\sqrt{2}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi$ (cm³)

また，円錐 S と円錐 T は相似な立体であり，その相似比は $AP:DQ=3:2$

よって，その体積比は $3^3:2^3=27:8$ だから，円錐 S の体積は円錐 T の体積の$\dfrac{27}{8}$倍である。

したがって，円錐 S の体積は，$\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi\times\dfrac{27}{8}=18\sqrt{2}\pi$ (cm³)

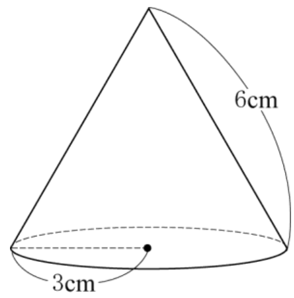
よって，求める円錐台の体積は，$18\sqrt{2}\pi-\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi=\dfrac{38\sqrt{2}}{3}\pi$ (cm³)

【問 73】

右の**図１**のように，底面の半径が３ cm，母線の長さが６ cm である円錐の側面積を求めなさい。

（鳥取県 2020 年度）

図１



解答欄

cm^2

解答

18π　cm^2

解説

側面はおうぎ形で，その半径は 6cm，弧の長さは底面の円の円周の長さ $2\pi\times3=6\pi$(cm)に等しい。
半径 6cm の円の円周は $2\pi\times6=12\pi$(cm)で
弧の長さはその半分の 6π㎝だから，
側面のおうぎ形の中心角は，$360\div2=180$(度)
よって，側面積＝$\pi\times6^2\div2=18\pi$(cm^2)

【問 74】

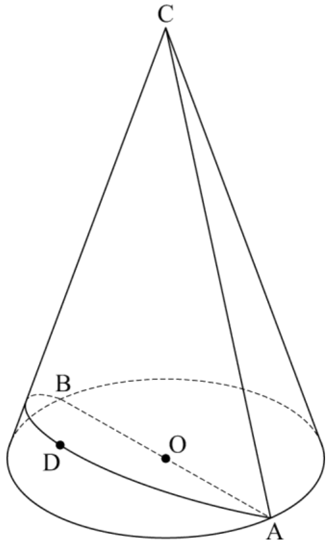
右の**図１**は，線分 AB を直径とする円 O を底面とし，線分 AC を母線とする円すいである。

また，点 D はこの円すいの側面上に，点 A から点 B まで長さが最も短くなるように線を引き，この線を２等分した点である。

AB＝6 cm，AC＝9 cm のとき，次の問いに答えなさい。ただし，円周率はπとする。

（神奈川県 2021 年度）

図１



問１　この円すいの体積として正しいものを次の１～６の中から１つ選び，その番号を答えなさい。

１　$9\sqrt{5}\pi\,\mathrm{cm}^3$　　２　$18\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$

３　$27\sqrt{5}\pi\,\mathrm{cm}^3$　　４　$54\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$

５　$36\sqrt{5}\pi\,\mathrm{cm}^3$　　６　$72\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$

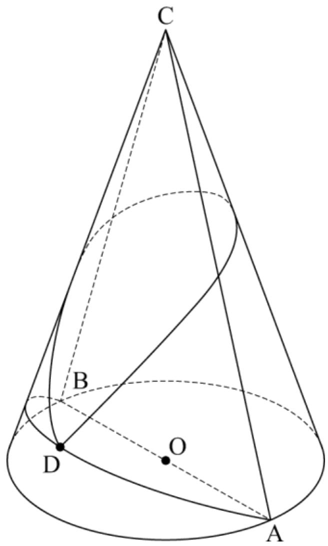
問２　この円すいの表面積として正しいものを次の１～６の中から１つ選び，その番号を答えなさい。

１　$\frac{33}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$　　２　$9\pi\,\mathrm{cm}^2$

３　$15\pi\,\mathrm{cm}^2$　　４　$\frac{117}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

５　$36\pi\,\mathrm{cm}^2$　　６　$63\pi\,\mathrm{cm}^2$

図２



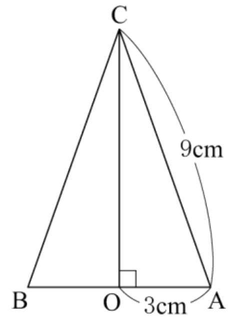
問３　この円すいの側面上に，**図２**のように点 D から線分 AC，線分 BC と交わるように点 D まで円すいの側面上に引いた線のうち，長さが最も短くなるように引いた線の長さを求めなさい。

解答欄

問１	
問２	
問３	cm

解答
問１ 2
問２ 5
問３ $\dfrac{27}{2}$　(cm)

解説
問１



△ABC に着目すると，CO⊥AB なので，△COA は直角三角形である。
よって，$OC^2+OA^2=CA^2$　⇒　$OC^2+3^2=9^2$　⇒　$OC^2=72$
⇒　OC＞0 より，$OC=6\sqrt{2}$(cm)

したがって，円すいの体積は，$\pi\times3^2\times6\sqrt{2}\times\dfrac{1}{3}=18\sqrt{2}\pi$(cm^3)

問２
円すいの側面は，点 C を中心とする半径 9cm のおうぎ形であり，その弧の長さは，円すいの底面の円周と等しく，6π cm である。

また，弧の長さは，$18\pi\times\dfrac{(\text{おうぎ形の中心角})}{360}$とも表せるので，

$18\pi\times\dfrac{(\text{おうぎ形の中心角})}{360}=6\pi$　⇒　(おうぎ形の中心角)＝120°

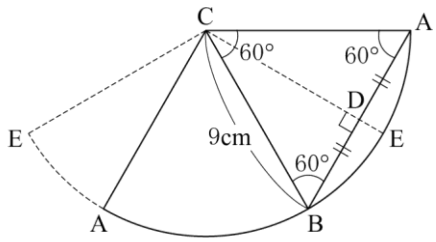
よって，おうぎ形の面積は，$\pi\times9^2\times\dfrac{120}{360}=27\pi$ (cm^2) だから，底面の面積 $\pi\times3^2=9\pi$ (cm^2) をたして，

円すいの表面積は，$27\pi+9\pi=36\pi$ (cm^2)

問３
まず，円すいの側面を直線 CA で切り開いた展開図で考える(**図１**)。おうぎ形の中心角が 120°で，この図において，点 B はおうぎ形の弧の中点に位置するので，∠BCA＝60°とわかる。
さらに，CB＝CA より，△ABC は正三角形だから，△CBD は 30°，60°，90°を内角にもつ直角三角形である。

よって，CB : CD＝2 : $\sqrt{3}$　⇒　$CD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}CB=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times9=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ (cm)

図１

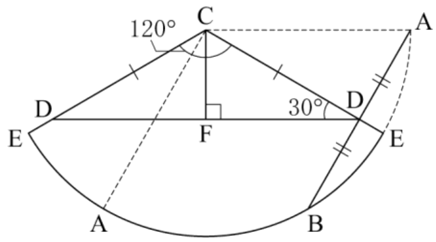


次に，円すいの側面を直線 CD で切り開いた展開図で考える(**図２**)。
点 D どうしを結んだ線分に点 C から垂線 CF をひくと，△CFD は 30°，60°，90°を内角にもつ直角三角形となる。
よって，CD : FD＝2 : $\sqrt{3}$

⇒　$FD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}CD=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{9\sqrt{3}}{2}=\dfrac{27}{4}$(cm)

したがって，求める線の長さは，$\dfrac{27}{4}\times2=\dfrac{27}{2}$(cm)

図２



【問 75】

図１は，底面の円の半径が３ cm，高さが４ cm の円柱である。また，**図２**は，底面の円の半径が２ cm，高さが４ cm の円錐である。このとき，次の問いに答えなさい。

（長崎県 2021 年度）

図１

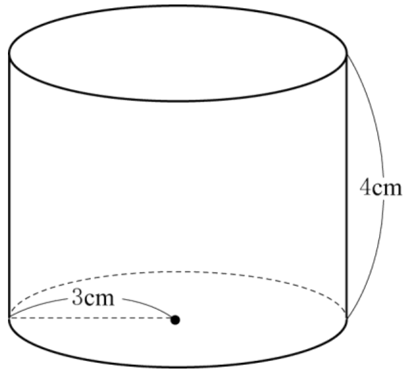
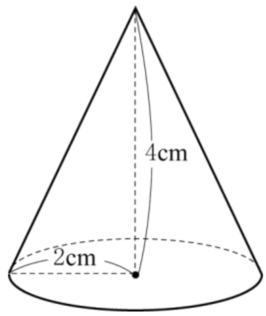


図２

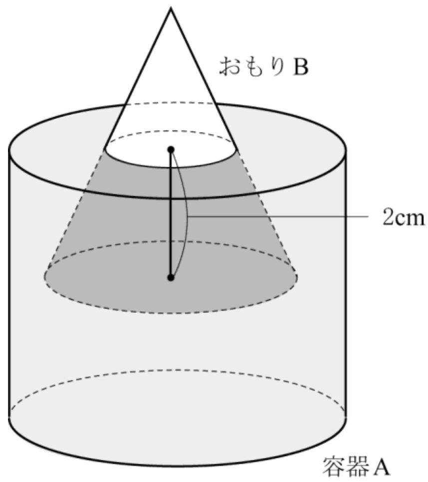


問１　**図１**において，円柱の側面積は何 cm^2 か。

問２　**図２**において，円錐の体積は何 cm^3 か。

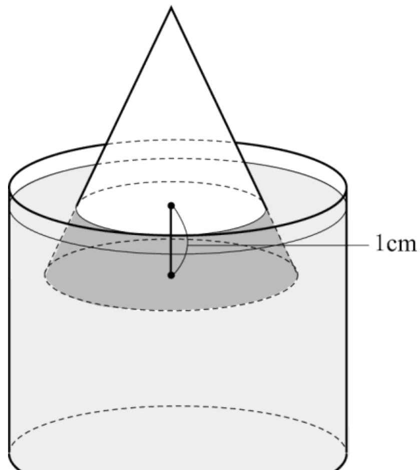
問３　**図１**の円柱を透明な容器Ａとし，**図２**の円錐を鉄でできたおもりＢとする。この容器Ａを底面が水平になるように置き，水をいっぱいになるまで注いだ。その後，おもりＢを，底面を水平に保ったまま容器Ａの水の中に静かに沈めていく。**図３**のように，おもりＢの底面から水面までの高さが２ cm となったとき，あふれた水の体積は何 cm^3 か。ただし，容器Ａの厚さは考えないものとする。

図３



問４　**図３**の状態から，おもりＢを，底面を水平に保ったまま容器Ａの水の中から静かに引き上げると水面が下がり，**図４**のように，おもりＢの底面から水面までの高さが１ cm となった。このとき，容器Ａの下の底面から水面までの高さは何 cm か。ただし，容器Ａの厚さは考えないものとする。

図４



解答欄

問１	cm^2
問２	cm^3
問３	cm^3
問４	cm

解答

問１ 24π　〔cm^2〕

問２ $\frac{16}{3}\pi$　〔cm^3〕

問３ $\frac{14}{3}\pi$　〔cm^3〕

問４ $\frac{413}{108}$　〔cm〕

解説

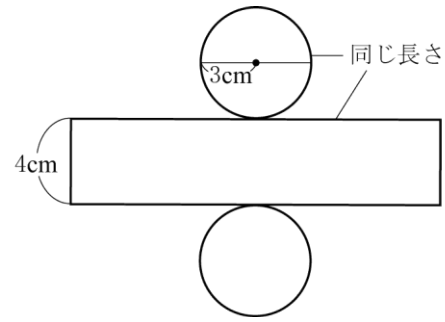
問１

円柱の展開図は，**図１**のようになる。

円柱は，側面が長方形となり，縦の長さが円柱の高さ，横の長さが円柱の底面の円周と等しくなる。

よって，側面積は，$4\times2\pi\times3=24\pi\,(cm^2)$

図１



問２

$$\pi\times2^2\times4\times\frac{1}{3}=\frac{16}{3}\pi\,(cm^3)$$

問３

図２のように，おもりＢの体積をＰ，おもりＢの水面から出ている部分の体積をＱ，おもりＢの水面の中にある部分の体積をＲとする。

体積Ｐの円錐と体積Ｑの円錐とは相似であり，その相似比は，高さの比より，４：２＝２：１である。

よって，体積比は，$P:Q=2^3:1^3=8:1$

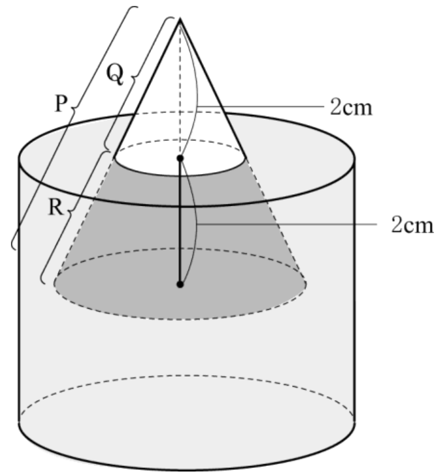
すなわち，Ｒ＝Ｐ－Ｑより，Ｐ：Ｒ＝８：７

問２より，$P=\frac{16}{3}\pi\,(cm^3)$だから

$$\frac{16}{3}\pi:R=8:7$$

$$R=\frac{14}{3}\pi\,(cm^3)$$

図２



問４

図３のように，**問３**の状態から，おもりＢを水の中から引き上げた後において，おもりＢの水面から出ている部分の体積をＳ，おもりＢの水面の中にある部分の体積をＴとする。

体積Ｐの円錐と体積Ｓの円錐とは相似であり，その相似比は，高さの比より，４：３である。

よって，体積比は，$P:S=4^3:3^3=64:27$

すなわち，Ｔ＝Ｐ－Ｓより，Ｐ：Ｔ＝64：37

問２より，$P=\frac{16}{3}\pi\,(cm^3)$だから，

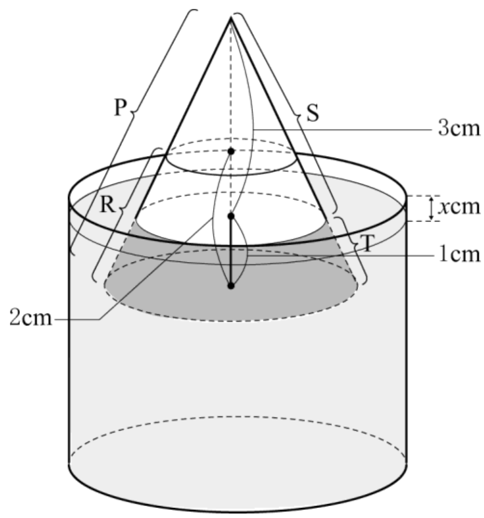
$$\frac{16}{3}\pi:T=64:37\quad\Rightarrow\quad T=\frac{37}{12}\pi\,(cm^3)$$

よって，**問３**の状態から，水の中から引き上げられた部分の体積は，$R-T=\frac{14}{3}\pi-\frac{37}{12}\pi=\frac{19}{12}\pi\,(cm^3)$であり，その体積は，容器Ａにおいて，水面が下がったときの，容器の空き部分の体積と等しい。

水面が$x$cm下がったとすると，その空き部分の体積は，

$\pi\times3^2\times x=9\pi x\,(cm^3)$だから，$9\pi x=\frac{19}{12}\pi\quad\Rightarrow\quad x=\frac{19}{108}\,(cm)$

図３



よって，そのときの容器Ａの下の底面から水面までの高さは，$4-\frac{19}{108}=\frac{413}{108}\,(cm)$